УДК 658.51.012

О.М.Пигнастый

Основные положения статистического моделирования технологических процессов

Постановка проблемы и анализ литературы: Возможны два принципиально разных подхода к описанию технологического процесса – эмпирический [1,2,3,4] и статистический [5,6,7]. Задачей эмпирического подхода является установление связей и закономерностей между наблюдаемыми величинами технологического процесса, измеряемыми на макроскопическом уровне его описания [2]. При этом параметры технологического процесса, связанные с технологией производства, свойствами предмета труда и характеристиками технологического оборудования, не рассматриваются [1,3]. В противоположность этому, статистический подход с самого начала основан на модельных представлениях о свойствах предмета труда, закономерностях взаимодействия предметов труда между собой, параметрах оборудования и стохастическом характере воздействия оборудования на предмет труда при его движении по технологическому маршруту [6,7]. Выводы статистического подхода справедливы в той мере, в какой справедливы предположения, сделанные о законе воздействия оборудования на предмет труда в ходе выполнения технологической операции и свойствах предмета труда [5,7]. Несмотря на то, что эмпирический метод отличается простотой и ведет к решению целого ряда конкретных производственно-технологических задач, не требует при этом сведений о свойствах предмета труда, закономерностях взаимодействия предметов труда между собой и характере воздействия оборудования на предмет труда, обладает и существенным недостатком: остается не раскрытым внутренний, основанный на указанных закономерностях и законах, механизм технологических явлений. По этой причине при эмпирическом описании технологических процессов бессмысленно концентрировать внимание на вопросах, почему зависимости между характеристиками технологических процессов разных производственно-технических систем имеют отличительные черты. Статистический подход к описанию технологического процесса с самого начала прослеживает механизмы взаимодействия предметов труда между собой и воздействия оборудования на предмет труда, позволяет решить ряд задач, неразрешимых в рамках эмпирического метода. Примерами наиболее важных из них являются вывод уравнений состояния технологического процесса, задачи теория подобия технологических процессов [7]. Наконец, статистический подход позволит дать строгое обоснование известных эмпирических законов и установить границы их применимости. Существенным преимуществом статистического подхода к описанию технологических процессов является то, он позволяет объяснить флуктуации параметров технологического процесса, оценить их масштаб и получить критерии устойчивого функционирования технологического процесса. В отличие от эмпирического подхода, статистический подход позволяет построить модельную теорию, в основу которой закладывается динамическая модель поведения предмета труда, учитывающая элементы взаимодействия между предметами труда и стохастический характер воздействия на предмет труда оборудования. Статистическая теория технологического процесса строится как динамическая теория поведения ансамбля предметов труда, объектом исследования которой являются не сами динамические переменные, описывающие состояние предметов труда, а их вероятности и статистические средние.

Актуальность исследования обусловлена возможностью построения статистической теории моделирования технологических процессов, позволяющей на базе единого подхода построить модели управления технологическими процессами для широкого класса производственно-технических систем, в основу которого положено описание технологического процесса с использованием самосогласованных между собой параметров микроуровня (предметно-технологическое описание) и макроуровня (потоковое описание) технологического процесса.

Цель работы: обоснование и демонстрация теоретических основ и концептуальных положений статистического моделирования технологических процессов производственно-технических систем.

Предметно-технологическое описание технологического процесса. (Микроуровень описания). Процесс изготовления предмета труда есть логически упорядоченный набор технологических операций. В ходе технологической операции на предмет труда переносится стоимость сырья, материалов, живого труда и других технологических ресурсов путем воздействия технологического оборудования [1]. На каждой операции появляются колебания геометрических характеристик, физико-механических свойств материалов, которые обусловлены комплексом случайных и систематических внешних и внутренних факторов, действующих в производстве. Они вызывают отклонения выходных параметров, описывающих состояние предмета труда. Степень соответствия параметров предметов труда после технологической операции установленным допускам определяет как технологическую точность выполнения технологической операции, так и точность технологического процесса в целом. В результате возникновения случайных погрешностей при технологической обработки предмета труда контролируемый параметр является случайной величиной и может принимать случайное значение. Таким образом, технологический процесс представляет собой случайный процесс перехода предметов труда из одного состояния в другое в результате воздействия на предметы труда технологического оборудования.

