

УДК 535.015

Фурье-оптика как междисциплинарная технология

Павел Васильевич Короленко^{1,2}, Надежда Юрьевна Конопальцева¹,
Алексей Юрьевич Мишин¹, Юлия Владимировна Рыжикова¹

¹ Физический факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Ленинские горы, дом 1, строение 2

² Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Россия, Москва, Ленинский проспект, 53; e-mail: pvkorolenko@rambler.ru; kon.ny@yandex.ru; physic_tx@list.ru; ryzhikovaju@physics.msu.ru

Рассмотрены проблемы освещения в учебных курсах методов фурье-оптики. На примере изучения свойств фракталов продемонстрированы эвристические и междисциплинарные возможности использования пространственного преобразования Фурье.

Ключевые слова: фурье-оптика, пространственное преобразование Фурье, междисциплинарность, трансдисциплинарность, фракталы, фурье-образы, фрактальная арттерапия.

Введение

Междисциплинарной тематике посвящено большое количество публикаций. Нашла она отражение и на страницах журнала “Физическое образование в вузах” (см., например, [1, 2]). В данной работе изложены междисциплинарные аспекты методов фурье-оптики, получивших применение в самых разных научных дисциплинах. Фурье-оптика, аппарат которой использует пространственное преобразование Фурье, достаточно подробно освещается в общих курсах физики и соответствующих базовых учебниках и пособиях [3, 4]. С ее представлениями студентам приходится иметь дело в процессе обучения и на старших курсах. Так, студенты кафедры оптики, спектроскопии и физики наносистем физического факультета МГУ могут убедиться в том, что методы фурье-оптики в силу их универсальности имеют междисциплинарный характер и успешно используются в самых разных областях физики. Они применяются для обработки изображений, распознавания образов, в голографических исследованиях, в физике лазеров и других разделах [5, 6]. Использование фурье-анализа в этих разделах часто требует применения специфических приемов. У студентов есть возможность овладеть как их теоретической основой, так и необходимыми практическими навыками. При этом, поскольку элементы фурье-оптики содержатся в самых разных учебных руководствах [5–7] важно обеспечить методическое единство их описания. Этой цели нельзя добиться без тщательного согласования программ лекционных курсов и тем практических занятий. К сожалению, несмотря на то, что пространственное фурье-

разложение играет большую роль в физической оптике учебные материалы не всегда иллюстрируют его эвристические возможности в других научных областях. В данной работе способность фурье-оптики обнаруживать новые факты и закономерности в ходе междисциплинарных исследований продемонстрирована с использованием представлений бурно развивающейся в настоящее время фрактальной физики [8].

Проблемы в освоении учебного материала

Многие преподаватели считают, что существуют определенные трудности в освоении студентами учебного материала, относящегося к пространственному преобразованию Фурье. Обычно это происходит по следующим причинам.

1. В большинстве случаев, начиная с младших курсов, анализ Фурье сориентирован на преобразование сигналов, изменяющихся во времени. Гораздо реже студентам приходится иметь дело с фурье-анализом пространственных структур. Это приводит к тому, что учащиеся начинают путать временные и пространственные частоты, не всегда понимая их физический смысл. Дополнительная трудность в освоении указанной процедуры связана с тем, что они используют внешне схожие математические приемы. Так, частотные характеристики функций $f(t)$ и $f(x,y)$, зависящих соответственно от времени t и поперечных координат x, y , определяются интегральными преобразованиями

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(i\omega t) d\omega, \quad (1)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) \exp[i(ux + vy)] du dv, \quad (2)$$

где $F(\omega)$ и $F(u, v)$ – соответствующие спектры. Аналогия выражений (1)–(2) усиливается, если преобразуется одномерная пространственная структура типа решетки.

2. В последнее время в связи с развитием компьютерных технологий получили распространение эффективные способы обработки изображений, которые используют процедуру фурье-преобразования. Сложность освоения этих технологий учащимися состоит в том, что, несмотря на существование разнообразных руководств по обработке изображений, среди них практически отсутствуют адаптированные для использования в учебном процессе студентами широкого профиля подготовки. При освоении методов обработки и повышения качества изображений также встречаются терминологические трудности. В качестве примера можно указать на термин «функция импульсного отклика», который используется наряду с терминами «переходная функция» и «функция рассеяния точки».

3. Нельзя не сказать об ошибках технического характера, которые время от времени возникают у студентов. Часть из них связана с тем, что в различных руководствах и вычислительных пакетах [7] отсутствует единообразие в алгоритмах определения коэффициентов разложения Фурье.

