УДК 658.012.122

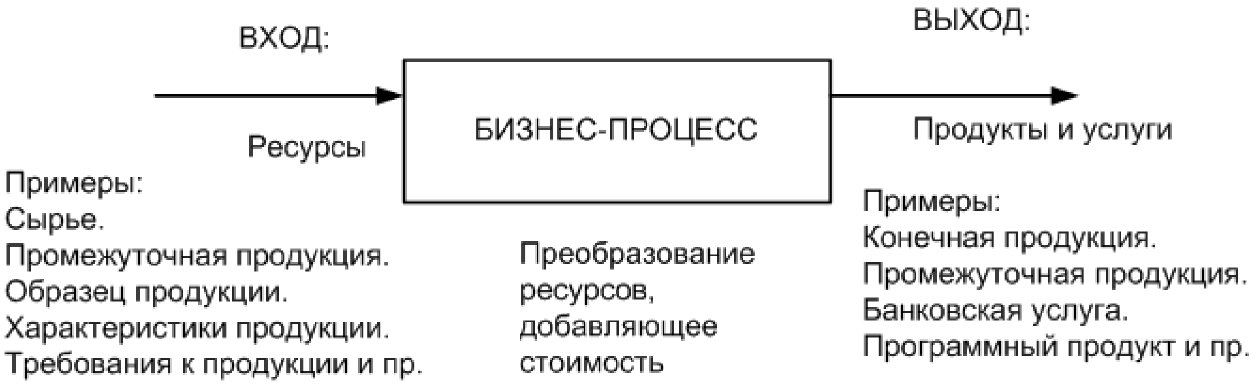
В.П. Демуцкий, О.М. Пигнастый,
С.Ю. Мелешенко, Е.Н. Пищик

Об устойчивости функционирования процессов массового производства

Национальный университет им. В.Н. Каразина,
НПО «Технология»,
Национальный аэрокосмический университет «ХАИ»

Постановка проблемы в общем виде. Процесс неравномерного развития экономики, тем более отдельных ее частей, колебания объема производства и сбыта, возникновение значительных спадов производства можно охарактеризовать как кризисную ситуацию, которую следует рассматривать как общую закономерность, свойственную рыночной экономике. Даже стабильно развивающееся предприятие в определенный момент времени может оказаться не способным следовать изменениям рыночной ситуации и попасть в полосу долговременного экономического кризиса.

Предприятие является сложной системой, реализующей законченное множество динамических процессов, которые в теории и практике организационного управления называют бизнес-процессами. Бизнес-процесс – совокупность различных видов деятельности, содержащих на входе определенные ресурсы (трудовые, материальные, финансовые, временные и пр.), на выходе – продукты и услуги (материальные и нематериальные) (см. рисунок). Процесс сам по себе является преобразованием, добавляющим стоимость [1].



Представление бизнес-процесса, принятое в стандарте ISO 9000

Предприятие как открытая система строит свое функционирование в существенной связи с внешней средой. Поэтому часть параметров его бизнес-процессов, например, таких, как объем реализации продукции, ставки налогов, тарифы на энергоносители, рыночные цены, курсы валют, формируются во внешней среде и могут быть интерпретированы как проявление возмущающих факторов. Под возмущающими факторами понимают силы, не учитываемые при описании бизнес-процессов и, в конечном итоге, влияющие на производство и выпуск продукции. Известно, что влияние этих факторов на поведение рассматриваемой системы для различных бизнес-процессов не однозначно: на одни они оказывают значительное влияние, на другие – незначительное в силу того, что возмущенное состояние мало отличается от невозмущенного. Они могут действовать мгновенно, что сводится к малому изменению начального состояния системы, и непрерывно, т.е. составленные уравнения бизнес-процесса отличаются от истинных на некоторые малые поправочные члены, не учтенные в уравнениях. Так как возмущающие факторы неизбежны, а наличие среди параметров бизнес-процессов динамических величин делает функционирование предприятия менее управляемым и предсказуемым и вероятность достижения поставленной цели невелика, то задача моделирования устойчивого функционирования процессов приобретает очень важное теоретическое и практическое значение.

