

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

КРУЧИНИНА АННА ПАВЛОВНА

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ САККАДИЧЕСКОГО
ДВИЖЕНИЯ ГЛАЗА**

Специальность 01.02.01 — теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2019

Работа выполнена на кафедре прикладной механики и управления механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:

Якушев Андрей Германович

кандидат физико-математических наук, доцент

Александров Владимир Васильевич

доктор физико-математических наук, профессор

Бауэр Светлана Михайловна

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор,
математико-механический факультет СПбГУ, профессор

Рапопорт Лев Борисович

доктор физико-математических наук, профессор,
Институт проблем управления РАН,
главный научный сотрудник

Левик Юрий Сергеевич

доктор биологических наук, старший научный сотрудник,
Институт проблем передачи информации РАН, главный
научный сотрудник, и.о. заведующего лабораторией

Защита диссертации состоится 22 ноября 2019 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета МГУ.01.10 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, ауд. 16-10.

E-mail: msu.01.10@mech.math.msu.su

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: <https://istina.msu.ru/dissertations/237449582/>

Автореферат разослан 11 октября 2019 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета МГУ.01.10,
кандидат физико-математических наук

А.А. Зобова

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Работа посвящена математическому анализу движений глаз, которые являются необходимым условием работы зрения — одного из важнейших каналов получения человеком информации об окружающем мире. Зрительное восприятие обеспечивается согласованной работой целого комплекса отдельных органов и структур нервной системы человека. Постоянные движения глаз позволяют рассматривать отдельные объекты, анализировать наполнение окружающего пространства. Движения глаз обеспечиваются управляющими сигналами, формирующимися на разных уровнях нервной системы. В процессе стабилизации взора важнейшую роль играет связь глазодвигательного центра с вестибулярным аппаратом. Данная связь считается одной из кратчайших в нервной системе человека.

В ответ на различные вестибулярные стимулы наблюдается отклик в виде движения глаз. Одним из основных типов отклика на вестибулярный стимул является нистагм — циклическое движение глаза, заключающееся в относительно плавном отклонении глаза в какую-либо сторону и прерывающем его быстром возвратном движении. Классификация и моделирование различных ответных движений глаз на вестибулярные стимулы приведены в работах [28, 30].

При наличии только канального или только отолитового стимула возникают соответствующие типы нистагма. Например, при наличии пассивных и активных поворотах головы, наблюдаются нистагменные движения двух глаз в одном направлении (односторонний). При наличии только линейных ускорений, которые воспринимаются преимущественно отолитовыми органами вестибулярного аппарата, может наблюдаться как односторонний, так и вергентный нистагм [1].

Наличие нистагмических движений глаз не зависит от визуального стимула. Например, при вращении человека в темноте или с закрытыми глазами нистагм будет присутствовать. Таким образом, можно предположить, что по характерным движениям глаз можно судить о присутствующих стимулах для вестибулярного аппарата.

Составной частью нистагма является характерное движение глаза — саккада. Саккада — быстрое согласованное движение обоих глаз. Саккады,

происходящие у человека с высокой степенью регулярности, являются необходимой составляющей для четкого видения [29]. Глаз человека совершает более 100 тысяч саккад за сутки. По параметрам саккадического движения судят о состоянии центральной нервной системы человека и его вестибулярного аппарата. Подробное описание и моделирование саккадического движения глаза — это важная биомеханическая проблема, решение которой востребовано для ряда практических задач, например [2, 8, 12, 13, 15, 17]:

- контроля утомления водителей и летчиков,
- создания медицинских протезов органов зрения,
- диагностики заболеваний центральной нервной системы (ЦНС),
- диагностики заболеваний глазодвигательных мышц,
- биометрической идентификации,
- разработке современных пространственных интерфейсов,
- оценка влияния лекарственных средств на нервную систему по изменению параметров саккады.

Несмотря на стереотипность движения, саккады различны не только по амплитуде и по продолжительности, но и по форме. О причинах различия саккад по форме существует ряд гипотез. В частности, авторы [18, 26] полагают, что различие в формах саккад может порождаться изменением в стереотипных паттернах нервных управляющих сигналов, которые выработаны в результате эволюции или обучения. В работах [5–7, 9–11, 14, 16, 19] высказана гипотеза, что саккадическое движение глаза наискорейшим образом переводит взор в новую точку фиксации. Этот процесс может быть формализован задачей быстрого действия.

Некоторые задачи построения оптимального управления на саккаде были рассмотрены в работах [5–7, 9–11, 14, 16, 19, 30].

Цель работы

Целью данной работы является математическое описание возможных вариантов форм траекторий одиночной саккады, исследование возможностей

моделирования саккадического движения глаза таким образом, чтобы модель траектории решений модели качественно соответствовали наблюдаемым в экспериментах формам одиночной саккады.

Научная новизна

Данная работа является продолжением работ [27, 28, 30] и описывает движения глаз при решении задачи о наискорейшем переводе взора. Для оценки саккадического движения необходимо создание критериев и автоматизируемых алгоритмов анализа быстрых движений.

В первой главе работы представлена гипотеза о схожести причин развития «тренажерной болезни» при движении на динамических стендах: качелях Хилова и центрифуге в режиме имитации невесомости.

Во второй главе на основании экспериментальных данных показано, что саккадическое движение глаза имеет сложную форму. Показано, что доля саккад, имеющих пресаккадический, постсаккадический элемент или содержащие оба эти элемента, значима.