4. Широкая проблематика задач, решаемых с использованием пространственного фурье-преобразования, указывающая на междисциплинарный характер применяемого метода, не всегда имеет необходимое методическое и методологическое обеспечение. При этом не уделяется внимание обоснованию разностороннего применения фурье-анализа.

Фурье-оптика фрактальных структур

Новационный потенциал фурье-оптики и возможности проведения на ее основе междисциплинарных исследований можно проиллюстрировать примером фурье преобразований фрактальных изображений. Изучение фракталов [8, 9] в настоящее время сформировало целое научное направление, характеризующееся фундаментальной и практической направленностью. Рассмотрим изображение в виде двумерной фрактальной структуры, построенной на основе модифицированной функции Вейерштрасса [10]. Распределение амплитуды световых колебаний $W_{k,m}$ в изображении задавалось следующими формулами:

$$W_{k,m} = W_{k,m}^{(+)} + W_{k,m}^{(-)}, \quad (3)$$

где

$$W_{k,m}^{(\pm)} = \sqrt{2\sigma} \frac{(1-b^{2D-4})^{1/2} \sum_{n=0}^N [b^{(D-2)n} \sin[2\pi s b^n (\pm k + m) + \psi^{(\pm)}_n]]}{[1-b^{(2D-4)(N+1)}]^{1/2}}. \quad (4)$$

Здесь функции $W_{k,m}$, $W_{k,m}^{(\pm)}$ – зависят от поперечных индексов k и m , σ – стандартное отклонение распределения поля, D – фрактальная размерность, N – количество гармоник, b – параметр пространственно-частотного масштабирования, s – масштабирующий коэффициент, $\psi^{(\pm)}_n$ – случайные фазы гармоник.

Пространственная структура, сформированная с помощью формул (3)–(4), показана на рис. 1(а). Она соответствует следующим значениям параметров: $b=2$; $\sigma=3,3$; $D=1,35$; $N=5$; $\psi^{(+)}_n - \psi^{(-)}_n = \pi/2$. Расчет фурье-образа структуры $F_{q,t}$ проводился с помощью формулы [5]:

$$F_{q,t} = \left| \frac{1}{J^2} \sum_{k=0}^J \sum_{m=0}^J \left(|W_{k,m}|^2 e^{i \frac{2\pi}{J} qk + i \frac{2\pi}{J} mt} \right) \right|, \quad (5)$$

где q и t – пространственные частоты, J – максимальное значение индексов k и m , $i = \sqrt{-1}$. Результаты расчета приведены на рис. 1(б).

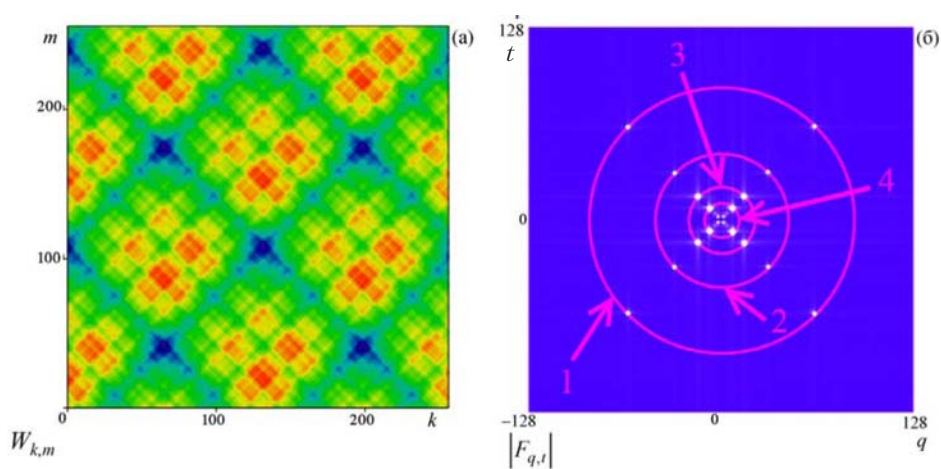


Рисунок 1. Изображение тестового объекта (а) и его фурье-спектр (б).

Хорошо видно, что фурье-образ рассматриваемой структуры обладает высоким уровнем самоподобия. Рефлексы пространственного спектра находятся на окружностях, помеченных цифрами 1, 2, 3, 4. Их радиусы увеличиваются при смещении рефлексов к периферии в два раза. Это означает, что коэффициент скейлинга ζ , определяющий масштабную инвариантность фурье-образа, равен $\zeta = 2$. Указанное значение коэффициента скейлинга совпадает с величиной параметра b в формуле (4). Расчёты показали, что на структуру фурье-образа очень слабо влияет изменение величины фрактальной размерности в пределах 1,01 – 1,75. Следует также отметить, что фурье-преобразование тестового объекта практически не зависит и от величин фаз гармоник, входящих в формулы (3), (4).

