

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Ложникова Михаила Андреевича

«О некоторых разностных схемах для уравнений газовой динамики»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.07 — «Вычислительная математика»

Актуальность. В диссертационной работе М.А. Ложникова предложены и обоснованы новые разностные схемы для уравнений газовой динамики. Большая часть работы посвящена неявным разностным схемам для уравнений газовой динамики, обеспечивающим положительность сеточной функции плотности и не накладывающим ограничений на шаги по времени и пространству.

Результаты диссертации имеют большой теоретический и практический интерес. С практической точки зрения предложенные разностные схемы не включают в себя дополнительных параметров, при помощи которых можно регулировать их работу на различных задачах. Таким образом, для расчетов требуется только указать граничные и начальные условия и построить сетку, на которой будет решаться разностная задача. Следовательно, все расчеты являются максимально воспроизводимыми. Благодаря тому, что разностная схема не накладывает ограничений на шаг по времени, есть возможность ускорить сами расчеты. Разностные схемы, предложенные в работе были применены для расчета тестовых модельных задач, а также было проведено сравнение результатов численного и натурного экспериментов. Сравнение показало, что предложенные разностные схемы позволяют решать широкий класс задач, возникающий в приложениях газовой динамики.

С теоретической точки зрения представляет интерес новый класс разностных схем, а также доказательства, проведенные для них. Среди результатов диссертации важно отметить следующие. В диссертационной работе впервые была построена разностная схема на неструктурированных треугольных сетках, обеспечивающая положительность сеточной функции плотности, для этой схемы доказано существование разностного решения при любых шагах по времени и пространству. Кроме того, впервые был предложен метод численной стабилизации к стационарному решению нелинейных уравнений газовой динамики. Результаты, полученные в диссертационной работе могут быть использованы для построения и обоснования новых схем для различных уравнений математической физики.

Краткая характеристика работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Суммарный объём диссертационной работы составляет 110 страниц. Список литературы состоит из 53 наименований.

Во **введении** кратко изложены основные виды методов для численного решения задач газовой динамики, обоснована актуальность работы, а также кратко изложено содержание каждой главы диссертационной работы.

В **первой** главе вводятся обозначения на одномерных ортогональных сетках с постоянным шагом, на двумерных ортогональных сетках, а также на неструктурированных треугольных и тетраэдральных сетках. Затем при помощи введенных обозначений определяются сеточные операторы дивергенции и градиента на перечисленных сетках. Глава завершается перечислением определений и известных фактов, использующихся в диссертационной работе, и доказательством достаточных условий того, что матрица является М-матрицей.

Во **второй** главе предложена полностью неявная разностная схема для одномерных уравнений движения баротропного газа в прямом канале с переменным сечением с линейной зависимостью давления от плотности. Для предложенной схемы доказана положительность сеточной функции плотности, баланс масс на ячейке, энергетическое неравенство и существование решения разностной задачи при любых шагах по времени и пространству.

В **третьей** главе предложен алгоритм численной стабилизации по начальным данным одномерных уравнений динамики вязкого баротропного газа с линейной или степенной зависимостью давления от плотности к стационарному решению. Начальное условие может меняться только на некоторой фиксированной подобласти исходной области. Для решения задачи исходная нелинейная разностная схема сводится к полунеявной линейной разностной схеме. Для полученной линеаризации исследован спектр задачи и явным образом построено решение при помощи метода Фурье. Для стабилизации линеаризованной задачи предлагается вырезать из начальных данных несколько гармоник, отвечающих собственным значениям с наибольшей действительной частью. Для стабилизации исходной нелинейной задачи предлагается вычислять ее линеаризацию на каждом шаге по времени и использовать функции сдвига, полученные для линеаризованной задачи. Обоснованность предложенного метода подтверждается численными расчетами.

В **четвертой** главе предложена модификация разностной схемы из второй главы. Построена разностная схема для уравнений динамики баротропного газа со степенной зависимостью давления от плотности на неструктурированных

треугольных сетках, а также ее упрощенный вариант на двумерных ортогональных сетках. Для предложенных разностных схем доказаны баланс масс на ячейке, положительность сеточной функции плотности, энергетическое неравенство и существование разностного решения. Кроме того, в главе приводятся результаты расчетов одномерных задач Римана, для которых можно явным образом сконструировать решение. Помимо одномерных экспериментов были посчитаны двумерные задачи Римана по предложенным схемам как на ортогональных, так и на треугольных сетках, а также проведен контрольный расчет по методу адаптивной искусственной вязкости на треугольных сетках.