Проведенное математическое моделирование, представленное в последней главе диссертационной работы, отличается от опубликованных решений задач оптимального управления на саккаде, например, в работах [5–7, 9–11, 14, 16, 19] сравнением нескольких подходов. В качестве управляющей величины рассмотрены управляющая составляющая момента, прикладываемого к главному яблоку со стороны глазодвигательных мышц, и величина производной означенной составляющей. Показано, что пре- и постсаккадические элементы могут моделироваться введением возмущений в условия задачи. Получено решение задачи быстрогодействия при наличии фазовых ограничений.

Достоверность результатов

Все теоретические результаты получены путем строгих математических рассуждений. Экспериментальные данные получены в результате корректно поставленных экспериментов. Полученные результаты не противоречат работам [5–7, 9–11, 14, 16, 19, 30].

Теоретическая и практическая значимость

Работа имеет теоретическое и прикладное значение. Ее результаты могут найти применение в решении задач в области психологии и физиологии нервной деятельности, при разработке мультимедийных проектов, систем отслеживания взгляда и обработке окулографических данных. Прогноз точки фиксации в трехмерном пространстве важен, например, для фовеального рендеринга в системах реального времени. Фовеальный рендеринг [foveated rendering] — это создание изображения с высоким разрешением в области попадающей в поле центрального зрения человека.

Методы исследования

Задача математического описания саккадического движения глаза решена с использованием следующих методов:

1. Методом высокочастотной окулографии было проведено исследование форм саккад;
2. Полученные экспериментальные данные были обработаны с использованием методов аппроксимации, таких как метод наименьших квадратов;
3. Задача о переводе взгляда с помощью саккады поставлена как задача быстрого действия и решена с использованием принципа максимума Понтрягина;
4. При наличии фазовых ограничений в математической задаче быстрого действия использована теория Гамкрелидзе.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Саккадическое движение глаза достоверно моделируется решением задачи быстрого действия, в предположении, что финитное управление есть скорость изменения момента, прикладываемого к главному яблоку со стороны глазодвигательного аппарата.
2. Модель саккадического движения, построенная без учета физиологических ограничений на максимальное значение момента силы, описывает различные формы быстрого движения. Естественное предположение о

возмущениях в начальных условиях дает разнообразие форм саккад, наблюдаемых у здоровых людей.

3. В задаче быстрогодействия с ограничением на момент силы существует решение, удовлетворяющее условиям принципа максимума Понтрягина в форме Гамквелидзе.

Апробация

Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях и семинарах:

1. XIII Всероссийская конференция с международным участием БИОМЕХАНИКА-2018 (с. Дивноморское, 2018);
2. XII Всероссийская конференция с международным участием Биомеханика-2016 (Пермь, 2016);
3. Experimental and computational biomedicine (Екатеринбург, 2016);
4. Семинар по прикладной механике и управлению им. А.Ю.Ишлинского под руководством В.В. Александрова (с 2012 по 2019 гг.).
5. Семинар имени В.В. Румянцева по аналитической механике и теории устойчивости под руководством профессора А.В. Карапетяна и доцента А.А. Зобовой (2019 г.).

Публикации автора по теме диссертации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 11 печатных работах, из них 5 статей автора по теме диссертации, опубликованные в рецензируемых журналах, реферируемых в международных базах WebOfScience, Scopus и RSCI. Список работ приведен в конце автореферата.

Личный вклад

Научные руководители предложили постановки задач и методы их исследования. В работе [21] соавторами использована предложенная соискате-

лем обработка данных. Все представленные в диссертации результаты получены лично соискателем.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 152 страниц, 6 таблиц, 47 рисунков. Список литературы содержит 108 наименований.

Содержание работы

Во **введении** диссертации дано описание глаза и глазодвигательной системы, а также некоторых типов наблюдаемых движений глаз. Отличительная особенность выбранного автором подхода — это использование экспериментально определенных параметров из ранее опубликованных работ.

