

УДК 537.312.62

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА БЛИЗОСТИ В ЭЛЕКТРОДАХ НА СТАЦИОНАРНЫЕ СВОЙСТВА SN — N — NS-МОСТИКОВ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

ГОЛУБОВ А. А., КУПРИЯНОВ М. Ю., ЛУКИЧЕВ В. Ф.

При исследовании мостиков переменной толщины обычно считается, что их электроды состоят из массивных сверхпроводников, изменением сверхпроводящих свойств которых можно пренебречь («жесткие» граничные условия) [1–6]. Однако в большинстве экспериментально реализованных мостиков переменной толщины эти электроды наносятся на тонкий слой нормального металла, образуя структуру типа $SN - N - NS$ [7–11]. При этом, как правило, в качестве сверхпроводника выбирается материал с высокой критической температурой T_c (типа Nb или Nb_3Sn), а в качестве N -слоя — металлы с большими длинами когерентности ξ_N . Проводимость σ_N металлов (Au, Ag, Al, Cu) значительно больше проводимости в нормальном состоянии σ_S используемых электродов. Это различие между σ_N и σ_S может привести к существенному подавлению сверхпроводящих свойств электродов за счет эффекта близости [12] даже при достаточно малых толщинах N -слоя и, следовательно, к уменьшению критического тока I_c по сравнению с рассчитанным в [3].

В [10, 11] такая возможность была проанализирована феноменологически. При этом считалось, что величина параметра порядка $\Delta(0)$ на SN -границе меньше своего значения в однородном сверхпроводнике Δ_∞ в $k = Af(T)$ раз, где A — не зависящая от T и сверхтока постоянная, а функция $f(T)$ практически равна единице при $T \leq 0,95T_c$ и стремится к нулю при $T \rightarrow T_c$. Далее, из установленного в работе [3] факта пропорциональности I_c при $T \approx T_c$ значению Δ_∞^2 делался вывод, что и во всем температурном интервале значения I_c $SN - N - NS$ -структур должны быть в $k^2 = (\Delta(0)/\Delta_\infty)^2$ раз меньше рассчитанных в работе [3] для $k=1$. Коэффициент k , определенный путем сравнения экспериментальных и феноменологических зависимостей $I_c(T)$, равен 4,2 для мостиков Nb — Au — Nb [10] и 5,5 для мостиков $Nb_3Sn - Cu - Nb_3Sn$ [11].

В действительности определяющие сверхток аномальные функции Грина Φ не равны значению $\Delta(0)$ на SN -границе и существенно зависят от мацубаровской частоты ω . Отсутствие пропорциональности между I_c и $\Delta^2(0)$ приводит к зависимостям $I_c(T)$, отличающимся от феноменологических.

В данной работе в рамках микроскопической теории, справедливой при произвольных температурах, исследовано влияние эффекта близости в электродах на величину критического тока I_c мостиков переменной толщины $SN - N - NS$ -типа. Расчеты проведены для случая, когда в образующих переход N - и S -металлах выполнены условия «грязного» предела, на их границах отсутствуют потенциальные барьеры, а критическая температура N -металла равна нулю. Кроме того, по ходу вычислений было проведено упрощение, соответствующее пренебрежению подавлением сверхпроводимости в электродах как протекающим по ним током, так и за счет эффекта близости между электродами и пленкой мостика.

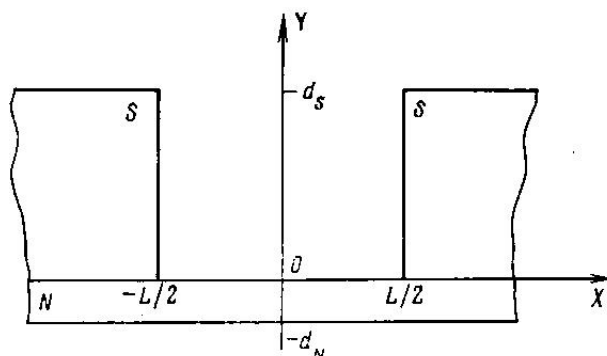


Рис. 1. Схематическое изображение SN-N-NS-мостика переменной толщины

Модель SN — N — NS-мостика и ее описание

Будем считать сверхпроводящие электроды массивными, т. е. имеющими толщину d_s , значительно превосходящую длину когерентности сверхпроводника $\xi(T)$:

$$d_s \gg \xi(T) = (\pi/2) \xi_s^* (1 - T/T_c)^{-1/2}, \quad \xi_s^* = (D_s/2\pi T_c)^{1/2}, \quad (1)$$

а толщину нормальной пленки d_N достаточно малой:

$$d_N \ll \min\{\xi_s^*, \xi_N^*\}, \quad \xi_N^* = (D_N/2\pi T_c)^{1/2}. \quad (2)$$

Здесь D_s и D_N — коэффициенты диффузии S- и N-металлов. Пусть, кроме того, будут выполнены условия квазиодномерности в пленке мостика, т. е. ее ширина w и толщина ограничены неравенствами

$$w \ll \lambda_J, \quad d_N \ll L, \quad (3)$$

где λ_J — джозефсоновская глубина проникновения магнитного поля.

