

АНАЛИЗ МАГНИТОВАРИАЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ОТКЛИКА

© 2009 г. М. Н. Бердичевский¹, В. А. Кузнецов², Н. А. Пальшин²

¹Московский государственный университет

²Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, г. Москва

E-mail: mark.berd@mtu-net.ru

Поступила в редакцию 30.06.2008 г.

Успехи магнитовариационного зондирования стимулируют дальнейшее развитие этого раздела глубинной геоэлектрики. Статья содержит обзор магнитовариационных функций отклика, выявляющий их основные свойства и предлагающий новые методы их анализа. Излагается теория эллипсов магнитного возмущения, имеющих повышенную разрешающую способность, и обсуждаются способы разложения магнитовариационных функций, позволяющие свести трехмерную магнитовариационную интерпретацию к двум или трем независимым двумерным инверсиям и устранить влияние двумерных региональных структур геоэлектрического фона.

Ключевые слова: тектоносфера, магнитовариационное зондирование, магнитовариационный тензор, индукционные стрелки, двумерная и трехмерная интерпретация, инверсия.

PACS: 91.25.Qi

ВВЕДЕНИЕ

Магнитовариационное зондирование занимает особое место среди методов, использующих магнитотеллурическое поле, так как с понижением частоты оно освобождается от искажающего влияния приповерхностных неоднородностей и доставляет реальную информацию о глубинных геоэлектрических структурах (в отличие от магнитотеллурического зондирования с его статическим сдвигом кажущихся сопротивлений, искажающим информацию о глубинных структурах). В современной геофизической литературе мы находим сообщения об успешных магнитовариационных исследованиях, выполненных в Померании и Фенноскандии [Varentsov, 2007; Varentsov et al., 2005; Paiunpaa et al., 2002], в Андах [Soyer and Brasse, 2001], в Каскадной субдукционной зоне [Vanyan et al., 2002], в горах Тянь-Шаня [Sokolova et al., 2007]. Эти работы стимулируют дальнейшее развитие магнитовариационного метода. Настоящая статья отвечает на этот вызов времени. Она посвящена новым способам анализа магнитовариационных функций отклика.

МАГНИТОВАРИАЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ОТКЛИКА

Магнитовариационные функции отклика выводятся из модели горизонтально-неоднородной слоистой Земли, возбуждаемой плоской электромагнитной волной, вертикально падающей на плоскую земную поверхность [Parkinson, 1959; Wiese, 1962; Бердичевский, 1968; Schmucker, 1970; Berdichevsky and Dmitriev, 2002; Varentsov, 2007; Berdichevsky and

Dmitriev, 2008]. Используется правая Декартова система координат с горизонтальными осями x , y и осью z , направленной вниз. Магнитное поле $\mathbf{H}$ рассматривается как сумма нормального горизонтально поляризованного поля $\mathbf{H}^N$, наблюдаемого в отсутствие горизонтальной геоэлектрической неоднородности, и аномального поля $\mathbf{H}^A$, возникающего под действием горизонтальной геоэлектрической неоднородности:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^N + \mathbf{H}^A, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^N = \begin{bmatrix} H_x^N \\ H_y^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^A = \begin{bmatrix} H_x^A \\ H_y^A \\ H_z^A \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Аномальное магнитное поле определяется как свертка магнитного тензора Грина с избыточным током, распространяющимся в горизонтально-неоднородной Земле.

В магнитовариационном зондировании применяются следующие функции отклика.

Типпер Визе-Паркинсона [W]. Эта функция отклика восходит к определениям Паркинсона [Parkinson, 1959] и Визе [Wiese, 1962]. Матрица Визе-Паркинсона $[\mathbf{W}]$ размера 1×2 преобразует горизонтальное магнитное поле $\mathbf{H}_t(\mathbf{r})$, наблюдаемое на полевой станции $O(\mathbf{r})$, в вертикальную компоненту $H_z(\mathbf{r}) = H_z^A(\mathbf{r})$ аномального магнитного поля $\mathbf{H}^A(\mathbf{r})$, наблюдаемого на той же станции:

$$H_z(\mathbf{r}) = [\mathbf{W}]\mathbf{H}_t(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где

$$[\mathbf{W}] = [\mathbf{W}(\mathbf{r})] = [W_{zx}(\mathbf{r})W_{zy}(\mathbf{r})],$$

$$\mathbf{H}_\tau(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} H_x(\mathbf{r}) \\ H_y(\mathbf{r}) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Норма матрицы Визе-Паркинсона

$$\|\mathbf{W}\| = \sqrt{|W_{zx}|^2 + |W_{zy}|^2} \quad (5)$$

инвариантна по отношению к вращению системы $xу$ вокруг оси z . Она минимальна над серединой зоны пониженного или повышенного сопротивления и достигает максимума над краями этой зоны.

Матрица $[\mathbf{W}]$ обычно изображается в виде комплексного вектора $\mathbf{W}$, разложенного по ортам $\mathbf{1}_x, \mathbf{1}_y$:

$$\mathbf{W} = W_{zx}\mathbf{1}_x + W_{zy}\mathbf{1}_y. \quad (6)$$

Вещественная $\text{Re } \mathbf{W} = \text{Re}W_{zx}\mathbf{1}_x + \text{Re}W_{zy}\mathbf{1}_y$ и мнимая $\text{Im}\mathbf{W} = \text{Im}W_{zx}\mathbf{1}_x + \text{Im}W_{zy}\mathbf{1}_y$ части вектора $\mathbf{W}$ носят название **индукционных стрелок Визе-Паркинсона**. Вещественные индукционные стрелки имеют примечательное свойство: в соглашении Визе они направлены от зоны пониженных сопротивлений к зоне повышенных сопротивлений.

Горизонтальный магнитный тензор $[\mathbf{M}]$. Эта магнитовариационная функция отклика была предложена Бердичевским в качестве магнитного аналога тензора Долля, используемого в методе теллурических токов [Бердичевский, 1968]. Тензор $[\mathbf{M}]$ с матрицей размера 2×2 преобразует нормальное магнитное поле $\mathbf{H}_\tau^N$, наблюдаемое на удаленной базисной (опорной) станции $B(\mathbf{r}_B)$, в горизонтальное магнитное поле $\mathbf{H}_\tau$, наблюдаемое на полевой станции $O(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{H}_\tau(\mathbf{r}) = [\mathbf{M}]\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B), \quad (7)$$

где

$$\mathbf{H}_\tau(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} H_x(\mathbf{r}) \\ H_y(\mathbf{r}) \end{bmatrix},$$

$$[\mathbf{M}] = [\mathbf{M}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B)] = \begin{bmatrix} M_{xx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & M_{xy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \\ M_{yx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & M_{yy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B) = \begin{bmatrix} H_x^N(\mathbf{r}_B) \\ H_y^N(\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}.$$

Норма матрицы $[\mathbf{M}]$ определяется как

$$\|\mathbf{M}\| = \sqrt{|M_{xx}|^2 + |M_{xy}|^2 + |M_{yx}|^2 + |M_{yy}|^2}. \quad (9)$$

Норма $\|\mathbf{M}\|$ инвариантна по отношению к вращению системы $xу$ вокруг оси z . В случае горизонтально-однородной Земли имеем $\|\mathbf{M}\| = \sqrt{2}$. Зоны с $\|\mathbf{M}\| > \sqrt{2}$ отвечают структурам пониженного сопротивления, зоны с $\|\mathbf{M}\| < \sqrt{2}$ отвечают структурам повышенного сопротивления.

Тензор магнитного возмущения $[\mathbf{S}]$. Этот тензор был введен Шмукером в монографии, посвященной анализу геомагнитных вариаций [Schmucker, 1970]. Его часто называют **тензором Шмукера**. Тензор Шмукера с матрицей размера 3×2 преобразует нормальное магнитное поле $\mathbf{H}_\tau^N$, наблюдаемое на удаленной базисной (опорной) станции $B(\mathbf{r}_B)$, в аномальное магнитное поле $\mathbf{H}^A$, наблюдаемое на полевой станции $O(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{H}^A(\mathbf{r}) = [\mathbf{S}]\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B), \quad (10)$$

где

$$\mathbf{H}^A(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} H_x^A(\mathbf{r}) \\ H_y^A(\mathbf{r}) \\ H_z^A(\mathbf{r}) \end{bmatrix},$$

$$[\mathbf{S}] = [\mathbf{S}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B)] = \begin{bmatrix} S_{xx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & S_{xy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \\ S_{yx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & S_{yy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \\ S_{zx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & S_{zy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B) = \begin{bmatrix} H_x^N(\mathbf{r}_B) \\ H_y^N(\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}.$$

Матрицу тензора Шмукера можно разделить на две матрицы: матрицу размера 2×2 , которая образует **горизонтальный тензор Шмукера $[\mathbf{S}_\tau]$** , и матрицу размера 1×2 , которая образует **типпер Шмукера $[\mathbf{S}_z]$** .

Горизонтальный тензор Шмукера $[\mathbf{S}_\tau]$ преобразует нормальное магнитное поле $\mathbf{H}_\tau^N$, наблюдаемое на базисной (опорной) станции $B(\mathbf{r}_B)$, в аномальное магнитное поле $\mathbf{H}_\tau^A$, наблюдаемое на полевой станции $O(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{H}_\tau^A(\mathbf{r}) = [\mathbf{S}_\tau]\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B), \quad (12)$$

где

$$\mathbf{H}_\tau^A(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} H_x^A(\mathbf{r}) \\ H_y^A(\mathbf{r}) \end{bmatrix},$$

$$[\mathbf{S}_\tau] = [\mathbf{S}_\tau(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B)] = \begin{bmatrix} S_{xx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & S_{xy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \\ S_{yx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & S_{yy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B) = \begin{bmatrix} H_x^N(\mathbf{r}_B) \\ H_y^N(\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}.$$

Шмукер определяет тензор $[\mathbf{S}_\tau]$ двумя **горизонтальными векторами магнитного возмущения**

$$\mathbf{p} = S_{xx}\mathbf{1}_x + S_{yx}\mathbf{1}_y, \quad \mathbf{q} = S_{xy}\mathbf{1}_x + S_{yy}\mathbf{1}_y, \quad (14)$$

которые являются образами единичных нормальных полей $\mathbf{H}^{N(x)} = \mathbf{1}_x$ и $\mathbf{H}^{N(y)} = \mathbf{1}_y$, линейно поляризованных по осям x и y соответственно. Вещественные и мнимые векторы

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \mathbf{p} &= \operatorname{Re} S_{xx}\mathbf{1}_x + \operatorname{Re} S_{yx}\mathbf{1}_y \\ \operatorname{Re} \mathbf{q} &= \operatorname{Re} S_{xy}\mathbf{1}_x + \operatorname{Re} S_{yy}\mathbf{1}_y \\ \operatorname{Im} \mathbf{p} &= \operatorname{Im} S_{xx}\mathbf{1}_x + \operatorname{Im} S_{yx}\mathbf{1}_y \\ \operatorname{Im} \mathbf{q} &= \operatorname{Im} S_{xy}\mathbf{1}_x + \operatorname{Im} S_{yy}\mathbf{1}_y \end{aligned} \quad (15)$$

образуют **стрелки магнитного возмущения**. Будучи повернуты на $\pi/2$, эти стрелки дают наглядную качественную картину растекания активных и реактивных аномальных (избыточных) токов.

Инвариантная норма горизонтального тензора Шмукера находится как

$$\|\mathbf{S}_\tau\| = \sqrt{|S_{xx}|^2 + |S_{xy}|^2 + |S_{yx}|^2 + |S_{yy}|^2}. \quad (16)$$

Типпер Шмукера $[\mathbf{S}_z]$ преобразует нормальное магнитное поле $\mathbf{H}_\tau^N$, наблюдаемое на удаленной базисной (опорной) станции $B(\mathbf{r}_B)$, в вертикальную компоненту $H_z(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_z^A(\mathbf{r})$ аномального магнитного поля $\mathbf{H}^A$, наблюдаемого на полевой станции $O(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{H}_z(\mathbf{r}) = [\mathbf{S}_z]\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B), \quad (17)$$

где

$$[\mathbf{S}_z] = [\mathbf{S}_z(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B)] = \begin{bmatrix} S_{zx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & S_{zy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \\ S_{yz}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) & S_{yy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{H}_\tau^N(\mathbf{r}_B) = \begin{bmatrix} H_x^N(\mathbf{r}_B) \\ H_y^N(\mathbf{r}_B) \end{bmatrix}.$$

Инвариантная норма типпера Шмукера определяется как

$$\|\mathbf{S}_z\| = \sqrt{|S_{zx}|^2 + |S_{zy}|^2}. \quad (19)$$

По аналогии с (6) матрица $[\mathbf{S}_z]$ изображается в виде комплексного вектора

$$\mathbf{S}_z = S_{zx}\mathbf{1}_x + S_{zy}\mathbf{1}_y. \quad (20)$$

Вещественная $\operatorname{Re} \mathbf{S}_z = \operatorname{Re} S_{zx}\mathbf{1}_x + \operatorname{Re} S_{zy}\mathbf{1}_y$ и мнимая $\operatorname{Im} \mathbf{S}_z = \operatorname{Im} S_{zx}\mathbf{1}_x + \operatorname{Im} S_{zy}\mathbf{1}_y$, части вектора $\mathbf{S}_z$ образуют **индукционные стрелки Шмукера**. В соглашении Визе вещественные индукционные стрелки Шмукера направлены от зоны пониженных сопротивлений к зоне повышенных сопротивлений.

