

УДК 531.8

Управление мобильным манипулятором, работающим в цилиндрической системе координат

Б. И. Адамов, И. В. Орлов*

Построены уравнения движения манипулятора на подвижном основании, работающего в цилиндрической системе координат. Для построения управления данной системой использована методика, рассмотренная в [1]. Алгоритм построения управления основан на том, что программные движения схвата манипулятора рассматриваются как кинематические связи, реакции которых представлены в уравнениях Аппеля с помощью неопределенных множителей. Процедура определения управляющих воздействий сводится к отысканию этих множителей. При моделировании движения системы был рассмотрен случай, когда одна из обобщенных координат, характеризующих положение звеньев манипулятора, ограничена. Ключевые слова: мобильный манипулятор, цилиндрическая система координат, неголономная система, уравнения Аппеля, множители Лагранжа, синтез управления.

Введение

Многие современные автоматизированные производства трудно представить без применения в них манипуляционных роботов. Для выполнения разнообразных технологических операций используются различные типы кинематических схем манипуляторов, одной из которых является схема с двумя поступательными и одной вращательной кинематическими парами. Это манипуляторы, работающие в цилиндрической системе координат (УМ-1, УПК-1, ПР-10, Versatran, Seiko RT3300, Fanuc M300 и пр.).

Вне зависимости от исполнения такие роботы имеют ограниченное рабочее пространство, которое можно расширить, установив манипулятор на подвижное основание, перемещающееся, например, по рельсам или вдоль направляющих. В данной работе рассматривается робот-манипулятор, работающий в цилиндрических координатах, основание которого установлено на трехколесной платформе. Предполагается, что колеса находятся в постоянном контакте с

горизонтальной поверхностью и катятся по ней без проскальзывания. В этом случае система рассматривается как неголономная.

Пусть рабочая область мобильного манипулятора в неподвижном пространстве имеет ограничение только вдоль вертикальной оси. Построение управлений, реализующих заданное движение схвата для мобильных манипуляторов, работающих в цилиндрических координатах, в отличие от ангулярных манипуляторов на подвижном основании [4] осложняется тем, что любая точка рабочего пространства может быть достигнута схватом путем бесконечного увеличения линейной координаты при неподвижном основании, поэтому на изменение координат, соответствующих линейным перемещениям схвата, приходится накладывать ограничения, отражающие геометрические размеры звеньев.

Модель мобильного манипулятора

Рассматриваемый робот-манипулятор моделируется системой абсолютно твердых тел (рис. 1). Плат-

* OrlovIV@mpei.ru

форма 1 движется по горизонтальной плоскости, с которой колеса имеют постоянный контакт. Колеса 6 и 7 платформы — ведущие с независимыми электроприводами; колесо 8 — пассивное ролянное.

На платформе располагается манипулятор, имеющий одну угловую и две поступательные степени свободы. Основание 2 манипулятора может вращаться относительно платформы вокруг вертикальной оси, проходящей через точку D (рис. 2). Штанга 4 (см. рис. 1), на которой закреплен схват 5, перемещается в вертикальном и горизонтальном направлениях относительно вертикальной стойки 3, жестко соединенной с вращающимся основанием 2.

Введем подвижную прямоугольную систему координат $Ax_1y_1z_1$, связанную с платформой (рис. 2), точка A — середина отрезка, соединяющего центры ведущих колес. Расположим ось Ay_1 вдоль указанного отрезка, ось Ax_1 — вдоль продольной оси платформы, ось Az_1 коллинеарна вертикальной оси неподвижной