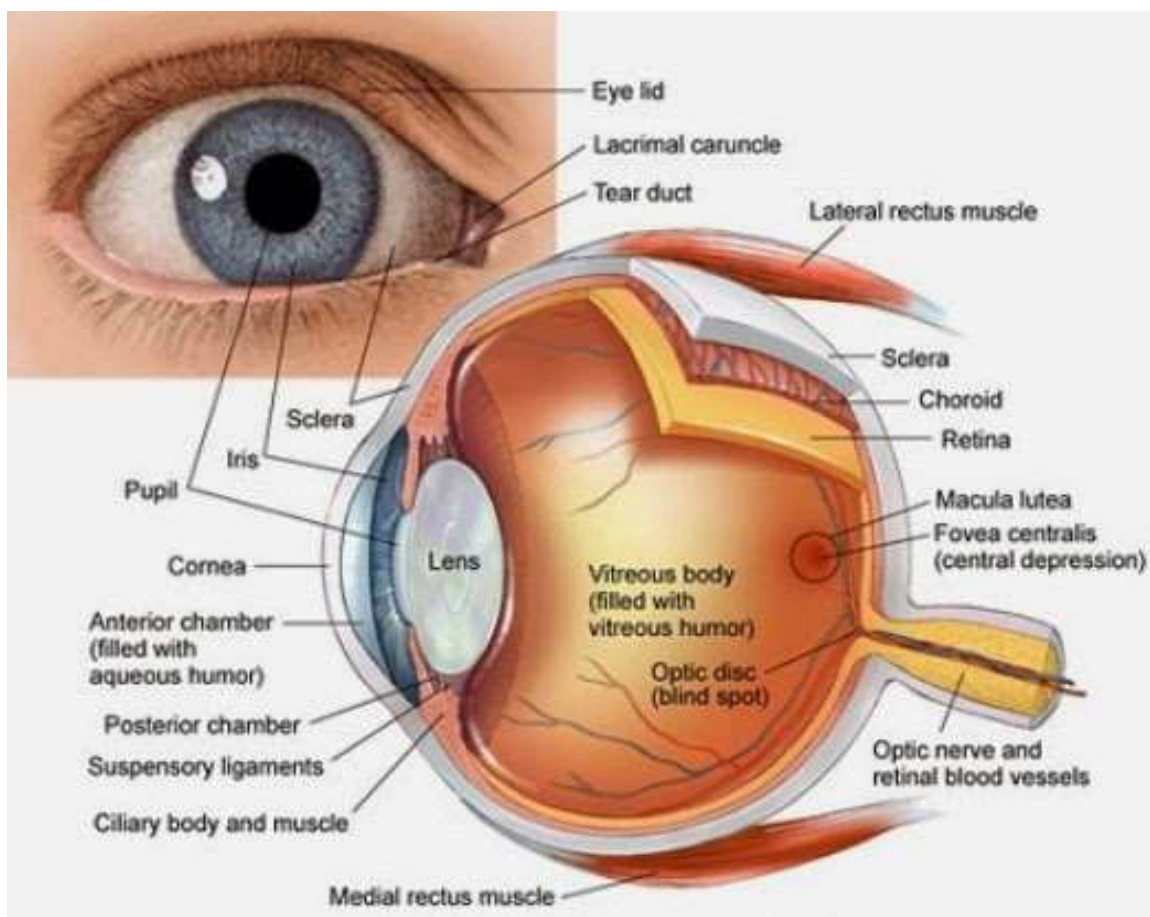


Рис. 1: Строение глаза [4]

Для описания движения глазного яблока в рамках данной работы не учитываются его вязкоупругие свойства, т. е. используется модель твердого тела. Центр вращения располагается в геометрическом центре твердого шара, моделирующего глазное яблоко. Данное допущение согласуется с данными о том, что реальный центр вращения сдвинут на несколько миллиметров относительно геометрического центра глазного яблока.

Особо оговариваются и параметры, связанные с глазодвигательными мышцами. В диссертации представлен обзор работ, в которых представлены исследования характеристик глазодвигательных мышц. Эти мышцы имеют уникальное среди других скелетных мышц человека строение. Также их исследования *in vivo* любыми известными методами трудоемко. Параметры и ограничения величин развиваемого момента сил были выбраны в соответствии с результатами изученных исследований.

Саккады — быстрые согласованные движения глаз, характерное время которых составляет $0,08 - 0,1$ с. Угловая скорость глаза на саккаде достигает $500^\circ/\text{с}$ [3].

Особый интерес представляет форма быстрых движений глаз. В клинических исследованиях встречается характерные изменения формы саккадического движения. Также известно, что изменение в глазодвигательном поведении происходит в условиях сенсорного конфликта.

Рассматривается классификация типов саккадического движения глаза и составляется перечень типов саккад.

Далее представлен обзор подходов к математическому моделированию целенаправленных движений человека, одним из которых является саккадическое движение глаза. Приводится обзор моделей движений глаза и подходов к моделированию саккадического движения глаза. В рамках обзора имеющихся моделей прослеживается особенность: изменение и многообразие форм саккад ни одна из моделей не описывает.

Моделирование целенаправленного движения человека, на примере движения рукой в цель, с использованием задачи оптимального управления является распространенным подходом. Задача быстрогодействия выделяется исследователями как описывающая рассматриваемый процесс наилучшим образом.

Посредством саккады происходит перевод взора с одной точки на другую. У человека достаточно небольшая область, в которой реализуется четкое

видение. Известно, что четкое видение рассматриваемого объекта возможно, если изображение этого объекта проецируется на *fovea* (центральная область сетчатки глаза, обладающая наибольшей плотностью фоторецепторов или центральная ямка желтого пятна), находясь в конусе с углом раствора не более 2° , при этом скорость движения изображения рассматриваемого объекта относительно сетчатки глаза (ретинальное скольжение) не должна превышать $4^\circ/\text{с}$ [31, 32]. Изображение объекта, проекция которого находится вне зоны *fovea*, оказывается полноценным с точки зрения геометрической оптики, однако плотность фоторецепторов в этой зоне не столь высока, поэтому объекты не могут быть рассмотрены отчетливо.

Саккады — стереотипные движения, происходящие практически одинаково у всех представителей одного вида млекопитающих (разных видов обезьян, кроликов, человека). Считается, что программирование саккады в нервной системе происходит до начала реализации саккадического движения, и во время реализации саккады возможно только программирование последующей корректирующей саккады.

Проведенный анализ позволил формализовать задачу саккадического перевода взора.

Первая глава посвящена нистагмным движениям глаз при разных ситуациях. Нистагмом называется движение, состоящее из плавного слежения, обеспечивающего малую скорость движения по сетчатке изображения рассматриваемого объекта (при этом выполняются условия четкого видения), и быстрого возврата (саккады) к нейтральному или к другому более выгодному в текущей ситуации положению. Возврат начинается после того как поворот глаза достигнет критического угла (при разных заданиях/ситуациях величина угла поворота глаза, после которого начинается быстрое возвратное движение варьируется от нескольких единиц до величин порядка 30°).

В главе рассмотрены ситуации движения на простых динамических стендах, в которых возникает нистагмное движение глаз. Стенды: горизонтально движущаяся платформа, обычные качели и качели Хилова, которые представляют собой платформу подвешенную на четырех параллельных штангах. Движение платформы — плоскопараллельное. Для этих трех ситуаций проведено моделирование нистагмных биений с использованием модели из работы [28] и проанализированы возникающие при движении стендов линейные и угловые ускорения. В качестве стимула для отолитовых органов

рассмотрен вектор перегрузки

$$\vec{n} = \frac{\vec{a} - \vec{g}}{|\vec{g}|},$$

где $\vec{a}$ — ускорение рассматриваемого объекта, а $\vec{g}$ — ускорение свободного падения. Предполагается, что следящие движения глаз, что полностью компенсируют смещение изображения на сетчатке, а саккадические движения моделируются прямой.

