МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. Ломоносова

Международный лазерный центр

На правах рукописи

Потравкин Николай Николаевич

ФОРМИРОВАНИЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕОДНОРОДНО ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ИМПУЛЬСОВ В СРЕДАХ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ.

Специальность 01.04.21 – лазерная физика

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор Макаров В.А.

Москва – 2015

Содержание

Введение

Актуальность работы. Развитие методов генерации и контроля коротких лазерных импульсов позволило сократить их длительность до нескольких периодов колебаний электрического поля. Специфику и эффективность взаимодействия этих импульсов с веществом часто определяет состояние их поляризации (например, в случае мультифотонной ионизации [1–3], генерации гармоник высокого порядка [4,5], в задачах когерентной спектроскопии [6–8] и контроля состояния отдельных молекул и атомов [9–11]). Наличие дополнительных степеней свободы по сравнению с линейно поляризованным излучением открывает возможности использования эллиптически поляризованных импульсов для передачи информации. Благодаря реализации сбалансированного влияния частотной дисперсии и кубической нелинейности среды происходит формирование устойчивых волновых пакетов, распространяющихся без существенного изменения своей формы на большие расстояния (см. например [12–22]).

Теоретическое исследование самовоздействия коротких лазерных импульсов обычно проводится в приближении неизменности состояния их линейной поляризации. Это связано не только с тем, что в эксперименте линейно поляризованные импульсы с заданными характеристиками получить легче, но и со значительной трудностью описания распространения эллиптически поляризованных импульсов в нелинейных средах из-за как минимум двукратного увеличения числа нелинейных уравнений и недостатка информации о тензорных характеристиках вещества. Например, впечатляющие методы исследования систем уравнений в частных производных лишь в отдельных редких случаях позволяют найти аналитические решения двух связанных нелинейных уравнений Шредингера для огибающих ортогонально поляризованных компонент электрического поля, описывающих, в частности, распространение коротких световых импульсов в двулучепреломляющих волоконных световодах или в нелинейных оптически активных безынерционных средах во втором приближении теории дисперсии [23–27]. Необычные свойства найденных численно и аналитически ее отдельных частных решений, описывающих эллиптически поляризованные солитоны и уединенные волны [28–34], стимулируют дальнейшее исследование квазисолитонных режимов распространения эллиптически поляризованных коротких импульсов. Несомненно, более трудной задачей является анализ распространения таких импульсов в средах с сильной нелокальностью нелинейного оптического отклика, когда становится невозможно ограничиться учетом только линейного по параметру пространственной дисперсии вклада в нелинейную поляризацию среды.

Поляризационные эффекты при самовоздействии коротких лазерных импульсов в средах с релаксационной кубической нелинейностью практически не изучены. Использование импульсов с разной эллиптической поляризацией позволяет получить существенно больше спектроскопической информации о нелинейной среде по сравнению с применением линейно или циркулярно поляризованного излучения. Анализ динамики распространения эллиптически поляризованного импульса также актуален с точки зрения развития нелинейной оптики микроструктурированных волокон, в полую сердцевину которых могут вводиться газы или оптически активные жидкости [35,36]. Селективная манипуляция ортогонально циркулярно поляризованными компонентами поля в оптических волокнах может достигается так же за счет их особого микроструктурирования [37,38]. Так, например, в [37] было изготовлено волокно, неоднородность показателя преломления сердцевины которого имеет вид двух вложенных друг в друга трехмерных спиралей, а в [38] продемонстрирована реализация оптоволокна, обладающего двумерной хиральностью, плоскость поперечного сечения которого не может быть совмещена со своим зеркальным отражением посредством трансляции и вращения. Позже было показано, что такие волокна также интересны для задач сингулярной нелинейной оптики [39].

Прогресс последнего десятилетия в изготовлении метаматериалов позволил создать искусственно структурированные среды, демонстрирующие гигантскую линейную [40] и нелинейную оптическую активность [41], проявляющуюся в существенном различии показателей преломления [42], а также коэффициентов отражения и пропускания [43] циркулярно поляризованных импульсов с противоположным направлением вращения вектора напряженности электрического поля в широком диапазоне частот. Это позволяет разрабатывать компактные оптические устройства для получения привлекательного для различных приложений циркулярно поляризованного света [43,44], т.к. традиционные способы, основанные на использовании пластинки толщиной в четверть длины волны или холестерического жидкого кристалла с шагом спиральной структуры, мало отличающимся от длины распространяющегося излучения, становятся неприемлемыми из-за широкого спектра сверхкоротких лазерных импульсов. В связи с этим становится актуальным исследование особенностей взаимодействия эллиптически поляризованных импульсов с метаматериалами, основанное на численном решении системы уравнений Максвелла, представляющем достаточно сложную задачу из-за объема вычислений и трудности интерпретации найденных пространственно-временных зависимостей декартовых компонент электрического и магнитного полей. Ее возможное упрощение связано с переходом к одномерной однородной среде, характеризующейся нелокальными материальными уравнениями, записанными без применения широко используемого приближения малости параметра пространственной дисперсии.

Целью работы является:

1. Анализ механизмов формирования эллиптически поляризованных уединенных и кноидальных волн в изотропных гиротропных средах, обладающих частотной дисперсией и пространственной дисперсией нелинейно-оптического отклика и исследование возможности получения дополнительной спектроскопической информации на основе измерения их поляризационных характеристик.

2. Построение классической модели нелинейной среды, обладающей частотной дисперсией и нелокальностью нелинейного оптического отклика, позволяющей записать материальные уравнения без широко используемого требования малости параметра пространственной дисперсии и ее применение для описания распространения эллиптически поляризованных импульсов длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля в таких средах.

3. Выявление особенностей взаимодействия сверхкоротких эллиптически поляризованных импульсов с нелинейными хиральными метаматериалами, состоящими из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных спиралей.

Научная новизна работы.

1. Найдены новые частные аналитические решения неинтегрируемой системы из двух нелинейных уравнений Шредингера, описывающих, в частности, динамику распространения коротких световых импульсов в двулучепреломляющих волоконных световодах или нелинейных оптически активных средах, в предположении линейной связи между интенсивностями циркулярно поляризованных компонент распространяющейся волны. Определены области существования этих решений, среди которых два новых семейства эллиптически поляризованных кноидальных волн.

2. Впервые показано, что в случае сред с безынерционной кубической нелинейностью специальный выбор формы падающего импульса приводит к формированию эллиптически поляризованной уединенной волны и ее дальнейшему распространению на достаточно большие расстояния, даже если полуширина падающего на среду импульса меньше периода колебаний электрического поля.

3. Предложена модель нелинейной среды, обладающей частотной дисперсией и нелокальностью оптического отклика, позволившая впервые записать материальные уравнения без широко используемого требования малости параметра пространственной

дисперсии и исследовать динамику распространения в ней эллиптически поляризованных импульсов длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля с помощью численного решения системы уравнений Максвелла.

4. Впервые установлено, что при падении лазерного импульса на метаматериал, состоящий из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных спиралей, в нем могут возникать существенно различные режимы колебаний электрической и магнитной частей плотности энергии электромагнитного поля, обуславливающие эффект селективного отражения циркулярно поляризованных компонент падающего излучения.

5. Впервые показано, что с ростом интенсивности циркулярно поляризованного по правому (левому) кругу сверхкороткого импульса (длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля), падающего на образец, состоящий из достаточного числа сделанных из нелинейного материала правозакрученных (левозакрученных) спиралей, происходит расширение в сторону меньших частот границы частотного интервала, внутри которого практически все падающее излучение отражается от среды. Поляризованный по левому (правому) кругу сверхкороткий циркулярно поляризованный импульс в этом случае легко проходит через среду.

Практическая значимость работы.

1. Найденные аналитические частные решения неинтегрируемой системы из двух нелинейных уравнений Шредингера из-за универсальности последней представляют интерес при анализе достаточно широкого круга физических проблем, а также могут быть использованы для оценки точности численной схемы, применяемой при решении этой системы с произвольными начальными и граничными условиями.

2. Установленная зависимость скорости низкочастотного сдвига спектра уединенной волны от ее степени эллиптичности может быть использована для плавной перестройки частоты лазерного излучения, а также для получения спектроскопической информации о компонентах тензора локальной кубической восприимчивости, недоступной при измерениях с линейно поляризованными импульсами.

3. Результаты исследований влияния параметров структурной ячейки хирального метаматериала, состоящего из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных спиралей, на пропускание и отражение нормально падающего на образец эллиптически поляризованного света, позволяют построить и оптимизировать компактный циркулярный поляризатор, диапазон частот которого зависит от интенсивности падающего излучения.

4. Предложенная в диссертации модель кубического по полю отклика изотропной гиротропной среды и разработанная модификация метода конечных разностей во временной области (FDTD) может быть использована для численного моделирования взаимодействия эллиптически поляризованных импульсов произвольной формы и длительности с неоднородными оптически активными средами.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Система уравнений для медленно меняющихся амплитуд циркулярно поляризованных компонент светового поля в изотропной среде с частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности имеет частные аналитические решения в виде уединенных и кноидальных волн, у которых не только интенсивность, но и состояние поляризации меняется вдоль временного профиля.

2. Предложенная модель среды, обладающей частотной дисперсией и нелокальностью нелинейного оптического отклика, дает возможность записать материальные уравнения без широко используемого приближения малости параметра пространственной дисперсии и корректно описать в рамках метода конечных разностей во временной области (FDTD) распространение эллиптически поляризованных импульсов длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля.

3. Выбор формы лазерного импульса, нормально падающего на изотропную среду с аномальной частотной дисперсией и безынерционной кубической нелинейностью, в виде солитонного решения системы нелинейных уравнений Шредингера обеспечивает формирование в процессе его дальнейшего распространения (описываемого с помощью метода конечных разностей во временной области) эллиптически поляризованной уединенной волны, даже если длительность падающего импульса меньше периода колебаний электрического поля.

4. Возрастание степени эллиптичности эллипса поляризации уединенной волны, распространяющейся в нелинейной среде с инерционным кубическим откликом, приводит к изменению скорости сдвига ее несущей частоты.

5. При падении эллиптически поляризованного лазерного импульса длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля на метаматериал, состоящий из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных диэлектрических спиралей, в нем возникают различные режимы колебаний электрической и магнитной частей плотности энергии электромагнитного поля, обуславливающие эффект селективного отражения циркулярно поляризованных компонент падающего излучения.

6. С ростом интенсивности поляризованного по правому (левому) кругу циркулярно поляризованного импульса, имеющего длительность в несколько периодов колебаний электрического поля и падающего на метаматериал, состоящий из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных правозакрученных (левозакрученных) спиралей, обладающих безынерционным кубическим откликом, происходит расширение частотного интервала, внутри которого практически все падающее излучение отражается от среды, и сдвиг его нижней границы в сторону меньших частот. Импульс с противоположной поляризацией в этом случае легко проходит через среду.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. В первом параграфе каждой главы приводится краткий обзор литературы по рассматриваемой в ней проблеме и формулируются задачи исследования. Полный объем работы составляет 122 страницы. Список цитированной литературы содержит 207 библиографических ссылок.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы ее цели, научная новизна, практическая ценность и защищаемые положения.

В **первой главе** рассмотрено самовоздействие однородно эллиптически поляризованных в начальный момент времени импульсов гауссовой формы, спектр которых расположен вдали от характерных резонансов среды, обладающей кубической нелинейностью и пространственной дисперсией нелинейного оптического отклика. Приводятся результаты численного анализа системы нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) для медленно меняющихся комплексных амплитуд циркулярно поляризованных компонент электрического поля. Особое внимание уделяется образованию на расстояниях в несколько дисперсионных длин эллиптически поляризованных уединенных волн, временные огибающие циркулярно поляризованных компонент которых близки к гиперболическим секансам. При этом степень эллиптичности эллипса поляризации уединенной волны меняется вдоль временного профиля ее интенсивности, а угол поворота его главной оси линейно возрастает с ростом координаты распространения. С помощью теории возмущений определены границы областей параметров излучения и среды при которых происходит формирование таких волн.

Далее исследуется влияние длительности, пиковой интенсивности и поляризации падающего импульса на характер его распространения в обладающей дисперсией групповой скорости изотропной гиротропной среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности, также имеющей различные времена релаксации $T_{\pm}$ для зависящих от интенсивности добавок к показателям преломления правой и левой циркулярно поляризованных волн. В конце главы определены условия существования ранее неизвестных частных решений системы НУШ, соответствующих распространяющимся в среде с частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности эллиптически поляризованным кноидальным волнам в случае формирования в нелинейной среде волноводов единого профиля интенсивности для циркулярно поляризованных компонент электрического поля. Модули циркулярно поляризованных компонент этих кноидальных волн выражаются через эллиптические функции Якоби, а в общем случае нелинейно зависящие от времени фазы линейно меняются с ростом координаты распространения. Приводятся результаты исследования возможности возникновения апериодических режимов изменения поляризации распространяющейся кноидальной волны, внешне похожих на поляризационный хаос.

Вторая глава посвящена численному исследованию распространения эллиптически поляризованных импульсов длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля в линейных и нелинейных изотропных гиротропных средах с частотной дисперсией и нелокальностью оптического отклика, материальные уравнения для которых записаны без широко используемого требования малости параметра пространственной дисперсии. Предложена модель изотропной линейной среды с частотной дисперсией, позволившая записать связывающее индукцию и напряженность электрического поля материальное уравнение без широко используемого требования малости параметра пространственной дисперсии. Описывается проведенная модификация метода конечных разностей во временной области (FDTD) со вспомогательным дифференциальным уравнением, в результате которой появилась возможность моделировать взаимодействие эллиптически поляризованных импульсов произвольной формы и длительности с оптически активными средами. Приводятся результаты исследования динамики распространения состоящих из нескольких колебаний светового поля эллиптически поляризованных лазерных импульсов в линейной среде, существенно отличающиеся от подробно описанного в литературе явления линейной оптической активности.

Далее предложено и обосновано выражение для кубической восприимчивости изотропной гиротропной среды, интегрально связывающее ее поляризацию в точке z в момент времени t с напряженностями электрических полей $\mathbf{E}(z_1,t_1)$, $\mathbf{E}(z_2,t_2)$ и $\mathbf{E}(z_3,t_3)$. Излагается алгоритм, позволяющий использовать эту формулу в FDTD расчетах для моделирования взаимодействия эллиптически поляризованных импульсов произвольной формы и длительности с нелинейными средами, обладающими нелокальным оптическим откликом. Приводятся численно найденные зависимости напряженности электрического поля в среде, которые сравниваются с ранее известными аналитическими формулами для декартовых компонент распространяющегося в нелинейной среде электрического поля, полученными в результате решения системы связанных уравнений для медленно меняющихся амплитуд циркулярно поляризованных плоских волн в случае слабой пространственной дисперсии кубической нелинейности. Подробно излагаются результаты исследования взаимодействия однородно эллиптически поляризованных лазерных импульсов длительностью менее десяти колебаний электрического поля с нелинейной средой, обладающей нелокальным оптическим откликом. Как и в случае линейной среды, степень эллиптичности эллипса поляризации и угол, задающий его ориентацию в пространстве в этом случае теряют физический смысл, и выводы о характере изменения поляризации делаются на основе вида годографа вектора напряженности электрического поля.

В конце главы модификация FDTD метода со вспомогательным дифференциальным уравнением применяется для нахождения и исследования возможности возникновения квазисолитонного режима распространения эллиптически поляризованного сверхкороткого импульса, когда диапазон его спектральных частот расположен вдали от частот однофотонных и нерамановских многофотонных резонансов изотропной нелинейной среды, а пространственная дисперсия ее линейного и нелинейного оптического отклика незначительна. Обсуждаются возможности получения дополнительной спектроскопической информации на основе измерения поляризационных характеристик таких уединенных волн.

В **третьей главе** обсуждаются особенности взаимодействия коротких эллиптически поляризованных импульсов с хиральными метаматериалами, состоящими из периодически расположенных в виде двумерной решетки трехмерных спиралей, содержащих несколько полных витков. Проводится пространственная дискретизация уравнений Максвелла для трехмерных FDTD расчетов динамики распространения электромагнитной волны в нелинейных метаматериалах, при которой декартовы компоненты векторов напряженностей электрического и магнитного полей вычисляются в центрах элементарных ячеек (схема Liu), являющаяся более эффективной, если материальные уравнения не распадаются, как в линейной среде, на независимые уравнения для декартовых компонент поля. Приводятся результаты исследования влияния параметров структурной ячейки полимерного метаматериала на характер пропускания и отражения нормально падающих на образец эллиптически поляризованных импульсов длительностью около десяти периодов колебаний электрического поля. Подробно описываются возникающие в этом случае в линейном метаматериале сложные режимы осцилляций электрической и магнитной частей плотности энергии электромагнитного поля, обуславливающие возникновение режима селективного отражения циркулярно поляризованных компонент падающего излучения. В конце главы полученные результаты обобщаются на случай, когда материал транслируемой структурной ячейки обладает безынерционной кубической нелинейностью. Обсуждается влияние интенсивности падающего эллиптически поляризованного импульса на поляризационные характеристики прошедшего излучения.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

Апробация работы и публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в отечественных и зарубежных журналах [45–57], а также в сборниках трудов международных научных конференций и симпозиумов [58–68].

Результаты диссертации докладывались на Международной конференции “Фундаментальные Проблемы Оптики” (2008, Санкт-Петербург), Международных конференциях по когерентной и нелинейной оптике (ICONO’2010, Казань; ICONO’2013, Москва), Международных конференциях по лазерной физике (LPHYS’2008, Трондхейм, Норвегия; LPHYS’2009, Барселона, Испания; LPHYS’2013, Прага, Чехия; LPHYS’2014, София, Болгария), Международной конференции по современным лазерным технологиям (ALT’12), Международной научной конференции «Оптика лазеров» (LO’2012, Санкт-Петербург), на Всероссийских конференциях по фотонике и информационной оптике (2013, Москва; 2014, Москва).

Личный вклад автора.

Работа выполнена под руководством профессора, доктора физико-математических наук В.А. Макарова, совместно с которым определялось направление исследований и проводилось обсуждение полученных результатов. Автору принадлежит нахождение методов решения поставленных задач, создание и адаптация использованных в диссертации компьютерных программ, получение и интерпретация результатов. Часть изложенных в § 1.2 результатов получена совместно с кандидатом физико-математических наук И.А. Пережогиным, который также принимал участие в обсуждении других результатов диссертации. Исследование распространения различных типов эллиптически поляризованных кноидальных волн (§ 1.4) проводилось при непосредственном руководстве доктора физико-математических наук, профессора В.В. Шувалова и кандидата физико-математических наук В.М. Петниковой. В численном решении уравнений Максвелла, являющихся частью § 2.3 под руководством автора принимал участие студент физического факультета МГУ Г.А. Грязнов.

Глава 1. Самовоздействие эллиптически поляризованных импульсов в среде с частотной дисперсией и пространственной дисперсией линейного и нелинейного оптического отклика в рамках метода медленно меняющихся амплитуд. Уединенные и кноидальные волны

§ 1.1. Распространение эллиптически поляризованных длинных импульсов, уединенных и кноидальных волн в нелинейных изотропных средах – обзор литературы

Самовоздействие линейно поляризованных длинных световых импульсов, приводящее в ряде случаев к формированию и дальнейшему распространению уединенных волн в различных нелинейных средах, является предметом многочисленных исследований [12–21,32–34,69–71]. Всесторонне проанализирована компрессия и самофокусировка лазерных импульсов [32,69,70,72,73], разработаны оригинальные аналитические методы описания различных типов оптических и родственных им уединенных волн [33,34,71], систематизирован и обобщен обширный графический материал, полученный в результате математического моделирования и численных расчетов. Это связано не только с тем, что в эксперименте линейно поляризованные импульсы с заданными характеристиками получить легче, но и со значительной трудностью описания распространения эллиптически поляризованных импульсов в нелинейных средах из-за как минимум двукратного увеличения числа нелинейных уравнений и недостатка информации о тензорных характеристиках вещества. Например, впечатляющие методы исследования систем уравнений в частных производных лишь в отдельных редких случаях позволяют найти аналитические решения двух связанных нелинейных уравнений Шредингера для огибающих ортогонально поляризованных компонент электрического поля, описывающих, в частности, распространение световых импульсов в двулучепреломляющих волоконных световодах или в нелинейных оптически активных безынерционных средах во втором приближении теории дисперсии [23–27]. В настоящее время известно и детально изучено несколько точных решений таких систем уравнений, описывающих одиночные светлые и темные солитоны, а также их связанные состояния [17,18,74–80,29,81]. При их анализе наибольшее внимание уделялось амплитудным эффектам [17,18,74–79].

Динамика изменения состояния поляризации импульса в процессе его распространения заслуживает не меньшего интереса (см., например, [29,81,82]).

Полученные в безаберрационном приближении формулы для интенсивности, степени эллиптичности и угла поворота главной оси эллипса поляризации, описывающие различные режимы самовоздействия лазерного импульса в изотропной гиротропной среде [81], а также проведенные позднее численные расчеты [83], полностью подтверждают это. Однако основное внимание в [81,83] уделялось исследованию эффективности компрессии эллиптически поляризованных импульсов, а систематическое изучение изменений поляризации светового поля в разных точках временных огибающих распространяющихся импульсов не проводилось. В [84] установлено существенное изменение степени эллиптичности и угла поворота главной оси эллипса поляризации в процессе распространения импульса, длительность которого составляла несколько колебаний светового поля. Анализировалась эффективность компрессии такого импульса и его циркулярно поляризованных компонент при различных состояниях его поляризации на входе в среду.

Формирование уединенных волн, их свойства и особенности взаимодействия представляют всевозрастающий интерес как в прикладной (распространение световых импульсов в оптических волокнах), так и в фундаментальной физике. В [80] в результате исследования решений системы двух нелинейных параболических уравнений, описывающих в плосковолновом приближении распространение эллиптически поляризованных импульсов или двумерных «щелевых» (цилиндрических) пучков в изотропной гиротропной среде, были найдены значения параметров и определены точки пространства в которых происходит рождение и уничтожение векторных уединенных волн различного типа. При этом некоторые из рождающихся векторных уединенных волн являются устойчивыми относительно достаточно широкого класса малых возмущений [85]. Возможность существования другого семейства эллиптически поляризованных уединенных волн, имеющих непрерывный спектр параметров, в случае, когда распространение излучения описывается вышеупомянутой системой уравнений, была аналитически показана в [86]. Численными методами определены основные особенности структуры возникающей уединенной волны и построена зависимость ее степени эллиптичности от значений форм-факторов. Последними принято называть собственные значения системы обыкновенных дифференциальных уравнений для огибающих ортогональных компонент векторной уединенной волны. Эта система легко получается из системы связанных нелинейных уравнений Шредингера для медленно меняющихся амплитуд ортогональных компонент поля. Собственные значения (форм-факторы) определяют амплитуды, длительности и скорости набега фаз ортогональных компонент эллиптически поляризованной уединенной волны [86].

В [30,87–92] численно и экспериментально исследовались отдельные вопросы, связанные с взаимодействием [87–90], стабильностью [30,91], динамикой формирования и особенностями структуры [92] таких уединенных волн. Было, в частности, показано, что в процессе столкновения векторных уединенных волн возникает фрактал [87]. Однако в [30,86–92] рассматривались только изотропные среды с локальным нелинейным оптическим откликом. Эксперименты [30,91–93] проводились с двумерными пространственными уединенными волнами в плоских волноводах. Их распространение описывается такой же системой нелинейных параболических уравнений [94], как и распространение эллиптически поляризованных световых импульсов в плосковолновом приближении при учете дисперсионного расплывания последних. Работ, посвященных экспериментальному исследованию взаимодействия эллиптически поляризованных временных уединенных волн, очень мало или не существует вообще.

Поляризационные эффекты при самовоздействии лазерных импульсов в средах с релаксационной кубической нелинейностью практически не исследованы. Они были бы, безусловно, интересны для спектроскопии таких сред, т.к. использование световых пучков с разной эллиптической поляризацией позволяет получить существенно больше информации о среде, чем использование линейно или циркулярно поляризованного излучения. Кроме того, исследование динамики распространения эллиптически поляризованного импульса, измерение времени его задержки, возникающей из-за инерционности нелинейного отклика среды, актуально с точки зрения оптики микроструктурированных волокон, в полую сердцевину которых могут вводиться различные газы или оптически активные жидкости [35,36]. Селективная манипуляция ортогонально циркулярно поляризованными компонентами поля в оптических волокнах может достигается также за счет их особого микроструктурирования [37,38]. Так, например, в [37] было изготовлено волокно, неоднородность показателя преломления сердцевины которого имеет вид двух вложенных друг в друга трехмерных спиралей, а в [38] продемонстрирована реализация оптоволокна, обладающего двумерной хиральностью, плоскость поперечного сечения которого не может быть совмещена со своим зеркальным отражением посредством трансляции и вращения. Позже было показано, что такие волокна также интересны для задач сингулярной нелинейной оптики [39].

Отдельным, не решенным до сих пор вопросом является исследование влияния хиральности молекул на динамику релаксации нелинейного оптического отклика среды. Например, из общих соображений времена релаксации зависящих от интенсивности добавок к показателям преломления правой и левой циркулярно поляризованных волн, распространяющихся в оптически активной жидкости, могут быть различны [95]. Наиболее перспективным способом нахождения этого, вероятно, очень малого, различия являются поляризационные эксперименты, позволяющие определять угол поворота главной оси эллипса поляризации с высокой степенью точности. В [95] была предложена схема одного из таких экспериментов, основанная на аналитически полученных формулах, не учитывающих эффектов дисперсии групповой скорости, которые могут существенно изменить динамику самовоздействия эллиптически поляризованных импульсов даже при отсутствии релаксации нелинейного оптического отклика среды. Это говорит о необходимости учета дисперсии групповой скорости при рассмотрении проблемы двух времен релаксации.

Возможности возникновения эллиптически поляризованных кноидальных волн, ортогональные компоненты вектора напряженности электрического поля в которых выражаются через эллиптические функции Якоби, широко обсуждаются при решении различных задач нелинейной оптики (см, например. [17,96–105]). В изотропных оптически активных средах, обладающих локальной кубической нелинейностью, возможность появления эллиптически поляризованных кноидальных волн обсуждалась в [103]. При этом не учитывалась нелокальность нелинейного оптического отклика, величина которой может быть весьма значительной в гиротропных средах. Она существенно влияет на самофокусировку пучков [104,105], компрессию импульсов [81] и другие режимы распространения [29] эллиптически поляризованного лазерного излучения в оптически активных средах. Именно благодаря нелокальности нелинейного отклика вещества для сред с аномальной частотной дисперсией возможно возникновение решений, учитывающих эффекты само- и кроссмодуляции системы укороченных уравнений для медленно меняющихся амплитуд циркулярно поляризованных волн, известной как система нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), в виде эллиптически поляризованных уединенных волн [29]. В то же время вопрос о существовании ее аналитических решений, описывающих эллиптически поляризованные кноидальные волны, практически не исследован. В первую очередь это связано с неинтегрируемостью системы НУШ применительно к таким средам [23–27].

В данной главе изложены полученные в рамках метода медленно меняющихся амплитуд результаты анализа распространения эллиптически поляризованных импульсов и кноидальных волн в изотропных средах с частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности.

§ 1.2. Самовоздействие эллиптически поляризованных импульсов и формирование уединенных волн в изотропной среде с частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности

Распространение эллиптически поляризованного светового импульса, спектр которого находится вдали от резонансов нелинейно-оптического отклика изотропной среды с аномальной частотной дисперсией ($k_2 = \partial^2 k(\omega)/\partial\omega^2 < 0$, $k(\omega)$ – волновой вектор) и пространственной дисперсией кубической нелинейности, описывается системой параболических уравнений [29,81,83] для медленно меняющихся комплексных амплитуд циркулярно поляризованных волн $A_{\pm}(z,t)$:

$$\frac{\partial A_{\pm}}{\partial z} - \frac{ik_2}{2}\frac{\partial^2 A_{\pm}}{\partial t^2} = i\left\{\pm\rho_0 - (\sigma_1/2 \mp \rho_1)\,|A_{\pm}|^2 - (\sigma_1/2 + \sigma_2)\,|A_{\mp}|^2\right\}A_{\pm}, \qquad (1.2.1)$$

где z – координата распространения, t – время в «собственной» системе координат, движущейся с групповой скоростью $v = (\partial k/\partial\omega)^{-1}$. Две независимые компоненты тензора локальной нелинейной восприимчивости $\chi_1 = \chi^{(3)}_{xyxy}(\omega;-\omega,\omega,\omega)$ и $\chi_2 = \chi^{(3)}_{xxyy}(\omega;-\omega,\omega,\omega)$ пропорциональны $\sigma_1 = 4\pi\omega^2\chi_1/kc^2$, $\sigma_2 = 2\pi\omega^2\chi_2/kc^2$. Псевдоскалярная константа ρ_0 связана с компонентами тензора нелокальной линейной восприимчивости $\hat{\gamma}^{(1)}(\omega)$ соотношением: $\gamma^{(1)}_{ijk}(\omega) = (\rho_0 c^2/2\pi\omega^2)e_{ijk}$, где e_{ijk} – символ Леви-Чивита. Ненулевая компонента $\gamma^{(3)}_{xyyyz}(\omega;-\omega,\omega,\omega)$ тензора нелокальной кубической восприимчивости $\hat{\gamma}^{(3)}$ пропорциональна псевдоскалярной константе $\rho_1 = 2\pi\omega^2\gamma^{(3)}_{xyyyz}/c^2$.

Локальные и нелокальные восприимчивости входят в материальное уравнение, связывающее поляризацию среды и напряженность электрического поля, которое для нелинейной изотропной гиротропной среды можно записать в виде $P_j = \chi^{(1)}_{jl}E_l + i\gamma^{(1)}_{jlm}k_m E_l + \chi^{(3)}_{jnls}E^*_n E_l E_s + i\gamma^{(3)}_{jnlsm}k_m E^*_n E_l E_s$ [106]. В среде без пространственной дисперсии все компоненты тензоров $\hat{\gamma}^{(1)}$ и $\hat{\gamma}^{(3)}$ тождественно равны нулю.

Распространяющееся излучение полностью характеризуется интенсивностью $I(z,t) = (|A_+|^2 + |A_-|^2)/2$, степенью эллиптичности $M(z,t) = (|A_+|^2 - |A_-|^2)/2I$, углом поворота главной оси эллипса поляризации $\Psi(z,t) = 0{,}5\mathrm{Arg}(A_+A_-^*)$ и фазой $\Theta(z,t) = 0{,}5\mathrm{Arg}(A_+A_-)$. Входящие в (1.2.1) $A_{\pm}(z,t)$ легко выражаются через эти четыре характеристики $A_{\pm}(z,t) = \sqrt{I(z,t)(1 \pm M(z,t))}\exp\{i[\Theta(z,t) \pm \Psi(z,t)]\}$. Будем считать, что падающий на среду импульс длительности τ с пиковой интенсивностью I_0 имеет гауссову форму:

$$A_{\pm}(0,t)=\sqrt{I_0(1\pm M_0)}\exp(-t^2/\tau^2)\,. \qquad (1.2.2)$$

Его степень эллиптичности $M(z=0,t)=M_0$ (не зависит от времени), начальная фаза $\Theta(z=0,t)=0$, а ориентация главной оси эллипса поляризации $\Psi(z=0,t)=0$ – одинакова при всех значениях t. На расстоянии z временные характеристики распространяющегося импульса зависят от безразмерной интенсивности $P=\sigma_1 L_d I_0$, степени эллиптичности M_0, а также от характеризующих среду параметров: $\rho_0 L_d$, σ_2/σ_1 и ρ_1/σ_1. В формулу для P входит длина дисперсионного расплывания $L_d=\tau^2/|k_2|$.

Система уравнений (1.2.1) с начальными условиями (1.2.2) численно решалась при различных значениях параметров падающего излучения и нелинейной изотропной гиротропной среды. При $\sigma_2/\sigma_1>-0.5$ были найдены решения, описывающие формирование эллиптически поляризованных уединенных волн. При фиксированном $z<z_0$ (значение z_0 определяется P, M_0, $\rho_0 L_d$, σ_2/σ_1, ρ_1/σ_1 и составляет несколько L_d) $I(z,t)$ и $M(z,t)$ – четные функции времени в «собственной» системе координат, немонотонно зависящие от t на интервалах $|t|>0$ и имеющие абсолютный экстремум в центре. С ростом координаты распространения вид зависимостей $I(z,t)$ и $M(z,t)$ от времени плавно меняется. Они становятся монотонными функциями t на интервалах $|t|>0$. Начиная с z_0, изменения вида временных зависимостей интенсивности и степени эллиптичности с ростом z прекращаются, форма распространяющегося импульса перестает меняться. Распределение интенсивности имеет колоколообразную форму с максимумом в центре, а степени эллиптичности – вид колокола или перевернутого колокола с минимумом при $t=0$.

Угол поворота главной оси эллипса поляризации при фиксированном t линейно возрастает или убывает (при $\rho_{0,1}=0$ в зависимости от знака M_0) с ростом z. Временные огибающие циркулярно поляризованных компонент сформировавшейся уединенной волны очень близки к гиперболическим секансам $A_{\pm}(z,t_1)\cong a_{\pm}\,\mathrm{sech}(t_1/b_{\pm})$, где $t_1=t/\tau$, а $z>z_0$. Сказанное выше иллюстрируют рис. 1.2.1 и 1.2.2. На первом из них показана зависимость I/I_0 (рис. 1.2.1 *а*) в центре импульса от координаты распространения $z_1=z_0/L_d$, а также временные огибающие $I_{\pm}=|A_{\pm}(z,t_1)|^2/I_0$, их аппроксимации гиперболическими секансами и зависимость $M(t_1)$ при $z>z_0$ (рис. 1.2.1 *б*). На втором

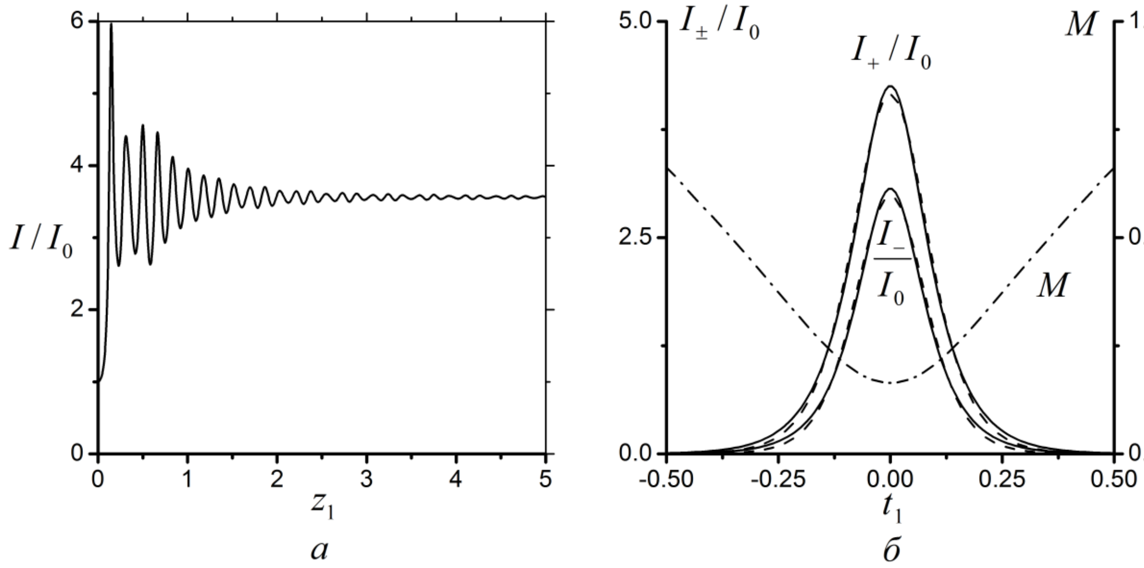


Рис. 1.2.1. Зависимость I/I_0 в центре импульса от координаты распространения (*а*), а также временные огибающие $I_{\pm}/I_0$ (пунктирные линии), их аппроксимации гиперболическими секансами (сплошные линии) и зависимость $M(t_1)$ (*б*) при $z > z_0$ (штрихпунктирная линия) при $P = 8$, $M_0 = 0.4$, $\sigma_2/\sigma_1 = 2$, $\rho_{0,1} = 0$ и $z_0 = 5L_d$.

показаны построенные при различных значениях M_0 зависимости $M(z_1)$ в центре импульса $(t_1 = 0)$ в случае негиротропной среды (а) и среды с пространственной дисперсией кубической нелинейности (*б*). Если $\rho_{0,1} = 0$, то имеет место соотношение $M(z,0,M_0) = -M(z,0,-M_0)$. В среде с пространственной дисперсией это равенство уже не выполняется. На рис. 1.2.2 *б* хорошо видна определенная связь между зависимостями $M(z,0)$ при $M_0 < -\rho_1/\sigma_2$ и при $M_0 > -\rho_1/\sigma_2$, однако на данный момент мы затрудняемся определить ее аналитически.

Наши исследования показали, что установившаяся неоднородно поляризованная структура электромагнитного поля стабильна даже при достаточно больших возмущениях. Если при тех же значениях параметров излучения и среды заменить правую часть формулы (1.2.2) на $a_{\pm}\operatorname{sech}(t_1/b_{\pm})$, то никаких значимых изменений структуры светового поля на расстояниях в несколько раз больших z_0 не происходит. Более того, при варьировании $a_{\pm}$ или $b_{\pm}$ в пределах 10%, сильного нарастания добавленных отклонений также не происходит. Уже на небольших расстояниях $\tilde{z}_0$ структура светового поля вновь принимала типичный вид $A_{\pm}(\tilde{z}_0, t) = \tilde{a}_{\pm}\operatorname{sech}(t_1/\tilde{b}_{\pm})\exp(i\varphi_{\pm}(\tilde{z}))$. При этом отличие $\tilde{a}_{\pm}$ и $\tilde{b}_{\pm}$ от значений $a_{\pm}$ и $b_{\pm}$ в процентном отношении не превышало величины

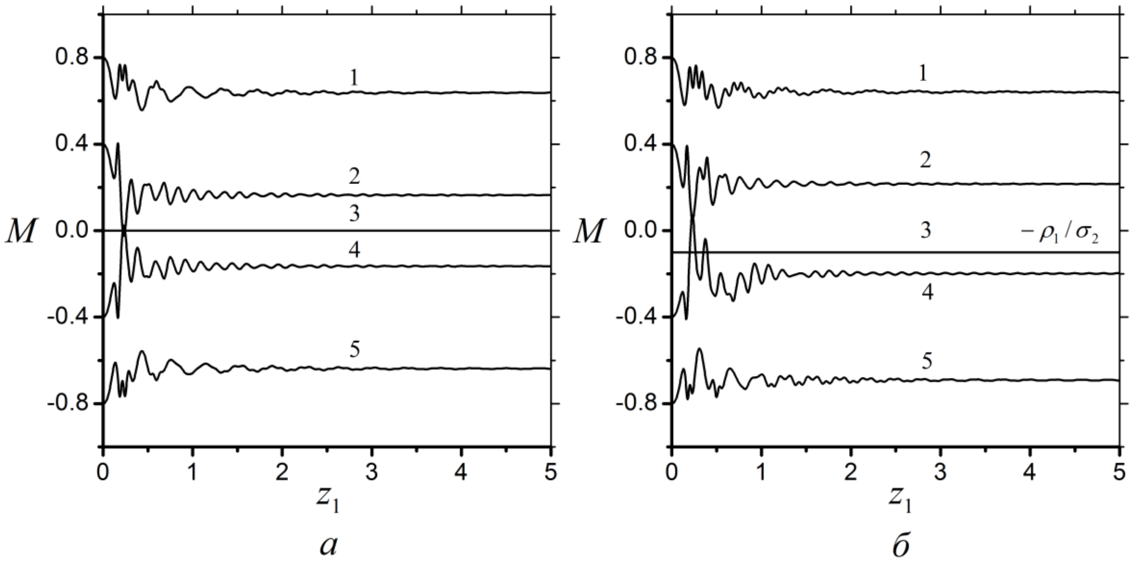


Рис. 1.2.2. Зависимости M в центре импульса от координаты распространения при $P=8$, $\sigma_2/\sigma_1=2$ и $\rho_1/\sigma_1=0$ (*а*), 0.2 (*б*). Кривые 1 – 5 соответствуют $M_0=0.8$; 0.4; 0; -0.4; -0.8 (*а*) и $M_0=0.8$; 0.4; -0.1; -0.4; -0.8 (*б*).

введенных отклонений: структура светового поля слегка менялась, «подстраиваясь» под изменившуюся правую часть (1.2.1). Полученные результаты согласуются с данными работы [85], где также упоминалось о плавном асимптотическом изменении уединенной волны (формы и поляризации) за счет “сбрасывания лишней энергии” при возникновении возмущений.

В [29] было аналитически показано, что в нелинейной изотропной гиротропной среде возможно существование уединенной волны, степень эллиптичности которой постоянна $M(z,t)=-\rho_1/\sigma_2$, а угол поворота главной оси эллипса поляризации линейно меняется с ростом координаты распространения: $\Psi(z,t)=\rho_0 z$. Огибающие его циркулярно поляризованных компонент являются гиперболическими секансами с одинаковой эффективной шириной и разными амплитудами:

$$A_{\pm}(z,t)=\sqrt{I_0(\sigma_2\mp\rho_1)/\sigma_2}\,\mathrm{sech}\big(t\sqrt{I_0L_d(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)/\sigma_2}/\tau\big)\cdot \\ \cdot\exp\{iz(\pm\rho_0-0.5I_0(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)/\sigma_2)\}. \quad (1.2.3)$$

Также было показано, что эта уединенная волна гарантированно устойчива [29] относительно малых возмущений, имеющих в точности такую же эллиптическую поляризацию, как и она сам. В ходе численного исследования системы (1.2.1) нами были найдены решения, описываемые формулой (1.2.3). На рис. 1.2.2 *б* одному из них соответствует прямая 3.

Обобщающее (1.2.3) решение (1.2.1), описывающее другие эллиптически поляризованные уединенные волны, будем искать в следующем виде:

$$A_{\pm}(z_1,t_1)=\sqrt{I_0(P(0.5\mp\rho_1/\sigma_1))^{-1}}\,S_{\pm}(t_1)\exp\{i\beta_{\pm}z_1\pm i\rho_0 z_1 L_d\}, \tag{1.2.4}$$

где $\beta_{\pm}$ – неизвестные пока функции от I_0, M_0, а также от ρ_1 и $\sigma_{1,2}$. Подстановка (1.2.4) в (1.2.1) позволяет получить следующую систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений для безразмерных функций $S_{\pm}$:

$$\frac{1}{2}S''_{\pm}+\beta_{\pm}S_{\pm}+S_{\pm}^3+d_{\pm}S_{\mp}^2S_{\pm}=0, \qquad (1.2.5),$$

содержащую вторые производные по t_1. Подчеркнем, что вид функций $S_{\pm}(t_1)$ определяется параметрами $d_{\pm}=(\sigma_1+2\sigma_2)/(\sigma_1\pm 2\rho_1)>0$ и отношением форм-факторов β_-/β_+, т.к. не нарушая общности, один из них в (1.2.5) можно было бы положить равным минус единице. В отсутствии пространственной дисперсии ($d_+=d_-$) система (1.2.5) совпадает с рассмотренной в [86].

Большим значениям β_-/β_+ соответствует более значительное различие между амплитудами S_+ и S_-, а также между их эффективными длительностями, и, следовательно, большее (по абсолютной величине) изменение степени эллиптичности вдоль импульса, чем на рис. 1.2.1 *б*. Заметим, что меняя в (1.2.5) одновременно местами $S_+(t_1)$ и $S_-(t_1)$, β_+ и β_-, d_+ и d_- (знак ρ_1) мы получим ту же самую систему уравнений. Поэтому $M(t=0;\beta_-/\beta_+,\rho_1/\sigma_1)=-M(t=0;\beta_+/\beta_-,-\rho_1/\sigma_1)$.

Легко видно, что при $\beta_+=-1/2$ решение (1.2.5): $S_+(t_1)=\mathrm{sech}(t_1)$, $S_-(t_1)\equiv 0$ описывает хорошо известную, поляризованную по правому кругу ($M(z_1,t_1)=1$) уединенную волну. Найдем значения β_- при которых оказывается возможным образование уединенных волн степень эллиптичности которых близка к единице. Для этого будем искать решение (1.2.5) методом теории возмущений: $S_+(t_1)=\mathrm{sech}(t_1)+s_+(t_1), S_-(t_1)=s_-(t_1)$. В первом приближении по малым добавкам $s_{\pm}(t_1)$ из второго уравнения системы (1.2.5) получим: $\frac{1}{2}\ddot{s}_-+\beta_-s_-+d_-\,\mathrm{sech}^2(t_1)s_-=0$. Решение этой задачи на собственные значения β_- хорошо известно (см. [86] и многочисленные ссылки в этой работе). Оно дает возможность найти значение отношения β_-/β_+ равное $\alpha_-(\rho_1,\sigma_{1,2})=2d_- -(\sqrt{1+8d_-}-1)/2$, начиная с которого становится возможным образование уединенных волн с близкой к единице степенью эллиптичности. Действуя аналогично, т.е. ища решение (1.2.5) в виде: $S_+(t_1)=s_+(t_1), S_-(t)=\mathrm{sech}(t_1)+s_-(t_1)$, можно найти значение β_+/β_- равное $\alpha_+(\rho_1,\sigma_{1,2}) = 2d_+ - (\sqrt{1+8d_+} - 1)/2$, начиная с которого, становится возможным образование эллиптически поляризованных уединенных волн, степень эллиптичности которых близка к минус единице. Заметим, что $\alpha_+(\rho_1) = \alpha_-(-\rho_1)$.

Численно решая систему (1.2.5) при различных отношениях форм-факторов, удовлетворяющих условию: $\alpha_- > \beta_-/\beta_+ > (\alpha_+)^{-1}$, положительных значениях σ_2/σ_1 и $|\rho_1/\sigma_1| < 0.2$, можно найти $A_\pm(z,t)$, которые позволяют вычислить все характеристики распространяющейся эллиптически поляризованной уединенной волны. На рис. 1.2.3 (*а* и *б*) приведены зависимости степени эллиптичности в его центре ($t = 0$) от величины β_-/β_+. С ростом σ_2/σ_1 диапазон изменения возможных значений β_-/β_+ увеличивается (рис. 1.2.3 *а*). Как уже отмечалось, это приведет к тому, что степень эллиптичности сформировавшейся в такой среде уединенной волны будет более резко меняться вдоль импульса. Эффективная длительность последней и пиковое значение интенсивности импульса в среде с большими σ_2/σ_1 более чувствительны к изменениям M_0. Рост пространственной дисперсии нелинейности также приводит к изменению диапазона возможных значений β_-/β_+ (рис. 1.2.3 *б*). Для уединенных волн, степень эллиптичности в центре которых лежит в диапазоне от $-\rho_1/\sigma_2$ до $\mathrm{sign}\{\rho_1/\sigma_2\}$, он становится больше, а для других значений $M(t=0)$ – меньше. В последнем случае изменение поляризации вдоль импульса будет более плавным.