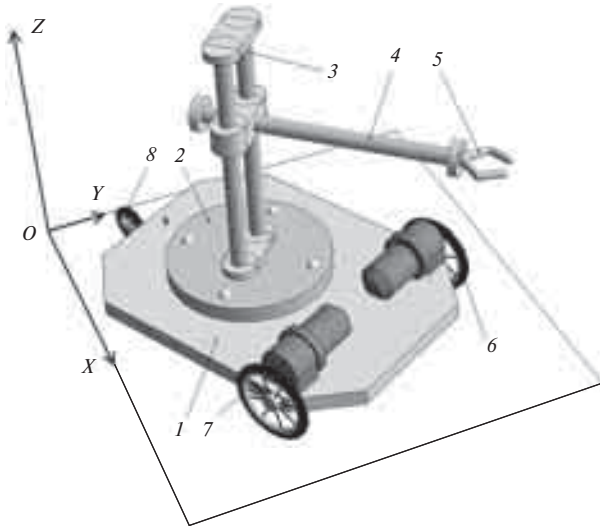


Рис. 1. Манипулятор на подвижном основании

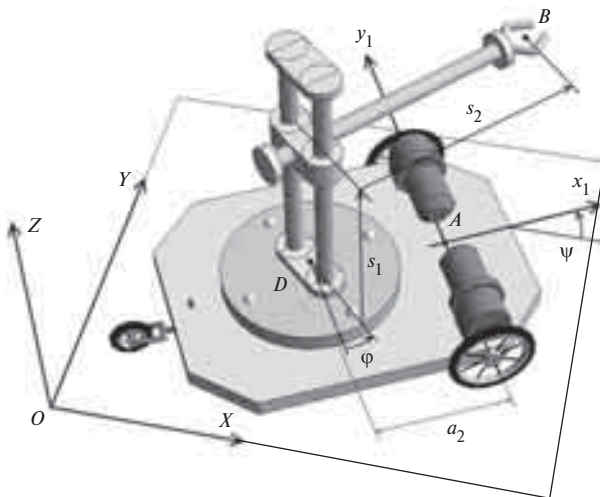


Рис. 2. Введение обобщенных координат робота

системы координат $OXYZ$. Считаем, что центр масс C платформы и точка D находятся на оси Ax_1 , причем их абсциссы равны: $x_{1C} = -a_1$ и $x_{1D} = -a_2$.

Управляющими воздействиями служат (см. рис. 1): моменты $M_{дв1}$ и $M_{дв2}$, развиваемые электроприводами колес 6 и 7; момент $M_{осн}$, развиваемый приводом вращения основания относительно платформы 1, и усилия F_1 и F_2 , развиваемые приводами линейных перемещений штанги (соответственно подъема и выдвигания).

Для определения положения робота введем шести-мерный вектор обобщенных координат

$$q = (x \ y \ \psi \ \varphi \ s_1 \ s_2)^T,$$

где T — символ транспонирования; x, y — абсцисса и ордината точки A в неподвижной системе отсчета $OXYZ$; ψ — курсовой угол платформы (угол между осями OX и Ax_1); φ — угол поворота основания манипулятора относительно платформы; s_1 — координата, характеризующая вертикальное перемещение штанги; s_2 — координата, характеризующая вынос схвата в горизонтальном направлении.

Координаты точки B центра схвата (рис. 2), таким образом, определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} x_B &= x - a_2 \cos \psi + s_2 \cos (\psi + \varphi); \\ y_B &= y - a_2 \sin \psi + s_2 \sin (\psi + \varphi); \\ z_B &= s_1. \end{aligned} \tag{1}$$

Неголономная связь, существующая при отсутствии проскальзывания колес, заключается в равенстве нулю проекции скорости точки A на ось Ay_1 :

$$-\dot{x} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi = 0. \tag{2}$$

Введем в рассмотрение вектор псевдоскоростей (квазискоростей) $\pi = (V \ \Omega_\psi \ V_{s_1} \ V_{s_2} \ \Omega_\varphi)^T$, где $V = \dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi$ — проекция скорости точки A на ось Ax_1 . Принимая во внимание (2), выписываем кинематические уравнения, устанавливающие связь между обобщенными скоростями и псевдоскоростями:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \psi; \quad \dot{\psi} = \Omega_\psi; \quad \dot{s}_1 = V_{s_1}; \\ \dot{y} &= V \sin \psi; \quad \dot{\varphi} = \Omega_\varphi; \quad \dot{s}_2 = V_{s_2}. \end{aligned} \tag{3}$$

Для описания динамики мобильного манипулятора используем уравнения Аппеля, которые в матричной форме [1] имеют вид

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \dot{\pi}} \right)^T = P. \tag{4}$$

Здесь используется операция дифференцирования скалярной функции Аппеля S по вектору

псевдоускорений $\dot{\mathbf{\pi}} = (\dot{V} \ \dot{\Omega}_\psi \ \dot{V}_{s_1} \ \dot{V}_{s_2} \ \dot{\Omega}_\phi)^T$; $\mathbf{\Pi} = (\Pi_V \ \Pi_\psi \ \Pi_{s_1} \ \Pi_{s_2} \ \Pi_\phi)^T$ — вектор псевдообобщенных сил.

Структура функции Аппеля S и уравнений (4) приведена в [3].

С учетом веса схвата компоненты вектора псевдообобщенных сил в (4) определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \Pi_V &= \frac{1}{r}(M_{дв1} + M_{дв2}); \Pi_{s_1} = F_1 - m_2 g; \\ \Pi_\psi &= \frac{l}{r}(M_{дв1} - M_{дв2}); \Pi_{s_2} = F_2; \\ \Pi_\phi &= M_{осн}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь r — радиус ведущих колес; l — половина расстояния между центрами ведущих колес платформы; g — ускорение свободного падения.

Система уравнений (3)—(5) описывает движение мобильного манипулятора. Разумеется, она должна быть дополнена условиями «неопрокидываемости» платформы — условиями положительности вертикальных составляющих реакций колес. Хотя эти условия в данной статье не приводятся, при дальнейшем исследовании движения робота они считаются выполненными.