Совместим начало координат с серединой N-слоя, направим ось OX вдоль поверхности раздела двух металлов, а ось OY — перпендикулярно этим поверхностям (см. рис. 1) и выберем калибровку с тождественно равным нулю векторным потенциалом. Если влияние процессов в мостике на сверхпроводящие свойства составных NS-электродов мало, то задачу об исследовании стационарных свойств SN — N — NS-мостиков переменной толщины можно свести к двум одномерным задачам.

Первая задача — изучение эффекта близости тонкой пленки нормального металла с массивным сверхпроводником в составном NS-электроде (при $|x| \geq L/2$) и определение модифицированных функций Узаделя Φ_N [4] N-металла. С учетом сделанных предположений эти функции, в данном случае действительные, удовлетворяют следующей системе уравнений [4, 13]:

$$\Phi_s - \Delta - (\xi_s^*)^2 \frac{\pi T_c}{\omega G_s} \frac{d}{dy} \left[G_s^2 \frac{d\Phi_s}{dy} \right] = 0, \quad (4a)$$

$$\left(\Delta \ln \frac{T}{T_c} + 2\pi T \sum_{\omega} \frac{1}{\omega} (\Delta - \Phi_s G_s) \right) = 0, \quad y > 0, \quad |x| \leq L/2, \quad (4b)$$

$$\Phi_N - (\xi_N^*)^2 \frac{\pi T_c}{\omega G_N} \frac{d}{dy} \left[G_N^2 \frac{d\Phi_N}{dy} \right] = 0, \quad -d_N < y < 0, \quad (5a)$$

$$G_{N,S} = \omega (\omega^2 + \Phi_{N,S}^2)^{-1/2}, \quad |x| \geq L/2. \quad (5b)$$

Эту систему необходимо дополнить граничными условиями на поверхности раздела N - и S -металлов [14]

$$\Phi_N = \Phi_S, \quad \sigma_N \frac{d\Phi_N}{dy} = \sigma_S \frac{d\Phi_S}{dy}, \quad y=0, \quad |x| \geq L/2, \quad (6)$$

а также условиями на свободной поверхности N -металла

$$\frac{d\Phi_N}{dy} = 0, \quad y = -d_N, \quad |x| \geq L/2, \quad (7)$$

и в глубине сверхпроводящих электродов

$$\Phi_S = \Delta_\infty, \quad y \rightarrow \infty, \quad |x| \geq L/2. \quad (8)$$

Здесь Δ_∞ — зависящее от температуры T равновесное значение параметра порядка однородного сверхпроводника.

Вторая задача — это решение уравнений Узаделя

$$\Phi_N - (\xi_N)^2 \frac{\pi T_c}{\omega G_N} \frac{d}{dx} \left[G_N^2 \frac{d\Phi_N}{dx} \right] = 0, \quad |x| \leq L/2, \quad -d_N < y < 0, \quad (9)$$

в пленке мостика со следующими граничными условиями:

$$\Phi_N(\pm L/2) = \Phi_N \exp\{\pm i\varphi/2\}, \quad (10)$$

$$\Phi_N = \Phi_N|_{y=0, |x| \geq L/2}$$

на ее границе с составным NS -электродом и последующее определение сверхтока

$$I_s = (4\pi T/e) \sigma_S \operatorname{Im} \left\{ \sum \omega^{-2} G_N^2 \Phi_N \frac{d}{dx} \Phi_N^* \right\}. \quad (11)$$

Здесь φ — разность фаз параметров порядка электродов, а зависящие от T и мацубаровской частоты ω коэффициенты Φ_N должны определяться из решения первой задачи.

Эффект близости

При решении задачи об эффекте близости тонкого N -слоя с массивным сверхпроводником воспользуемся тем, что в силу неравенства (2) в уравнении (5а) можно пренебречь неградиентными слагаемыми. В результате в нулевом приближении по d_N/ξ_N^* , с учетом (7) получаем $\Phi_N(y) = \Phi_N = \text{const}$. В следующем приближении по d_N/ξ_N^* из (5а) имеем

$$\xi_N^* \frac{d\Phi_N}{dy} = \frac{\omega}{\pi T_c} \frac{\Phi_N}{G_N} \frac{y+d_N}{\xi_N^*}, \quad G_N = \omega(\omega^2 + \Phi_N^2)^{-1/2}. \quad (12)$$

Выражение (12) позволяет переписать граничные условия (6) в виде

$$\xi_S^* \frac{d}{dy} \Phi_S(0) = \gamma_M \frac{\omega}{\pi T_c} \Phi_S(0) G_S^{-1}(0), \quad \gamma_M = \gamma \frac{d_N}{\xi_N^*}, \quad \gamma = \frac{\sigma_N \xi_S^*}{\sigma_S \xi_N^*} \quad (13)$$

и свести тем самым задачу к решению уравнений (4, а, б) с нелинейными граничными условиями (8), (13) для сверхпроводящих электродов. Это решение существенно упрощается в ряде частных случаев.