Приведенный фрагмент обработки фрактального изображения раскрыл ряд важных свойств его пространственного спектра. Среди наиболее важных характеристик спектра следует отметить присутствие в нем скейлинга, обеспечивающего самоподобие изменения частот в разных спектральных интервалах.

В качестве еще одного тестового объекта выберем двумерные решетки, построенные с использованием свойств числовой последовательности Фибоначчи P_j . Эти последовательности представлялись в виде чередующихся в определенном порядке нулей и единиц $\{0,1\}$. Переход к более высокому структурному уровню решетки с большим количеством элементов в последовательности, осуществляется с помощью правила замещения $0 \rightarrow 01, 1 \rightarrow 0$.

На основе таких последовательностей формировались двумерные матрицы Q_{mn} и C_{mn} с различным расположением рассеивающих центров, формирующие двумерную структуру решеток [11]. На рис. 2а,б приведены фрагменты решеток Фибоначчи,

построение которых производилось с использованием матриц C_{mn} и Q_{mn} , соответственно.

Несмотря на заметные отличия в распределении рассеивающих центров, двумерные решетки имеют практические совпадающие фурье-образы (см. рис. 2в).

Рассмотренный пример показывает, что даже в тех случаях, когда исследуемая структура не имеет выраженных фрактальных признаков, ее фурье-образ обладает внутренней симметрией самоподобия и несет информацию о скрытых геометрических пропорциях. Эти пропорции характеризуются коэффициентом скейлинга $\zeta = \frac{ab}{ac} = \frac{ac}{dc} = \frac{dc}{de} = \frac{bf}{gf} = \frac{gf}{gh} \approx 1,618 \approx \Phi$, где Φ – коэффициент золотого сечения [11], $a-h$ – реперные максимумы, помеченные белым цветом.

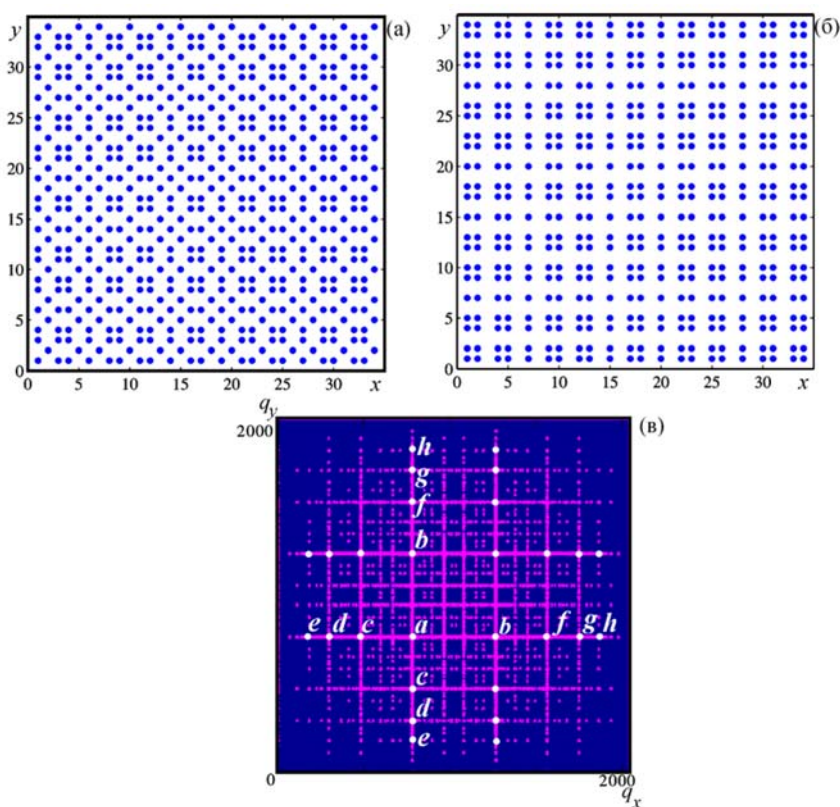


Рисунок 2. Примеры двумерных решеток Фибоначчи (а, б) и их фурье-спектр (в), $a-h$ – реперные максимумы пространственного спектра, величины x, y, q_x, q_y приведены в относительных единицах.

Таким образом, пространственное фурье-преобразование дает возможность оценить скрытые фрактальные характеристики изображения.

