XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20 – 24 августа 2015 года. С. 82-83.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НАЛИЧИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ

Б.И. Адамов

Национальный исследовательский университет МЭИ, г. Москва

adamoff.b@yandex.ru

Аннотация. Приведены новые алгоритмы идентификации параметров, использующие прогнозируемый выход линейной параметрической модели с числом оцениваемых параметров не меньше числа измеряемых величин. Предполагается, что вектор параметров и их оценки удовлетворяют системе дополнительных соотношений – уравнениям связей. Методика вывода уравнений движения механических систем с неголономными связями используется для решения задач идентификации параметров. Алгоритм идентификации базируется на расчёте «псевдоскоростей». Объем вычислений при реализации псевдоскоростного алгоритма ниже, чем для известных алгоритмов идентификации. Как пример рассмотрена задача идентификации параметров двухзвенного маятника Капицы.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ставится задача идентификации параметров двухзвенного маятника, состоящего из тяжёлого твёрдого тела *2*, шарнирно соединённого с невесомым стержнем *1* в точке *B* (см. рис. 1). Система совершает колебания в неподвижной плоскости *Oxy* в окрестности нижнего положения равновесия, которые возбуждаются путём перемещения точки подвеса *A* стрежня *1* вдоль оси ординат. Ось *Ox* горизонтальна, а ось *Oy* составляет с вертикалью неизвестный угол. Обозначим абсолютный угол поворота стержня *1* φ_1 (см. рис. 1), а его длину – l_1; угол относительного поворота тела *2* – φ_2, расстояние между его центром масс *C* и точкой *B* – l_2, а радиус инерции относительно центра масс – ρ_2; величину ускорения свободного падения, приходящуюся на плоскость движения – g_*. Трением в шарнирах *A* и *B*, силами сопротивления среды, деформациями тел пренебрегаем.

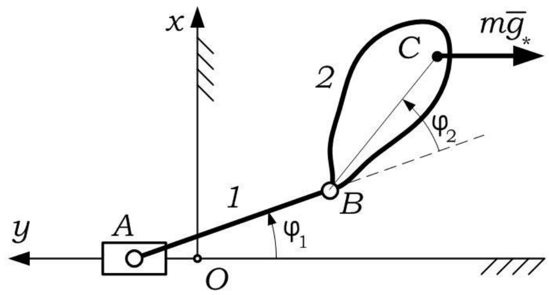

Рис. 1. Схема двухзвенного маятника

Длина l_1 считается известной, параметры l_2, ρ_2 и g_* неизвестны и подлежат определению. Координата точки подвеса системы y_A и угол φ_2 измеряются непосредственно, причём измерения обработаны так, что могут быть вычислены производные этих величин до четвёртого порядка включительно.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Уравнения движения исследуемой системы в малых отклонениях от нижнего положения равновесия имеют вид

$$\ddot{\phi}_1 = -\left(\omega^2+u\right)\cdot\phi_1 + \lambda_2^2\left(\omega^2+u\right)\cdot\phi_2,\ \ddot{\phi}_2 = \left(\omega^2+u\right)\cdot\phi_1 - \lambda_2^2\left(1+\lambda_1\right)\left(\omega^2+u\right)\cdot\phi_2; \qquad (1)$$

где

$$u = \frac{\ddot{y}_A}{l_1},\quad \omega^2 = \frac{g_*}{l_1},\quad \lambda_1 = \frac{l_1}{l_2},\quad \lambda_2 = \frac{l_2}{\rho_2}.$$

Исключим неизмеряемый угол φ_1 из системы (1):

$$\left(\omega^2+u\right)^2\varphi_2^{IV} - 2\left(\omega^2+u\right)\cdot\dddot{\varphi}_2 + \left[2\dot{u}^2 - \left(\omega^2+u\right)\cdot\ddot{u} + d_1\left(\omega^2+u\right)^3\right]\cdot\ddot{\varphi}_2 + d_2\left(\omega^2+u\right)^4\varphi_2 = 0,$$

где $d_1 = 1+\lambda_2^2\left(1+\lambda_1\right)$, $d_2 = \lambda_1\lambda_2^2$. Последнее соотношение представляет собой параметрическую модель исследуемой системы в линейной форме:

$$Y = N^{\mathrm{T}}\theta, \qquad (2)$$

где Y – выходная переменная параметрической модели, N – регрессионный вектор, θ – вектор неизвестных параметров, T – символ транспонирования:

$$Y = u^2\varphi_2^{IV} - 2u\dot{u}\cdot\dddot{\varphi}_2 + \left(2\dot{u}^2 - u\ddot{u}\right)\cdot\ddot{\varphi}_2,$$