Область температур $T \approx T_c$. При $T \approx T_c$ система уравнений (4) сводится к простому уравнению Гинзбурга — Ландау (ГЛ)

$$\xi^2(T) \frac{d^2}{dy^2} \Delta + \Delta(1 - \Delta^2/\Delta_\infty^2) = 0, \quad \Delta_\infty^2 = \frac{8\pi^2}{7\zeta(3)} T_c(T_c - T), \quad (14)$$

где $\zeta(3)$ — дзета-функция Римана. Это уравнение несправедливо в непосредственной близости от поверхности раздела металлов и должно быть дополнено граничным условием, определяемым из решения линеаризованных уравнений Узаделя (т. е. уравнений (4) с $G_S=1$) в области $0 \leq y \leq \xi(T)$. Можно показать [14], что при $\xi_s^* \ll y \ll \xi(T)$ асимптотики решений уравнений ГЛ и уравнений Узаделя совпадают

$$\Phi_s(y) = \Delta(y) = \Delta_A [1 + \gamma_M p(\gamma_M) (y/\xi_s^*)], \quad (15)$$

где Δ_A — значение параметра порядка, полученное экстраполяцией решений уравнений ГЛ в точку $y=0$, и для $p(\gamma_M)$ получить

$$p(\gamma_M) = \begin{cases} \sum_{\omega} \omega^{-2} / \pi T \sum_{\omega} \omega^{-3} = \pi^2 / 7 \zeta(3) \approx 1,17 & \text{при } \gamma_M \gg 1, & (16a) \\ (4/\pi^2) \ln(17,225 \gamma_M^{-1}) & \text{при } \gamma_M \ll 1. & (16b) \end{cases}$$

Равенство (15) определяет искомое граничное условие к уравнению ГЛ [14]

$$\frac{\xi(T)}{\Delta} \frac{d\Delta}{dy} \Big|_{y=0} = \Gamma_M p(\gamma_M), \quad \Gamma_M = \gamma_M \frac{\xi(T)}{\xi_s^*} = \frac{\pi}{2} \gamma_M (1 - T/T_c)^{-1/2}. \quad (17)$$

Краевая задача (8), (14), (17) удовлетворяется известным решением

$$\Delta(y) = \Delta_{\infty} \operatorname{th} \left[\frac{y + y_0}{2^{1/2} \xi(T)} \right], \quad y_0 = \operatorname{arcsch} \frac{\Gamma_M p(\gamma_M)}{2^{1/2}}, \quad (18)$$

из которого для Δ_A имеем

$$\Delta_A = \Delta_{\infty} [\Gamma_M p(\gamma_M) / 2^{1/2} + (1 + (\Gamma_M p(\gamma_M) / \sqrt{2})^2)^{1/2}]^{-1}. \quad (19)$$

Коэффициент под знаком логарифма в (16б) уточнялся в процессе численного расчета $p(\gamma_M)$ (рис. 2), который проводился методом, описанным в работе [4]. Представленная на рис. 2 кривая $p(\gamma_M)$ с точностью порядка двух процентов может быть аппроксимирована простой формулой

$$p(\gamma_M) \approx 1,17 + (2/\pi^2) \ln(1 + 0,98 \gamma_M^{-2}). \quad (20)$$

Вторая кривая на рис. 2 показывает величину $\alpha(\gamma_M) = \Phi_{N1} / \Delta_A$, где Φ_{N1} — значение первой функции Узаделя ($\omega = \pi T$) на SN -границе. При всех значениях параметра γ_M это отношение близко к единице, т. е. $\Phi_{N1} \approx \Delta_A$. Из этого факта и выражения (19) следует, что подавление сверхпроводимости электродов за счет их близости с тонкой пленкой N -металла мало, т. е.

$$\Phi_{N1}(0) = \Delta_A = \Delta_{\infty} \infty (1 - T/T_c)^{1/2} \quad (21)$$

при выполнении условия

$$\gamma_M \ll (1 - T/T_c)^{1/2}. \quad (22)$$

В противоположном предельном случае подавление сверхпроводящих свойств электродов существенно, и

$$\Phi_{N1}(0) = \Delta_A \alpha(\gamma_M) = \Delta_{\infty} \alpha(\gamma_M) / (\sqrt{2} \Gamma_M p(\gamma_M)) \infty (1 - T/T_c). \quad (23)$$

Малые и большие значения γ_M . При малых значениях γ_M из граничного условия (13) следует, что в области частот $\omega \ll \omega_1 = \pi T_c \gamma_M^{-1}$

$$d\Phi_s/dy|_{y=0} = 0. \quad (24)$$

Поскольку сумма по ω в уравнении (4б), определяющая величину параметра порядка, сходится на частотах $\omega \approx \pi T_c \ll \omega_1$, то краевая задача (4),