Анализ и исследование публикаций по теме статьи. Исследование устойчивости через параметры бизнес-процессов производственно-сбытовых систем с массовым выпуском продукции проведено в работах [2, 3]. При этом для построения модели производственного процесса вводили понятие базового продукта (БП) – элемента большой системы, на который идет перенос стоимости при его движении вдоль технологический цепочки.

Так как все ресурсы, поступающие на вход бизнес-процесса, в принципе выражаются через затраты, то производственный процесс будет характеризоваться моментами функции распределения БП по скоростям изменения затрат $\chi(t,S,\mu)$ в фазовом пространстве (S,μ). Здесь S – сумма общих затрат, потраченных предприятием на изготовление БП в текущий момент времени; μ - скорость изменения затрат. Аналогичные подходы к описанию систем были предложены в работах [2, 4].

Запишем производственный процесс в виде полной производной функции распределения БП по скоростям изменения затрат [2]:

$$\frac{d\chi(t,S,\mu)}{dt} = \frac{\partial\chi}{\partial t} + \frac{\partial\chi}{\partial S}\mu + \frac{\partial\chi}{\partial\mu} f(t,S) = \lambda_{об}\{\psi[\tilde{\mu}\to\mu][\chi]_1 - \mu\chi\}, \tag{1}$$

где $f(t,S) = \dfrac{d\mu}{dt}$ - функция, определяющая скорость изменения затрат на БП при его движении вдоль технологической цепочки производственного процесса; $\lambda_{об}$ - плотность оборудования вдоль технологической цепочки производственного процесса; $\tilde{\mu} = \mu + \Delta\mu$ - скорость изменения затрат БП после воздействия на него технологического оборудования; $\Delta\mu$ - прибавка в затратах, вызванная воздействием на БП технологического оборудования; $\psi[\tilde{\mu}\to\mu]$ - функция, описывающая процесс воздействия технологического оборудования на БП и определяющаяся параметрами технологического оборудования; $[\chi]_1 = \int_0^\infty d\mu\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)$ - темп движения БП вдоль технологической цепочки (первый момент функции распределения).

Отметим, что правая часть уравнения (1) определяет закономерности работы технологического оборудования при реализации производственного процесса.

Пусть

$$\frac{1}{K_v} = \frac{\xi}{[\frac{1}{\lambda_{об}}]},$$

где $\frac{1}{\lambda_{об}}$ характеризует увеличение стоимости БП на единице оборудования вдоль всей цепочки технологических операций; ξ - шаг по переменной S, определяющий ее единицу измерения.

Рассмотрим случай установившегося режима работы предприятия с высокой плотностью технологического оборудования, т.е. $K_V << 1$. Умножив уравнение (1) соответственно на 1, μ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим в нулевом приближении по малому параметру $K_V << 1$ замкнутую систему уравнений для описания производственного процесса [2]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \dfrac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0; \\ \dfrac{\partial[\chi]_1}{\partial t} + \dfrac{\partial[\chi]_2}{\partial S} = f(t,S)[\chi]_0. \end{cases} \tag{2}$$

При выполнении следующих условий:

$$\int_0^\infty \psi[\mu \to \tilde{\mu}]d\tilde{\mu} = 1,\ J = \sum_{m=0}^{\infty}(Kv)^m J_m;\ \lambda_{об}\{\psi[\tilde{\mu} \to \mu][\chi]_1 - \mu\chi\} = 0; \tag{3}$$

$$\int_0^\infty \mu\psi[\mu \to \tilde{\mu}]d\tilde{\mu} = \mu_\psi = \frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0},\ \int_0^\infty \mu\psi[\mu \to \tilde{\mu}]d\tilde{\mu} = \int_0^\infty \mu\frac{\mu\chi}{[\chi]_1}d\tilde{\mu} = \frac{[\chi]_2}{[\chi]_1}, \tag{4}$$

где $J = \lambda_{об}\{\psi[\tilde{\mu} \to \mu][\chi]_1 - \mu\chi\}$, $[\chi]_0 = \int_0^\infty d\mu\chi(t,S,\mu)$ - заделы БП (нулевой момент функции распределения); $[\chi]_2 = \int_0^\infty \mu^2\chi d\mu$ - второй момент функции распределения БП; $[\chi]_{1\psi}$ - темп работы оборудования, определяемый его паспортными данными.