Междисциплинарная составляющая

Как уже отмечалось, фурье-анализ пространственных структур имеет многочисленные приложения в физико-математических областях науки. Здесь мы остановимся на возможностях его использования в гуманитарной и медико-биологических сферах. Связь между принципиально различающимися областями знаний принято характеризовать наряду с термином «междисциплинарность» термином «трансдисциплинарность». Проиллюстрируем возможности трансдисциплинарного подхода с использованием фурье-преобразований изображений с фрактальными признаками. Соответствующие исследования сформировали автономное научное направление нейропсихологии – нейроэстетику.

Обработка фрактальных изображений позволяет дать обоснование такому важному феномену как красота фракталов [9]. Современная эстетика, являющаяся разделом философии, пытается дать ему объяснение, апеллируя к понятиям гармонии, симметрии, а также к принципу природоподобия. Вместе с тем, используя свойства пространственных спектров фрактальных структур, можно дать интерпретацию эстетической значимости их изображений, исходя из строгих нейробиологических и физических позиций. Для этого следует принять во внимание особенности обработки таких изображений в коре головного мозга. Такого рода особенности можно описать, опираясь на концепцию работы [10], где красота фракталов объясняется высокой эффективностью частотной фильтрации фрактальных изображений при их обработке в коре головного мозга. Предполагается, что зрительная система человека содержит нейронные комплексы, которые наделены свойствами двумерных пространственно-частотных фильтров Фурье или Габора. Причем существует, по-видимому, множество относительно «узких» фильтров настроенных на восприятие разных пространственных частот. Поскольку у фракталов в разных спектральных интервалах, как было показано, форма распределения пространственных частот совпадает, то обработка сигнала происходит быстро и с малыми затратами энергии. Благодаря этому, у человека формируется чувство комфорта, вызывающее возбуждение в коре головного мозга «центров удовольствия». Описанная ситуация и формирует при созерцании фракталов чувство прекрасного и ощущение эмоционального подъема. В частности, могут улучшаться креативные способности индивидуума. Частотный анализ упрощает узнавание знакомых объектов с увеличенными или уменьшенными размерами. При этом в системе памяти фиксируется только гармонический состав. Это делает опознание образа более экономным, не зависящим от реального размера объекта. Именно поэтому для оперативной памяти требуется весьма малый объем.

Описанный механизм обработки оптической информации, часто рассматриваемый в рамках нового научного направления – нейроэстетики, лег в основу

широко используемой в медицинской практике фрактальной арттерапии. Она основана на терапевтическом эффекте при восприятии человеком предъявляемых ему фрактальных изображений. В настоящее время накоплен обширный статистический материал по применению фрактальной арттерапии к людям из различных слоев общества с теми или иными психическими отклонениями. Он свидетельствует, что красота фракталов оказывает положительное влияние на их эмоциональное состояние, заметным образом компенсируя проявление тех или иных патологий.

Заключение

Изложение фурье-оптики, как было показано, требует учета ряда особенностей. Они касаются и используемого математического аппарата, нацеленного на определение пространственного спектра исследуемых объектов, и трактовки ряда терминов, которые пришли в оптику из других дисциплин.

Особого внимания заслуживает освещение междисциплинарного и трансдисциплинарного характера методов фурье-оптики. На примере применения этих методов для изучения свойств фрактальных объектов хорошо видны их эвристические возможности. Регистрируемая устойчивость формы фурье-спектров и их скейлинговых свойств в различных спектральных диапазонах во многом объясняет причины эстетической ценности фрактальных изображений. Если учесть, что многочисленные природные объекты обладают фрактальными признаками [8], то полученные результаты позволяют дать интерпретацию одному из основных положений современной эстетики. Согласно этому положению наиболее сильное эмоциональное воздействие на человека оказывают структуры, близкие по своей форме к природным объектам. Трансдисциплинарные связи пространственного спектрального анализа иллюстрирует арттерапия, использующая терапевтический эффект, связанный с восприятием человеком фрактальных изображений.

При выполнении данной работы часть вопросов, относящихся к математическому моделированию изучаемых процессов и объектов, решалась при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00723 а.