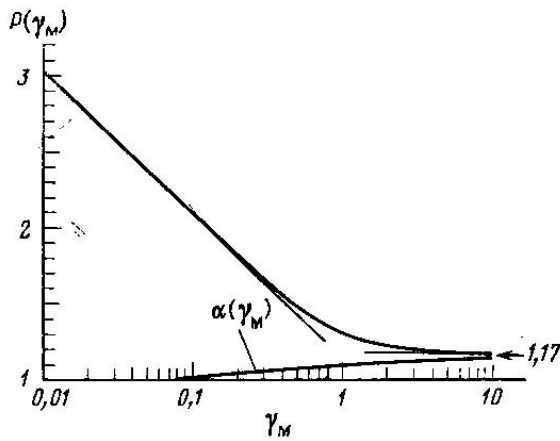


Рис. 2

Рис. 2. Зависимости параметров ρ , входящего в граничные условия к уравнениям ГЛ, и α , равного отношению значений на SN -границе первой функции Узаделя и асимптотического значения параметра порядка Δ_A , от величины γ_M . Тонкими линиями показаны зависимости (16) $\rho(\gamma_M)$ при малых и больших значениях γ_M

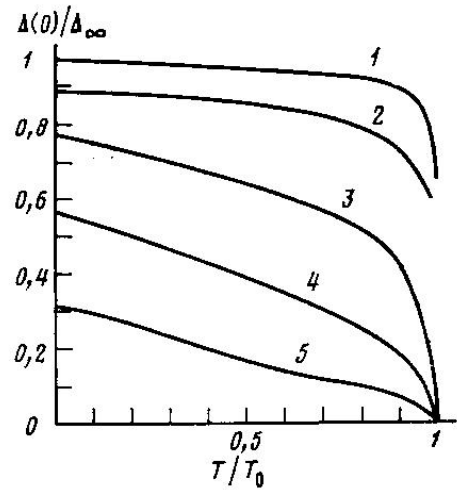


Рис. 3

Рис. 3. Температурная зависимость параметра порядка $\Delta(0)$ на SN -границе при $\gamma_M = 0,01$ (1); 0,03 (2); 0,1 (3); 0,3 (4) и 1,0 (5); Δ_∞ — равновесное значение параметра порядка однородного сверхпроводника

(18), (24) удовлетворяется решением:

$$\Delta(y) = \Delta_\infty, \quad \Phi_s(y) = \Phi_s(0) = \Phi_N = \Delta_\infty. \quad (25)$$

Соотношения (11), (25) определяют жесткие граничные условия, которые обычно использовались при расчете критических токов мостиков в [1–5]. Из проведенного анализа следует, что они справедливы при любых температурах, если γ_M удовлетворяет соотношению (22). В другом предельном случае $\gamma_M \rightarrow \infty$ из (13) в нулевом приближении по γ_M^{-1} имеем

$$\Phi_s(0) = \Delta(0) = 0. \quad (26)$$

В окрестности границы краевая задача (4), (8), (26) удовлетворяется решением вида [14]

$$\Phi_s(y) = \Delta(y) = B(T)y/\xi_s^*, \quad 0 \leq y \leq \xi_s^*, \quad (27a)$$

где $B(T)$ — универсальная функция температуры

$$B(T) = 2T_c / \sqrt{7\zeta(3)} [1 - (T/T_c)^2]. \quad (27b)$$

Для функций Φ_N , определяющих граничное условие (11), в следующем приближении по γ_M^{-1} из (13) и (27) получаем

$$\Phi_N = (B(T)\pi T_c) / (\omega\gamma_M). \quad (28)$$

Это равенство справедливо, если Φ_N мало по сравнению с πT , т. е. при условии

$$\gamma_M \gg \frac{B(T)}{\pi T_c} \infty \left(\frac{T_c}{T} \right)^2 - 1. \quad (29)$$

Произвольные значения T и γ_M . При произвольных значениях температуры и параметра подавления γ_M краевая задача (4), (8), (13) решалась численными методами, аналогичными описанным в работе [4]. На рис. 3 показаны температурные зависимости отношения $\Delta(0)/\Delta_\infty$ при различных значениях γ_M , полученные в результате вычисления. Видно, что

отношение $\Delta(0)/\Delta_\infty$, характеризующее степень подавления сверхпроводимости электродов, даже при $T=0$ заметно отклоняется от единицы уже при $\gamma_M \approx 10^{-2}$. С ростом температуры это отношение уменьшается, и при $T \approx T_c$ пропорционально $(1-T/T_c)^{1/2}$. Кроме $\Delta(0)$ в процессе решения уравнений (4) вычислялись также значения $\Phi_S(0) = \Phi_N$, необходимые для решения второй задачи.

Расчет критического тока мостика

При решении уравнения (9) с определенными из решения первой задачи граничными условиями (10) были получены следующие результаты.