Заметим также, что на практике вынос схвата манипулятора, его вертикальное перемещение и угол поворота относительно платформы неизбежно ограничены, поэтому при моделировании движения робота необходимо учитывать и эти ограничения, являющиеся, по сути, рядом односторонних связей:

$$\begin{aligned} s_2^{\min} &\leq s_2 \leq s_2^{\max}; \\ s_1^{\min} &\leq s_1 \leq s_1^{\max}; \\ \varphi^{\min} &\leq \varphi \leq \varphi^{\max}. \end{aligned} \quad (6)$$

В данной работе будут рассмотрены случаи, когда линейные перемещения штанги ограничены.

При численном моделировании движения робота зададимся следующими параметрами системы:

платформа — однородная прямоугольная пластина массой $m_1 = 10$ кг, длиной $a = 40$ см и шириной $b = 30$ см;

расстояние между точками A и C $a_1 = 12$ см, между точками A и D $a_2 = 16$ см;

радиус ведущих колес $r = 5$ см, а расстояние между их центрами совпадает с шириной платформы b ;

масса схвата $m_2 = 200$ г;

ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с²;

максимальное вертикальное перемещение штанги

$s_1^{\max} = 30$ см, а минимальное $s_1^{\min} = 5$ см;

максимальный вынос схвата $s_2^{\max} = 30$ см, а минимальный $s_2^{\min} = 5$ см;

угол поворота основания манипулятора не ограничен.

Решение обратной задачи динамики мобильного манипулятора

Пусть условно неподвижной системе координат задан закон движения точки схвата B

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_B(t), \quad (7)$$

где $\mathbf{r}_B(t) = (x_B(t) \ y_B(t) \ z_B(t))^T$ — известная векторная функция времени. Требуется определить управляющие воздействия $M_{дв1}(t)$, $M_{дв2}(t)$, $M_{осн}(t)$, $F_1(t)$ и $F_2(t)$, под действием которых будет реализован известный закон движения схвата (7).

Нетрудно видеть, что закон движения точки B удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\mathbf{v}_B = \dot{\mathbf{r}}_B(t) \quad (8)$$

с начальными условиями $\mathbf{r}_B|_{t=0} = \mathbf{r}_B(0)$. Если рас-

смотреть (8) как кинематическую связь, налагаемую на свободную систему, то неизвестные управляющие воздействия, реализующие программное движение схвата (7), можно найти как реакции данной кинематической связи.

При решении поставленной задачи особенно актуален учет ограничений (6) на перемещения штанги манипулятора, которые для вертикального перемещения штанги можно удовлетворить на этапе планирования программной траектории схвата. Для этого достаточно потребовать в (7), чтобы аппликата точки B удовлетворяла условию

$$s_1^{\min} \leq z_B(t) \leq s_1^{\max}.$$

Обеспечить требуемые в (6) значения выноса схвата на этапе планирования программного движения трудно, поэтому необходимо внести соответствующие изменения в математическую модель мобильного манипулятора. Ниже будут рассмотрены два варианта решения обратной задачи динамики робота: без учета ограничений на перемещение штанги [(т.е. при ненапряженных связях (6)] и при фиксированном выносе схвата (в частности, при $s_2 = s_2^{\min}$ или при $s_2 = s_2^{\max}$).

Случай, когда отсутствуют ограничения на взаимное положение звеньев. Запишем уравнение (8) в матричной форме:

$$\mathbf{V}\boldsymbol{\pi} = \dot{\mathbf{r}}_B(t), \quad (9)$$

где матрица \mathbf{V} имеет вид:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \cos \psi & a_2 \sin \psi - s_2 \sin(\psi + \varphi) & 0 & \cos(\psi + \varphi) & -s_2 \sin(\psi + \varphi) \\ \sin \psi & -a_2 \cos \psi + s_2 \cos(\psi + \varphi) & 0 & \sin(\psi + \varphi) & s_2 \cos(\psi + \varphi) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим свободное движение мобильного манипулятора при наличии кинематических связей (9). Для этого запишем уравнения Аппеля с неопределенными множителями [2, 3]:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \end{pmatrix}^T = \mathbf{\Pi}_{\text{св}} + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (10)$$

где $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^T$ — вектор неопределенных множителей; $\mathbf{\Pi}_{\text{св}} = (0 \ 0 \ -m_2 g \ 0 \ 0)^T$ — вектор псевдообобщенных сил, отвечающий свободному неуправляемому движению робота. Вектор $\mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}$ является вектором обобщенных сил, отвечающих реакциям связей (9).

