ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
Июль—август 2008. Том 15, № 4. 92–93

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

С. Б. Гашков, М. И. Гринчук, И. С. Сергеев

В работе [1] авторами замечена неточность: описанная в § 6 конструкция сбалансированного по сложности и глубине сумматора не приводит к оценке сложности, сформулированной в теореме 2. Корректное доказательство теоремы 2 проводится с использованием исправленной конструкции, которая излагается ниже.

Пусть требуется построить схему, реализующую систему функций $\{F_j, P_j\}_{j=1,\dots,n}$, где

$$F_j(m) = y_{m+j-1} \vee u_{m+j-1}(y_{m+j-2} \vee u_{m+j-2}(\dots(y_{m+1} \vee u_{m+1}y_m)\dots)),$$

$$P_j(m) = u_{m+j-1} \cdot \ldots \cdot u_m, \quad F_j = F_j(0), \quad P_j = P_j(0).$$

Пусть имеются два метода (условно назовём их методами A и B) построения таких схем. Опишем комбинированный метод, зависящий от натурального параметра $k \leqslant n$.

Положим $s = \lceil n/k \rceil$. Предлагаемая схема строится из следующих подсхем.

1. Для всех $j = 0, \dots, s-1$ реализуются наборы функций $F_l(jk)$ и $P_l(jk)$, $1 \leqslant l \leqslant k$, от переменных u_i и y_i методом A. Обозначим $Y_j = F_k(jk)$ и $U_j = P_k(jk)$.

2. Для любого j справедливо (см. [1])

$$F_{jk} = Y_{j-1} \vee U_{j-1}(Y_{j-2} \vee U_{j-2}(\dots(Y_1 \vee U_1 Y_0)\dots)),$$

$$P_{jk} = U_{j-1} \cdot \ldots \cdot U_0.$$

Для вычисления системы функций $\{F_{jk}, P_{jk}\}_{j=1,\dots,s}$ используется схема из метода B, реализующая набор функций F_j и P_j от переменных U_i и Y_i.

3. Для каждого $j = 1, \dots, s-1$ вычисляются все F_{jk+l} и P_{jk+l}, $1 \leqslant l \leqslant k-1$, по формулам $F_{jk+l} = F_l(jk) \vee P_l(jk)F_{jk}$ и $P_{jk+l} = P_l(jk)P_{jk}$.

Обозначив через $L_A(n)$, $D_A(n)$ и $L_B(n)$, $D_B(n)$ сложность и глубину схемы, реализующей систему $\{F_j, P_j\}_{j=1,\dots,n}$ в методах A и B соответственно, для сложности построенной схемы получаем оценку $sL_A(k) + L_B(s) + 3n$, а для глубины — $D_A(k) + D_B(s) + 2$. При этом n операций в оценке сложности можно сэкономить, если не вычислять функции P_j.

Схема, реализующая систему функций $\{F_j\}_{j=1,\ldots,n}$, достраивается до схемы n-разрядного сумматора с дополнительной сложностью $4n$ и дополнительной глубиной $O(1)$. При этом если вместо функций F_j используются их «аддитивные» аналоги F_j^+ (с операцией сложения по модулю 2 вместо дизъюнкции), то дополнительная сложность составляет $3n$.

Повторяя в остальном рассуждения [1], получаем сформулированный в теореме 2 результат.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гашков С. Б., Гринчук М. И., Сергеев И. С.** О построении схем сумматоров малой глубины // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер. 1. — 2007. — Т. 14, № 1. — С. 27–44.

Письмо поступило
25 июня 2008 г.