На выбранных примерах отчетливо видно различие полей возникающих ускорений, действующих на человека. В отличие от обычных качелей и горизонтальных колебаний движение качелей Хилова создает ситуацию сенсорного конфликта, родственную возникающей во время орбитального полета. При этом характерный нистагм, который должен возникнуть при движении на качелях Хилова при моделировании отличается от глазодвигательного отклика на двух других стендах, в силу отсутствия стимула для полукружных каналов.

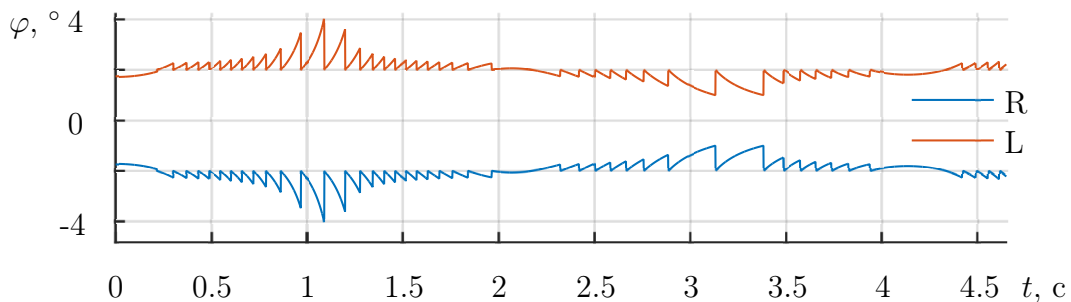


Рис. 2: Нистагм: движение глаза горизонтальной плоскости при движении на качелях Хилова. R — угол поворота правого глазного яблока, L — левого

Во время работы над материалом, изложенным в диссертации, было проведено несколько экспериментальных исследований. Их описания, результаты и анализ изложены во **второй главе** работы. В каждом из экспериментов у испытуемых инициировались вызванные саккады. Для обработки данных были опробованы несколько способов аппроксимации записей саккадических движений глазного яблока. В результате автором предложен способ аппроксимации окулографических данных.

Целью первого эксперимента являлась идентификация параметров модели, описывающей глаз и мышцы, приводящие его в движение. Данное описание использовалось для математического моделирования в дальнейшем.

Целью второго эксперимента ставилось изучение форм саккад. Этот эксперимент проводился автором при регистрации движений глаз видеоокулографическим методом с высокой точностью записи. По данным, полученным в ходе второго эксперимента, сделан вывод о наблюдаемых формах саккад. На основании данных второго эксперимента предложены три новых параметра, описывающих саккаду. Данные параметры описывают пре- и пост-элементы саккадического движения глаза, степень асимметричности саккады.

На основании полученных результатов при обработке данных эксперимента делаются выводы о качественных характеристиках и соотношениях параметров системы, описывающей глазное яблоко и его движение.

Третья глава посвящена рассмотрению двух подходов к математическому моделированию саккады решением задачи оптимального управления.

Целью моделирования ставится поиск задачи оптимального управления, описывающей саккадическое движение глаза, использующей физиологически обоснованные параметры и описывающей пре- и постсаккады, так как объяснение их появления и их учет при моделировании в литературе неудовлетворительны.

Управляющее воздействие к глазу прикладывается со стороны пары глазодвигательных мышц, которые называют агонистом и антагонистом. Величина момента, прикладываемого к главному яблоку складывается из нескольких компонент: силы возникающей при сокращении мышечного волокна, а также сил вязкости и упругости мышечного волокна, сил взаимодействия глазного яблока с окружающей тканью и влияния зрительного нерва. При моделировании мышц учитывается влияние вязкости и упругости, помимо управляющей компоненты, которая зависит от длины каждой из мышц.

Используемая модель динамики глаза задается уравнением

$$I\ddot{\varphi} + 2\nu R\dot{\varphi} + 2kR\varphi = k(\lambda_1 - \lambda_2), \quad (1)$$

где I — момент инерции глазного яблока относительно вертикальной оси, проходящей через его центр, φ — угол поворота глаза, ν — коэффициент вязкого трения глаза, об окружающую его среду, k — коэффициент упругости мышц, R — средний радиус глаза, λ_1 и λ_2 — длины мышц пары, λ_0 — расстояние от точки закрепления мышцы до точки крепления мышцы к главному яблоку.

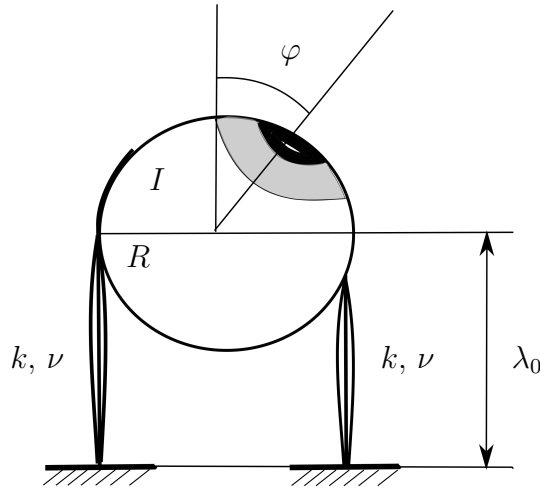


Рис. 3: Модель глаза

ку при направлении взора прямо перед собой (длина мышцы в спокойном состоянии). В рамках модели считается, что на глаз в горизонтальной плоскости действует одна пара мышц антагонистов, коэффициенты упругости и вязкости у обеих мышц одинакова, а свободные длины λ различны.