Между тензорами $[\mathbf{S}_\tau]$, $[\mathbf{M}]$ и между типперами $[\mathbf{S}_z]$, $[\mathbf{W}]$ существуют следующие простые соотношения:

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}] &= [\mathbf{S}_\tau] + [\mathbf{I}] \\ [\mathbf{W}] &= [\mathbf{S}_z][\mathbf{M}]^{-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$[\mathbf{I}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

В двумерной модели с простираем по оси x имеем:

$$\begin{aligned} [\mathbf{W}] &= \begin{bmatrix} 0 & W_{zy} \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & M_{yy} \end{bmatrix}, \\ [\mathbf{S}_z] &= \begin{bmatrix} 0 & S_{zy} \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{S}_\tau] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S_{yy} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь вещественные и мнимые индукционные стрелки направлены перпендикулярно к простираем модели.

ЭЛЛИПСЫ МАГНИТНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Определяемые согласно (14) и (15) векторы (стрелки) магнитного возмущения $\operatorname{Re} \mathbf{p}$, $\operatorname{Im} \mathbf{p}$ и $\operatorname{Re} \mathbf{q}$, $\operatorname{Im} \mathbf{q}$ характеризуют аномалии горизонтальных компонент аномального магнитного поля, отвечающего единичному нормальному полю, линейно поляризованному по оси x и y . Очевидно, что величина и ориентация векторов возмущения зависят от произвольного выбора системы отсчета. Эту неопределенность можно легко устранить путем реконструкции векторов магнитного возмущения и их включения в **эллипсы магнитного возмущения**, являющиеся аналогом теллурических эллипсов Долля [Бердичевский, 1968; Fujiwara, Toh, 1996]. Эллипсы магнитного возмущения инвариантны относительно вращения системы x, y .

Покажем, как строятся эллипсы магнитного возмущения. Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} H_x^N &= X, \quad H_y^N = Y, \quad H_x^A = U, \quad H_y^A = V, \\ a &= \operatorname{Re} S_{xx}, \quad b = \operatorname{Re} S_{xy}, \\ c &= \operatorname{Re} S_{yx}, \quad d = \operatorname{Re} S_{yy}, \end{aligned} \quad (23)$$

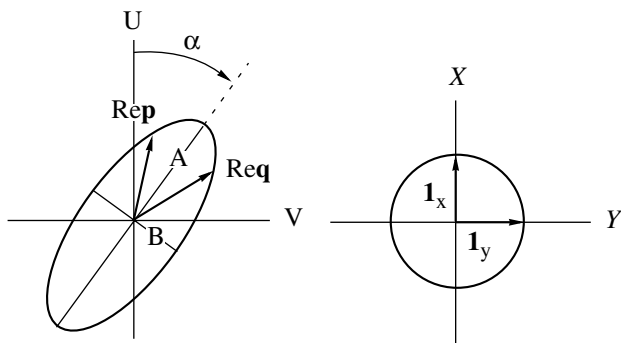


Рис. 1. Векторы магнитного возмущения Rep и Impr являются сопряженными радиусами эллипса магнитного возмущения.

где компоненты X, Y нормального поля в базисной точке и компоненты U, V аномального поля в точке наблюдения являются вещественными величинами. В этих обозначениях вещественная часть горизонтального тензора Шмукера преобразует плоскость XY в плоскость UV :

$$\begin{aligned} U &= aX + bY, \\ V &= cX + dY. \end{aligned} \quad (24)$$

Следовательно, единичная окружность $X^2 + Y^2 = 1$, лежащая на плоскости XY , преобразуется в вещественный эллипс магнитного возмущения

$$(c^2 + d^2)U^2 - 2(bd + ac)UV + (a^2 + b^2)V^2 = (ad - bc)^2, \quad (25)$$

лежащий на плоскости UV . Пример такого преобразования показан на рис. 1. Здесь векторы вещественного магнитного возмущения Rep и Reiq являются сопряженными радиусами эллипса, будучи трансформантами сопряженных радиусов $\mathbf{1}_x$ и $\mathbf{1}_y$ единичной окружности. Мы видим, что эллипс возмущения, определяющий зависимость горизонтальных аномалий магнитного поля от направления, значительно лучше отражает “магнитную анизотропию”, чем векторы возмущения. Большая и малая оси эллипса дают представление о максимальной и минимальной интенсивности горизонтальных аномалий магнитного поля. Более того, большая ось эллипса, будучи повернута на 90° , характеризует направление и интенсивность максимального аномального тока.

Каноническое уравнение вещественного эллипса магнитного возмущения имеет вид:

$$\frac{(U')^2}{A^2} + \frac{(V')^2}{B^2} = 1, \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{2} + \sqrt{\frac{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2}{4} - (ad - bc)^2}}, \\ B &= \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{2} - \sqrt{\frac{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2}{4} - (ad - bc)^2}}, \end{aligned} \quad (27)$$

суть большая и малая полуоси эллипса. Наклон большой оси эллипса определяется как

$$\text{tg } \alpha = \frac{c^2 + d^2 - a^2 - b^2 - 2(ac + bd) + \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2 - 4(ad - bc)^2}}{c^2 + d^2 - a^2 - b^2 + 2(ac + bd) - \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2 - 4(ad - bc)^2}}. \quad (28)$$

В двумерной модели с простиранием по оси x имеем $a = b = c = 0$, откуда $A = d = \text{Re}S_{yy}$, $B = 0$ и $\alpha = \pi/2$. Здесь вещественный эллипс магнитного возмущения вырождается в отрезок прямой линии, ориентированный по оси y , т.е. нормально к простиранию модели.

Аналогично строится мнимый эллипс магнитного возмущения, связанный с векторами Impr и Imq . Для этого в (27) и (28) достаточно подставить

$$a = \text{Im}S_{xx}, \quad b = \text{Im}S_{xy}, \quad c = \text{Im}S_{yx}, \quad d = \text{Im}S_{yy}, \quad (29)$$

В качестве примера рассмотрим эллипсы магнитного возмущения, полученные в модели трехмерного грабена, длина которого в 3 раза больше его шири-

ны. Эта модель показана на рис. 2. Здесь интегральная проводимость осадков меняется от 5 См вне грабена до 100 См в грабене. На рис. 3 приведены карты больших и малых осей вещественных и мнимых эллипсов над IV квадрантом грабена и в его окрестности. Отметим две примечательные особенности этих карт: 1) большие оси эллипсов возмущения “обтекают” боковые торцы грабена, 2) в центральной части грабена они направлены перпендикулярно к простиранию грабена. Физический смысл этих особенностей проявляются карты, на которых большие оси эллипсов возмущения повернуты на 90° , характеризую направление и интенсивность максимального аномального тока (рис. 4). Здесь отчетли-

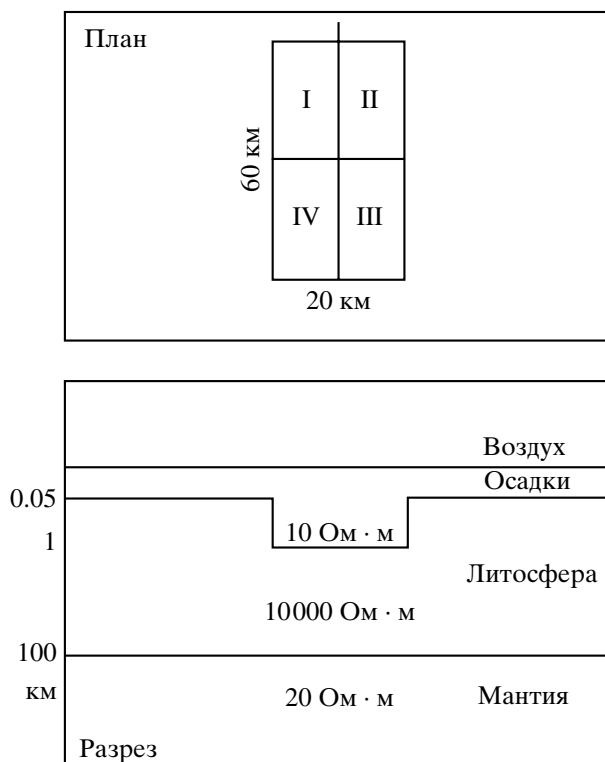
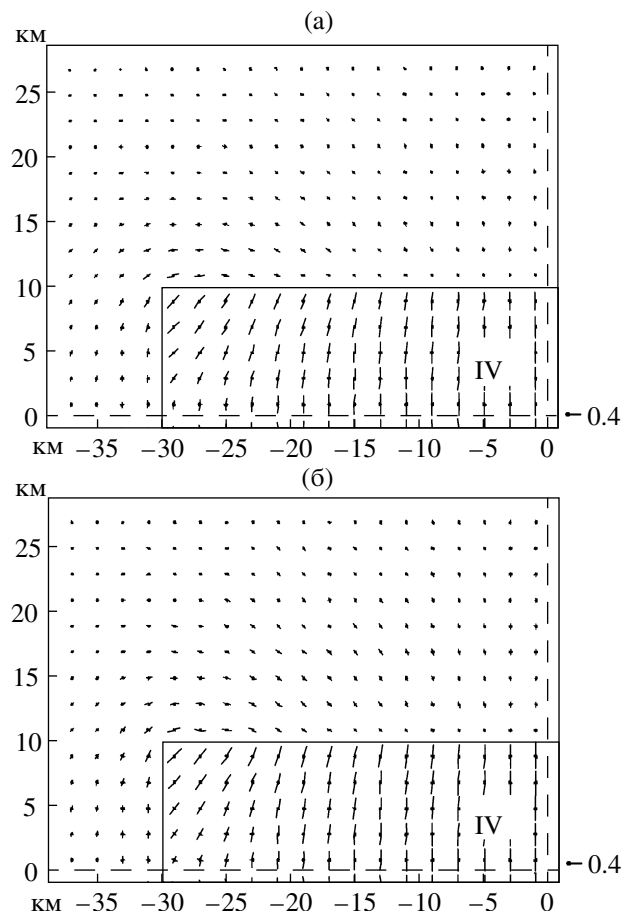


Рис. 2. Модель трехмерного грабена.

во виден эффект каналирования токов: активные и реактивные аномальные токи втекают в грабен и концентрируются вдоль его простираия.

СВОЙСТВА ДВУМЕРНЫХ МАГНИТОВАРИАЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ОТКЛИКА

На рис. 5 представлены слоистые геоэлектрические модели тектоносферы, охватывающие трехслойный осадочный покров ($\rho'_1, h'_1; \rho''_1, h''_1; \rho'''_1, h'''_1$), двуслойную земную кору ($\rho'_2, h'_2; \rho''_2, h''_2$) и двуслойную мантию ($\rho'_3, h'_3; \rho''_3, h''_3$). Эти модели содержат бесконечно протяженные двумерные структуры в виде призм P_1, P_2 и P_3 различного простираия. Углы простираия α', α'' и α''' отсчитываются по часовой стрелке от оси x . Призма P_1 ширины w' и сопротивления ρ' включена в высокоомную мантию (слой ρ'_3). Она имитирует низкоомный астенолит. Призма P_2 ширины w'' и сопротивления ρ'' включена в высокоомную консолидированную земную кору (слой ρ'_2). Она имитирует низкоомную зону графитизации. Призма P_3 ширины w''' и сопротивления ρ''' включена в низкоомный осадочный покров (слой ρ'_1). Она имитирует высокоомный горст. Таким об-

Рис. 3. Карты больших и малых осей эллипсов магнитного возмущения над IV квадрантом грабена и его окрестностью, $T = 10$ с; (а) – вещественный эллипс; (б) – мнимый эллипс.

разом, имеем двумерные модели $\{P_1\}, \{P_2\}, \{P_3\}$ и их трехмерные суперпозиции $\{P_1P_2\}, \{P_1P_2P_3\}$.

На рис. 6 изображены псевдорельефы норм типов и горизонтальных магнитных тензоров $\|\mathbf{W}\|, \|\mathbf{S}_z\|$ и $\|\mathbf{M}\|, \|\mathbf{S}_t\|$, вычисленных в модели $\{P_1P_2P_3\}$ по формулам (5), (19) и (9), (16). Эта трехмерная многоярусная модель демонстрирует ряд важных свойств магнитовариационных функций отклика.