Системе уравнений (2) для описания производственного процесса соответствует решение

$$[\chi]_0^* = [\chi]_0^*(t,S);\ [\chi]_1^* = [\chi]_1^*(t,S), \tag{5}$$

с начальными $\quad [\chi]_0^{нач} = [\chi]_0(0,S);\ [\chi]_1^{нач} = [\chi]_1(0,S) \quad (6)$

и граничными $\quad [\chi]_0^{гран} = [\chi]_0(t,0);\ [\chi]_1^{гран} = [\chi]_1(t,S_d) \quad (7)$

условиями, где S_d - полная средняя себестоимость изготовления БП на характерном участке производственной линии.

Решение (5) системы уравнений называется планом производственного процесса и является необходимым условием устойчивости. Этот план определяет баланс между движением БП вдоль технологической цепочки и требуемым выходом продукции с производства.

Цель статьи – исследование модели устойчивого функционирования производственного процесса системы в случае воздействия на нее малых возмущений.

Основной материал. Пусть параметры производственного процесса – такт и заделы - имеют случайные малые возмущения $[y]_0$, $[y]_1$ относительно своего невозмущенного положения $[\chi]_0^*$, $[\chi]_1^*$, определяемого условиями (5).

Разложим эти параметры в окрестности невозмущенного положения

$$[\chi]_0 = [\chi]_0^* + [y]_0; \; [\chi]_1 = [\chi]_1^* + [y]_1. \tag{8}$$

Линеаризуем систему уравнений по малым возмущениям в окрестности невозмущенного состояния параметров системы, разложив функцию $f(t,S)\cdot[\chi]_0$ в окрестности $[\chi]_0^*$, $[\chi]_1^*$:

$$f(t,S)[\chi]_0 = f^*(t,S)[\chi]_0^* + b_1[y]_0 + b_2[y]_1 + \Delta(0^2), \tag{9}$$

где $\Delta(0^2)$ - члены более высокого порядка малости относительно возмущений параметров производственной системы.

Представим систему уравнений (2) в виде

$$\frac{\partial[\chi]_0^*}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1^*}{\partial S} = 0; \tag{10}$$

$$\frac{\partial[\chi]_1^*}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1^*}{\partial S}\frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0^*} + \frac{[\chi]_1^*}{[\chi]_0^*}\frac{\partial[\chi]_{1\psi}}{\partial S} - \frac{[\chi]_1^*[\chi]_{1\psi}^*}{\left([\chi]_0^*\right)^2}\frac{\partial[\chi]_0^*}{\partial S} = f^*(t,S)[\chi]_0^*.$$

Учитывая выражения (10), систему уравнений состояния производственной системы, линеаризованную относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ параметров $[\chi]_0^*$ и $[\chi]_1^*$, запишем так:

$$\frac{\partial[y]_0}{\partial t} + \frac{\partial[y]_1}{\partial S} = 0; \tag{11}$$

$$\frac{\partial[y]_1}{\partial t} + \frac{\partial[y]_1}{\partial S}\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)} + [y]_1\mathrm{B}_{([y]_1)} + \frac{\partial[y]_0}{\partial S}\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\right)} + [y]_0\mathrm{B}_{([y]_0)} = 0,$$

где $\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)} = \frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0^*}$, $\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\right)} = -\frac{[\chi]_1^*[\chi]_{1\psi}^*}{\left([\chi]_0^*\right)^2}$, $\mathrm{B}_{([y]_1)} = \frac{1}{[\chi]_0^*}\frac{\partial[\chi]_{1\psi}}{\partial S} - \frac{[\chi]_{1\psi}^*}{\left([\chi]_0^*\right)^2}\frac{\partial[\chi]_0^*}{\partial S} - b_2$,

$$\mathrm{B}_{([y]_0)} = -\frac{\partial[\chi]_1^*}{\partial S}\frac{[\chi]_{1\psi}}{\left([\chi]_0^*\right)^2} - \frac{[\chi]_1^*}{\left([\chi]_0^*\right)^2}\frac{\partial[\chi[_{1\psi}}{\partial S} + 2\frac{[\chi]_1^*[\chi]_{1\psi}{}^*}{\left([\chi]_0^*\right)^3}\frac{\partial[\chi]_1^*}{\partial S} - b_1. \tag{12}$$