Управляющее воздействие — величина Λ

$$\Lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2R}. \quad (2)$$

При этом полный момент сил, приложенных к главному яблоку, очевидным образом будет выражаться $M = \Lambda - 2\nu R\dot{\varphi} - 2kR\varphi$. Для описания (??) решены три варианта задачи:

1. задача быстрогодействия, в которой управляющее воздействие Λ ограничено некоторой постоянной по модулю;
2. задача быстрогодействия со штрафом на расход энергии и на величину управляющего воздействия Λ ;
3. задача быстрогодействия, где в качестве управления рассматривается скорость изменения управляющей компоненты момента силы $\dot{\Lambda}$, ограниченная по модулю.

Показано, что наилучшим приближением к наблюдаемым формам, обладает решение последней задачи. Влияние штрафа за расход энергии, также значительно улучшает соответствие модели экспериментальным данным при

описании саккад. Данные ограничения являются аналогами ограничения на скорость сокращения мышцы, они позволяют понизить порядок модели и получать модельные без дополнительных предположений о характере коэффициентов системы. Третья задача требует для полуаналитического решения дополнительного предположения о кратности собственных корней системы. Фактически, найденное решение задачи является начальным приближением для случая не кратных собственных чисел, имеющих соотношение близкое к трехкратному.

Если вязкую и упругую составляющие момента в модели считать аддитивными компонентами управляющего момента, то уравнение движения примет вид

$$I\ddot{\varphi} = M_1 - M_2, \quad (3)$$

здесь M_i , $i = 1, 2$ — суммарные моменты всех сил, развиваемых мышцами агонистом и антагонистом. Величина M_i ограничена

$$0 \leq M_i \leq M_{\max}, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

где $M_{\max}$ — максимальное значение зарегистрированного момента.

Учет невозможности мгновенного изменения момента силы глазодвигательных мышц формализуется следующим способом:

$$\dot{M}_i = u_i, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

Физический смысл величины u_i — скорость сокращения мышцы. Данную величину оценивается исходя данных о характерных временах сокращения глазодвигательной мышцы:

$$|u| \leq u_{\max}. \quad (6)$$

В работе решается задача антагонистического управления с ограничением на момент силы, развиваемой каждой из мышц пары.

В частности решена задача с фазовыми ограничениями, которая решается с помощью принципа максимума Понтрягина (ПМП) в форме Гамкрелидзе [20]. Для постановки задачи с фазовыми ограничениями, решение которой ищется в соответствии с указанной теоремой введена несколько измененная формализация задачи. В условии ПМП в форме Гамкрелидзе требуется гладкость границ множеств допустимых фазовых координат, а также

допустимых управлений. Для этого условия фазовые ограничения (4), описывающие квадратную область, заменяются на кривую, удовлетворяющую условию гладкости, наличия ненулевого градиента и ненулевых частных производных второго порядка. Граница приближается с помощью кривой Ламе порядка $2n$, $n > 0$:

$$g(x) = (M_1 - m)^{2n} + (M_2 - m)^{2n} - m^{2n} \leq 0, \quad (7)$$

где $m = \frac{M_{\max}}{2}$. Выбор $n \in N$ производится в процессе последующего численного решения задачи и равна 5.

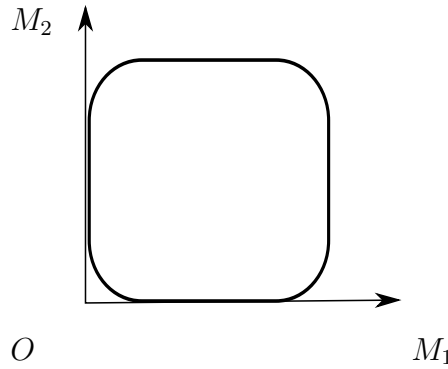


Рис. 4: Ограничения на момент силы, аппроксимированные кривой Ламе

Аналогичным образом задаются ограничения на управления

$$u_1^{2n'} + u_2^{2n'} \leq u_{\max}^{2n'}. \quad (8)$$

Показано, что решение задачи внутри ограничений совпадает с решением задачи без фазовых ограничений. Обозначим время саккадического движения глаза через $P = \sqrt[3]{\frac{A}{2u_*}}$. Аналитическое решение задачи для управлений имеет вид

$$\begin{aligned} u_1 = u_*, u_2 = -u_* & \quad \text{при} \quad t \in \left[0; \frac{P}{4}\right] \cup \left[\frac{3P}{4}, P\right], \\ u_1 = -u_*, u_2 = u_* & \quad \text{при} \quad t \in \left[\frac{P}{4}; \frac{3P}{4}\right] \end{aligned} \quad (9)$$

и для угла поворота глаза $\varphi(t)$

$$\varphi = \begin{cases} \frac{t^3}{6I} u_* & \text{при } t \in \left[0; \frac{P}{4}\right], \\ -\frac{1}{48I} \left(8t^3 - 12Pt^2 - \frac{P^3}{4}\right) u_* & \text{при } t \in \left[\frac{P}{4}; \frac{3P}{4}\right], \\ \frac{1}{6I} (t - P)^3 u_* + \frac{P^3}{32I} u_* & \text{при } t \in \left[\frac{3P}{4}; P\right]. \end{cases} \quad (10)$$

При достижении величинами M_1 и M_2 граничных условий, в соответствии с ПМП в форме Гамкрелидзе, происходит движение по границе: значения M_1 и M_2 неизменны, скорость и угол поворота глаза изменяются. На фазовой плоскости $M_1 M_2$ решение изображено на рис. 5б.