Рассматривая псевдорельефы норм $\|\mathbf{W}\|, \|\mathbf{S}_z\|$ и $\|\mathbf{M}\|, \|\mathbf{S}_t\|$, мы выделяем периоды $T = 0.1$ с, 20 с, 100 с и 10000 с, на которых доминируют отдельные структуры. Так, при $T = 0.1$ с псевдорельефы $\|\mathbf{W}\|, \|\mathbf{S}_z\|$ и $\|\mathbf{M}\|, \|\mathbf{S}_t\|$ отражают “чистый” двумерный эффект горста P_3 . С понижением частоты этот приповерхностный эффект затухает, уступая место глубинным эффектам. В интервале периодов $T = 20$ –100 с отчетливо проявляется двумерный эффект зоны графитизации P_2 при исчезающем эффекте горста P_3 и более или менее слабом эффекте астенолита P_1 . И, наконец, на периоде $T = 10000$ с мы имеем

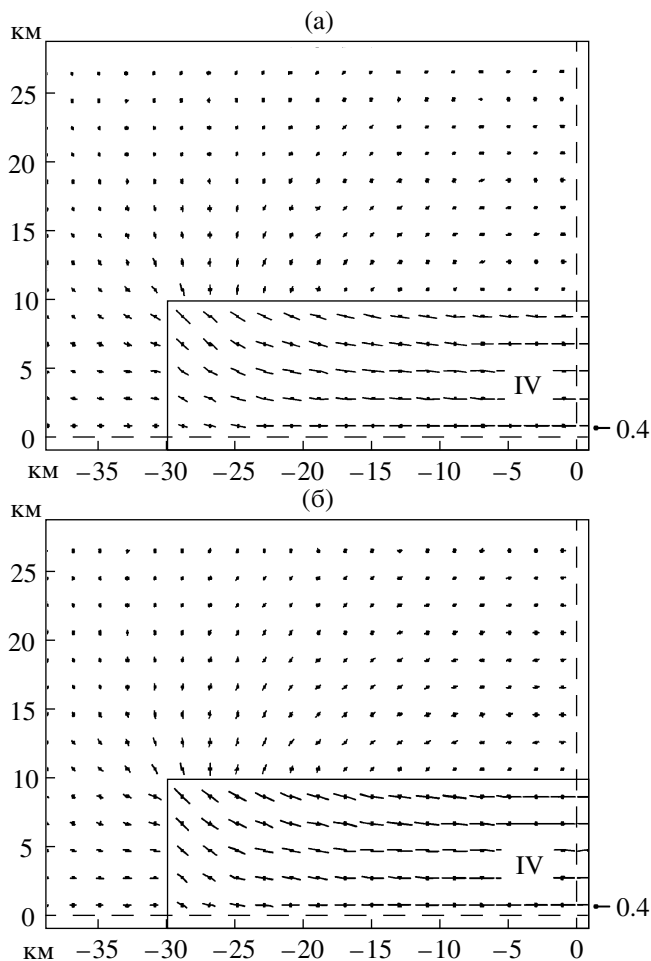


Рис. 4. На этих картах большие оси эллипсов магнитного возмущения повернуты на 90° , характеризуют направление и интенсивность максимального аномального тока в грабене и его окрестности, $T = 10$ с: (а) – вещественный эллипс, (б) – мнимый эллипс.

мощный двумерный эффект астенолита P_1 при исчезающем эффекте зоны графитизации P_2 . Каждая из структур занимает свое место на шкале периодов. Создается впечатление, что здесь действует “принцип независимой суперпозиции структур”: благодаря слабым гальваническим и индукционным связям между структурами суммарный эффект структур приблизительно равен сумме эффектов, порождаемых каждой из структур порознь.

На картах псевдорельефов видны следующие свойства магнитовариационных функций отклика.

1. В интервале периодов, на которых доминирует та или иная двумерная структура, простирающиеся псевдорельефы $\|W\|$, $\|S_z\|$ и $\|M\|$, $\|S_x\|$ практически совпадают с простирающимися аномалиеобразующих структур.

2. Вернемся к интервалу периодов $T = 20$ – 100 с. При $T = 20$ с псевдорельефы $\|M\|$, $\|S_x\|$ горизонтальных магнитных тензоров отчетливо отражают коровую зону графитизации P_2 . В то же время на псевдорельефах $\|W\|$, $\|S_z\|$ типперов наряду с доминирующей зоной графитизации P_2 видны признаки астенолита P_1 . При $T = 100$ с на псевдорельефах $\|M\|$, $\|S_x\|$ возникают различимые признаки астенолита P_1 , а на псевдорельефах $\|W\|$, $\|S_z\|$ эти признаки становятся вполне выразительными. Очевидно, что типперы имеют повышенную чувствительность к глубинным структурам.

3. На низких частотах ($T = 100$ – 10000 с) псевдорельефы $\|M\|$, $\|S_x\|$ горизонтальных магнитных тензоров имеют сглаженную форму, характерную для диффузионных полей – они состоят из одиночного хребта, который возвышается над серединой структуры, а его склоны распространяются далеко за пределы структуры. В то же время псевдорельефы $\|W\|$, $\|S_z\|$ типперов состоят из двух параллельных хребтов, возвышающихся над краями структуры. Эти хребты разделены глубокой долиной, лежащей над серединой структуры. Мы можем сказать, что типперы дают “вертикальную проекцию” краев структуры на земную поверхность. Здесь ширина структуры определяется с достаточной точностью. Очевидно, что типперы, отражающие асимметрию избыточных токов, значительно лучше разрешают горизонтальные изменения глубинной электропроводности, чем горизонтальные магнитные тензоры.

4. Псевдорельефы $\|W\|$, $\|S_z\|$ типперов Визе-Паркинсона и Шмукера близки друг к другу. Это объясняется тем, что в рассматриваемой модели горизонтальные компоненты аномального магнитного поля значительно меньше нормального магнитного поля.

РАЗЛОЖЕНИЕ МАГНИТОВАРИАЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ОТКЛИКА

В предыдущем разделе мы предположили, что в многояркой модели, содержащей три двумерные структуры (мантийный астенолит P_1 , коровую зону графитизации P_2 , горст P_3), действует “принцип суперпозиции структур”, т.е. что суммарный магнитовариационный эффект всех трех структур приблизительно равен сумме частных эффектов каждой структуры. Теперь мы оценим точность такого приближения, имеющего место при слабой кондуктивной и индуктивной связи между структурами. На этом пути мы рассмотрим три задачи о разложении магнитовариационных функций отклика при условии достаточно слабого взаимодействия структур и достаточно большого различия в их простираемости.

Задача 1 – разложение магнитовариационных функций отклика в модели $\{P_1P_2P_3\}$, содержащей 3

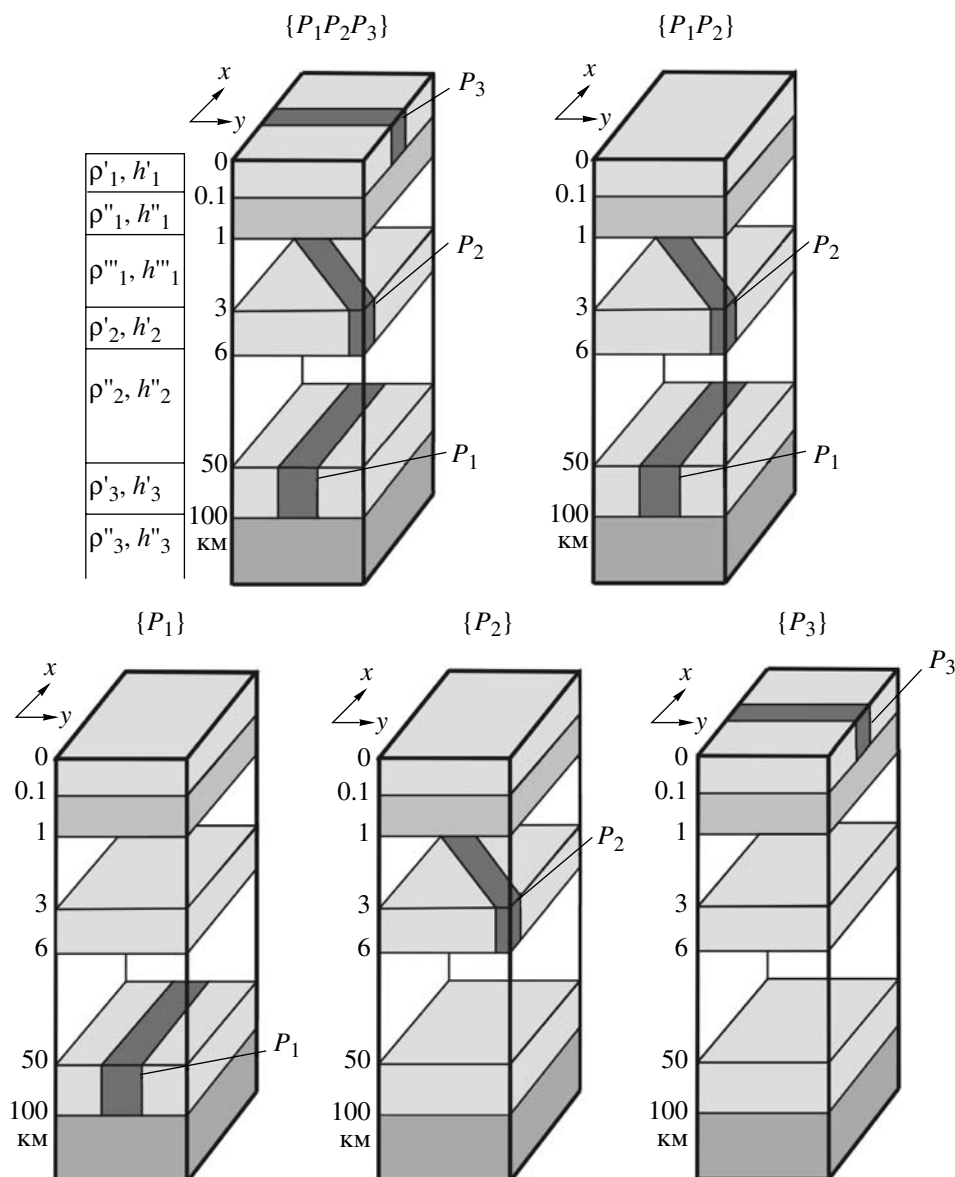


Рис. 5. Геоэлектрические модели $\{P_1\}$, $\{P_2\}$, $\{P_3\}$, $\{P_1P_2\}$, $\{P_1P_2P_3\}$ тектоносферы, содержащие одиночные двумерные структуры P_1, P_2, P_3 различного простирания и их трехмерные суперпозиции $P_1 + P_2, P_1 + P_2 + P_3$. Параметры нормального разреза: осадочный покров – $\rho'_1 = 10$ Ом м, $h'_1 = 0.1$ км, $\rho''_1 = 1000$ Ом м, $h''_1 = 0.9$ км, $\rho'''_1 = 100$ Ом м, $h'''_1 = 2$ км; земная кора – $\rho'_2 = 1000$ Ом м, $h'_2 = 3$ км, $\rho''_2 = 1000$ Ом м, $h''_2 = 44$ км; мантия – $\rho'_3 = 1000$ Ом м, $h'_3 = 50$ км; $\rho''_3 = 20$ Ом м, $h''_3 = \infty$. Параметры структур: $P_1 - \alpha' = 0$, $w' = 300$ км, $\rho' = 5$ Ом м. $P_2 - \alpha'' = 135^\circ$, $w'' = 100$ км, $\rho'' = 6$ Ом м; $P_3 - \alpha''' = 90^\circ$, $w''' = 32$ км, $\rho''' = 1000$ Ом м.

двумерные структуры P_1, P_2 и P_3 . Эти структуры, показанные на рис. 5, отождествляются с астенолитом, зоной графитизации и горстом. Задача 1 формулируется следующим образом. В результате синхронных магнитовариационных наблюдений найдена матрица $[S_L]$ горизонтального тензора Шмукера, определяющая суммарный эффект двумерных структур P_1, P_2 и P_3 . Матрица $[S_L]$ рассматривается

как исходная. Надо найти а) частную матрицу $[S'_\tau]$, определяющую эффект структуры P_1 в отсутствие структур P_2 и P_3 , б) частную матрицу $[S''_\tau]$, определяющую эффект структуры P_2 в отсутствие структур P_1 и P_3 , в) частную матрицу $[S'''_\tau]$, определяющую эффект структуры P_3 в отсутствие структур P_1 и P_2 . Задача решается в несколько этапов.