Предел больших длин. Если длина пленки мостика достаточно велика

$$L \gg \xi_N = (D_N/2\pi T)^{1/2}, \quad (30)$$

то, проводя рассуждения, полностью совпадающие с проведенными в работе [12], получаем синусоидальную зависимость $I_S(\varphi)$ с критическим током I_c , равным

$$I_c = \frac{64\pi T}{eR_N} C_0^2 \frac{L}{\xi_N} \exp\left\{-\frac{L}{\xi_N}\right\}. \quad (31)$$

Здесь R_N — сопротивление пленки мостика в нормальном состоянии, а постоянная C_0

$$C_0 = \frac{G_{N1} \Phi_{N1}}{\pi T [1 + G_{N1} + \sqrt{2(1 + G_{N1})^{1/2}}]} \quad (32)$$

$$G_{N1} = \frac{\pi T}{\sqrt{(\pi T)^2 + \Phi_{N1}^2}}$$

определяется значением на SN -границе функции Узаделя Φ_{N1} при $\omega = \pi T$ и зависит от температуры и параметра γ_M .

1) В области температур, близких к критической, $\Phi_{N1} = \alpha(\gamma_M) \Delta_A$ практически совпадает с Δ_A (см. рис. 2), и из (19), (31), (32) для I_c получаем

$$I_c = \frac{4\Delta_\infty^2 \alpha^2(\gamma_M)}{eR_N \pi T} \left\{ \frac{p(\gamma_M) \Gamma_M}{2^{1/2}} + \left[1 + \left(\frac{p(\gamma_M) \Gamma_M}{2^{1/2}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{-2} \frac{L}{\xi_N} \exp\left\{-\frac{L}{\xi_N}\right\}. \quad (33)$$

При малых значениях $\Gamma_M \ll 1$ на границе пленки мостика с электродом справедливы жесткие граничные условия, из (33) следует результат, полученный в работе [3]:

$$I_c = \frac{4\Delta_\infty^2}{eR_N \pi T} \frac{L}{\xi_N} \exp\left\{-\frac{L}{\xi_N}\right\} \propto (T_c - T). \quad (34)$$

В противоположном предельном случае ($\Gamma_M \gg 1$) подавление сверхпроводимости электродов существенно, и для I_c имеем

$$I_c = \frac{4\Delta_\infty^2}{eR_N \pi T} \frac{\alpha^2(\gamma_M)}{(2^{1/2} p(\gamma_M) \Gamma_M)^2} \frac{L}{\xi_N} \exp\left\{-\frac{L}{\xi_N}\right\} \propto (T_c - T)^2. \quad (35)$$

2) В области низких температур $T_c(\xi_N^*/L) \ll T \ll T_c$ из граничного условия (13) и формулы (32) следует, что при $\gamma_M \ll (L/\xi_N^*)^2$ постоянная G_{N1} мала по сравнению с единицей, и для I_c из (31), (32) получаем выражение, совпадающее с найденным в работе [6]:

$$I_c = \frac{64\pi T}{eR_N} \frac{1}{(1+2^{1/2})^2 \xi_N} \frac{L}{\xi_N} \exp\left\{-\frac{L}{\xi_N}\right\}. \quad (36)$$

С увеличением γ_M , несмотря на близость температуры к нулю, $I_c \propto \gamma_M^{-2}$, т. е. критический ток начинает падать.