Исключим неопределенные множители из уравнений (10). Для этого разделим псевдоскорости на две группы: $\boldsymbol{\pi}_1 = (V \ \Omega_\psi)^T$ и $\boldsymbol{\pi}_2 = (V_{s_1} \ V_{s_2} \ \Omega_\phi)^T$. При $s_2 \neq 0$ уравнения связей (9) можно разрешить относительно второй группы псевдоскоростей:

$$\tilde{\mathbf{B}} \boldsymbol{\pi}_1 + \boldsymbol{\pi}_2 = \mathbf{B}_2^{-1} \dot{\mathbf{r}}_B(t), \quad (11)$$

где матрица \mathbf{B}_2 составлена из столбцов матрицы \mathbf{B} , отвечающих второй группе псевдоскоростей,

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos \varphi & -a_2 \sin \varphi \\ -\frac{\sin \varphi}{s_2} & 1 - \frac{a_2}{s_2} \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

В соответствии с (11) уравнения движения (10) разделяются на две группы:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}_1} \end{pmatrix}^T = \mathbf{\Pi}_{\text{св1}} + \tilde{\mathbf{B}}^T \boldsymbol{\lambda}; \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}_2} \end{pmatrix}^T = \mathbf{\Pi}_{\text{св2}} + \boldsymbol{\lambda}, \quad (12)$$

где $\mathbf{\Pi}_{\text{св1}}$ и $\mathbf{\Pi}_{\text{св2}}$ — векторы псевдообобщенных сил, отвечающих соответственно первой и второй группе псевдоскоростей при свободном, неуправляемом движении системы. Из второй группы уравнений (12) выразим столбец неопределенных множителей:

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}_2} \end{pmatrix}^T - \mathbf{\Pi}_{\text{св2}} \quad (13)$$

и исключим их из первой группы уравнений (12):

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}_1} \end{pmatrix}^T = \mathbf{\Pi}_{\text{св1}} + \tilde{\mathbf{B}}^T \left[\begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}_2} \end{pmatrix}^T - \mathbf{\Pi}_{\text{св2}} \right]. \quad (14)$$

Для замыкания системы уравнений (14) используем уравнения связи (9).

Интегрируя систему уравнений движения (9), (14) с начальными условиями, удовлетворяющими программному движению точки схвата, получаем зависимость псевдоскоростей и обобщенных координат и, подставляя их в соотношение (13), находим неопределенные множители, а затем реакции кинематических связей. Отождествляя их с управляющими воздействиями, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} [M_{\text{дв1}}(t) + M_{\text{дв2}}(t)] &= \lambda_2(t) \cos \varphi(t) - \\ &- \lambda_3(t) \frac{\sin \varphi(t)}{s_2(t)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{l}{r} [M_{\text{дв1}}(t) - M_{\text{дв2}}(t)] &= -\lambda_2(t) \sin \varphi(t) + \\ &+ \lambda_3(t) \left[1 - \frac{a_2}{s_2(t)} \cos \varphi(t) \right]; \end{aligned}$$

$$F_1(t) = \lambda_1(t); \quad F_2(t) = \lambda_2(t); \quad M_{\text{осч}}(t) = \lambda_3(t).$$

Выражая из данной системы функции $M_{\text{дв1}}(t)$, $M_{\text{дв2}}(t)$, $M_{\text{осч}}(t)$, $F_1(t)$ и $F_2(t)$, находим решение обратной задачи динамики мобильного манипулятора.

Случай, когда значение выноса схвата постоянно. Обобщим рассмотренный алгоритм решения обратной задачи динамики робота на случай, когда необходимо обеспечить программное движение схвата (9) при условии, что выдвигание штанги манипулятора неизменно, т.е. $s_2 = \text{const}$. Рассмотрим данный случай движения как результат наложения кинематических связей:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_B &= \dot{\mathbf{r}}_B(t); \\ V_{s_2} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Запишем уравнения связей (15) в матричной форме

$$\mathbf{B}_{S_2} \boldsymbol{\pi} = \dot{\mathbf{r}}(t), \quad (16)$$

где $\dot{\mathbf{r}}(t) = (\dot{x}_B(t) \ \dot{y}_B(t) \ \dot{z}_B(t) \ 0)^T$;

$$\mathbf{B}_{S_2} = \begin{pmatrix} \cos \psi & a_2 \sin \psi - s_2 \sin(\psi + \varphi) & 0 & \cos(\psi + \varphi) & -s_2 \sin(\psi + \varphi) \\ \sin \psi & -a_2 \cos \psi + s_2 \cos(\psi + \varphi) & 0 & \sin(\psi + \varphi) & s_2 \cos(\psi + \varphi) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (16a)$$

Если разделить псевдоскорости на две группы — $\pi_1 = \Omega_\Phi$ и $\pi_2 = (V \Omega_\Psi V_{s_1} V_{s_2})^T$ — и преобразовать уравнения (16), явно выразив псевдоскорости второй группы при условии, что $s_2 \cos \varphi - a_2 \neq 0$, то уравнения Аппеля с неопределенными множителями примут вид:

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{\pi}_1} = \Pi_{св1} + \tilde{\mathbf{B}}_{s_2}^T \lambda; \left(\frac{\partial S}{\partial \dot{\pi}_2} \right)^T = \Pi_{св2} + \lambda, \quad (17)$$