Состояние системы определяется как состояние числа N предметов труда производственно-технической системы [1,6,7]. Состояние предмета труда в момент времени t может быть представлено координатами в фазовом технологическом пространстве (t, S, μ) [5,6,7]. Этими координатами являются сумма затрат S_{j} (грн), перенесенных на j-й предмет труда в ходе выполнения технологических операций и интенсивность переноса затрат μ_j (грн/час) от оборудования на j-й предмет труда в единицу времени, 0<j<N. Координаты S_{j} и μ_j определяют в фазовом технологическом пространстве технологические траектории предметов труда $\mathrm{S}_{\mathrm{j}} = \mathrm{S}_{\mathrm{j}}(t)$. В ходе технологического процесса предмет труда обязан быть изготовлен в соответствии с заданной технологией производства. Отклонение от технологии считается недопустимым, приводит к нежелательным результатам, влечет за собой брак продукции. Каждая технологическая операция характеризуется оборудованием (его рабочими параметрами), квалификацией персонала, нормами потребления технологических ресурсов (сырья, материалов, комплектующих, фонда оплаты труда, энергоресурсов), что и определяет закон переноса технологических ресурсов на предмет труда. Интенсивность μ передачи затрат $\Delta S = \Delta S(t)$ от средств труда на j-й предмет труда в ходе обработки за время выполнения технологической операции Δt является случайным процессом [1,3,5,6,8], значение которого в фиксированный момент времени определяется случайной величиной:

$$\mu = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \tag{1}$$

Состояние системы в некоторый момент времени будет определено, если определены микропараметры S_j и μ_j, а в любой другой момент времени найдено из уравнений состояния параметров предмета труда:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad \frac{d\mu_j}{dt} = f_j(t,S), \tag{2}$$

где $f_j(t,S)$ - производственная функция технической системы. Если количество предметов труда много больше единицы, то решить систему (2) из 2N -уравнений практически невозможно, что требует переход от микроописания к макроописанию с элементами вероятностной природы. Основная трудность в таком описании состоит в том, чтобы выделить характеристики состояний предметов труда, которые можно было бы измерить на микроуровне описания предприятия. Вместо рассмотрения состояния предметов труда с параметрами S_j и μ_j, введем в фазовом технологическом пространстве (t, S, μ) нормированную дискретную функцию распределения предметов труда по состояниям. Каждая точка в данном пространстве будет задавать состояние предмета труда. Разумно ожидать, что при больших N эту функцию будет хорошо аппроксимировать непрерывная функция распределения предметов труда по состояниям $\chi(t,S,\mu)$. Если производственно-техническая система состоит из нескольких видов предметов труда, то для описания системы потребуется получить функцию распределения для каждого вида предметов труда.

Кинетическое уравнение производственно-технической системы (Связь уровней описания). Разобьем фазовое пространство на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta\Omega = \Delta S \cdot \Delta\mu$ были много меньше значений характерных параметров производственно-технической системы и в то же время содержали внутри себя большое число предметов труда. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения параметров предметов труда, будем приближенно характеризовать состояние производственно-технической системы числом предметов труда в каждой ячейке $\Delta\Omega$. Если размеры ячейки достаточно малы, то приближенное описание будет нести в себе почти столь же подробную информацию, что и точное. Таким образом, мы приходим к необходимости наряду с основным пределом при $N \to \infty$ рассматривать и предельный случай стремящихся к нулю размеров ячейки. В силу того, что величина $\chi(t,S,\mu)\cdot d\Omega$ представляет собой число предметов труда в бесконечно малой ячейке $\Delta\Omega$ фазового технологического пространства (t,S,μ), мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ, определяющих состояние каждого предмета труда в этой ячейке фазового пространства, судить и об изменении самой функции $\chi(t,S,\mu)$:

$$\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial t} + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial S}\cdot \mu + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial\mu}\cdot f(S) = \mathrm{J}(t,S,\mu), \tag{3}$$

$$\frac{dS}{dt} = \mu; \qquad \frac{d\mu}{dt} = f(S). \tag{4}$$

Уравнение (4) описывает изменение усредненных по бесконечно малой ячейке фазового технологического пространства $\Delta\Omega$ характеристик предметов труда S_j, μ_j. Функция $\mathrm{J}(t,S,\mu)$ определяется плотностью оборудования вдоль технологической цепочки и его техническими характеристиками [1,5,6,7], стремится свести при $t \to \infty$ начальное распределение предметов труда по состояниям к состоянию с равновесной функцией распределения в соответствии с технологическим процессом. Будем считать функцию $\chi(t,S,\mu)$ нормированной

$$\int_0^\infty dS \cdot \int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t,S,\mu) = N\ . \qquad (5)$$