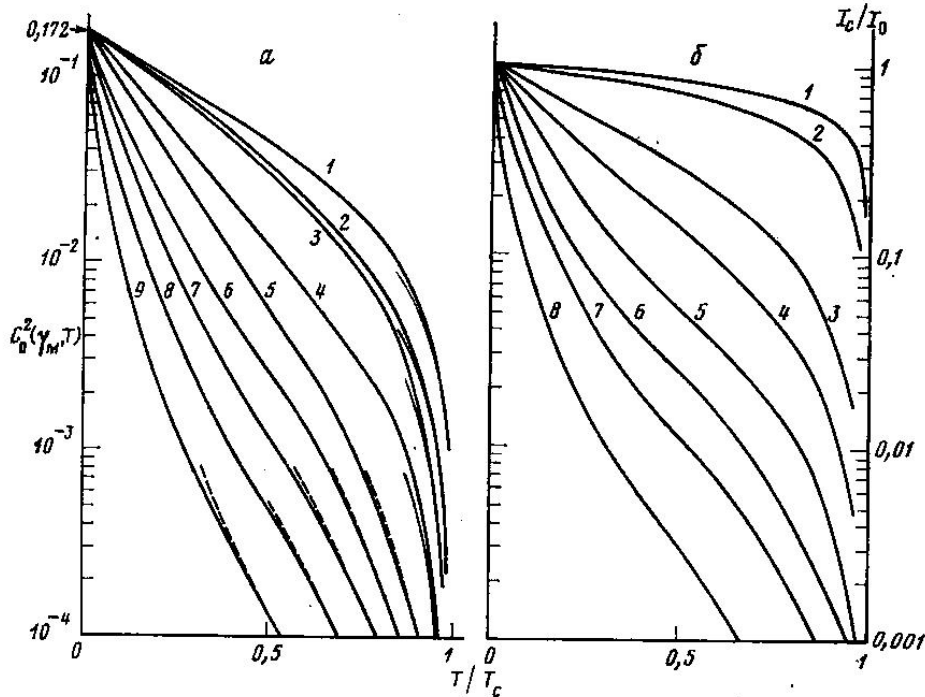


Рис. 4: а – Зависимость коэффициента C_0^2 , определяющего критический ток прогнанных ($L \gg \xi$) $SN-N-NS$ -мостиков переменной толщины (32), от температуры при $\gamma_M=0$ (1); 0,5 (2); 0,1 (3); 0,5 (4); 1 (5); 2 (7); 5 (8); 10 (9). Тонкими линиями показаны асимптотические зависимости $C_0^2(T)$ при $T \approx T_c$ (33), пунктирными – при больших значениях γ_M (44). б – Отношение критического тока I_c $SN-N-NS$ -мостика переменной толщины к его значению при жестких граничных условиях I_0 (39) как функция температуры при разных значениях параметра γ_M : 0,05 (1); 0,1 (2); 0,5 (3); 1 (4); 2 (5); 3 (6); 5 (7); 10 (8). Величина I_c/I_0 показывает степень подавления критического тока мостика за счет эффекта близости в электродах

3) При малых значениях параметра γ_M (22) справедливы жесткие граничные условия (25). В этом случае соотношения (25), (31), (32) определяют максимально возможное (при фиксированных L и T) значение критического тока I_0

$$I_0 = \frac{64\pi T}{eR_N} \frac{\Delta_\infty^2(L/\xi_N) \exp\{-L/\xi_N\}}{\{\pi T + ((\pi T)^2 + \Delta_\infty^2)^{1/2} + \sqrt{2} [(\pi T)^2 + \Delta_\infty^2 + \pi T((\pi T)^2 + \Delta_\infty^2)^{1/2}]^{1/2}\}^2}, \quad (37)$$

выписанное ранее в работе [6]. Из приведенного вывода следует, что оно справедливо и в случае мостиков $SN-N-NS$ переменной толщины практически во всем температурном интервале

$$T_c(\xi_N/L) \ll T, \quad T_c - T \gg \gamma_M^2 T_c, \quad (38)$$

если параметр γ_M достаточно мал. При $T \rightarrow T_c$ из (38) следует формула (34), а при $T \ll \Delta_\infty$ – результат (36).

4) При больших значениях параметра γ_M (29) зависимость $I_c(T)$, определяемая из (28), (31), (32), также выписывается аналитически:

$$I_c = \frac{16T}{7\pi\zeta(3)eR_N\gamma_M^2} \left[\left(\frac{T_c}{T} \right)^2 - 1 \right]^2 \frac{L}{\xi_N} \exp\left\{ -\frac{L}{\xi_N} \right\} \quad (39)$$

и в области температур $T \sim T_c$ с точностью до $\alpha^2(\gamma_M)/\rho^2(\gamma_M) \approx 1$ совпадает с (35).

5) При произвольных значениях температуры и параметра γ_M зависимости коэффициента $C_0(T, \gamma_M)$ в формуле для критического тока (31) определялись численно и представлены на рис. 4, а. Эти кривые качественно близки к рассчитанным в работе [12] для перехода типа «сэндвич», в котором роль γ_M играет параметр γ (13).

На рис. 4, б представлено отношение I_c к максимально возможному (при фиксированных L и T) значению критического тока I_0 (37) как функция температуры при различных значениях γ_M . Это отношение определяет степень подавления критического тока мостика за счет эффекта близости в электродах. Видно, что лишь при весьма малых $\gamma_M (\leq 0,1)$ имеется значительный интервал температур, в котором значения I_c близки к рассчитанным с использованием жестких граничных условий [3, 6]. С ростом γ_M критический ток падает еще сильнее. Так, для $\gamma_M=1$ при $T \sim 0,5 T_c$ он меньше предельного уже на порядок, а при $T \sim 0,9 T_c$ на два порядка.

Предел больших γ_M . Если значения параметра γ_M удовлетворяют неравенству (29), то всюду в пленке мостика $G_N=1$, и решение уравнений (9) с граничными условиями (10) выписывается аналитически при любом соотношении между L и ξ_N :

$$\Phi_N(x) = \Phi_N \left[\frac{\text{ch } \beta x}{\text{ch}(\beta L/2)} \cos \frac{\varphi}{2} + i \frac{\text{sh } \beta x}{\text{sh}(\beta L/2)} \sin \frac{\varphi}{2} \right], \quad \beta = \xi_N^{-1} (2n+1)^{1/2}. \quad (40)$$