где $\Pi_{св1} = 0$ и $\Pi_{св2} = (0 \ 0 \ -m_2 g \ 0)^T$ — псевдообобщенные силы, отвечающие соответственно первой и второй группе псевдоскоростей на неуправляемом движении робота; $\lambda = (\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \lambda_4)^T$ — вектор-столбец неопределенных множителей;

$$\tilde{\mathbf{B}}_{s_2}^T = \frac{s_2 \sin \varphi}{s_2 \cos \varphi - a_2} (a_2 \ 1 \ 0 \ 0).$$

Отметим, что геометрическое место точек системы отсчета, связанной с платформой, удовлетворяющих условию $s_2 \cos \varphi - a_2 = 0$, есть вертикальная плоскость, проходящая через отрезок, соединяющий центры ведущих колес. Следовательно, если программная траектория схвата лежит в этой плоскости, то отработать ее можно лишь путем движения манипулятора [платформа в направлении оси колес двигаться не может в силу неголономной связи (2)], что в рассматриваемом случае невозможно, так как выдвигание штанги неизменно: $s_2 = \text{const}$.

Выразим неопределенные множители из второй группы уравнений (17)

$$\lambda = \left(\frac{\partial S}{\partial \dot{\pi}_2} \right)^T - \Pi_{св2} \quad (18)$$

и исключим их из первого уравнения системы:

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{\pi}_1} = \Pi_{св1} + \tilde{\mathbf{B}}_{s_2}^T \left[\left(\frac{\partial S}{\partial \dot{\pi}_2} \right)^T - \Pi_{св2} \right]. \quad (19)$$

Полученную систему дифференциальных уравнений (19) замыкаем уравнениями связи (16).

Интегрируя систему уравнений движения (16), (19) с начальными условиями, удовлетворяющими программному движению, получаем зависимость псевдоскоростей и обобщенных координат от времени на программном движении. Из уравнения (18) находим неопределенные множители, а затем управляющие воздействия из системы:

$$M_{дв1}(t) + M_{дв2}(t) = r \lambda_1(t);$$

$$\frac{l}{r} (M_{дв1}(t) - M_{дв2}(t)) = \lambda_2(t);$$

$$M_{осн}(t) = \frac{s_2(t) \sin \varphi(t)}{s_2(t) \cos \varphi(t) - a_2} [a_2 \lambda_1(t) + \lambda_2(t)];$$

$$F_1(t) = \lambda_3(t);$$

$$F_2(t) = \lambda_4(t).$$

Случай, когда перемещение штанги ограничено. Вернемся к решению обратной задачи динамики мобильного манипулятора с ограниченным выдвиганием штанги:

$$s_2^{\min} \leq s_2 \leq s_2^{\max}.$$

Указанное ограничение рассмотрим как две односторонние связи, налагаемые на систему. При $s_2^{\min} <$

$< s_2 < s_2^{\max}$ односторонние связи ненапряжены и задача нахождения неизвестных управляющих воздействий, реализующих закон движения схвата (7), может быть решена в рамках алгоритма, формализованного системой уравнений (9), (13), (14). Если же в процессе отработки программной траектории схвата вынос штанги достигает предельных значений $s_2 = s_2^{\min}$ или $s_2 = s_2^{\max}$, то дальнейшее решение обратной задачи проводится в рамках алгоритма, формализованного системой (16), (18), (19), с одним лишь различием, что неопределенный множитель λ_4 будет иметь смысл реакции односторонней связи, а не управляющего воздействия F_2 . Отметим, что если в процессе движения $s_2 \equiv s_2^{\min}$ и $\lambda_4 > 0$, то система сходит с односторонней связи так же, как и в случае, когда $s_2 \equiv s_2^{\max}$ и $\lambda_4 < 0$, и дальнейшее моделирование нужно проводить в рамках системы (9), (13), (14).

Здесь необходимо отметить, что при минимальном или максимальном выносе штанги ($s_2 \equiv s_2^{\min}$ или $s_2 \equiv s_2^{\max}$) происходит удар — псевдоскорость V_{s_2} скачкообразно принимает значение $V_{s_2} = 0$. Также может произойти и скачкообразное изменение других псевдоскоростей. В реальной системе информация о значениях псевдоскоростей может быть получена после обработки данных измерений датчиков (угловых скоростей, энкодеров и пр.).

Результаты численного моделирования движения системы

Применим рассмотренные алгоритмы для реализации движения схвата по закону

$$x_B(t) = x_B^*(t) \cos \alpha - y_B^*(t) \sin \alpha;$$

$$x_B^*(t) = x_B^*(0) - k_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right);$$

$$y_B(t) = x_B^*(t) \sin \alpha - y_B^*(t) \cos \alpha;$$

$$y_B^*(t) = y_B^*(0) - k_2 t;$$

$$z_B(t) = z_B(0) + \frac{k_3 t}{T^2}(T - t),$$

где $T = 9$ с — время движения; угол $\alpha = \pi/3$; $k_1 = 0,2$ м; $k_2 = -0,07$ м/с; $k_3 = 0,2$ м. Данная траектория в координатах x_B^* , y_B^* , z_B представляет собой одну волну косинусоиды, колеблющейся в горизонтальном направлении вдоль вертикально расположенной параболы. Необходимость в таком движении может возникнуть, например, при переносе манипулятором груза из одной точки в другую в обход некоторой запретной зоны, препятствия. Отработка данной траектории возможна только при одновременном движении как звеньев манипулятора, так и основания.

