Термические эффекты при воздействии мощных электромагнитных импульсов на проводящие частицы, интегрированные в диэлектрическую среду

П.С. Глазунов[1], В.А. Вдовин[2], А.И. Слепков[1]
[1]*Кафедра общей физики Физического факультета МГУ*
[2]*Институт Радиотехники и электроники РАН*
ps.glazunov@physics.msu.ru

При воздействии мощных электромагнитных импульсов (МЭМИ) наносекундной длительности [1, 2] на диэлектрические среды, содержащие металлические вкрапления, могут возникать эффекты, приводящие к механическому разрушению материала. Использование этого явления может быть актуальным для широкого спектра прикладных задач в различных отраслях промышленности и медицине, среди которых адресная доставка лекарств в пораженные органы и ткани человека [1], дезинтеграция упорных минеральных руд [3], чистка рабочих поверхностей промышленных установок различного назначения [4].

Детальное исследование разрушения композитных материалов, состоящих из веществ с различными электрофизическими свойствами, под воздействием мощных электромагнитных импульсов является достаточно сложной задачей. Однако, во многих случаях для планирования и проведения экспериментальных исследований достаточно решения ряда идеализированных задач. К таким задачам, в частности, относится определение термических эффектов при воздействии МЭМИ на плоскую границу «диэлектрик-проводящая частица».

В рамках данной работы предлагается решение таких задач на основе математического моделирования с использованием численных методов. Решение задачи разбивается на две части - первоначально с помощью традиционных методов дифракции [5] определяется поле рассеяния МЭМИ на границе «диэлектрик-проводящая частица». Затем на основе решения задачи теплопроводности определяется временная зависимость температурного портрета вблизи границы раздела сред.

Проникая вглубь металла, электромагнитная волна затухает по экспоненциальному закону, вызывая его индукционный нагрев. Будем считать, что в металле выполняется соотношение:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \tag{1}$$

$$\sigma = const \tag{2}$$

Пусть электромагнитная волна является плоской, гармонической и падает на металл нормально. Сшиваем амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн с помощью граничных условий:

$$\overrightarrow{H_\tau^{II}}|_{z=0} = \overrightarrow{H_\tau^{I}}|_{z=0} \tag{3}$$

$$\overrightarrow{E_\tau^{II}}|_{z=0} = \overrightarrow{E_\tau^{I}}|_{z=0} \tag{4}$$

Для амплитуды прошедшей волны получаем выражение через амплитуду падающей волны:

$$\frac{E_{пр}}{E_{пад}} = \frac{2\frac{k_I}{\mu_I}}{\frac{k_I}{\mu_I} + \frac{k_{II}}{\mu_{II}}} = \tau \tag{5}$$

где: k_{I}, k_{II} - волновые векторы соответственно в диэлектрике и проводнике, которые выражаются через электромагнитные характеристики сред, τ - коэффициент прохождения:

$$k_{\mathrm{II}} = k_{\mathrm{II1}} + ik_{\mathrm{II2}} \tag{6}$$

$$k^2{}_{\mathrm{I}} = \kappa_{\mathrm{I}}{}^2 = \omega^2 \mu_{\mathrm{I}} \varepsilon_{\mathrm{I}} \tag{7}$$

$$k_{\mathrm{II1}} = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu_{\mathrm{II}} \varepsilon_{\mathrm{II}}}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon_{\mathrm{II}}}\right)^2}+1\right]} \tag{8}$$

$$k_{\mathrm{II2}} = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu_{\mathrm{II}} \varepsilon_{\mathrm{II}}}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon_{\mathrm{II}}}\right)^2}-1\right]} \tag{9}$$

Здесь (и далее) индекс «II» относится к металлу, а индекс «I» - к диэлектрику.