На рис. 1.2.3 приведены также графики аналитических зависимостей верхней границы области возможного изменения отношения форм-факторов α_- от σ_2/σ_1 (при трех значениях ρ_1/σ_1) (*в*) и от ρ_1/σ_1 (при разных σ_2/σ_1) (*г*). Нижняя граница этой области α_+^{-1} легко находится из соотношения: $\alpha_+(\sigma_2/\sigma_1, \rho_1/\sigma_1) = \alpha_-(\sigma_2/\sigma_1, -\rho_1/\sigma_1)$. На рис. 1.2.3 *г* хорошо видно, что влияние пространственной дисперсии кубической нелинейности существенно возрастает при больших значениях σ_2/σ_1.

Иные эффекты имеют место при значениях $\sigma_2/\sigma_1 < -0.5$, когда третьи слагаемые в правых частях уравнений системы (1.2.1), описывающие взаимное влияние циркулярно поляризованных компонент электрического поля, становятся положительными. При этом вторые слагаемые в правых частях уравнений этой системы, обеспечивающее сжатие соответствующей циркулярно поляризованной компоненты, продолжают оставаться отрицательными. Если сумма второго и третьего слагаемых в правой части какого-нибудь из уравнений системы (1.2.1) положительна, то в процессе распространения происходит увеличение эффективной длительности той компоненты, для которой это выполняется.

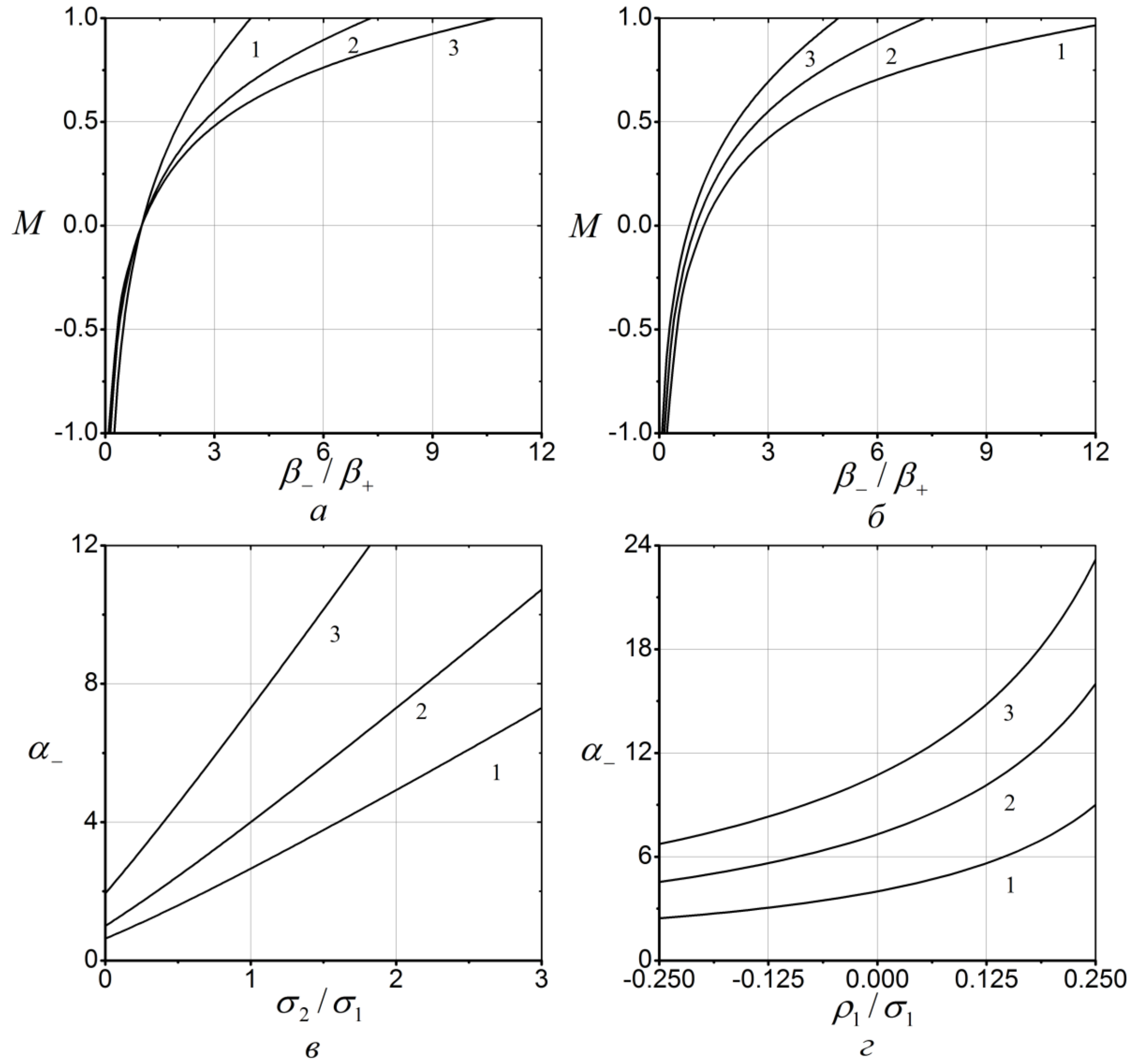


Рис. 1.2.3. Зависимость степени эллиптичности в центре уединенной волны от отношения форм-факторов ее компонент β_- / β_+ при $\rho_1 / \sigma_1 = 0$ (*а*) и $\sigma_2 / \sigma_1 = 2$ (*б*) и максимальной величины этого отношения от σ_2 / σ_1 (*в*) и от ρ_1 / σ_1 (*г*). Кривые 1 – 3 построены при $\sigma_2 / \sigma_1 = 1$ (1), 2 (2), 3 (3) (*а* и *г*) и при $\rho_1 / \sigma_1 = 0.2$ (1); 0 (2); -0.2 (3) (*б* и *в*).

Если же она отрицательна, то имеет место сокращение длительности соответствующей циркулярно поляризованной компоненты электрического поля.

В среде, компоненты тензора кубической нелинейности которой удовлетворяют неравенству: $\sigma_2 / \sigma_1 < -0.5$, воздействие циркулярно поляризованных компонент поля друг на друга проявляется в их взаимном разделении во времени. Импульс, имеющий на входе в среду однородную эллиптическую поляризацию и гауссову форму (1.2.2) временной огибающей, разбивается в процессе распространения на три части – центральную и две боковых (опережающую и догоняющую), каждая из которых имеет

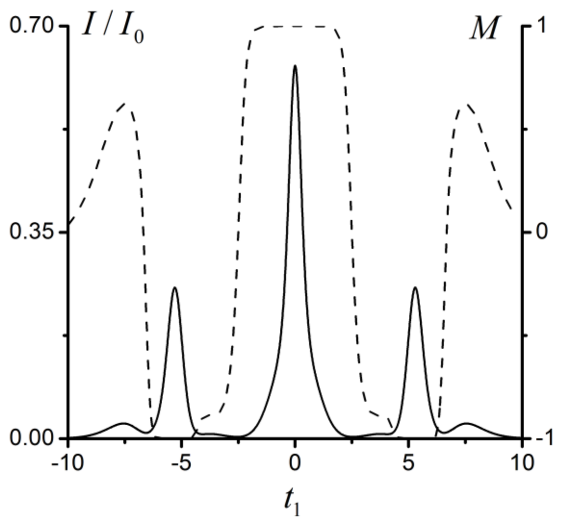


Рис. 1.2.4. Зависимости интенсивности (сплошные кривые) и степени эллиптичности (пунктирные кривые) от безразмерного времени на расстоянии $z = L_d$ при $P = 12$, $M_0 = 0{,}2$, $\sigma_2/\sigma_1 = -3$ и $\rho_1 = 0$.

почти циркулярную поляризацию. Направление вращения вектора электрического поля в центральной части импульса противоположно направлению его вращения в боковых частях. На рис. 1.2.4 показаны типичные зависимости I/I_0 и M от безразмерного времени в образующемся импульсе. Он имеет три основных пика. Направление вращения вектора электрического поля в центральной части импульса, где интенсивность максимальна, происходит по часовой стрелке, а в “догоняющей” и “опережающей” частях в противоположном направлении.

При увеличении $|\sigma_2/\sigma_1|$ разделение циркулярно поляризованных компонент поля происходит быстрее. На временной огибающей интенсивности в этом случае появляются дополнительные экстремумы, величина которых мала по сравнению с тремя основными пиками, о которых говорилось выше, а степень эллиптичности вдоль образовавшегося импульса меняется более резко.

Влияние пространственной дисперсии кубической нелинейности на динамику разделения циркулярно поляризованных компонент светового поля во многом аналогично ее влиянию на самовоздействие эллиптически поляризованных лазерных пучков при $\sigma_2/\sigma_1 < -0.5$ [107]. При значениях M_0 близких к нулю, от величины ρ_1/σ_1 зависит направление вращения вектора электрического поля в той циркулярно поляризованной компоненте, которая оказывается в центре сформировавшегося импульса. Если $M_0 > -\rho_1/\sigma_2$, то компонента A_+ является более «сильной». Именно она будет обеспечивать пиковое значение интенсивности в центре сформировавшегося импульса. При других значениях M_0 более “сильной” будет компонента A_-.

§ 1.3. Распространение эллиптически поляризованных импульсов в изотропной гиротропной среде с релаксационной кубической нелинейностью

Система уравнений для медленно меняющихся амплитуд $A_{\pm}(z,t)$ циркулярно поляризованных компонент лазерного импульса, распространяющегося вдоль оси z в изотропной непоглощающей среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности и аномальной частотной дисперсией, обладающей инерционностью оптического отклика, при отстутсвие дифракции имеет вид:

$$\frac{\partial A_{\pm}}{\partial z} - \frac{ik_2}{2}\frac{\partial^2 A_{\pm}}{\partial t^2} = \pm i\rho_0 A_{\pm} + in_{\pm}A_{\pm}, \qquad (1.3.1)$$

$$T_{\pm}\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + n_{\pm} = -(\sigma_1/2 \mp \rho_1)\,|A_{\pm}|^2 - (\sigma_1/2 + \sigma_2)\,|A_{\mp}|^2, \qquad (1.3.2)$$

В (1.3.2) $T_{\pm} = T \pm \Delta$ – времена релаксации зависящих от интенсивности добавок $n_{\pm}(z,t)$ к показателям преломления правой и левой циркулярно поляризованных волн, а остальные обозначения даны в предыдущем параграфе. При $T_{\pm} = 0$ система (1.3.1), (1.3.2) переходит в (1.2.1), а при $k_2 = 0$ рассматривалась в [95].

Будем считать, что падающий на среду эллиптически поляризованный импульс длительности τ имеет гауссову форму (1.2.2). При $\Delta = 0$ решение системы (1.3.1), (1.3.2) с начальными условиями (1.2.2) полностью определяется пятью параметрами: безразмерной интенсивностью $P = \sigma_1 L_d I_0$, степенью эллиптичности M_0, отношением времен $T_{\pm}/\tau$, а также отношением материальных констант σ_2/σ_1 и ρ_1/σ_1.

На рис. 1.3.1 *а* приведены зависимости $I_1(0,t) = I(0,t)/\max\{I(0,t)\}$ (сплошные кривые), $M(0,t)$ (пунктирные кривые) и $\Psi(0,t)$ (точки), задаваемые формулой (1.2.2). Если $T = 0$ (рис. 1.3.1 *б*), то скорость распространения максимума интенсивности импульса равна $v = (\partial k/\partial\omega)^{-1}$. Среда без задержки симметрично трансформирует каждую временную огибающую $A_{\pm}(z,t)$. На расстояниях порядка длины дисперсии зависимость $I_1(z,t) = I(z,t)/\max\{I(z,t)\}$ симметрична относительно $t = 0$. При дальнейшем распространении импульса в нелинейной среде интенсивность в его центре колебательным образом изменяется с ростом z.

Степень эллиптичности и угол поворота главной оси эллипса поляризации для любого z – четные функции t. Изменение $M(z,t)$ и $\Psi(z,t)$ вдоль временной огибающей импульса также имеет колебательный характер. Если T и τ одного порядка, то скорость передвижения максимума интенсивности импульса меньше, чем v (рис. 1.3.1 *в*). Кроме

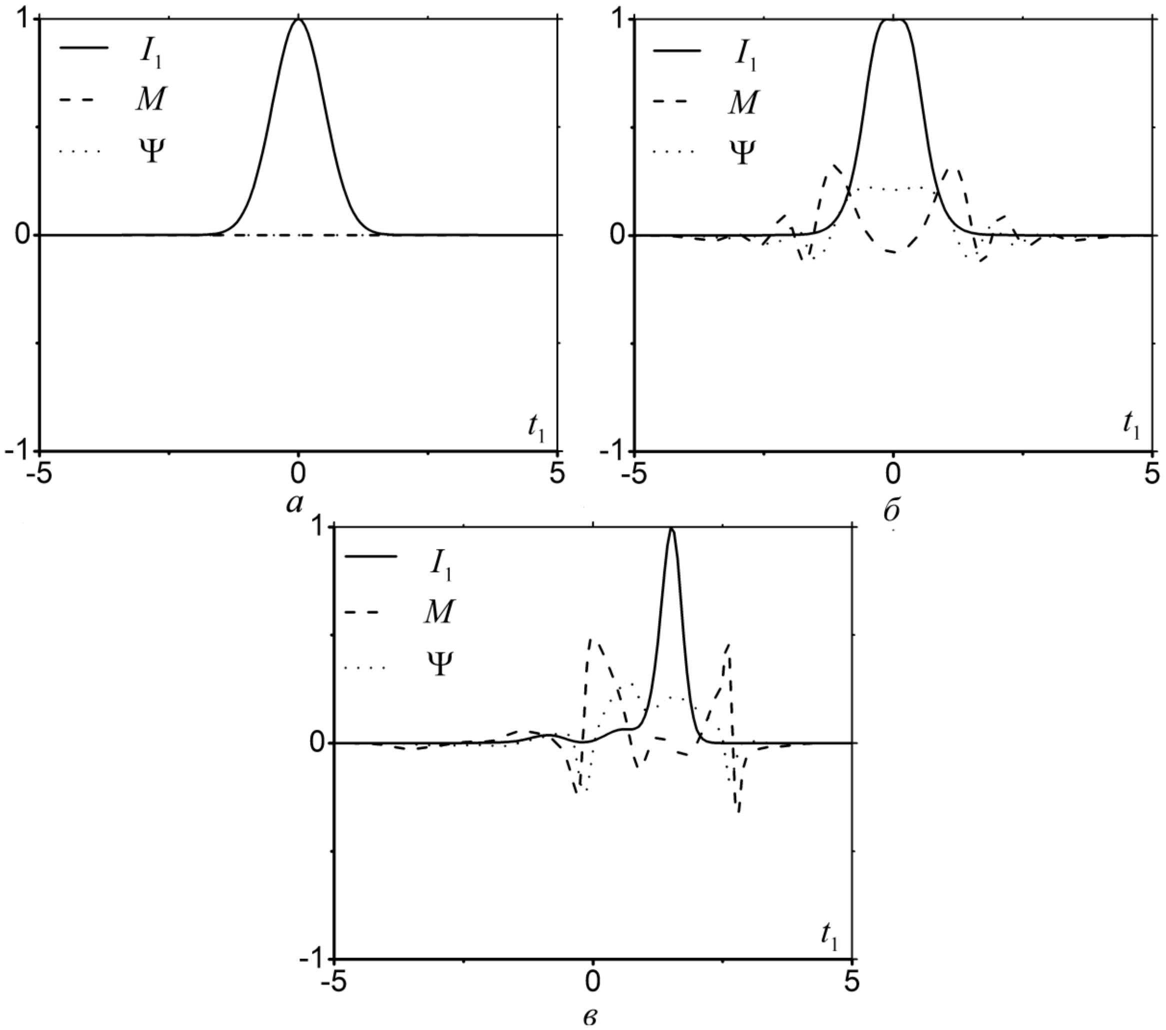


Рис. 1.3.1. Зависимости I_1, M и Ψ от t_1 при $P=4$, $M_0=0$, $\sigma_2/\sigma_1=2$, $\rho_1/\sigma_1=0.1$ и $z=0$ (*а*), $z=L_d/2$, $T=0$ (*б*) и $z=L_d/2$, $T/\tau=0.1$ (*в*).

того, симметричность функций $I_1(z,t)$, $M(z,t)$ и $\Psi(z,t)$ относительно $t=0$ исчезает. Численные расчеты показали, что изображенные на рис. 1.3.1 *б* и 1.3.1 *в* зависимости типичны для широкого диапазона значений параметров излучения и среды.

Вызванное наличием инерционной нелинейности время запаздывания $\Delta t^* = t^*(\sigma_{1,2},\rho_1) - t^*(\sigma_{1,2}=0,\rho_1=0)$, где t^* определяется из условия $I_1(z,t^*)=1$, зависит не только от $\sigma_{1,2}$ и ρ_1, но и от P, T/τ и M_0. При любых T/τ оно монотонно возрастает с ростом координаты распространения (рис. 1.3.2). Увеличение $\partial\Delta t^*/\partial z$ с ростом z, хорошо видное на этом рисунке, свидетельствует о том, что отклонение скорости передвижения максимума интенсивности от v возрастает по мере распространения импульса в нелинейной среде.

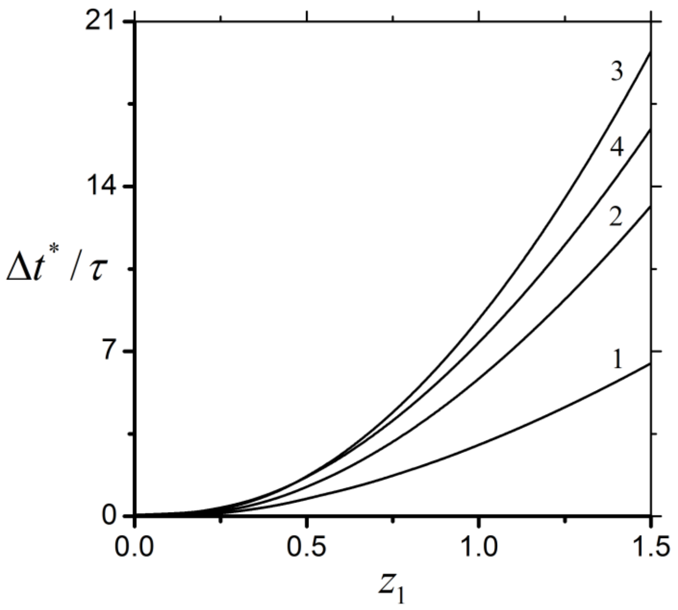


Рис. 1.3.2. Зависимость времени задержки линейно поляризованного импульса от пройденного расстояния при $P = 4$, $\rho_1 / \sigma_1 = 0.1$, $\sigma_2 / \sigma_1 = 2$, $M_0 = 0$ и $T = 0.01\tau$ (1), $T = 0.02\tau$ (2), $T = 0.05\tau$ (3) и $T = 0.09\tau$ (4).

На рис. 1.3.3 приведены типичные зависимости $\Delta t^* / \tau$ от T / τ при разных значениях P (*а*) и M_0 (*б*) для импульса, прошедшего несколько дисперсионных длин. С ростом T / τ время задержки сначала резко возрастает, достигая максимального значения при $T / \tau \approx 0.05$, а затем монотонно убывает. Такой вид зависимости $\Delta t^* / \tau$ от T / τ возникает из-за того, что максимумы $n_\pm(t)$ и $|A_\pm(t)|^2$ при фиксированном z достигаются при разных значениях t. С увеличением интенсивности входного импульса, вызванное наличием инерционной нелинейности, время запаздывания заметно возрастает (рис. 1.3.3 *а*). Численные исследования показали, что в среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности оно максимально для падающих импульсов со степенью эллиптичности эллипса поляризации $M_0 = -\rho_1 / \sigma_2$ (рис. 1.3.3 *б*). Из (1.3.1), (1.3.2) хорошо видно, что состояние поляризации таких импульсов не меняется в процессе распространения. При $M_0 = -\rho_1 / \sigma_2$ изменения $A_\pm(z,t)$ происходят одинаково и циркулярно поляризованные компоненты импульса распространяются с одной и той же скоростью. В этом случае величина $n_+ \equiv n_-$ достигает максимального значения. В среде без пространственной дисперсии время запаздывания будет максимально для линейно поляризованных импульсов.

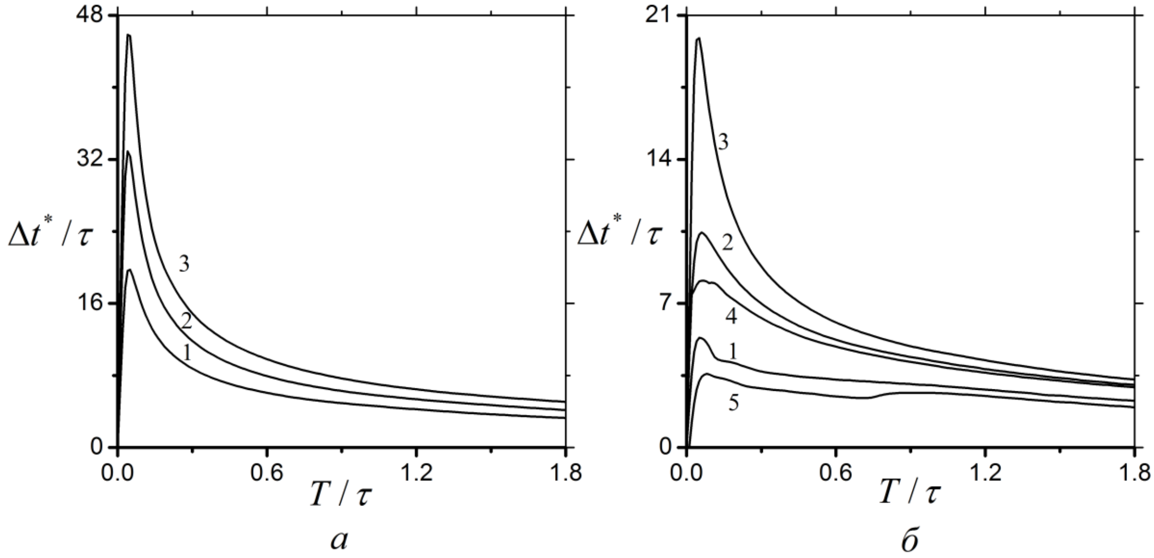


Рис 1.3.3. Зависимость времени задержки линейно поляризованного импульса от T/τ при $z = 1.5 \cdot L_d$, $\rho_1/\sigma_1 = 0.1$, $\sigma_2/\sigma_1 = 2$. Кривые 1 – 3 на рисунке (*а*) соответствуют $M_0 = 0$ и $P = 4$, 5, 6. Кривые 1 – 5 на рисунке (*б*) соответствуют $P = 4$ и $M_0 = -0.8$; -0.5; $-0.05 = -\rho_1/\sigma_2$; 0.5; 0.8.

При произвольной поляризации входного импульса ($M_0 \neq -\rho_1/\sigma_2, M_0 \neq \pm 1$) скорости передвижения максимумов его циркулярно поляризованных компонент различны. Если $\rho_1 > 0$, то при малых z время запаздывания Δt_-^* волны A_- больше, чем время запаздывания Δt_+^* волны A_+. С ростом z разность $\Delta t_-^* - \Delta t_+^*$ уменьшается и начиная с некоторого z становится отрицательной. Если $\rho_1 < 0$, то ситуация обратная. Сначала $\Delta t_-^* - \Delta t_+^* < 0$, а после прохождения импульсом некоторого расстояния в нелинейной среде Δt_-^* становится больше, чем Δt_+^*. Такое изменение $\Delta t_\pm^*$ приводит не только к формированию неоднородных и несимметричных распределений поляризации вдоль импульса (см., например, рис. 1.3.1 *в*), но и к уменьшению Δt^*.

Численное исследование (1.3.1), (1.3.2) при $\Delta \neq 0$ с начальными условиями (1.2.2) показало, что наиболее сильно влияние разности времен релаксации проявляется, если $M_0 = -\rho_1/\sigma_2$. В этом случае импульс оказывается неоднородно поляризованным уже после прохождения в нелинейной среде нескольких длин дисперсии. На рис. 1.3.4 сплошными кривыми показаны типичные зависимости степени эллиптичности от t/τ при разных значениях Δ, а пунктиром – временной профиль интенсивности. Расчеты показали, что максимальное отклонение степени эллиптичности от величины $-\rho_1/\sigma_2$ пропорционально Δ. Такая зависимость характерна для $\Delta << T$, что, наиболее вероятно, и

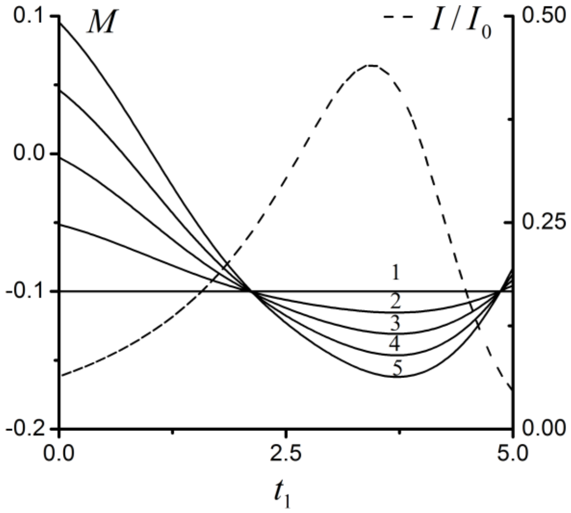


Рис. 1.3.4. Зависимости нормированной интенсивности (пунктир) и степени эллиптичности (сплошные кривые) от t_1 при $P = 4$, $z = 1.5 \cdot L_d$, $M_0 = -\rho_1 / \sigma_2 = -0.1$, $\sigma_2 / \sigma_1 = 2$, $T / \tau = 1.7$ и $\Delta / T = 0$ (1), 0.025 (2), 0.05 (3), 0.075 (4), 0.1 (5).

имеет место в природе, и может лежать в основе экспериментального измерения разности времен релаксации.

§ 1.4. Эллиптически поляризованные кноидальные волны и поляризационный «хаос» в среде с частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности

При произвольных соотношениях между $\sigma_{1,2}$ и $\rho_{0,1}$ система (1.2.1) является не интегрируемой [23–27] и найти границы областей устойчивости нелинейных поляризационных мод (nonlinear eigenpolarizations согласно терминологии [27]) невозможно. Приходится ограничиваться поиском и детальным анализом семейств частных решений (1.2.1), вид которых, в ряде случаев, позволяет делать некоторые выводы о характере распространения излучения в среде с нелокальностью нелинейного оптического отклика. Известен ряд ее аналитических [23–26,29] частных решений, полученных при некоторых дополнительных требованиях. Так, в [29] в предположении линейной связи амплитуд двух циркулярно поляризованных компонент светового поля найдены решения системы (1.2.1) в форме солитонных пар.

В настоящем параграфе мы найдем частные аналитические решения системы нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) (1.2.1), соответствующие формированию волноводов единого профиля для двух циркулярно-поляризованных компонент светового поля, у которых фазы компонент $A_{\pm}(z,t)$ не только линейно зависят от z, но и нелинейно меняются при изменении t:

$$A_{\pm}(z,t) = R_{\pm}(t)\exp\{i[\varphi_{\pm}(t) + \beta_{\pm}z]\}. \qquad (1.4.1)$$

В (1.4.1) $\beta_{\pm}$ – нелинейные добавки к константам распространения (константы разделения переменных), а $R_{\pm}(t)$ и $\varphi_{\pm}(t)$ – вещественные функции. Будет показано, что в этом частном случае интенсивности циркулярно поляризованных компонент $R_{\pm}^2$ и нелинейные добавки $\omega_{\pm}(t) = d\varphi_{\pm}/dt$ к частоте ω (чирп) выражаются через эллиптические функции Якоби и согласованно осциллируют. При этом эволюция состояния поляризации у таких волн также весьма необычна. В зависимости от начальных условий в нелинейной среде могут формироваться как решения со строго периодическими изменениями состояния поляризации – чирпированные эллиптически поляризованные кноидальные волны, так и решения, внешне больше похожие на поляризационный хаос. Заметим, что решения системы НУШ типа (1.4.1) в интегрируемом случае уже анализировались ранее в [97–100] при анализе параметрических процессов на квадратичной нелинейности.

Подставив (1.4.1) в (1.2.1) и осуществив стандартную процедуру разделения переменных, при $k_2 \neq 0$ получим систему из четырех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2R_{\pm}}{dt^2} - R_{\pm}\left(\frac{d\varphi_{\pm}}{dt}\right)^2 - \frac{2}{k_2}[\beta_{\pm} \mp \rho_0 + (\sigma_1/2 \mp \rho_1)R_{\pm}^2 + (\sigma_1/2 + \sigma_2)R_{\mp}^2]R_{\pm} = 0, \qquad (1.4.2a)$$

$$2\frac{dR_{\pm}}{dt}\cdot\frac{d\varphi_{\pm}}{dt} + R_{\pm}\frac{d^2\varphi_{\pm}}{dt^2} = 0. \qquad (1.4.2б)$$

В качестве дополнительного ограничения на решения системы (1.4.2) выберем линейную связь между интенсивностями циркулярно поляризованных волн:

$$\delta_+R_+^2(t) + \delta_-R_-^2(t) = \delta_0, \qquad (1.4.3)$$

где константы $\delta_{0,\pm}$ подлежат дальнейшему определению. В этом случае для каждой из волн $A_{\pm}(z,t)$ формируются нелинейные волноводы единого профиля, отличающиеся лишь масштабными коэффициентами.

Рассмотрим сначала решения (1.4.2), отвечающие условию $\omega_{\pm}(t) = d\varphi_{\pm}/dt = 0$. В этом случае благодаря соотношению (1.4.3), константы $\beta_{\pm}$ становятся собственными значениями следующих независимых уравнений:

$$d^2R_{\pm}/dt^2 - (2/k_2)[(\beta_{\pm} \mp \rho_0 + \delta_0\delta_{\mp}^{-1}) + (\sigma_1/2 \mp \rho_1 - \delta_{\pm}/\delta_{\mp})R_{\pm}^2]R_{\pm} = 0. \qquad (1.4.4)$$

Все возможные действительные периодические решения этих обыкновенных дифференциальных уравнений могут быть выражены через эллиптические функции Якоби [96,108]: $\mathrm{sn}(\nu t,\mu)$, $\mathrm{cn}(\nu t,\mu)$ и $\mathrm{dn}(\nu t,\mu)$, где ν – произвольный действительный масштабный коэффициент, а μ – модуль эллиптической функции. Соотношения между эллиптическими функциями [109] позволяют выразить $\delta_{0,\pm}$ через шесть величин: $\beta_{\pm}$, ν, μ и максимальные значения $R_{\pm}$. Две из них остаются свободными параметрами задачи (1.4.4). В качестве последних удобно выбрать ν и μ, т.к. именно квадрат эллиптической функции Якоби определяет профиль нелинейного волновода для каждой из циркулярно поляризованных волн. Заметим, что аналогичная ситуация имела место для устойчивых ортогонально поляризованных многокомпонентных кноидальных волн в фоторефрактивных средах [101]. Все возможные парные комбинации эллиптических функций образуют семейство физически различных частных решений задачи (1.2.1), (1.4.3), (1.4.4) в виде девяти кноидальных волн. Для удобства будем обозначать их первыми буквами входящих в выражения для $A_+(z,t)$ и $A_-(z,t)$ эллиптических функций Якоби, т.е. ss, cc, dd, sc, cs, sd, ds, cd и dc.

Решения вида sc, cs, sd и ds оказываются возможны при выполнении неравенств $\rho_1 > 0$, $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2) < 0$ и $-\rho_1 < \sigma_2 < \rho_1$ или неравенств $\rho_1 < 0$, $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2) > 0$ и $\rho_1 < \sigma_2 < -\rho_1$. Если параметры нелинейной гиротропной среды удовлетворяют условиям $\sigma_2 > 0$, $-\sigma_2 < \rho_1 < \sigma_2$ и $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2) > 0$ или условиям $\sigma_2 < 0$, $\sigma_2 < \rho_1 < -\sigma_2$, $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2) < 0$, то реализуется решение типа ss. Наконец решения вида cd, dc, cc и dd возможны, если справедливы неравенства $\sigma_2 > 0$, $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2) < 0$ и $-\sigma_2 < \rho_1 < \sigma_2$ или неравенства $\sigma_2 < 0$, $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2) > 0$ и $\sigma_2 < \rho_1 < -\sigma_2$.

В оптическом диапазоне частот $|\rho_1| << |\sigma_{1,2}|$, т.е. размер области проявления нелокальности оптического отклика существенно меньше длины волны. Поэтому решения вида sc, sd, cs и ds не могут быть реализованы. Ниже приведены выражения для амплитуд $A_{\pm}(z,t)$, соответствующие физически реализуемым в случае гиротропных сред решениям (1.2.1), (1.4.3), (1.4.4) (cd, dc, ss, cc и dd), а также для соответствующих им интенсивностей распространяющихся кноидальных волн, степеней эллиптичности их эллипсов поляризации и углов поворота их главных осей:

$$\begin{aligned} A_{\pm}(z,t) = {} & \{\mu\nu[-k_2(\sigma_2 \mp \rho_1)/(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]^{1/2}\}\,\mathrm{cn}(\nu t,\mu)\cdot \\ & \cdot\exp\{\pm iz\rho_0 + iz\nu^2 k_2[\mu^2(\sigma_2 \mp \rho_1)(\sigma_1 \mp 2\rho_1) - (\rho_1^2 - \sigma_2^2 \mp \rho_1\sigma_1 \mp 2\rho_1\sigma_2)]/ \\ & /[2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]\}, \end{aligned} \tag{1.4.5}$$

$$A_{\mp}(z,t)=\{\nu[-k_2(\sigma_2\mp\rho_1)/(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]^{1/2}\}\,\mathrm{dn}(\nu t,\mu)\cdot$$
$$\cdot\exp\{\mp iz\rho_0+iz\nu^2k_2[\mu^2(\sigma_2\pm\rho_1)(\sigma_1\pm 2\rho_1)-(\rho_1^2-\sigma_2^2\pm\rho_1\sigma_1\pm 2\rho_1\sigma_2)]/$$
$$/[2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]\}, \qquad (1.4.6)$$

$$I(t)=-\nu^2k_2[(\sigma_2\pm\rho_1)(1-\mu^2)+2\mu^2\sigma_2\,\mathrm{cn}^2(\nu t,\mu)]/[2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)], \qquad (1.4.7)$$

$$M(t)=\mp[(\sigma_2\pm\rho_1)(1-\mu^2)\pm 2\mu^2\rho_1\,\mathrm{cn}^2(\nu t,\mu)]/$$
$$/[(\sigma_2\pm\rho_1)(1-\mu^2)+2\mu^2\sigma_2\,\mathrm{cn}^2(\nu t,\mu)], \qquad (1.4.8)$$

$$\Psi(z)=z\{\rho_0\pm\nu^2k_2(3\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2-\sigma_2^2)(\mu^2-1)/[4(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]\}. \qquad (1.4.9)$$

В формулах (1.4.5) - (1.4.9) верхний знак соответствует cd решению, нижний – dc. Три решения задачи (1.2.1), (1.4.3), (1.4.4) содержат в выражениях для $A_+(z,t)$ и $A_-(z,t)$ одинаковые эллиптические функции

$$A_{\pm}(z,t)=\frac{\mu\nu[k_2(\sigma_2\mp\rho_1)]^{1/2}}{(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)^{1/2}}\mathrm{sn}(\nu t,\mu)\exp[iz(\pm\rho_0-k_2\nu^2(\mu^2+1)/2)], \qquad (1.4.10)$$

$$A_{\pm}(z,t)=\frac{\mu\nu[-k_2(\sigma_2\mp\rho_1)]^{1/2}}{(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)^{1/2}}\mathrm{cn}(\nu t,\mu)\exp[iz(\pm\rho_0+k_2\nu^2(2\mu^2-1)/2)], \qquad (1.4.11)$$

$$A_{\pm}(z,t)=\frac{\nu[-k_2(\sigma_2\mp\rho_1)]^{1/2}}{(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)^{1/2}}\mathrm{dn}(\nu t,\mu)\exp[iz(\pm\rho_0+k_2\nu^2(2-\mu^2)/2)]. \qquad (1.4.12)$$

Каждому из них соответствует степень эллиптичности эллипса поляризации $M(t)=-\rho_1/\sigma_2$ и линейно зависящий от координаты распространения угол поворота его главной оси $\Psi(z)=\rho_0 z$. Формулы для интенсивностей кноидальных волн, соответствующих решениям (1.4.10)-(1.4.12), можно получить, последовательно подставляя в выражение $-\mu^2\nu^2k_2F/(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)$ вместо F функции $-\mathrm{sn}^2(\nu t,\mu)$, $\mathrm{cn}^2(\nu t,\mu)$ и $\mathrm{dn}^2(\nu t,\mu)/\mu^2$.

Все полученные периодические решения в пределе $\mu=1$ имеют солитонные асимптотики. Решения cd, dc, cc, dd превращаются в пару светлых солитонов, а решения ss – в пару темных, которые совпадают с полученными в [29] при рассмотренной там линейной связи между амплитудами волн, которая равносильна (1.4.3) при $\mu=1$.

Перейдем к рассмотрению решений (1.4.2) у которых $\omega_{\pm}(t)=d\varphi_{\pm}/dt\neq 0$. В этом случае уравнения (1.4.2 *б*) легко интегрируются, что как и в [97–100], определяет два интеграла решаемой задачи

$$R_{\pm}^2(t)[d\varphi_{\pm}(t)/dt]\equiv R_{\pm}^2(t)\omega_{\pm}(t)=R_{\pm}^2(0)\omega_{\pm}(0)=R_{\pm 0}^2\omega_{\pm 0}. \qquad (1.4.13)$$

Из (1.4.13) следует, что если хотя бы для одного значения t_0 выполняются соотношения $R_\pm(t_0)=0$ и $(dR_\pm/dt)|_{t=t_0}\neq 0$, то во все моменты времени t_1, когда $R_\pm(t_1)\neq 0$, значение производной $(d\varphi_\pm/dt)|_{t=t_1}\equiv 0$ и, следовательно, $\varphi_\pm=\mathrm{const}$. В этом случае фазы $\varphi_\pm$ могут меняться лишь скачком в точках, отвечающих нулям $R_\pm$. Следовательно, интересующие нас решения (1.4.2), у которых $\omega_\pm(t)\neq 0$, могут существовать только в тех случаях, когда $|R_\pm(t)|>0$ для всех значений t. При этом фазы $\varphi_\pm$ и $\omega_\pm$ находятся с помощью интегралов (1.4.13) после решения системы (1.4.2 *a*):

$$\varphi_\pm(t)=\varphi_\pm(0)+R_{\pm 0}^2(d\varphi_\pm/dt)|_{t=0}\times\int_0^t R_\pm^{-2}(\tau)d\tau\,,\qquad \omega_\pm(t)=R_{\pm 0}^2\omega_{\pm 0}R_\pm^{-2}(t)\,. \tag{1.4.14}$$

Благодаря условию (1.4.3), амплитуды $R_\pm(t)$ становятся зависимыми, и система (1.4.2 *a*) превращается в пару формально независимых уравнений, которые с учетом (1.4.13) могут быть записаны в виде:

$$\frac{d^2R_\pm}{dt^2}-\frac{R_{\pm 0}^4\omega_{\pm 0}^2}{R_\pm^3}-\frac{\sigma_1+2\sigma_2}{k_2}\left[\frac{2(\beta_\pm\mp\rho_0)}{\sigma_1+2\sigma_2}+\frac{\delta_0}{\delta_\mp}+\left(\frac{\sigma_1\mp 2\rho_1}{\sigma_1+2\sigma_2}-\frac{\delta_\pm}{\delta_\mp}\right)R_\pm^2\right]R_\pm=0\,. \tag{1.4.15}$$

Используя теперь общий вид решения уравнения (1.4.15), приведенный в [59-62], найдем δ_0/δ_+, δ_-/δ_+ и амплитуды

$$R_\pm(t)=R_{\pm 0}[1+n_\pm\,\mathrm{sn}^2(\nu t,\mu)]^{1/2}, \tag{1.4.16}$$

где $n_\pm=n_\pm(\mu,\nu)=\mu^2\nu^2k_2(\sigma_2\mp\rho_1)/[R_{\pm 0}^2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]$. При этом действительный масштабный коэффициент ν и модуль μ эллиптического синуса Якоби [109], которыми и задан единый профиль волноводов для двух циркулярно поляризованных компонент поля, определяются начальными условиями с помощью соотношений:

$$(d\varphi_\pm/dt)|_{t=0}\equiv\omega_{\pm 0}=\pm\nu\left[\frac{(\mu^2+n_\pm)(1+n_\pm)}{n_\pm}\right]^{1/2}. \tag{1.4.17}$$

Заметим, что значения ν и μ должны быть такими, что определяемые ими $R_\pm^2(t)$ и $\omega_{\pm 0}^2$ оказались бы положительными. Это возможно, если выполнено хотя бы одно из неравенств

$$0<n_\pm(\mu,\nu)<\infty,\qquad\qquad -1<n_\pm(\mu,\nu)<-\mu^2. \tag{1.4.18}$$

Они позволяют получить искомые ограничения на допустимые значения ν и μ. Величины $R_{\pm 0}$ всегда оказываются определенными с точностью до знака, что по аналогии с [97–100] приводит к существованию двух («положительной» и «отрицательной») ветвей искомых решений.

Пользуясь (1.4.14), (1.4.16) и (1.4.17), фазы компонент $A_\pm(z,t)$ можно выразить через эллиптический интеграл третьего рода [109]:

$$\varphi_\pm(t)-\varphi_\pm(0)=\frac{\omega_{\pm0}}{\nu}\int_0^{\nu t}\frac{d\tau}{1+n_\pm \operatorname{sn}^2(\tau,\mu)}=\frac{\omega_{\pm0}}{\nu}\Pi(\nu t,n_\pm,\mu)\,, \qquad (1.4.19)$$

имеющего порядок $n_\pm$, а нелинейные добавки к частотам – через эллиптические функции Якоби:

$$\omega_\pm(t)=\frac{\omega_{\pm0}}{1+n_\pm \operatorname{sn}^2(\nu t,\mu)}\,. \qquad (1.4.20)$$

Условие $\omega_\pm(t)\neq 0$, отвечающее ненулевому чирпу кноидальной волны, снимает имевшее место вырождение решений (1.4.5), (1.4.6), (1.4.10)-(1.4.12) по ν и μ. Входящие в (1.4.1) добавки к константам распространения $\beta_\pm$ выражаются формулами:

$$\begin{aligned}\beta_\pm=\pm\rho_0-R_{\mp0}^2(\sigma_1/2+\sigma_2)-\frac{2k_2\nu^2(1+\mu^2)+3R_{\pm0}^2(\sigma_1\mp2\rho_1)}{4}-\\ -\frac{(\sigma_2\pm\rho_1)(\sigma_1+2\sigma_2)R_{\pm0}^2}{4(\sigma_2\mp\rho_1)}.\end{aligned} \qquad (1.4.21)$$

Ниже решения $R_\pm(t)$, отношения $R_+(t)/R_-(t)$ в которых не зависят от времени, будем называть вырожденными и помечать верхним индексом d в круглых скобках. Из приведенных выше формул следует, что амплитуды $R_{\pm0}^{(d)}$, фазы $\varphi_\pm^{(d)}(t)$ и добавки к частоте $\omega_\pm^{(d)}(t)$ таких решений связаны соотношениями: $[R_{+0}^{(d)}/R_{-0}^{(d)}]^2=(\sigma_2-\rho_1)/(\sigma_2+\rho_1)$, $\varphi_+^{(d)}(t)-\varphi_+^{(d)}(0)=\varphi_-^{(d)}(t)-\varphi_-^{(d)}(0)$, $\omega_+^{(d)}(t)=\omega_-^{(d)}(t)$.

Легко убедиться, что эллиптически поляризованные кноидальные волны (1.4.5), (1.4.6), (1.4.10)-(1.4.12), представляют собой частные случаи выписанных нами выше решений при $\omega_\pm(t)\equiv 0$, соответствующих границам областей допустимых значений $n_\pm$, следующим из неравенств (1.4.18). Не меняющие знак решения $R_\pm(t)=\nu[-k_2(\sigma_2\mp\rho_1)/(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]^{1/2}\operatorname{dn}(\nu t,\mu)$ формируются из положительной ветви формулы (1.4.16) при $n_\pm=-\mu^2$.

Знакопеременные решения $R_\pm(t)=\nu\mu[k_2(\sigma_2\mp\rho_1)/(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]^{1/2}\operatorname{sn}(\nu t,\mu)$ и $R_\pm(t)=\nu\mu[-k_2(\sigma_2\mp\rho_1)/(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]^{1/2}\operatorname{cn}(\nu t,\mu)$ получаются из (1.4.16) при $n_\pm\to\infty$ и $n_\pm=-1$ соответственно. Причем в двух последних случаях необходимо сшить (см. [99]) положительную и отрицательную ветви (1.4.16) в те моменты времени, когда $R_\pm(t)=0$ и происходят скачки фаз. Отметим также возможность существования «гибридных» решений, в которых одна из циркулярно поляризованных компонент поля чирпирована, а вторая – нет.

Основываясь на характере изменения амплитуд двух циркулярно поляризованных компонент поля во времени и их асимптотиках (предельный переход к решениям (1.4.5), (1.4.6), (1.4.10)-(1.4.12)), а также связности границ областей их существования, все решения (1.4.16)-(1.4.19) можно разделить на три группы.