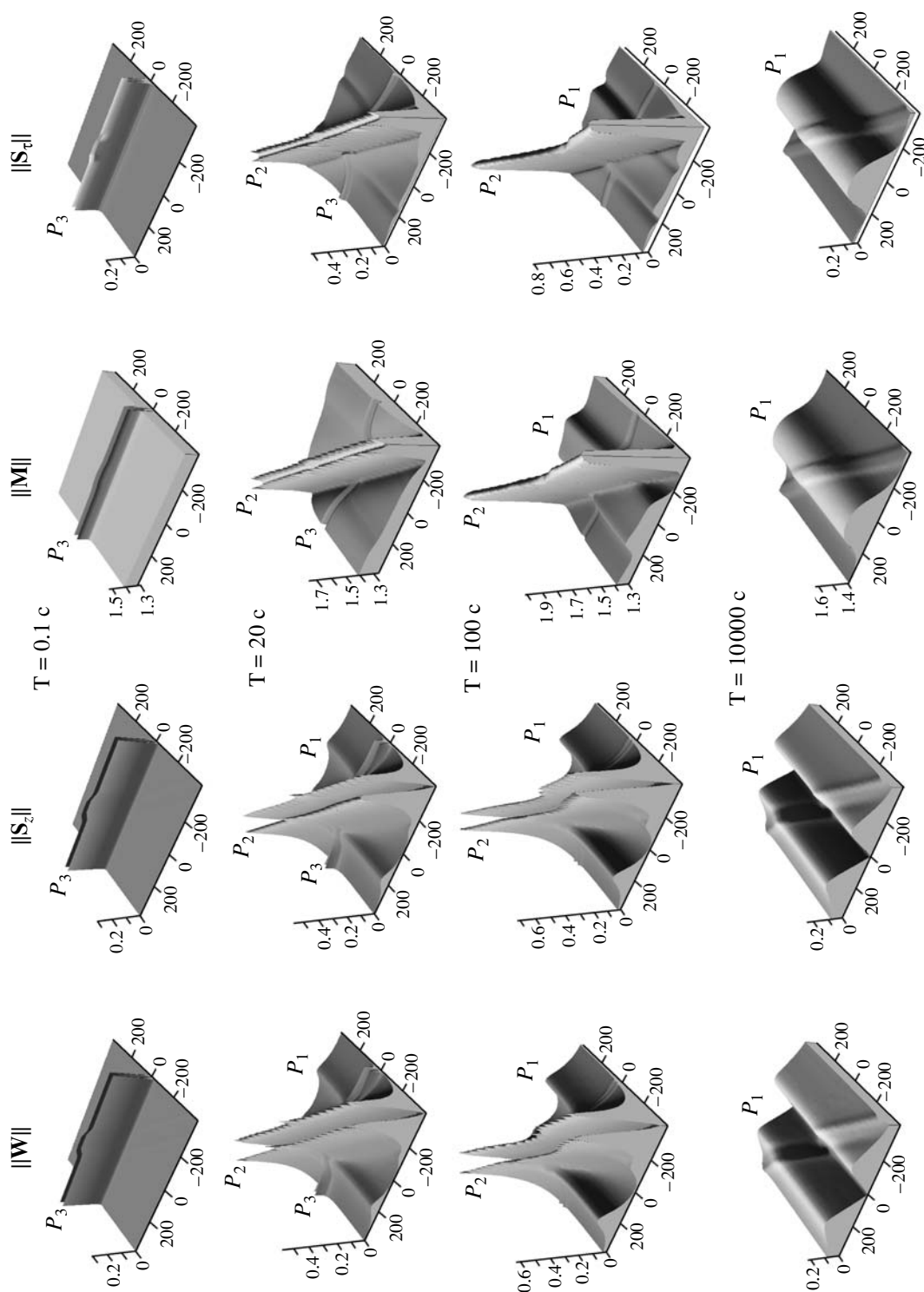


Рис. 6. Псевдорельефы норм $\|W\|$, $\|S_2\|$ и $\|M\|$, $\|S_d\|$ матриц типперов и горизонтальных магнитных тензоров в модели $\{P_1 P_2 P_3\}$, изображенной на рис. 5. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

На первом этапе строятся псевдорельефы $\|S_\tau\|$ и в благоприятных частотных интервалах находят углы простирания α' , α'' и α''' структур P_1 , P_2 и P_3 , отсчитываемые от оси x измерительной системы координат xu . Затем вводятся частные системы координат $x'y'$, $x''y''$ и $x'''y'''$, в которых оси x' , x'' и x''' направлены по простиранию структур. Согласно (22) в этих координатах имеем

$$\begin{aligned} [S'_\tau] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S'_\tau \end{bmatrix}, \quad [S''_\tau] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S''_\tau \end{bmatrix}, \\ [S'''_\tau] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S'''_\tau \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (30)$$

На втором этапе измерительная система координат xu поворачивается на угол α' и совмещается с частной системой координат $x'y'$. В повернутой системе координат xu углы простирания структур P_1 , P_2 и P_3 определяются как

$$\begin{aligned} \beta' &= \alpha' - \alpha' = 0, \quad \beta'' = \alpha'' - \alpha', \\ \beta''' &= \alpha''' - \alpha', \end{aligned} \quad (31)$$

а матрицы $[S_\tau]$ и $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$, $[S'''_\tau]$ принимают вид

$$\begin{aligned} [S_\tau] &= \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix}, \quad [S'_\tau(\beta')] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S'_\tau \end{bmatrix}, \\ [S''_\tau(\beta'')] &= S''_\tau \begin{bmatrix} \sin^2 \beta'' & -\sin \beta'' \cos \beta'' \\ -\sin \beta'' \cos \beta'' & \cos^2 \beta'' \end{bmatrix}, \quad (32) \\ [S'''_\tau(\beta''')] &= S'''_\tau \begin{bmatrix} \sin^2 \beta''' & -\sin \beta''' \cos \beta''' \\ -\sin \beta''' \cos \beta''' & \cos^2 \beta''' \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

На заключительном этапе мы пренебрегаем взаимодействием структур и полагаем, что суммарная магнитная аномалия H_τ^A равна сумме частных магнитных аномалий $(H_\tau^A)'$, $(H_\tau^A)''$, $(H_\tau^A)'''$. В этом приближении

$$\begin{aligned} H_\tau^A &= (H_\tau^A)' + (H_\tau^A)'' + (H_\tau^A)''' = \\ &= [S'_\tau(\beta')]H^N + [S''_\tau(\beta'')]H^N + [S'''_\tau(\beta''')]H^N = \\ &= \{[S'_\tau(\beta')] + [S''_\tau(\beta'')] + [S'''_\tau(\beta''')]\}H^N = [\tilde{S}_\tau]H^N, \end{aligned} \quad (33)$$

где с учетом (32)

$$\begin{aligned} [\tilde{S}_\tau] &= [S'_\tau(\beta')] + [S''_\tau(\beta'')] + [S'''_\tau(\beta''')] = \\ &= \begin{bmatrix} \sin^2 \beta'' S''_\tau + \sin^2 \beta''' S'''_\tau & -\sin \beta'' \cos \beta'' S''_\tau - \sin \beta''' \cos \beta''' S'''_\tau \\ -\sin \beta'' \cos \beta'' S''_\tau - \sin \beta''' \cos \beta''' S'''_\tau & S' + \cos^2 \beta'' S''_\tau + \cos^2 \beta''' S'''_\tau \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (34)$$

Приравняв симметричную матрицу $[\tilde{S}_\tau]$ к исходной матрице $[S_\tau]$, получим переопределенную систему из четырех несовместных линейных уравнений для трех неизвестных S'_τ , S''_τ , S'''_τ :

$$\begin{aligned} S''_\tau \sin^2 \beta'' + S'''_\tau \sin^2 \beta''' &= S_{xx}, \\ S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' + S'''_\tau \sin \beta''' \cos \beta''' &= -S_{xy}, \\ S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' + S'''_\tau \sin \beta''' \cos \beta''' &= -S_{yx}, \\ S' + S''_\tau \cos^2 \beta'' + S'''_\tau \cos^2 \beta''' &= S_{yy}. \end{aligned} \quad (35)$$

Применив принцип наименьших квадратов, сведем эту систему условных уравнений к системе из трех нормальных уравнений. В матричном виде имеем

где

$$\begin{bmatrix} 1 & k & l \\ k & 1 & m \\ l & m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S'_\tau \\ S''_\tau \\ S'''_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} k &= \cos^2 \beta'' \quad A = S_{yy} \\ l &= \cos^2 \beta''' \\ B &= S_{xx} \sin^2 \beta'' - (S_{xy} + S_{yx}) \sin \beta'' \cos \beta'' + S_{yy} \cos^2 \beta'' \\ m &= \cos^2 (\beta''' - \beta'') \\ C &= S_{xx} \sin^2 \beta''' - (S_{xy} + S_{yx}) \times \\ &\quad \times \sin \beta''' \cos \beta''' + S_{yy} \cos^2 \beta'''. \end{aligned}$$

Разрешая нормальные уравнения, находим

$$\begin{aligned} S'_\tau &= \frac{A(m^2 - 1) + B(k - lm) + C(l - km)}{k^2 + l^2 + m^2 - 2klm - 1}, \\ S''_\tau &= \frac{A(k - lm) + B(l^2 - 1) + C(m - kl)}{k^2 + l^2 + m^2 - 2klm - 1}, \\ S'''_\tau &= \frac{A(l - km) + B(m - kl) + C(k^2 - 1)}{k^2 + l^2 + m^2 - 2klm - 1}. \end{aligned} \quad (37)$$

Подставляя (37) в (32), определяем частные матрицы $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$ и $[S'''_\tau]$, сумма $[\tilde{S}_\tau]$ которых приближается к исходной матрице $[S_\tau]$.

Рис. 7 демонстрирует разложение магнитовариационных функций в модели $\{P_1 P_2 P_3\}$, изображенной на рис. 5. Здесь исходная матрица $[S_\tau]$ разлагается на три частные матрицы $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$, $[S'''_\tau]$. Мы видим, что в широком интервале периодов от $T = 0.1$ с до $T = 1000$ с псевдорельефы $\|S'_\tau\|$, $\|S''_\tau\|$ и $\|S'''_\tau\|$ частных матриц $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$ и $[S'''_\tau]$, полученных путем разложения исходной матрицы $[S_\tau]$, близки к псевдорельефам $\|\bar{S}'_\tau\|$, $\|\bar{S}''_\tau\|$ и $\|\bar{S}'''_\tau\|$ частных матриц $[\bar{S}'_\tau]$, $[\bar{S}''_\tau]$ и $[\bar{S}'''_\tau]$, полученных в моделях $\{P_1\}$, $\{P_2\}$, $\{P_3\}$ путем непосредственного расчета. Это свидетельствует о достаточной точности разложения. Мы заключаем, что псевдорельеф нормы каждой из частных матриц $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$ и $[S'''_\tau]$ отражает доминирующее влияние соответствующей аномалиеобразующей структуры. Таким образом, инверсия трехмерной матрицы $[S_\tau]$ может быть сведена к трем независимым инверсиям двумерных матриц $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$ и $[S'''_\tau]$.

Задача 2 – разложение магнитовариационных функций отклика в модели $\{P_1 P_2\}$, содержащей 2 двумерные структуры P_1 и P_2 , имитирующие астенолит и коровую зону графитизации. Задача 2 формулируется следующим образом. В результате синхронных магнитовариационных наблюдений найдены матрицы $[S_\tau]$ и $[S_z]$ горизонтального тензора Шмукера и типпера Шмукера, определяющие суммарные эффекты двумерных структур P_1 и P_2 . Матрицы $[S_\tau]$ и $[S_z]$ рассматриваются как исходные. Надо найти а) частные матрицы $[S'_\tau]$ и $[S'_z]$, определяющие эффект структуры P_1 в отсутствие структуры P_2 , б) частные матрицы $[S''_\tau]$ и $[S''_z]$, определяющие эффект структуры P_2 в отсутствие структуры P_1 . Задача 2 решается по той же схеме, что и задача 1.