Производственная функция $f(t,S)$ определяется из способа производства. По своему смыслу производственная функция представляет собой аналог силы, перемещающий предмет труда по технологическому маршруту. При таком перемещении на предмет труда оказывается воздействие со стороны орудий труда. Происходит перенос технологических ресурсов на предмет труда при его движении согласно технологического маршрута. Оборудование воздействует на предмет труда, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить только о вероятности того, что после воздействия со стороны технологического оборудования предмет труда будет находиться в том или ином состоянии. Этот вероятностный характер воздействия технологического оборудования на предмет труда можно учесть, задав функцию $\psi(t,S,\mu)$, определяющую вероятность того, что после воздействия оборудования на предмет труда, предмет труда будет потреблять технологические ресурсы с интенсивностью μ. Функцию $\psi(t,S,\mu)$ можно задать, анализируя паспортные данные оборудования и конструкторско-технические параметры технологии обработки предмета труда. Определим моменты $[\psi]_k$ функции $\psi(t,S,\mu)$ выражениями:

$$\int_0^\infty \psi(t,S,\mu) \cdot d\mu = 1, \quad \int_0^\infty \mu^k \cdot \psi(t,S,\mu) \cdot d\mu = [\psi]_k, \quad k = 1,2.... \qquad (6)$$

Количество предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования в ячейке $dS \cdot d\mu$ с координатами (S,μ) и переместившихся в результате воздействия в ячейку $dS \cdot d\tilde{\mu}$ с координатами $(S,\tilde{\mu})$, пропорционально произведению потока предметов труда $\chi(t,S,\mu)\cdot\mu$ на вероятность перехода $\psi(t,S,\tilde{\mu})\cdot d\tilde{\mu}$. Что касается вероятности испытать непосредственно воздействие со стороны оборудования, в ходе которого осуществляется переход предмета труда из ячейки $dS \cdot d\mu$ в ячейку $dS \cdot d\tilde{\mu}$, то можно утверждать, что эта вероятность пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda(S)$ вдоль технологического маршрута. Число предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu};\tilde{\mu}+d\tilde{\mu})$ есть величина $\psi(\tilde{\mu})\cdot\lambda(S)\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\cdot d\tilde{\mu}\cdot dS\cdot d\mu$. Наряду с этим в элемент объема $dS \cdot d\mu$ поступают предметы труда из объема $dS \cdot d\tilde{\mu}$ путем обратного перехода в количестве $\psi(\mu)\cdot\lambda(S)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})\cdot d\tilde{\mu}\cdot dS\cdot d\mu$, а общее число предметов труда в элементе объема $dS \cdot d\mu$ изменяется в единицу времени на величину $dS \cdot d\mu \cdot J$:

$$J = \lambda(S)\cdot\int_0^\infty \{\psi(\mu)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu}) - \psi(\tilde{\mu})\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\} d\tilde{\mu}\ . \qquad (7)$$

С учетом (7) кинетическое уравнение (3) можно представить в виде:

$$\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial t} + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial S}\cdot\mu + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial\mu}\cdot f = \lambda\cdot\left\{\int_0^\infty \psi(\mu)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})d\tilde{\mu} - \mu\cdot\chi(t,S,\mu)\right\} \qquad (8)$$

В большинстве практических случаев функция $\psi(t,S,\mu)$ не зависит от состояния предметов труда до испытания воздействия со стороны оборудования, откуда

$$\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial t} + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial S}\cdot\mu + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial\mu}\cdot f = \lambda(S)\cdot\{\psi(\mu)\cdot[\chi]_1 - \mu\cdot\chi\}. \qquad (9)$$

Решение уравнений (8) и (9) предоставляет возможность вычислить значения макропараметров технологического процесса, связано со значительными трудностями [7]. Однако, если вместо решения уравнений (8) и (9) провести процедуру агрегирования слагаемых кинетического уравнения, то возможно получить систему балансовых уравнений для макропараметров технологического процесса.

Потоковое описание технологического процесса. (Макроуровень описания)

Состояние технологического процесса на макроуровне будем описывать моментами функции распределения предметов труда по состояниям $\chi(t,S,\mu)$:

$$\int_0^\infty \mu^k \cdot \chi(t,S,\mu)d\mu = [\chi]_k, \qquad k = 0,1,2.... \tag{10}$$

Как правило, для описания состояния больших систем используют несколько первых моментов функции распределения. Известно [1,2,7], что для описания состояния технологического процесса на макроуровне используют два первых момента (10). Нулевой $\int_0^\infty \chi(t,S,\mu)d\mu = [\chi]_0$ и первый $\int_0^\infty \mu \cdot \chi(t,S,\mu)d\mu = [\chi]_1$ моменты функции распределения предметов труда по состояниям μ имеют производственную интерпретацию: заделы предметов труда и их темп движения вдоль технологической цепочки [1,2,7]. Умножив уравнение (8) на μ^k, $k = 0,1,2....$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим незамкнутые уравнения балансов состояния макропараметров технологического процесса [9,10]:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = \int_0^\infty d\mu \cdot J, \tag{11}$$

$$\frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f(t,S) \cdot [\chi]_{k-1} + \int_0^\infty d\mu \cdot \mu^k \cdot J, \qquad k = 1,2,3..... \tag{12}$$