К первой группе относятся те из них, у которых амплитуды обеих компонент поля в точке $t=0$ начинают расти. Решения такого типа существуют в тех случаях, когда знаки величин $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)$ и $(\sigma_2\mp\rho_1)$ одинаковы и, следовательно, $n_\pm>0$. При $\omega_\pm(t)\equiv 0$ они переходят в решения типа «*ss*». Ко второй группе относятся те решения, у которых амплитуды обеих компонент поля в точке $t=0$ начинают уменьшаться. Они существуют в тех случаях, когда знаки величин $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)$ и $(\sigma_2\mp\rho_1)$ противоположны и, следовательно, $n_\pm<0$. При $\omega_\pm(t)\equiv 0$ решения этой группы переходят в решения типов «*cc*», «*cd*» и «*dd*». В тех случаях, когда $k_2(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)$ и $(\sigma_2-\rho_1)$ положительны, а параметр $(\sigma_2+\rho_1)$ отрицателен, либо наоборот, амплитуда одной из компонент поля в точке $t=0$ начинает расти, а второй – уменьшаться, формируется третья группа решений. При $\omega_\pm(t)\equiv 0$ они переходят в решения типов «*sc*» и «*sd*». Отметим, что решения всех трех перечисленных выше групп имеют солитонные асимптотики, соответствующие предельному переходу эллиптических функций Якоби в гиперболические функции при $\mu\to 1$. При этом вырождение возможно только для решений первой и второй групп.

Так как в оптическом диапазоне частот в гиротропных средах $|\rho_1|<<|\sigma_{1,2}|$, то решения третьей группы в таких средах вряд ли могут быть реализованы. Рис. 1.4.1 иллюстрирует типичный характер зависимостей нормированных модулей $r_\pm=|R_\pm|\nu^{-1}(\sigma_1/|k_2|)^{1/2}$ (*а*), фаз $\varphi_\pm$ (*б*) и нелинейных добавок $\omega_\pm(t)=d\varphi_\pm/dt$ к частоте ω (*в*) от безразмерного времени νt, соответствующих решениям первой из трех перечисленных выше групп.

Эволюцию состояния поляризации чирпированных кноидальных волн, соответствующих найденным решениям, удобно описать с помощью параметров Стокса [110], связанных с комплексными амплитудами $A_\pm$ соотношениями: $S_0(t)=(|A_+|^2+|A_-|^2)/2$, $S_1(t)=\mathrm{Re}\{A_+A_-^*\}$, $S_2(t)=\mathrm{Im}\{A_+A_-^*\}$, $S_3(t)=(|A_-|^2-|A_+|^2)/2$. При этом параметры $s_{x,y,z}=S_{1,2,3}/S_0$ являются декартовыми координатами конца единичного вектора $\vec{s}$, движущегося по мере изменения t по поверхности т.н. сферы Пуанкаре [110].

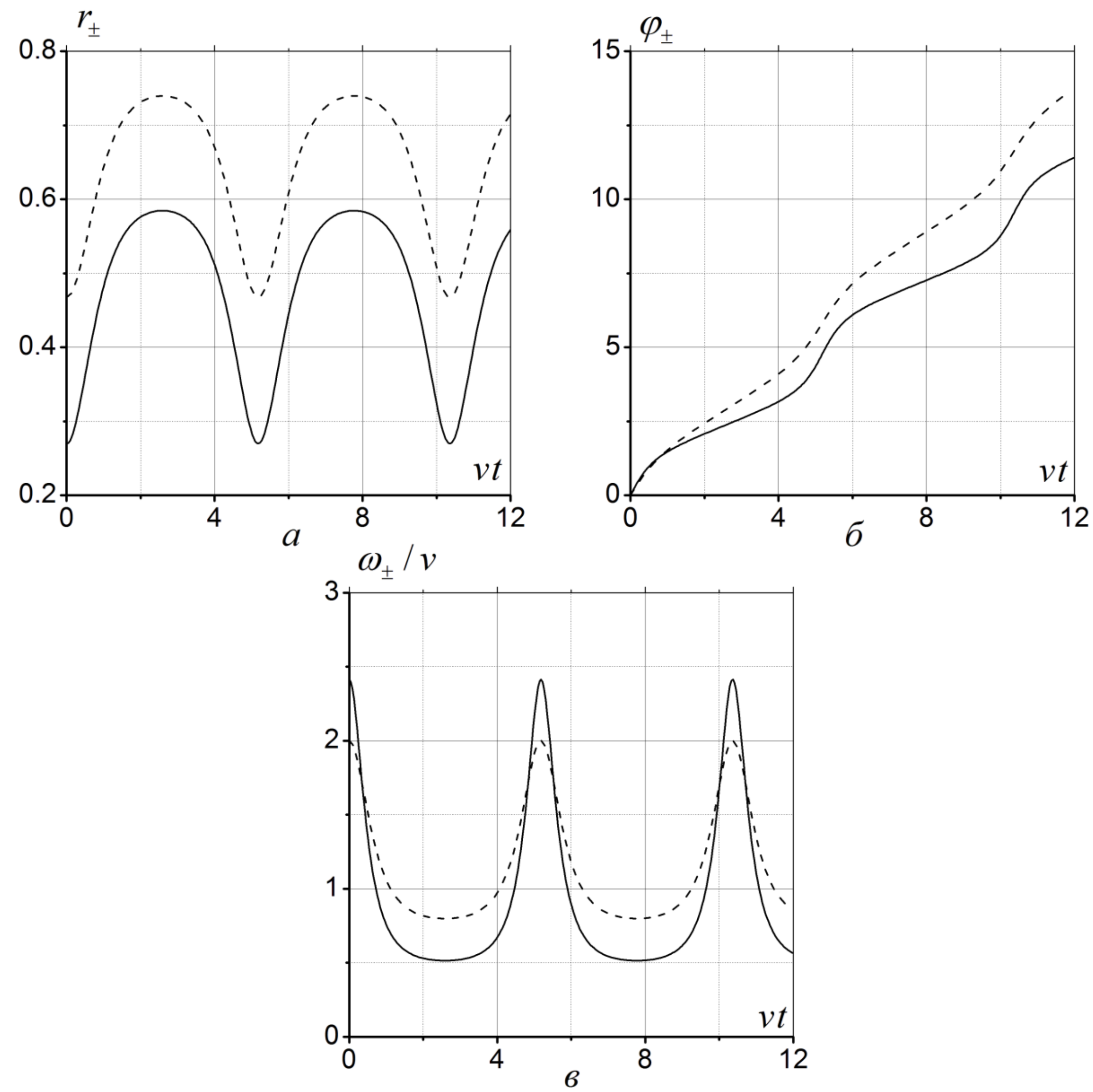


Рис. 1.4.1. Зависимости $r_\pm$ (*а*), $\varphi_\pm$ (*б*) и $\omega_\pm$ (*в*) от безразмерного времени νt при $z=0$, $r_+(0)=0.27$, $r_-(0)=0.47$, $\rho_1/\sigma_1=0.2$, $\sigma_2/\sigma_1=2$, $\mu=0.95$.

Параметры Стокса однозначно связаны с поляризационными характеристиками, которые использовались ранее по тексту. При этом

$$S_0=(R_{+0}^2+R_{-0}^2)/2+[\nu^2\mu^2k_2\sigma_2/(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)]\mathrm{sn}^2(\nu t,\mu)\,, \tag{1.4.22}$$

определяет мгновенную интенсивность светового поля, компонента

$$s_z=-M=\frac{|A_-|^2-|A_+|^2}{|A_+|^2+|A_-|^2}= \\ -\frac{(R_{+0}^2-R_{-0}^2)(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)-2\nu^2\mu^2k_2\rho_1\,\mathrm{sn}^2(\nu t,\mu)}{(R_{+0}^2+R_{-0}^2)(\rho_1^2+\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)+2\nu^2\mu^2k_2\sigma_2\,\mathrm{sn}^2(\nu t,\mu)} \tag{1.4.23}$$

описывает степень эллиптичности эллипса поляризации M, а долгота

$$\Phi = \operatorname{arctg}\left(\frac{s_y}{s_x}\right) = +\rho_0 z + \frac{(3\rho_1^2 + \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)z}{4}\left[\frac{R_{+0}^2}{\sigma_2 - \rho_1} - \frac{R_{-0}^2}{\sigma_2 + \rho_1}\right] + \Delta\Phi(t) \qquad (1.4.24)$$

равна удвоенному углу поворота главной оси эллипса поляризации ($\operatorname{Arg}\{A_+ A_-^*\}/2$). В (1.4.24) использовано обозначение $\Delta\Phi(t) = (\omega_{+0}/\nu)\Pi(\nu t, n_+, \mu) - (\omega_{-0}/\nu)\Pi(\nu t, n_-, \mu)$. Легко видеть, что, зависимость долготы от координаты z сводится к перенормировке постоянной ρ_0 линейной гирации за счет нелинейности. При фиксированном z изменение Φ во времени связано только с зависимостью $\Delta\Phi(t)$. При этом конец вектора $\vec{s}$ движется по поверхности шарового слоя, нижняя и верхняя границы которого определяются экстремумами s_z. Безразмерный период νT этого движения равен удвоенному полному эллиптическому интегралу первого рода $K(\mu)$. За время T угол Φ увеличивается на $\Delta\Phi(t = 2K/\nu)$. Если $p\Delta\Phi(t = 2K/\nu) = 2q\pi$, где p и q – целые числа, то ориентация конца вектора $\vec{s}$ в пространстве и, следовательно, состояние поляризации световой волны, будет меняться периодически. Во всех остальных случаях конец вектора $\vec{s}$ с течением времени обязательно пройдет через любую точку поверхности указанного слоя. При этом изменение состояния поляризации световой волны будет казаться хаотическим, а ситуация в целом будет похожа на эволюцию странного аттрактора, который со временем полностью заполняет некоторую область своего фазового пространства.

Типичный характер эволюции состояния поляризации для решений первой группы на сфере Пуанкаре иллюстрирует рис. 1.4.2. На нем изображены периодические, соответствующие чирпированной эллиптически поляризованной кноидальной волне, (рис. 1.4.2 *а* и 1.4.2 *в*) и апериодические, соответствующие поляризационному «хаосу», (рис. 1.4.2 *б* и 1.4.2 *г*) траектории движения конца нормированного вектора Стокса $\vec{s}$ по сфере Пуанкаре. Подчеркнем, что термин «хаос» используется нами лишь для краткости, т.к. корректное его применение предполагает детальное исследование корреляционных свойств полученных апериодических решений. Появление «петель» на траекториях (см. рис. 1.4.2 *в* и 1.4.2 *г*) связано с возможностью немонотонной зависимости $\Delta\Phi(t)$ (формирование локальных экстремумов) при определенных значениях параметров задачи (см. рис. 1.4.3).

Полученные новые типы периодических решений представляют интерес не только для прикладных задач волоконной оптики и оптики сред с пространственной дисперсией кубической нелинейности, но и для решения достаточно широкого класса задач других областей физики, т.к. система НУШ имеет универсальный характер [21].

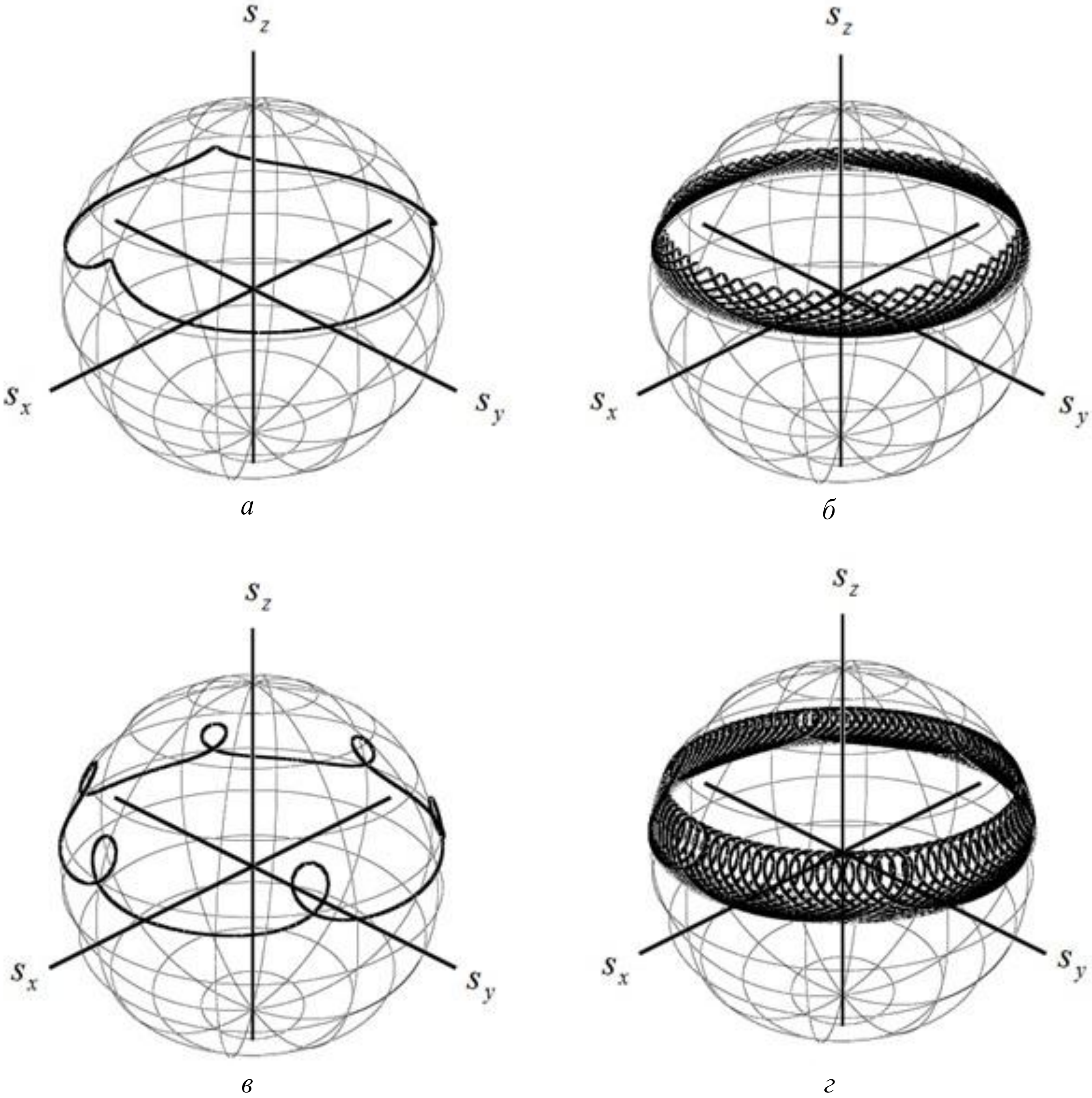
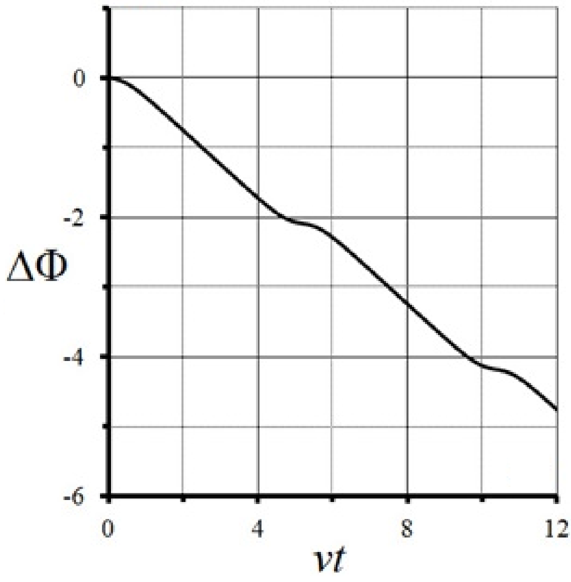
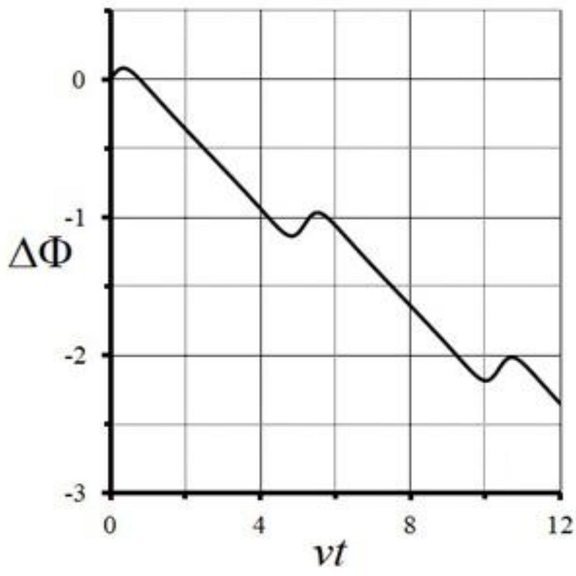


Рис. 1.4.2. Периодическое движение конца вектора Стокса по поверхности сферы Пуанкаре при $r_+(0) = 0.47$, $r_-(0) = 0.82$ $(p/q = 3)$ (*а*), $r_+(0) = 0.27$, $r_-(0) = 0.47$ $(p/q = 6)$ (*в*) и переход к его апериодическому движению при иррациональных значениях p/q (*б* и *г*). Значения остальных параметров те же, что и на рис. 1.4.1.

Экспериментальное наблюдение эллиптически поляризованных векторных солитонов в изотропной среде с безынерционной кубической нелинейностью проводилось в [91,93]. В качестве источника излучения использовался Nd:YAG лазер, генерирующий импульсы гауссовой формы длительностью $600\,\text{пс}$ с центральной частотой спектра соответствующей длине волны $532\,\text{нм}$. После прохождения через пластинку $\lambda/4$ и фокусировки двумя цилиндрическими линзами такой импульс направлялся в плоский волновод. Поляризационные характеристики сформировавшейся на выходе из волновода



а



б

Рис. 1.4.3. Зависимость $\Delta\Phi(t)$ при $r_+(0) = 0.47$, $r_-(0) = 0.82$ (а) и $r_+(0) = 0.27$, $r_-(0) = 0.47$ (б). Значения остальных параметров те же, что и на рис. 1.4.1.

двумерной пространственной уединенной волны измерялись с помощью пластинки $\lambda/4$ и бипризмы Волластона. Для экспериментального изучения влияния пространственной дисперсии линейного и нелинейного оптического отклика вещества на поляризационные характеристики формирующихся эллиптически поляризованных уединенных и кноидальных волн, рассмотренных в настоящей главе, в схеме описанного в [91,93] эксперимента волновод из дисульфида углерода должен быть заменен, например, на микроструктурированное волокно, в полой сердцевине которого находится оптически активная жидкость [111]. Вместо последнего можно также использовать структурированное хиральным образом оптическое волокно [37,38], демонстрирующее существенно различные режимы прохождения циркулярно поляризованных волн.

Основные результаты первой главы.

1. При определенных соотношениях между параметрами однородно эллиптически поляризованного во времени гауссова импульса и нелинейной среды с аномальной частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности на расстоянии равном нескольким дисперсионным длинам происходит образование уединенной волны, степень эллиптичности излучения в которой меняется вдоль временного профиля. Угол поворота главной оси эллипса поляризации при этом одинаков вдоль импульса и линейно меняется с ростом координаты распространения. Эффективные

длительности и пиковые значения интенсивности циркулярно поляризованных компонент образовавшейся уединенной волны различны, а их временные огибающие очень близки к гиперболическим секансам.

2. Если компоненты тензора локальной нелинейной восприимчивости имеют разные знаки, то в гиротропной среде с аномальной частотной дисперсией возможен режим распространения падающего эллиптически поляризованного импульса, при котором происходит его дробление на отдельные части. Степень эллиптичности электрического поля в каждой из них по модулю близка к единице. При этом направление вращения вектора электрического поля в центре импульса противоположно направлению вращения в боковых частях. Полученные результаты представляют интерес для задач формирования лазерных импульсов с необходимым распределением поляризации вдоль временной огибающей и их дальнейшего распространения в различных нелинейных средах. Начальная поляризация падающего излучения, локальные и нелокальные нелинейные оптические восприимчивости принципиально меняют динамику распространения импульса. Уже на расстоянии равном нескольким дисперсионным длинам распределение поляризации в нем существенно отличается от аналогичного распределения на границе нелинейной среды.

3. Численное исследование распространения эллиптически поляризованных импульсов гауссовой формы в среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности и аномальной частотной дисперсией, обладающей инерционностью оптического отклика, показало, что на выходе из нее они имеют довольно специфические особенности. Во-первых, их поляризация немонотонно меняется вдоль импульса, а во-вторых, появляется дополнительная временная задержка основного пика импульса (по сравнению с временем прохождения линейной среды). Ее величина существенно зависит от состояния поляризации падающего импульса и максимальна для импульсов со степенью эллиптичности эллипса поляризации равной $-\rho_1/\sigma_2$ (в среде с пространственной дисперсией) и для линейно поляризованных импульсов (в среде без пространственной дисперсии). Временная задержка основного пика импульса максимальна, если длительность падающего импульса примерно в десять-двадцать раз превышает время релаксации кубической нелинейности. Возможное различие времен релаксации зависящих от интенсивности добавок к показателям преломления правой и левой циркулярно поляризованных волн перспективно искать, исследуя динамику распространения эллиптически поляризованного падающего импульса со специально подобранной степенью эллиптичности, величина которой определяется параметрами

среды. Максимальное (вдоль импульса) отличие степени эллиптичности от $M_0 = -\rho_1 / \sigma_2$ при этом пропорционально разности времен релаксации.

4. Аналитически получены новые типы периодических решений системы из двух нелинейных уравнений Шредингера, представляющие интерес не только для прикладных задач волоконной оптики и оптики сред с пространственной дисперсией кубической нелинейности, но и для решения достаточно широкого класса задач других областей физики, т.к. система НУШ имеет универсальный характер. В изотропной среде с локальной и нелокальной кубической нелинейностью и частотной дисперсией второго порядка могут распространяться как чирпированные эллиптически поляризованные кноидальные волны, так и возникать режимы, напоминающие поляризационный хаос. Соответствующие этим двум ситуациям аналитические решения системы из двух нелинейных уравнений Шредингера найдены и проанализированы в частном случае, когда в нелинейной среде формируются нелинейные волноводы единого профиля для двух циркулярно поляризованных компонент светового поля. Установлено, что при этом частоты обеих компонент меняются согласованно с периодическим изменением их модулей, а эволюция состояния поляризации таких чирпированных нелинейных волн при распространении может радикально меняться при изменении начальных условий.

Глава 2. Самовоздействие эллиптически поляризованных импульсов длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля в изотропной нелинейной среде с частотной дисперсией – нелинейная оптическая активность и квазисолитонные режимы распространения

§ 2.1. Динамика распространения сверхкоротких (несколько осцилляций электрического поля) эллиптически поляризованных импульсов и уединенных волн в нелинейной среде с частотной и пространственной дисперсией – обзор литературы

Эффект оптической активности, обязанный своим существованием пространственной дисперсии линейного оптического отклика вещества, в настоящее время приобрел огромное значение в спектроскопии, кристаллографии, химии и молекулярной биологии [112]. Зависимость этого эффекта от интенсивности света была теоретически предсказана почти пятьдесят лет назад С.А. Ахмановым и В.И. Жариковым [113]. Первоначально он связывался исключительно с пространственной дисперсией нелинейного оптического отклика среды. Позднее было показано [114], что нелинейное вращение плоскости поляризации может быть также обусловлено анизотропией нелинейной диссипации в кристалле, т.е. зависимостью нелинейного поглощения от взаимной ориентации плоскости поляризации падающего излучения и осей симметрии кристалла.

Первоначально нелинейная оптическая активность необоснованно противопоставлялась открытому чуть раньше эффекту самовращения эллипса поляризации [115], величина которого увеличивается с ростом степени эллиптичности распространяющейся плоской электромагнитной волны и полностью исчезает для строго линейно поляризованного света. Оба этих эффекта, приводящих к зависящим от интенсивности вращению и деформации эллипса поляризации света в процессе распространения, в плосковолновом приближении описываются тензором кубической нелинейности $\tilde{\chi}^{(3)}_{ijmn}(\omega,\mathbf{k};\omega,\mathbf{k},\omega,\mathbf{k},-\omega,-\mathbf{k})$, который в первом приближении по параметру пространственной дисперсии d/λ (d – характерный масштаб нелокальности оптического отклика среды, ω, $\mathbf{k}$ и λ – соответственно частота, волновой вектор и длина распространяющейся волны) может быть представлен в виде:

$$\tilde{\chi}^{(3)}_{ijmn}(\omega,\mathbf{k};\omega,\mathbf{k},\omega,\mathbf{k},-\omega,-\mathbf{k}) \approx \chi^{(3)}_{ijmn}(\omega;\omega,\omega,-\omega) + i\gamma^{(3)}_{ijmnp}(\omega;\omega,\omega,-\omega)k_p \,. \qquad (2.1.1)$$

В (2.1.1) тензор четвертого ранга $\hat{\chi}^{(3)}$ связан с локальным, а тензор пятого ранга $\hat{\gamma}^{(3)}$ – с нелокальным откликами среды на поле распространяющейся электромагнитной волны.

В середине семидесятых годов были проведены первые экспериментальные наблюдения нелинейной оптической активности [116], вызвавшие развитие соответствующей феноменологической теории [82,117–120]. Последующие теоретические и экспериментальные исследования позволяют в настоящее время со всей определённостью утверждать, что поляризационные самовоздействие и взаимодействие волн – красивые и широко распространённые явления в нелинейной оптике. Волна в устройствах квантовой электроники практически всегда эллиптически поляризована, а используемое в теоретических расчётах приближение неизменности поляризации волны в процессе её распространения малооправдано и представляет лишь первый шаг на пути последовательного описания нелинейных оптических явлений.

Прогресс последнего десятилетия в изготовлении метаматериалов позволил создать искусственно структурированные среды, демонстрирующие гигантскую линейную [121,40] и нелинейную оптическую активность [41], проявляющуюся в существенном различии показателей преломления [42], а также коэффициентов отражения и пропускания [43] циркулярно поляризованных импульсов с противоположным направлением вращения вектора напряженности электрического поля в широком диапазоне частот. Возможны два подхода к теоретическому описанию оптических свойств искусственно структурированных сред [122]. Поскольку характерные размеры базового структурного элемента метаматериала много больше атомных размеров, каждый из таких объектов можно описывать с помощью макроскопической электродинамики и характеризовать, например, соответствующими диэлектрической и магнитной проницаемостями. Задачу о распространении электромагнитных волн в таких средах можно решать используя, в частности, FDTD метод [123]. В рамках этого подхода не надо вычислять эффективные материальные характеристики композитной среды, так как диэлектрическая и магнитная проницаемости являются функциями пространственных переменных. Во втором подходе, концептуально притягательном в связи с возможностью получения аналитических решений, выполняется повторное усреднение характеристик композитной среды и используются макроскопические уравнения Максвелла [124–128]. Он применим до тех пор, пока характерные размеры базового структурного элемента и пространственный период решетки метаматериала остаются меньше длины волны [122,124]. В случае линейных метаматериалов часто используемыми эффективными параметрами, характеризующими оптические свойства среды после повторного усреднения, являются диэлектрическая и магнитная проницаемости [42,129] («симметричный» подход). В [122,124] было показано, что подход Ландау – Лифшица (в котором индукция магнитного поля тождественна равна его напряженности) является более естественным в оптическом диапазоне частот [130], так как магнитную проницаемость уже нельзя связать с полным магнитным моментом среды.

При описании распространения линейно поляризованных сверхкоротких импульсов в рамках метода медленно меняющихся амплитуд различными способами учитываются все более и более высокие порядки частотной дисперсии [131,132], а также некоторые другие особенности их взаимодействия с нелинейными средами. Среди них следует отметить возможность формирования ударной волны [133,134], возникновение сдвига несущей частоты солитона в низкочастотную область спектра [135–137], обусловленного вынужденным комбинационным рассеянием. Большое внимание уделяется возможности модификации метода медленно меняющихся амплитуд [138,139] для возможности анализа распространения все более коротких импульсов. Также используются подходы [133,140–142], не базирующиеся на методе медленно меняющихся амплитуд.

Успехи в генерации ультракоротких оптических импульсов в последние годы стимулируют исследования особенностей их солитонного распространения в средах различного типа [32,33,135,143–147]. Для теоретического описания процесса формирования сверхкоротких линейно поляризованных солитонов разрабатываются подходы не базирующиеся на методе медленно меняющихся амплитуд [140–143,148–150]. В средах с безынерционной кубической нелинейностью для этого используются модифицированное уравнение Кортевега - де Фриза (mKdV) [142], уравнение синус-Гордона (sG) [140,148], а также уравнение mKdV-sG [143,149,150]. Экспериментально достигнута [135] высокоэффективная плавная перестройка несущей частоты сверхкороткого импульса длительностью всего в несколько колебаний электрического поля за счет вынужденного комбинационного рассеяния при его распространении в оптическом волокне. Используя титан-сапфировый лазер, генерирующий импульсы длительностью всего в шесть фемтосекунд, с центральной частотой спектра соответствующей длине волны 0.82 мкм, удалось плавно перестроить последнюю вплоть до 1.35 мкм [135]. Показана возможность [144] формирования солитонов фемтосекундной длительности при распространении коротких импульсов в среде, оптический отклик которой может моделироваться двухуровневой системой. Установлено [32], что при падении на среду с безынерционной кубической нелинейностью сверхкороткого импульса возможно его дальнейшее разделение на разнесенные в пространстве солитоны длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля. Численными методами показана устойчивость относительно возмущений различных типов аналитически найденного решения волнового уравнения, описывающего солитонное распространение сверхкороткого импульса в среде с безынерционной кубической нелинейностью [33]. В [145] исследовано распространение солитонов самоиндуцированной прозрачности в волноводе, содержащем двухуровневые атомы, которые могут как усиливать, так и поглощать излучение. Степень компрессии импульсов в этом случае определяется отношением концентраций поглощающих и усиливающих атомов.

Неоднородно эллиптически поляризованные сверхкороткие импульсы в последнее десятилетие нашли свое применение в нелинейной спектроскопии [6] и в задачах контроля состояния отдельных молекул [1,2] и атомов [10]. Использование таких импульсов в КАРС спектроскопии [6] позволяет получать информацию о тензорных характеристиках вещества в широком диапазоне частот. В [1] было убедительно продемонстрировано, что управление поляризацией зондирующего фемтосекундного лазерного импульса открывает качественно новый уровень контроля над квантовым состоянием молекул. Меняющееся во времени векторное поле таких импульсов может изменять угловой момент квантовой системы, переводя ее в недоступные при использовании линейно поляризованных импульсов состояния, а также в состояния, являющиеся промежуточными в более сложных взаимодействиях [9,10]. Перспективность использования неоднородно эллиптически поляризованных фемтосекундных импульсов для увеличения эффективности ионизации двухатомных молекул была показана в экспериментах [1,2]. К сожалению, теоретически предсказать оптимальную поляризационную структуру импульса, обеспечивающую максимальную ионизацию, не представляется возможным даже в случае двухатомной молекулы, поэтому в экспериментах [1,2] использовался итерационный алгоритм [151] для поиска импульса, оптимального по форме и по поляризационной структуре. Обе группы [1,2] независимо друг от друга пришли к выводу о том, что импульсы со сложной, специально подобранной поляризационной структурой ионизируют молекулы калия [1] и йода [2] значительно более эффективно, чем однородно эллиптически поляризованные импульсы. Эффективность генерации гармоник высокого порядка весьма чувствительна к отклонению поляризации возбуждающего фемтосекундного импульса от линейной [4]. Последнее представляет несомненный интерес для задач генерации импульсов аттосекундной длительности.

Наличие дополнительных степеней свободы по сравнению с линейно поляризованным излучением открывает возможность использования эллиптически поляризованных сверхкоротких импульсов для передачи информации. Однако система нелинейных уравнений Шредингеровского типа для огибающих ортогонально поляризованных компонент электрического поля не интегрируема даже в простейшем случае среды с безынерционной кубической нелинейностью и при учете только второго приближения теории дисперсии. Последнее существенно осложняет ее решение, необходимое для практических приложений. В [71,152] было продемонстрировано, что вплоть до длительностей в несколько колебаний электрического поля распространение циркулярно поляризованных солитонов с хорошей точностью описывается двумя связанными модифицированными уравнениями Кортевега де Вриза. Возможность существования семейства эллиптически поляризованных сверхкоротких уединенных волн с непрерывным спектром параметров в среде с безынерционной кубической нелинейностью была показана в [34].

В настоящей главе, в рамках подхода Ландау – Лифшица, предложена модель нелинейной среды обладающей частотной дисперсией и нелокальностью оптического отклика, позволившая записать материальные уравнения без широко используемого требования малости параметра пространственной дисперсии. Эта модель была использована для описания распространения эллиптически поляризованного импульса произвольной длительности в такой среде. Также модификация FDTD метода со вспомогательным дифференциальным уравнением (ADE) использована для исследования квазисолитонного режима распространения эллиптически поляризованного сверхкороткого импульса, если диапазон его спектральных частот расположен вдали от частот однофотонных и нерамановских многофотонных резонансов изотропной нелинейной среды [137,153], а пространственная дисперсия линейного и нелинейного оптического отклика незначительна. Рассматривается возможность формирования сверхкоротких эллиптически поляризованных уединенных волн при падении из вакуума на среду неоднородно эллиптически поляризованных импульсов специальной формы, длительностью в несколько колебаний электрического поля, экспериментальное получение которых в настоящее время является рутинной задачей [154]. В отличие от [34], предлагаемый подход позволяет учесть обусловленный запаздывающей оптической нелинейностью сдвиг его спектра в низкочастотную область и исследовать зависимость скорости этого сдвига от состояния поляризации сформировавшейся уединенной волны. Этот эффект, интенсивно исследуемый в приближении неизменности линейной поляризации, интересен в связи со сдвигом частоты солитонов, распространяющихся в оптических световодах. Он позволяет создавать волоконно-оптические элементы для плавной перестройки частоты сверхкоротких лазерных импульсов. Также анализируется влияние тензорных характеристик нелинейной среды на сдвиг спектра эллиптически поляризованного импульса в низкочастотную область.

§ 2.2. Модель линейного оптического отклика среды с частотной и пространственной дисперсией и особенности распространения сверхкоротких эллиптически поляризованных импульсов – результаты численного анализа с использованием FDTD метода со вспомогательным дифференциальным уравнением

Мы рассматриваем распространение электромагнитного импульса вдоль оси z декартовой системы координат (1D). В этом случае уравнения Максвелла и материальные уравнения в рамках подхода Ландау – Лифшица [130], связывающие продольные компоненты напряженности и индукции электрического ($\mathbf{E}(z,t)$ и $\mathbf{D}(z,t)$) и магнитного ($\mathbf{H}(z,t)$ и $\mathbf{B}(z,t)$) полей могут быть записаны в виде:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t}=\frac{\partial E_y}{\partial z},-\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t}=\frac{\partial E_x}{\partial z},\qquad \frac{1}{c}\frac{\partial D_x}{\partial t}=-\frac{\partial H_y}{\partial z},\quad \frac{1}{c}\frac{\partial D_y}{\partial t}=\frac{\partial H_x}{\partial z}, \tag{2.2.1}$$

$$D_i=E_i+4\pi P_i^L=E_i+4\pi\int_{-\infty}^{\infty}dz'\int_0^{\infty}\chi_{ij}(\tau,z,z')E_j(t-\tau,z')d\tau,\quad B_i\equiv H_i. \tag{2.2.2}$$

Здесь и далее по дважды встречающимся индексам i и j (принимающим значения x и y) предполагается суммирование, c – скорость света в вакууме. О явном виде функции $\chi_{ij}(\tau,z,z')$ известно немного. В случае бесконечной однородной среды она должна не зависеть от $z-z'$ и достаточно быстро спадать до нуля с ростом $|z-z'|$. Кроме того разложение этой функции в ряд Тейлора по малому параметру kd_1 должно обеспечивать хорошо известное в классической оптике выражение: $\varepsilon_{ij}(\omega,\mathbf{k})\approx\varepsilon(\omega)\delta_{ij}-ig_0(\omega)k_m\,\mathrm{e}_{ijm}+\dots$. Здесь

$$\varepsilon_{ij}(\omega,k)=\delta_{ij}+4\pi\int_{-\infty}^{\infty}dz''\int_0^{\infty}\chi_{ij}(\tau,z')\exp[i(\omega\tau-kz')]d\tau \tag{2.2.3}$$

– фурье-компоненты тензора диэлектрической проницаемости вещества, d_1 – характерный масштаб нелокальности оптического отклика среды, $\mathbf{k}$ – волновой вектор, e_{ijm} – символ Леви-Чивиты, $g_0(\omega)$ – псевдоскалярная константа линейной гирации. Последняя определяет угол $\Psi(z)=g_0\omega^2 z/(2c^2)$, на который поворачивается главная ось эллипса поляризации длинного эллиптически поляризованного квазимонохроматического импульса, прошедшего в среде расстояние z.

Если среда расположена в области $z > 0$, то, далеко не единственным, но вполне разумным примером таких функций является

$$\chi_{ij}(\tau, z, z') = g(\tau)\tilde{\chi}_{ij}(z, z'), \tag{2.2.4}$$

где зависящий от пространственных координат сомножитель при положительном z' имеет вид:

$$\tilde{\chi}_{ij}(z, z') = [\delta_{ij} + \gamma_1(\delta_{xi}\delta_{yj} - \delta_{xj}\delta_{yi})(z - z')]\exp[-(z - z')^2 / d_1^2]/(\sqrt{\pi}d_1). \tag{2.2.5}$$

В (2.2.5) γ_1 – константа, δ_{ij} – символ Кронекера. Если $z' < 0$, то $\tilde{\chi}_{ij}(z, z') \equiv 0$. Зависящий от пространственных координат сомножитель в (2.2.4) был выбран по следующим трем причинам.

Во-первых, из общих соображений ясно, что вклад электрического поля в поляризацию среды в данной точке пространства должен достаточно быстро уменьшаться при учете влияния полей в достаточно удаленных от нее точках. Мы проделали большое количество численных экспериментов с различными зависящими от пространственных координат сомножителями в (2.2.5) и установили, что их явный вид оказывает малый эффект на получаемый результат. Наиболее важным параметром этой функции является тот, который определяет характерный размер ее изменения.

Во-вторых, симметрия тензора и четность (нечетность) его компонент (как функций пространственных координат) выбраны из соображений удовлетворения требованиям симметрии для диэлектрической восприимчивости в изотропных гиротропных средах (см. [155]), и также полного совпадения с хорошо известным выражением $\varepsilon_{ij}(\omega,\mathbf{k}) \approx \varepsilon(\omega)\delta_{ij} - ig_0(\omega)k_m \mathrm{e}_{ijm} + \ldots$ после разложения в ряд Тейлора по малому параметру kd_1.

В третьих, при рассмотрении взаимодействия света со средой, нужно иметь в виду, что ее реальная граница не является резкой. Фактически происходит взаимодействие электромагнитной волны с тонкой областью, внутри которой оптические свойства среды меняются достаточно быстро. Ее толщина никак не меньше, чем характерный размер нелокальности оптического отклика на внешнее поле. Влиянием переходного слоя можно пренебречь, если оптический отклик локален и интерес представляет только распространяющаяся в среде волна. В противном случае оно может быть учтено введением модифицированных граничных условий (см. для примера, [156,157]). Поэтому неоднородность переходного слоя также должна быть учтена в нашей модели.

В случае частотной дисперсии лоренцевского типа

$$g(\tau)=[(\varepsilon_\infty-1)\delta(\tau)+\omega_0^2(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)(\omega_0^2-\delta_0^2)^{-1/2}\cdot \\ \cdot\exp(-\delta_0\tau)\sin([\omega_0^2-\delta_0^2]^{1/2}\tau)]/4\pi, \tag{2.2.6}$$

где ε_S, ε_∞, ω_0, δ_0 константы, а $\delta(\tau)$ – дельта-функция. Подставляя (2.2.4) в (2.2.3) можно найти выражение для $g_0(\omega)$, и далее – угол поворота главной оси эллипса поляризации

$$\Phi(z)=0.5\cdot\gamma_1 d_1^2[\varepsilon(\omega)-1]\omega^2 z/(2c^2) \tag{2.2.7}$$

длинного эллиптически поляризованного квазимонохроматического импульса, прошедшего в среде расстояние z.

Дважды дифференцируя (2.2.2) по времени получим обыкновенное дифференциальное уравнение связывающее напряженность, индукцию электрического поля и вспомогательную функцию $M_i(t,z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{\chi}_{ij}(z,z')E_j(t,z')dz'$:

$$\frac{d^2}{dt^2}D_i(t,z)+2\delta_0\frac{d}{dt}D_i(t,z)+\omega_0^2 D_i(t,z)=(\varepsilon_\infty-1)\frac{d^2}{dt^2}M_i(t,z)+\frac{d^2}{dt^2}E_i(t,z)+ \\ +2\delta_0(\varepsilon_\infty-1)\frac{d}{dt}M_i(t,z)+2\delta_0\frac{d}{dt}E_i(t,z)+\omega_0^2(\varepsilon_S-1)M_i(t,z)+\omega_0^2 E_i(t,z). \tag{2.2.8}$$

В случае отсутствия пространственной дисперсии ($\tilde{\chi}_{ij}(z,z')=\delta(z-z')\delta_{ij}$) уравнение (2.2.8) упрощается и совпадает с рассмотренным в [158]:

$$\frac{d^2}{dt^2}D_i(t,z)+2\delta_0\frac{d}{dt}D_i(t,z)+\omega_0^2 D_i(t,z)= \\ =\varepsilon_\infty\frac{d^2}{dt^2}E_i(t,z)+2\delta_0\varepsilon_\infty\frac{d}{dt}E_i(t,z)+\omega_0^2\varepsilon_S E_i(t,z). \tag{2.2.9}$$

Перейдем к равномерной сетке по пространству и времени, считая $z_m=m\Delta z$, $t_n=n\Delta t$, где Δz и Δt – соответственно шаги по переменным z и t, $m=0,1,2,\ldots,M-1$, $n=0,1,2,\ldots,N-1$. В данной работе $\Delta z=\lambda/40$, $c\Delta t=0.5\Delta z$, где λ– длина волны, соответствующая центральной частоте спектра импульса, падающего на среду. Значения M и N определяются длиной рассматриваемой среды и промежутком времени, в течение которого анализируется распространение импульса. Разностное уравнение, соответствующее (9) и имеющее второй порядок аппроксимации, имеет вид:

$$(D_{i,m}^{n+1}-2D_{i,m}^{n}+D_{i,m}^{n-1})/\Delta t^2+\delta_0(D_{i,m}^{n+1}-D_{i,m}^{n-1})/\Delta t+\omega_0^2 D_{i,m}^{n}= \\ =(\varepsilon_\infty-1)(M_{i,m}^{n+1}-2M_{i,m}^{n}+M_{i,m}^{n-1})/\Delta t^2+(E_{i,m}^{n+1}-2E_{i,m}^{n}+E_{i,m}^{n-1})/\Delta t^2+ \\ +\delta_0(\varepsilon_\infty-1)(M_{i,m}^{n+1}-M_{i,m}^{n-1})/\Delta t+\delta_0(E_{i,m}^{n+1}-E_{i,m}^{n-1})/\Delta t+\omega_0^2(\varepsilon_s-1)M_{i,m}^{n}+\omega_0^2 E_{i,m}^{n} \tag{2.2.10}$$

где $E_{i,m}^{n} = E_i(t_n, z_m)$, $D_{i,m}^{n} = D_i(t_n, z_m)$, $M_{i,m}^{n} = M_i(t_n, z_m) = \sum_l \tilde{\chi}_{ij,ml}(m\Delta z, l\Delta z) E_{j,l}^{n} \Delta z$. По дважды встречающемуся индексу l, принимающему значения $0,1,\ldots,M-1$, здесь и далее проводится суммирование.

Таким образом, реализация алгоритма численного решения задачи (2.2.1), (2.2.2) требует хранения информации о величине векторов напряженности и индукции электрического поля на двух предыдущих шагах по времени. При его осуществлении вначале определяется напряженность магнитного поля по значению напряженности электрического поля на предыдущем временном шаге

$$\begin{aligned} H_{x,m+1/2}^{n+1/2} &= H_{x,m+1/2}^{n-1/2} + c\Delta t(E_{y,m+1}^{n} - E_{y,m}^{n}) / \Delta z, \\ H_{y,m+1/2}^{n+1/2} &= H_{y,m+1/2}^{n-1/2} - c\Delta t(E_{x,m+1}^{n} - E_{x,m}^{n}) / \Delta z, \end{aligned} \tag{2.2.11}$$

и затем индукция электрического поля

$$\begin{aligned} D_{x,m}^{n+1} &= D_{x,m}^{n} - c\Delta t(H_{y,m+1/2}^{n+1/2} - H_{y,m-1/2}^{n+1/2}) / \Delta z, \\ D_{y,m}^{n+1} &= D_{y,m}^{n} + c\Delta t(H_{x,m+1/2}^{n+1/2} - H_{x,m-1/2}^{n+1/2}) / \Delta z. \end{aligned} \tag{2.2.12}$$

На завершающем этапе декартовы компоненты напряженности электрического поля $E_{j,l}^{n+1} = E_j(t_{n+1}, z_l)$ во всех точках z_l рассматриваемой среды на $n+1$ временном шаге находятся в результате решения следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$A_{ij,ml} E_{j,l}^{n+1} = B_{i,m}. \tag{2.2.13}$$

В последней формуле элементы матрицы $A_{ij,ml} = (\varepsilon_\infty - 1)\tilde{\chi}_{ij,ml}\Delta z + \delta_{ij}\delta_{ml}$, а правая часть равенства $B_{i,m}$ представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned} B_{i,m} = {} & D_{i,m}^{n+1} + (D_{i,m}^{n} - E_{i,m}^{n})(\omega_0^2 \Delta t^2 - 2)/(1 + \delta_0 \Delta t) + \\ & + (D_{i,m}^{n-1} - E_{x,m}^{n-1})(1 - \delta_0 \Delta t)/(1 + \delta_0 \Delta t) + M_{i,m}^{n}[2(\varepsilon_\infty - 1) - \\ & - \omega_0^2(\varepsilon_S - 1)\Delta t^2]/(1 + \delta_0 \Delta t) - M_{i,m}^{n-1}(\varepsilon_\infty - 1)(1 - \delta_0 \Delta t)/(1 + \delta_0 \Delta t). \end{aligned} \tag{2.2.14}$$

Существует широкий класс сред, где характерный размер нелокальности оптического отклика вещества меньше или равен длине волны распространяющегося излучения. В этом случае значения функций $\tilde{\chi}_{ij}(z, |z - z'| > d_1)$ стремятся к нулю, а матрицы $A_{ij,ml}$ превращаются в разреженные матрицы с ленточной структурой, ширина которой пропорциональна характерному размеру нелокальности d_1. Далее мы будем считать, что $d_1 \le \lambda$, и для решения алгебраической задачи (2.2.13) использовать метод минимальных невязок (GMRES) [159].

