

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Александра Николаевича Козачинского «Сравнение коммуникационной, информационной и вопросной сложности», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Коммуникационная сложность — простая, но необычайно плодотворная, модель рас-
пределённого вычисления. В этой модели участники стремятся вычислить значение неко-
торой функции, аргументы которой распределены между ними. При этом во внимание
принимается только количество передаваемой информации, а не локальные вычислитель-
ные затраты.

Для коммуникационной сложности различных видов развиты методы, которыми уда-
ётся получать достаточно точные оценки коммуникационной сложности для многих функ-
ций. За 40 лет, прошедших с момента появления этого понятия, обнаружилось многочис-
ленные его приложения и связи с другими мерами сложности, в частности, информаци-
онной сложностью протоколов и вопросной сложностью булевых функций. На данный
момент теория коммуникационной сложности является одной из важнейших частей тео-
рии сложности.

Диссертация А.Н.Козачинского посвящена исследованию нескольких вопросов, важ-
ных для современной теории коммуникационной сложности.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, состо-
ящего из 49 наименований.

Во введении обсуждается место данного исследования в общей картине исследова-
ний в области коммуникационной сложности. Формулируется общая цель исследования и
приводятся основные результаты, выносимые на защиту.

В первой главе приводятся необходимые технические сведения из комбинаторики, тео-
рии графов, и теории информации. После этого даётся подробное изложение основных
понятий коммуникационной сложности. Автор вводит удобную для дальнейшего систему
определений, по возможности избегая лишних сведений. Благодаря этой главе текст ра-
боты получается замкнутым, читателю не нужно искать определения и использованные
теоремы в литературе.

Вторая глава посвящена коммуникационной сложности частичной функции хэммин-
гова расстояния. Эта функция равна 1 на паре двоичных слов длины n , если слова раз-
личаются в достаточно большом количестве позиций (пороговый параметр U), и равна 0,
если количество различающих слова позиций не превосходит L (другой пороговый пара-
метр). В остальных случаях функция не определена. Эта функция оказывается полезной
в анализе потоковых алгоритмов и задач тестирования свойств. В работе для этой функ-
ции изучается коммуникационная сложность с односторонней ошибкой. Для такой меры
коммуникационной сложности доказаны нижние и верхние оценки, различающиеся на
сравнительно небольшой множитель $O(\log L)$. Верхняя оценка получена для более слабой
модели, чем стандартная модель коммуникации, так называемой SMP модели. Получен-
ные оценки усиливают и уточняют известные результаты о коммуникационной сложности
частичной функции хэммингова расстояния.

В третьей главе изучается соотношение между коммуникационной сложностью и во-
просной сложностью. Вопросная сложность — одна из самых простых мер сложности бу-
левых функций. Как правило, нижние оценки вопросной сложности получаются намного
легче, чем для других видов сложности. Важным направлением исследований являет-
ся перенос таких оценок на другие виды сложности, в частности, на коммуникационную

сложность (метод лифтинга Раза – Маккинзи). Как уже было известно, применение лифтинга Раза – Маккинзи обеспечивается наличием так называемых протыкающих распределений на коммуникационной матрице функции, используемой в лифтинге (гаджета). В третьей главе работы даётся краткое введение в метод лифтинга и предлагается метод построения новых гаджетов с протыкающими распределениями, основанный на применении экспандеров. Продемонстрирована полезность этого метода — построен гаджет с рекордными характеристиками и протыкающими распределениями, которые могут быть найдены за полиномиальное время (последнее может оказаться важным для приложений). Кроме того, в третьей главе приводятся результаты, показывающие пределы возможностей данного подхода.

В четвёртой главе исследуются соотношения между протоколами, использующими частные случайные биты, и протоколами, использующими общие случайные биты, с точки зрения не только коммуникационной, но и информационной сложности протоколов. Предложен способ преобразования протокола с частными битами в протокол с общими битами, который не ухудшает коммуникационную сложность, а информационное разглашение нового протокола ограничено $O(\sqrt{I \cdot C})$, где I, C — информационное разглашение и коммуникационная длина исходного протокола. Этот результат представляет интерес с точки зрения проблемы сжатия протоколов, в духе теоремы Барака – Бравермана – Чена – Рао.

Пятая глава посвящена интерактивному аналогу теоремы Вольфа – Слепяна. Исследуется такая задача (задача Вольфа – Слепяна): у Алисы есть значение случайной величины X , у Боба — значение случайной величины Y (эти величины совместно распределены). Алисе нужно передать значение X Бобу в процессе коммуникации. Мерой сложности является средняя длина коммуникации. Естественной величиной для сравнения является условная энтропия $H(X|Y)$. В работе доказаны верхние и нижние оценки на сложность протоколов, решающих задачу Вольфа – Слепяна. Формулировки верхних оценок включают параметр, зависящий от количества раундов протокола. Построенная нижняя оценка показывает, что помимо основного члена $H(X|Y)$ в оценках сложности протоколов, решающих задачу Вольфа – Слепяна, необходимо присутствует слагаемое, пропорциональное $\log(1/\varepsilon)$, где ε — вероятность ошибки протокола.

В заключении подводятся итоги исследования и перечисляются основные результаты работы.

Работа написана очень хорошо и продуманно. Каждая глава содержит детальное описание места полученных в ней результатов в общей картине исследований, после чего формулируются основные результаты главы. В дальнейших разделах следуют доказательства этих результатов. Хотя это приводит к странным названиям разделов вроде «Вывод следствия 3» или «Доказательство предложения 25», такой способ организации текста оказывается удобным для читателя. Большинство доказательств изложены ясно. Особо отметим достаточно подробное изложение технических выкладок, что заметно облегчает чтение работы.

Как обычно и бывает, в работе есть некоторые неточности и шероховатости в изложении, а также опечатки (в незначительном количестве). Можно отметить недостаточно подробное объяснение роли частных и общих битов в доказательстве леммы 1 (с. 29). Также стоит отметить неудачное выбор обозначений в разделе 4.3, где D обозначает и дерево, и константу из леммы 11 (впрочем, из контекста нетрудно восстановить смысл каждого D в этом разделе).

Эти неточности не являются принципиальными и не снижают ценности работы.

Характеризуя работу в целом, можно утверждать, что она представляет собой законченное исследование. Все основные результаты работы являются новыми, они докладывались на престижных конференциях и опубликованы в рецензируемых изданиях, индек-

сируемых в Web of Science и Scopus. Автореферат соответствует тексту диссертации и адекватно отражает её содержание.

Я считаю, что работа удовлетворяет всем критериям, сформулированным в пп. 2.1–2.5 «Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова», предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел. Текст работы оформлен в соответствии с приложениями №5 и 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова». Диссертация соответствует паспорту специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел по направлению «Теория алгоритмов и вычислимых функций (в том числе алгоритмическая теория информации и теория сложности)». Её автор, Александр Николаевич Козачинский, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент
старший научный сотрудник ФИЦ ИУ РАН,
кандидат физико-математических наук
Вялый Михаил Николаевич
119333, Москва, ул. Вавилова, 42
тел. 8-926-112-28-24
эл. почта vyalyi@gmail.com



14 ноября 2019 года

Подпись М.Н.Вялого заверяю
Учёный секретарь ФИЦ ИУ РАН
д.т.н.



/В.Н.Захаров/

14.11.2019