

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента на рукопись диссертационной работы**  
**Тарелкина Александра Алексеевича**  
**на тему: «Некоторые точные решения первого уравнения**  
**в цепочке уравнений Власова»,**  
**представленной на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**по специальности 01.04.02 — Теоретическая физика**

Проектирование сложных современных физических установок, как правило, сводится к решению нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Несмотря на широкий спектр численных методов и вычислительные мощности современных кластеров, актуально стоит вопрос о наличии точных решений нелинейных уравнений, позволяющих оценить точность численного решения, исследовать асимптотический характер поведения решения в особых точках, произвести оптимизацию нелинейной физической системы с выбором начального приближения. Поиск точных решений нелинейных модельных задач является одной из сложнейших задач теоретической и математической физики. В отличие от линейных уравнений для нелинейных уравнений не применим принцип суперпозиции решений, и возможность получения даже частного решения уже является новым результатом.

В работе Тарелкина А.А. рассматривается построение метода поиска частных решений первого уравнения из цепочки уравнений А.А. Власова. Исследуемое уравнение в различных формах встречается в постановках задач механики сплошных сред, в статистической физики, в задаче магнитостатики и в квантовой механике при рассмотрении тока вероятности и квантовых систем с ударной волной. При этом, решения одного и того же уравнения могут найти применения в различных областях физики. Поэтому тема диссертационного

исследования Тарелкина А.А. является актуальной как с теоретической, так и практической точек зрения.

В основе предлагаемого в диссертации Тарелкина А.А. метода решения первого уравнения Власова лежит идея об отображении нелинейного уравнения в линейное уравнение. Для «компенсации» нелинейности Тарелкин А.А. использовал нелинейное отображение Лежандра. Полученное после преобразования Лежандра линейное уравнение может быть исследовано и решено в рамках хорошо разработанного математического аппара теории линейных дифференциальных уравнений.

Диссертационная работа Тарелкина А.А. состоит из введения, четырёх глав основного содержания и заключения, суммирующего основные результаты проведенного исследования. Список литературы содержит 111 наименований.

**Во введении** дано обоснование актуальности темы диссертации, сформулированы положения, выносимые на защиту и основные методы исследования. Обзор литературы, проведенный автором, обосновывает новизну данного диссертационного исследования и полученных в нем результатов.

**В главе 1** автором рассматривается связь первого уравнения Власова с нерелятивистским уравнением Шрёдингера для скалярной частицы с учётом электромагнитного поля. В отличие от известного перехода от уравнения Шрёдингера к уравнению непрерывности, в диссертации рассматривается обратное преобразование, основанное на теореме Гельмгольца о разложении векторного поля потока вероятностей на вихревую и безвихревую компоненту. Вихревая компонента соответствует векторному потенциалу магнитного поля. Безвихревая компонента выражается через скалярный потенциал фазы волновой функции. Полученные в главе 1 соотношения позволяют математически строго связать решения уравнения Шрёдингера с решениями первого уравнения Власова.

**В главе 2** рассматривается стационарный случай для первого уравнения Власова. Применяя преобразование Лежандра, исходное уравнение приводится к линейному дифференциальному уравнению в частных производных при

условии, что функция плотности вероятностей представима в виде  $f = f(|\langle \vec{v} \rangle|)$ , где  $\langle \vec{v} \rangle$  соответствует векторному полю потока вероятностей, то есть сама является функцией координат. Полученное линейное уравнение записано для фазы волнной функции, а коэффициенты уравнения выражены через функцию  $f$ . Частные решения уравнения могут быть найдены в факторизованном виде в полярной системе координат. Решения соответствующего дифференциального уравнения для угловой части выражается через тригонометрические функции, а решения для радиальной части представляются в виде разложений в ряды в окрестностях особых точек. В качестве примера в главе 2 рассмотрена зависимость  $f \sim \exp[-|\langle \vec{v} \rangle|^2 / 2\sigma_v^2]$ , для которой ряды выражаются через гипергеометрические функции. В некоторых частных случаях ряды имеют конечное число членов и выражаются через обобщенные полиномы Лагерра.

**Глава 3 и глава 4** посвящены задаче магнитостатики. В стационарном случае первое уравнение Власова при замене функции плотности на функцию магнитной проницаемости, а векторного поля потока вероятностей на напряженность магнитного поля переходит в нелинейное уравнение дивергентного типа, входящее в постановку задачи магнитостатики. В главе 3 строятся частные решения такого уравнения в области ферромагнетика с негладкой границей. Как и в главе 2 для линеаризации уравнения используется преобразование Лежандра. Особый интерес представляет сингулярный характер поведения решения в окрестности угловой точки ферромагнетика. При численном решении задачи магнитостатики в таких областях разностная схема может давать существенную погрешность. Тарелкин А.А. получил явные выражения для частных решений в окрестности угловой точки при условии, что функция магнитной проницаемости удовлетворяет асимптотике Вейсса. Для 2D задачи магнитостатики в области ферромагнетика им была построена разностная схема, повышающая точность решения на порядок. Для 3D задачи магнитостатики в области ферромагнетик/вакуум в окрестности угловой точки им получена оценка сверху на рост магнитного поля. Полученная оценка

позволяет оптимально строить адаптивную сетку в окрестности угловых точек ферромагнетика.

В главе 4 описано применение теоретических результатов главы 3 на примере моделирования и оптимизации магнитного поля детектора SPD ускорительного комплекса NICA (ОИЯИ, Дубна). Результаты моделирования детектора SPD, проведенные Тарелкиным А.А. имеют важное значение для построения оптимальной конфигурации магнитного поля.

Вместе с тем, следует указать на отдельные недостатки и упущения в диссертационной работе. Так, в главе 4 автор чрезмерное внимание уделяет расчётом магнитных систем, а большой объем выполненных расчетов размывает принципиальные результаты диссертационной работы. Имеются некоторые опечатки как и в рукописи диссертационной работы, так и в автореферате. В качестве пожелания можно высказать следующее: в главе 2 в качестве примера зависимости функции плотности вероятности от векторного поля потока вероятностей можно было рассмотреть функциональную зависимость вида  $|\langle \vec{v} \rangle|^{\lambda} \exp(-|\langle \vec{v} \rangle|^2 / 2\sigma_v^2)$ . В этом случае задача также является разрешимой в явном виде и дополняет класс точных решений уравнения Шрёдингера.

Вместе с тем, указанные замечания не влияют на высокую положительную оценку диссертационной работы. Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях широкого класса физических явлений, имеют теоретическую и практическую значимость.

Диссертационная работа Тарелкина А.А. отвечает всем требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам на соискание ученой степени кандидата наук. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности **01.04.02 — Теоретическая физика** (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о

диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, Тарелкин Александр Алексеевич безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — Теоретическая физика.

Официальный оппонент:

д.ф.-м.н., профессор,  
советник ректора  
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный  
университет»

Харрасов Мухамет Хадисович

*Харрасов  
25 ноября 2019 г.*

Контактные данные:

тел.: +7 (347) 2299649, e-mail: rector@bsunet.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом  
зашита диссертация:

01.04.02 – Теоретическая физика

Адрес места работы:

450076, Приволжский федеральный округ, Республика Башкортостан, г. Уфа,  
ул. Заки Валиди, дом 32

Тел.: +7 (347) 2299649; e-mail: rector@bsunet.ru

Подпись советника ректора ФГБОУ ВО «Башкирский государственный  
университет» М.Х. Харрасова удостоверяю:  
ученый секретарь Ученого совета Башкирского государственного университета  
С.Р. Баймова



*25.11.2019*