Рассмотрим в плосковолновом приближении нормальное падение из вакуума линейно поляризованного в плоскости yz электромагнитного импульса гауссовой формы с полушириной $w = 20\lambda$ на совпадающую с плоскостью $0xy$ плоскую поверхность среды, линейный оптический отклик которой обладает частотной дисперсией Лорецевского типа, а также пространственной дисперсией. Центральная частота спектра падающего импульса равна $\omega = 8.61 \cdot 10^{14}$ рад/с (что соответствует длине волны $\lambda \approx 2.19$ мкм). В момент времени $t = 0$ максимум его интенсивности находится в вакууме на расстоянии 50 длин волн от границы раздела (рис. 2.2.1 *а*). В численных расчетах входящие в формулы (2.2.4)

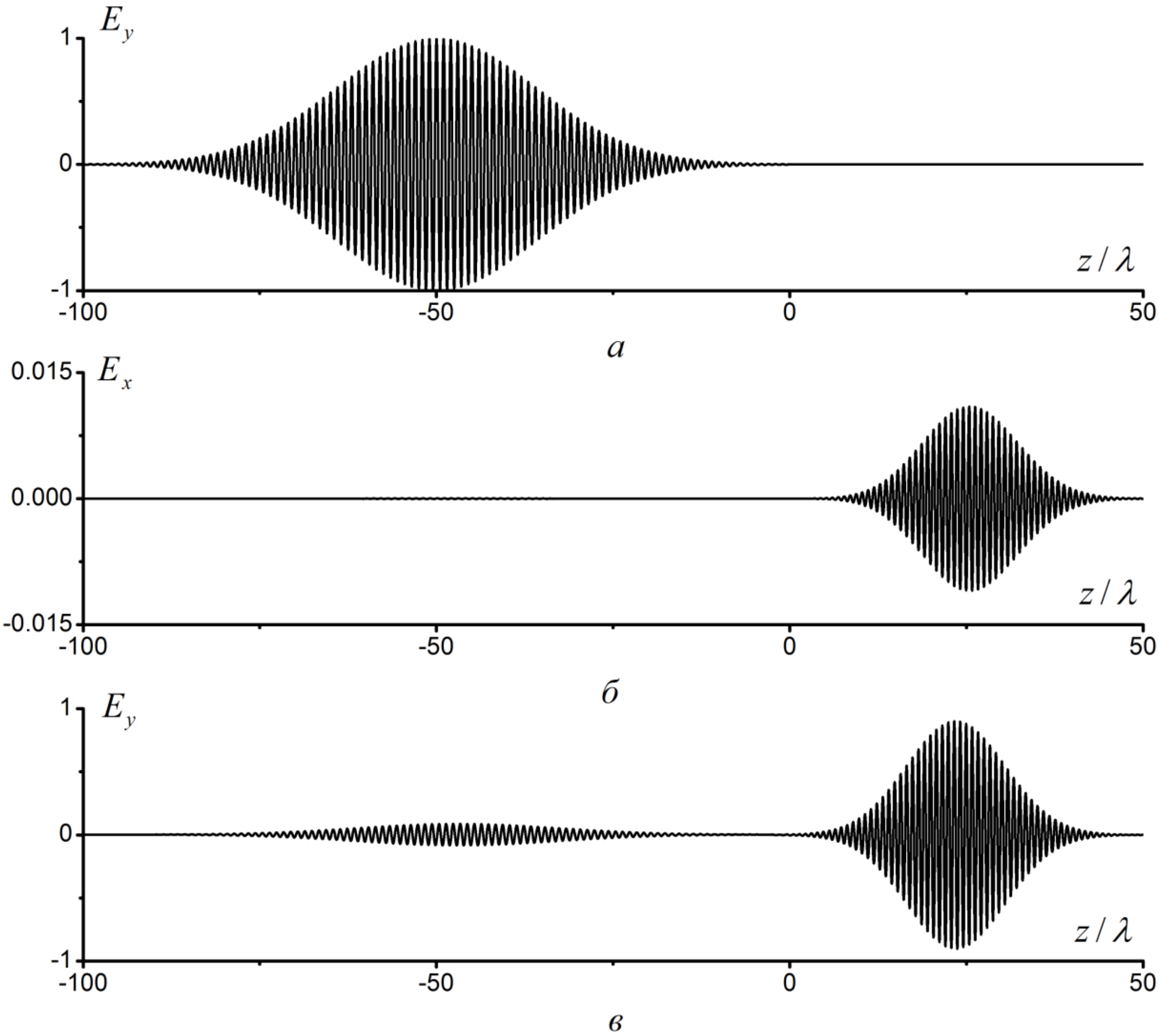


Рис. 2.2.1. Пространственное распределение декартовых компонент вектора напряженности электрического поля падающего импульса в момент времени $t = 0$ $(E_x \equiv 0,\ w = 20\lambda)$ (*а*), а также после 8000 шагов по времени (поверхность среды совпадает с плоскостью xy при $z = 0$) (*б*, *в*). Параметры среды $\varepsilon_s = 5.25$, $\varepsilon_\infty = 2.25$, $\omega_0 = 0.46\omega$ (ω- центральная частота спектра падающего импульса), $\delta_0 = 1.46 \cdot 10^{-5}\omega$, $\gamma_1 = 0.05/\lambda$, $d_1 = 0.05\lambda$.

– (2.2.6) параметры выбирались аналогично [160] и имели следующие значения: $\varepsilon_s = 5.25$, $\varepsilon_\infty = 2.25$, $\gamma_1 = 0.05/\lambda$, $d_1 = 0.05\lambda$, $\delta_0 = 1.64 \cdot 10^{-5}\omega$, $\omega_0 = 0.46\omega$. На рис. 2.2.1 б и 2.2.1 в приведены пространственные распределения декартовых компонент вектора напряженности электрического поля $E_x(z/\lambda)$ и $E_y(z/\lambda)$ после восьми тысяч шагов по времени (примерно после ста периодов колебаний оптического поля в вакууме). Появление ортогональной декартовой компоненты вектора напряженности электрического поля у прошедшего и отраженного импульсов связано с наличием пространственной дисперсии линейного оптического отклика среды.

Хорошо известно, что состояние поляризации монохроматического излучения полностью характеризуется набором четырех независимых величин [110]. Наряду с параметрами Стокса наиболее популярными являются: интенсивность $\widetilde{I} = A_x^2 + A_y^2$, степень эллиптичности эллипса поляризации $\widetilde{M} = 2A_x A_y \sin\Delta/(A_x^2 + A_y^2)$, угол наклона его главной оси $\widetilde{\Psi} = 0{,}5\,\mathrm{arctg}[2A_x A_y \cos\Delta/(A_x^2 - A_y^2)]$ и параметр, характеризующий направление вращения конца вектора напряженности электрического поля. В приведенных формулах $A_{x,y}$ – действительные амплитуды меняющихся по гармоническому закону декартовых компонент вектора напряженности электрического поля, Δ – разность фаз между ними. Для описания распространения длинного импульса широко используются разные модификации метода медленно меняющихся амплитуд. В результате их применения $A_{x,y}$ становятся медленно меняющимися функциями z и t. В этом случае пространственному распределению интенсивности в момент времени t ставится в соответствие совокупность достаточно большого числа эллипсов поляризации, характеризующих излучение в различных точках пространства (или распределению интенсивности в точке z ставится совокупность достаточно большого числа эллипсов поляризации в различные моменты времени). Степень эллиптичности $M'(z,t)$ каждого из них и угол $\Psi'(z,t)$ его наклона к оси x вычисляются аналогичным образом с точностью до замены $A_{x,y}$ на $A_{x,y}(z,t)$ и Δ на $\Delta(z,t)$. Анализируя зависимости $M'(z,t)$ и $\Psi'(z,t)$, можно говорить об изменении поляризация импульса в процессе его распространения.

При переходе к еще более коротким лазерным импульсам (в том числе и предельно коротким) степень эллиптичности эллипса поляризации и угол, задающий его ориентацию в пространстве, о которых говорилось выше, теряют физический смысл. Это относится также и к любым другим наборам четырех параметров, характеризующих интенсивность и поляризацию распространяющегося излучения. В этом случае следует говорить об изменениях модуля вектора напряженности электрического поля $I_1^{1/2}(z,t)=(E_x^2(z,t)+E_y^2(z,t))^{1/2}$ и угла $\Psi(z,t)=\mathrm{arctg}(E_y/E_x)$, который этот вектор образует с осью x. Дополнительно можно ввести функции $M(z,t)$ и $\Psi(z,t)$, аналогичные, в какой-то степени, $M'(z,t)$ и $\Psi'(z,t)$. Они будут нести информацию о преимущественной ориентации вектора напряженности электрического поля. Необходимо чтобы их определение обеспечивало стремление $M(z,t)$ и $\Psi(z,t)$ соответственно к $M'(z,t)$ и $\Psi'(z,t)$ при увеличении длительности импульса и достижение M и Ψ в предельном случае монохроматической плоской волны. Целесообразность введения $M(z,t)$ и $\Psi(z,t)$ связана исключительно с необходимостью сравнения результатов численного расчета $E_{x,y}(z,t)$ по предлагаемому в настоящей работе алгоритму с данными об интенсивности и поляризации, получаемыми в результате применения метода медленно меняющихся амплитуд для решения волнового уравнения в случае длинных импульсов.

При решении одномерной задачи о распространении импульса в среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности в рамках FDTD целесообразно определить $M(z,t)$ и $\Psi(z,t)$ в виде удовлетворяющих вышеперечисленным условиям дискретных функций,

$$|M(\tilde{z}_m,t_n)|=\frac{2^{1/2}I_1^{1/2}(\tilde{z}_m,t_n)\cdot[I_1(\bar{z}_m,t_n)+I_1(\bar{z}_{m+1},t_n)]^{1/2}}{I_1(\tilde{z}_m,t_n)+[I_1(\tilde{z}_m,t_n)+I_1(\tilde{z}_{m+1},t_n)]/2}, \qquad (2.2.15)$$

$$\Psi(\tilde{z}_m,t_n)=-\mathrm{arctg}[E_x(\tilde{z}_m,t_n)/E_y(\tilde{z}_m,t_n)], \qquad (2.2.16)$$

определенных в точках $z=\tilde{z}_m$, где $I_1^{1/2}(z_m,t_n)$ достигает локального максимума. В (2.2.15), (2.2.16) $\bar{z}_m$ – точки локального минимума функции $I_1^{1/2}(z_m,t_n)$, пронумерованные так, что $\bar{z}_m\le\tilde{z}_m\le\bar{z}_{m+1}$. Знак $M(\tilde{z}_m,t_n)$ определяется направлением вращения вектора напряженности электрического поля. В случае достаточно длинного импульса интерполяция функции $M(\tilde{z}_m,t_n)$ и $\Psi(\tilde{z}_m,t_n)$ даст зависимости $M'(z,t)$ и $\Psi'(z,t)$.

На рис. 2.2.2 *а* изображены рассчитанная по формуле (2.2.15) зависимость $\Psi(z/\lambda)$ (сплошная линия) и определенная в точках локального максимума выражения $E_x^2+E_y^2$ нормированная интенсивность $I(z/\lambda)$ (пунктирная линия) от координаты распространения. Они соответствуют приведенным на рис. 2.2.1(*б*) и (*в*) зависимостям $E_x(z/\lambda)$ и $E_y(z/\lambda)$. Видно, что угол $\Psi(z/\lambda)$ почти везде линейно возрастает с ростом координаты распространения. Небольшое отклонение от линейной зависимости

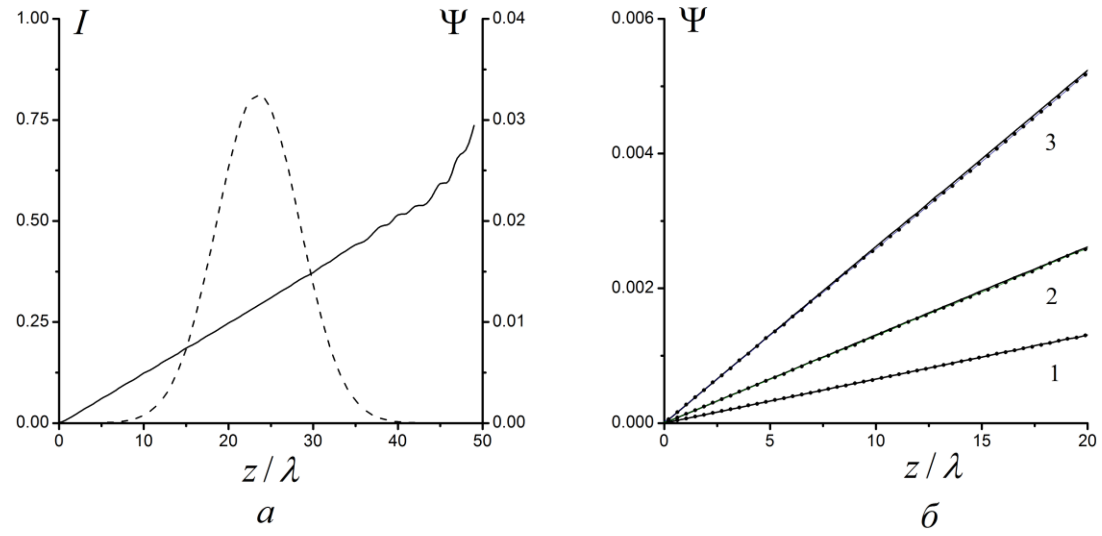


Рис. 2.2.2. *а*) Зависимости интенсивности (пунктирная линия) и угла поворота главной оси эллипса поляризации от координаты распространения после 8000 шагов по времени. Параметры среды и падающего излучения такие же как и на рис. 2.2.1. *б*) Зависимости угла поворота главной оси эллипса поляризации $\Phi(z)$ (сплошная линия) и функции $\Psi(z)$ (точки) от координаты распространения. Параметры среды и падающего импульса такие же, как на рис. 2.2.1, кроме $\gamma_1 = 0.1/\lambda$, $d_1 = 0.0125\lambda$ (1); $\gamma_1 = 0.05/\lambda$, $d_1 = 0.025\lambda$ (2); $\gamma_1 = 0.1/\lambda$, $d_1 = 0.025\lambda$ (3).

происходит на переднем фронте распространяющегося импульса и связано с конечной шириной его спектра. При различных значениях параметров среды и длительности достаточно длинного импульса найденные в численных экспериментах зависимости $\Psi(z)$ при всех z хорошо совпадают с полученными аналитически функциями $\Phi(z)$. Пример такого совпадения демонстрируется на рис. 2.2.2 *б*.

Эффекты трансформации коротких (порядка 10 периодов колебаний поля и менее) электромагнитных импульсов, происходящие благодаря частотной дисперсии, существенно меняют характер их распространения в средах с нелокальностью оптического отклика. Пройдя некоторое расстояние, импульс становится несимметричным. В случае аномальной частотной дисперсии его высокочастотные компоненты скапливаются на переднем фронте, где пространственная дисперсия изменяет направление колебаний вектора напряженности электрического поля значительно сильнее, чем на заднем фронте, где собираются низкочастотные гармоники. Это иллюстрирует рис. 2.2.3, где приведены годографы вектора напряженности электрического поля первоначально линейно поляризованного импульса, имевшего

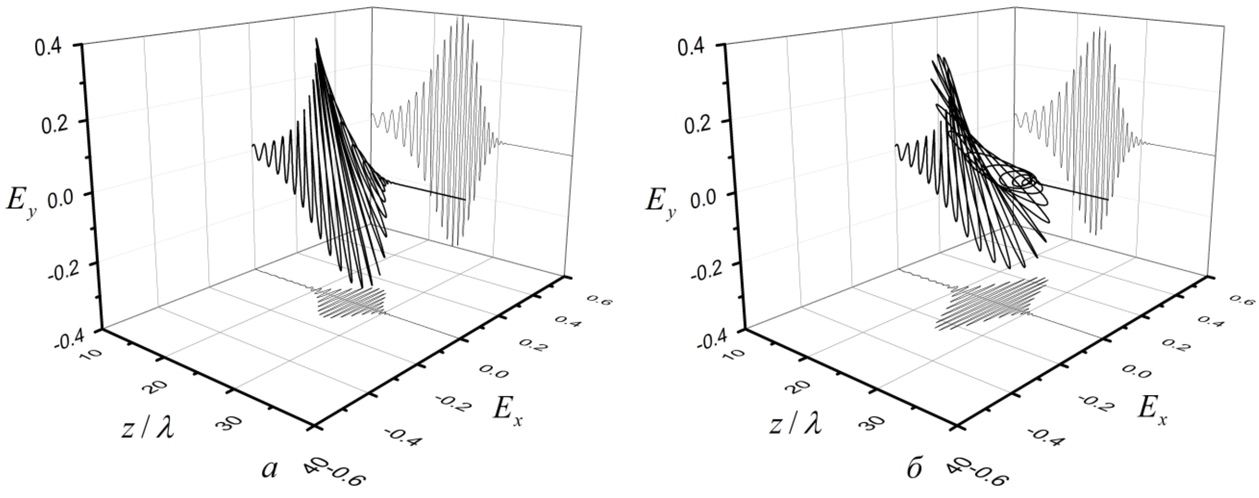


Рис. 2.2.3. Годограф вектора напряженности электрического поля в среде с сильной пространственной дисперсией после 8000 шагов по времени. Падающий импульс линейно поляризован в плоскости zy, и имеет гауссову форму огибающей с полушириной, равной двум длинам волн. Параметры среды такие же, как на рис. 2.2.1, за исключением $\gamma_1 = 1/\lambda$ (*а*) и $\gamma_1 = 2/\lambda$ (*б*).

длительность в две длины волны (около 15 фс если $\omega = 8.61 \cdot 10^{14}$ рад/с), после восьми тысяч шагов по времени в толще среды, параметры которой имеют следующие значения: $\varepsilon_s = 5.25$, $\varepsilon_\infty = 2.25$, $d_1 = 0.05\lambda$, $\delta_0 = 1.64 \cdot 10^{-5}\omega$, $\omega_0 = 0.46\omega$, $\gamma_1 = 1/\lambda$ (рис. 2.2.3.*а*) и $\gamma_1 = 2/\lambda$ (рис. 2.2.3.*б*). При этом зависимость угла поворота главной оси эллипса поляризации $\Psi(z)$ не является линейной функцией координаты распространения. Последнее хорошо видно на рис. 2.2.4, где показаны зависимости $\Psi(z/\lambda)$ (сплошные линии) и $I(z/\lambda)$ (пунктирная линия) соответствующие рис. 2.2.3 (*а*) и (*б*).

Увеличение масштаба пространственной дисперсии изменяет поляризацию сравнительно длинных (20 длин волн и более) первоначально однородно линейно поляризованных импульсов в процессе их распространения в среде с пространственной дисперсией. Особенно сильно это проявляется на переднем фронте импульса, где поляризация становится эллиптической. Это иллюстрирует рис. 2.2.5, где приведен годограф вектора напряженности электрического поля первоначально линейно поляризованного импульса, имевшего длительность в двадцать длин волн, после пяти тысяч шагов по времени в толще среды при $\gamma_1 = 2/\lambda$ и $d_1 = 0.2\lambda$ (остальные параметры среды такие же, как на рис. 2.2.3). Увеличение d_1 приводит к росту степени эллиптичности эллипса поляризации на переднем фронте распространяющегося импульса.

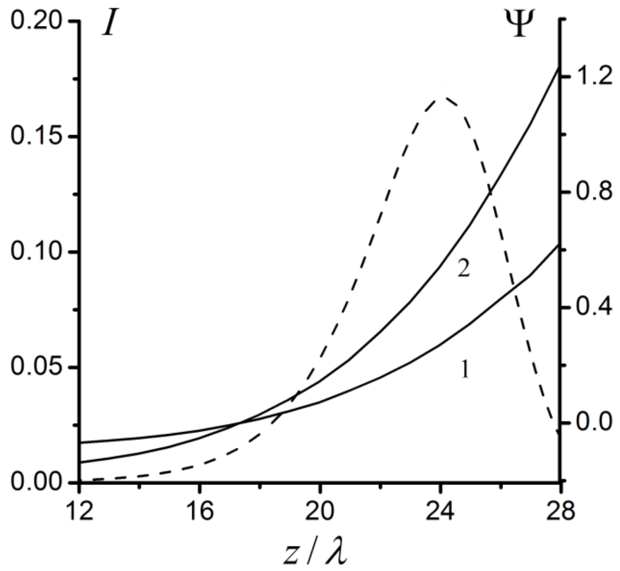


Рис. 2.2.4. Зависимость интенсивности (пунктирная линия) и углов поворота главной оси эллипса поляризации от пространственной координаты после 8000 шагов по времени. Кривые 1 и 2 построены при значении $\gamma_1 = 1/\lambda$ и $\gamma_1 = 2/\lambda$ соответственно. Остальные параметры среды такие же, как на рис. 2.2.1

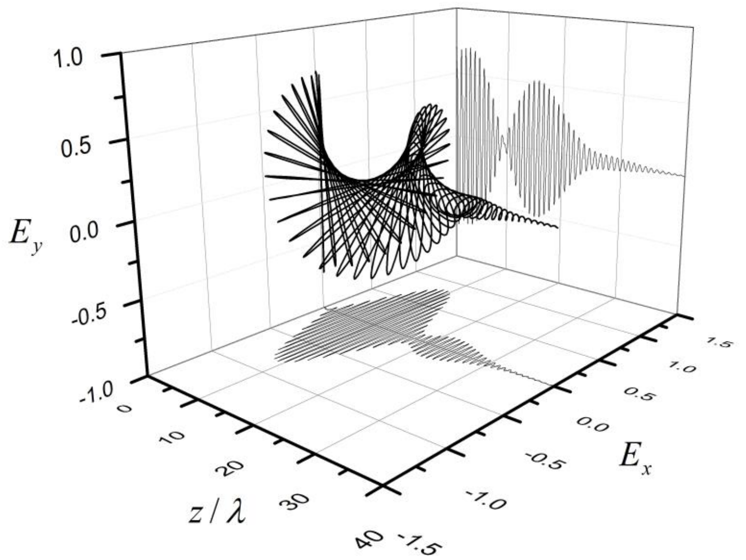


Рис. 2.2.5. Годограф вектора напряженности электрического поля в среде с сильной пространственной дисперсией после 5000 шагов по времени. Падающий импульс линейно поляризован в плоскости zy, и имеет гауссову форму огибающей с полушириной, равной 20 длинам волн. Параметры среды такие же, как на рис. 2.2.1, за исключением $\gamma_1 = 2/\lambda$ и $d_1 = 0.2\lambda$.

Зависимость $\Psi(z)$ в этом случае почти линейна, причем коэффициент пропорциональности растет как с ростом масштаба нелокальности оптического отклика d_1, так и с ростом константы γ_1, характеризующей величину недиагональных элементов тензора диэлектрической проницаемости.

§ 2.3. Модель нелинейного отклика среды с частотной и пространственной дисперсией, алгоритм FDTD вычислений и особенности самовоздействия эллиптически поляризованных импульсов длительностью в несколько осцилляций электрического поля

Пусть плоская электромагнитная волна распространяется вдоль оси z в среде с частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности. В этом случае первое из материальных уравнений (2.2.2) принимает вид: $D_i = E_i + 4\pi(P_i^L + P_i^{NL})$, где

$$P_i^{NL}(t,z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dz_1 dz_2 dz_3 \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \chi_{ijmn}^{(3)}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3) E_j(t-t_1,z_1)\cdot \\ \cdot E_m(t-t_2,z_2) E_n(t-t_3,z_3) dt_1 dt_2 dt_3. \qquad (2.3.1)$$

О явном виде функций $\chi_{ijmn}^{(3)}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3)$, характеризующей нелинейные диэлектрические свойства среды, известно немного. Независимо от класса симметрии в случае бесконечной однородной среды она должна зависеть только от разностей $z - z_{1,2,3}$, достаточно быстро спадать до нуля с ростом $|z - z_{1,2,3}|$. При переходе в (2.3.1) к пространственно-временным фурье-компонентам напряженности электрического поля и нелинейной поляризации среды вид $\chi_{ijmn}^{(3)}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3)$ должен обеспечивать в первом приближении по малому параметру d/λ переход к хорошо известному в нелинейной оптике соотношению [106,117]:

$$P_i^{NL}(\omega = \omega_1+\omega_2+\omega_3, \mathbf{k} = \mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2+\mathbf{k}_3) = [\chi_{ijmn}^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3) \\ + i\gamma_{ijmnp}^{(3,1)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3)k_{1p} + i\gamma_{ijmnp}^{(3,2)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3)k_{2p} \\ + i\gamma_{ijmnp}^{(3,3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3)k_{3p} + \dots]E_j(\omega_1,\mathbf{k}_1)E_m(\omega_2,\mathbf{k}_2)E_n(\omega_3,\mathbf{k}_3). \qquad (2.3.2)$$

При этом входящие в (2.3.2) тензоры должны обладать правильной внешней и внутренней симметрией по перестановке индексов. В случае отсутствия пространственной дисперсии и использования приближения неизменной линейной поляризации распространяющейся волны в процессе распространения тензор $\chi_{ijmn}^{(3)}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3)$ должен соответствовать широко используемой модели нелинейно-оптического отклика третьего порядка [160], одновременно учитывающей как безынерционную электронную его часть, так и эффекты комбинационного рассеяния света. И, наконец, при подстановке в (2.3.1) выражения для $\chi^{(3)}_{ijkl}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3)$, определяющая $P_i^{NL}(t,z)$ формула не должна изменяться при одновременной перестановке индексов $j \leftrightarrow k$ и аргументов $z_1 \leftrightarrow z_2$, $t_1 \leftrightarrow t_2$ (индексов $j \leftrightarrow l$ и аргументов $z_1 \leftrightarrow z_3$, $t_1 \leftrightarrow t_3$; индексов $k \leftrightarrow l$ и аргументов $z_2 \leftrightarrow z_3$, $t_2 \leftrightarrow t_3$). Перечисленым выше условиям удовлетворяет приведенное ниже выражение для $\chi^{(3)}_{ijkl}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3)$. При $z_{1,2,3} > 0$

$$\begin{aligned}
&\chi^{(3)}_{ijkl}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3) = \\
&\quad a\delta(t_1)\delta(t_2)\delta(t_3)\delta(z_1)\delta(z_2)\delta(z_3)[\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}] \\
&\quad +\delta(t_1)\delta(t_2-t_3)g_3(t_3)\delta(z-z_1)\delta(z_2-z_3)[b_1\delta_{ij}\delta_{kl}+b_2(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}) \\
&\quad +\gamma_3(z-z_3)(\delta_{xi}\delta_{yj}-\delta_{yi}\delta_{xj})\delta_{kl}]\exp[-(z-z_3)^2/d_3^2]/(\sqrt{\pi}d_3) \\
&\quad +\delta(t_2)\delta(t_1-t_3)g_3(t_1)\delta(z-z_2)\delta(z_1-z_3)[b_1\delta_{ik}\delta_{jl}+b_2(\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{il}\delta_{jk}) \\
&\quad +\gamma_3(z-z_1)(\delta_{xi}\delta_{yk}-\delta_{yi}\delta_{xk})\delta_{jl}]\exp[-(z-z_1)^2/d_3^2]/(\sqrt{\pi}d_3) \\
&\quad +\delta(t_3)\delta(t_1-t_2)g_3(t_2)\delta(z-z_3)\delta(z_1-z_2)[b_1\delta_{il}\delta_{jk}+b_2(\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{ik}\delta_{jl}) \\
&\quad +\gamma_3(z-z_2)(\delta_{xi}\delta_{yl}-\delta_{yi}\delta_{xl})\delta_{jk}]\exp[-(z-z_2)^2/d_3^2]/(\sqrt{\pi}d_3),
\end{aligned} \tag{2.3.3}$$

а при $z_{1,2,3} < 0$ $\chi^{(3)}_{ijkl}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3) \equiv 0$. Константы a, b_1 и b_2 в (2.3.3) определяют кубическую нелинейность среды, а константы γ_3 и d_3 – ее пространственную дисперсию, индексы i, j, k и l принимают значения x и y. Наличие в (2.3.3) экспоненциальной зависимости обусловлено исключительно требованием быстрого стремления к нулю функции $\chi^{(3)}_{ijkl}(t_1,t_2,t_3,z,z_1,z_2,z_3)$ с ростом $|z-z_{1,2,3}|$ и схожестью с $\chi^{(1)}_{ij}(t_1,z,z_1)$ (см. формулы (2.2.4) и (2.2.5)). Множители $g^{(3)}(t_{1,2,3})$ в (2.3.3) выберем в виде

$$g^{(3)}(\tilde{t}) = (\tau_1^2+\tau_2^2)(\tau_1\tau_2^2)^{-1}\exp(-\tilde{t}/\tau_2)\sin(\tilde{t}/\tau_1), \tag{2.3.4}$$

подробно обоснованном в работе [153] и в приведенной в ней литературе. Здесь τ_1^{-1} и τ_2 резонансная частота и время релаксации комбинационно-активной моды, отношения b_1/a и b_2/a определяют относительный вклад керровского и рамановского механизмов нелинейности. Подставляя (2.3.3), (2.3.4) в (2.3.1), легко получить при $\gamma_3 = d_3 = 0$ (при отсутствии пространственной дисперсии) соотношение:

$$\begin{aligned}
P_i^{NL}(\omega=\omega_1+\omega_2+\omega_3,\mathbf{k}=\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2+\mathbf{k}_3) = (\tilde{\alpha}_1(\omega_1,\omega_2,\omega_3)\delta_{ij}\delta_{mn} + \\
+\tilde{\alpha}_2(\omega_1,\omega_2,\omega_3)\delta_{im}\delta_{jn}+\tilde{\alpha}_3(\omega_1,\omega_2,\omega_3)\delta_{in}\delta_{jm})\cdot \\
\cdot E_j(\omega_1,\mathbf{k}_1)E_m(\omega_2,\mathbf{k}_2)E_n(\omega_3,\mathbf{k}_3),
\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

также следующее из (2.3.2), если класс симметрии среды $\infty\infty m$ (изотропная негиротропная среда). Входящие в (2.3.5) константы $\tilde{\alpha}_{1,2,3}$ выражаются через параметры модели: $\tilde{a}_{1,2,3} = a + b_1\tilde{g}_3(\omega_{2,1,1} + \omega_{3,3,2}) + b_2(\tilde{g}_3(\omega_{1,2,1} + \omega_{3,3,3}) + \tilde{g}_3(\omega_{1,1,2} + \omega_{2,2,3}))$, где $\tilde{g}_3(\omega) = -(\tau_1^{-2} + \tau_2^{-2})(\omega^2 - \tau_1^{-2} - \tau_2^{-2} + 2i\omega/\tau_2)^{-1}$. Зависимости (2.3.3) не только удовлетворяют всем вышеперечисленным требованиям для функции $\chi_{ijkl}^{(3)}(t_1, t_2, t_3, z, z_1, z_2, z_3)$, но и позволяют не упустить специфические особенности взаимодействия излучения с веществом [161], появляющиеся благодаря наличию тонкого приповерхностного переходного слоя (размером порядка $\max\{d_1, d_3\}$), диэлектрические свойства которого отличаются от характеристик толщи среды.

С учетом (2.2.4), (2.3.3) формулы (2.2.2), (2.3.1) принимают вид:

$$P_x^L(t,z) = \int_0^\infty g_1(t')f_1(t-t',z)dt' + \xi_x\gamma_1\int_0^\infty g_1(t')f_4(t-t',z)dt', \tag{2.3.6}$$

$$P_y^L(t,z) = \int_0^\infty g_1(t')f_2(t-t',z)dt' + \xi_y\gamma_1\int_0^\infty g_1(t')f_3(t-t',z)dt', \tag{2.3.7}$$

$$\begin{aligned} P_x^{NL}(t,z) = {} & 3aE_x(t,z)(E_x^2(t,z) + E_y^2(t,z)) + 6b_2E_x(t,z)\int_0^\infty g_3(t')f_5(t-t',z)dt' \\ & +6b_2E_y(t,z)\int_0^\infty g_3(t')f_7(t-t',z)dt' \\ & +3b_1E_x(t,z)\int_0^\infty g_3(t')[f_5(t-t',z) + f_6(t-t',z)]dt' \\ & +3\zeta_x\gamma_3E_y(t,z)\int_0^\infty g_3(t')f_8(t-t',z)dt', \end{aligned} \tag{2.3.8}$$

$$\begin{aligned} P_y^{NL}(t,z) = {} & 3aE_y(t,z)(E_x^2(t,z) + E_y^2(t,z)) + 6b_2E_y(t,z)\int_0^\infty g_3(t')f_6(t-t',z)dt' \\ & +6b_2E_x(t,z)\int_0^\infty g_3(t')f_7(t-t',z)dt' \\ & +3b_1E_y(t,z)\int_0^\infty g_3(t')[f_5(t-t',z) + f_6(t-t',z)]dt' \\ & +3\zeta_y\gamma_3E_x(t,z)\int_0^\infty g_3(t')f_8(t-t',z)dt', \end{aligned} \tag{2.3.9}$$

где $\zeta_x = 1$, $\zeta_y = -1$, а

$$f_1(t,z) = \int_{-\infty}^\infty \exp[-z_1^2/d_1^2]/(\sqrt{\pi}d_1)E_x(t,z-z_1)dz_1, \tag{2.3.10}$$

$$f_2(t,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp[-z_1^2/d_1^2]/(\sqrt{\pi}d_1)E_y(t,z-z_1)dz_1\,, \tag{2.3.11}$$

$$f_3(t,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} z_1\exp[-z_1^2/d_1^2]/(\sqrt{\pi}d_1)E_x(t,z-z_1)dz_1\,, \tag{2.3.12}$$

$$f_4(t,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} z_1\exp[-z_1^2/d_1^2]/(\sqrt{\pi}d_1)E_y(t,z-z_1)dz_1\,, \tag{2.3.13}$$

$$f_5(t,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp[-z_1^2/d_3^2]/(\sqrt{\pi}d_3)E_x^2(t,z-z_1)dz_1\,, \tag{2.3.14}$$

$$f_6(t,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp[-z_1^2/d_3^2]/(\sqrt{\pi}d_3)E_y^2(t,z-z_1)dz_1\,, \tag{2.3.15}$$

$$f_7(t,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp[-z_1^2/d_3^2]/(\sqrt{\pi}d_3)E_x(t,z-z_1)E_y(t,z-z_1)dz_1\,, \tag{2.3.16}$$

$$f_8(t,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} z_1\exp[-z_1^2/d_3^2]/(\sqrt{\pi}d_3)(E_x^2(t,z-z_1)+E_y^2(t,z-z_1))dz_1\,. \tag{2.3.17}$$

Функции

$$F_s(t,z) = \frac{\omega_0^2(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)}{(\omega_0^2-\delta_0^2)^{1/2}}\int\limits_0^{\infty} \exp(-\delta_0 t_1)\sin([\omega_0^2-\delta_0^2]^{1/2}t_1)\,f_s(t-t_1,z)dt_1\,, \tag{2.3.18}$$

$$F_h(t,z) = \frac{\tau_1^2+\tau_2^2}{\tau_1\tau_2^2}\int\limits_0^{\infty} \exp(-t_1/\tau_2)\sin(t_1/\tau_1)\,f_h(t-t_1,z)dt_1\,, \tag{2.3.19}$$

удовлетворяющие системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2}{dt^2}F_s + 2\delta_0\frac{d}{dt}F_s + \omega_0^2 F_s = \omega_0^2(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)f_s\,, \tag{2.3.20}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}F_h + \frac{2}{\tau_2}\frac{d}{dt}F_h + \left(\frac{1}{\tau_1^2}+\frac{1}{\tau_2^2}\right)F_h = \left(\frac{1}{\tau_1^2}+\frac{1}{\tau_2^2}\right)f_h \tag{2.3.21}$$

с нулевыми начальными условиями позволяют записать материальное уравнение связывающее индукцию и напряженность электрического поля в следующем виде:

$$\begin{aligned} D_x = E_x &+ (\varepsilon_\infty - 1)(f_1 + \gamma_1\zeta_x f_4) + (F_1 + \gamma_1\zeta_x F_4) \\ &+ 12\pi\{aE_x(t,z)[E_x^2(t,z)+E_y^2(t,z)] + b_1E_x(t,z)\left(F_5+F_6\right) \\ &+ 2b_2E_x(t,z)F_5 + 2b_2E_y(t,z)F_7 + \gamma_3\zeta_x E_y(t,z)F_8\}. \end{aligned} \tag{2.3.22}$$

$$\begin{aligned} D_y = E_y &+ (\varepsilon_\infty - 1)(f_2 + \gamma_1\zeta_y f_3) + (F_2 + \gamma_1\zeta_y F_3) \\ &+ 12\pi\{aE_y(t,z)[E_x^2(t,z)+E_y^2(t,z)] + b_1E_y(t,z)\left(F_5+F_6\right) \\ &+ 2b_2E_y(t,z)F_6 + 2b_2E_x(t,z)F_7 + \gamma_3\zeta_y E_x(t,z)F_8\}. \end{aligned} \tag{2.3.23}$$

В (2.3.18) – (2.3.21) $s = 1, 2, 3, 4$, а $h = 5, 6, 7, 8$.

При численном решении (2.2.1), (2.3.20) – (2.3.23) мы использовали равномерную сетку $z_m = m\Delta z$, $t_n = n\Delta t$, где $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Значения M и N определялись соответственно длиной среды и промежутком времени, в течение которого анализировалось распространение импульса. Функции $f_{1,2,\dots,8}$ в (2.3.18), (2.3.19) и (2.3.22), (2.3.22), а также в разностных аналогах уравнений (2.3.20), (2.3.21), заменялись соотношениями:

$$f_{1,2}(t_n, z_m) = \sum_{l=0}^{M-1} \frac{\exp[-(m-l)^2(\Delta z)^2/d_1^2]}{\sqrt{\pi}d_1} E_{x,y}(n\Delta t, l\Delta z)\Delta z = f_{1,2}^{n,m}, \tag{2.3.24}$$

$$f_{3,4}(t_n, z_m) = \sum_{l=0}^{M-1} \frac{\exp[-(m-l)^2(\Delta z)^2/d_1^2]}{\sqrt{\pi}d_1} E_{x,y}(n\Delta t, l\Delta z)(m-l)(\Delta z)^2 = f_{3,4}^{n,m}, \tag{2.3.25}$$

$$f_{5,6}(t_n, z_m) = \sum_{l=0}^{M-1} \frac{\exp[-(m-l)^2(\Delta z)^2/d_3^2]}{\sqrt{\pi}d_3} E_{x,y}^2(n\Delta t, l\Delta z)\Delta z = f_{5,6}^{n,m}, \tag{2.3.26}$$

$$f_7(t_n, z_m) = \sum_{l=0}^{M-1} \frac{\exp[-(m-l)^2(\Delta z)^2/d_3^2]}{\sqrt{\pi}d_3} E_x(n\Delta t, l\Delta z)E_y(n\Delta t, l\Delta z)\Delta z = f_7^{n,m}, \tag{2.3.27}$$

$$\begin{gathered} f_8(t_n, z_m) = \sum_{l=0}^{M-1} \frac{\exp[-(m-l)^2(\Delta z)^2/d_3^2]}{\sqrt{\pi}d_3} \\ \cdot[E_x^2(n\Delta t, l\Delta z) + E_y^2(n\Delta t, l\Delta z)](m-l)(\Delta z)^2 = f_8^{n,m} \end{gathered}, \tag{2.3.28}$$

Это позволило найти из (2.3.20), (2.3.21) значения функций $F_{1,2,\dots,8}(t_{n+1}, z_m)$ и в итоге получить из равенств (2.3.22), (2.3.23) систему $2M$ нелинейных уравнений

$$\begin{gathered} D_{x,y}^{n+1,m} = D_{x,y}(t_{n+1}, z_m) = \Phi_{x,y}^{n+1,m}(E_x^{n+1,0},\, E_x^{n+1,1}, \dots, E_x^{n+1,s}, \dots, E_x^{n+1,M-1},\, E_y^{n+1,0}, \\ E_y^{n+1,1}, \dots, E_y^{n+1,s}, \dots, E_y^{n+1,M-1}) \end{gathered} \tag{2.3.29}$$

для значений координат вектора напряженности электрического поля $E_{x,y}(t_{n+1}, z_m) = E_{x,y}^{n+1,m}$. В (2.3.29) и далее индексы l и s принимают значения $0, 1, 2, \dots, m, \dots, M-1$, а вид функций $\Phi_{x,y}^{n+1,m}$ при каждом m определяется формулами (2.3.22),(2.3.23) (с учетом соотношений (2.3.24) – (2.3.28)).

При реализации алгоритма численного интегрирования по значению напряженности электрического поля в момент времени t_n сначала находилась напряженность магнитного поля в момент времени $t_n + \Delta t/2$, а затем индукция электрического поля $D_{x,y}^{n+1,m}$ в момент времени $t_n + \Delta t$. На завершающем этапе решалась система (2.3.29) с помощью итерационного метода ньютоновского типа, на каждом шаге которого определялся очередной элемент последовательности $\{E_{x,y}^{n+1,m}\}_k$, сходящейся к напряженности электрического поля $E_{x,y}^{n+1,m}$. Численное значение $\{E_{x,y}^{n+1,m}\}_k$ находилось в результате решения следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} &J_{ij}^{m,l}[\{E_j^{n+1,l}\}_k - \{E_j^{n+1,l}\}_{k-1}] = \\ &\qquad D_i^{n+1,m} - \Phi_i^{n+1,m}(\{E_x^{n+1,0}\}_{k-1},\, \{E_x^{n+1,1}\}_{k-1},\, \dots,\{E_x^{n+1,s}\}_{k-1},\, \dots, \\ &\qquad \{E_x^{n+1,M-1}\}_{k-1},\, \{E_y^{n+1,0}\}_{k-1}, \{E_y^{n+1,1}\}_{k-1},\, \dots,\{E_y^{n+1,s}\}_{k-1},\, \dots,\{E_y^{n+1,M-1}\}_{k-1}). \end{aligned} \qquad (2.3.30)$$

В (2.3.30) $i, j = x, y$, $s = 0, 1, 2, \dots, m, \dots, M-1$, по дважды встречающимся индексам j и $l = 0, 1, 2, \dots, m, \dots, M-1$ производится суммирование. Элементы блочной матрицы $J_{ij}^{m,l} = \partial\Phi_i^{n+1,m} / \partial E_j^{n+1,l}$ размерности $2M \times 2M$ вычислены при $E_j^{n+1,l} = \{E_j^{n+1,l}\}_{k-1}$. Если характеристики среды $d_{1,3}$ такие, что $\max\{d_1, d_3\}$ намного меньше ее длины L, то $J_{ij}^{m,l}$ – разреженная матрица, число ненулевых элементов которой порядка $\max\{d_1, d_3\}L/(\Delta z)^2$. В этом случае при решении линейной алгебраической задачи (2.3.30) может быть использован метод минимальных невязок (GMRES) [159].

Пусть эллиптически поляризованный световой импульс гауссовой формы нормально падает из вакуума на плоскую границу $z = 0$ среды, обладающей частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности (предельная группа симметрии $\infty\infty$). Будем считать, что в начальный момент времени $t = 0$ декартовы компоненты вектора напряженности его электрического поля не зависят от x и y и задаются формулами:

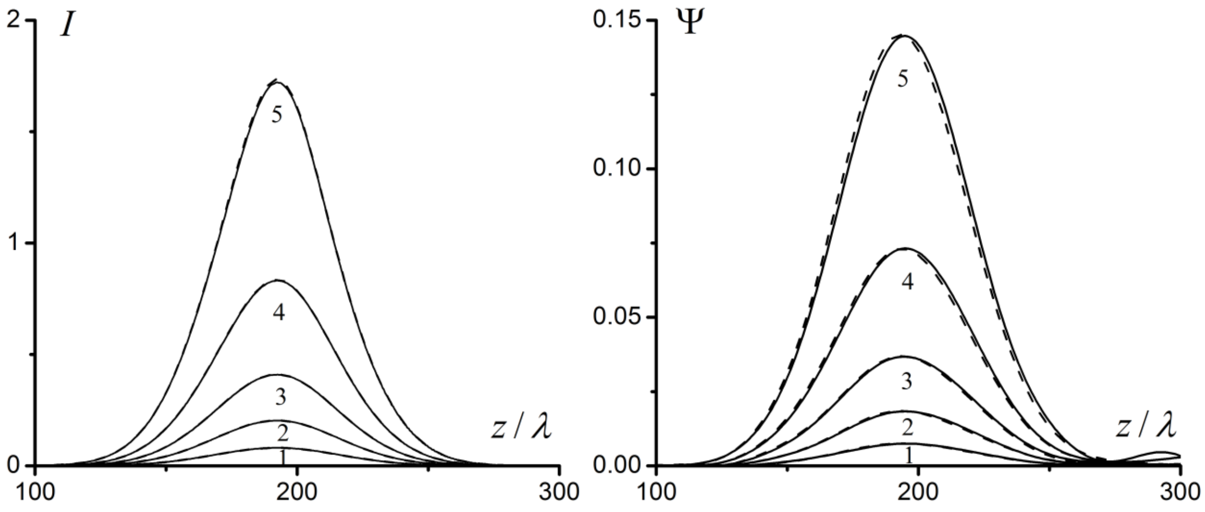
$$E_x(z, t=0) = \left(\frac{PI_0}{2}\left(1 - \sqrt{1 - M_0^2}\right)\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{(z - z_0)^2}{w_0^2}\right) \cdot \mathrm{sign}(M_0) \cdot \sin\left(\frac{2\pi(z - z_0)}{\lambda}\right), \qquad (2.3.31а)$$

$$E_y(z, t=0) = \left(\frac{PI_0}{2}\left(1 + \sqrt{1 - M_0^2}\right)\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{(z - z_0)^2}{w_0^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi(z - z_0)}{\lambda}\right), \qquad (2.3.31б)$$

где λ длина волны в вакууме, соответствующая центральной частоте спектра ω падающего на среду импульса. При достаточно больших значениях полуширины w_0 множители перед косинусом и синусом в (2.3.31) могут рассматриваться, как медленно меняющиеся амплитуды. В этом случае в точке $z = z_0$ достигается максимальное значение безразмерной интенсивности $I = (E_x^2 + E_y^2) / I_0$ равное P. Пользуясь (2.2.15), (2.2.16) легко показать, что падающий импульс при всех значениях z и t имеет степень эллиптичности эллипса поляризации равную M_0, а его главная ось параллельна оси y. Для сред с симметрией $\infty\infty$ такой выбор осей всегда можно осуществить.