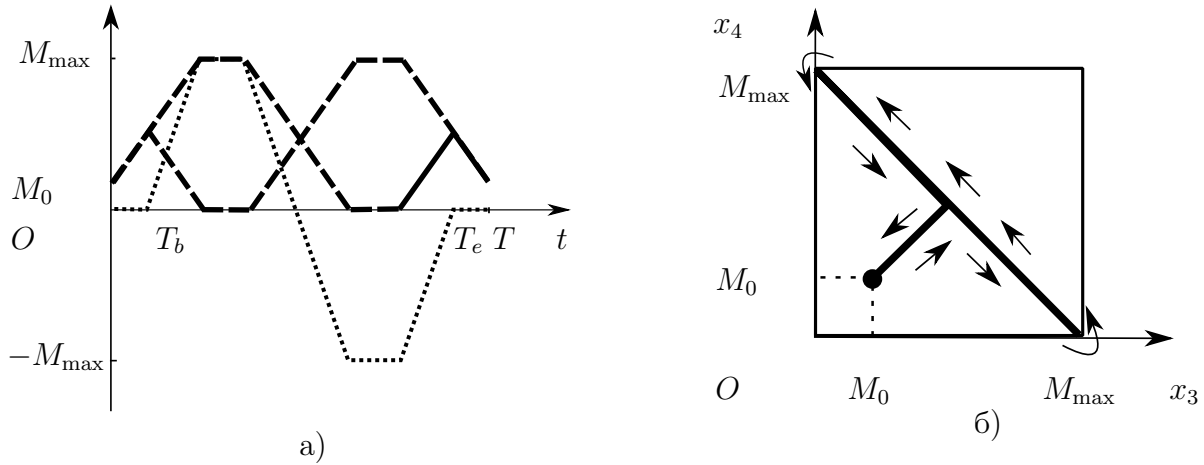


Рис. 5: Структура оптимального управления

Данный вид задач позволяет описать другие аспекты имеющихся ограничений. Ценно то, что и для модели и с учетом вязкой и упругой составляющей момента, и со включением данных слагаемых в управляющую компоненту момента задача быстрогодействия описывает достаточно точно экспериментальные данные и позволяет получить различные формы саккадических движений.

На рис. 6 представлены данные об амплитуде и продолжительности для модельных и экспериментальных реализаций саккад. Фактически, все результаты моделирования качественно соответствуют данным описанным в литературе. Имеющееся расхождение и между различными литературными данными, и полученными в данной работе обусловлены различными выборками, разными критериями определения начала и окончания саккады. Предложенные методы аппроксимации позволяют достаточно точно определять

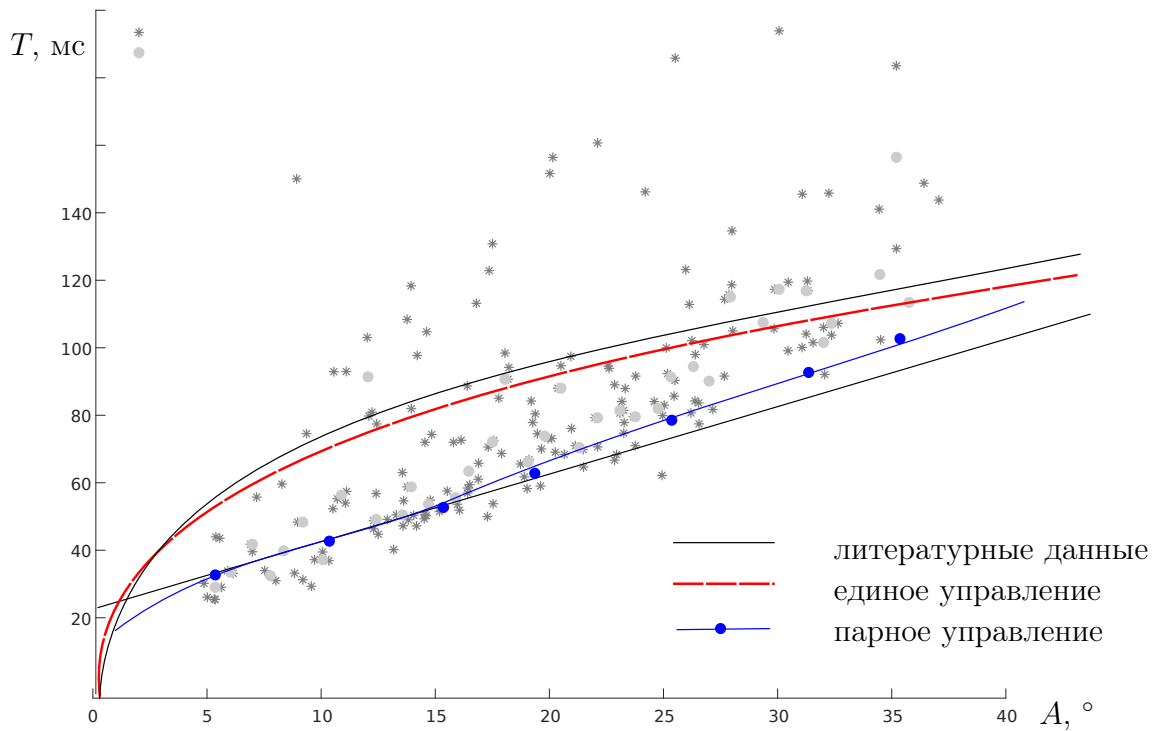


Рис. 6: Сравнение полученных соотношений между амплитудой и продолжительностью саккады с эмпирическими зависимостями [16] и экспериментальными данными. Серые точки соответствуют записанным реализациям саккад

начало и конец саккады, полученные результаты согласуются с имеющимися данными.