На первом этапе строятся псевдорельефы $\|S_\tau\|$ и $\|S_z\|$ и в благоприятных частотных интервалах находятся углы простираения α' и α'' структур P_1 и P_2 , отсчитываемые от оси x измерительной системы координат xu . Затем вводятся частные системы координат $x'y'$ и $x''y''$, в которых оси x' и x'' направлены по простираению структур. Согласно (22) в этих координатах имеем

$$\begin{aligned} [S'_\tau] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S'_\tau \end{bmatrix}, \quad [S''_\tau] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S''_\tau \end{bmatrix}, \\ [S'_z] &= [0 \ S'_z], \quad [S''_z] = [0 \ S''_z], \end{aligned} \quad (38)$$

На втором этапе измерительная система координат xu поворачивается на угол α' и совмещается с частной системой координат $x'y'$. В повернутой системе координат xu углы простираения структур P_1 и P_2 определяются как

$$\beta' = \alpha' - \alpha' = 0 \quad \beta'' = \alpha'' - \alpha', \quad (39)$$

а матрицы $[S_\tau]$, $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$ и $[S_z]$, $[S'_z]$, $[S''_z]$ принимают вид

$$\begin{aligned} [S_\tau] &= \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix}, \\ [S'_\tau] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S'_\tau \end{bmatrix}, \\ [S''_\tau] &= S''_\tau \begin{bmatrix} \sin^2 \beta'' & -\sin \beta'' \cos \beta'' \\ -\sin \beta'' \cos \beta'' & \cos^2 \beta'' \end{bmatrix}, \\ [S_z] &= \begin{bmatrix} S_{zx} & S_{zy} \end{bmatrix}, \quad [S'_z] = \begin{bmatrix} 0 & S'_z \end{bmatrix}, \\ [S''_z] &= S''_z \begin{bmatrix} -\sin \beta'' & \cos \beta'' \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (40)$$

На заключительном этапе мы пренебрегаем взаимодействием структур и полагаем, что суммарные магнитные аномалии H_τ^A и $H_z = H_z^A$ равны суммам частных магнитных аномалий $(H_\tau^A)'$, $(H_\tau^A)''$ и H'_z, H''_z . В этом приближении

$$H_\tau^A = (H_\tau^A)' + (H_\tau^A)'' = [S'_\tau]H^N + [S''_\tau]H^N = \{[S'_\tau] + [S''_\tau]\}H^N = [\tilde{S}_\tau]H^N \quad (41)$$

и

$$\begin{aligned} H_z &= H'_z + H''_z = [S'_z]H^N + [S''_z]H^N = \{[S'_z] + [S''_z]\}H^N = [\tilde{S}_z]H^N, \end{aligned} \quad (42)$$

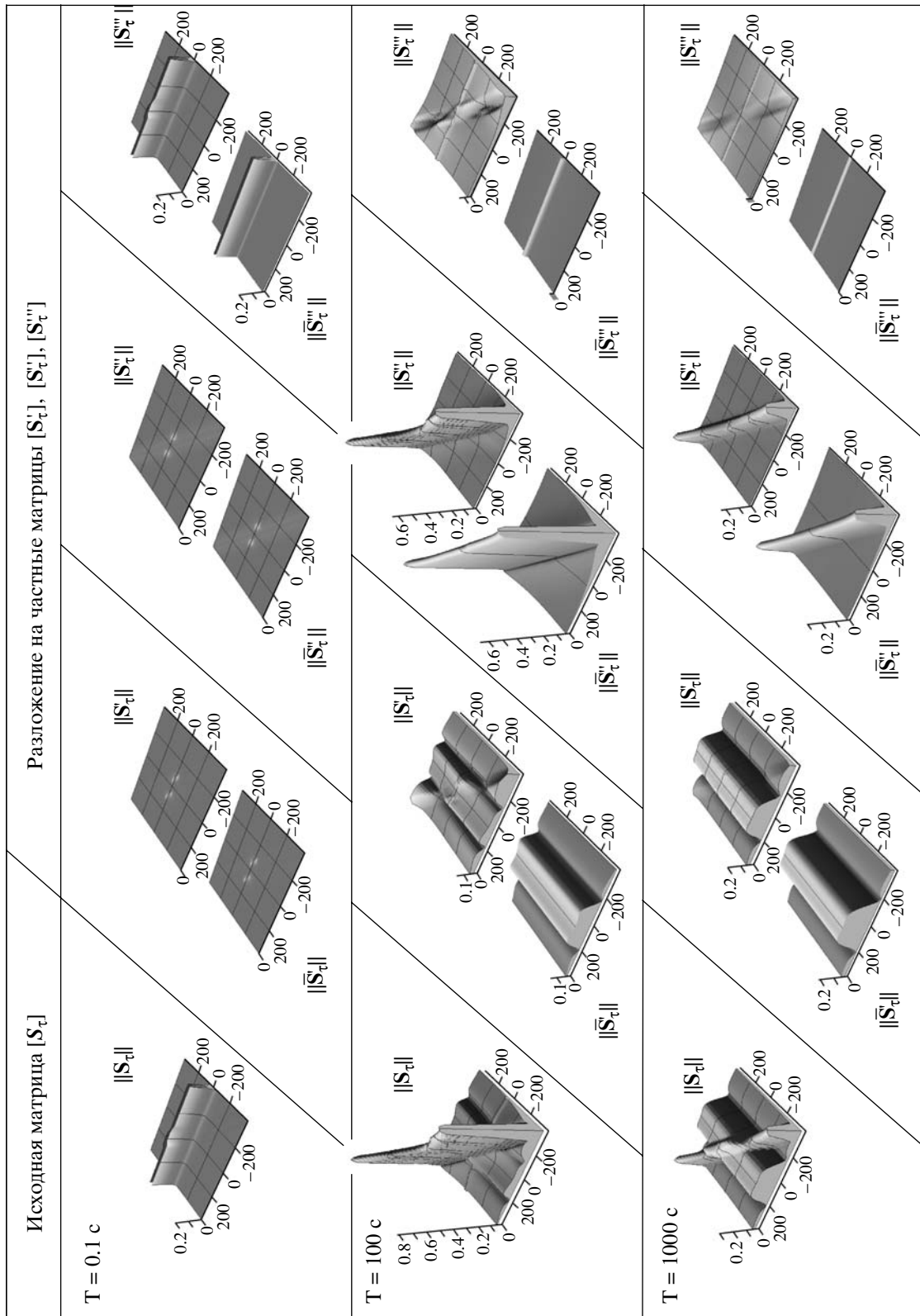


Рис. 7. Разложение исходной матрицы $[S_t]$ горизонтального магнитного тензора Шмукера на три частные матрицы $[S'_t]$, $[S''_t]$ и $[S'''_t]$ в модели $\{P_1P_2P_3\}$, изображенной на рис. 5. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

где с учетом (39)

$$\begin{aligned} [\tilde{\mathbf{S}}_\tau] &= [\mathbf{S}'_\tau] + [\mathbf{S}''_\tau] = \\ &= \begin{bmatrix} S''_\tau \sin^2 \beta'' & -S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' \\ -S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' & S''_\tau + S''_\tau \cos^2 \beta'' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

и

$$[\tilde{\mathbf{S}}_z] = [\mathbf{S}'_z] + [\mathbf{S}''_z] = \begin{bmatrix} -S''_z \sin \beta'' S'_z + S''_z \cos \beta'' \end{bmatrix} \quad (44)$$

Приравнивая матрицы $[\tilde{\mathbf{S}}_\tau]$ и $[\tilde{\mathbf{S}}_z]$ к исходным матрицам $[\mathbf{S}_\tau]$ и $[\mathbf{S}_z]$, получаем уравнения, обеспечивающие разложение горизонтального тензора Шмукера и типпера Шмукера.

Начнем с разложения горизонтального тензора Шмукера $[\mathbf{S}_\tau]$. В этой задаче

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S''_\tau \sin^2 \beta'' & -S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' \\ -S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' & S''_\tau + S''_\tau \cos^2 \beta'' \end{bmatrix}, \quad (45)$$

откуда получаем переопределенную систему из четырех несовместных линейных уравнений для двух неизвестных S'_τ, S''_τ :

$$\begin{aligned} S''_\tau \sin^2 \beta'' &= S_{xx}, \\ S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' &= -S_{xy}, \\ S''_\tau \sin \beta'' \cos \beta'' &= -S_{yx}, \\ S'_\tau + S''_\tau \cos^2 \beta'' &= S_{yy}. \end{aligned} \quad (46)$$

С помощью наименьших квадратов сведем эту систему условных уравнений к системе из двух нормальных уравнений. В матричном виде имеем

$$\begin{bmatrix} 1 & k \\ k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S'_\tau \\ S''_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}, \quad (47)$$

где

$$\begin{aligned} k &= \cos^2 \beta'' \quad A = S_{yy} \\ B &= S_{xx} \sin^2 \beta'' - (S_{xy} + S_{yx}) \sin \beta'' \cos \beta'' + S_{yy} \cos^2 \beta''. \end{aligned}$$

Разрешая нормальные уравнения, находим

$$S'_\tau = \frac{-A + Bk}{k^2 - 1}, \quad S''_\tau = \frac{Ak - B}{k^2 - 1}. \quad (48)$$

Подстановка (48) в (40) дает частные матрицы $[S'_\tau]$ и $[S''_\tau]$, сумма $[\tilde{\mathbf{S}}_\tau]$ которых приближается к исходной матрице $[\mathbf{S}_\tau]$:

$$[S'_\tau] = \frac{-A + Bk}{k^2 - 1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (49)$$

$$[S''_\tau] = \frac{Ak - B}{k^2 - 1} \begin{bmatrix} \sin^2 \beta'' & -\sin \beta'' \cos \beta'' \\ -\sin \beta'' \cos \beta'' & \cos^2 \beta'' \end{bmatrix}.$$

Перейдем к разложению типпера Шмукера $[\mathbf{S}_z]$. В этой задаче

$$\begin{bmatrix} S_{zx} & S_{zy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S''_z \sin \beta'' & S'_z + S''_z \cos \beta'' \end{bmatrix}, \quad (50)$$

откуда получаем систему из двух линейных уравнений для двух неизвестных S'_z, S''_z :

$$\begin{aligned} S''_z \sin \beta'' &= -S_{zx}, \\ S'_z + S''_z \cos \beta'' &= S_{zy}. \end{aligned} \quad (51)$$

Решив эти уравнения, имеем

$$S'_z = S_{zx} \operatorname{ctg} \beta'' + S_{zy}, \quad S''_z = -S_{zx} / \sin \beta''. \quad (52)$$

Подстановка (52) в (40) дает частные матрицы

$$\begin{aligned} [\mathbf{S}'_z] &= \begin{bmatrix} 0 & S_{zx} \operatorname{ctg} \beta'' + S_{zy} \end{bmatrix}, \\ [\mathbf{S}''_z] &= \begin{bmatrix} S_{zx} & -S_{zx} \operatorname{ctg} \beta'' \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (53)$$

сумма $[\tilde{\mathbf{S}}_z]$ которых равна исходной матрице $[\mathbf{S}_z]$.

Вернемся к модели $\{P_1 P_2\}$, изображенной на рис. 5. Пусть в этой модели заданы исходные матрицы $[\mathbf{S}_\tau]$ и $[\mathbf{S}_z]$. Разложение матриц $[\mathbf{S}_\tau]$, $[\mathbf{S}_z]$ на частные матрицы $[\mathbf{S}'_\tau]$, $[\mathbf{S}''_\tau]$ и $[\mathbf{S}'_z]$, $[\mathbf{S}''_z]$ показано на рис. 8 и рис. 9. Здесь в интервале периодов от $T = 100$ с до $T = 10000$ с псевдорельефы матриц $[\mathbf{S}'_\tau]$, $[\mathbf{S}''_\tau]$ и $[\mathbf{S}'_z]$, $[\mathbf{S}''_z]$, полученных в модели $\{P_1 P_2\}$ с помощью (49) и (53), близки к псевдорельефам матриц $[\bar{\mathbf{S}}'_\tau]$, $[\bar{\mathbf{S}}''_\tau]$ и $[\bar{\mathbf{S}}'_z]$, $[\bar{\mathbf{S}}''_z]$ полученных в моделях $\{P_1\}$, $\{P_2\}$ путем непосредственного расчета. Это свидетельствует о достаточной точности разложения. Мы заключаем, что псевдорельеф нормы

каждой из частных матриц $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$ и $[S'_z]$, $[S''_z]$ отражает доминирующее влияние соответствующей аномалиеобразующей структуры. Таким образом, инверсия трехмерных матриц $[S_\tau]$ и $[S_z]$ может быть сведена к независимым инверсиям двумерных матриц $[S'_\tau]$, $[S''_\tau]$ и $[S'_z]$, $[S''_z]$.

Аналогичный результат может быть получен непосредственно с помощью индукционных стрелок Шмукера $\text{Re}S_z$ и $\text{Im}S_z$, которые в благоприятных частотных интервалах позволяют определить простирание аномалиеобразующих структур P_1 и P_2 . При известном $\beta'' = \alpha'' - \alpha'$ исходные вещественные и мнимые индукционные стрелки $\text{Re}S_z$, $\text{Im}S_z$ разлагаются на сумму частных индукционных стрелок $\text{Re}S'_z$, $\text{Im}S'_z$ и $\text{Re}S''_z$, $\text{Im}S''_z$, направленных по осям u и y , т.е. перпендикулярно к простиранию структур P_1 и P_2 . Согласно (51), (52)

$$\begin{aligned}\text{Re}S_z &= \text{Re}S'_z + \text{Re}S''_z, \\ \text{Im}S_z &= \text{Im}S'_z + \text{Im}S''_z,\end{aligned}\quad (54)$$

где

$$\begin{aligned}\text{Re}S_z &= \text{Re}S_{zx}\mathbf{1}_x + \text{Re}S_{zy}\mathbf{1}_y, \\ \text{Im}S_z &= \text{Im}S_{zx}\mathbf{1}_x + \text{Im}S_{zy}\mathbf{1}_y, \\ \text{Re}S'_z &= (\text{Re}S_{zx}\text{ctg}\beta'' + \text{Re}S_{zy})\mathbf{1}_y = \text{Re}S'_z\mathbf{1}_y, \\ \text{Im}S'_z &= (\text{Im}S_{zx}\text{ctg}\beta'' + \text{Im}S_{zy})\mathbf{1}_y = \text{Im}S'_z\mathbf{1}_y, \\ \text{Re}S''_z &= \text{Re}S_{zx}\mathbf{1}_x - \text{Re}S_{zx}\text{ctg}\beta''\mathbf{1}_y = \text{Re}S''_z\mathbf{1}_y, \\ \text{Im}S''_z &= \text{Im}S_{zx}\mathbf{1}_x - \text{Im}S_{zx}\text{ctg}\beta''\mathbf{1}_y = \text{Im}S''_z\mathbf{1}_y.\end{aligned}$$

Эта техника может оказаться эффективной при неравномерной сети наблюдений, затрудняющей построение магнитовариационных псевдорельефов.