Как и в [158], ω будем считать равной $8.61\cdot10^{14}$ рад$\cdot$с$^{-1}$ ($\lambda\approx2.19$ мкм), что при $w_0=100\lambda$ соответствует эффективной длительности импульса в вакууме ≈730 фс. Пусть при $t=0$ максимум интенсивности эллиптически поляризованного импульса ($M_0=0.1$) находился на расстоянии 400 длин волн от границы среды, параметры которой задавались равенствами: $\varepsilon_s=5.25$, $\varepsilon_\infty=2.25$, $\delta_0=1.64\cdot10^{-5}\omega$, $\omega_0=0.46\omega$, $\tau_1=10.5/\omega$ (≈12.2 фс), $\tau_2=27.6/\omega$ (≈32 фс) [153]. Самовоздействие длинного импульса, спектр которого находится вдали от резонансов нелинейно-оптического отклика изотропной среды, при исследовании в рамках метода медленно меняющихся амплитуд будет характеризоваться (см. § 1.2) только двумя компонентами тензора $\hat{\chi}^{(3)}$: $\chi^{(3)}_{xyxy}=a+b_1\tilde{g}_3(0)+b_2(\tilde{g}_3(0)+\tilde{g}_3(2\omega))$ и $\chi^{(3)}_{xxyy}=a+b_1\tilde{g}_3(2\omega)+2b_2\tilde{g}_3(0)$. Для керровского механизма нелинейности ($b_1=b_2=0$) $\chi^{(3)}_{xyxy}=\chi^{(3)}_{xxyy}$, а для рамановского ($a=0$) $\chi^{(3)}_{xyxy}/\chi^{(3)}_{xxyy}$ зависит от b_1, b_2, τ_1, τ_2 и ω. Различные механизмы нелинейности идентично влияют на распространение импульса, описываемое в рамках метода медленно меняющихся амплитуд, если они задают одни и те же значения $\chi^{(3)}_{xyxy}$ и $\chi^{(3)}_{xxyy}$.

На рис. 2.3.1 приведены найденные в результате численного решения по предложенному в настоящей работе алгоритму зависимости интенсивности (*а*) и зависящего от интенсивности угла поворота главной оси эллипса поляризации (*б*) импульса, прошедшего в нелинейной среде без пространственной дисперсии ($\gamma_{1,3}=0$, $d_{1,3}=0$) расстояние около двухсот длин волн, от координаты z. Это расстояние много меньше чем длина дисперсионного расплывания рассматриваемого импульса при выбранных параметрах модели линейного оптического отклика. Поэтому последний при таких значениях параметров излучения и среды ($\varepsilon_s=5.25$ $\varepsilon_\infty=2.25$, $\gamma_1=0$, $d_1=0$, $\delta_0=1.64\cdot10^{-5}\omega$, $\omega_0=0.46\omega$, $\gamma_{1,3}=0$, $d_{1,3}=0$, $\tau_1=10.5/\omega$, $\tau_2=27.6/\omega$) не оказывает существенного влияния на профиль интенсивности распространяющегося импульса. Сплошные кривые на рис. 2.3.1 построены при $a=2\cdot10^{-4}\cdot I_0^{-1}$, $b_1=0$, $b_2=0$, пунктирные кривые – $a=0$, $b_1=1\cdot10^{-4}\cdot I_0^{-1}$, $b_2=1\cdot10^{-4}\cdot I_0^{-1}$. Значения параметров, характеризующих кубическую нелинейность среды, выбраны такими, чтобы при их подстановке в формулу (2.3.3) и последующего вычисления на ее основе входящего в (2.3.2) тензора $\chi^{(3)}_{ijmn}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3)$ при выбранных в этой работе τ_1 и τ_2 получалось одно и то же значение компонент $\chi^{(3)}_{xxyy}(\omega;-\omega,\omega,\omega)$, $\chi^{(3)}_{xyxy}(\omega;-\omega,\omega,\omega)$.



а *б*

Рис. 2.3.1. Зависимости интенсивности I (*а*) и угла поворота главной оси эллипса поляризации Ψ (*б*) импульса, прошедшего в нелинейной среде расстояние порядка двухсот длин волн, от пространственной координаты z/λ при $a = 2 \cdot 10^{-4} \cdot I_0^{-1}$, $b_1 = 0$, $b_2 = 0$ (сплошные линии) и $a = 0$, $b_1 = 1 \cdot 10^{-4} \cdot I_0^{-1}$, $b_2 = 1 \cdot 10^{-4} \cdot I_0^{-1}$ (пунктирные линии). Кривые 1 – 5 соответствуют $P = 0.1;\ 0.25;\ 0.5;\ 1;\ 2$ ($w_0 = 100\lambda$, $M_0 = 0.1$).

Практически полное совпадения сплошных и пунктирных линий говорит о малом влияния частотной дисперсии кубической нелинейности на эффект самовращения эллипса поляризации при таких интенсивностях и длительностях падающих импульсов. После прохождения расстояния равного нескольким сотням длин волн форма распространяющегося импульса практически не отличается от падающего, степень его эллиптичности постоянна, а зависимость угла поворота главной оси эллипса поляризации от координаты распространения фактически повторяет график зависимости $I(z/\lambda)$ (различие становится едва заметным, начиная с $P = 2$).

Проведенные численные расчеты показали, что при малых значениях интенсивности падающего излучения в достаточно широком диапазоне значений параметров нелинейной среды угол поворота главной оси эллипса поляризации распространяющегося в ней длинного импульса, вычисленный при разных значениях I_0 и M_0 в точках, где его интенсивность максимальна, оказывается пропорциональным I_0 и M_0. При этом вращения эллипса поляризации не происходит, если $M_0 = 0$. Такая зависимость Ψ от M_0 и I_0 полностью соответствует предсказанному в [115] вращению эллипса поляризации плоской электромагнитной волны в обладающей кубической нелинейностью изотропной среде. В последнем случае угол поворота $\Psi \sim \chi^{(3)}_{xxyy}(\omega;-\omega,\omega,\omega)M_0 P I_0 z$.

При больших интенсивностях падающего излучения благодаря нелинейному оптическому отклику среды происходит изменение формы временной огибающей лазерного импульса в процессе распространения. Одновременно изменяется вид зависимости угла поворота главной оси его эллипса поляризации от z. При этом керровский (рис. 2.3.2 *а*) и рамановский (рис. 2.3.2 *б*) механизмы нелинейности, приводящие к одинаковым значениям $\chi^{(3)}_{xyxy}$ и $\chi^{(3)}_{xxyy}$ при $P \approx 10$ дают разные зависимости от координаты распространения интенсивности (сплошные кривые), степени эллиптичности эллипса поляризации (пунктирные кривые) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (точки) лазерного импульса, прошедшего в нелинейной среде расстояние порядка двухсот длин волн. При таких интенсивностях это происходит из-за сильного уширения спектра импульса, делающего невозможным применение системы уравнений (1.2.1). Достаточно резкие изменения I, M и Ψ позволяют сделать вывод о том, что метод медленно меняющихся амплитуд в ряде случаев может давать неверные

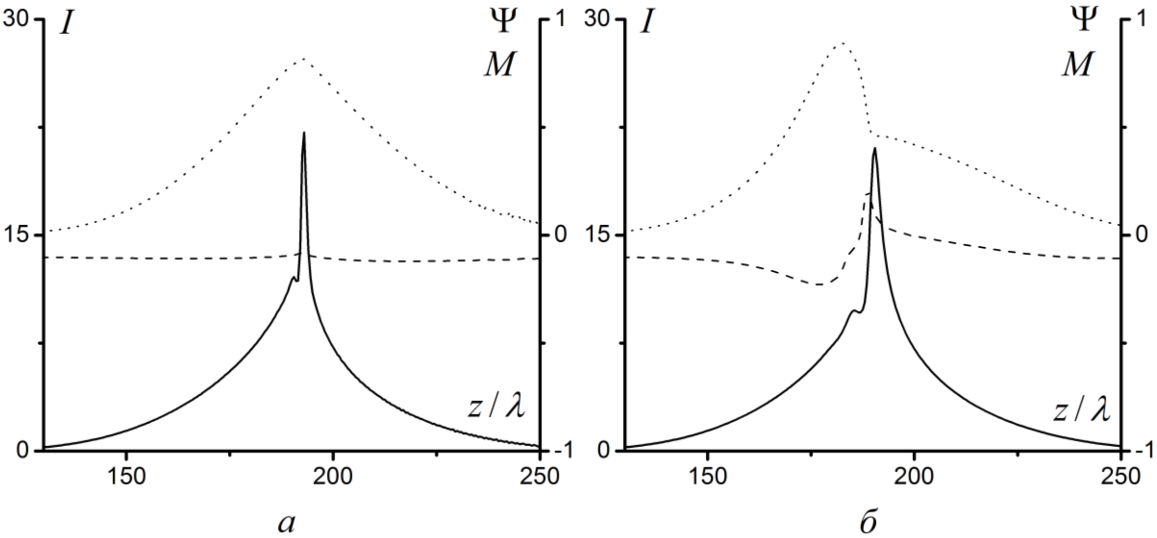


Рис. 2.3.2. Зависимость интенсивности (сплошные линии), степени эллиптичности (пунктирные линии) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (точки) импульса, прошедшего в нелинейной среде расстояние порядка двухсот длин волн, от координаты распространения при $P = 10$ и $a = 2 \cdot 10^{-4} \cdot I_0^{-1}$, $b_1 = 0$, $b_2 = 0$ (*а*); $a = 0$, $b_1 = 1 \cdot 10^{-4} \cdot I_0^{-1}$, $b_2 = 1 \cdot 10^{-4} \cdot I_0^{-1}$ (*б*). Остальные параметры излучения и среды совпадают с теми, при которых построен рис. 2.3.1.

результаты и при распространении достаточно длинных импульсов.

Эффекты, связанные с наличием нелокальности линейного оптического отклика подробно обсуждались ранее. С целью показать, как происходит зависящее от пространственной дисперсии кубической нелинейности изменение поляризации импульса, рис. 2.3.3 был построен при $\gamma_1 = 0$ и $d_1 = 0$. На нем приведены зависимости интенсивности (сплошные линии), степени эллиптичности (пунктирные линии) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (точки) длинного импульса, прошедшего в среде расстояние порядка шестисот длин волн, от координаты распространения. Зависимость $\Psi(z/\lambda)$ практически повторяет график $I(z/\lambda)$. Точка достижения максимума угла поворота главной оси эллипса поляризации оказывается смещенной в сторону распространения импульса (рис. 2.3.3 а). Это связано с тем, что передний фронт импульса проходит в среде большее расстояние, и соответствующая ему часть импульса вращается сильнее, чем его хвостовая часть. С увеличением расстояния, которое проходит в среде падающий импульс, сближаются значения z, при которых достигаются максимальные значения интенсивности и угла поворота главной оси эллипса поляризации.

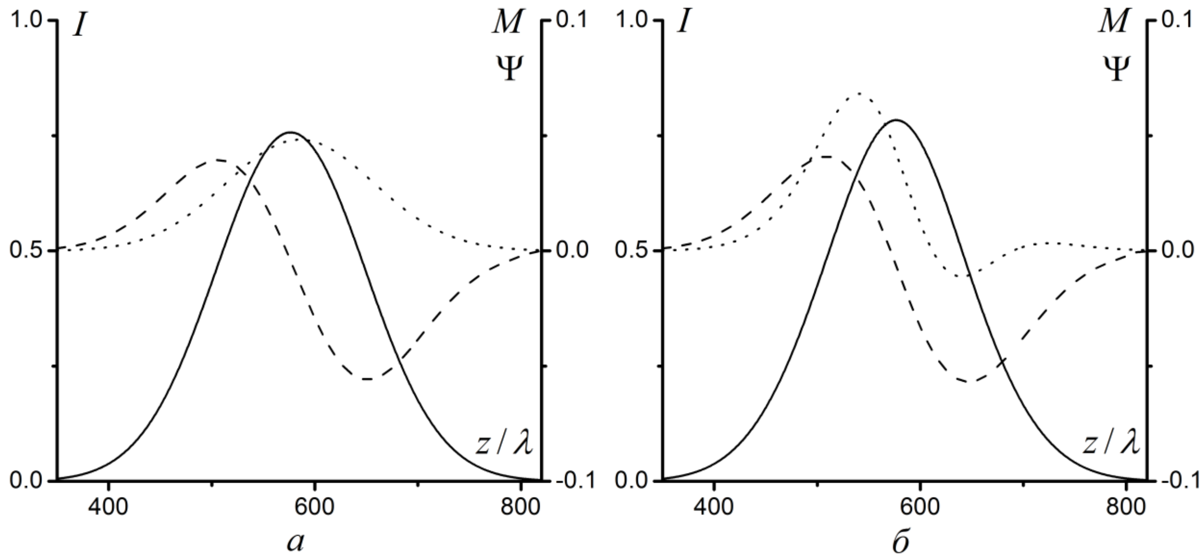


Рис. 2.3.3. Зависимость интенсивности (сплошные линии), степени эллиптичности (пунктирные линии) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (точки) импульса, прошедшего в нелинейной среде расстояние порядка шестисот длин волн, от z/λ. Интенсивность падающего импульса $P=1$, его полуширина $w_0 = 300\lambda$, а степень эллиптичности $M_0 = 0$. Параметры нелинейной среды $\gamma_3 = 0.1\cdot(\lambda I_0)^{-1}$, $d_3 = 0.05\lambda$, $a=0$, $b_1 = b_2 = 2\cdot 10^{-6}\cdot I_0^{-1}$ (*а*) и $b_1 = b_2 = 2\cdot 10^{-4}\cdot I_0^{-1}$ (*б*), остальные совпадают с теми, при которых построен рис. 2.3.1.

Первоначально линейно поляризованный длинный импульс в процессе распространения становится эллиптически поляризованным, причем его передняя и задняя части приобретают степень эллиптичности различных знаков. Это обусловлено различием зависящих от интенсивности добавок к эффективным показателям преломления циркулярно поляризованных компонент электрического поля в среде с пространственной дисперсией, приводящим, в частности, к различию групповых скоростей циркулярно поляризованных волн. Если $\chi_{xxyy}^{(3)}$ мало, то начало и конец распространяющегося импульса поворачиваются в одну сторону (см. рис. 2.3.3 *а*). Увеличение $\chi_{xxyy}^{(3)}$ (при фиксированном γ_3) приводит к несимметричной зависимости $\Psi(z/\lambda)$ относительно центра распространяющегося длинного импульса (см. рис. 2.3.3 *б*). В этом случае его начало и конец поворачиваются в противоположные стороны. При уменьшении длительности входного импульса зависимости $I(z/\lambda)$, $M(z/\lambda)$ и $\Psi(z/\lambda)$ становится еще более нерегулярными. Особенно сильно это проявляется, если w_0 становится порядка $c\tau_2$. Зависимость угла поворота главной оси эллипса поляризации распространяющегося в среде импульса, вычисленная в точке достижения максимума его интенсивности, оказывается линейной функцией P в широком диапазоне значений параметров падающего излучения и среды с пространственной дисперсией кубической нелинейности. Кроме того, вращение эллипса поляризации исчезает при $\gamma_3 = 0$ и $d_3 = 0$.

В случае предельно коротких импульсов, составляющих (несколько периодов колебаний светового поля) длина дисперсионного расплывания, вычисленная на основе параметров, используемых в линейной части модели оптического отклика вещества, уменьшается до десятков длин волн. Благодаря нелинейности среды, а также нелокальности ее линейного и нелинейного оптического отклика, падающий линейно поляризованный вдоль оси y импульс приобретает в процессе распространения ортогональную компоненту электрического поля. О характере изменения E_x и E_y в этом случае удобно судить по виду годографа – кривой в пространстве переменных $E'_x = E_x/(PI_0)^{1/2}$, $E'_y = E_y/(PI_0)^{1/2}$ и z, которую описывает конец вектора напряженности электрического поля. Пример такого годографа для импульса с первоначальной шириной в пять длин волн после его прохождения в нелинейной среде расстояния в сорок длин волн приведен на рис. 2.3.4 при $P = 2.5$ (а) и $P = 5$ (б). Линия, лежащая в плоскости $E'_x = \mathrm{const}$, показывает зависимость $E'_y(z/\lambda)$, а кривая, расположенная в плоскости $E'_y = \mathrm{const}$, соответствует $E'_x(z/\lambda)$. Видно, что при увеличении интенсивности растет доля электрического поля, перекачанного в ортогональную компоненту. Годограф имеет вид слегка деформированной в различных направлениях спирали переменного радиуса, ось которой параллельна z. При этом говорить о поляризации импульса становится сложно.

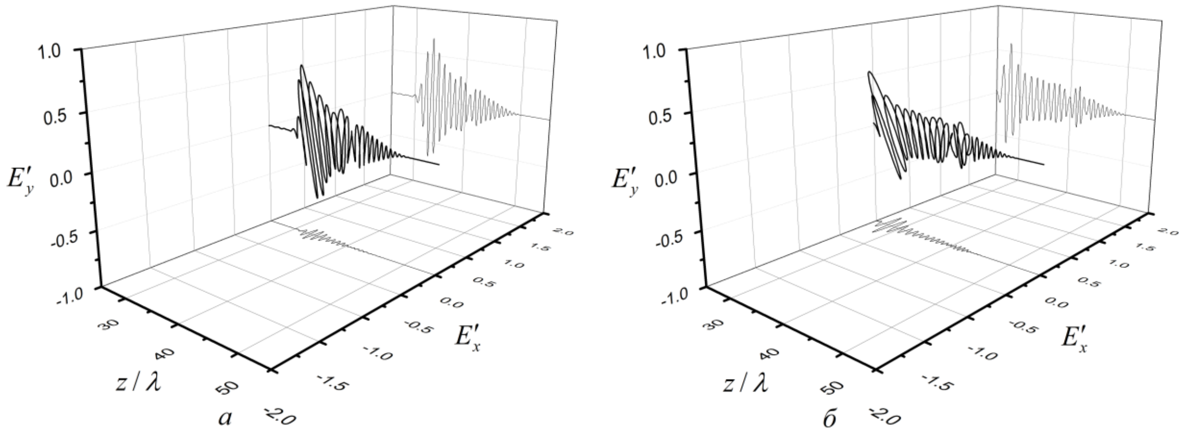


Рис. 2.3.4. Годограф вектора напряженности электрического поля импульса прошедшего в нелинейной среде сорок длин волн при $P = 2.5$ (*а*) и $P = 5$ (*б*). Ширина падающего линейно поляризованного импульса пять длин волн. Параметры нелинейной среды $\gamma_3 = -0.1 \cdot (\lambda I_0)^{-1}$, $d_3 = 0.05\lambda$, $a = 0$, $b_1 = b_2 = 10^{-3} \cdot I_0^{-1}$, остальные совпадают с теми, при которых построен рис. 2.3.1.

В ряде случаев в процессе распространения годограф сверхкороткого импульса может поменять направление спиральной закрученности (с правой на левую или наоборот), что отражает изменение направления вращения конца вектора напряженности электрического поля. Это хорошо видно на рис. 2.3.5, где, фактически, в процессе распространения произошло разбиение импульса на две части, в которых конец вектора напряженности электрического поля вращается в различных направлениях: по часовой и против часовой стрелке.

Годограф вектора напряженности электрического поля, соответствующий распространяющемуся импульсу с начальной степенью эллиптичности $-M_0$, в изотропной нелинейной среде без пространственной дисперсии, естественно, является зеркальным отображением относительно плоскости yz годографа вектора напряженности электрического поля, соответствующего распространяющемуся импульсу с начальной степенью эллиптичности M_0. Это связано с тем, что оптические свойства такой среды одинаковы для право- и левоциркулярно поляризованного излучения.

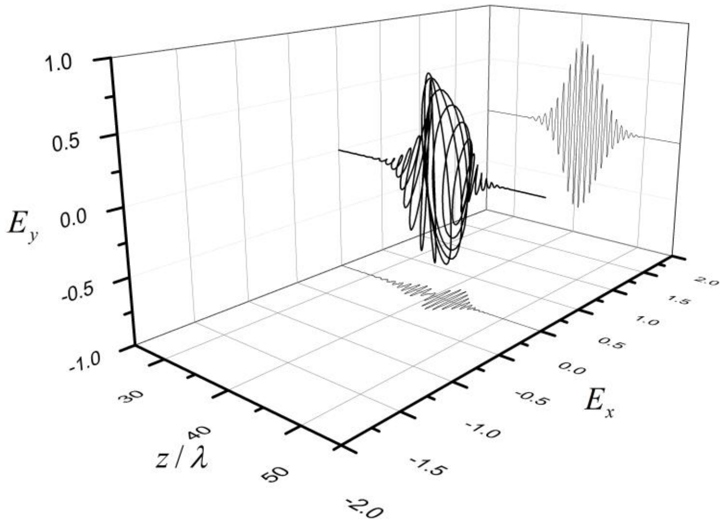


Рис. 2.3.5. Годограф вектора электрического поля импульса с пиковой интенсивностью $P = 5$ и шириной в пять длин волн после прохождения сорока длин волн в среде с пространственной дисперсией нелинейности. Параметры среды те же, при которых построен рис. 2.3.1, за исключением двух: $b_1 = b_2 = 10^{-4} \cdot I_0^{-1}$.

При наличии нелокальности нелинейного оптического отклика сверхкороткий импульс, имеющий начальную степень эллиптичности M_0 того же знака, что и $-\gamma_3 \chi^{(3)}_{xxyy}(\omega;-\omega,\omega,\omega)$, начинает вращаться быстрее, а импульс со степенью эллиптичности $-M_0$ – медленнее. В зависимости от соотношения между величинами M_0, a, b_1, b_2 и γ_3 возможны различные режимы распространения. Годографы импульсов с начальными степенями эллиптичности M_0 и $-M_0$ при распространении могут поворачиваться как в одном направлении, так и в разных направлениях, причем с разными скоростями поворота (см. рис. 2.3.6). При определенных условиях может реализоваться ситуация, когда годограф одного импульса вращается, а другого практически нет.

Численные исследования показали, что циркулярно поляризованный на входе в среду сверхкороткий импульс сохраняет состояние поляризации при распространении в среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности. Такой же результат дает и решение задачи о распространении циркулярно поляризованного импульса с использованием метода медленно меняющихся амплитуд. Отличие от нуля γ_3 обеспечивает предсказанный ранее в рамках этого метода нелинейный круговой дихроизм – зависящее от интенсивности различие в характерных длинах поглощения циркулярно

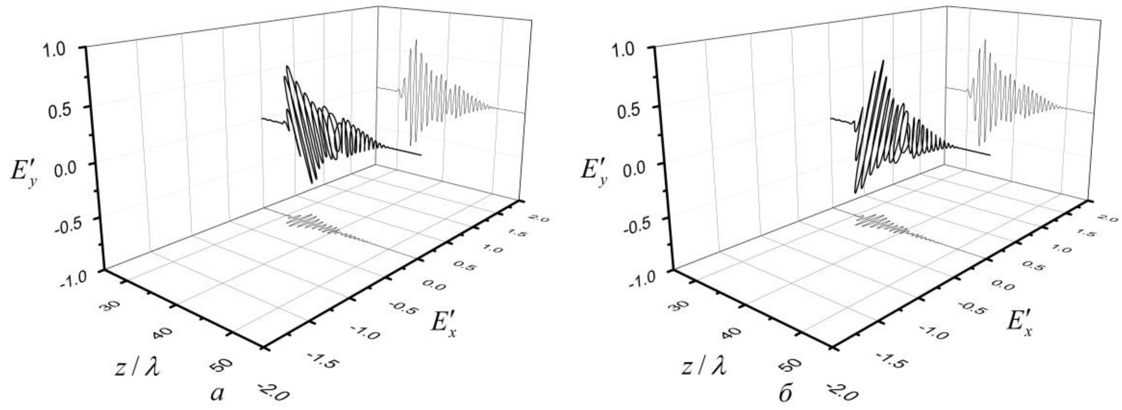


Рис. 2.3.6. Годограф вектора электрического поля импульса с единичной максимальной интенсивностью и шириной в пять длин волн после прохождения в нелинейной среде с локальным оптическим откликом расстояние в сорок длин волн при $M_0 = 0.25$ (*а*) и $M_0 = -0.25$ (*б*). Параметры среды соответствуют рис. 3, за исключением следующих: $b_1 = b_2 = 0.0025 \cdot I_0^{-1}$, $\gamma_3 = 0$ и $d_3 = 0$.

поляризованных компонент светового поля. Последнее иллюстрируется на рис. 2.3.7, где изображен годограф вектора напряженности электрического поля, соответствующего импульсу, имеющему степень эллиптичности $M_0 = -1$ (*а*) и испытавшему гораздо большее поглощение при прохождении расстояния около сорока длин волн (*б*) в нелинейной среде с пространственной дисперсией, чем сверхкороткий импульс той же интенсивности и $M_0 = 1$.

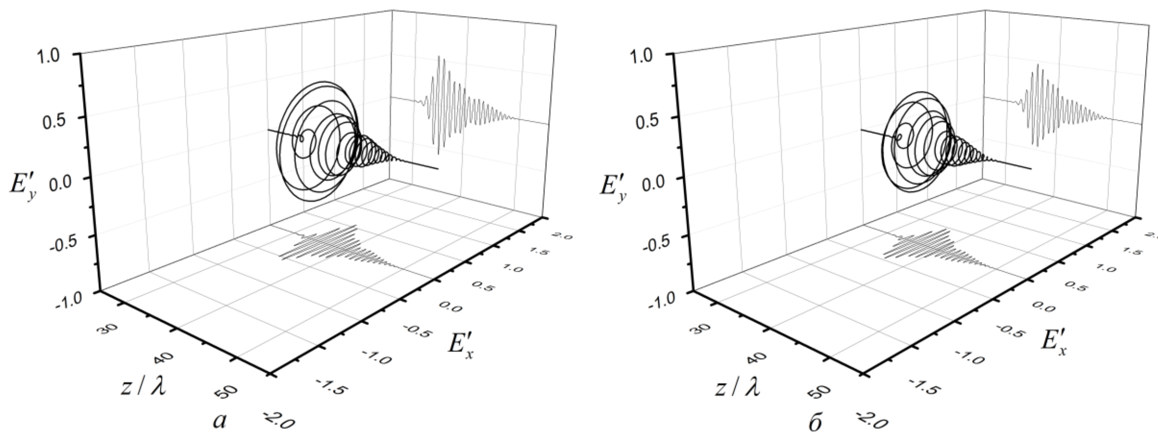


Рис. 2.3.7. Годограф вектора напряженности электрического поля, прошедшего сорок длин волн в среде с пространственной дисперсией нелинейности в случае падения циркулярно поляризованного импульса шириной в пять длин волн при $P = 2.5$, $M_0 = 1$ (*а*) и $M_0 = -1$ (*б*). Параметры среды соответствуют тем, при которых построен рис. 2.3.1.

§2.4. Формирование сверхкоротких эллиптически поляризованных уединенных волн при распространении эллиптически поляризованных импульсов специального вида в изотропных средах с безынерционной и инерционной кубическими нелинейностями

Если частотный диапазон распространяющегося вдоль оси z импульса находится вдали от частот однофотонных и нерамановских многофотонных резонансов изотропной среды, а пространственная дисперсия оптического отклика незначительна, то выражение (2.3.3) для компонент тензора кубической нелинейности значительно упрощается:

$$\begin{aligned}\chi^{(3)}_{ijkl}(t_1,t_2,t_3) = {} & a\delta(t_1)\delta(t_2)\delta(t_3)[\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}] \\ & +\delta(t_1)\delta(t_2-t_3)g_3(t_3)[b_1\delta_{ij}\delta_{kl}+b_2(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk})] \\ & +\delta(t_2)\delta(t_1-t_3)g_3(t_1)[b_1\delta_{ik}\delta_{jl}+b_2(\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{il}\delta_{jk})] \\ & +\delta(t_3)\delta(t_1-t_2)g_3(t_2)[b_1\delta_{il}\delta_{jk}+b_2(\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{ik}\delta_{jl})].\end{aligned} \tag{2.4.1}$$

В настоящем параграфе с помощью численного решения уравнений Максвелла (2.2.1) показано, что в такой среде выбор формы падающего импульса в виде солитонного решения системы нелинейных уравнений Шредингера (см. § 1.2) обеспечивает формирование в процессе его дальнейшего распространения эллиптически поляризованной уединенной волны, даже если длительность падающего импульса меньше периода колебаний электрического поля. Иными словами, сделанные в § 1.2 выводы не ограничиваются только случаем длинных импульсов.

Пусть предельно короткий импульс длительностью τ нормально падает из вакуума на плоскую границу расположенной в области $z \ge 0$ среды, тензор кубической нелинейности которой имеет вид (2.4.1). Будем считать, что декартовы компоненты вектора напряженности его электрического поля на достаточно большом расстоянии от ее плоской поверхности задаются формулами:

$$E_x(t) = (E_0/2T)[S_+(t/\tau) - S_-(t/\tau)]\sin(\omega t), \tag{2.4.2а}$$

$$E_y(t) = (E_0/2T)[S_+(t/\tau) + S_-(t/\tau)]\cos(\omega t). \tag{2.4.2б}$$

Видно, что в случае падения на среду длинного импульса начальные условия (2.4.2) приводят к формировании в ней эллиптически поляризованной уединенной волны (1.2.4), если $S_\pm(t/\tau)$ – собственные функции задачи (1.2.5) на собственные значения $\beta_\pm$ (см. § 1.2). В (2.4.2) $T = 2(1+\mathrm{Re}\{\varepsilon^{1/2}(\omega)\})^{-1}$ – модуль амплитудного коэффициента пропускания линейной среды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, $E_0 = [2k|k_2|c^2/(3\pi\omega^2\tau^2\chi^{(3)}_{xyxy})]^{1/2}$, где $\chi^{(3)}_{xyxy}(\omega;-\omega,\omega,\omega) = a + b_1\tilde{g}_3(0) + b_2[\tilde{g}_3(0)+\tilde{g}_3(2\omega)]$,

$k_2 = \partial^2 k / \partial \omega^2$, а явный вид $\tilde{g}_3(\omega)$ приведен в § 2.3 после формулы (2.3.5). Наличие T в (2.4.2) обеспечивает частичную компенсацию потерь, вызванных отражением части падающего импульса от границы среды. Отношение $\beta_\pm$ однозначно определяет закон изменения степени эллиптичности эллипса поляризации сформировавшейся уединенной волны вдоль ее временного профиля в рамках метода медленно меняющихся амплитуд (см. § 1.2).

Проведенные по изложенной в §2.3 методике численные расчеты показали, что если нелинейный отклик среды безынерционен ($b_1 = b_2 = 0$, $\chi^{(3)}_{xyxy} = \chi^{(3)}_{xxyy} = a$, типичные значения a приведены в [69]), то начальные условия (2.4.2) приводят к быстрому формированию и дальнейшему распространению на достаточно большие расстояния эллиптически поляризованной уединенной волны при всех β_+ / β_- из допустимого диапазона (см. § 1.2), даже когда полуширина падающего импульса меньше, чем период колебаний светового поля. Например, если $\tau = \lambda / 2c$, $\beta_+ = -0.5$, $\beta_- = -0.8$, то при $t = 0$ максимум интенсивности падающего импульса (2.4.2) находится на расстоянии 5λ от границы среды. Степень эллиптичности его эллипса поляризации $M(0)$ в максимуме интенсивности приблизительно равна 0.5, а главная ось этого эллипса параллельна оси Oy. В процессе его распространения $E_{x,y}(z,t)$ меняются так, что функции $|\mathbf{E}'|_{\max}(t)$ (рис. 2.4.1 *а*) и $E'_{x,y\ \max}(t)$ (рис. 2.4.1 *б*), показывающие, соответственно, временные зависимости максимальных значений модуля нормированной напряженности электрического поля в среде $|\mathbf{E}'| = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2} / E_0$ и его компонент $E'_{x,y} = E_{x,y} / E_0$, осциллируют с ростом t. Высокочастотные осцилляции этих функций связаны с различием фазовой и групповой скоростей распространяющегося импульса, смещающим колебания электрического поля под временной огибающей, а затухающие низкочастотные – с установлением квазисолитонного режима распространения. С ростом τ амплитуды как высокочастотных, так и низкочастотных колебаний $|\mathbf{E}'|_{\max}(t)$ и $E'_{x,y\ \max}$ (см. рис. 2.4.1) уменьшаются из-за увеличения числа осцилляций электрического поля под временной огибающей и более быстрого установления квазисолитонного режима распространения. На рис. 2.4.2 при значениях $t \geq 1000$ фс уже можно говорить об его установлении. При таких временах изменение усредненных по высокочастотным осцилляциям функций $|\mathbf{E}'|_{\max}(t)$ и $E'_{x,y\ \max}(t)$ (соответственно $<|\mathbf{E}'|_{\max}(t)>$ и $< E'_{x,y\ \max}(t) >$) или не происходит (рис. 2.4.2 *а*) или они носят почти периодический характер (рис. 2.4.2 *б*).

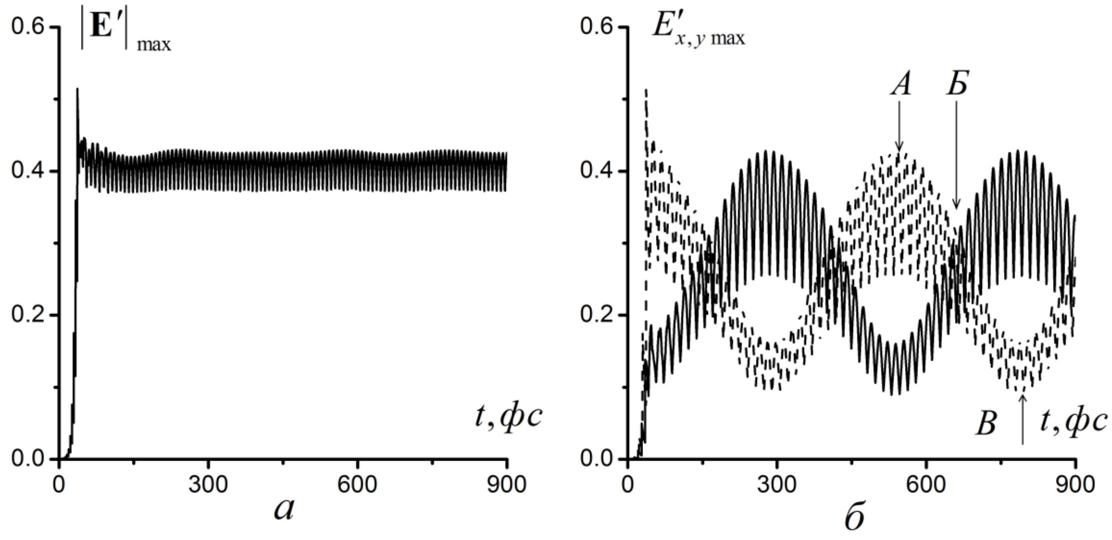


Рис. 2.4.1. Зависимости максимальных значений нормированных модуля вектора напряженности электрического поля (*а*) и его декартовых компонент (*б*) $E'_{x\max}$ (сплошная кривая) и $E'_{y\max}$ (пунктирная кривая) от времени при распространении эллиптически поляризованного сверхкороткого импульса в начале нелинейной среды (интервал времени в 100 фс соответствует распространению импульса на 14 мкм $\approx 6.4\lambda$).

Периодические изменения $E'_{x,y\,\max}(t)$ связаны с зависящим от интенсивности самовращением эллипса поляризации [115] распространяющейся волны, которое тем меньше, чем ближе поляризация падающего импульса к линейной и полностью исчезает, если $M(0)=0$. Период этих колебаний связан с поворотом главной оси эллипса поляризации на 180 градусов, а амплитуда определяется степенью эллиптичности падающего импульса.

Трансформацию формы сверхкороткого импульса в нелинейной среде также иллюстрирует рис. 2.4.3, где приведены зависимости $E'_x(z)$ (*а*, *в* и *д*) и $E'_y(z)$ (*б*, *г* и *е*) в различные моменты времени в системе отсчета, движущейся с его групповой скоростью. Сплошные кривые на этих рисунках соответствуют моментам времени $t_А$ (*а* и *б*), $t_Б$ (*в* и *г*) и $t_В$ (*д* и *е*), обозначенным буквами А, Б и В на рис. 2.4.1 *б* $(t_В - t_Б \approx t_Б - t_А \approx \Delta L / c = 125$ фс$)$, пунктирные – соответственно моментам времени $t_А + \Delta t_0$, $t_Б + \Delta t_0$ и $t_В + \Delta t_0$, точки – моментам времени $t_А + 2\Delta t_0$, $t_Б + 2\Delta t_0$ и $t_В + 2\Delta t_0$, где $\Delta t_0 \approx 4.3$ фс ($\Delta t_0 << \Delta L / c$). Совокупности зависимостей $E'_x(z)$ и $E'_y(z)$ в моменты времени $t_{A,B,C} + n\Delta t_0$, где $n = 1, 2, 3, \ldots$, позволяют, в какой-то степени, говорить об

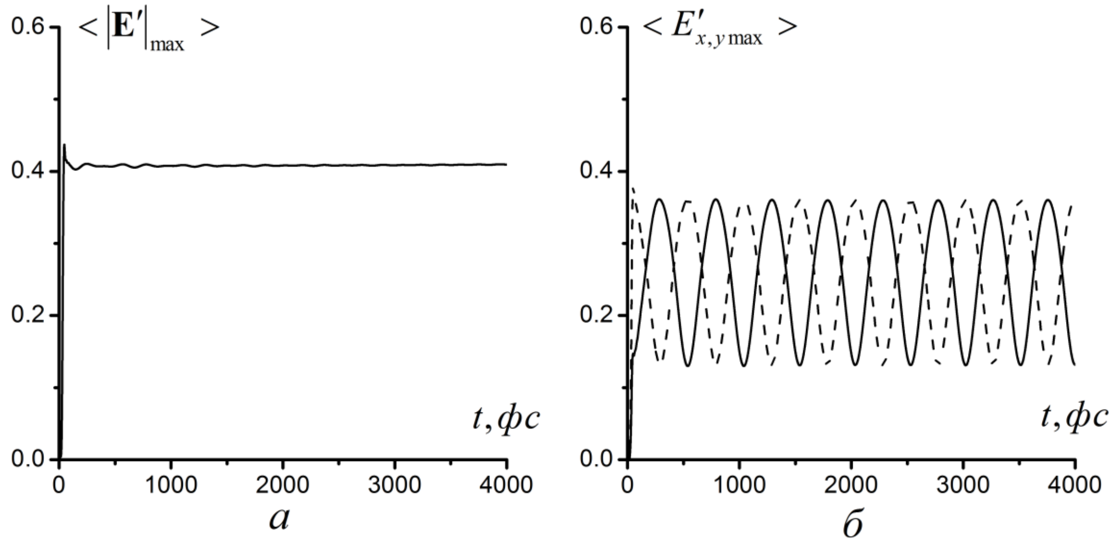


Рис. 2.4.2. Усредненные по высокочастотным колебаниям зависимости максимальных значений нормированных модуля вектора напряженности электрического поля (*а*) и его декартовых компонент (*б*) $< E'_{x\max} >$ (сплошная кривая) и $< E'_{y\max} >$ (пунктирная кривая) при «квазисолитонном» распространении эллиптически поляризованного сверхкороткого импульса в толще нелинейной среды. Как и на рис. 2.4.1 интервалу времени в 100 фс соответствует распространение импульса на 14 мкм ($\approx 6.4\lambda$) в среде.

огибающих $\tilde{E}'_x(z)$ и $\tilde{E}'_y(z)$, x-ой и y-ой компонент напряженности электрического поля распространяющегося в нелинейной среде импульса в моменты времени $t_{А,Б,В}$. В частности, на рис. 2.4.3 *а – е* такую огибающую несложно построить мысленно, используя точки локальных максимумов и минимумов сплошной, пунктирной кривой, и точек. Чем больше n и меньше Δt_0, тем $\tilde{E}'_{x,y}(z)$ определяются точнее. При $t = t_А$, $\max\{\tilde{E}'_x(z)\}$ и $\max\{\tilde{E}'_y(z)\}$ достигают соответственно минимального и максимального значений (рис. 2.4.3 *а* и 2.4.3 *б*).

После прохождения импульсом расстояния $\Delta L \approx 7.5\lambda$ (в момент времени $t = t_Б$) их значения становятся приблизительно равными (рис. 2.4.3 *в, г*). Еще через $\Delta L / c = 125$ фс, $\max\{\tilde{E}'_x(z)\} > \max\{\tilde{E}'_y(z)\}$. При этом главная ось эллипса поляризации оказывается повернутой на девяносто градусов. Этот поворот хорошо также виден по изменению годографа вектора напряженности электрического поля (кривой в пространстве переменных E'_x и E'_y, которую описывает конец вектора $\mathbf{E}'$), изображенного на рис. 2.4.4

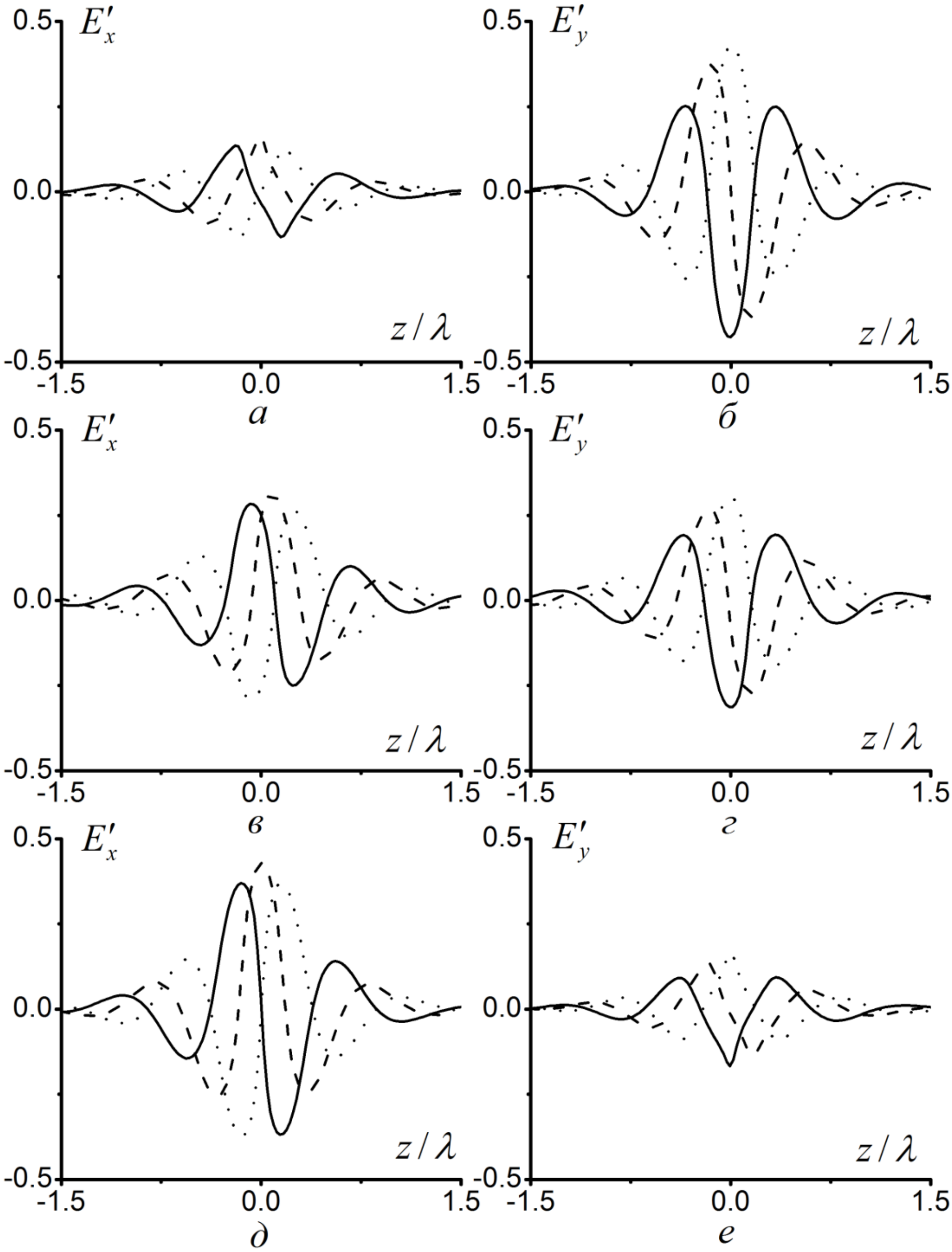


Рис. 2.4.3. Зависимости декартовых компонент вектора напряженности электрического поля от z в «бегущей» системе координат. Сплошные кривые соответствуют моментам времени t_A (*а* и *б*), $t_Б$ (*в* и *г*) $t_В$ (*д* и *е*), пунктирные кривы – моментам времени $t_A + \Delta t_0$ (*а* и *б*), $t_Б + \Delta t_0$ (*в* и *г*) $t_В + \Delta t_0$ (*д* и *е*), точки моментам времени $t_A + 2\Delta t_0$ (*а* и *б*), $t_Б + 2\Delta t_0$ (*в* и *г*) $t_В + 2\Delta t_0$ (*д* и *е*).

в моменты времени $t_A + 2\Delta t_0$ (*а*), $t_Б + 2\Delta t_0$ (*б*) и $t_В + 2\Delta t_0$ (*в*). При этом в данные моменты времени общая форма годографа одинакова, а сам годограф поворачивается вокруг оси распространения.