Литература

1. Голубева О.Н., Минасян Л.А., Сидоров С.В. Нелинейность как междисциплинарная идея в дисциплине “Концепции современного естествознания” // Физическое образование в вузах. 2018. Т. 24. № 1. С. 34-42.
2. Мошкина Е.В., Казакова Е.Л., Кручек М.М., Сергеева О.В. Аспекты организации учебного

- процесса по физике и математическому анализу в рамках междисциплинарного подхода // Физическое образование в вузах. 2018. Т. 24. № 2. С. 30-40.
3. *Алешкевич В.А.* Курс общей физики. Оптика. – М.: Физматлит, 2011.
 4. *Митин И.В., Быков А.В., Салецкий А.М.* Оптика. Разработка семинарских занятий. – М.: Физический факультет МГУ, 2015.
 5. *Гудмен Дж.* Введение в фурье-оптику. – М.: Мир, 1970.
 6. *Короленко П.В.* Оптика когерентного излучения. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998.
 7. *Вохник О.М., Зотов А.М., Короленко П.В., Рыжикова Ю.В.* Моделирование и обработка стохастических сигналов и структур. (Учебное пособие) – М.: МГУ, 2013.
 8. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. – М.: «Институт компьютерных исследований», 2002.
 9. *Пайтген Х.О., Рихтер П.Х.* Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. – М.: Мир, 1993.
 10. *Короленко П.В., Зотов А.М., Рыжикова Ю.В.* Междисциплинарные аспекты фрактальной оптики // Ученые записки физического факультета Московского университета. 2018. №5. С. 1850402–1 – 1850402–6.
 11. *Зотов А.М., Ким Е.Г., Короленко П.В., Рыжикова Ю.В.* Моделирование аперiodических структур со скейлинговыми оптическими характеристиками // Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т.18. №12. С. 10-15.

Fourier Optics as an Interdisciplinary Technology

P.V. Korolenko^{1,2}, N.Yu. Konopaltseva¹, A.Yu. Mishin¹, Yu.V. Ryzhikova¹

¹ *Department of optics, spectroscopy and nanosystems physics, Faculty of Physics,
M.V. Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

² *P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences. Moscow 119991, Russia;
e-mail: pvkorolenko@rambler.ru, kon.ny@yandex.ru, physic_tx@list.ru,
ryzhikovaju@physics.msu.ru*

Received March 21, 2019

PACS 42.30.Kq, 02.70.-c

The problems of Fourier optics presentation in the training courses are considered. Using the example of studying the properties of fractals, heuristic and interdisciplinary

possibilities of the spatial Fourier transform are demonstrated.

Keywords: Fourier optics, spatial fourier transform, interdisciplinarity, transdisciplinarity, fractals, fractal art therapy.

References [in Russian]

1. *Golubeva O.N., Minasyan L.A., Sidorov S.V.* Nonlinearity as an interdisciplinary idea in the discipline “Concepts of modern science” // *Fizicheskoe Obrazovanie v VUZah.* 2018. V. 24. No. 1. P. 34-42.
2. *Moshkina E.V., Kazakova E.L., Kruchek M.M., Sergeeva O.V.* Aspects of the organization of the educational process in physics and mathematical analysis in the framework of an interdisciplinary approach // *Fizicheskoe Obrazovanie v VUZah.* 2018. V. 24. No. 2. P. 30-40.
3. *Aleshkevich V.A.* The course of general physics. Optics. – M.: Fizmatlit, 2011.
4. *Mitin I.V., Bykov A.V., Saletsky A.M.* Optics. Development of seminars. – M.: Physical Faculty of Moscow State University, 2015.
5. *Goodman J.* Introduction to Fourier Optics. – M.: Mir, 1970.
6. *Korolenko P.V.* Optics of coherent radiation. – M.: Publishing House of Moscow. University, 1998.
7. *Vokhnik O.M., Zotov A.M., Korolenko P.V., Ryzhikova Yu.V.* Modeling and processing of stochastic signals and structures. – M.: MSU, 2013.
8. *Mandelbrot B.* The Fractal Geometry of Nature. – M.: “Institute for Computer Research”, 2002.
9. *Peitgen H.O., Richter P.H.* The beauty of fractals. Images of complex dynamic systems. – M.: Mir, 1993.
10. *Korolenko P.V., Zotov A.M., Ryzhikova Yu.V.* Interdisciplinary Aspects of Fractal Optics // *Memoirs of the Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University.* 2018. No. 5. P. 1850402–1 – 1850402–6.
11. *Zotov A.M., Kim E.G., Korolenko P.V., Ryzhikova Yu.V.* Simulation of aperiodic structures with scaling optical characteristics // *Electromagnetic waves and electronic systems.* 2013. Vol. 18. No. 12. P. 10-15.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Подписано в печать 27 сентября 2019 г.
Формат 70x100/16. Заказ № . Тираж 100 экз. П.л. 8,25.
Отпечатано в типографии ООО «Издательский Дом МФО».
Москва, В-333, Ленинский проспект, 53. Тел.: (499) 132 66 51