В **заключении** приведены основные научные результаты работы, которые состоят в следующем:

1. Дано объяснение причин возникновения сенсорного конфликта у человека при движении на качелях Хилова. Выявленная ситуация внутри-сенсорного конфликта аналогична возникающей при движении на центрифуге ЦФ-18 при режиме имитации невесомости, при направлении перегрузки по оси грудь-спина.
2. На основании экспериментальных данных статистически показано разнообразие форм саккад. Предложена параметрическая модель и набор коэффициентов для идентификации типа саккады. Подсчитана встречаемость саккад разных типов.
3. Проведен анализ математических моделей саккады как решения задачи быстрогодействия на основе идентифицированной модели для глазо-

двигательной системы, основанной на модели мышц Фельдмана. Показано, сравнением с экспериментальными данными, что решение задачи быстрогодействия описывает достоверно одиночное саккадическое движение глаза.

4. Предложена модель парного управления мышцами глазом на саккаде, учитывающая физиологические ограничения на возрастание момента силы, приложенного к глазу со стороны глазодвигательных мышц, и на максимальное значение момента силы. Для получения решения поставлена и решена задача оптимального управления с фазовыми ограничения с помощью принципа максимума Понтрягина в форме Гамкредидзе. Данная модель объясняет возникновение пре- и постсаккадических элементов движения, как результата рассогласования в парной работе мышц.
5. Анализ возможности описания пре- и постсаккадических элементов движений путем рассмотрением ряда задач быстрогодействия и сравнение различных решений задач по критерию зависимостей длительности саккады от амплитуды саккады показал, что сложные формы саккад могут быть описаны решением задачи быстрогодействия.

В дальнейшем перспективным представляется рассмотрение саккады как содружественного движения пары глаз, с учетом начального и конечного сведения, включение полученных моделей в математические описания более сложных движений, таких как перевод взора при свободно движущейся голове. Данные модели предполагается использовать при разработке и эксплуатации симуляторов и тренажеров, в том числе с динамической имитацией для создания вестибулярных стимулов.

Публикации автора по теме диссертации

1. Кручинина, А. П., Якушев, А. Г. Математическая модель оптимального саккадического движения глаза, реализуемого парой мышц // Биофизика. — 2018. — Т. 63, № 2. — С. 334–341. [23] Перевод: Biophysics. — 2018. — Vol. 63, no. 2. — P. 241–247. IF 0,221

2. Кручинина А. П., Якушев А. Г. Параметризация траектории саккадического движения глаза // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика — 2018. — № 2. — С. 68–71. [24]
Перевод: Moscow University Mechanics Bulletin. — 2018. — Vol. 73, no. 4. — P. 97–100. IF 0,116
3. Композиционный способ определения управления глазодвигательными мышцами при саккаде / А. Г. Якушев, А. П. Кручинина, Д. А. Напалков, П. О. Ратманова и др. // Российский журнал биомеханики. — 2011. — Т. 15, № 1. — С. 99–109. [21] IF 0,154
4. Якушев, А. Г., Кручинина, А. П. Гипотеза о причине укачивания при испытании на качелях Хилова // Российский журнал биомеханики. — 2011. — Т. 15, № 2. — С. 100–110. [22] IF 0,154
5. Кручинина, А. П., Якушев, А. Г. Статистическое исследование форм одиночного саккадического движения глаза // Фундаментальная и прикладная математика. — 2018. — Т. 22, № 2. — С. 195–207. [25] IF 0,222

В сборниках трудов конференций:

1. Кручинина А. П., Якушев А. Г. A study of the edge segments of saccadic eye trajectory // Experimental and computational biomedicine: Russian Conference with International Participation in memory of Professor Vladimir S.Markhasin [Электронный ресурс]. — Изд-во Урал. ун-та, Екатеринбург, 2016. — P. 34.
2. Кручинина А. П., Якушев А. Г. Анализ математической модели вестибулярного стимулятора — качелей Хилова // Труды XVII Международного научно-технического семинара. Алушта, сентябрь 2008 г. — ГУАП, СПб, 2008. — С. 255–256.
3. Кручинина А. П. Решение оптимальной задачи о саккадическом движении глаза, осуществляемом двумя мышцами // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов (Казань 20-24 августа 2015 г.). — Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, Казань, 2015. — С. 2097–2099.

4. Кручинина А. П., Якушев А. Г. Об оптимальном саккадическом движении глаза, осуществляемом с помощью двух управлений // IV Международная школа-семинар «Нелинейный анализ и экстремальные задачи». — Иркутск, 2014. — С. 31–32.
5. Кручинина А. П., Якушев А. Г. Об оптимальном саккадическом движении глаза, реализуемом парой мышц // Биомеханика-2014. Тезисы докладов XI Всероссийской конференции с международным участием, 1–4 декабря 2014 г, г. Пермь. — Изд-во Пермского национального исследовательского политехнического университета, Пермь, 2014. — С. 81.
6. Кручинина А. П., Якушев А. Г. Моделирование саккады как оптимального движения // Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации: Сб. трудов XXII Международного научно-технического семинара, 18-24 сентября 2013 г. — Изд-во МГУПИ, Москва, 2013. — С. 296–297.

Литература

1. Angelaki D.E. Eyes on target: what neurons must do for the vestibuloocular reflex during linear motion // J Neurophysiol. — 2004. — no. 92. — P. 20–35.
2. Behavioral and eye-movement measures to track improvements in driving skills of vulnerable road users: First-time motorcycle riders / L.L. Di Stasi, D. Contreras, A. Candido, A. Catena J.J. Canas // Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour. — 2011. — Vol. 14, no. 1. — P. 26–35.
3. Burr D.C., Ross J. Contrast sensitivity at high velocities // Vision Research. — 1982. — Vol. 28. — P. 479–484.
4. Carlson Dave. www.carlsonstockart.com. — 2019. — 09. — url<https://www.carlsonstockart.com/photo/human-eye-eyeball-anatomy-illustration-2/>.
5. Clark M.R., Stark L. Time optimal behavior of human saccadic eye movement // IEEE Trans Automat Control. — 1975. — Vol. AC-20. — P. 345–348.