Были рассмотрены три случая: моделирование без учета ограничений на выдвигание схвата, при постоянном выдвигании схвата и при наличии ограничений на выдвигание. В качестве начальных условий для всех трех случаев были взяты значения: $x(0) = y(0) = 0$; $\psi(0) = \alpha$; $\varphi(0) = 0$; $s_1(0) = 0,10$ м; $s_2(0) = 0,15$ м; $V(0) = 0$; $\Omega_\psi(0) = 0$; $\Omega_\varphi(0) = \frac{k_2}{s_2(0)}$;

$$V_{s_1}(0) = \frac{k_3}{T}; V_{s_2}(0) = 0.$$

Результаты моделирования для первого случая, когда ограничения на выдвигание схвата не учитывались в модели, приведены на рис. 3 и 4, из которых видно, что программная траектория в данном случае

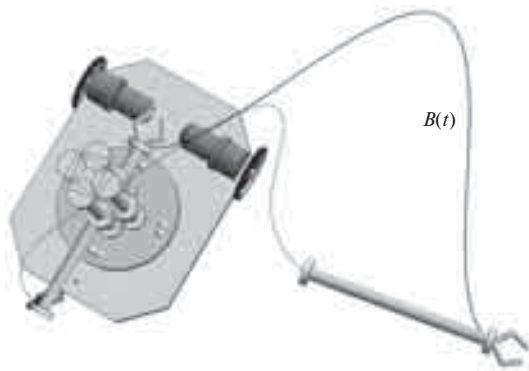


Рис. 3. Траектории характерных точек штанги, полученные при моделировании программного движения схвата без учета ограничения на длину его выдвигания (физически нереализуемый случай)

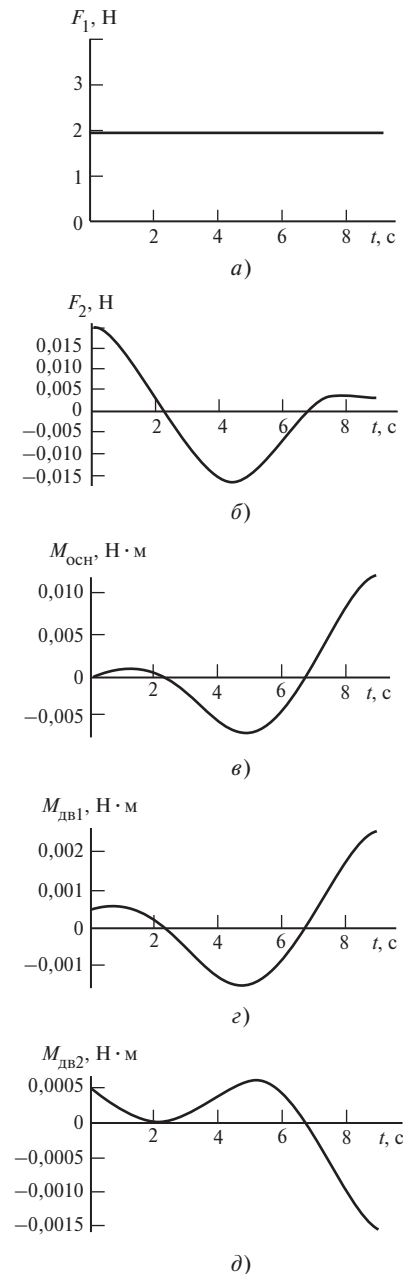


Рис. 4. Графики изменения управляющих воздействий в процессе отработки программной траектории при отсутствии ограничения на выдвигание схвата:

a, б — усилия, развиваемые приводами при вертикальном и горизонтальном перемещении и выносе штанги соответственно; *в* — момент, развиваемый приводом поворота основания манипулятора; *з, д* — моменты на ведущих колесах платформы

отрабатывается только путем движения звеньев манипулятора, платформа при этом неподвижна. Также отметим, что схват в процессе движения выдвигается дальше максимальной длины и, следовательно, такое движение физически нереализуемо.