Известно, что инерционность нелинейного оптического отклика вещества ($b_1 \neq 0$, $b_2 \neq 0$) влияет на сдвиг несущей частоты падающего импульса в «красную» (низкочастотную) область [72,162]. Наши исследования показали, что в зависимости от соотношения b_1 / b_2 (при фиксированной сумме $b_1 + 2b_2 = r$, значение которой, как и остальных параметров среды в нашей работе, берется такой же, как у плавленого кварца [69,158]) этот сдвиг может быть больше, или меньше для эллиптически поляризованного на входе в среду импульса, чем для линейно поляризованного и имеющего те же характеристики (частоту, длительность, и т.п.). Подробные экспериментальные и теоретические исследования этого эффекта для линейно поляризованного излучения проводились в работах [72,162]. Наши исследования показали, что для линейно

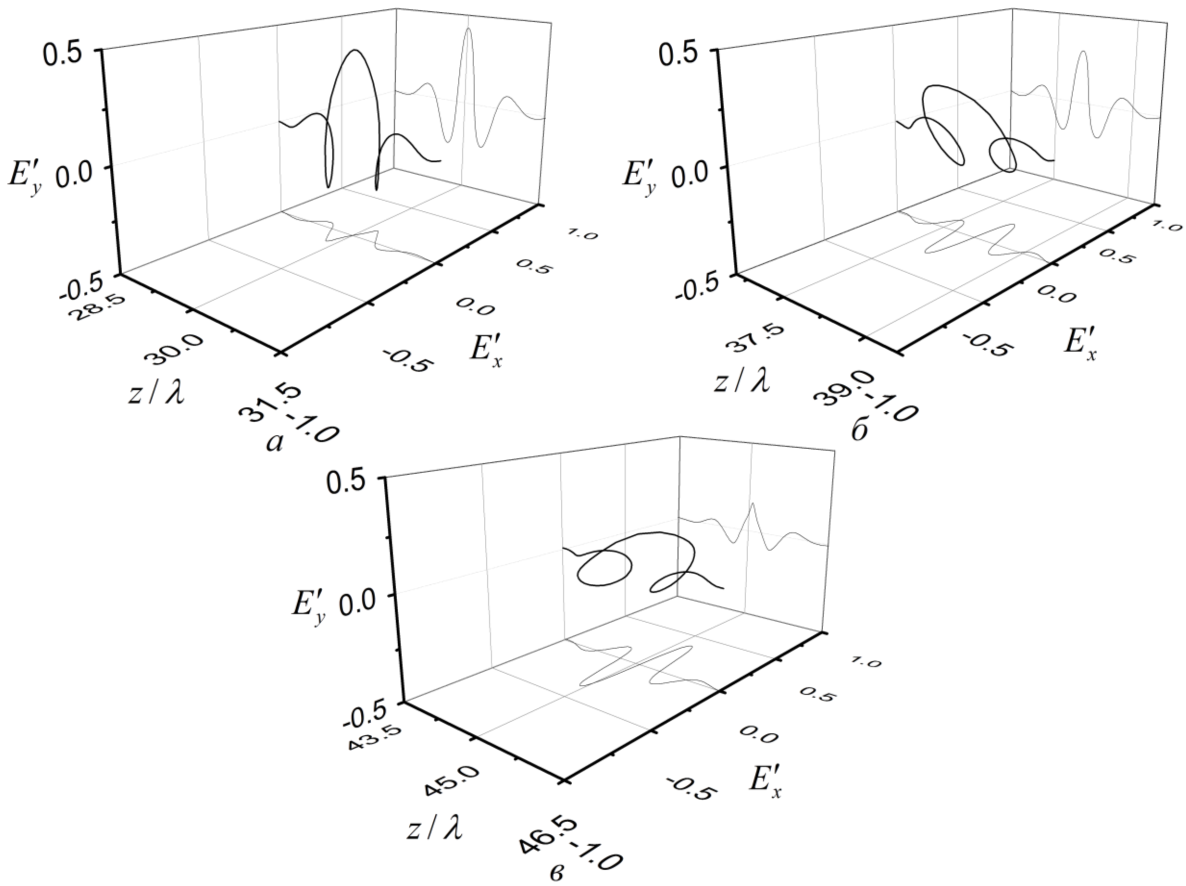


Рис. 2.4.4. Годограф распространяющегося в нелинейной среде сверхкороткого эллиптически поляризованного импульса в моменты времени $t_A + 2\Delta t_0$ (*а*), $t_B + 2\Delta t_0$ (*б*) и $t_C + 2\Delta t_0$ (*в*).

поляризованного импульса отношение b_1/b_2 не оказывает никакого влияния на изменение несущей частоты. Действительно, если на достаточно большом расстоянии от границы среды $E_x(t)=0$, а $E_y(t)\neq 0$, то в ее толще $P_x^{NL}(t,z\neq 0)\equiv 0$ и

$$P_y^{NL}(t,z)=3\cdot a\cdot E_y{}^3(t,z)+3\cdot r\cdot E_y(t,z)\int_0^\infty g_3(t')E_y{}^2(t-t',z)dt', \qquad (2.4.3)$$

т.е. сдвиг несущей частоты определяется лишь величиной r. Относительное изменение несущей частоты при прохождении импульсом расстояния Δz в среде с инерционностью нелинейного оптического отклика удобно характеризовать разностью:

$$\Delta\omega(\Delta z)/\omega=N(z)-N(z+\Delta z), \qquad (2.4.4)$$

перестающей зависеть от z при переходе в квазисолитонный режим распространения. В (2.4.4)

$$N(z)=\frac{\int_0^\infty \omega_1[\tilde{E}_x^2(z,\omega_1)+\tilde{E}_y^2(z,\omega_1)]d\omega_1}{\omega\int_0^\infty[\tilde{E}_x^2(z,\omega_1)+\tilde{E}_y^2(z,\omega_1)]d\omega_1}, \qquad (2.4.5)$$

где $\tilde{E}_{x,y}(z,\omega_1)=\int_{-\infty}^{\infty}E_{x,y}(z,t)\exp(-i\omega_1 t)dt$. Напомним, что ω – центральная частота спектра падающего импульса. Численные расчеты, проведенные при типичных для плавленого кварца [69] значений $a=(1-0.18)\cdot 2.5\times 10^{-17}$ $см^2/Вт$, $r=0.18\cdot 2.5\times 10^{-17}$ $см^2/Вт$ и входящих в $g^{(3)}(t)$ [69,137] временах $\tau_1=12.2$ фс, $\tau_2=32$ фс показали, что при $b_1=r/3$, $b_2=r/3$ и любых значениях интенсивности падающего эллиптически поляризованного импульса в процессе распространения происходит меньший, чем при $M(0)=0$, сдвиг его несущей частоты, а при $b_1=3r$ и $b_2=-r$ – больший.

Рис. 2.4.5 иллюстрирует зависимости смещения несущей частоты $\Delta\omega/\omega$ при «квазисолитонном» распространении эллиптически поляризованного импульса на расстояние в сто сорок длин волн в нелинейной среде от α (*а*), τ/τ_0 (*б*) и $M(0)$ (*в*). Коэффициент α равен отношению его пиковой интенсивности к пиковой интенсивности задаваемого формулами (2.4.2) при $\beta_+\equiv\beta_-$ и $S_+(\tilde{t})\equiv S_-(\tilde{t})$ линейно поляризованного импульса с полушириной в десять периодов колебаний электрического поля τ_0 (заметим, что коэффициент, с помощью которого определяется нормированная пиковая интенсивность эллиптически поляризованного импульса, может, естественно, быть выбран и другим способом). Кривые 1, 2 и 3 построены при $b_1=3r$, $b_2=-r$; $b_1=r/3$,

$b_2 = r/3$ и $b_1 = 5r/3$, $b_2 = -r/3$. На рис. 2.4.5 *а* и 2.4.5 *б* сплошные линии, соответствующие линейной поляризации падающего импульса, совпадают, т.к. в обоих случаях $b_1 + 2b_2 = r$, пунктирные линии построены при $M(0) \approx 0.5$, точки соответствуют циркулярной поляризации падающего импульса. Видно, что в зависимости от b_1/b_2 (при фиксированной сумме $b_1 + 2b_2 = r$) происходит или уменьшение или увеличение сдвига несущей частоты, причем эффект тем сильнее, чем больше α (то есть, чем больше интенсивность распространяющегося импульса).

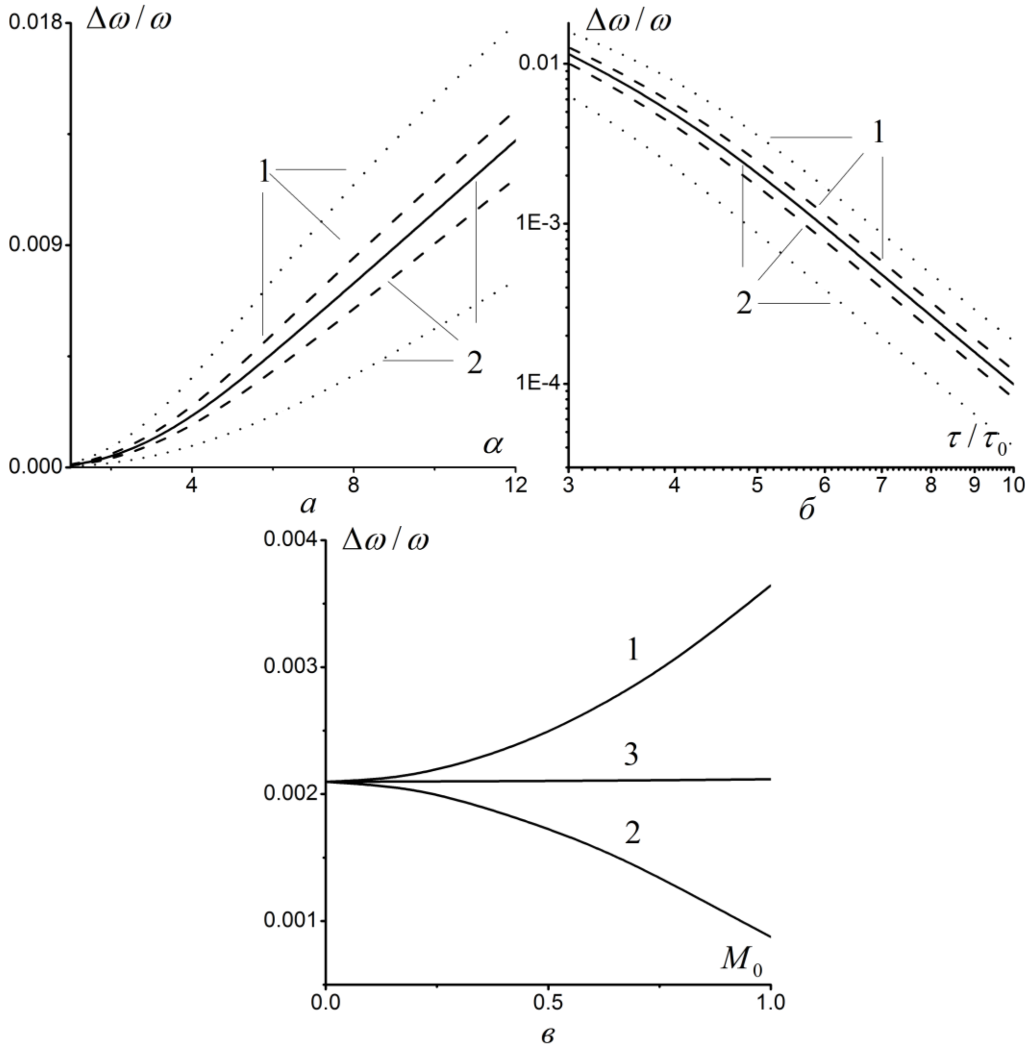


Рис. 2.4.5. Смещение несущей частоты при «квазисолитонном» распространении эллиптически поляризованного импульса на расстояние в 140λ в зависимости от α (*а*), τ/τ_0 (*б*) и $M(0)$ (*в*) при $b_1 = 3r$, $b_2 = -r$ (1), $b_1 = r/3$, $b_2 = r/3$ (2) и $b_1 = 5r/3$, $b_2 = -r/3$ (3). На рис. *а* и *б* сплошные линии, соответствующие его линейной поляризации, совпадают ($b_1 + 2b_2 = r$), пунктирные линии соответствуют $M(0) \approx 0.5$, точки – циркулярной поляризации. На рис. *в* $\tau/\tau_0 = 4$.

Если падающий на среду импульс эллиптически поляризован, то полуширины огибающих $S_+(t/\tau)$ и $S_-(t/\tau)$ не равны друг другу. В этом случае длительностью τ такого импульса считалась длительность имеющего такую же пиковую интенсивность линейно поляризованного импульса (форма его огибающей при любом β задается гиперболическим секансом). Вплоть до импульсов с полушириной временной огибающей равной $4\tau_0$, начальные условия (2.4.2) обеспечивают реализацию квазисолитонного режима распространения. Форма их огибающих практически не меняется при распространении на сотни длин волн. При этом для любой степени эллиптичности эллипса поляризации падающего импульса зависимость $\Delta\omega/\omega$ от α близка к квадратичной, а от τ хорошо аппроксимируется функцией $\Delta\omega/\omega \approx \gamma/\tau^4$, где $\gamma = \mathrm{const}$. Построенные при $\tau/\tau_0 > 4$ в логарифмическом масштабе зависимости $\Delta\omega/\omega$ от τ/τ_0 практически линейны (рис. 2.4.5 *б*). В отличие от сред с безынерционной нелинейностью, при $b_1 \neq 0$, $b_2 \neq 0$ в случае падения более коротких импульсов происходит заметное изменение их формы уже на расстояниях порядка ста длин волн. Смещение несущей частоты эллиптически поляризованного импульса с ростом $M(0)$ в зависимости от b_1/b_2 может или монотонно возрастать (кривая 1 на рис. 2.4.5 *в*), или монотонно убывать (кривая 2 на рис. 2.4.5 *в*) или оставаться неизменной (кривая 3 на рис. 2.4.5 *в*).

В настоящей главе предложена модель нелинейной среды обладающей частотной дисперсией и нелокальностью оптического отклика вещества. Из-за того, что материальные уравнения удалось записать без широко используемого требования малости параметра пространственной дисперсии, данная модель может быть использована для описания распространения эллиптически поляризованных импульсов произвольной длительности в средах, демонстрирующих существенно различные оптические свойства при прохождении циркулярно поляризованных волн. Актуальным для приложений примером таких сред являются микроструктурированные хиральным образом оптические волокна, изготовление которых становится рутинной процедурой. Например, в [37] применялось волокно, неоднородность показателя преломления сердцевины которого имело вид двух вложенных друг в друга трехмерных спиралей. Было показано, что при шаге витка спирали порядка нескольких десятков микрометров ортогонально циркулярно поляризованные компоненты излучения имеют существенно различные потери при распространении в таком волокне. В [38] продемонстрирована возможность создания оптоволокна, обладающего двумерной хиральностью (плоскость его поперечного сечения не может быть совмещена со своим зеркальным отражением посредством трансляции и вращения). Применение описанной в данной главе модели оптического отклика вещества к композитным материалам возможно, пока характерные размеры его базового структурного элемента и пространственный период решетки метаматериала остаются меньше длины волны. При этом возможно получить только качественные результаты.

Экспериментальное наблюдение формирования сверхкоротких эллиптически поляризованных уединенных волн, насколько нам известно, не проводилось, хотя нет видимых причин ограничивающих возможность такого эксперимента. Для линейно поляризованного сверхкороткого импульса длительностью всего в несколько колебаний электрического поля, распространяющегося в солитонном режиме в оптическом волокне, экспериментально достигнута высокоэффективная плавная перестройка его несущей частоты за счет вынужденного комбинационного рассеяния [135]. Используя титан-сапфировый лазер, генерирующий импульсы длительностью шесть фемтосекунд, с центральной частотой спектра соответствующей длине волны 0.82 мкм, удалось плавно перестроить последнюю вплоть до 1.35 мкм [135]. Для экспериментального исследования особенностей формирования сверхкоротких эллиптически поляризованных уединенных волн и анализа влияния состояния поляризации входного излучения на скорость низкочастотного сдвига спектра сформировавшейся уединенной волны может быть использована аналогичная [135] установка, дополненная системой контроля поляризации сверхкоротких импульсов [154]. Принцип работы такой системы основан на пространственном разнесении фурье-компонент сверхкороткого лазерного импульса (например, при помощи дифракционной решетки) и дальнейшем манипулировании амплитудой, фазой и состоянием поляризации этих компонент при помощи LCD дисплея. При этом оказывается возможным изменять в широких пределах поляризацию падающего линейного поляризованного сверхкороткого импульса, оставляя его суммарную энергию практически неизменной. Измерение характеристик выходного неоднородно эллиптически поляризованного импульса может проводиться методом двуканальной спектральной интерферометрии (dual-channel spectral interferometry) [154].

Основные результаты второй главы.

1. Впервые предложен метод численного решения системы уравнений Максвелла, обобщающий так называемую ADE (auxiliary differential equation) модификацию метода конечных разностей во временной области (FDTD) на случай линейных сред, обладающих частотной и пространственной дисперсией. Его эффективность проиллюстрирована на примере взаимодействия (распространения и отражения) со средой, имеющей частотную дисперсию лоренцевского типа и достаточно общий вид пространственной дисперсии,

линейно поляризованного электромагнитного импульса. Предложенный метод допускает обобщение не только на другие модели пространственной и частотной дисперсии, но и на нелинейные среды. Численные результаты, полученные при его применении, в предельном случае совпадают с хорошо известным аналитическим решением задачи о распространении длинного квазимонохроматического импульса в изотропной гиротропной среде.

2. Установлено, что режим распространения падающих на среду сверхкоротких (длительностью менее десяти колебаний поля) линейно поляризованных электромагнитных импульсов существенно отличается от подробно описанного в литературе явления линейной оптической активности, для которого характерен одинаковый (не зависящий от времени) пропорциональный координате распространения поворот плоскости поляризации. Зависимость угла поворота главной оси эллипса поляризации импульса в толще среды от времени имеет ярко выраженный нелинейный вид.

3. Предложена модель нелинейной среды, обладающей частотной дисперсией и нелокальностью оптического отклика, позволившая впервые записать материальные уравнения без широко используемого требования малости параметра пространственной дисперсии. Модификация метода конечных разностей во временной области (FDTD) со вспомогательным дифференциальным уравнением (ADE) впервые была использована для описания распространения эллиптически поляризованного импульса произвольной длительности в такой среде. Результаты численного исследования в случае длинных импульсов совпадают с полученными ранее при решении системы связанных уравнений для медленно меняющихся амплитуд циркулярно поляризованных плоских волн. В случае предельно коротких импульсов (около десятка колебаний электрического поля) полученные результаты существенно отличаются от предсказанных формулами для зависящих от интенсивности угла поворота и степени эллиптичности эллипса поляризации. В этом случае степень эллиптичности эллипса поляризации и угол, задающий его ориентацию в пространстве, теряют физический смысл, и следует говорить об изменениях модуля вектора напряженности электрического поля и угла, который этот вектор образует с осью x. При этом о характере изменения E_x и E_y удобно судить по виду годографа – кривой в пространстве переменных E_x, E_y и z, которую описывает конец вектора напряженности электрического поля. В зависимости от соотношения между параметрами поляризации падающего импульса и константами, характеризующими среду, возможны различные режимы его распространения. Состояние поляризации

распространяющегося импульса в ряде случаев немонотонно меняется на временах порядка периода колебаний электрического поля.

4. Модификация FDTD метода со вспомогательным дифференциальным уравнением применена для нахождения и исследования квазисолитонного режима распространения эллиптически поляризованного сверхкороткого импульса, когда диапазон спектральных частот последнего расположен вдали от частот однофотонных и нерамановских многофотонных резонансов изотропной нелинейной среды, а пространственная дисперсия ее линейного и нелинейного оптического отклика незначительна. Показано, что выбор формы падающего на изотропную среду с аномальной частотной дисперсией и безынерционной кубической нелинейностью импульса в виде солитонного решения системы нелинейных уравнений Шредингера обеспечивает формирование в процессе его дальнейшего распространения (описываемого с помощью FDTD метода) эллиптически поляризованной уединенной волны и ее дальнейшему распространению на достаточно большие расстояния, даже если полуширина падающего на среду импульса меньше периода колебаний электрического поля. Угол поворота главной оси эллипса поляризации такой волны монотонно меняется с ростом координаты распространения, достигая нескольких градусов при прохождении импульсом расстояния равного одной длине волны.

5. Установлено, что в зависимости от значений параметров, характеризующих инерционность нелинейного оптического отклика, происходит или увеличение, или уменьшение скорости сдвига несущей частоты распространяющейся эллиптически поляризованной уединенной волны по сравнению со сдвигом несущей частоты линейно поляризованной уединенной волны с такой же пиковой интенсивностью. С ростом пиковой интенсивности падающего импульса этот эффект усиливается. Показано, что для любой степени эллиптичности эллипса поляризации распространяющейся уединенной волны, сдвиг ее несущей частоты с хорошей степенью точности пропорционален длительности импульса в минус четвертой степени.

Глава 3. Особенности взаимодействия сверхкоротких эллиптически поляризованных импульсов с метаматериалами, состоящими из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных спиралей

§ 3.1. Взаимодействие эллиптически поляризованного излучения с фотонными метаматериалами, состоящими из периодически расположенных в виде двухмерной решетки хиральных трехмерных объектов. Обзор литературы

Интерес к метаматериалам связан, в первую очередь, с возможностью реализации в них таких режимов взаимодействия и самовоздействия волн, которые невозможно осуществить в природных средах. Метаматериалы с отрицательным показателем преломления [163], в частности, могут быть использованы для создания суперлинз, способных разрешать объекты с характерным размером много меньшим дифракционного предела [164–166], и экранирующих покрытий, делающих объекты невидимыми в заданном частотном диапазоне [167–169]. Первый экспериментально полученный метаматериал с отрицательным показателем преломления [170] в микроволновой области частот состоял из периодически расположенных металлических стрежней, обеспечивающих его отрицательную диэлектрическую проницаемость [171], и кольцевых металлических резонаторов (split-ring resonator), обеспечивающих отрицательную магнитную проницаемость [172]. Благодаря уменьшению размеров кольцевых металлических резонаторов и упрощению их структуры были получены метаматериалы, обладающие значительным магнитным откликом в диапазоне частот от терагерц [173,174] до инфракрасного излучения [175,176].

Достижение отрицательной магнитной проницаемости в оптическом диапазоне является сложной задачей, так как электромагнитный отклик металла на этих частотах существенно отличается от его отклика в области меньших частот, в которой металл ведет себя как идеальный проводник [130,177–179]. Теоретически было показано, что альтернативным способом достижения отрицательного показателя преломления является использования хиральных метаматериалов [180–183], у которых показатели преломления независимых циркулярно поляризованных компонент поля существенно различаются. Это различие может быть настолько большим, что один из показателей преломления станет отрицательным. В [180] было предложено использовать трехмерные спирали как базовый структурный элемент метаматериала с отрицательных показателем преломления. В [184] обсуждалась возможность достижения отрицательного показателя преломления при упорядочивании хиральным образом металлических сферических наночастиц. Также рассматривалась возможность получения изотропного материала, обладающего отрицательным показателем преломления [185]. Недавно был получен [42] трехмерный хиральный метаматериал, обладающий отрицательным показателем преломления в терагерцовом диапазоне частот. Экспериментально установлено [186,187], что трехмерные хиральные метаматериалы могут демонстрировать гигантскую оптическую активность и обладать циркулярным дихроизмом в микроволновом диапазоне частот. В [121,188–190] было показано что планарные (двухмерные) хиральные метаматериалы, являющиеся более простыми в изготовлении, чем трехмерные структуры, также могут демонстрировать оптическую активность. Многократно усилить этот эффект удается добавлением второго металлического слоя к планарному метаматериалу [191,192,40,193,129]. В результате два металлических слоя такой структуры расположены в параллельных, повернутых друг относительно друга плоскостях, а пространство между ними заполнено диэлектриком. Резонанс токов, текущих в металлических слоях в одном направлении, обеспечивает отрицательную диэлектрическую проницаемость метаматериала, а резонанс токов, текущих в противоположных направлениях, является причиной сильного магнитного отклика этой среды. Оптическая активность в таких структурах может быть настолько сильной, что показатель преломления одной из циркулярно поляризованных компонент поля становится отрицательным [129,193]. В [193,194] рассматривались планарные метаматериалы, состоящие более чем из двух слоев. Было показано, что при их конструировании нужно тщательно учитывать взаимное влияние соседних элементарных ячеек.

В [195–197] экспериментально показана возможность изготовления планарных хиральных метаматериалов, по-разному пропускающих циркулярно поляризованное излучение в прямом и обратном направлениях. Такого эффекта ранее удавалось достичь только при использовании внешнего магнитного поля, вектор напряженности которого направлялся в ту же сторону, куда распространялось излучение. Недавно была продемонстрирована возможность ассиметричного пропускания линейно поляризованного света ультратонкими хиральными трехслойными метаматериалами [198,199]. В [200] был изготовлен образец состоящий из не имеющих вращательной симметрии трехмерных «метаатомов», и было показано, что он ассиметрично пропускает излучение с произвольным состоянием поляризации.

Интерес к метаматериалам, состоящим из периодически расположенных в виде двумерной решетки трехмерных спиралей, в последнее время возрастает из-за возможности их применения в компактных элементах управления поляризацией сверхкороткого лазерного импульса (см [43] и приведенный в ней список литературы). Такие структуры имеют существенно различные коэффициенты пропускания циркулярно поляризованных импульсов с противоположным направлением вращения вектора напряженности электрического поля и перспективны [43] для получения привлекательного для различных приложений [201–203] циркулярно поляризованного света. Традиционные для монохроматических волн способы получения циркулярно поляризованного света, основанные на использовании пластинки толщиной в четверть длины волны или холестерического жидкого кристалла с очень малым рассогласованием между шагом его спиральной структуры и длиной распространяющейся волны, неприемлемы в случае сверхкоротких лазерных импульсов из-за их широкого спектра.

В работе [43] экспериментально продемонстрирована возможность использования метаматериала, состоящего из трехмерных металлических винтовых спиралей, в качестве широкополосного тонкопленочного циркулярного поляризатора электромагнитного излучения. С помощью коммерческих вычислительных программ анализировались [204,205] спектральные свойства такого устройства. Использование метаматериала, структурной ячейкой которого являются две специальным образом ориентированные соосные спирали, позволяет расширить частотный диапазон такого циркулярного поляризатора более чем на пятьдесят процентов [205] по сравнению с предложенным в [43]. Если структурная ячейка содержит большее число соосных спиралей, то отношение сигнала к шуму в таком устройстве значительно улучшается [204]. В [44] показано, что использование полимерного образца, состоящего всего из восьми периодов спиральной структуры, способно обеспечить двадцатикратное различие между усредненными коэффициентами прохождения правополяризованной и левополяризованной составляющих падающего излучения при отсчитываемых от оси структуры углах падения (отклонении от нормального падения) меньших семи градусов. Проведенный в той же работе расчет показал, что в случае нормального падения данное отношение сравнимо с показателями коммерческих образцов изоляторов Фарадея.

Работ, посвященных исследованию влияния нелинейного отклика среды, образующей транслируемую структурную ячейку метаматериала в виде трехмерной винтовой спирали, насколько нам известно, не существует.

Насколько нам известно, эксперименты по наблюдению нелинейной оптической активности в метаматериалах, состоящих из трехмерных винтовых спиралей, еще не проводились.

В данной главе метод конечных разностей во временной области (FDTD) применен для исследования влияния параметров структурной ячейки (в первую очередь количества полных витков трехмерной винтовой спирали) полимерного метаматериала, аналогичного использованному в экспериментальной работе [44], на пропускание и отражение нормально падающего на образец эллиптически поляризованного света. Обсуждается возникновение оптических резонансов, обуславливающих разительное отличие оптических свойств используемого метаматериала при прохождении через него циркулярно поляризованного излучения с противоположным направлением вращения векторов напряженности электрического поля. Также рассматривается более общий случай, когда транслируемой структурной ячейкой метаматериала является содержащая несколько полных витков спираль, изготовленная по технологии [44] из обладающего безынерционной кубической нелинейностью материала. Обсуждается влияние интенсивности падающего эллиптически поляризованного импульса на поляризационные характеристики излучения на выходе из метаматериала.

§ 3.2. Постановка задачи и особенности пространственной дискретизации уравнений Максвелла. Численная дисперсия, анизотропия и устойчивость применяемой расчетной схемы

Пусть плоская электромагнитная волна распространяется вдоль оси z в тонкой

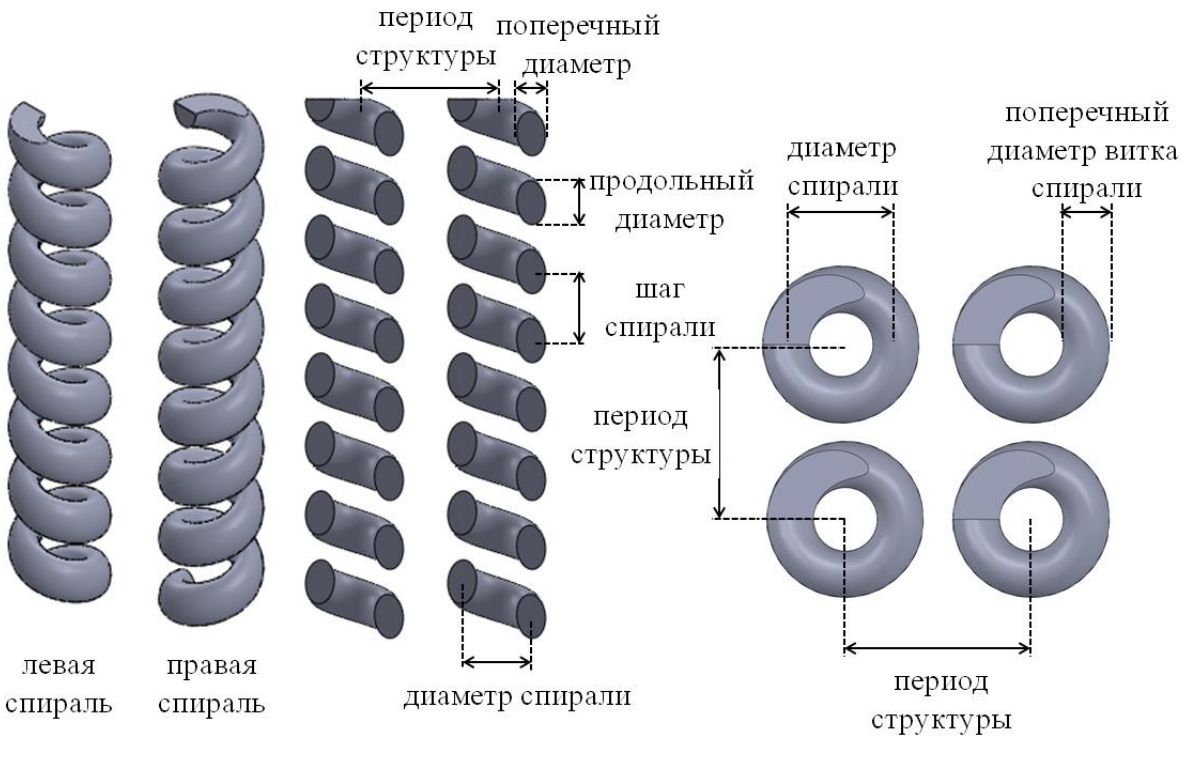


Рис. 3.2.1. Схематическое изображение структуры метаматериала.

пространственно-периодической среде, в которой транслируемой с постоянными периодами вдоль осей x, y структурной ячейкой является содержащая n полных витков правая (левая) спираль с шагом h (см. рис. 3.2.1), из изотропного непроводящего материала с диэлектрической проницаемостью ε_1 (ось z параллельна оси спирали) и обладающего безынерционной кубической нелинейностью (3D-задача).

Уравнения Максвелла и материальные уравнения, связывающие напряженности и индукции электрического ($\mathbf{E}(x,y,z,t)$ и $\mathbf{D}(x,y,z,t)$) и магнитного ($\mathbf{H}(x,y,z,t)$ и $\mathbf{B}(x,y,z,t)$) полей, в этом случае могут быть записаны в виде:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t}=\frac{\partial E_y}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial y},\quad \frac{1}{c}\frac{\partial D_x}{\partial t}=\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z},\ \frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t}=\frac{\partial E_z}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial z}, \tag{3.2.1}$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial D_y}{\partial t}=\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x},\ \frac{1}{c}\frac{\partial B_z}{\partial t}=\frac{\partial E_x}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial x},\quad \frac{1}{c}\frac{\partial D_z}{\partial t}=\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}, \tag{3.2.2}$$

$$D_i=\varepsilon(x,y,z)\delta_{ij}E_j+a(x,y,z)\left(\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}\right)E_jE_kE_l,\qquad B_i\equiv H_i. \tag{3.2.3}$$

В (3.2.3) $\varepsilon(x,y,z)=\varepsilon_1$ и $a(x,y,z)=a_1$, если точка пространства с координатами x,y,z принадлежит спирали, и $\varepsilon(x,y,z)=1$, $a(x,y,z)=0$, если нет.

Для пространственной дискретизации уравнений Максвелла нами использовался метод конечных разностей, при реализации которого декартовы компоненты векторов напряженностей электрического и магнитного полей вычислялись в центрах элементарных ячеек (схема Liu [206]). По сравнению с более распространенным подходом, в котором компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей находятся на разнесенных в пространстве декартовых сетках, наш подход перспективен для применения в задачах нелинейной оптики, поскольку, в отличие от линейной задачи, материальные уравнения теперь не распадаются на независимые уравнения для декартовых компонент поля. Кроме того, если декартовы компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей не вычисляются в одной и той же точке элементарной ячейки, то для решения материальных уравнений требуются ведущие к потере эффективности и точности дополнительные интерполяционные процедуры. Как и в схеме [206], нами использовались несимметричные выражения для пространственных производных на совмещенной сетке. Это позволило избавиться от численных осцилляций решения (numerical oscillations due to odd–even decoupling) [207], появляющихся при использовании центральных разностных аппроксимаций на таких сетках. Увеличение порядка аппроксимации позволило преодолеть типичные для схем второго порядка аппроксимации недостатки, связанные с большей численной дисперсией и анизотропией схем на совмещенных сетках.

Рассмотрим равномерную декартову сетку и состоящий из $r+l+1$ точек шаблон на ней ($l \geq r$). Для вычисления пространственных производных H_α применялся оператор разностного дифференцирования назад (upwind-biased differencing) [206]:

$$\nabla_\beta H_\alpha(\mu\Delta x, \nu\Delta y, \rho\Delta z, (\sigma+1/2)\Delta t) = \nabla_\beta H^{(\sigma+1/2)}_{\alpha,\mu,\nu,\rho} = 1/\Delta\beta \sum_{m=-l}^{r} a_m H^{(\sigma+1/2)}_{\alpha,\mu+m\delta_{\mu\beta},\nu+m\delta_{\nu\beta},\rho+m\delta_{\rho\beta}} . \quad (3.2.4)$$

Здесь α и β принимают значения x, y, z. Индексы μ, ν, ρ и σ – определяют номер расчетной ячейки в пространстве переменных $xyzt$, $\Delta\beta$ – шаг по оси β, Δt шаг по времени. Для вычисления пространственных производных E_α применялся оператор разностного дифференцирования вперед (downwind-biased differencing) [206]:

$$\Delta_\beta E_\alpha\left(\mu\Delta x, \nu\Delta y, \rho\Delta z, \sigma\Delta t\right) = \Delta_\beta E^{(\sigma)}_{\alpha,\mu,\nu,\rho} = -1/\Delta\beta \sum_{m=-r}^{l} a_{-m} E^{(\sigma)}_{\alpha,\mu+m\delta_{\mu\beta},\nu+m\delta_{\nu\beta},\rho+m\delta_{\rho\beta}} . \quad (3.2.5)$$

Коэффициенты a_m в (3.2.4) и (3.2.5) соответственно должны удовлетворять системе уравнений: $\sum_{m=-l}^{r} a_m = 0$, $\sum_{m=-l}^{r} m a_m = 1$, …, $\sum_{m=-l}^{r} m^n a_m = 0$, где $n = 2,3,...,l+r$. Для схемы третьего порядка аппроксимации по пространственным координатам получим следующие разностные аналоги уравнений Максвелла (3.2.1), (3.2.2):

$$\frac{H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho} - H^{(\sigma-1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho}}{c\Delta t} = -\frac{a_{-2}E^{(\sigma)}_{y,\mu,\nu,\rho+2} + a_{-1}E^{(\sigma)}_{y,\mu,\nu,\rho+1} + a_0 E^{(\sigma)}_{y,\mu,\nu,\rho} + a_1 E^{(\sigma)}_{y,\mu,\nu,\rho-1}}{\Delta z} + \\ + \frac{a_{-2}E^{(\sigma)}_{z,\mu,\nu+2,\rho} + a_{-1}E^{(\sigma)}_{z,\mu,\nu+1,\rho} + a_0 E^{(\sigma)}_{z,\mu,\nu,\rho} + a_1 E^{(\sigma)}_{z,\mu,\nu-1,\rho}}{\Delta y}, \quad (3.2.6)$$

$$\frac{H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho} - H^{(\sigma-1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho}}{c\Delta t} = -\frac{a_{-2}E^{(\sigma)}_{z,\mu+2,\nu,\rho} + a_{-1}E^{(\sigma)}_{z,\mu+1,\nu,\rho} + a_0 E^{(\sigma)}_{z,\mu,\nu,\rho} + a_1 E^{(\sigma)}_{z,\mu-1,\nu,\rho}}{\Delta x} + \\ + \frac{a_{-2}E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu,\rho+2} + a_{-1}E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu,\rho+1} + a_0 E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu,\rho} + a_1 E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu,\rho-1}}{\Delta z}, \quad (3.2.7)$$

$$\frac{H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu,\nu,\rho} - H^{(\sigma-1/2)}_{z,\mu,\nu,\rho}}{c\Delta t} = -\frac{a_{-2}E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu+2,\rho} + a_{-1}E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu+1,\rho} + a_0 E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu,\rho} + a_1 E^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu-1,\rho}}{\Delta y} + \\ + \frac{a_{-2}E^{(\sigma)}_{y,\mu+2,\nu,\rho} + a_{-1}E^{(\sigma)}_{y,\mu+1,\nu,\rho} + a_0 E^{(\sigma)}_{y,\mu,\nu,\rho} + a_1 E^{(\sigma)}_{y,\mu-1,\nu,\rho}}{\Delta x}, \quad (3.2.8)$$

$$\frac{D^{(\sigma+1)}_{x,\mu,\nu,\rho} - D^{(\sigma)}_{x,\mu,\nu,\rho}}{c\Delta t} = \frac{a_{-2}H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu,\nu-2,\rho} + a_{-1}H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu,\nu-1,\rho} + a_0 H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu,\nu,\rho} + a_1 H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu,\nu+1,\rho}}{\Delta y} - \\ - \frac{a_{-2}H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho-2} + a_{-1}H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho-1} + a_0 H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho} + a_1 H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho+1}}{\Delta z}, \quad (3.2.9)$$

$$\frac{D^{(\sigma+1)}_{y,\mu,\nu,\rho} - D^{(\sigma)}_{y,\mu,\nu,\rho}}{c\Delta t} = \frac{a_{-2}H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho-2} + a_{-1}H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho-1} + a_0 H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho} + a_1 H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho+1}}{\Delta z} - \\ - \frac{a_{-2}H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu-2,\nu,\rho} + a_{-1}H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu-1,\nu,\rho} + a_0 H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu,\nu,\rho} + a_1 H^{(\sigma+1/2)}_{z,\mu+1,\nu,\rho}}{\Delta x}, \quad (3.2.10)$$

$$\frac{D^{(\sigma+1)}_{z,\mu,\nu,\rho}-D^{(\sigma)}_{z,\mu,\nu,\rho}}{c\Delta t}=\frac{a_{-2}H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu-2,\nu,\rho}+a_{-1}H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu-1,\nu,\rho}+a_0H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho}+a_1H^{(\sigma+1/2)}_{y,\mu+1,\nu,\rho}}{\Delta x}-$$
$$-\frac{a_{-2}H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu-2,\rho}+a_{-1}H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu-1,\rho}+a_0H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho}+a_1H^{(\sigma+1/2)}_{x,\mu,\nu+1,\rho}}{\Delta y}. \qquad (3.2.11)$$

В (3.2.6) – (3.2.11) $a_{-2}=1/6$, $a_{-1}=-1$, $a_0=1/2$, $a_1=1/3$. Для аппроксимации производной по времени использовалась центральная разность.

Для анализа ошибок, связанных с численной дисперсией, диссипацией и анизотропией используемой разностной схемы, представим решение уравнений Максвелла на сетке в виде плоской монохроматической волны:

$$E_{x,y,z}(\mu\Delta x,\nu\Delta y,\rho\Delta z,\sigma\Delta t)=E^{(0)}_{x,y,z}\exp[i(k_x\mu\Delta x+k_y\nu\Delta y+k_z\rho\Delta z-\omega\sigma\Delta t)], \qquad (3.2.12)$$

$$H_{x,y,z}(\mu\Delta x,\nu\Delta y,\rho\Delta z,\sigma\Delta t)=H^{(0)}_{x,y,z}\exp[i(k_x\mu\Delta x+k_y\nu\Delta y+k_z\rho\Delta z-\omega\sigma\Delta t)]. \qquad (3.2.13),$$

Здесь ω-частота, $k_{x,y,z}$- декартовы компоненты волнового вектора $\mathbf{k}$. Подставляя (3.2.12), (3.2.13) в (3.2.6) – (3.2.11), получаем систему шести линейных уравнений:

$$\begin{pmatrix} R & 0 & 0 & 0 & -Q_z & Q_y \\ 0 & R & 0 & Q_z & 0 & -Q_x \\ 0 & 0 & R & -Q_y & Q_x & 0 \\ 0 & G_z & -G_y & R & 0 & 0 \\ -G_z & 0 & G_x & 0 & R & 0 \\ G_y & -G_x & 0 & 0 & 0 & R \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} E^{(0)}_x \\ E^{(0)}_y \\ E^{(0)}_z \\ H^{(0)}_x \\ H^{(0)}_y \\ H^{(0)}_z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (3.2.14)$$

где $Q_\beta=\exp(-ik_\beta\beta)\nabla_\beta\exp(ik_\beta\beta)=[\exp(-2ik_\beta\Delta\beta)-6\exp(-ik_\beta\Delta\beta)+3+2\exp(k_\beta\Delta\beta)]/(6\Delta\beta)$, $G_\beta=\exp(-ik_\beta\beta)\Delta_\beta\exp(ik_\beta\beta)=-[\exp(2ik_\beta\Delta\beta)-6\exp(ik_\beta\Delta\beta)+3+2\exp(-ik_\beta\Delta\beta)]/(6\Delta\beta)$, а $R=c^{-1}\exp(-i\omega t)\nabla_t\exp(i\omega t)=(2i/c\Delta t)\sin(\omega\Delta t/2)$ – оператор центрального разностного дифференцирования. Дисперсионное соотношение находим из условия существования ее нетривиального решения (равенства нулю определителя, составленного из коэффициентов при $E^{(0)}_{x,y,z}$ и $H^{(0)}_{x,y,z}$ в (3.2.14)):

$$\sin^2(\omega\Delta t/2)/(c\Delta t/2)^2=F(k_x,\Delta x)+F(k_y,\Delta y)+F(k_z,\Delta z). \qquad (3.2.15)$$

В (3.2.15)

$$F(k_\beta,\Delta\beta)=[25+2\cos(3k_\beta\Delta\beta)-18\cos(k_\beta\Delta\beta)-9\cos(2k_\beta\Delta\beta)]/[18(\Delta\beta)^2] \qquad (3.2.16)$$

Разлагая (3.2.15) в ряд, получаем связывающее ω и $\mathbf{k}$ соотношение:

$$\omega=ck[1+c^2\Delta t^2k^2/24-(\Delta x^4k_x^6+\Delta y^4k_y^6+\Delta z^4k_z^6)/30k^2+$$
$$+o(\Delta t^2+\Delta x^4+\Delta y^4+\Delta z^4)]. \qquad (3.2.17)$$

Из (3.2.15) – (3.2.17) следует, что используемая нами разностная схема не обладает численной диссипацией (ω является действительной функцией $\mathbf{k}$). Второе и третье слагаемые в правой части (3.2.17) соответственно возникают из-за погрешностей аппроксимации производных по времени и по пространственным координатам в уравнениях (3.2.1), (3.2.2). Их появление приводит к эффекту сеточной дисперсии (зависимости фазовой скорости фурье-компоненты поля (3.2.12), (3.2.13) от частоты). Подчеркнем, что третье слагаемое в правой части (3.2.17) зависит не только от модуля, но и от направления волнового вектора, что приводит к возникновению сеточной анизотропии. Разные знаки перед вторым и третьим слагаемыми частично компенсируют ошибки, связанные с погрешностями аппроксимации временных и пространственных производных.

Анализ устойчивости используемой разностной схемы проведем по Фон-Нейману [208]. Для этого преобразуем (3.2.6) – (3.2.11) к виду

$$\begin{pmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & 0 & \theta_4 & \theta_5 \\ \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 & -\theta_4 & 0 & \theta_9 \\ \theta_{10} & \theta_{11} & \theta_{12} & -\theta_5 & -\theta_9 & 0 \\ 0 & \theta_{13} & \theta_{14} & 1 & 0 & 0 \\ -\theta_{13} & 0 & \theta_{15} & 0 & 1 & 0 \\ -\theta_{14} & -\theta_{15} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E^{(n)}_{x,\mu,\nu,\rho} \\ E^{(n)}_{y,\mu,\nu,\rho} \\ E^{(n)}_{z,\mu,\nu,\rho} \\ H^{(n-1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho} \\ H^{(n-1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho} \\ H^{(n-1/2)}_{z,\mu,\nu,\rho} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^{(n+1)}_{x,\mu,\nu,\rho} \\ E^{(n+1)}_{y,\mu,\nu,\rho} \\ E^{(n+1)}_{z,\mu,\nu,\rho} \\ H^{(n+1/2)}_{x,\mu,\nu,\rho} \\ H^{(n+1/2)}_{y,\mu,\nu,\rho} \\ H^{(n+1/2)}_{z,\mu,\nu,\rho} \end{pmatrix}. \qquad (3.2.18)$$

Пятнадцать из тридцати шести элементов матрицы перехода $\hat{T}$ на новый временной слой задаются формулами: $\theta_1 = 1 + (c^2\Delta t^2/\varepsilon)(G_y Q_y + G_z Q_z)$, $\theta_2 = -(c^2\Delta t^2/\varepsilon)G_y Q_x$, $\theta_3 = -(c^2\Delta t^2/\varepsilon)G_z Q_x$, $\theta_4 = -(c\Delta t/\varepsilon)G_z$, $\theta_5 = (c\Delta t/\varepsilon)G_y$, $\theta_6 = -(c^2\Delta t^2/\varepsilon)G_x Q_y$, $\theta_7 = 1 + (c^2\Delta t^2/\varepsilon)(G_x Q_x + G_z Q_z)$, $\theta_8 = -(c^2\Delta t^2/\varepsilon)G_z Q_y$, $\theta_9 = -(c\Delta t/\varepsilon)G_x$, $\theta_{10} = -(c^2\Delta t^2/\varepsilon)G_x Q_z$, $\theta_{11} = -(c^2\Delta t^2/\varepsilon)G_y Q_z$, $\theta_{12} = 1 + (c^2\Delta t^2/\varepsilon)(G_x Q_x + G_y Q_y)$, $\theta_{13} = c\Delta t Q_z$, $\theta_{14} = -c\Delta t Q_y$, $\theta_{15} = c\Delta t Q_x$.