6. Dean P., Porrill J., Warren P.A. Optimality of Position Commands to Horizontal Eye Muscles: A Test of the Minimum-Norm Rule // J. Neurophysiol. — 1999. — no. 81. — P. 735–757.
7. Enderle J.D., Wolfe J.W. Time-optimal control of saccadic eye movements // IEEE Transactions on biomeical engineering. — 1987. — Vol. BME-34, no. 1. — P. 43–54.
8. Griffiths A.N., Marshall R.W., Richens A. Saccadic eye movement analysis as a measure of drug effects on human psychomotor performance // Br. J. clin. Pharmac. — 1984. — Vol. 18. — P. 73–82.
9. Harris C.M. On the optimal control of behaviour: a stochastic perspective // Neurosci Methods. — 1998. — Vol. 1, no. 83. — P. 73–88.
10. Kardamakis A. A., Moschovakis A. K. Optimal control of gaze shifts // The Journal of Neuroscience. — 2009. — Vol. 29(24). — P. 7723–7730.
11. Kawato M. Internal models for motor control and trajectory planning // Current Opinion in Neurobiology. — 1999. — no. 9. — P. 718–727.
12. Morris T.L., Miller J.C. Electrooculographic and performance indices of fatigue during simulated flight // Biological Psychology. — 1996. — Vol. 42. — P. 343–360.
13. Rigas I., Economou G., Fotopoulos S. Boimetric identification based on the eye movements and graph matching techniques // Pattern Recognition Letters. — 2012. — Vol. 33, no. 6. — P. 786–792.
14. Saeb S., Weber C., Triesch J. Learning the optimal control of coordinated eye and head movements // PLoS Computational Biology. — 2011. — Vol. 11, no. 7.
15. Stasi L. L. Di, Antoli A., Canas J.J. Main sequence: An index for detecting mental workload variation in complex tasks // Applied ergonomics: the journal of people's relationships with equipment, environments and work systems. — 2011. — Vol. 6. — P. 807–814.
16. Tanaka H., Krakauer J. W., Qian N. An optimization principle for determining movement duration // Neurophysiol. — 2006. — Vol. 95. — P. 3875–3886.
17. User interface management techniques for collaborative mobile augmented reality / T. Höllerer, S. Feinera, D. Hallaway et al. // Computers & Graphics. — 2001. — no. 25(5). — P. 799–810.

18. What clinical disorders tell us about the neural control of saccadic eye movements / S. Ramat, R.J. Leigh, D.S. Zee, L.M. Optican // Brain. — 2007. — Vol. 130. — P. 10–35.
19. van Beers R.J. Motor learning is optimally tuned to the properties of motor noise // Neuron. — 2009. — Vol. 63, no. 3. — P. 406–417.
20. Гамкрелидзе Р.В. Оптимальные процессы управления при ограниченных фазовых координатах // ДИЗВ. АН СССР. Сер. матем. — 1960. — Т. 24, № 3. — С. 315–356.
21. Композиционный способ определения управления глазодвигательными мышцами при саккаде / А.Г. Якушев, Д.А. Напалков, П.О. Ратманова и др. // Российский журнал биомеханики. — 2011. — Т. 15, № 1. — С. 99 – 109.
22. Кручинина А.П., Якушев А.Г. Гипотеза о причине укачивания при испытании на качелях Хилова // Российский журнал биомеханики. — 2011. — Т. 15, № 2. — С. 100 – 110.
23. Кручинина А.П., Якушев А.Г. Математическая модель оптимального саккадического движения глаза, реализуемого парой мышц // Биофизика. — 2018. — Т. 63, № 2. — С. 334 – 341.
24. Кручинина А.П., Якушев А.Г. Параметризация траектории саккадического движения глаза // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2018. — № 2. — С. 68 – 71.
25. Кручинина А.П., Якушев А.Г. Статистическое исследование форм одиночного саккадического движения глаза // Фундаментальная и прикладная математика. — 2018. — Т. 22, № 2. — С. 195 – 207.
26. Кубарко А.И. Дифференцированное использование зрительной системой сигналов обратной афферентации для коррекции больших дисметричных движений глаз // Журнал ГрГМУ. — 2009. — № 2. — С. 1 – 3.
27. Муратова Е.А. Математическое и экспериментальное моделирование вестибуло-окулярного рефлекса : Дисс. на соискание ученой степени к.ф.-м.н. : 01.02.01 / Е.А. Муратова ; МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет. — М., 2005.
28. Сучалкина А.Ф. Математическое моделирование двухфазных, нистагмического типа, движений глаз : Дисс. на соискание ученой степени к.ф.-м.н. : 01.02.01 / А.Ф. Сучалкина ; МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет. — М., 2014.

29. Филин В.А. Автоматия саккад. — М. : Изд-во МГУ, 2002 г. — С. 240.
30. Штефанова О.Ю. Математическое моделирование и оценка качества системы зрительной ориентации в горизонтальной плоскости : Дисс. на соискание ученой степени к.ф.-м.н. : 01.02.01 / О.Ю. Штефанова ; МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет. — М., 2011.
31. Штефанова О.Ю., Якушев А.Г. Критерий качества зрительного слежения при нистагме // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. — 2008. — № 4. — С. 63 – 65.
32. Ярбус А.Л. Роль движений глаз в процессе зрения. — М. : Наука, 1965. — С. 173.