Интересно отметить, что в задаче 2 разложение горизонтального магнитного тензора Шмукера сводится к решению переопределенной системы уравнений, которая позволяет включить в число неизвестных углы простирания структур P_1 и P_2 . Это усложняет решение задачи (уравнения становятся нелинейными), однако может повысить ее эффективность.

Задача 3 – разделение локальных и региональных магнитовариационных эффектов. Рассмотренные в задаче 2 способы разложения магнитовариационных функций отклика $[S_\tau]$, $[S_z]$ легко адаптируются к задаче 3, целью которой является разделение эф-

фектов, вызванных локальными и региональными структурами. В основе магнитовариационной задачи 3 лежат идеи, развитые в [Zhang et al., 1993] и [Ritter and Banks, 1998].

Для демонстрации задачи 3 рассмотрим модель, предложенную Ледо [Ledo, 2006]. Модель Ледо содержит региональную двумерную высокоомную структуру P_R , имитирующую выступ кристаллического фундамента, и локальную трехмерную низкоомную структуру P_L , имитирующую зону графитизации (рис. 10). Локальная структура P_L горизонтально вытянута – она имеет конечную длину и, допускает квазидвумерную аппроксимацию. Углы простирания структур P_R и P_L соответственно равны $\beta^R = 0$ и $\beta^L = 135^\circ$. В модели Ледо-I локальная структура P_L пронизывает выступ фундамента P_R и выходит в осадочную толщу, а в модели Ледо-II она расположена в осадочной толще на значительном расстоянии от выступа фундамента P_R .

Задача 3 для модели Ледо решается по той же схеме и в той же последовательности, что и задача 2. Углы простирания β^R , β^L находятся с помощью псевдорельефов норм горизонтального магнитного тензора Шмукера и типпера Шмукера или с помощью индукционных стрелок Шмукера. Разложение магнитного тензора и типпера выполняется по формулам (45)–(49) и (50)–(53). При разложении индукционных стрелок используется формула (54). Во всех этих формулах производится замена индексов: $S'_\tau \rightarrow S^R_\tau$, $S''_\tau \rightarrow S^L_\tau$, $S'_z \rightarrow S^R_z$, $S''_z \rightarrow S^L_z$, $\beta'' \rightarrow \beta^L$.

На рис. 11 и рис. 12 показано разделение локального и регионального эффектов в модели Ледо-I. Здесь локальная структура P_L находится в контакте с региональной структурой P_R . Кажется очевидным, что в этом случае структуры P_L и P_R должны более или менее сильно взаимодействовать друг с другом, нарушая принцип независимой суперпозиции. Точность разложения магнитовариационных функций отклика должна падать.

Рис. 11 иллюстрирует разложение горизонтального магнитного тензора Шмукера $[S_\tau]$ выполненное по формулам (46)–(49) в интервале периодов $T = 1, 10, 100$ с. Сравним псевдорельефы норм частных матриц $[S^R_\tau]$ и $[S^L_\tau]$, полученных в результате разложения исходной матрицы $[S_\tau]$, с псевдорельефами норм частных матриц $[\bar{S}^R_\tau]$ и $[\bar{S}^L_\tau]$, полученных путем непосредственного расчета в моделях P_R , P_L . Во всем интервале периодов на псевдорельефе региональной матрицы $[S^R_\tau]$ отчетливо выделяются следы локальной структуры, отсутствующие на псевдо-

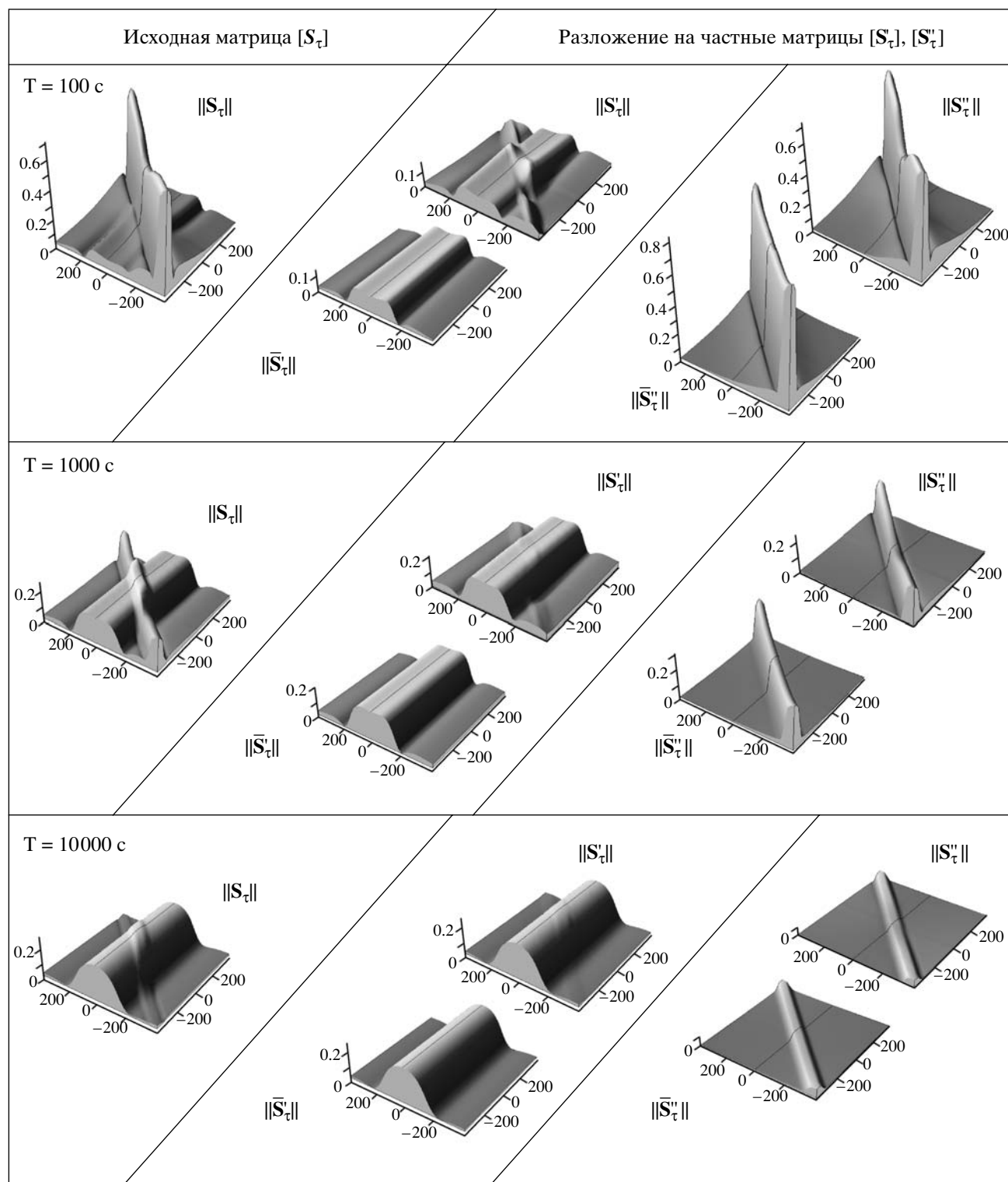


Рис. 8. Разложение исходной матрицы $[S_\tau]$ горизонтального магнитного тензора Шмукера на две частные матрицы $[S'_\tau], [S''_\tau]$ в модели $\{P_1P_2\}$, изображенной на рис. 5. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

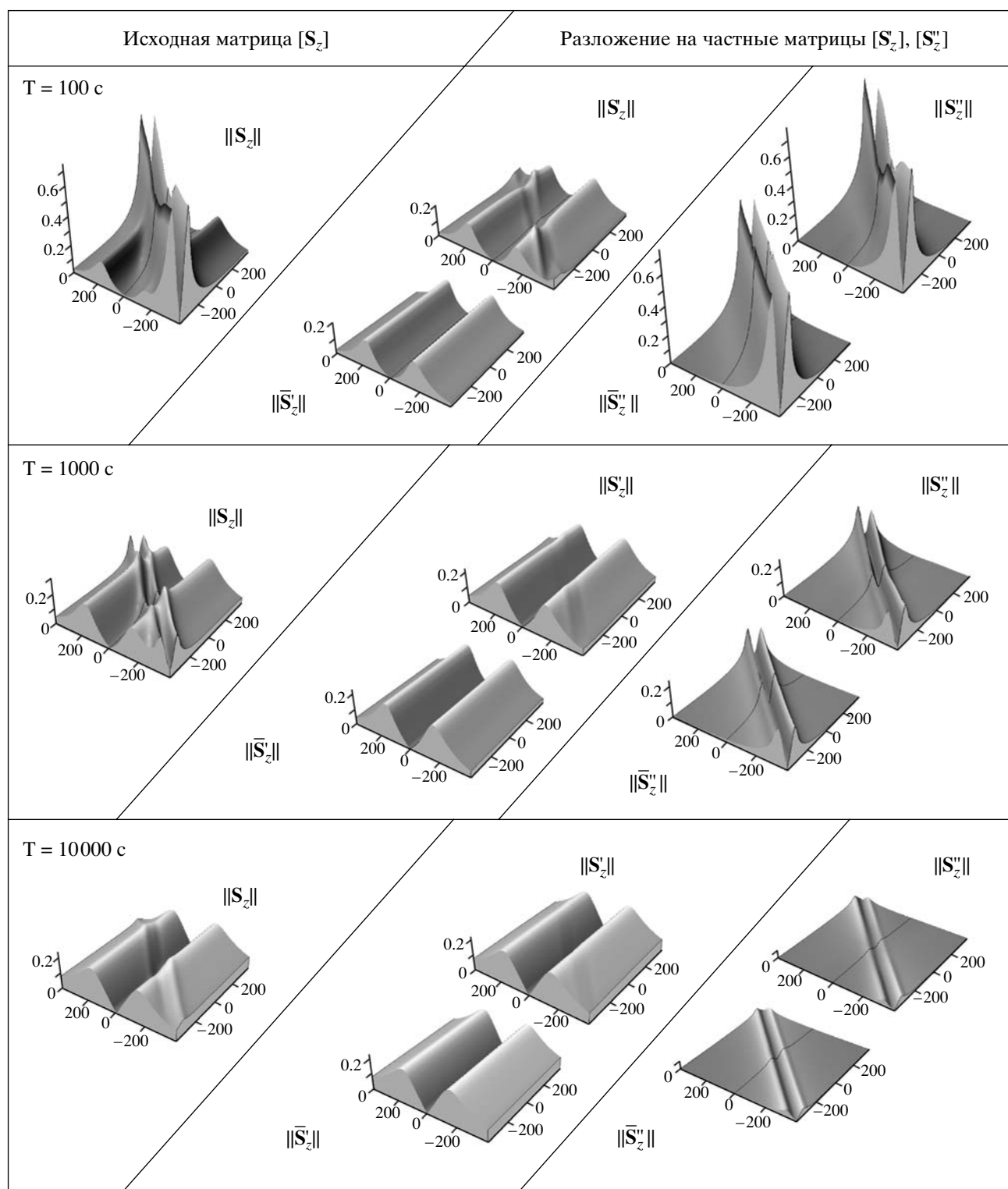


Рис. 9. Разложение исходной матрицы $[S_z]$ типпера Шмукера на две частные матрицы $[S'_z]$ и $[S''_z]$ в модели $\{P_1P_2\}$, изображенной на рис. 5. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