Период существования возмущения $T_{возм}$ производственных показателей на практике обычно составляет от нескольких дней до нескольких недель (обычно не больше пары недель), в то время, как период изменения коэффициентов $\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}$, $\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\right)}$, $\mathrm{B}_{([y]_1)}$, $\mathrm{B}_{([y]_0)}$ определяется стратегическим управлением предприятия и составляет от нескольких месяцев до нескольких лет. Последнее позволяет считать, что введенные коэффициенты не зависят явно от времени за период существования возмущения $T_{возм}$, так как изменения во времени $\Delta\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}$, $\Delta\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\right)}$, $\Delta\mathrm{B}_{([y]_1)}$, $\Delta\mathrm{B}_{([y]_0)}$ величины коэффициентов $\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}$,

$\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}$, $\mathrm{B}_{([y]_1)}$, $\mathrm{B}_{([y]_0)}$ за период существования возмущения $T_{возм}$ производственных показателей, обнаруженных диспетчерской службой предприятия, намного меньше значений самих коэффициентов:

$$\frac{\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}}{T_{возм}} >> \frac{\partial \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}}{\partial t}, \quad \frac{\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}}{T_{возм}} >> \frac{\partial \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}}{\partial t},$$

$$\frac{\mathrm{B}_{([y]_1)}}{T_{возм}} >> \frac{\partial \mathrm{B}_{([y]_1)}}{\partial t}, \quad \frac{\mathrm{B}_{([y]_0)}}{T_{возм}} >> \frac{\partial \mathrm{B}_{([y]_0)}}{\partial t}.$$

Таким образом, будем считать, что коэффициенты в уравнениях в частных производных, зависят только от S. Разложим малые возмущения $[y]_0$, $[y]_1$ параметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ в ряд Фурье:

$$[y]_0 \approx \{y_0\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty}\{y_0\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty}[y_0]_j \cdot \cos[k_j \cdot S];$$

$$[y]_1 \approx \{y_1\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty}\{y_1\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty}[y_1]_j \cdot \cos[k_j \cdot S], \tag{13}$$

где $k_j = \frac{2\pi j}{S_d}$, $\{y_0\}_0$, $\{y_0\}_j$, $[y_0]_j$, $\{y_1\}_0$, $\{y_1\}_j$, $[y_1]_j$ - коэффициенты разложения в ряд Фурье малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$.

Подставив вместо $[y]_0$, $[y]_1$ их разложение в ряд Фурье (13), получим новый вид уравнений (11):

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt} + \sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{d\{y_0\}_j}{dt} - [y_1]_j k_j\right)\sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{d[y_0]_j}{dt} + \{y_1\}_j k_j\right)\cos[k_j \cdot S] = 0; \tag{14}$$

$$\left(\frac{d\{y_1\}_0}{dt} + \mathrm{B}_{([y]_1)}\{y_1\}_0 + \mathrm{B}_{([y]_0)}\{y_0\}_0\right) + \sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{d\{y_1\}_j}{dt} - \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}[y_1]_j k_j + \mathrm{B}_{([y]_1)}\{y_1\}_j -\right.$$

$$\left. - \sum_{j=1}^{\infty}\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}[y_0]_j k_j + \mathrm{B}_{([y]_0)}\{y_0\}_j\right)\sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{d[y_1]_j}{dt} + \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}\{y_1\}_j k_j +\right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{\infty}\mathrm{B}_{([y]_1)}[y_1]_j + \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}\{y_0\}_j k_j + \mathrm{B}_{([y]_0)}[y_0]_j\right)\cos[k_j \cdot S] = 0. \tag{15}$$

