

Отзыв официального оппонента

на диссертацию Антона Андреевича Шафаревича

«Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий»
по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел,
представленную в диссертационный совет МГУ01.17 ФБГОУ ВО «Московский
государственный университет имени М.В. Ломоносова» на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук.

Диссертация Антона Андреевича Шафаревича на тему «Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий» посвящена активно развивающейся области теории инвариантов и алгебраических групп преобразований, связанной с изучением групп регулярных автоморфизмов аффинных многообразий.

В 2013 году в работе И.В. Аржанцева, Г. Фленнера (H. Flenner), Ш.И. Калимана, Ф. Кутценбауха (F. Kutzschebauch) и М. Г. Зайденберга было введено понятие гибкости. Пусть $\mathbb{K}$ — алгебраически замкнутое поле характеристики ноль. Алгебраическое многообразие над $\mathbb{K}$ называется *гибким*, если касательное пространство в каждой гладкой точке порождается касательными векторами к орбитам всевозможных действий аддитивной группы поля $\mathbb{K}$ на многообразии. В той же работе было доказано, что группа автоморфизмов аффинного гибкого многообразия размерности большей 2 действует бесконечно транзитивно на множестве гладких точек. Это означает, что для любых двух наборов попарно различных гладких точек, состоящих из одинакового числа элементов, существует автоморфизм, который переводит один набор в другой.

Свойство гибкости естественно изучать для алгебраических многообразий с большой группой автоморфизмов. Общим классом такого типа являются *квазиоднородные многообразия* — многообразия с действием аффинной алгебраической группы, имеющих плотную по Зарисскому орбиту. Среди квазиоднородных многообразий наиболее изучены *торические многообразия*, на которых с открытой орбитой действует алгебраический тор. Другим важным и более широким классом являются *сферические многообразия*, на которых с открытой орбитой действует борелевская подгруппа алгебраической группы. Торические и сферические многообразия допускают комбинаторно-геометрическое описание в терминах полиэдральных конусов.

В работе И.В. Аржанцева, К.Г. Куюмижян и М.Г. Зайденберга 2012 года было доказано, что аффинные торические многообразия без торических сомножителей, а также аффинные конуса над многообразиями флагов, являются гибкими. В диссертации Антона Шафаревича рассматривается более общий случай аффинных *орисферических многообразий*. Это аффинные многообразия, на которых есть действие алгебраической группы с открытой в топологии Зарисского орбитой, причем стабилизатор каждой точки содержит максимальную унипотентную подгруппу. Аффинные орисферические многообразия являются сферическими, и тем самым занимают промежуточное положение между торическими и сферическими многообразиями.

Целью диссертации является исследование на гибкость аффинных орисферических многообразий, а также исследование орбит группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий. Результаты, полученные в диссертации, покрывают практически все известные ранее классы гибких аффинных многообразий.

В главе 1 вводятся основные определения и приводятся факты, которые используются в дальнейшем.

В главе 2 доказывается гибкость аффинных орисферических многообразий полупростых групп. Для этой цели автор доказывает, что на аффинном орисферическом многообразии полупростой группы существуют такие действия аддитивной группы

поля, что подгруппа в группе автоморфизмов многообразия, порожденная этими действиями и полупростой группой, действующей на многообразии, действует транзитивно на множестве гладких точек.

В главе 3 доказывается гибкость аффинных орисферических многообразий произвольных аффинных алгебраических групп (без непостоянных обратимых функций), но при условии нормальности многообразия. Для этого выводится достаточное условие для существования действия аддитивной группы поля $\mathbb{K}$ на многообразии, а также достаточное условие существования гибкой точки на многообразии. Эти условия представляют самостоятельный интерес.

В главе 4 дается описание орбит группы автоморфизмов нормальных аффинных торических многообразий. Ранее И. В. Аржанцевом и И. А. Бажовым было получено описание орбит группы автоморфизмов нормальных аффинных торических многообразий в терминах подгрупп в группе дивизоров Вейля на многообразии. В диссертации автор использует другой подход и получает описание, используя размерности касательных пространств в точках многообразия.

Диссертация А.А. Шафаревича представляет собой законченное самостоятельное научное исследование по актуальной научной тематике. Результаты, полученные в диссертации, несомненно будут играть важную роль в аффинной алгебраической геометрии и могут найти приложения в смежных разделах алгебры и геометрии. Основные результаты являются новыми и актуальными и получены автором лично. Доказательства теорем изложены корректно и подробно. Основные результаты изложены в 3 статьях в научных журналах, индексируемых в Web of Science и Scopus. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

Считаю, что работа удовлетворяет всем критериям, сформулированным в пп. 2.1-2.5 «Положения о присуждении научных степеней в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел. Текст оформлен в соответствии с приложениями №5 и 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова». Автор диссертации заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент
профессор кафедры высшей геометрии и топологии
ФБГОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова»
д.ф.-м.н. доцент Т.Е. Панов.

119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, главное здание МГУ

Тел.: +7 (495) 939-37-98

E-mail: tpanov@mech.math.msu.su

Т.Е. Панов

Т.Е. Панов

25.11.19г

Подпись Т.Е. Панова удостоверено

Данн мех-мат. ф-га МГУ



А.И. Шафаревич