Результаты моделирования движения манипулятора при постоянном выносе штанги приведены на рис. 5 и 6. В данном случае программное движение

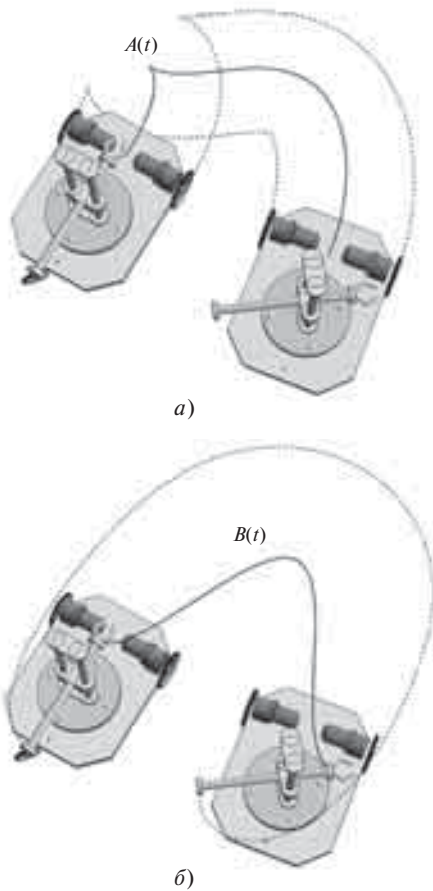


Рис. 5. Траектории характерных точек манипулятора, полученные при моделировании программного движения схвата при его постоянном выносе:

a — точки центров колес; *б* — точки штанги

реализуется путем одновременного движения платформы и манипулятора.

На рис. 7 и 8 приведены результаты моделирования движения робота при наличии ограничений на выдвигание схвата. Видно, что первоначально программная траектория обрабатывается путем движения звеньев манипулятора, а затем при достижении штангой наибольшего выдвигания начинается движение платформы, характер которого аналогичен движению в предыдущем случае. Достижение наибольшего выноса схвата сопровождается скачкообразными изменениями значений некоторых управляющих воздействий, управляющая сила F_2 далее становится равной нулю. Вместо нее поддержание постоянного выноса штанги обеспечивает реакция связи в упорах. Отметим, что в некоторые моменты времени нарушается неравенство $s_2 \cos \varphi - a_2 \neq 0$, что фактически означает невозможность реализации примененного алгоритма поиска управляющих воздействий. На рис. 8, *в* показано, что в данные моменты времени происходят выбросы значений момента $M_{\text{осн}}$, вращающего основание манипулятора.

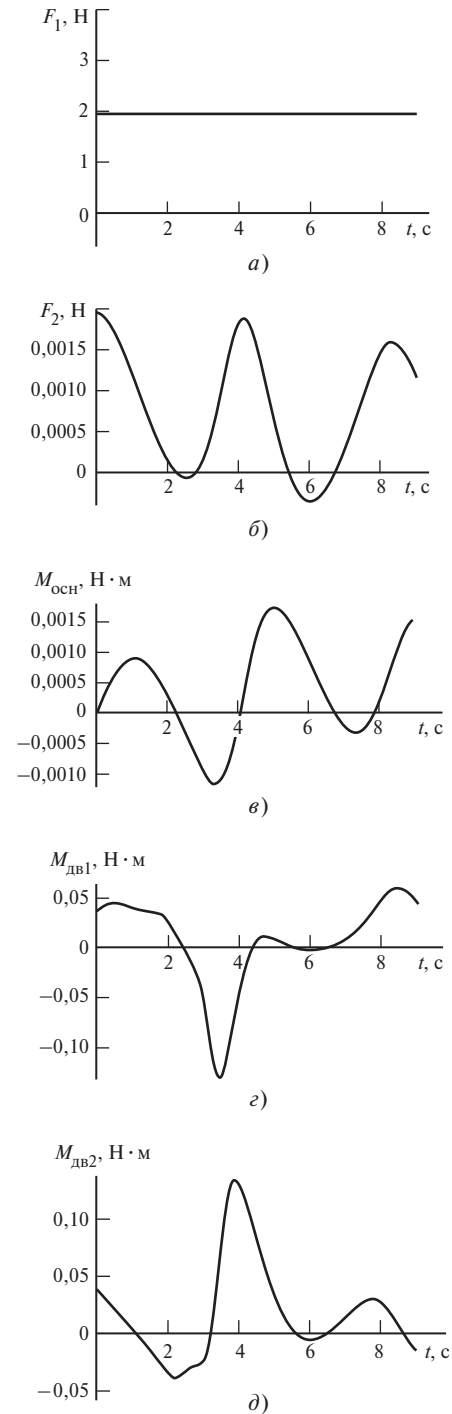


Рис. 6. Графики изменения управляющих воздействий в процессе отработки программной траектории при постоянном выносе схвата:

a, *б* — усилия, развиваемые приводами при вертикальном перемещении и горизонтальном выносе штанги соответственно; *в* — момент, развиваемый приводом поворота основания манипулятора; *з*, *д* — моменты на ведущих колесах платформы

Результаты приведенного численного моделирования подтверждают сделанные предположения о характере системы в рассмотренных случаях.