Подставляя $\Phi_N(x)$ (40) в выражение для сверхтока и учитывая, что $G_N=1$, получаем синусоидальную зависимость $I_s(\varphi)$ с критическим током

$$I_0 = \frac{2B^2(T) (\pi T)^3}{e R_N \gamma_M^2} \sum_{\omega > 0} \frac{\beta L}{\omega^4 \text{sh } \beta L}. \quad (41)$$

Входящая в (41) сумма по ω с точностью лучше двух процентов равна своему первому слагаемому. Поэтому при произвольном соотношении между L и ξ_N из (41) имеем

$$I_c = \frac{2B^2(T)}{e R_N \gamma_M^2 \pi T} \frac{1}{\xi_N} \text{sh}^{-1} \frac{L}{\xi_N}. \quad (42)$$

При $L \gg \xi_N$ это выражение переходит в (39), а при $L \ll \xi_N^*$ из (41) получаем значение I_c , не зависящее от L

$$I_c = \frac{2B^2(T)}{e R_N \gamma_M^2 \pi T} \frac{\pi^2}{96}. \quad (43)$$

Произвольные значения $\frac{L}{\xi_N}$ и γ_M . При произвольных значениях длины мостика L и параметра γ_M краевая задача (9), (10) решалась численно. Результаты расчетов представлены на рис. 5 в виде графиков зависимости критического тока от температуры при различных значениях длины пленки мостика и трех значениях параметра γ_M (0,03; 0,1; 0,3). Для сравнения пунктирными линиями на тех же графиках приведены зависимости $I_c(T)$ для коротких мостиков ($L \ll \xi_N^*$) [2]. Кроме того, на рисунке соединены дужками значения I_c для одинаковых длин мостиков L при $T=0$, рассчитанные в данной работе ($\gamma_M \neq 0$) и без учета подавления сверхпроводимости электродов за счет эффекта близости ($\gamma_M=0$) [3].

Как и в случае больших L , уменьшение I_c при фиксированном γ_M тем более существенно, чем T ближе к T_c . Однако при относительно малых L подавление критического тока I_c за счет эффекта близости в электродах происходит значительно более равномерно во всем температурном интервале.

В практически наиболее интересной области не слишком больших длин ($L \leq 3 \xi_N^*$) и не слишком высоких температур ($T \leq 0,5 T_c$) критический ток

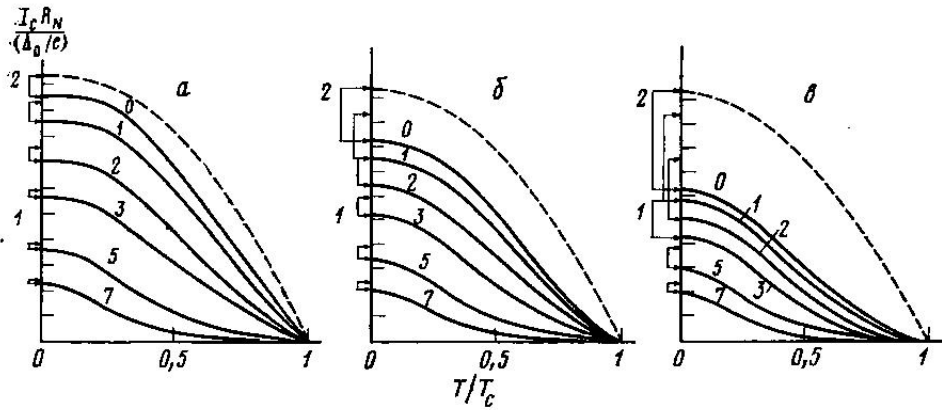


Рис. 5. Зависимости критического тока $SN-N-NS$ -мостиков переменной толщины от температуры при различных значениях длины пленки мостика L (значения L/ξ_{N^*} указаны возле кривых) и трех значениях параметра γ_M : 0,03 (а), 0,1 (б) и 0,3 (в). Пунктирные линии – зависимости $I_c(T)$ при $\gamma_M=0$ и $L < \xi_{N^*}$, полученные в [2]

в 2 раза меньше значения, рассчитанного в [3] для $\gamma_M=0$, уже при $\gamma_M \approx 0,3$, и далее падает примерно как γ_M^{-2} (см. формулу (39)) при $T \neq 0$ и как γ_M^{-1} при $T=0$.

Область применения развитой теории

Для нахождения пределов применимости развитой теории рассмотрим сначала наиболее простую ситуацию, когда $T \approx T_c$, так что в сверхпроводниках справедливы уравнения ГЛ:

$$\xi^2(T) \nabla^2 \Delta + \Delta [1 - (\Delta/\Delta_\infty)^2 - (j/C_J)^2 (\Delta_\infty/\Delta)^4] = 0, \quad (44a)$$

$$\nabla (\Delta^2 \nabla \chi) = 0, \quad (44б)$$

$$j = C_J (\Delta/\Delta_\infty)^2 [\xi(T) \nabla \chi]; \quad C_J = \frac{\pi}{4} [\sigma_S \Delta_\infty^2 / e T \xi(T)]. \quad (44в)$$

Здесь Δ и χ – модуль и фаза параметра порядка, j – плотность сверхтока.