Равенство (15) должно равняться нулю при любых значениях S. Отсюда система уравнений для каждой из гармоники имеет вид:

- для $j = 0$

$$\begin{cases} \dfrac{d\{y_0\}_0}{dt} = 0; \\ \dfrac{d\{y_1\}_0}{dt} + \mathrm{B}_{([y]_1)}\{y_1\}_0 + \mathrm{B}_{([y]_0)}\{y_0\}_0 = 0; \end{cases} \tag{16}$$

- для $j > 0$

$$\begin{cases} \dfrac{d\{y_0\}_j}{dt} - [y_1]_j k_j = 0; \\ \dfrac{d[y_0]_j}{dt} + \{y_1\}_j k_j = 0; \\ \dfrac{d\{y_1\}_j}{dt} - \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}[y_1]_j k_j + \mathrm{B}_{([y]_1)}\{y_1\}_j - \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}[y_0]_j k_j + \mathrm{B}_{([y]_0)}\{y_0\}_j = 0; \\ \dfrac{d[y_1]_j}{dt} + \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}\{y_1\}_j k_j + \mathrm{B}_{([y]_1)}[y_1]_j + \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}\{y_0\}_j k_j + \mathrm{B}_{([y]_0)}[y_0]_j = 0; \end{cases} \tag{17}$$

с соответствующими характеристическими уравнениями:

- для $j = 0$

$$\begin{vmatrix} (\vartheta) & 0 \\ (\mathrm{B}_{([y]_0)}) & (\mathrm{B}_{([y]_1)} + \vartheta) \end{vmatrix} = \vartheta(\mathrm{B}_{([y]_1)} + \vartheta) = 0 \implies \vartheta_{0_1} = 0; \vartheta_{0_2} = -\mathrm{B}_{([y]_1)}; \tag{18}$$

- для $j > 0$; $k_j = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot j}{S_d}$

$$\begin{vmatrix} (\vartheta) & 0 & 0 & (-k_j) \\ 0 & (\vartheta) & (k_j) & 0 \\ (\mathrm{B}_{([y]_0)}) & (-\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}k_j) & (\vartheta + \mathrm{B}_{([y]_1)}) & (-\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}k_j) \\ (\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}k_j) & (\mathrm{B}_{([y]_0)}) & (\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}k_j) & (\vartheta + \mathrm{B}_{([y]_1)}) \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{ \vartheta(\vartheta + \mathrm{B}_{([y]_1)}) + k_j(\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)}k_j) \right\}^2 + \left\{ \vartheta(\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}k_j) - k_j(\mathrm{B}_{([y]_0)}) \right\}^2 = 0. \tag{19}$$

Откуда получаем квадратные уравнения:

$$\vartheta^2 + \vartheta\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} \pm i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial S}\right)}k_j \right) + \left(k_j{}^2\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial S}\right)} \mp ik_j\mathrm{B}_{([y]_0)} \right) = 0, \tag{20}$$

которые дают значения корней характеристического уравнения

$$\vartheta_{j_{1,2}} = -\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} + i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial s}\right)} k_j\right)}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} + i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial s}\right)} k_j\right)^2}{4} - \left(k_j{}^2 \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial s}\right)} - k_j \mathrm{B}_{([y]_0)}\right)}, \tag{21}$$

$$\vartheta_{j_{3,4}} = -\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} - i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial s}\right)} k_j\right)}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} - i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_1}{\partial s}\right)} k_j\right)^2}{4} - \left(k_j{}^2 \mathrm{B}_{\left(\frac{\partial [y]_0}{\partial s}\right)} + ik_j \mathrm{B}_{([y]_0)}\right)}.$$

Если корни уравнения (21) имеют отрицательную реальную часть ($j > 0$), то производственный процесс устойчив относительно *j*-й гармоники разложения в ряд Фурье возмущения параметров описания производственных процессов.