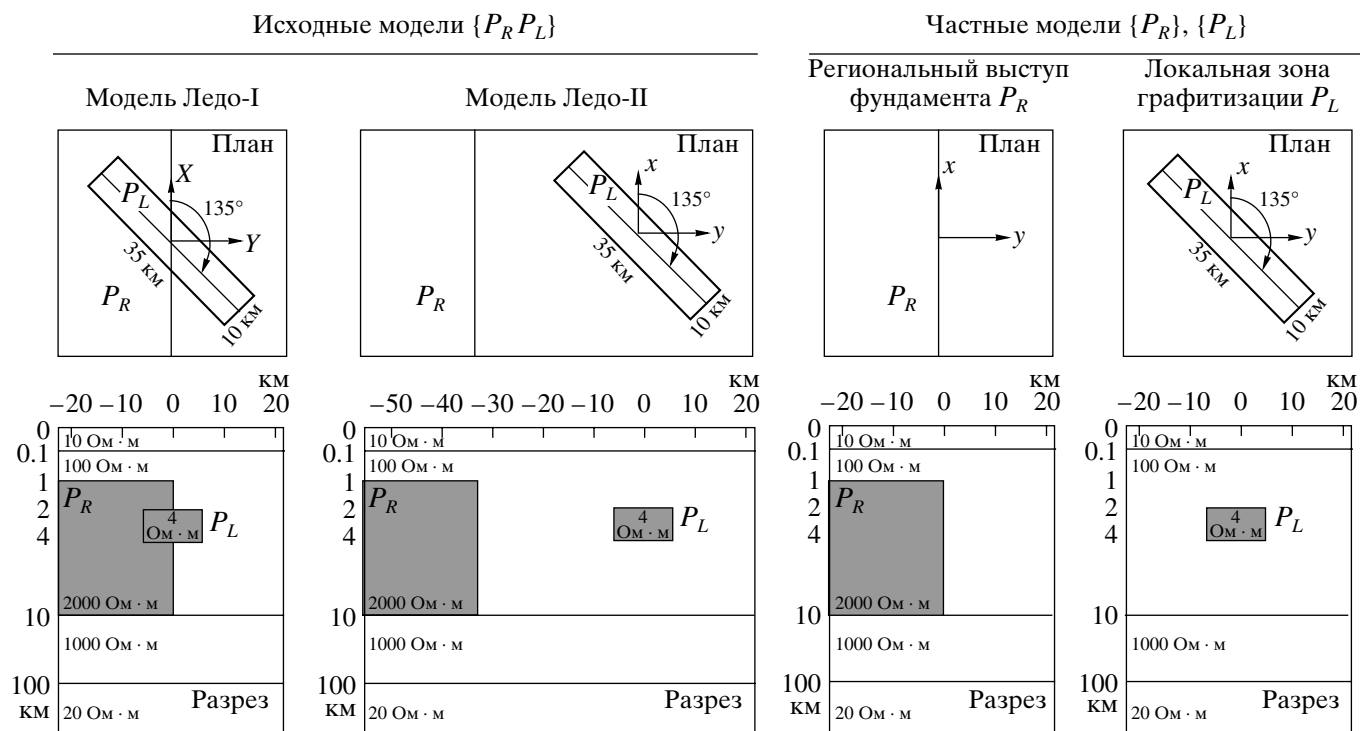


Рис. 10. Геоэлектрические модели Ледо $\{P_R\}$, $\{P_L\}$ и их суперпозиция $\{P_R P_L\}$ содержат региональную двумерную структуру P_R и локальную трехмерную горизонтально вытянутую структуру P_L .

рельефе матрицы $[\bar{S}_\tau^R]$. В то же время псевдорельеф локальной матрицы $[\bar{S}_\tau^L]$ практически копирует псевдорельеф матрицы $[\bar{S}_\tau^L]$. Заметим, что дефекты матрицы $[\bar{S}_\tau^R]$ легко устраняются при сглаживании компонент тензора $[\bar{S}_\tau^R]$ по профилям, направленным вдоль регионального простириания.

Перейдем к рис. 12, иллюстрирующему разложение типпера Шмукера $[\bar{S}_z]$ выполненное по формулам (50)–(53) в интервале периодов $T = 1, 10, 100$ с. Сравним псевдорельефы норм частных матриц $[\bar{S}_z^R]$ и $[\bar{S}_z^L]$, полученных в результате разложения исходной матрицы $[\bar{S}_z]$, с псевдорельефами норм матриц $[\bar{S}_z^R]$ и $[\bar{S}_z^L]$, полученных путем непосредственного расчета в моделях P_R, P_L . Мы видим, что точность разложения здесь заметно ухудшается. Следы локальной структуры, искажающие псевдорельеф региональной матрицы $[\bar{S}_z^R]$, становятся резче, а в псевдорельефе локальной матрицы $[\bar{S}_z^L]$ при $T = 1$ с отсутствует боковое замыкание, отчетливо проявляющееся в псевдорельефе матрицы $[\bar{S}_z^L]$.

На рис. 13 и рис. 14 показано разделение локального и регионального эффектов в модели Ледо-II. Здесь локальная структура P_L находится вдали от региональной структуры P_R . В этом случае взаимодействие региональной и локальной структур ослабевает и принцип независимой суперпозиции обеспечивает достаточно высокую точность разложения горизонтального магнитного тензора $[\bar{S}_\tau]$ и типпера $[\bar{S}_z]$.

Обобщая результаты анализа моделей Ледо-I и Ледо-II, заметим, что локальные и региональные магнитовариационные эффекты лучше всего разделяются с помощью горизонтального магнитного тензора Шмукера. Если целью магнитовариационного зондирования является горизонтально вытянутая локальная структура, то разложение горизонтального магнитного тензора позволяет устранить влияние двумерных структур регионального фона.

Заметим также, что в задачах 1, 2, 3 мы можем воспользоваться соотношениями (21) и к разложениям горизонтального магнитного тензора $[\bar{S}_\tau]$ и типпера $[\bar{S}_z]$ присоединить разложения горизонтального магнитного тензора $[\bar{M}]$ и типпера $[\bar{W}]$.

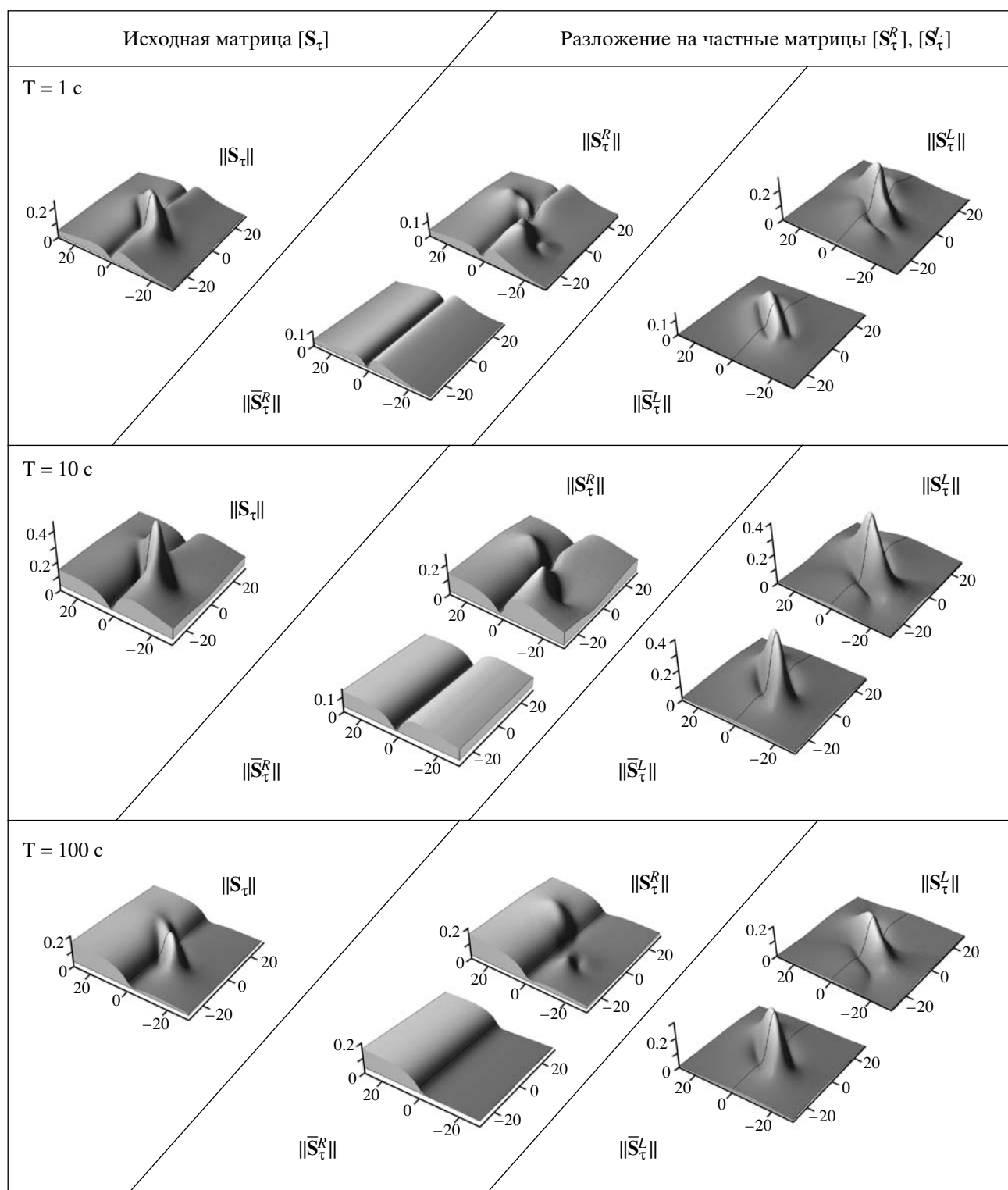


Рис. 11. Разложение исходной матрицы $[S_\tau]$ горизонтального магнитного тензора Шмукера на две частные матрицы $[S_\tau^R]$ и $[S_\tau^L]$ в модели $\{P_R P_L\}$ Ледо-I, изображенной на рис. 10. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

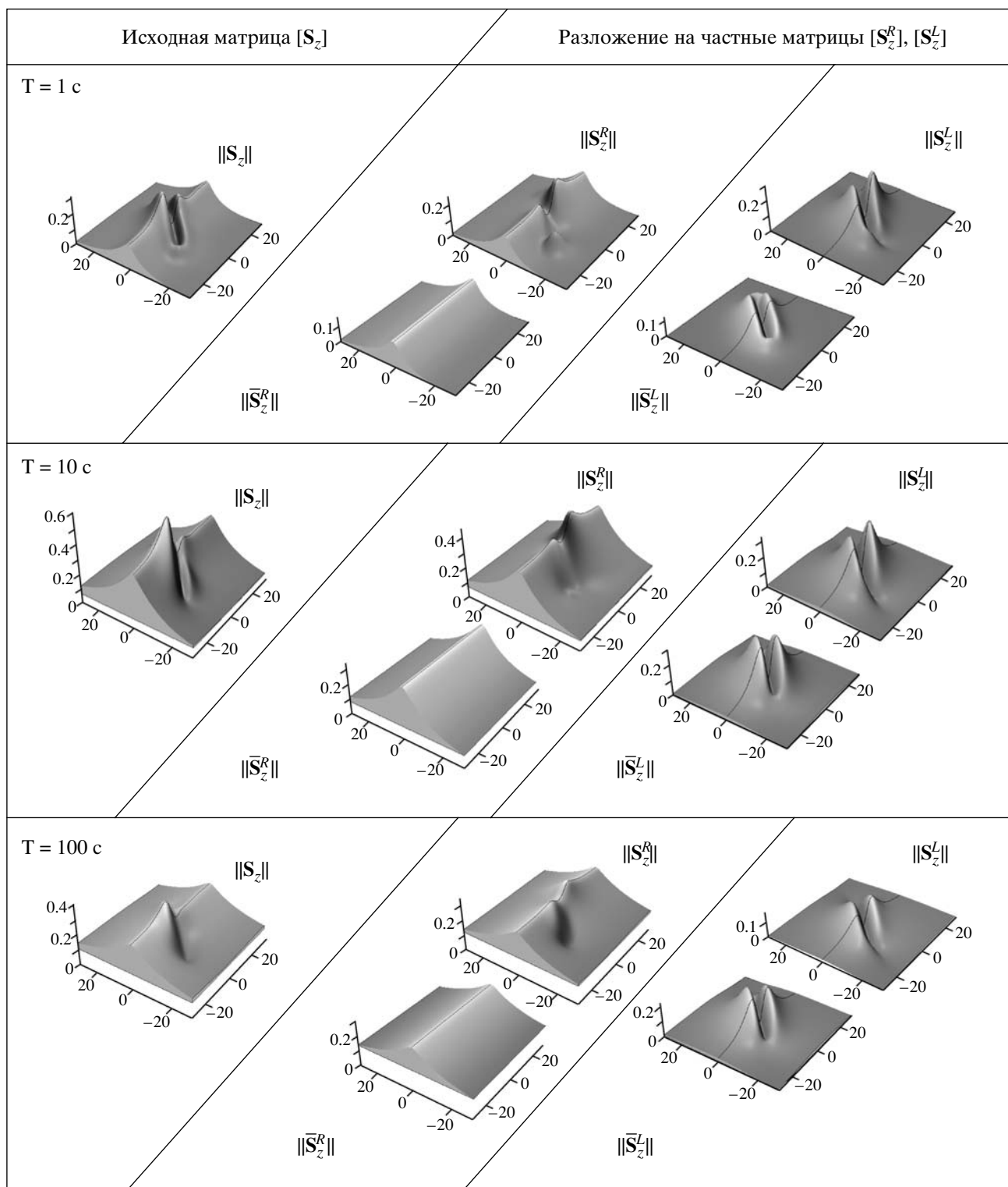


Рис. 12. Разложение исходной матрицы $[S_z]$ типпера Шмукера на две частные матрицы $[S_z^R]$ и $[S_z^L]$ в модели $\{P_R P_L\}$ Ледо-I, изображенной на рис. 10. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