Необходимым условием устойчивости схемы является нахождение (расположение) всех корней Λ характеристического полинома:

$$(\Lambda - 1)^2 \left(\Lambda^2 - \Lambda\{(c^2\Delta t^2/\varepsilon)[G_x Q_x + G_y Q_y + G_z Q_z] + 2\} + 1\right)^2 = 0, \qquad (3.2.19)$$

определяемого из условия $\det(T - \Lambda\hat{I}) = 0$, внутри окружности единичного радиуса на комплексной плоскости. В последней формуле $\hat{I}$ – единичная матрица. Используя явный вид разностных операторов Δ_β и ∇_β (дифференцирования вперед и назад), получаем условие устойчивости схемы в следующем виде:

$$(c^2\Delta t^2/\varepsilon)[F(k_x,\Delta x)+F(k_y,\Delta y)+F(k_z,\Delta z)]\le 4 \quad . \qquad (3.2.20)$$

Последнее неравенство должно выполняться для любых значений волнового вектора. Так как $\max\{(25+2\cos 3x-18\cos x-9\cos 2x)/18\}=9/4$, то из (3.2.20) окончательно получаем условие на величину максимального шага по времени, при котором используемая схема остается устойчивой: $\Delta t \le (4\varepsilon^{1/2}/3c)/[(\Delta x)^{-2}+(\Delta y)^{-2}+(\Delta z)^{-2}]^{1/2}$.

Учет нелинейности в материальных уравнениях приводит к необходимости решения системы

$$\tilde{F}_i(E_x,E_y,E_z)=\varepsilon_1 E_i+3a_1 E_i\sum_j E_j^2-D_i=0 \qquad (3.2.21)$$

в каждой расчетной ячейке, принадлежащей спирали метаматериала, где D_i - вектор индукции электрического поля, найденный из (3.2.9) – (3.2.11). Для решения системы (3.2.21) мы использовали итерационный метод Ньютоновского типа, сводящийся к последовательному нахождению решения (3.2.21) при помощи следующей рекурсивной процедуры

$$E_i^{k+1}=E_i^k-J_{ij}^{-1}\left(E_x^k,E_y^k,E_z^k\right)\cdot\tilde{F}_j(E_x^k,E_y^k,E_z^k) \qquad (3.2.22)$$

где $J_{ij}\left(E_x,E_y,E_z\right)=\dfrac{\partial\tilde{F}_i}{\partial E_j}=\delta_{ij}(\varepsilon_1+3a_1\sum_l E_l^2)+6a_1E_iE_j$.

§ 3.3. Особенности взаимодействия сверхкоротких эллиптически поляризованных импульсов с метаматериалом, состоящим из периодически расположенных в виде двумерной решетки трехмерных спиралей

Рассмотрим взаимодействие эллиптически поляризованного импульса гауссовой формы, напряженность электрического поля которого задается формулами (2.3.31), с метаматериалом, схематически изображенным на рис. 3.2.1. Аналогично [44] будем считать, что период трансляции его структурного элемента (lattice constant) равен 1.3 мкм, шаг спирали (pitch) – 1.3 мкм, диаметр винтовой линии (spiral diameter) – 0.79 мкм, поперечный диаметр витка (lateral diameter of the spiral arms) – 0.38 мкм, продольный диаметр витка (axis diameter of the spiral arms) – 0.83 мкм, а материал имеет диэлектрическую проницаемость $\varepsilon=2.47$. Падающий импульс (2.3.31) однородно эллиптически поляризован (степень эллиптичности эллипса поляризации M_0), имеет центральную частоту спектра ω, полуширину w_0 и длину волны λ, а в точке $z=z_0$ достигается максимальное (равное P) значение его безразмерной интенсивности

$I(z) = [E_x^2(z) + E_y^2(z)] / I_0$. Будем также считать, что в начальный момент времени $t = 0$ его максимум находится на достаточно большом расстоянии от границы метаматериала, совпадающей с плоскостью $z = -nh/2$, где n полное число витков правой (левой) спирали, шаг которой равен h. Ниже приведены результаты численных расчетов (используемый алгоритм вычислений приведен в § 3.2) выполненных с пространственной и временной дискретизацией соответственно равной 26 нм и 0.043 фс.

При распространении широкого импульса ($w = 20\lambda$, $\lambda \approx 1.67$ мкм, $z_0 = -50\lambda$) в линейной среде ($a_1 = 0$) для больших n реализуется режим селективного отражения циркулярно поляризованного света. Он проявляется в прохождении через закрученную в правую сторону спиральную структуру импульса, поляризованного по левому кругу, и отражении импульса, имеющего ортогональную поляризацию, т.е. поляризованного по правому кругу. Если спиральная структура закручена в левую сторону, то ситуация обратная. В этом случае z-компоненты векторов напряженности электрического поля отраженной и прошедшей волн обращаются в ноль соответственно при $z << -nh/2$ и $z >> nh/2$ (вдали от образца), а компоненты $E_{x,y}(x, y, z)$ этих импульсов практически не меняются в плоскости xy. На рис. 3.3.1 изображены типичные годографы вектора напряженности электрического поля отраженного от метаматериала импульса (*а, в, д*) и импульса, прошедшего через него (*б, г, е*), при различных значениях M_0 в случае, когда спираль закручена вправо. При построении рис. 3.3.1 использовались обозначения: $E'_{x,y} = E_{x,y} / (PI_0)^{1/2}$.

В случае падения линейно поляризованного импульса максимальная интенсивность прошедшего и отраженного эллиптически поляризованных импульсов примерно одинакова (рис. 3.3.1 *а, б*). При падении правополяризованного импульса ($M_0 = 1$) на среду, состоящую из правых спиралей, максимальное значение напряженности в прошедшем импульсе (рис. 3.3.1 *г*) практически на порядок меньше, чем при падении на среду левополяризованного импульса (рис. 3.3.1 *д, е*). В последнем случае прошедшее излучение практически циркулярно поляризовано, а эллиптически поляризованный отраженный импульс имеет сложную форму (рис. 3.3.1 *д*).

Для описания изменения поляризации длинного импульса используем развитый во второй главе диссертации подход, в соответствии с которым зависимостям $E_{x,y}(z)$ ставится в соответствие совокупность достаточно большого числа эллипсов поляризации, параметры которых связаны со значениями $E_{x,y}$ в точках $z = \tilde{z}_m$, где интенсивность I

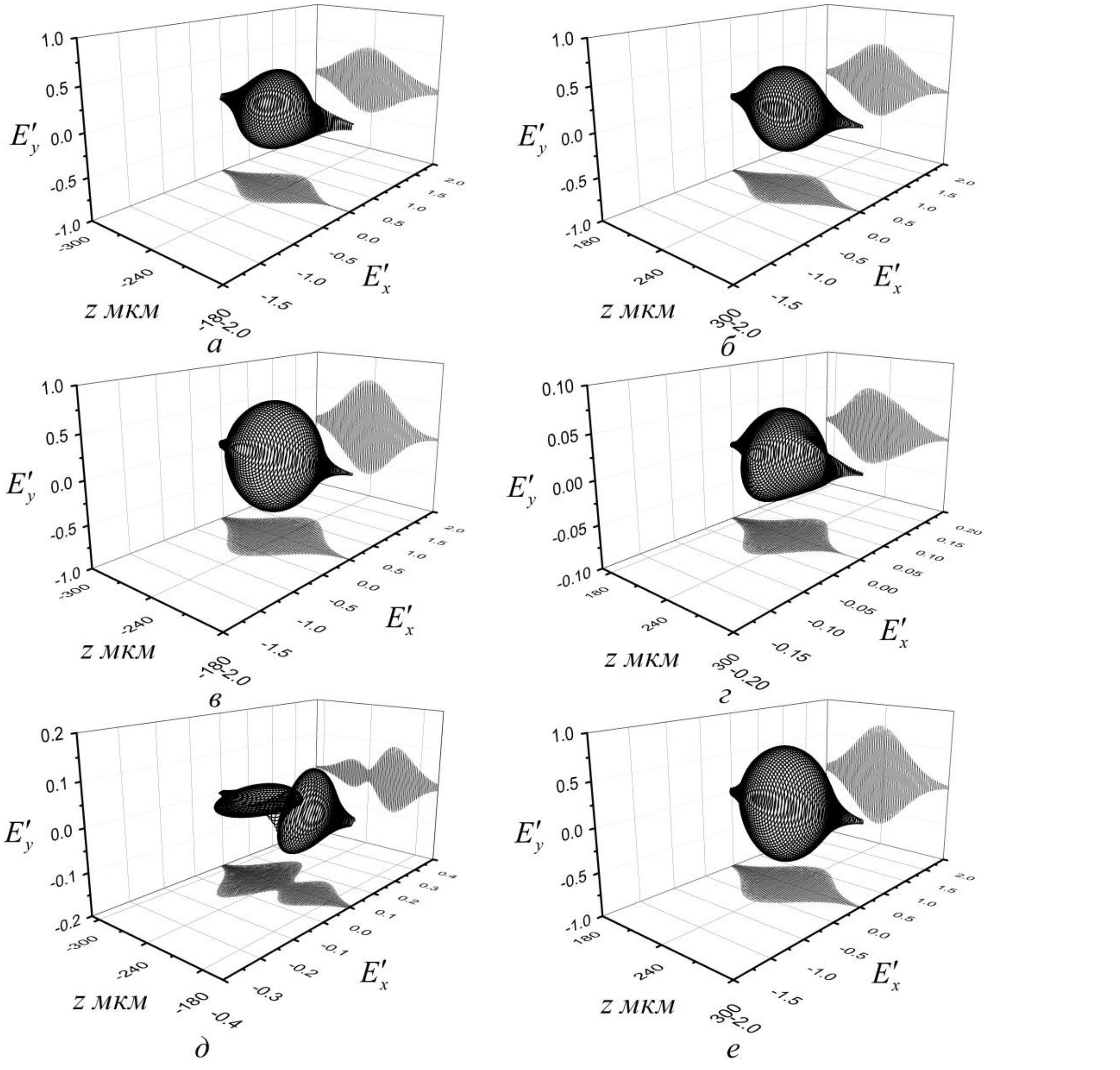


Рис. 3.3.1. Годографы векторов напряженностей электрических полей отраженного (*а*, *в*, *д*) и прошедшего (б, *г*, *е*) через метаматериал импульсов при $t = 1075$ фс, $n = 8$ и $M_0 = 0$ (*а*, *б*), $M_0 = 1$ (*в*, *г*), $M_0 = -1$ (*д*, *е*).

достигает локальных максимумов. Степень эллиптичности M и угол наклона главной оси эллипса поляризации Ψ каждого из них соответственно вычисляются по формулам (2.2.15), (2.2.16). Дискретные функции $M(\tilde{z}_m)$ и $\Psi(\tilde{z}_m)$ показывают изменения степени эллиптичности эллипса поляризации и угла поворота его главной оси вдоль импульса и переходят в классические определения этих величин в случае распространения монохроматического излучения.

При падении линейно поляризованного импульса увеличение числа шагов спирали приводит к небольшому смещению точки достижения пиковой интенсивности в прошедшем импульсе, форма которого близка к колоколообразной, а также к уменьшению $I(\tilde{z}_m)$ почти на треть. Если при $n=2$ прошедший импульс эллиптически поляризован, то при $n=8$ он практически левополяризован (соответственно черная и синяя кривые на рис. 3.3.2 *а*). Угол поворота главной оси эллипса поляризации при $n=8$ перестает монотонно зависеть от координаты распространения (рис. 3.3.2 *б*). При падении правополяризованного импульса на образец состоящий из правых винтовых спиралей интенсивность прошедшего излучения экспоненциально уменьшается с ростом n, а его поляризация становится близкой к циркулярной с вращением по левому кругу (рис. 3.3.2 *в*). Также с ростом n увеличивается скорость монотонного изменения угла поворота главной оси эллипса поляризации (рис. 3.3.2 *г*). Скачок Ψ на π (синяя кривая на рис. 3.3.2 *г*) связан с определением угла поворота главной оси эллипса поляризации (формула (2.2.16)). При падении левополяризованного импульса наибольшую пиковую интенсивность и наиболее близкую к исходной степень эллиптичности имеет импульс

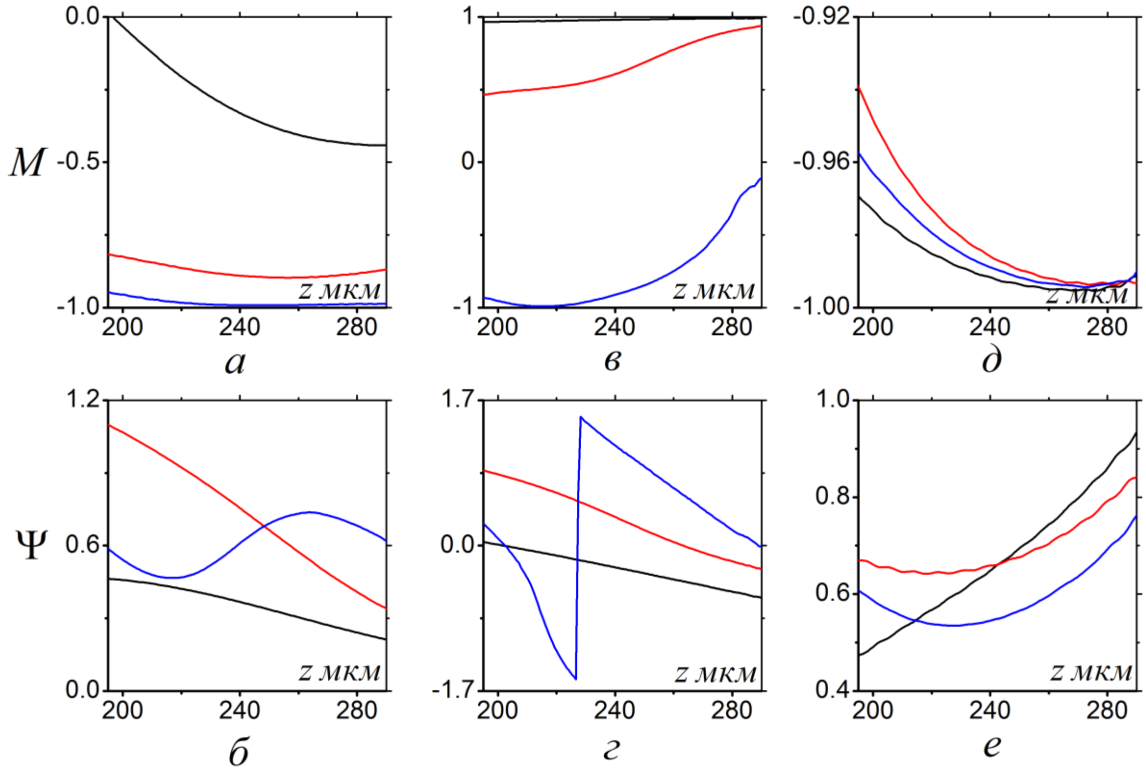


Рис. 3.3.2. Зависимости степени эллиптичности (*а*, *в*, *д*) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (*б*, *г*, *е*) импульса, прошедшего через состоящий из правозакрученных спиралей метаматериал, от z (в мкм) в момент времени 1075 фс в случае падения линейно поляризованного (*а*, *б*), правополяризованного (*в*, *г*) и левополяризованного (*д*, *е*) импульсов. Черные кривые соответствуют двум, красные – четырем, а синие – восьми шагам спиральной структуры.

прошедший через винтовую спираль с $n = 2$ (рис. 3.3.2 *д*). В этом случае увеличение числа шагов спирали приводит к немонотонному изменению угла поворота главной оси эллипса поляризации (рис. 3.3.2 *е*).

Наши исследования показали, что при падении на метаматериал длинного циркулярно поляризованного импульса в среде могут возникать существенно различные режимы колебаний электрической и магнитной частей энергии электромагнитного поля. Так при падении правополяризованного света на образец, состоящий из правозакрученных спиралей, существуют моменты времени t_p ($p = 1, 2, 3, \ldots$), длительность между которыми равна периоду колебаний $2\pi/\omega$, когда плотность $w_e(t,x,y,z) = (\mathbf{D}\cdot\mathbf{E})/8\pi$ электрической части энергии отлична от нуля только в материале спирали (рис. 3.3.3 *а*), а плотность $w_h(t,x,y,z) = (\mathbf{B}\cdot\mathbf{H})/8\pi$ магнитной части энергии обращается в ноль во всей среде. При этом w_e экспоненциально убывает по мере проникновения поля в толщу образца (верхняя часть рисунка). Через половину периода во всей среде $w_e = 0$, а магнитная часть энергии электромагнитного поля сосредоточена в пространстве между витками спирали (рис. 3.3.3 *б*) и также экспоненциально убывает по мере проникновения поля в образец.

При падении на образец из правозакрученных спиралей левополяризованного излучения характер колебаний электрической и магнитной частей энергии электромагнитного поля существенно меняется. Значения w_e и w_h нигде не обращаются в ноль, а за половину периода электрическая и магнитная части энергии перетекают из одного конца спирали в другой (рис. 3.3.3 *в*, *г*). Магнитная часть энергии, в отличает от предыдущего случая, концентрируется теперь, в основном, в пространстве между соседними спиралями.

При уменьшении длительности падающего на метаматериал импульса эти процессы делают годографы вектора напряженности электрического поля прошедшего и отраженного импульсов сложными и малоинформативными (рис. 3.3.4). Определяемые формулами (2.2.15), (2.2.16) дискретные функции $M(\tilde{z}_m)$ и $\Psi(\tilde{z}_m)$ также нерегулярным образом меняются с квазипериодом, сравнимым с длиной волны. Информацию о состоянии поляризации прошедшего импульса в этом случае в какой-то степени несут коэффициент пропускания

$$T(\omega) = (|S_x^t|^2 + |S_y^t|^2)^{1/2} / (|S_x^i|^2 + |S_y^i|^2)^{-1/2} \qquad (3.3.1)$$

излучения на частоте ω и его спектральная степень эллиптичности

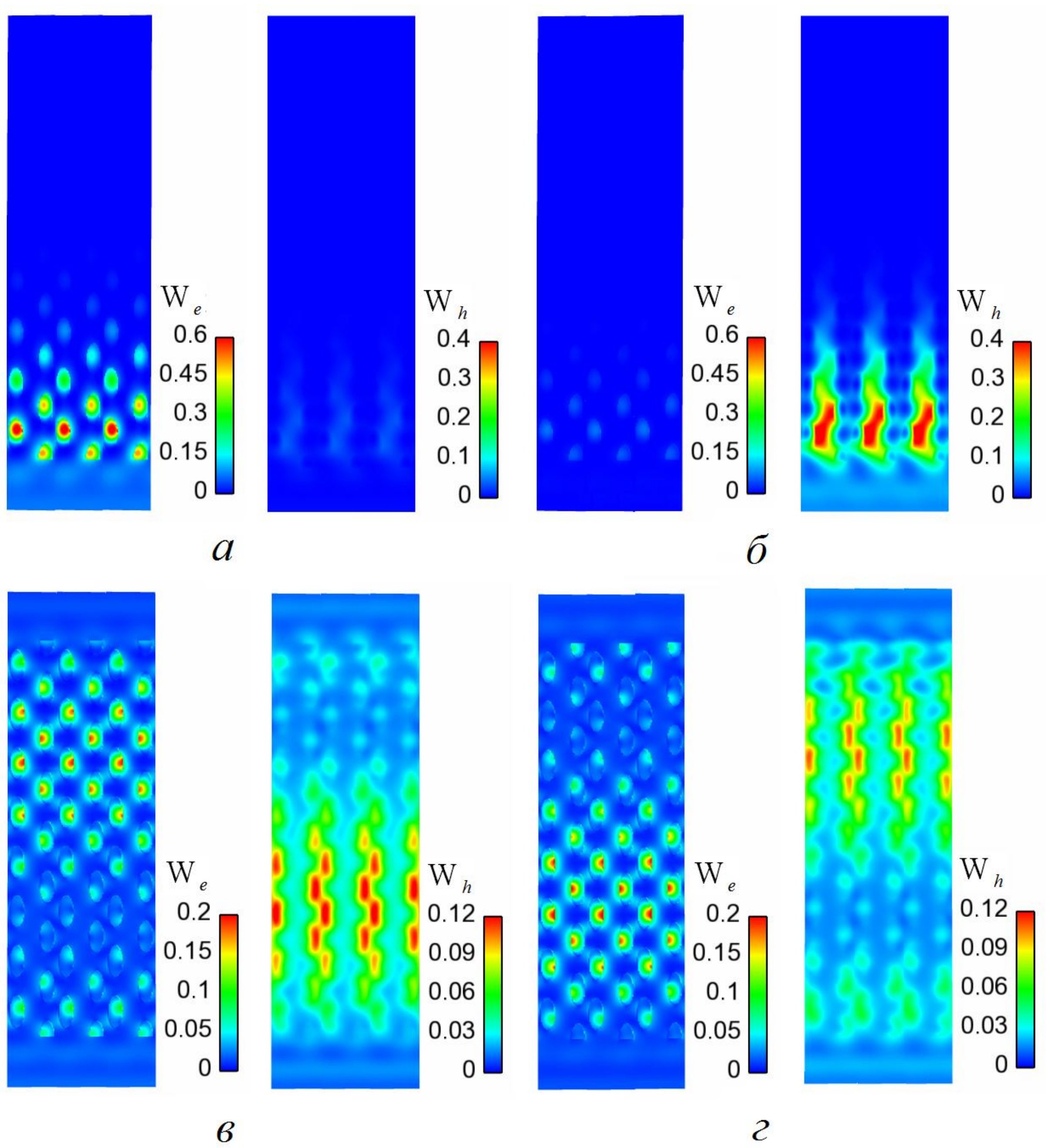


Рис. 3.3.3. Распределения $w_e(x, y=0, z)$ и $w_h(x, y=0, z)$ при прохождении длинных правополяризованных (*а* и *б*) и левополяризованных (*в* и *г*) импульсов через состоящий из правозакрученных спиралей метаматериал в моменты времени t_p (*а* и *в*) и $t_p + \pi/\omega$ (*б* и *г*).

$$M(\omega) = i(S_y^t S_x^{t*} - S_x^t S_y^{t*})/(|S_x^t|^2 + |S_y^t|^2), \qquad (3.3.2)$$

которая меняется в пределах от -1 до 1. Здесь $S_{x.y}^i(\omega)$ и $S_{x.y}^t(\omega)$ – фурье-образы декартовых компонент векторов напряженностей электрического поля соответственно

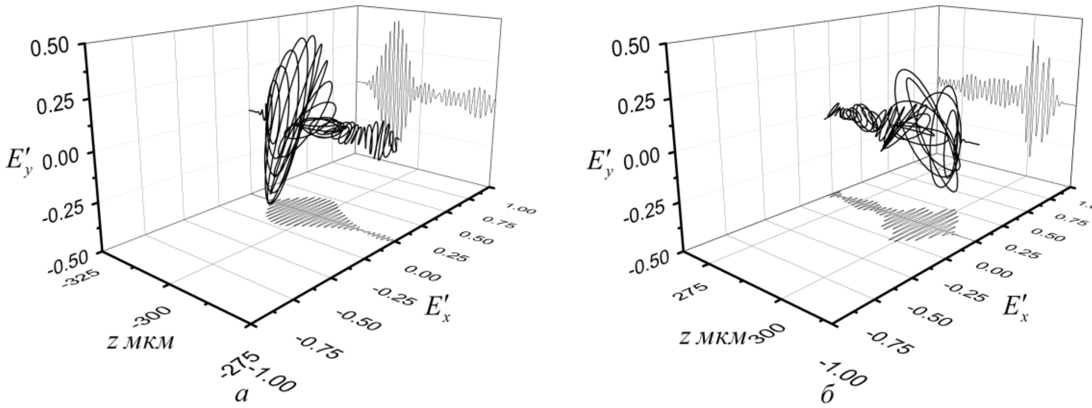


Рис. 3.3.4. Годографы векторов напряженностей электрических полей отраженного (*а*) и прошедшего (*б*) импульсов в случае падения на метаматериал короткого ($w_0 = 2\lambda$) линейно поляризованного импульса при $t = 1075$ фс, $z_0 = -12\lambda$.

падающего и прошедшего через образец импульсов, а звездочка обозначает комплексное сопряжение.

На рис. 3.3.5 изображены зависимости $T(\omega/\omega_0)$ и $M(\omega/\omega_0)$, где $\omega_0 = 1.16 \cdot 10^{15}$ рад/с, в случае падения правополяризованного (красные кривые) и левополяризованного (синие кривые) импульсов на состоящий из правых спиралей образец при $n = 8$ (сплошные линии) и $n = 4$ (пунктирные линии). Если падающее

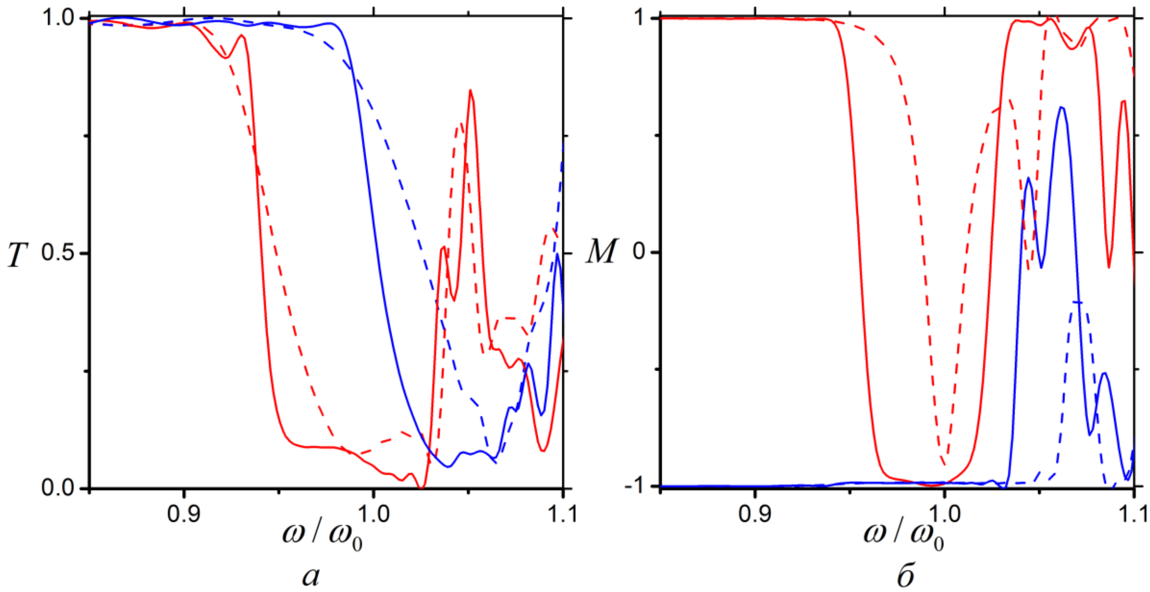


Рис. 3.3.5. Зависимости коэффициента прохождения (*а*) и степени эллиптичности (б) от ω/ω_0 в случае падения правополяризованного (красные кривые) и левополяризованного (синие кривые) импульсов при $n = 8$ (сплошные линии) и $n = 4$ (пунктирные линии).

излучение правополяризовано, то вблизи $\omega \approx \omega_0$ возникает достаточно широкий частотный интервал, в котором интенсивность составляет лишь несколько процентов от интенсивности падающего (рис. 3.3.5 *а*), а $M(\omega/\omega_0) \approx -1$ (рис. 3.3.5 *б*).

С ростом числа шагов спирали ширина этого частотного интервала увеличивается. Падающее левополяризованное излучение в этом диапазоне частот при прохождении через образец практически не меняет свою поляризацию. Однако при увеличении ω оно может сначала стать линейно поляризованным, а затем его спектральная степень эллиптичности немонотонно уменьшается до -1. Изменения в небольших пределах диэлектрической проницаемости спирали, периода трансляции структурного элемента, периода и диаметра винтовой линии, поперечного и продольного диаметров витка качественно не меняют вид рис. 3.3.5, а только смещают центр области аномального пропускания и меняют ее ширину. Например, с ростом ε и фиксированных остальных параметрах ее ширина увеличивается, а центр смещается в сторону меньших значений ω/ω_0.

Перейдем к рассмотрению более общей задачи, когда материал транслируемой структурной ячейки обладает безынерционной кубической нелинейностью. Как и в случае линейной среды ($a_1 = 0$) продольные z – компоненты векторов напряженностей электрических полей отраженного и прошедшего импульсов вдали от образца (при $z << -nh/2$ и $z >> nh/2$) обращаются в ноль, а поперечные (x, y) компоненты практически не изменяются в плоскости xy.

На рис. 3.3.6 изображены типичные годографы вектора напряженности электрического поля прошедшего через метаматериал лазерного импульса при различных значениях максимальной интенсивности P нормально падающего на среду линейно поляризованного вдоль оси $0y$ импульса с полушириной $w = 20\lambda$ ($\lambda \approx 1.67$ мкм, $z_0 = -50\lambda$) в случае, когда структурная ячейка метаматериала является закрученной вправо спиралью, а $n = 2$. При $P << 1$ (рис. 3.3.6 *а*) нелинейность метаматериала проявляется слабо. В фиксированный момент времени степень эллиптичности эллипса поляризации прошедшего импульса и угол поворота его главной оси плавно уменьшаются с ростом координаты распространения. Это происходит благодаря линейной оптической активности рассматриваемой среды.

При увеличении пиковой интенсивности падающего на образец линейно поляризованного вдоль оси $0y$ лазерного импульса происходит рост x-ой компоненты напряженности электрического поля распространяющегося излучения. На выходе из

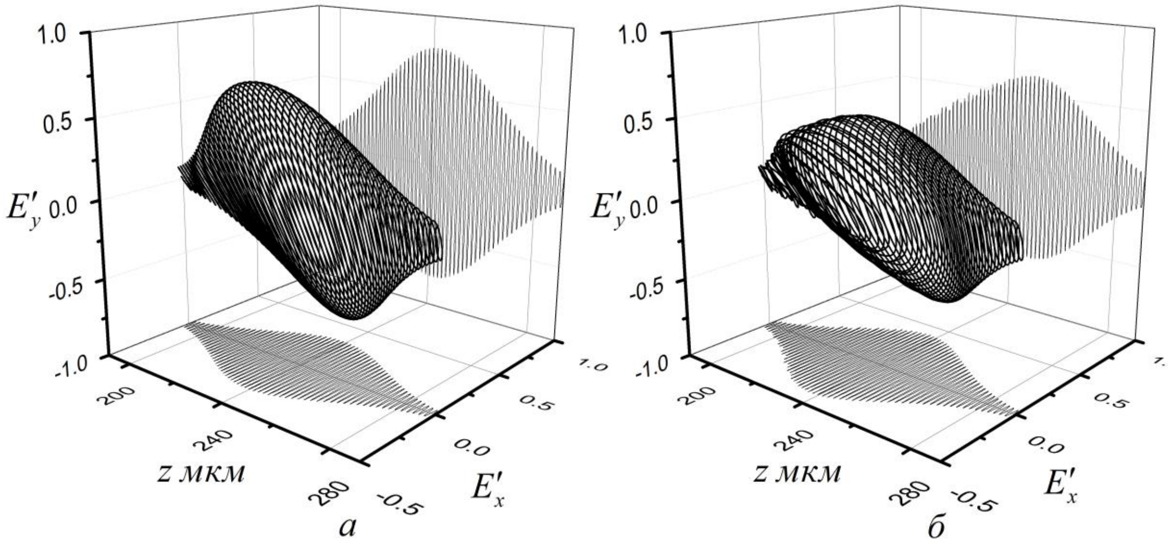


Рис. 3.3.6. Годографы векторов напряженностей электрических полей прошедших через метаматериал лазерных импульсов при $t = 1075$ фс, $n = 2$, $a_1 = 0.01/I_0$, $M_0 = 0$, $a_1 = 0.01/I_0$, $P << 1$ (*а*) и $P = 3$ (*б*).

нелинейного метаматериала степень эллиптичности эллипса поляризации лазерного импульса и угол поворота его главной оси в фиксированный момент времени осциллируют с ростом координаты распространения (рис. 3.3.6 *б*). При этом среднее значение $M(z)$ вначале убывает, а затем возрастает. Противоположным образом изменяется среднее значение $\Psi(z)$.

Такое влияние нелинейности материала спиралей также хорошо видно на рис. 3.3.7. На нем приведены зависимости от z (в мкм) нормированной на P безразмерной интенсивности (*а*), степени эллиптичности (*б*) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (*в*) импульса, прошедшего через состоящий из правозакрученных спиралей метаматериал в момент времени 1075 фс в случае падения линейно поляризованного импульса. Кривые 1 и 4 этого рисунка соответствуют годографам рис. 3.3.6.

Наши исследования показали, что если структурные ячейки метаматериала обладают нелинейными свойствами, то с ростом интенсивности падающего импульса ширина частотного интервала, внутри которого наблюдается режим селективного отражения света, возрастает, причем его расширение происходит в сторону меньших частот. Это иллюстрируют рис. 3.3.8, на которых изображены зависимости $T(\omega/\omega_0)$ (рис. 3.3.8 *а*) и $M(\omega/\omega_0)$ (рис. 3.3.8 *б*), где $\omega_0 = 1.16 \cdot 10^{15}$ рад/с, в случае падения на

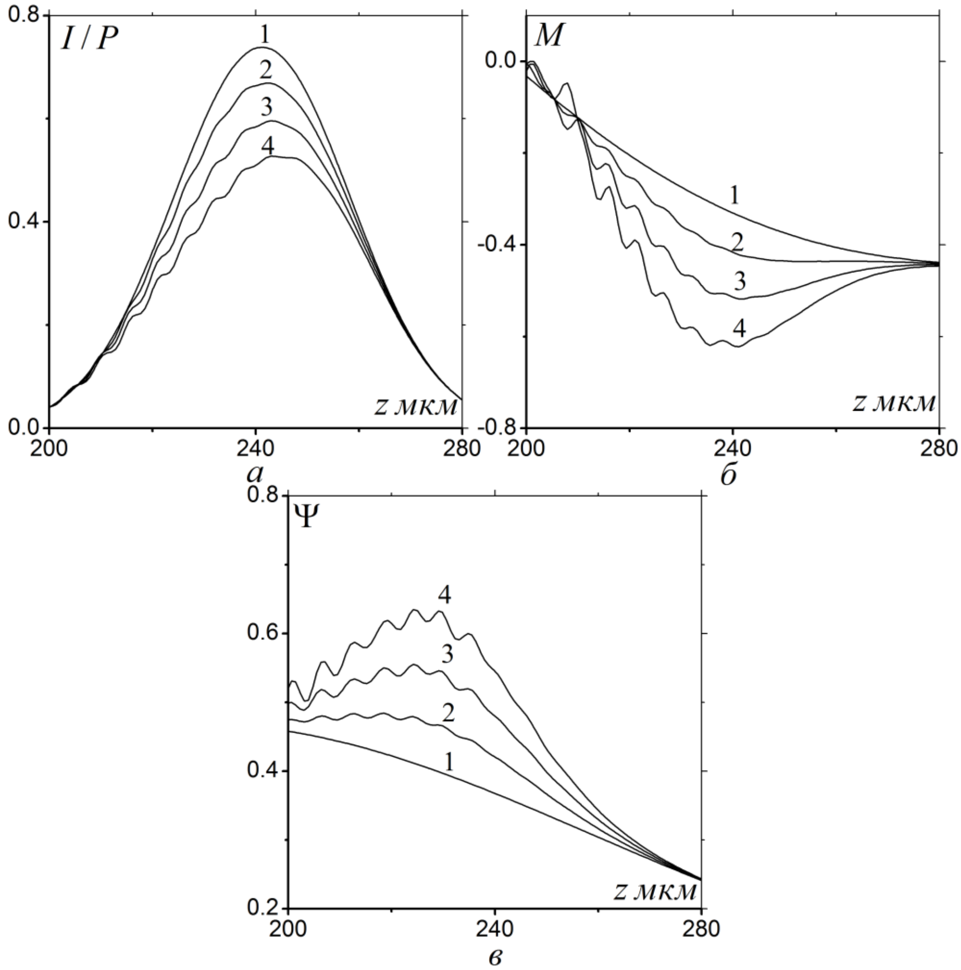


Рис. 3.3.7. Зависимости от z (в мкм) безразмерной интенсивности (*а*), степени эллиптичности (*б*) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (*в*) прошедшего метаматериал импульса в момент времени 1075 фс при $M_0 = 0$, $n = 2$, $a_1 = 0.01/I_0$. Кривые 1 – 4 построены при P стремящемся к нулю, равном 1, 2 и 3.

состоящий из правых спиралей образец ($n = 8$) циркулярно поляризованных импульсов с правым (кривые 1) и левым (кривые 2) направлением вращения вектора напряженности электрического поля. Видно, что если падающее излучение поляризовано по правому кругу ($M_0 = 1$), то вблизи $\omega \approx \omega_0$ возникает достаточно широкий частотный интервал, в котором интенсивность прошедшего излучения составляет лишь несколько процентов от интенсивности падающего, а $M(\omega/\omega_0) \approx -1$ (рис. 3.3.8 *б*). При этом поляризованное по левому кругу падающее излучение ($M_0 = -1$) полностью проходит (рис. 3.3.8 *а*). Степень эллиптичности на выходе из среды $M(\omega/\omega_0) \approx -1$. Если бы образец состоял из левых спиралей, то ситуация была бы обратной. Величина частотного интервала, в котором метаматериал ведет себя подобным образом, расширяется с ростом P в сторону низких

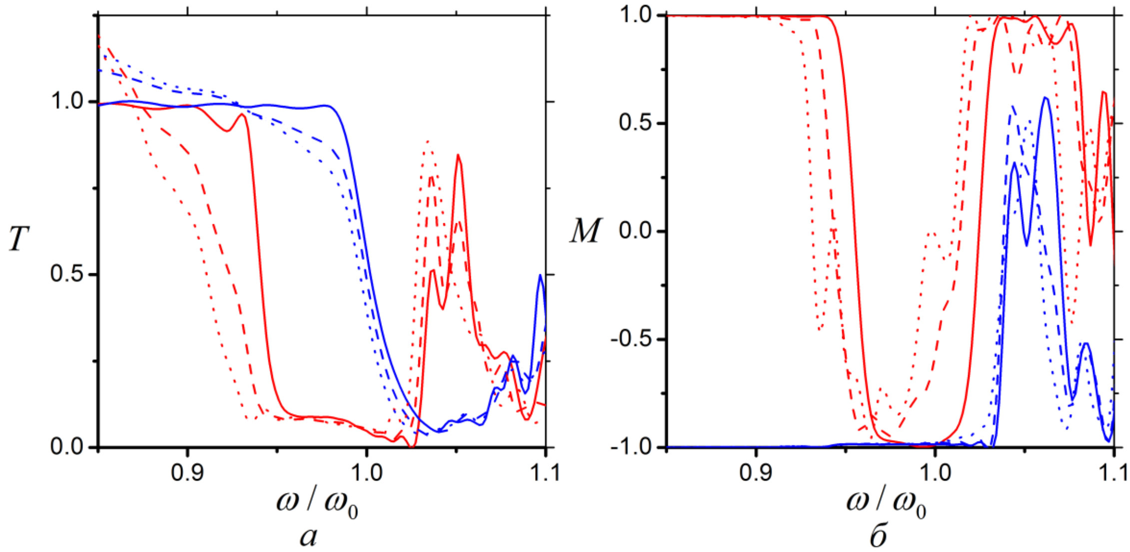


Рис. 3.3.8. Зависимости от частоты коэффициента прохождения (*а*) и степени эллиптичности (*б*) в случае падения циркулярных правополяризованных (красные кривые) и левополяризованных (синие кривые) импульсов полушириной $w = 2\lambda$ при $n = 8$, $a_1 = 0.01 / I_0$ и $P << 1$ (сплошные линии), $P = 20$ (пунктирные линии) и $P = 30$ (точки).

частот. Заметим, что в отличие от линейной среды, коэффициент пропускания $T(\omega)$ благодаря нелинейным эффектам преобразования частоты теперь не обязан быть меньше единицы.

Метаматериалы, состоящие из трехмерных винтовых спиралей, в настоящее время интенсивно экспериментально исследуются [43,44]. Продемонстрирована возможность [43] их применения в качестве базового элемента широкополосного тонкопленочного циркулярного поляризатора электромагнитного излучения. Эти структуры изготавливаются методом лазерной литографии с последующим электрохимическим осаждением золота. При нормальном падении эллиптически поляризованного излучения на такую структуру имеет место существенное отличие коэффициентов прохождения независимых циркулярно поляризованных компонент электического поля в инфракрасном диапазоне частот, превышающем одну октаву. В заданном частотном интервале можно повысить контрастность циркулярного поляризатора, используя диэлектрические спирали, материал которых обладает пренебрежимо малой частотной дисперсией. Использование в эксперименте полимерного образца, спиральная структура которого содержит восемь периодов, обеспечило [44] двадцатикратное различие между усредненными коэффициентами прохождения правополяризованной и левополяризованной составляющих падающего излучения, если отсчитываемые от оси структуры углы падения (отклонения от нормального падения) меньше семи градусов. В [44] так же было экспериментально продемонстрировано , что вышеупомянутое отношение может быть даже сравнимо с показателями коммерческих образцов изоляторов Фарадея. Насколько нам известно, эксперименты по наблюдению нелинейной оптической активности в метаматериалах, состоящих из трехмерных винтовых спиралей, еще не проводились. Однако в [41] было экспериментально продемонстрировано, что этот эффект в планарных метаматериалах может на семь порядков превышать оптическую активность кристалла йодата лития. По нашему мнению, видимых ограничений для наблюдения нелинейной оптической активности в трехмерных метаматериалах не существует.

Основные результаты третьей главы.

1. Используя FDTD метод, мы исследовали влияние параметров структурной ячейки полимерного метаматериала на пропускание и отражение нормально падающего на образец эллиптически поляризованного света. В случае импульсов длительностью в несколько десятков колебаний электрического поля временная динамика изменения поляризации прошедшего и отраженного импульсов описывалась на основе анализа годографа вектора напряженности электрического поля. Если поляризация падающего импульса близка к линейной, то интенсивность прошедшего и отраженного эллиптически поляризованных импульсов примерно одинакова. При падении правополяризованного импульса на среду, состоящую из правых спиралей, максимальное значение напряженности в прошедшем импульсе практически на порядок меньше, чем при падении на среду левополяризованного импульса. Если падающее излучение имеет поляризацию близкую к циркулярной с вращением вектора напряженности электрического поля по левому кругу, то прошедший через такую среду импульс имеет такую же поляризацию. При этом эллиптически поляризованный отраженный импульс имеет достаточно сложную форму.

2. Установлено, что при падении лазерного излучения на метаматериал, состоящий из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных диэлектрических спиралей, в нем возникают различные режимы колебаний электрической и магнитной частей плотности энергии электромагнитного поля, обуславливающие эффект селективного отражения его циркулярно поляризованных компонент. При падении правополяризованного света на образец, состоящий из правозакрученных спиралей, существуют моменты времени, когда плотность электрической части энергии отлична от нуля только в материале спирали, а плотность

магнитной части энергии во всей среде практически обращается в ноль. Через половину периода во всей среде плотность электрической части энергии равна нулю, а магнитная часть энергии электромагнитного поля сосредоточена в пространстве между витками спирали. При падении на такой образец левополяризованного излучения значения плотностей электрической и магнитной частей энергии нигде не обращаются в ноль. При этом за половину периода электрическая и магнитная части энергии перетекают из одного конца спирали в другой.

3. Если падающий сверхкороткий импульс имеет правую (левую) поляризацию, то существует достаточно широкий частотный интервал, в котором интенсивность импульса, прошедшего через состоящий из правозакрученных (левозакрученных) спиралей образец, составляет лишь несколько процентов от интенсивности падающего, а его поляризация близка к циркулярной с направлением вращения вектора напряженности электрического поля по левому (правому) кругу. Падающее левополяризованное (правополяризованное) излучение в этом диапазоне частот при прохождении через образец практически не меняет свою поляризацию. Небольшие изменения диэлектрической проницаемости спирали, периода трансляции структурного элемента, периода и диаметра винтовой линии, поперечного и продольного диаметров витка смещают центр области аномального пропускания и меняют ее ширину, не изменяя общей картины взаимодействия.

4. Исследовано влияние параметров структурной ячейки (в первую очередь количества полных витков трехмерной винтовой спирали) метаматериала, аналогичного используемому в экспериментальной работе [44], но обладающего безынерционной кубической нелинейностью, на пропускание и отражение нормально падающего на образец эллиптически поляризованного света. Показано, что при увеличении пиковой интенсивности падающего на образец линейно поляризованного лазерного импульса в прошедшем среду импульсе происходит рост компоненты вектора напряженности электрического поля, ортогональной напряженности электрического поля падающего импульса. На выходе из нелинейного метаматериала степень эллиптичности эллипса поляризации лазерного импульса и угол поворота его главной оси в фиксированный момент времени осциллируют с ростом координаты распространения.

5. Установлено разительное отличие оптических свойств используемого нелинейного метаматериала при прохождении через него циркулярно поляризованного излучения с противоположным направлением вращения векторов напряженностей электрического поля. В частности, показано, что с ростом интенсивности поляризованного по правому (левому) кругу циркулярно поляризованного импульса,

имеющего длительность в несколько периодов колебаний электрического поля и падающего на метаматериал, состоящий из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных правозакрученных (левозакрученных) спиралей, обладающих безынерционным кубическим откликом, происходит расширение частотного интервала, внутри которого практически все падающее излучение отражается от среды, и сдвиг его нижней границы в сторону меньших частот. Импульс с противоположной поляризацией в этом случае легко проходит через среду.

Основные результаты диссертации

1. В рамках метода медленно меняющихся амплитуд найдены параметры однородно эллиптически поляризованного во времени гауссова импульса и нелинейной среды с аномальной частотной дисперсией и пространственной дисперсией кубической нелинейности при которых на расстоянии в несколько дисперсионных длин происходит образование уединенной волны, степень эллиптичности эллипса поляризации которой меняется вдоль временного профиля интенсивности, а угол поворота его главной оси одинаков вдоль импульса и линейно возрастает с ростом координаты распространения.

2. Найдены ранее неизвестные аналитические решения неинтегрируемой системы из двух нелинейных уравнений Шредингера, описывающие распространение в изотропной среде с локальной и нелокальной кубической нелинейностью и частотной дисперсией второго порядка эллиптически поляризованных кноидальных волн различных типов и возникновение апериодических режимов изменения их поляризации, внешне напоминающих поляризационный «хаос».