Исследуем систему уравнений состояния производственной системы (16), линеаризованную относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ для случая $j = 0$:

$$\begin{cases} \dfrac{d\{y_0\}_0}{dt} = 0; \\ \dfrac{d\{y_1\}_0}{dt} + \mathrm{B}_{([y]_1)}\{y_1\}_0 + \mathrm{B}_{([y]_0)}\{y_0\}_0 = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0} = const; \\ \dfrac{d\{y_1\}_0}{dt} = -\mathrm{B}_{([y]_1)}\{y_1\}_0 + A_{\{y_1\}_0}(c_{\{y_0\}_0}). \end{cases} \tag{22}$$

В систему уравнений (22) входит характеристическое уравнение (20) с одним нулевым корнем $\vartheta_{0_1} = 0$. Такие системы в теории устойчивости относятся к критическим случаям исследования устойчивости движения, а случай одного нулевого корня $\vartheta_{0_1} = 0$ - к особому случаю.

Система уравнений состояния производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ (22) для случая $j = 0$ имеет решение

$$\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0} = const, \tag{23}$$

$$\{y_1\}_0 = \delta_{\{y_1\}_0} + \{\widetilde{y}_1\}_0(c_{\{y_0\}_0}),\ \delta_{\{y_1\}_0} = e^{-\mathrm{B}_{([y]_1)} \cdot t},\ \{\widetilde{y}_1\}_0(c_{\{y_0\}_0}) = const.$$

Постоянную $\{\widetilde{y}_1\}_0(c_{\{y_0\}_0})$ определяют из равенства

$$-\mathrm{B}_{([y]_1)} \cdot \{\widetilde{y}_1\}_0(c_{\{y_0\}_0}) + A_{\{y_1\}_0}(c_{\{y_0\}_0}) = 0. \tag{24}$$

Тривиальное решение $\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0} = 0$, $\{y_1\}_0 = 0$ содержится в семействе решений рассмотренной системы уравнений и соответствует нулевому значению постоянной $c_{\{y_0\}_0} = 0$ (в этом случае система уравнений состояния производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ допускает интеграл - семейство инвариантных поверхностей, на каждой из которых имеется особая точка $\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0}$, $\{y_1\}_0 = \delta_{\{y_1\}_0} + \{\widetilde{y}_1\}_0(c_{\{y_0\}_0})$ [5]). Тривиальному решению соответствует исследуемое невозмущенное установившееся состояние рассматриваемой производственной системы (определяемое необходимыми условиями устойчивости системы (5)). Точно так же решению

$\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0} = const$, $\{y_1\}_0 = \delta_{\{y_1\}_0} + \{\tilde{y}_1\}_0(c_{\{y_0\}_0})$ соответствуют другие установившиеся состояния рассматриваемой системы.

Таким образом, в особом случае исследуемое невозмущенное состояние принадлежит к семейству установившихся состояний, которое определяется системой уравнений (22). При этом невозмущенное состояние *всегда устойчиво*. Устойчивость при этом не будет асимптотической. Однако всякое возмущенное состояние, достаточно близкое к невозмущенному, не стремясь при $t \to \infty$ к невозмущенному состоянию, стремится все же к одному из установившихся состояний указанного выше семейства. Другими словами, если воспользоваться переменными $\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0}$, $\delta_{\{y_1\}_0}$, то для всякого решения уравнений возмущенного состояния, для которого начальные значения $\{y_0\}_0\big|_0 = c_{\{y_0\}_0}$, $\delta_{\{y_1\}_0}\big|_0$ достаточно малы, справедливы равенства

$$\lim_{t\to\infty}\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0},\ \lim_{t\to\infty}\delta_{\{y_1\}_0} = 0,$$

где $c_{\{y_0\}_0}$ - некоторая определенная постоянная (зависящая от конкретно взятого возмущенного состояния).