Тогда нетрудно рассчитать действующую в металле функцию тепловых источников:

$$w = \sigma (Re\vec{E}_{\text{пр}})^2 \tag{10}$$

$$w = \sigma E_{\text{пад}}{}^2 (\tau_1^2 + \tau_2^2)\, e^{-2k_{\mathrm{II2}} z} \cos^2\left(\omega t - k_{\mathrm{II1}} z - arctg\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)\right) \tag{11}$$

где: τ_1, τ_2- соответственно реальная и мнимая части коэффициента прохождения.

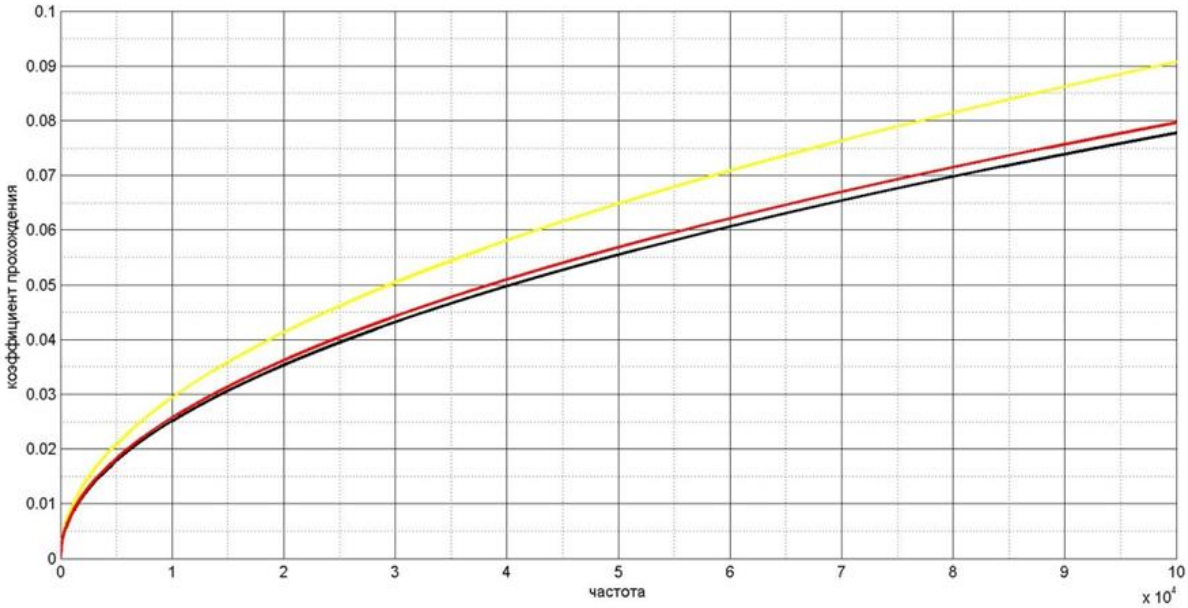

Рис. 1 Графики зависимости коэффициента прохождения от частоты (жёлтая линия – золото, красная линия – медь, чёрная линия – серебро)

Из рис. 1 видно, что с увеличением проводимости материала график становится более пологим. Объясняется это тем, что с увеличением проводимости растёт концентрации свободных электронов в металле, поэтому электромагнитная волна сильнее взаимодействует со средой и быстрее в ней затухает, т. е. волне «труднее» проникнуть вглубь среды.

На втором этапе решалась задача теплопроводности. Предполагалось, что первоначально тепло выделяется только в проводнике, а далее из-за процесса теплообмена от металла нагревается и диэлектрик. Математическая постановка задачи о распределении тепла следующая:

$$u_{\mathrm{I}t} - a_{\mathrm{I}}^2 u_{\mathrm{I}zz} = 0 \tag{12}$$

$$u_{\mathrm{II}t} - a_{\mathrm{II}}^2 u_{\mathrm{II}zz} = f(z,t) = \frac{w(z,t)}{c_{\mathrm{II}}\rho_{\mathrm{II}}} = \frac{\sigma\, E_{\text{пад}}{}^2(\tau_1^2+\tau_2^2)}{c_{\mathrm{II}}\rho_{\mathrm{II}}} e^{-2qz} \cos^2\left(\omega t - bz - arctg\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)\right) \tag{13}$$

$$\frac{\sigma\, E_{\text{пад}}{}^2(\tau_1^2+\tau_2^2)}{c_{\mathrm{II}}\rho_{\mathrm{II}}} = M \tag{14}$$