$$N = \left(-2u\varphi_2^{IV} + 2\dot{u}\cdot\dddot{\varphi}_2 + \ddot{u}\cdot\ddot{\varphi}_2,\quad -\varphi_2^{IV},\quad -u^3\ddot{\varphi}_2,\quad -3u^2\ddot{\varphi}_2,\quad -3u\cdot\ddot{\varphi}_2,\quad -\ddot{\varphi}_2,\right.$$
$$\left.-u^4\varphi_2,\quad -4u^3\varphi_2,\quad -6u^2\varphi_2,\quad -4u\varphi_2,\quad -\varphi_2\right)^{\mathrm{T}},$$

$$\theta = \left(\omega^2,\quad \omega^4,\quad d_1,\quad d_1\omega^2,\quad d_1\omega^4,\quad d_1\omega^6,\quad d_2,\quad d_2\omega^2,\quad d_2\omega^4,\quad d_2\omega^6,\quad d_2\omega^8\right)^{\mathrm{T}}.$$

Регрессор модели (2) избыточен – из 11 её параметров только три независимы. Таким образом, элементы вектора параметров θ удовлетворяют восьми уравнениям параметрических связей:

$$\theta_2 = \theta_1^2,\quad \theta_4 = \theta_3\theta_1,\quad \theta_5 = \theta_3\theta_1^2,\quad \theta_6 = \theta_3\theta_1^3, \theta_8 = \theta_7\theta_1,\quad \theta_9 = \theta_7\theta_1^2,\quad \theta_{10} = \theta_7\theta_1^3,\quad \theta_{11} = \theta_7\theta_1^4. \qquad (3)$$

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Для оценки параметров системы (2) потребуем дополнительно, чтобы в любой момент времени компоненты вектора оценок параметров $\hat{\theta}$ удовлетворяли соотношениям (3). Это позволяет снизить размерность и улучшить обусловленность существующих методик рекуррентной адаптивной идентификации [1, 2].

Введём вектор параметрических псевдоскоростей π с элементами:

$$\pi_1 = \dot{\hat{\theta}}_1 = \dot{\hat{\omega}}^2,\quad \pi_2 = \dot{\hat{\theta}}_3 = \dot{\hat{d}}_1,\quad \pi_3 = \dot{\hat{\theta}}_7 = \dot{\hat{d}}_2.$$

Выразим скорости изменения оценок параметров системы (2) через псевдоскорости:

$$\dot{\hat{\theta}} = C\left(\hat{\theta}\right)\cdot\pi, \qquad (4)$$

$$C^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 2\hat{\theta}_1 & 0 & \hat{\theta}_3 & 2\hat{\theta}_1\hat{\theta}_3 & 3\hat{\theta}_1^2\hat{\theta}_3 & 0 & \hat{\theta}_7 & 2\hat{\theta}_1\hat{\theta}_7 & 3\hat{\theta}_1^2\hat{\theta}_7 & 4\hat{\theta}_1^3\hat{\theta}_7 \\ 0 & 0 & 1 & \hat{\theta}_1 & \hat{\theta}_1^2 & \hat{\theta}_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \hat{\theta}_1 & \hat{\theta}_1^2 & \hat{\theta}_1^3 & \hat{\theta}_1^4 \end{bmatrix}$$

Уравнения идентификатора параметров получены из условия минимума интегральной квадратичной ошибки в текущий момент времени t

$$\int_0^t \left\| Y(\tau) - N^{\mathrm{T}}(\tau)\cdot\hat{\theta}(t)\right\|_2^2 \mathrm{d}\tau$$

с учётом соотношений (4) и имеют следующий вид:

$$\pi = \left(C^{\mathrm{T}}MC\right)^{-1}C^{\mathrm{T}}N\cdot\left(Y - N^{\mathrm{T}}\hat{\theta}\right), \qquad (5)$$

где M – матрица наблюдаемости параметров системы (2):

$$M = \int_0^t N(\tau)N^{\mathrm{T}}(\tau)\mathrm{d}\tau.$$

Соотношения (4) и (5) образуют замкнутую систему уравнений идентификатора параметров, однако в рассматриваемой задаче можно использовать только уравнения (5). Это обусловлено тем, что и элементы вектора псевдоскоростей π и элементы матрицы C определяются только через оценки $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_3, \hat{\theta}_7$. Указанное свойство приводит к уменьшению размерности системы уравнений идентификатора с 11 до трёх.

Параметры системы (1) определяются из следующих соотношений:

$$\hat{\omega}^2 = \hat{\theta}_1,\quad \hat{\lambda}_2^2 = \hat{\theta}_7 - \hat{\theta}_2 - 1,\quad \hat{\lambda}_1 = \frac{\hat{\theta}_7}{\hat{\theta}_7 - \hat{\theta}_2 - 1}.$$

Доклад подготовлен совместно с профессором НИУ «МЭИ» А.И. Кобриным.

Литература

1. Ким П.Д. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2007. 440 с.

2. Slotine J.J.E., Li W. Applied nonlinear control. Prentice-Hall International New Jersey, 1991.