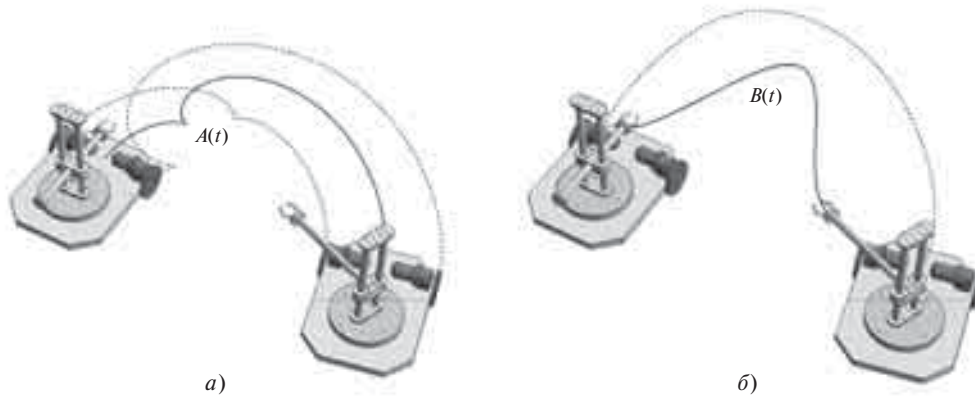


Рис. 7. Траектории характерных точек робота, полученные при моделировании программного движения схвата при наличии ограничений на значение выноса:

a — точки центров колес; *б* — точки штанги

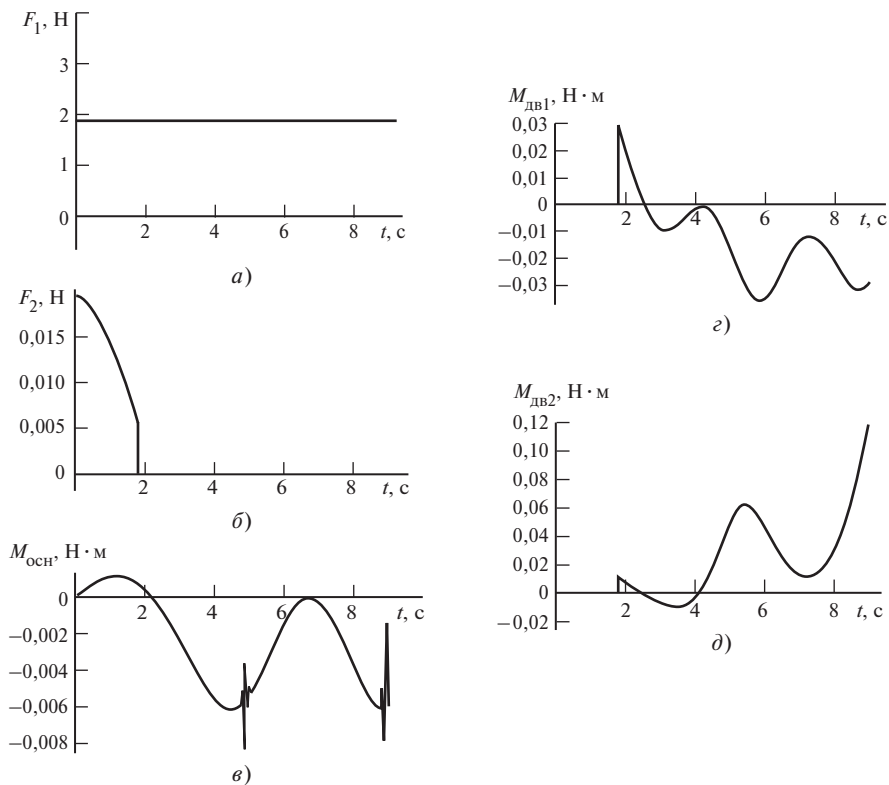


Рис. 8. Графики изменения управляющих воздействий в процессе отработки программной траектории при ограниченном выносе схвата:

a, б — усилия, развиваемые приводами при вертикальном перемещении и горизонтальном выносе штанги соответственно; *в* — момент, развиваемый приводом поворота основания манипулятора; *г, д* — моменты на ведущих колесах платформы

Литература

1. **Зацепин М.Ф., Мартыненко Ю.Г., Тиньков Д.В.** Уравнения Лагранжа, Воронца, Чаплыгина в задачах динамики мобильных роботов. — М.: Издательство МЭИ, 2005.
2. **Мартыненко Ю.Г.** Матричная форма уравнений неголономной механики / Сб. научно-методических статей. Теор. механика: под ред. акад. РАН К.С. Колесникова. — М.: Изд-во МГУ. 2000. Вып. 23. С. 9—21.

3. **Мартыненко Ю.Г., Орлов И.В.** Алгоритмы управления мобильным манипулятором // Матер. научн. школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы». Москва, Россия, 2—3 декабря 2002 г. — М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2002. С. 142—155.

4. **Орлов И.В., Чунг Ч.Т.** Управление мобильным двухзвенным манипулятором с ангулярной системой координат // Вестник МЭИ. 2011. № 5. С. 90—94.

Статья поступила в редакцию 14.06.11.