Начальное условие:

$$u_{\mathrm{I}}(z,0) = u_{\mathrm{II}}(z,0) = u_0 = const \tag{15}$$

Условия сопряжения:

$$K_{\mathrm{I}} u_{\mathrm{I}z}(0,t) = K_{\mathrm{II}} u_{\mathrm{II}z}(0,t) \tag{16}$$

$$u_{\mathrm{I}}(0,t) = u_{\mathrm{II}}(0,t) \tag{17}$$

Естественные граничные условия:

$$u_{\mathrm{I}}(z \to -\infty, t) = u_{\mathrm{II}}(z \to \infty, t) = u_0 \tag{18}$$

Для упрощения получения аналитического решения функция тепловых источников была усреднена по периоду своих колебаний:

$$\langle f(z,t)\rangle = \frac{M}{2} e^{-2qz} \tag{19}$$

Аналитическое решение, полученное для усреднённой функции, приведено ниже:

$$u_{\mathrm{I}}(z,t) = 2PP_0P_2\left[e^{s^2 t} e^{\frac{-sz}{a_{\mathrm{I}}}} \frac{1}{s} f_{+s}^{\mathrm{I}} + f_0^{\mathrm{I}}\left[\frac{z}{a_1} - \frac{1}{s}\right] + 2\sqrt{\frac{t}{\pi}} e^{\frac{-z^2}{4a_{\mathrm{I}}^2 t}}\right] + u_0 \tag{20}$$

$$u_{\mathrm{II}}(z,t) = Pe^{s^2 t}\left[-\frac{1}{2} e^{\frac{-sz}{a_{\mathrm{II}}}} f_{-s}^{\mathrm{II}} + (\Gamma_2 - \Gamma_1) e^{\frac{sz}{a_{\mathrm{II}}}} f_{+s}^{\mathrm{II}} + e^{\frac{-sz}{a_{\mathrm{II}}}}\right] +$$

$$+2PP_0 f_0^{\mathrm{II}}\left[P_1 - \frac{zP_2}{a_{\mathrm{II}}}\right] + 2\frac{M\Gamma_2}{s}\sqrt{\frac{t}{\pi}} e^{\frac{-z^2}{4a_{\mathrm{II}}^2 t}} - Pe^{-2qz} + u_0 \tag{21}$$

где: $P = \frac{M}{2s^2}$, $f_s^{\mathrm{I}} = erfc\left(\frac{-z}{2a_{\mathrm{I}}\sqrt{t}} + s\sqrt{t}\right)$, $f_s^{\mathrm{II}} = erfc\left(\frac{z}{2a_{\mathrm{II}}\sqrt{t}} + s\sqrt{t}\right)$, $s = 2a_{\mathrm{II}}q$, $P_0 = \frac{1}{\frac{K_{\mathrm{I}}}{a_{\mathrm{I}}} + \frac{K_{\mathrm{II}}}{a_{\mathrm{II}}}}$,

$P_1 = \frac{1}{2}\frac{K_{\mathrm{I}}}{a_{\mathrm{I}}}$, $P_2 = qK_{\mathrm{II}}$, $\Gamma_1 = \frac{1}{2}\frac{\frac{K_{\mathrm{I}}}{a_{\mathrm{I}}}}{\frac{K_{\mathrm{I}}}{a_{\mathrm{I}}} + \frac{K_{\mathrm{II}}}{a_{\mathrm{II}}}}$, $\Gamma_2 = \frac{1}{2}\frac{\frac{K_{\mathrm{II}}}{a_{\mathrm{II}}}}{\frac{K_{\mathrm{I}}}{a_{\mathrm{I}}} + \frac{K_{\mathrm{II}}}{a_{\mathrm{II}}}}$