3. Предложена модель обладающей частотной дисперсией и нелокальностью нелинейного оптического отклика среды, позволившая записать материальные уравнения без широко используемого требования малости параметра пространственной дисперсии, и проведена модификация метода конечных разностей во временной области (FDTD) со вспомогательным дифференциальным уравнением (ADE). С их помощью показано, что динамика самовоздействия эллиптически поляризованных импульсов длительностью в несколько периодов колебаний электрического поля существенно отличается от предсказанной формулами для зависящих от интенсивности угла поворота и степени эллиптичности эллипса поляризации. Состояние поляризации распространяющегося импульса немонотонно меняется на временах порядка периода колебаний электрического поля.

4. Модификация FDTD метода со вспомогательным дифференциальным уравнением и предложенная модель обладающей частотной дисперсией и нелокальностью оптического отклика кубической среды использована для исследования распространения падающих на нее коротких эллиптически поляризованных импульсов. Показано, что выбор формы лазерного импульса в виде солитонного решения системы нелинейных уравнений Шредингера обеспечивает формирование в процессе его дальнейшего распространения в среде без пространственной дисперсии эллиптически поляризованной уединенной волны, даже если длительность падающего импульса меньше периода колебаний электрического поля. Найдены значения параметров, при которых

инерционность нелинейного оптического отклика вещества контролируемым образом изменяет скорость сдвига несущей частоты эллиптически поляризованной уединенной волны по сравнению с аналогичной величиной линейно поляризованной уединенной волны, обладающей такой же пиковой интенсивностью.

5. Численно исследовано взаимодействие циркулярно поляризованных импульсов с хиральным метаматериалом, состоящим из периодически расположенных в виде двухмерной решетки трехмерных спиралей. Показано, что в такой среде возникают различные режимы колебаний электрической и магнитной частей плотности энергии электромагнитного поля, обеспечивающие селективное отражение циркулярно поляризованных компонент падающего излучения в некотором диапазоне частот, ширина которого увеличивается с ростом его пиковой интенсивности.

В заключение я хочу выразить глубокую благодарность моему научному руководителю, доктору физико-математических наук, заслуженному профессору МГУ Владимиру Анатольевичу Макарову, благодаря которому я добился первых результатов в нелинейной поляризационной оптике. Я искренне благодарен И.А. Пережогину за помощь, поддержку и плодотворное сотрудничество, как в студенческие годы, так и при работе над диссертацией.

Также я хотел бы поблагодарить профессора В.В. Шувалова и В.М. Петникову за ценные критические замечания и за обсуждение результатов работы. Я благодарен Г.А. Грязнову за оказанную им помощь в решении некоторых задач моей диссертации.

Особую признательность я бы хотел выразить учителю математики средней школы Л.И. Врублевской. Благодаря энтузиазму, простому и доходчивому стилю преподавания ей удалось вызвать у меня интерес к решению нестандартных задач и развить навыки, необходимые для успешного обучения в университете и последующей работы над диссертацией.

И наконец, я хочу выразить искреннюю признательность моим родным и близким, без помощи и поддержки которых предлагаемая диссертация могла бы остаться незавершенной.

Литература

1. *Brixner T., Krampert G., Pfeifer T., Selle R. et all.* Quantum Control by Ultrafast Polarization Shaping // Phys. Rev. Lett., 2004, Vol. 92, № 20, 208301 (4 pages).

2. *Suzuki T., Minemoto S., Kanai T., Sakai H.* Optimal Control of Multiphoton Ionization Processes in Aligned I_2 Molecules with Time-Dependent Polarization Pulses // Phys. Rev. Lett., 2004, Vol. 92, № 13, 133005 (4 pages).

3. *Weise F., Weber S.M., Plewicki M., Lindinger A.* Application of phase, amplitude, and polarization shaped pulses for optimal control on molecules // Chem. Phys., 2007, Vol. 332, № 2-3, P. 313–317.

4. *Oron D., Silberberg Y., Dudovich N., Villeneuve D.M.* Efficient polarization gating of high-order harmonic generation by polarization-shaped ultrashort pulses // Phys. Rev. A., 2005, Vol. 72, № 6, 063816 (4 pages).

5. *Itatani J., Zeidler D., Levesque J., Spanner M., et al.* Controlling High Harmonic Generation with Molecular Wave Packets // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94, № 12, P. 123902 (4 pages).

6. *Oron D., Dudovich N., Silberberg Y.* Femtosecond Phase-and-Polarization Control for Background-Free Coherent Anti-Stokes Raman Spectroscopy // Phys. Rev. Lett., 2003, Vol. 90, № 21, 213902 (4 pages).

7. *Brixner T., Stenger J., Vaswani H.M., Cho M., et al.* Two-dimensional spectroscopy of electronic couplings in photosynthesis // Nature, 2005, Vol. 434, № 7033, P. 625–628.

8. *Gundogdu K., Stone K.W., Turner D.B., Nelson K.A.* Multidimensional coherent spectroscopy made easy // Chem. Phys., 2007, Vol. 341, № 1-3, P. 89–94.

9. *Silberberg Y.* Ultrafast physics: Quantum control with a twist // Nature, 2004, Vol. 430, № 7000, P. 624–625.

10. *Dudovich N., Oron D., Silberberg Y.* Quantum Control of the Angular Momentum Distribution in Multiphoton Absorption Processes // Phys. Rev. Lett., 2004, Vol. 92, № 10, 103003 (4 pages).

11. *Shapiro M.* Quantum control of molecular processes. 2nd Ed., Weinheim: Wiley-VCH, 2012, 544 p.

12. *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. – Москва, Наука, 1988, 366 с.

13. *Hasegawa A., Matsumoto M.* Optical Solitons in Fibers. – Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 2003.

14. *Ablowitz M.J.* Solitons and the inverse scattering transform. – Philadelphia, SIAM, 1981, 425 p.

15. *Drazin P.G.* Solitons: an introduction. – Cambridge, New York, Cambridge University Press, 1989, 226 p.
16. *Remoissenet M.* Waves Called Solitons Concepts and Experiments. – Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 1999.
17. *Akhmediev N.N.* Solitons: nonlinear pulses and beams. – London ; New York, Chapman & Hall, 1997, 335 p.
18. *Kivshar Y.S.* Optical solitons: from fibers to photonic crystals. – Amsterdam ; Boston, Academic Press, 2003, 540 p.
19. *Akhmediev N.N., Ankiewicz A.* Dissipative solitons. – Berlin ; New York, Springer, 2005, 448 p.
20. *Malomed B.A.* Soliton management in periodic systems. – New York, Springer, 2006.
21. *Infeld E.* Nonlinear waves, solitons, and chaos. 2nd Ed. – Cambridge ; New York, Cambridge University Press, 2000, 391 p.
22. *Kartashov Y.V., Malomed B.A., Torner L.* Solitons in nonlinear lattices // Rev. Mod. Phys., 2011, Vol. 83, № 1, P. 247–305.
23. *Christiansen P.L., Eilbeck J.C., Enolskii V.Z., Kostov N.A.* Quasi-periodic and periodic solutions for coupled nonlinear Schrodinger equations of Manakov type // Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci., 2000, Vol. 456, № 2001, P. 2263–2281.
24. *Chow K.W., Nakkeeran K., Malomed B.A.* Periodic waves in bimodal optical fibers // Optics Communications, 2003, Vol. 219, P. 251–259.
25. *Tsang S.C., Nakkeeran K., Malomed B.A., Chow K.W.* Coupled periodic waves with opposite dispersions in a nonlinear optical fiber // Optics Communications, 2005, Vol. 249, P. 117–128.
26. *Chiu H.S., Chow K.W.* Periodic and solitary waves in systems of coherently coupled nonlinear envelope equations // Int. J. Comput. Math., 2010, Vol. 87, № 5, P. 1083–1093.
27. *Kaplan A.E.* Light-induced nonreciprocity, field invariants, and nonlinear eigenpolarizations // Opt. Lett., 1983, Vol. 8, № 11, P. 560-560.
28. *Sergeyev S.V. Mou C., Turitsyna E.G., Rozhin A., et al.* Spiral attractor created by vector solitons // Light: Science & Applications, 2014, Vol. 3, № 1, P. e131 (8 pages).
29. *Макаров В.А., Петров К.П.* Солитоны и уединенные волны в нелинейной гиротропной среде с частотной дисперсией // Квант. электрон., 1993, Т. 20, № 10, С. 1011–1015.
30. *Cambournac C., Sylvestre T., Maillotte H., Vanderlinden B., Kockaert P., Emplit P., Haelterman M.* Symmetry-Breaking Instability of Multimode Vector Solitons // Phys. Rev. Lett., 2002, Vol. 89, № 8, 083901 (4 pages).
31. *Sakovich A., Sakovich S.* Solitary wave solutions of the short pulse equation // Journal of Physics A: Mathematical and General, 2006, Vol. 39, № 22, P. L361–L367.

32. *Skobelev S.A., Kartashov D.V., Kim A.V.* Few-Optical-Cycle Solitons and Pulse Self-Compression in a Kerr Medium // Phys. Rev. Lett., 2007, Vol. 99, 203902 (4 pages).

33. *Kim A.V., Skobelev S.A., Anderson D., Hansson T., Lisak M.* Extreme nonlinear optics in a Kerr medium: Exact soliton solutions for a few cycles // Phys. Rev. A., 2008, Vol. 77, 043823 (6 pages).

34. *Kim A.V., Skobelev S.A.* Few-cycle vector solitons of light // Phys. Rev. A., 2011, Vol. 83, № 6, 063832 (7 pages).

35. *Benabid F.* Stimulated Raman Scattering in Hydrogen-Filled Hollow-Core Photonic Crystal Fiber // Science. 2002, Vol. 298, № 5592, P. 399–402.

36. *Liou J.H., Huang S.S., Yu C.P.* Loss-reduced highly birefringent selectively liquid-filled photonic crystal fibers // Optics Communications, 2010, Vol. 283, № 6, P. 971–974.

37. *Kopp V.I.* Chiral Fiber Gratings // Science, 2004, Vol. 305, № 5680, P. 74–75.

38. *Shemuly D. Ruff Z.M., Stolyarov A.M., Spektor G., Johnson S.G., Fink Y., Shapira O.* Asymmetric wave propagation in planar chiral fibers // Opt. Express, 2013, Vol. 21, № 2, P. 1465-1472.

39. *Alexeyev C., Lapin B., Yavorsky M.* Helical core optical fibers maintaining propagation of a solitary optical vortex // Phys. Rev. A, 2008, Vol. 78, № 1, 013813 (8 pages).

40. *Decker M., Ruther M., Kriegler C. E., Zhou J. et al*. Strong optical activity from twisted-cross photonic metamaterials // Opt. Lett., 2009, Vol. 34, № 16, P. 2501-2503.

41. *Ren M., Plum E., Xu J., Zheludev N.I.* Giant nonlinear optical activity in a plasmonic metamaterial // Nature Communications, 2012, Vol. 3, 833 (6 pages).

42. *Zhang S., Park Y., Jensen L., Xinchao L. et all.* Negative Refractive Index in Chiral Metamaterials // Phys. Rev. Lett., 2009, Vol. 102, № 2, 023901 (4 pages).

43. *Gansel J.K., Thiel M., Rill M.S., Decker M.* Gold Helix Photonic Metamaterial as Broadband Circular Polarizer // Science, 2009, Vol. 325, № 5947, P. 1513–1515.

44. *Thiel M., Decker M., Deubel M., Wegener M.* Polarization Stop Bands in Chiral Polymeric Three-Dimensional Photonic Crystals // Adv. Mater., 2007, Vol. 19, № 2, P. 207–210.

45. *Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N.* Specific features of the self-action of elliptically polarized light pulses and the formation of vector solitons in an isotropic medium with the anomalous frequency dispersion and the spatial dispersion of cubic nonlinearity. // Laser Phys., 2009, Vol. 19, № 2, P. 322–329.

46. *Макаров В.А., Пережогин И.А., Потравкин Н.Н.* Распространение эллиптически поляризованных лазерных импульсов в изотропной гиротропной среде с релаксационной кубической нелинейностью и аномальной частотной дисперсией. // Опт. и спектр., 2010, Т. 109, № 5, С. 826-830.

47. *Макаров В.А., Пережогин И.А., Потравкин Н.Н.* Распространение короткого электромагнитного импульса в линейной среде с частотной и пространственной дисперсией – прямое интегрирование уравнений Максвелла методом конечных разностей. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. и астрон., 2012, №3, С. 71-74.
48. *Potravkin N.N., Perezhogin I.A., Makarov V.A.* Numerical solution of Maxwell equations by a finite-difference time-domain method in a medium with frequency and spatial dispersion. // Phys. Rev. E. 2012. Vol. 86, № 5, P. 056706 (6 pages).
49. *Макаров В.А., Пережогин И.А., Петникова В.М., Потравкин Н.Н., Шувалов В.В*. Эллиптически поляризованные кноидальные волны в среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности. // Квант. электрон., 2012, Т. 42, № 2, С. 117-119.
50. *Макаров В.А., Петникова В.М., Потравкин Н.Н., Шувалов В.В*. Чирпированные эллиптически поляризованные кноидальные волны и поляризационный 'хаос' в изотропной среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности. // Квант. электрон., 2012, Т. 42, № 12, С. 1118-1122
51. *Makarov V.A., Petnikova V.M., Potravkin N.N., Shuvalov V.V.* Particular periodic solutions to a nonintegrable system of Schrödinger nonlinear equations and their eigenvalues. // Physics of Wave Phenomena, 2013. Vol. 21, № 4. P. 264–269.
52. *Makarov V.A., Petnikova V.M., Potravkin N.N., Shuvalov V.V.* Chirped elliptically polarized waves in an isotropic gyrotropic nonlinear medium: approximate solution to the propagation problem. // Laser Phys. Lett. 2013. Vol. 10, № 7. P. 075404.
53. *Макаров В.А., Петникова В.М., Потравкин Н.Н., Шувалов В.В*. Приближенные решения неинтегрируемой задачи распространения эллиптически поляризованных волн в изотропной гиротропной нелинейной среде и периодические аналоги многосолитонных комплексов. // Квант. электрон., 2014, Т. 44, № 2, С. 130 – 134.
54. *Gryaznov G.A., Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N.* Modeling of nonlinear optical activity in propagation of ultrashort elliptically polarized laser pulses. // Phys. Rev. E. 2014. Vol. 89, № 1, P. 013306(11).
55. *Potravkin N.N., Cherepetskaya E.B., Perezhogin I.A., Makarov V.A.* Ultrashort elliptically polarized laser pulse interaction with helical photonic metamaterial. // Opt. Mater. Express. 2014. Vol. 4, № 10. P. 2090-2101.
56. *Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N.* Few-cycle solitary wave formation from elliptically polarized ultrashort laser pulse in a medium with frequency dispersion. // Optics Communications, 2015, Vol. 339, P 228-235.

57. *Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N.* Interaction of Ultrashort Elliptically Polarized Laser Pulses with Nonlinear Helical Photonic Metamaterial // Physics of Wave Phenomena, 2015, Vol. 23, № 1, P. 1-7.
58. *Потравкин Н.Н., Макаров В.А., Пережогин И.А.* Поляризационная структура векторных солитонов в изотропной среде с пространственной дисперсией кубической нелинейности. – В сб. V Международная Конференция “Фундаментальные Проблемы Оптики”, Санкт-Петербург, Россия, 2008, с. 13–14.
59. *Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N.* Elliptically polarized solitons in isotropic medium with spatial dispersion of cubic nonlinearity. – In: Book of abstracts of 17th International Laser Physics Workshop, Trondheim, Norway, 2008, p. 277.
60. *Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N.* Transformation of polarization of light pulses in an isotropic medium with chirality-sensitive relaxation time of cubic nonlinearity – In: Book of abstracts of 18th International Laser Physics Workshop, Barcelona, Spain, 2009. P. 316.
61. *Makarov V.A., Perezhogin I. A., Petnikova V. M., Potravkin N.N., Shuvalov V. V.* Cnoidal wave in media with local and nonlocal cubic nonlinearity as particular solution of nonitegrable problem – In: Book of abstracts of 19th International Conference on Advanced Laser Technologies, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria, 2011. P. 95.
62. *Makarov V.A., Petnikova V.M., Potravkin N.N., Shuvalov V.V.* Elliptically polarized chirped cnoidal waves in a medium with spatial dispersion of cubic nonlinearity – In: Book of abstracts of 15th International Conference “Laser Optics 2012”, St-Petersburg, Russia, 2012. P. R8–R22.
63. *Макаров В.А., Пережогин И.А., Петникова В.М., Потравкин Н.Н., Руденко К.В., Шувалов В.В*. Распространение чирпированных эллиптически поляризованных волн в изотропной гиротропной нелинейной среде – В сб: II Всероссийская конференция по фотонике и информационной оптике, Москва, 2013. P. 79–80.
64. *Makarov V.A., Petnikova V.M., Potravkin N.N., Shuvalov V.V.* Particular periodic and approximate solutions of a system of coupled nonlinear Schrodinger equations for elliptically polarized waves in a medium with local and non-local parts of cubic nonlinear optical response and second order frequency dispersion – In: Book of abstracts of 22th International Laser Physics Workshop, Prague, Czech Republic, 2013. P. N 5.2.1.
65. *Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N., Grigoriev K.S, Gryaznov G.A.* Linear and nonlinear optical activity for the ultrashort light pulse: beyond the slowly varying envelope approximation – In: Book of abstracts of 22th International Laser Physics Workshop, Prague, Czech Republic, 2013. P. 5.1.2.
66. *Makarov V.A., Perezhogin I.A., Potravkin N.N.* Nonlinear optical activity for the ultrashort elliptically polarized pulse: numerical solution of Maxwell equations by finite-difference time-

domain method – In: Technical digest of XXI International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO), Moscow, 2013. P. ITuE2.

67. *Makarov V.A., Petnikova V.M., Potravkin N.N., Shuvalov V.V.* Cnoidal waves and polarization “chaos” in a medium with nonlinear gyrotropy – In: Technical digest of XXI International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO), Moscow, 2013. P. IWP32.

68. *Макаров В.А., Петникова В.М., Потравкин Н.Н., Шувалов В.В.* Эллиптически поляризованные волны в изотропной гиротропной нелинейной среде: периодические аналоги многосолитонных комплексов – В сб: III Всероссийская конференция по фотонике и информационной оптике, Москва, 2014. Р. 49.

69. *Agrawal G.P.* Nonlinear fiber optics. 5th ed. – Amsterdam, Elsevier/Academic Press, 2013.

70. *Berkovsky A.N., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Y.A.* Self-focusing of few-cycle light pulses in dielectric media // Phys. Rev. A, 2005, Vol. 72, № 4, P. 043821 (9 pages).

71. *Leblond H., Triki H., Sanchez F., Mihalache D.* Circularly polarized few-optical-cycle solitons in Kerr media: A complex modified Korteweg-de Vries model // Optics Communications, 2012, Vol. 285, P. 356–363.

72. *Gordon J.P.* Theory of the soliton self-frequency shift // Opt. Lett., 1986, Vol. 11, № 10, P. 662-664.

73. *Drozdov A.A., Kozlov S.A., Sukhorukov A.A., Kivshar Y.S.* Self-phase modulation and frequency generation with few-cycle optical pulses in nonlinear dispersive media // Phys. Rev. A, 2012, Vol. 86, № 5, P. 053822 (10 pages).

74. *Wabnitz S.* Forward mode coupling in periodic nonlinear-optical fibers: modal dispersion cancellation and resonance solitons // Opt. Lett., 1989, Vol. 14, № 19, P. 1071-1074.

75. *Aceves A.B., Wabnitz S.* Self-induced transparency solitons in nonlinear refractive periodic media // Phys. Lett. A, 1989, Vol. 141, № 1-2, P. 37–42.

76. *Афанасьев В.В., Дианов Е.М., Прохоров А.М., Серкин В.Н.* Нелинейное спаривание светлого и тёмного оптических солитонов. // Письма в ЖЭТФ, Т. 48, № 11, С. 588-592.

77. *Sukhorukov A.P., Persheev D.V.* Solitons of envelope line in nonlinear matched wave-guides // Mosc. Univ Phys Bull., 1991, Vol. 32, № 6, P. 37–44.

78. *Wabnitz S.* Effect of frequency sliding and filtering on the interactions of polarization-division-multiplexed solitons // Opt. Lett., 1995, Vol. 20, № 3, P. 261-264.

79. *Torner L., Mihalache D., Mazilu D., Akhmediev N.N.* Walking vector solitons // Optics Communications, 1997, Vol. 138, № 1-3, P. 105–108.

80. *Eleonskii V.M., Korolev V.G., Kulagin N.E., Shil'nikov N.P.* Branching Bifurcations of Vector Envelope Solitons and Integrability of Hamiltonian Systems // JETP. 1991. Vol. 72, № 4. P. 619.
81. *Голубков А.А., Макаров В.А., Рахматулина И.Г.* Самовоздействие эллиптически поляризованных световых импульсов в нелинейных гиротропных средах // Квант. электрон., 1992, Т. 19, № 12, С. 1195–1198.
82. *Golubkov A.A., Makarov V.A.* Spectroscopy of Nonlinear Gyrotropic Medium and Surface Diagnostics Based on Polarization Effects Due to Self-action of Light // J. Mod. Opt., 1990, Vol. 37, № 9, P. 1531–1543.
83. *Выслоух В.А., Засимова А.В., Макаров В.А* Самовоздействие частотно-модулированных импульсов в нелинейной изотропной гиро-тропной среде. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. и астрон., 1995, Т. 36, № 6, С. 100-103.
84. *Stagira S., Priori E., Sansone G., Nisoli M., De Silvestri S., Gadermaier C.* Nonlinear guided propagation of few-optical-cycle laser pulses with arbitrary polarization states // Phys. Rev. A, 2002, Vol. 66, № 3, 033810 (8 pages).
85. *Kaup D., Malomed B., Tasgal R.* Internal dynamics of a vector soliton in a nonlinear optical fiber // Phys. Rev. E, 1993, Vol. 48, № 4, P. 3049–3053.
86. *Haelterman M., Sheppard A.P.* The elliptically polarized fundamental vector soliton of isotropic Kerr media // Phys. Lett. A, 1994, Vol. 194, № 3, P. 191–196.
87. *Yang J., Tan Y.* Fractal Structure in the Collision of Vector Solitons // Phys. Rev. Lett., 2000, Vol. 85, № 17, P. 3624–3627.
88. *Yang J.* Interactions of vector solitons // Phys. Rev. E, 2001, Vol. 64, № 2, 026607 (16 pages).
89. *Goodman R., Haberman R.* Vector-soliton collision dynamics in nonlinear optical fibers // Phys. Rev. E, 2005, Vol. 71, № 5, 056606 (16 pages).
90. *Kanna T., Lakshmanan M., Dinda P., Akhmediev N.* Soliton collisions with shape change by intensity redistribution in mixed coupled nonlinear Schrödinger equations // Phys. Rev. E, 2006, Vol. 73, № 2, 026604 (15 pages).
91. *Delqué M., Chauvet M., Maillotte H., Sylvestre T.* Numerical and experimental investigations of vector soliton bound-states in a Kerr planar waveguide // Optics Communications, 2005, Vol. 249, № 1-3, P. 285–291.
92. *Delqué M., Fanjoux G., Sylvestre T.* Polarization dynamics of the fundamental vector soliton of isotropic Kerr media // Phys. Rev. E, 2007, Vol. 75, № 1, 016611 (10 pages).

93. *Delqué M., Sylvestre T., Maillotte H. Cambournac C., Kockaert P., Haelterman M.* Experimental observation of the elliptically polarized fundamental vector soliton of isotropic Kerr media // Opt. Lett., 2005, Vol. 30, № 24, P. 3383-3385.

94. *Руденко О.В., Сухоруков А.П., Виноградова М.В.* Теория волн – Moscow, Nauka, 1990.

95. *Koroteev N.I., Makarov V.A., Volkov S.N.* On two relaxation-times of cubic nonlinearity in self-action of light in an isotropic gyrotropic medium // Laser Phys., 1994, Vol. 4, № 6, P. 1190–1191.

96. *Petnikova V.M., Shuvalov V.V., Vysloukh V.A.* Multicomponent photorefractive cnoidal waves: Stability, localization, and soliton asymptotics // Phys. Rev. E, 1999, Vol. 60, № 1, P. 1009–1018.

97. *Petnikova V.M., Shuvalov V.V.* Parametric frequency conversion, nonlinear Schrödinger equation, and multicomponent cnoidal waves // Phys. Rev. E, 2007, Vol. 76, 046611 (7 pages).

98. *Петникова В.М., Шувалов В.В.* Комплексные периодические решения нелинейного уравнения Шредингера и невырожденные многокомпонентные кноидальные волны при параметрическом преобразовании частоты // Квант. электон., 2007, Т. 37, № 6, Р. 561–564.

99. *Куратов А.С., Петникова В.М., Шувалов В.В.* Области существования и асимптотики комплексных периодических решений стационарного нелинейного уравнения Шредингера // Квант. электон., 2008, Т. 38, № 2, С. 144–148.

100. *Петникова В.М., Шувалов В.В.* Эффективная кубическая нелинейность, фотоиндуцированная анизотропия и эллиптически поляризованные кноидальные волны при удвоении частоты // Квант. электон., 2009, Т. 39, № 12, Р. 1137–1142.

101. *Petnikova V.M., Shuvalov V.V.* Multicomponent cnoidal waves in cascade quasisynchronous frequency conversion // Phys. Rev. E, 2009, Vol. 79, № 2, 026605 (11 pages).

102. *Akhmediev N., Buryak A., Soto-Crespo J.M.* Elliptically polarised solitons in birefringent optical fibers // Optics Communications, 1994, Vol. 112, P. 278–282.

103. *Akhmediev N.., Ostrovskaya E.* Elliptically polarized spatial solitons in cubic gyrotropic materials // Optics Communications, 1996, Vol. 132, № 1-2, P. 190–204.

104. *Голубков А.А., Макаров В.А.* Амплитудные и поляризационные эффекты при самофокусировке лазерного излучения в средах с пространственной дисперсией // Изв. вузов. Радиофиз., 1988, Т. 31, № 9. С. 1042-1052.

105. *Голубков А.А., Макаров В.А., Пережогин И.А.* Формирование эллиптически поляризованных кольцевых структур электрического поля при самофокусировке света в изотропной среде с пространственной дисперсией нелинейности. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. и астрон., 2009, № 1, С. 52-55.

106. *Popov S.V., Svirko Y.P., Zheludev N.I.* Susceptibility tensors for nonlinear optics. – Bristol, UK; Philadelphia: Institute of Physics Pub., 1995.
107. *Makarov V.A., Golubkov A.A., Perezhogin I.A., Savvina S.S.* Polarization transformation during beam focusing in chiral liquid. // SPIE Proceedings, 2005, v. 5333, p. 30 – 36.
108. *Davydov A.S.* Solitons in molecular systems. Dordrecht ; Boston : Hingham, MA, U.S.A: D. Reidel : Sold and distributed in the U.S.A. and Canada by Kluwer Academic Publishers, 1985. 319 p.
109. *Gradshteĭn I.S.* Table of integrals, series, and products. 7th ed. Amsterdam ; Boston: Academic Press, 2007. 1171 p.
110. *Born M.* Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 7th expanded ed. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 1999. 952 p.
111. *Cox F.M., Argyros A., Large M.C.J.* Liquid-filled hollow core microstructured polymer optical fiber // Opt. Express, 2006, Vol. 14, № 9, P. 4135-4140.
112. *Barron L.D.* Molecular light scattering and optical activity. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
113. *Ахманов С.А., Жариков В.И.* О нелинейной оптике гиротропных сред // Письма в ЖЭТФ, 1967, Т. 6, С. 644-648.
114. *Kovrighin A.I., Yakovlev D.V., Zhdanov B.V., Zheludev N.I.* Self-induced optical activity in crystals // Optics Communications, 1980, Vol. 35, № 1, P. 92–95.
115. *Maker P., Terhune R., Savage C.* Intensity-Dependent Changes in the Refractive Index of Liquids // Phys. Rev. Lett., 1964, Vol. 12, № 18, P. 507–509.
116. *Ахманов С.А., Жданов Б.В., Желудев Н.И., Ковригин А.И., Кузнецов В.И.* Нелинейная оптическая активность в кристаллах // Письма в ЖЭТФ, 1979, Т. 29, С. 294–298.
117. *Akhmanov S.A., Lyakhov G.A., Makarov V.A., Zharikov V.I.* Theory of Nonlinear Optical Activity in Isotropic Media and Liquid Crystals // Optica Acta: International Journal of Optics, 1982, Vol. 29, № 10, P. 1359–1369.
118. *Желудев Н.И., Петренко А.Д., Свирко Ю.П., Филиппова Г.С.* Нелинейная оптическая активность в слабо и сильно нелинейных средах; прямые и каскадные процессы; бистабильность и стохастичность // Известия АН СССР, Сер. Физика, 1984, Т. 48, 3, С. 603-610.
119. *Unsbo P., Flytzanis C.* Degenerate four-wave mixing in isotropic nonlinear-optical gyrotropic media // Journal of the Optical Society of America B, 1997, Vol, 14, № 3, P. 560-569.
120. *Tratnik M., Sipe J.* Nonlinear polarization dynamics. I. The single-pulse equations // Phys. Rev. A., 1987, Vol. 35, № 7, P. 2965–2975.

121. *Kuwata-Gonokami M., Saito N., Ino Y., Kauranen M. et al.* Giant Optical Activity in Quasi-Two-Dimensional Planar Nanostructures // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95, № 22, 227401 (4 pages).

122. *Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н.* Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // УФН, 2006, Т. 176, № 10, С. 1051-1068.

123. *Taflove A.* Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method. 3rd ed. – Boston, Artech House, 2005.

124. *Agranovich V.M., Shen Y.R., Baughman R.H., Zakhidov A.A.* Linear and nonlinear wave propagation in negative refraction metamaterials // Phys. Rev. B., 2004, Vol. 69, № 16, 165112 (7 pages).

125. *Agranovich V.M., Gartstein Y.N.* Electrodynamics of metamaterials and the Landau–Lifshitz approach to the magnetic permeability // Metamaterials, 2009, Vol. 3, № 1, P. 1–9.

126. *Merlin R.* Metamaterials and the Landau-Lifshitz permeability argument: Large permittivity begets high-frequency magnetism // Proceedings of the National Academy of Sciences, 2009, Vol. 106, № 6, P. 1693–1698.

127. *Silveirinha M.G., Baena J.D., Jelinek L., Marqués R.* Nonlocal homogenization of an array of cubic particles made of resonant rings // Metamaterials, 2009, Vol. 3, № 3-4, P. 115–128.

128. *Perrins W.T., McPhedran R.C.* Metamaterials and the homogenization of composite materials // Metamaterials, 2010, Vol. 4, № 1, P. 24–31.

129. *Zhou J. Dong J., Wang B., Koschny T. et al.* Negative refractive index due to chirality // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 79, № 12, 121104 (4 pages).

130. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. – Москва, Наука, 1982.

131. *Gedalin M., Scott T., Band Y.* Optical Solitary Waves in the Higher Order Nonlinear Schrödinger Equation // Phys. Rev. Lett., 1997, Vol. 78, № 3. P. 448–451.

132. *Gromov E.M., Talanov V.I.* Short optical solitons in fibers // Chaos, 2000, Vol. 10, № 3. P. 551-558.

133. *Kaplan A., Shkolnikov P.* Electromagnetic “Bubbles” and Shock Waves: Unipolar, Nonoscillating EM Solitons // Phys. Rev. Lett., 1995, Vol. 75, № 12, P. 2316–2319.

134. *Zhokhov P.A., Zheltikov A.M.* Attosecond Shock Waves // Phys. Rev. Lett., 2013, Vol. 110, № 18, 183903 (5 pages).

135. *Ishii N., Teisset C.Y., Köhler S., Serebryannikov E.E., et al.* Widely tunable soliton frequency shifting of few-cycle laser pulses // Phys. Rev. E., 2006, Vol. 74, № 3, 036617 (10 pages).

136. *Judge A.C., Bang O., Eggleton B.J., Kuhlmey B.T. et al.* Optimization of the soliton self-frequency shift in a tapered photonic crystal fiber // J. Opt. Soc. Am. B, 2009, Vol. 26, № 11. P. 2064-2071.
137. *Желтиков А.М.* Комбинационное рассеяние света в фемто- и аттосекундной физике // УФН, 2011, Т. 54, № 1. С. 29–51.
138. *Brabec T., Krausz F.* Nonlinear Optical Pulse Propagation in the Single-Cycle Regime // Phys. Rev. Lett., 1997, Vol. 78, № 17, P. 3282–3285.
139. *Ranka J.K., Gaeta A.L.* Breakdown of the slowly varying envelope approximation in the self-focusing of ultrashort pulses // Opt. Lett., 1998, Vol. 23, № 7. P. 534-536.
140. *Leblond H., Sanchez F.* Models for optical solitons in the two-cycle regime // Phys. Rev. A, 2003, Vol. 67, № 1, 013804 (8 pages).
141. *Kozlov S.A., Sazonov S.V.* Nonlinear propagation of optical pulses of a few oscillations duration in dielectric media // J. Exp. Theor. Phys., 1997, Vol. 84, № 2, P. 221–228.
142. *Mel'nikov I.V., Mihalache D., Moldoveanu F., Panoiu N.C. et al.* Quasiadiabatic following of femtosecond optical pulses in a weakly excited semiconductor // Phys. Rev. A., 1997, Vol. 56, № 2, P. 1569–1576.
143. *Leblond H., Mihalache D.* Few-optical-cycle solitons: Modified Korteweg–de Vries sine-Gordon equation versus other non–slowly-varying-envelope-approximation models // Phys. Rev. A, 2009, Vol. 79, 063835 (7 pages).
144. *Leblond H., Sanchez F., Mel'nikov I.V., Mihalache D.* Optical solitons in a few-cycle regime: Breakdown of slow-envelope approximation // Math. Comput. Simul., 2005, Vol. 69, P. 378–388.
145. *Rosanov N.N., Semenov V.E., Vysotina N.V.* Few-cycle dissipative solitons in active nonlinear optical fibres // Quantum Electron., 2008, Vol. 38, № 2. P. 137–143.
146. *Amiranashvili S., Bandelow U., Akhmediev N.* Few-cycle optical solitary waves in nonlinear dispersive media // Phys. Rev. A., 2013, Vol. 87, 013805 (8 pages).
147. *Leblond H., Mihalache D.* Models of few optical cycle solitons beyond the slowly varying envelope approximation // Phys. Rep., 2013, Vol. 523, № 2. P. 61–126.
148. *Mel'nikov I.V., Leblond H., Sanchez F., Mihalache D.* Nonlinear Optics of a Few-Cycle Optical Pulse: Slow-Envelope Approximation Revisited // Quantum Electron., 2004. Vol. 10, № 5. P. 870–875.
149. *Leblond H., Sazonov S.V., Mel'nikov I.V., Mihalache D., Sanchez F.* Few-cycle nonlinear optics of multicomponent media // Phys. Rev. A., 2006, Vol. 74, № 6, 063815 (8 pages).
150. *Leblond H., Mel'nikov I.V., Mihalache D.* Interaction of few-optical-cycle solitons // Phys. Rev. A, 2008, Vol. 78, № 4, 043802 (5 pages).

151. *Weile D.S., Michielssen E.* Genetic algorithm optimization applied to electromagnetics: a review // IEEE Trans. Antennas Propag., 1997, Vol. 45, № 3, P. 343–353.

152. *Leblond H., Triki H., Sanchez F., Mihalache D.* Robust circularly polarized few-optical-cycle solitons in Kerr media // Phys. Rev. A. 2011. Vol. 83, № 6, 063802 (5 pages).

153. *Blow K.J., Wood D.* Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers // IEEE J. Quantum Electron., 1989, Vol. 25, № 12, P. 2665–2673.

154. *Brixner T., Gerber G.* Femtosecond polarization pulse shaping // Opt. Lett., 2001, Vol. 26, № 8, P. 557-559.

155. *Agranovič V.M., Ginzburg V.L.* Spatial Dispersion in Crystal Optics and the Theory of Excitons. – Interscience Publishers, 1966.

156. *Golubkov A.A., Makarov V.A.* Boundary conditions for an electromagnetic field on the surface of linear and nonlinear crystals: Allowance for weak spatial dispersion and near-surface inhomogeneity of optical properties at the intermedium boundary // J. of Russian Laser research, 1996, Vol. 17, № 5, P. 480–488.

157. *Golubkov A.A., Makarov V.A.* Material equation for the polarization current on the surface of media with weak spatial dispersion // Laser Phys., 1996, Vol. 6, № 6, P. 1013–1017.

158. *Joseph R.M., Hagness S.C., Taflove A.* Direct time integration of Maxwell's equations in linear dispersive media with absorption for scattering and propagation of femtosecond electromagnetic pulses // Opt. Lett., 1991, Vol. 16, № 18, P. 1412-1414.

159. *Saad Y., Schultz M.H.* GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems // SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1986, Vol. 7, № 3, P. 856–869.

160. *Goorjian P.M., Taflove A.* Direct time integration of Maxwell's equations in nonlinear dispersive media for propagation and scattering of femtosecond electromagnetic solitons // Opt. Lett., 1992, Vol. 17, № 3, P. 180-182.

161. Голубков А.А., Макаров В.А. Граничные условия электромагнитного поля на поверхности сред со слабой пространственной дисперсией // УФН, 1995, Т. 165, № 3, С. 339-346.

162. *Mitschke F.M., Mollenauer L.F.* Discovery of the soliton self-frequency shift // Opt. Lett. 1986. Vol. 11, № 10. P. 659-661.

163. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ. // УФН, 1968, Vol. 92, № 3. P. 517–526.

164. *Pendry J.B.* Negative Refraction Makes a Perfect Lens // Phys. Rev. Lett., 2000, Vol. 85, № 18, P. 3966–3969.

165. *Fang N.* Sub-Diffraction-Limited Optical Imaging with a Silver Superlens // Science, 2005, Vol. 308, № 5721, P. 534–537.
166. *Zhang X., Liu Z.* Superlenses to overcome the diffraction limit // Nature Materials, 2008, Vol. 7, № 6, P. 435–441.
167. *Pendry J.B.* Controlling Electromagnetic Fields // Science, 2006, Vol. 312, № 5781, P. 1780–1782.
168. *Schurig D., Mock J.J., Justice B.J., Cummer S.A. et al.* Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies // Science, 2006, Vol. 314, № 5801, P. 977–980.
169. *Cai W., Chettiar U.K., Kildishev A.V., Shalaev V.M.* Optical cloaking with metamaterials // Nature Photonics, 2007, Vol. 1, № 4, P. 224–227.
170. *Smith D., Padilla W., Vier D., Nemat-Nasser S., Schultz S.* Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity // Phys. Rev. Lett., 2000, Vol. 84, № 18, P. 4184–4187.
171. *Pendry J.B., Holden A.J., Stewart W.J., Youngs I.* Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures // Phys. Rev. Lett., 1996, Vol. 76, № 25, P. 4773–4776.
172. *Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J.* Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 1999. Vol. 47, № 11. P. 2075–2084.
173. *Yen T.J.* Terahertz Magnetic Response from Artificial Materials // Science, 2004, Vol. 303, № 5663, P. 1494–1496.
174. *Linden S.* Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz // Science, 2004, Vol. 306, № 5700, P. 1351–1353.
175. *Katsarakis N., Konstantinidis J., Kostopoulos A., Penciu R.S. et al.* Magnetic response of split-ring resonators in the far-infrared frequency regime // Opt. Lett, 2005, Vol. 30, № 11, P. 1348-1350.
176. *Enkrich C., Wegener M., Linden S., Burger S. et al.* Magnetic Metamaterials at Telecommunication and Visible Frequencies // Phys. Rev. Lett., 2005, Vol. 95, № 20, 203901 (4 pages).
177. *Shelby R.A.* Experimental Verification of a Negative Index of Refraction // Science. 2001. Vol. 292, № 5514. P. 77–79.
178. *Zhou J., Koschny T., Kafesaki M., Economou E.N. et al.* Saturation of the Magnetic Response of Split-Ring Resonators at Optical Frequencies // Phys. Rev. Lett., 2005, Vol. 95, № 22, 223902 (4 pages).
179. *Shalaev V.M.* Optical negative-index metamaterials // Nature Photonics, 2007, Vol. 1, № 1. P. 41–48.

180. *Pendry J.B.* A Chiral Route to Negative Refraction // Science, 2004, Vol. 306, № 5700, P. 1353–1355.
181. *Tretyakov S., Nefedov I., Sihvola A., Maslovski S. et al.* Waves and Energy in Chiral Nihility // Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 2003, Vol. 17, № 5, P. 695–706.
182. *Tretyakov S., Sihvola A., Jylhä L.* Backward-wave regime and negative refraction in chiral composites // Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications, 2005, Vol. 3, № 2-3, P. 107–115.
183. *Monzon C., Forester D.* Negative Refraction and Focusing of Circularly Polarized Waves in Optically Active Media // Phys. Rev. Lett., 2005, Vol. 95, № 12, 123904 (4 pages).
184. *Yannopapas V.* Negative index of refraction in artificial chiral materials // J. Phys. Condens. Matter. 2006. Vol. 18, № 29. P. 6883–6890.
185. *Jelinek L., Marqués R., Mesa F., Baena J.D.* Periodic arrangements of chiral scatterers providing negative refractive index bi-isotropic media // Phys. Rev. B, 2008, Vol. 77, № 20, 205110 (6 pages).
186. *Wang B., Zhou J., Koschn T., Soukoulis C.* Nonplanar chiral metamaterials with negative index // Appl. Phys. Lett. 2009. Vol. 94, № 15, P. 151112 (3 pages).
187. *Wang B., Koschny T., Soukoulis C.* Wide-angle and polarization-independent chiral metamaterial absorber // Phys. Rev. B, 2009, Vol. 80, № 3, 033108 (4 pages).
188. *Papakostas A., Potts A., Bagnall D., Prosvirnin S. et al.* Optical Manifestations of Planar Chirality // Phys. Rev. Lett, 2003, Vol. 90, № 10, 107404 (4 pages).
189. *Vallius T., Jefimovs K., Turunen J., Vahimaa P., Svirko Y.* Optical activity in subwavelength-period arrays of chiral metallic particles // Appl. Phys. Lett., 2003, Vol. 83, № 2, P. 234-236.
190. *Bai B., Svirko Y., Turunen J., Vallius T.* Optical activity in planar chiral metamaterials: Theoretical study // Phys. Rev. A., 2007, Vol. 76, № 2, 023811 (12 pages).
191. *Rogacheva A.V., Fedotov V.A., Schwanecke A. S., Zheludev N. I.* Giant Gyrotropy due to Electromagnetic-Field Coupling in a Bilayered Chiral Structure // Phys. Rev. Lett., 2006, Vol. 97, № 17, 177401 (4 pages).
192. *Plum E., Fedotov V.A., Schwanecke A.S., Zheludev N.I.* Giant optical gyrotropy due to electromagnetic coupling // Appl. Phys. Lett., 2007, Vol. 90, № 22, P. 223113 (4 pages).
193. *Plum E., Zhou J., Dong J., Fedotov V.A.* Metamaterial with negative index due to chirality // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 79, № 3, 035407 (6 pages).
194. *Li Z., Caglayan H., Colak E., Zhou J. et al.* Coupling effect between two adjacent chiral structure layers // Opt. Express., 2010, Vol. 18, № 6, P. 5375-5383.

195. *Fedotov V.A., Mladyonov P.L., Prosvirnin S.L., Rogacheva A.V. et al.* Asymmetric Propagation of Electromagnetic Waves through a Planar Chiral Structure // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 97, № 16, 167401 (4 pages).
196. *Fedotov V.A., Schwanecke A.S., Zheludev N.I., Khardikov V.V., Prosvirnin S.L.* Asymmetric Transmission of Light and Enantiomerically Sensitive Plasmon Resonance in Planar Chiral Nanostructures // Nano Lett., 2007, Vol. 7, № 7, P. 1996–1999.
197. *Schwanecke A.S., Fedotov V.A., Khardikov V.V., Prosvirnin S.L.* Nanostructured Metal Film with Asymmetric Optical Transmission // Nano Lett., 2008, Vol. 8, № 9, P. 2940–2943.
198. *Mutlu M., Akosman A.E., Serebryannikov A.E., Ozbay E.* Asymmetric transmission of linearly polarized waves and polarization angle dependent wave rotation using a chiral metamaterial // Opt. Express. 2011. Vol. 19, № 15. P. 14290-14299.
199. *Mutlu M., Akosman A.E, Serebryannikov A.E., Ozbay E.* Diodelike Asymmetric Transmission of Linearly Polarized Waves Using Magnetoelectric Coupling and Electromagnetic Wave Tunneling // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 108, № 21, 213905 (5 pages).
200. *Menzel C., Helgert C., Rockstuhl C., Kley E.B. et all.* Asymmetric Transmission of Linearly Polarized Light at Optical Metamaterials // Phys. Rev. Lett., 2010, Vol. 104, № 25, 253902 (4 pages).
201. *Yoshioka T., Ogata T., Nonaka T., Moritsugu M. et al.* Reversible-Photon-Mode Full-Color Display by Means of Photochemical Modulation of a Helically Cholesteric Structure // Adv. Mater., 2005, Vol. 17, № 10, P. 1226–1229.
202. *De Filpo G., Nicoletta F.P., Chidichimo G.* Cholesteric Emulsions for Colored Displays // Adv. Mater., 2005, Vol. 17, № 9, P. 1150–1152.
203. *Claborn K. Puklin-Faucher E., Kurimoto M., Kaminsky W., Kahr B.* Circular Dichroism Imaging Microscopy: Application to Enantiomorphous Twinning in Biaxial Crystals of 1,8-Dihydroxyanthraquinone // Journal of the American Chemical Society, 2003, Vol. 125, № 48. P. 14825–14831.
204. *Yang Z., Zhao M., Lu P.* How to improve the signal-to-noise ratio for circular polarizers consisting of helical metamaterials? // Opt. Express, 2011, Vol. 19, № 5, P. 4255-4260.
205. *Yang Z.Y., Zhao M., Lu P.X., Lu Y.F.* Ultrabroadband optical circular polarizers consisting of double-helical nanowire structures // Opt. Lett, 2010, Vol. 35, № 15, P. 2588-2590.
206. *Liu Y.* Fourier Analysis of Numerical Algorithms for the Maxwell Equations // J. Comput. Phys., 1996, Vol. 124, № 2, P. 396–416.
207. *William H.P., Flannery B.P., Teukolsky S.A., T.V.* Numerical recipes in FORTRAN. 2nd ed. – Cambridge ; New York, Cambridge University Press, 1993.

208. *Richtmyer R.D.* Difference methods for initial-value problems. 2nd ed. – Malabar, Fla: Krieger Pub. Co, 1994. 405 p.