Если усредненная стоимость ресурсов $\langle \Delta S \rangle$, перенесенных в ходе выполнения технологической операции на предмет труда значительно меньше себестоимость конечного продукта S_d, что характерно для технологического процесса, состоящего из большого количества технологических операций, балансовые уравнения (11), (12) в нулевом приближении по малому параметру $\frac{\langle \Delta S \rangle}{S_d} << 1$ примут вид:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0, \qquad \frac{[\chi]_k}{[\chi]_1} = [\psi]_{k-1}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f(t,S) \cdot [\chi]_{k-1}, \qquad k = 1,2,3..... \tag{14}$$

Система балансовых уравнений (13), (14) является замкнутой. Для производственно-технической системы, макросостояние которой описывается двумя параметрами – заделом предметов труда на технологической операции и их темпом движения, система балансовых уравнений (13), (14) может быть записана как

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0, \qquad \frac{[\chi]_2}{[\chi]_1} = [\psi]_1, \tag{15}$$

$$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_2}{\partial S} = f(t,S) \cdot [\chi]_1. \tag{16}$$

Уравнения балансов (15), (16) описывают макросостояние технологического процесса через параметры состояния - заделы предметов труда на технологической операции и их темп движения.

Выводы: изменение параметров, характеризующих состояние предметов труда в результате взаимодействия между собой и с технологическим оборудованием, определяется статистическими закономерностями. Изменение средних величин никак не зависит от начальных условий для микропараметров, характеризующих движение отдельных предметов труда вдоль технологического маршрута, строго определено законами воздействия технологического оборудования на предмет труда и технологией производства продукции. Наличие большого количества предметов труда в технологическом процессе (а следовательно и большого числа уравнений, описывающих их состояние) позволяет дать предсказания, оправдывающие с большой степенью точностью для достаточно большого промежутка времени, чтобы сгладить влияние начального состояния параметров технологического процесса, что дополняет достоинства статистического подхода к изучению технологических процессов.

Показано, что использование статистического подхода дает возможность

- строить модели технологических процессов с заданной степенью точности;
- обосновать методы, используемые для моделирования и управления технологическими процессами (с использованием уравнений системной динамики [2], энтропийный метод Б.Н.Петрова [3]) и указать пределы их применимости;
- рассмотреть с единой точки зрения широкий класс релаксационных явлений, происходящих при функционировании технологических процессов, имеющих место при серийном и массовом выпуске продукции;
- обеспечить обоснованное введение для описания состояния технологического процесса минимального количества макропараметров;

ЛИТЕРАТУРА:

1.Шкурба В.В. и др. Планирование дискретного производства в условиях АСУ. – К.:Техника, 1975, 296 с.
2. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. М.: Прогресс, 1961. 341 с.
3.Петров Б.Н., Уланов Г.М., Гольденблат И.И., Ульянов С.В. Теории моделей в процессах управления, М.: Наука, 1978. - 224с.
4.Вильсон А.Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем: Пер.с англ.- М.:Наука, 1978г. - 248с.
5.Редькин А.К., Якимович С.Б. Способ моделирования и проектирования технологических процессов лесопромышленного комплекса. // Лесной вестник.-М: МГУЛ, 2000, №4, с.55-69
6.Власов В.А., Тихомиров И.А., Локтев И.И. Моделирование технологических процессов изготовления промышленной продукции. – Изд. Томского политехнического университета, 2006. – 300 с.
7.Пигнастый О.М. Статистическая теория производственных систем. – Х.: Изд. ХНУ им.Каразина, 2007. – 388 с.
8.Pihnastyi O. M. Distinctive numbers of production systems functioning description / O. M. Pihnastyi // Вопросы атомной науки и техники. - Харьков: ННЦ ХФТИ. - 2007. - №3 - С. 322-325.
9.Пигнастый О. М. Использование методов статистической физики для исследования экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции / В. П. Демуцкий, О. М. Пигнастый, М.Н.Азаренкова // Вісник Харківського національного університету. - Харків: ХНУ. -2005. - № 710. Сер. ”Фізична”, вип. 2. - С. 128-134
10. Пигнастый О. М. Целевая функция производственной системы с массовым выпуском продукции / В. П. Демуцкий, О. М. Пигнастый, В. Д. Ходусов, М. Н. Азаренкова // - Вісник Харківського національного університету. - Харків: ХНУ. - 2006. - N746. Сер. ”Фізична” - С.95-103.