По причине громоздкости формул была велика вероятность совершения в них ошибки, поэтому данная задача теплопроводности решалась ещё и численными методами: методами разностных схем, в которых функция теплового источника уже бралась без усреднения. На рис. 2 приведено графическое сравнение аналитического (синий график) и численного (красный график) решений. Время показано в секундах, температура в градусах Кельвина.

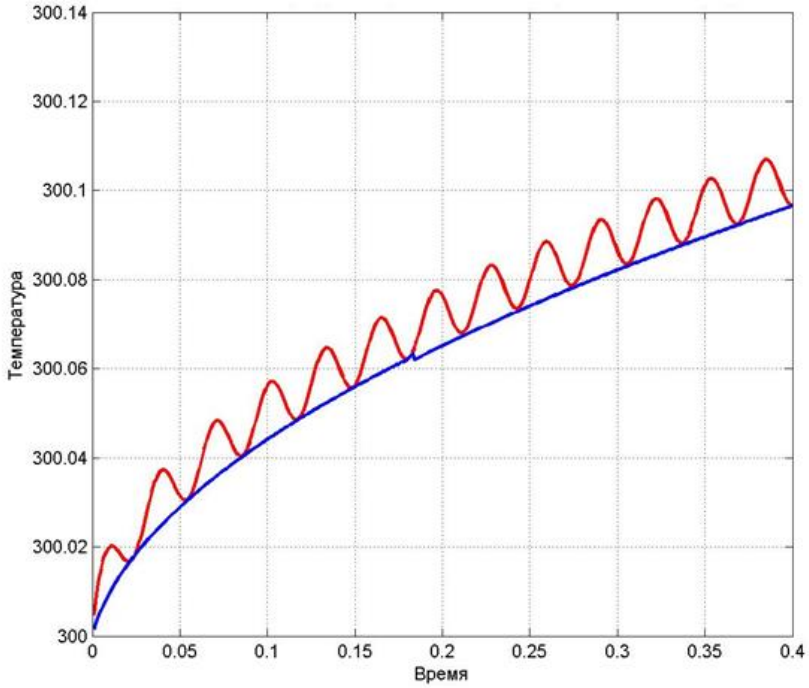

Рис. 2 Графическое сравнение аналитического и численного решений

График иллюстрирует зависимость температуры от времени на границе раздела двух сред при частоте излучения 15.6 Гц и описывает поведение реальной физической системы «кварц - золото». Так как численное решение построено без усреднения функции источников тепла, а аналитическое решение по-прежнему соответствует усреднённой функции источников тепла, то красный график на рис. 2 совершает осцилляции около синего, однако на больших временах эти колебания становятся незаметными.

Разработанная модель позволяет проводить количественную оценку механических напряжений или плотности энергии на границе раздела двух сред, а также определять условия для эффективного раскрытия ценных компонентов при дезинтеграции упорных руд или разрыва капсул при направленном транспорте лекарственного вещества в заданную область организма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.В.Гуляев и др. // Радиотехника и электроника, 2015, том 60, № 10, с. 1051-1063.
2. В.А Чантурия. и др. // Физико-технические проблемы обогащения полезных ископаемых, 2001, № 4, с. 95-106.
3. В.А. Чантурия //Горный журнал, 2005, № 12, с. 56-64.
4. Isao Yoshimi et al. // Int. J. Mater. Eng. Resour. Vol.10, No.1, (Mar.2002), p. 66–70.
5. И.Н. Топтыгин Современная электродинамика, часть 2. Теория электромагнитных явлений в веществе: Учебное пособие. - Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. - 848 с.