В **пятой** главе предлагается обобщение метода адаптивной искусственной вязкости И.В. Попова и И.В. Фрязинова на тетраэдральных сетках на случай вязкого теплопроводного газа. Схема И.В. Попова и И.В. Фрязинова является методом типа предиктор–корректор. На этапе предиктора вычисляется предварительное решение, которое может содержать осцилляции. Затем на этапе корректора предикторное решение сглаживается посредством введения искусственной вязкости. В диссертационной работе автора предлагается комбинация поправок Лакса–Вендроффа и МакКормака, которая точно так же, как и в оригинальном методе адаптивной искусственной вязкости дает второй порядок аппроксимации по времени для схемы с вязкими слагаемыми. С одной стороны предложенная комбинация позволяет компактно записать аппроксимацию вязких слагаемых, а с другой стороны позволяет провести монотонизацию схемы точно таким же способом, как и в оригинальном методе адаптивной искусственной вязкости. В конце главы представлен численный эксперимент по определению давления переключения струйного элемента. Результаты расчетов с хорошей точностью совпадают с результатами натурного эксперимента.

В **заключении** приведены основные результаты диссертационной работы.

Научная новизна и практическая значимость. Результаты диссертационной работы являются новыми. Основными из них являются следующие:

1. Предложены новые разностные схемы для уравнений газовой динамики и доказаны их теоретические свойства в том числе положительность сеточной функции плотности, баланс масс на ячейке, энергетическое неравенство и существование разностного решения. Предложенные в диссертационной работе разностные схемы и доказательства их свойств могут найти применение при построении вычислительных методов решения задач математической физики.

2. Написан комплекс программ, с помощью которого можно считать динамику жидкости и газа в реальных областях, в том числе и на системах с раздельной памятью.

3. Проведена серия расчетов одномерных тестовых задач Римана, решение которых можно сконструировать явным образом, а также посчитаны двумерные задачи Римана как на ортогональных сетках, так и на треугольных сетках. Для сравнения результатов расчетов двумерных задач проведен контрольный расчет по методу адаптивной искусственной вязкости.

4. Проведены численные расчеты реального натурного эксперимента. Результаты расчетов показали хорошую точность и согласуются с экспериментом. Для проведения расчетов использовались ресурсы суперкомпьютерного комплекса «Ломоносов». Написанный автором диссертации программный комплекс показал хороший коэффициент распараллеливания.

Результаты работы являются достоверными, поскольку диссертация написана строгим математическим языком и все утверждения сформулированы в виде теорем с доказательствами. Тем не менее, к работе есть несколько **замечаний и вопросов:**

1. Во второй главе сформулирована и доказана теорема 5. Однако указанное в условиях теоремы ограничение (2.3.10) не объяснено. Также непонятно, почему оно влияет на размерность переменных, и будет ли верна теорема без этого ограничения.

2. В четвертой главе параметры части модельных тестовых задач были взяты из работы по сравнению численных методов для уравнений Эйлера. Однако в диссертационной работе основные расчеты проводятся для уравнений динамики баротропного газа. Это рассогласование следовало бы устранить с помощью проведения соответствующих расчетов.

3. В четвертой главе также возникает вопрос о возможности или невозможности ослабления условия отсутствия тупоугольных элементов в треугольной сетке? Если он решается положительно, то как при этом изменятся результаты и точность расчетов?

Заключение. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в семи изданиях, причем четыре статьи опубликованы в журналах, индексирующихся системами Scopus и RSCI. Диссертация М.А. Ложникова представляет из себя актуальное самостоятельное полноценное научное исследование, содержащее достаточное количество и теоретических и практических результатов.

Диссертация Ложникова Михаила Андреевича на тему «О некоторых разностных схемах для уравнений газовой динамики» отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.07 — «Вычислительная математика» (физико-математические науки), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Ложников Михаил Андреевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 — «Вычислительная математика» (физико-математические науки).

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

старший научный сотрудник,

ведущий научный сотрудник Института прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН



Сергей Владимирович Поляков

25 сентября 2019 г.

Контактные данные:

тел. +7(499)220-72-20, e-mail: polyakov@imamod.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

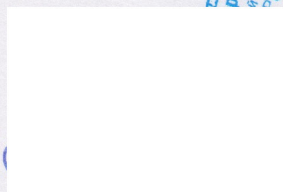
Адрес места работы:

125047, Москва, Миусская пл., 4.

Подпись С.В. Полякова удостоверяю:

Ученый секретарь

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН



А.И. Маслов