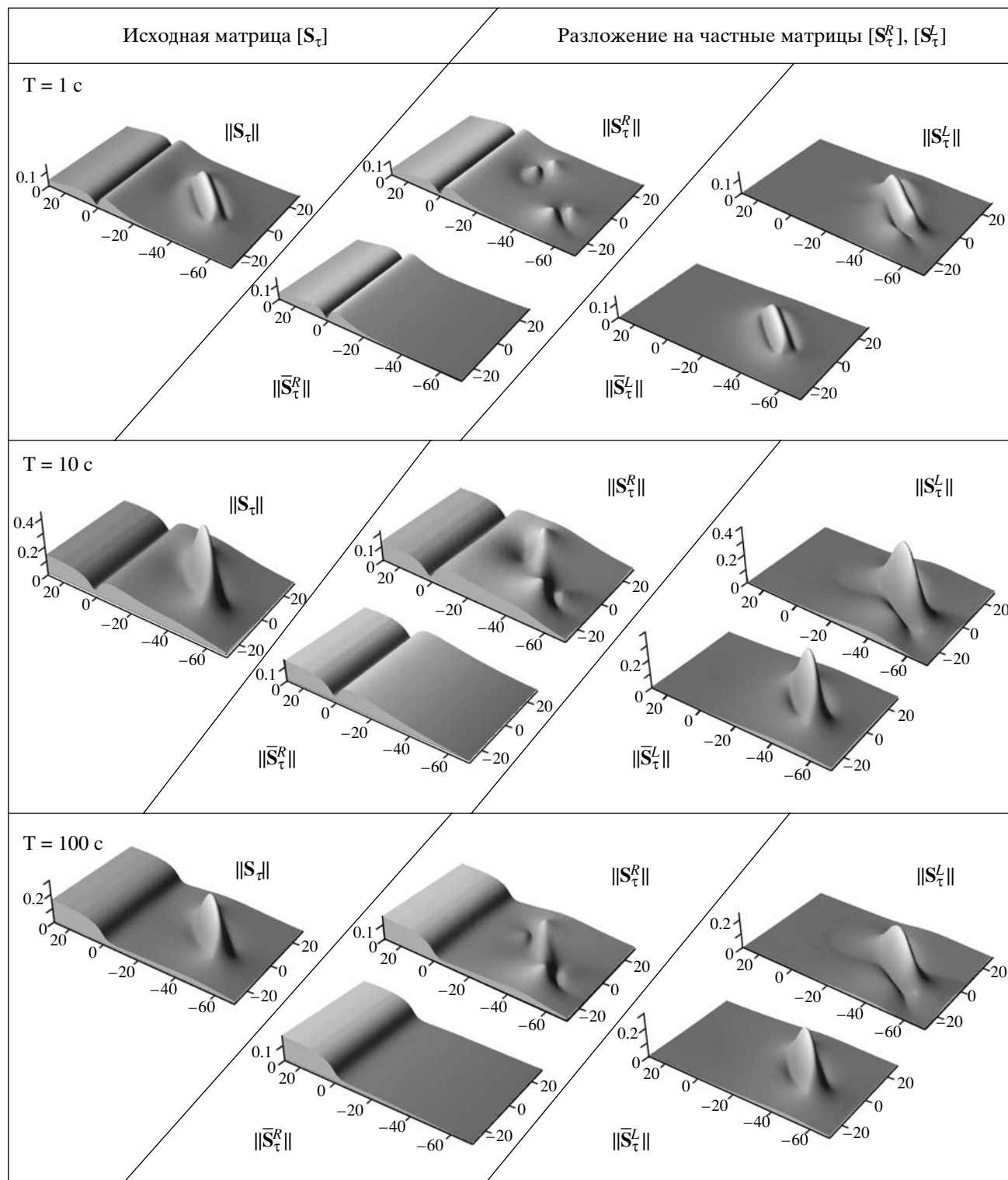


Рис. 13. Разложение исходной матрицы $[S_\tau]$ горизонтального магнитного тензора Шмукера на две частные матрицы $[S_\tau^R]$ и $[S_\tau^L]$ в модели $\{P_R P_L\}$ Ледо-II, изображенной на рис. 10. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

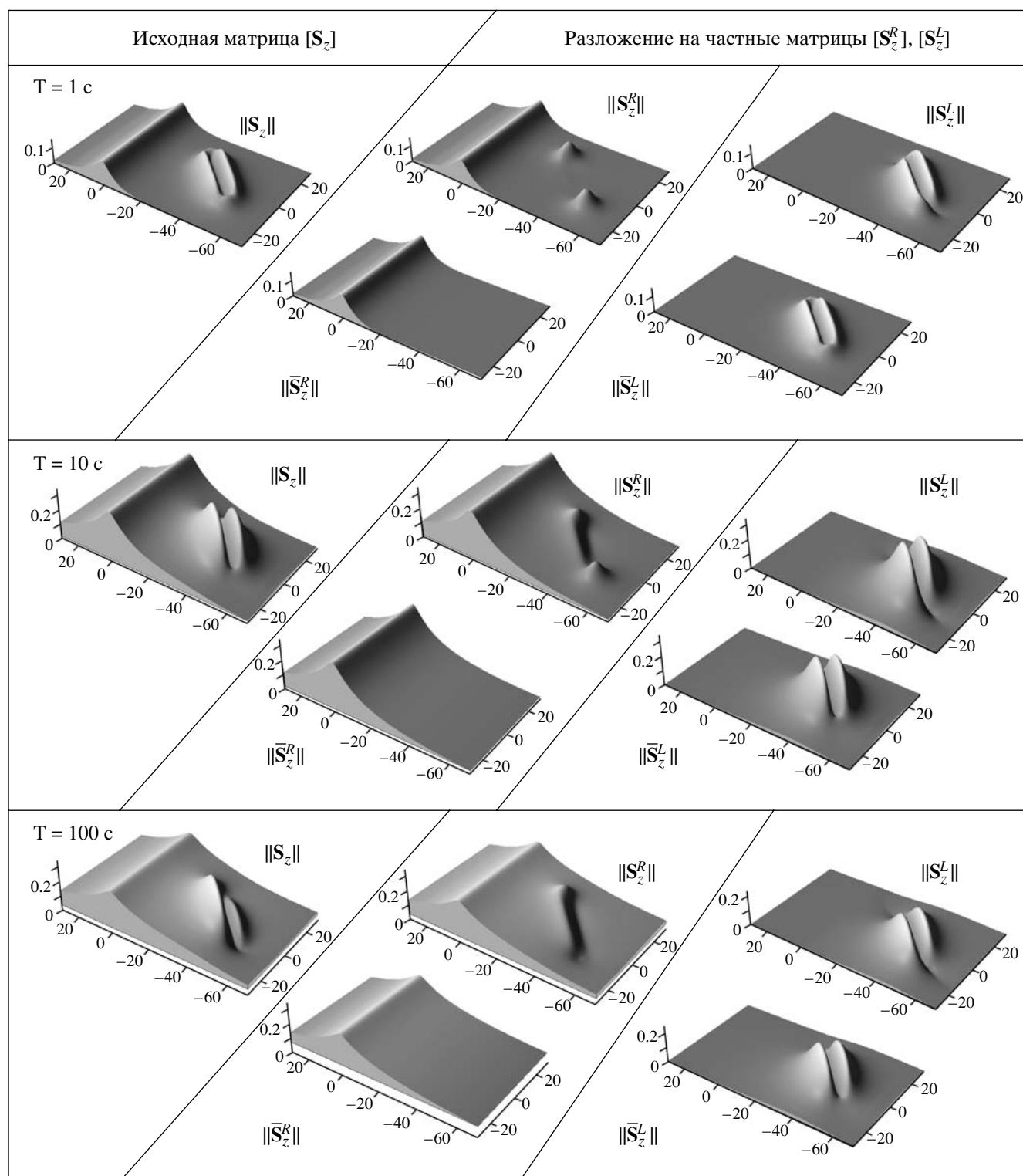


Рис. 14. Разложение исходной матрицы $[S_z]$ типпера Шмукера на две частные матрицы $[S_z^R]$ и $[S_z^L]$ в модели $\{P_R P_L\}$ Ледо-II, изображенной на рис. 10. Шкалы горизонтальных расстояний даны в км.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из результатов, полученных в статье, мы заключаем, что магнитовариационное зондирование открывает новые подходы к интерпретации геоэлектрических данных. На этом пути повышается разрешающая способность зондирования и возникает возможность инверсий, фокусируемых на определенных структурах. Идея этой статьи возникла в ходе дружеской беседы с У. Шмукером, которому авторы выражают сердечную признательность. Нам приятно поблагодарить Д. Яковлева за помощь в подготовке графических иллюстраций. Работа над статьей была поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований, проекты 07-05-00523 и 08-05-00345.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бердичевский М.Н.* Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования. М.: Недра. 1968. 255 с.
- Berdichevsky M.N., Dmitriev V.I.* Magnetotellurics in the context of the theory of illposed problems. Investigations in Geophysics V.11. Tulsa.: SEG. 2002. 215 p.
- Berdichevsky M.N., Dmitriev V.I.* Models and Methods of Magnetotellurics. Springer Verlag. 2008. 617 p.
- Fujiwara S., Toh H.* Geomagnetic transfer functions in Japan obtained by first order geomagnetic survey // J. Geomag. Geoelectr. V. 48. P. 1071–1101.
- Ledo J.* 2-D versus 3-D magnetotelluric data interpretation // Surveys in Geophysics. V. 27. 2006. P. 111–148
- Pajunpaa K., Lahti I., Olafsdottir B.* Crustal conductivity anomalies in central Sweden and SW Finland // Geophys. J. Int., V. 150. 2002. C. 695–705.
- Parkinson W.D.* Direction of rapid geomagnetic fluctuation // Geophys. J. V. 2. 1959. C. 1–14.
- Ritter P., Banks R.J.* Separation of local and regional information in distorted GDS response functions by hypothetical event analysis // Geophys. J. Int. V. 135. 1998. C. 923–942.
- Schmucker U.* Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. Berkley.: Univ. of California Press. 1970. 165 p.
- Sokolova E., Berdichevsky M., Varentsov Iv., Rybin A., Batalev V., Baglaenko N., Golubtsova N., Matukov V., Pushkarev P.* Advanced methods for joint MT / MV profile studies of active orogens: the experience from the Central Tien Shan. 22 Kolloquium EM Tiefenforschung. Decin. Czech Republic. 2007. 10 p.
- Soyer W., and Brasse H.* A magneto-variation study in the central Andes of N Chile and SW Bolivia // Geophys. Res. Let. V. 28(15). 2001. P. 3023–3026.
- Vanyan L.L., Berdichevsky M.N., Pushkarev P.Yu., Romanyuk T.V.* A geoelectric model of the Cascadia subduction zone // Izvestia Physics of the solid Earth. V. 38. 10. 2002. P. 816–846.
- Varentsov Iv.M.* EMTESZ-Pomerania WG. Method of horizontal magnetovariational sounding: techniques and application in the EMTESZ-Pomerania project. 21 Kolloquium EM Teifenforschung (Protokoll, ISSN 0946-7467). Holle, Germany. 2005. P. 111–123.
- Varentsov, Iv.M.* Arrays of simultaneous electromagnetic soundings: design, data processing and analysis: Electromagnetic sounding of the Earth's interior (Methods in geochemistry and geophysics, 40). Elsevier. 2007. P. 263–277.
- Wiese H.* Geomagnetische Tiefentellurik, Teil 2, Die Streichrichtung der Untergrund-strukturen des elektrischen Widerstandes, erschlossen aus geomagnetischen Variationen // Geofis. Pura. Appl. V. 52. 1962. C. 83–103.
- Zhang P., Pedersen L.B., Mareschal M and Chouteau M.* Channeling contribution to tipper vectors: a magnetic equivalent to electrical distortion // Geophys. J. Int. V. 113, 1993. P. 693–700.