Точно такими же свойствами, как и невозмущенное состояние, обладают все состояния семейства $\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0} = const$, $\{y_1\}_0 = \delta_{\{y_1\}_0} + \{\tilde{y}_1\}_0(c_{\{y_0\}_0})$, достаточно близкие к невозмущенному. Последнее является частным случаем более общей теоремы Ляпунова об особом случае. Таким образом, условия устойчивости производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ параметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ запишем в виде отрицательности реальной части корней характеристического уравнения:

- для $j = 0$:

$$\mathrm{Re}[-\mathrm{B}_{([y]_1)}] < 0; \tag{25}$$

для $j > 0$, $k_j = \dfrac{2\cdot\pi\cdot j}{S_d}$:

$$\mathrm{Re}\left[-\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} + i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}k_j\right)}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} + i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}k_j\right)^2}{4} - \left(k_j{}^2\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\right)} - ik_j\mathrm{B}_{([y]_0)}\right)}\right] < 0; \tag{26}$$

$$\mathrm{Re}\left[-\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} - i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}k_j\right)}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(\mathrm{B}_{([y]_1)} - i\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}k_j\right)^2}{4} - \left(k_j{}^2\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\right)} + ik_j\mathrm{B}_{([y]_0)}\right)}\right] < 0. \tag{27}$$

Отметим также, что при исследовании задачи устойчивости производственного процесса мы предполагали, что уравнения состояния производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ параметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ аналитичны в рассматриваемой области и исследуемое невозмущенное движение лежит в указанной области.

Заключение. Таким образом, в статье проведено исследование устойчивости производственной системы с массовым выпуском продукции. Для замкнутой системы уравнений состояния параметров производственного процесса получены уравнения возмущенного состояния системы. Рассмотрена система уравнений возмущенного состояния производственной системы для особого случая теории устойчивости (случай одного нулевого корня характеристического уравнения системы). Для уравнения возмущенного состояния – уравнения (11) - получены условия устойчивости функционирования производственной системы – уравнения (25) – (27). Такой подход позволяет через коэффициенты $\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\right)}$, $\mathrm{B}_{\left(\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\right)}$, $\mathrm{B}_{([y]_1)}$, $\mathrm{B}_{([y]_0)}$ определить связь между заделом, темпом БП и параметрами технологического оборудования, а значит, найти нужные характеристики оборудования и необходимые параметры технологического процесса, обеспечивающих стабильную работу производства.

Авторы выражают благодарность директору Института теоретической физики НАН Украины, чл.-корр. НАН Украины Н.Ф. Шульге за ценные советы при обсуждении результатов работы.

Список литературы

1. Кондратьев В.В., Краснова В.Б. Реструктуризация управления компанией: 17-модульная программа для менеджеров «Управление развитием организации». Модуль 6. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 240 с.

2. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок - Х.: ХГУ, 2003. - 272 с.

3. Мелешенко С.Ю., Пигнастая В.С. Исследование устойчивости машиностроительного предприятия с массовым выпуском продукции для оперативного управления производственным процессом // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т». – 2003. – Вып. 21. – С. 175 -184.

4. Демуцкий В.П. Устойчивость динамического хаоса при периодическом отображении. - Вестник ХНУ им. В.Н. Каразина. – 2000. - №490. - С. 87 – 89.

5. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. – М.: Гостехиздат, 1950. - 395 с.

УДК 658.012.122

Об устойчивости функционирования процессов массового производства / В.П. Демуцкий, О.М. Пигнастый, С.Ю. Мелешенко, Е.Н. Пищик // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Харьков: НАКУ „ХАИ", 2005. – Вып. 27. – С. 206-214.

Получены уравнения возмущенного состояния для замкнутой системы уравнений состояния параметров функционирования процессов массового производства. Записаны условия устойчивости функционирования производственной системы. Показана взаимосвязь темпа и задела базовых продуктов, что обеспечивает устойчивое функционирование производственного процесса. Рассмотрена система уравнений возмущенного состояния производственной системы для особого случая теории устойчивости (случай одного нулевого корня характеристического уравнения системы).

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

Отримано рівняння збуреного стану для замкнутої системи рівнянь стану параметрів функціонування процесів масового виробництва. Записано умови стійкості функціонування виробничої системи. Показано взаємозв'язок темпу і страхового запасу базових продуктів, що забезпечує стійке функціонування виробничого процесу. Розглянуто систему рівнянь збуреного стану виробничої системи для особливого випадку теорії стійкості (випадок одного нульового кореня характеристичного рівняння системи).

Іл. 1. Бібліогр.: 5 назв.