Согласно проведенным расчетам, величина линейной плотности протекающего через переход сверхтока фактически определяется первым слагаемым в сумме (11), т. е. значением на SN -границе первой функции Узаделя $\Phi_{N1} \approx \Delta_A$ (см. рис. 2):

$$J_M = \frac{I}{w} \approx \frac{\Delta_A^2}{eT} \sigma_N d_N \begin{cases} L^{-1}, & L \ll \xi_{N^*}, \\ \xi_{N^*}^{-1} \exp\{-L/\xi_{N^*}\}, & L \gg \xi_{N^*}. \end{cases} \quad (45a)$$

$$J_M = \frac{I}{w} \approx \frac{\Delta_A^2}{eT} \sigma_N d_N \begin{cases} L^{-1}, & L \ll \xi_{N^*}, \\ \xi_{N^*}^{-1} \exp\{-L/\xi_{N^*}\}, & L \gg \xi_{N^*}. \end{cases} \quad (45б)$$

Найдем условия, при выполнении которых изменение $\bar{\Delta}_A$ величины Δ_A , вызванное влиянием процессов в пленке мостика на электроды, мало по сравнению со значением Δ_A (19), найденным без учета этого влияния. Для определения этих условий оценим из линеаризованных уравнений ГЛ

$$\xi^2(T) \nabla^2 \bar{\Delta} + \bar{\Delta} (1 - 3\Delta^2/\Delta_\infty^2) = (j/C_J)^2 \Delta_\infty (\Delta_\infty/\Delta)^3 \quad (46)$$

порядок величины поправки $\bar{\Delta}$ к параметру порядка Δ (18), обусловленной как протеканием по электродам тока, так и эффектом близости между пленкой мостика и составным NS -электродом. При этом входящую в (46) зависимость $\Delta(y)$ аппроксимируем в области $y < \xi(T)$ линейной функцией

$$\Delta(y) = \Delta_A [1 + y/b], \quad b = \xi(T) [\Gamma_{MP}(\gamma_M)]^{-1}. \quad (47)$$

В силу линейности уравнения (46) вклад в $\bar{\Delta}$ от каждого из ее источников можно оценить отдельно.

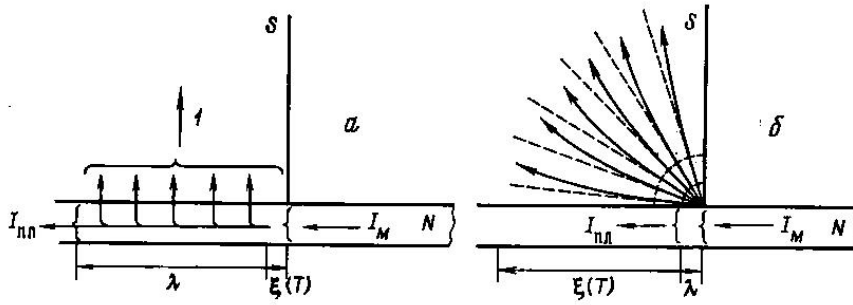


Рис. 6. Схематическое изображение распределения токов в SN -электродах мостика переменной толщины в случаях большого (a) и малого (b) затекания сверхтока в электрод. Пунктирной четвертью окружности показана область, в которой распределение тока радиально симметрично (49) (пунктирные прямые): $a - \lambda \gg \xi(T)$; $I - J_s = \lambda j_s$; $b - \lambda \ll \xi(T)$

Подавление сверхпроводимости током. Порядок величины и пространственная зависимость $\bar{\Delta}(x, y)$, обусловленная током в электродах, зависит от соотношения между глубиной затекания тока в N -пленку электрода λ (см. рис. 6) и длиной $\lambda_s = \min \{ \xi(T), b \} \approx \xi(T)$ (Δ_A / Δ_∞).

В случае большого затекания тока (рис. 6, a) $\lambda \gg \lambda_s$ можно считать, что уход тока в S -пленку электрода происходит практически равномерно, и в этой области $\bar{\Delta}$ меняется лишь вдоль y . Поскольку это изменение происходит на длинах порядка λ_s , то, заменяя в (46) $\nabla^2 \bar{\Delta}$ на $\bar{\Delta} / \lambda_s^2$, для $\bar{\Delta}_A$ имеем

$$\bar{\Delta}_A / \Delta_A \approx (j / C_J)^2 (\Delta_\infty / \Delta_A)^2. \quad (48)$$

В противоположном случае (см. рис. 6, b) $\lambda \ll \lambda_s$ входящие в уравнение (46а) слагаемые $\nabla^2 \bar{\Delta}$ и j меняются на расстояниях $r = [(x - L/2)^2 + y^2]^{1/2} \approx \lambda \ll \lambda_s$. На таких расстояниях зависимость $\Delta(y)$ несущественна ($\Delta(y) \approx \Delta_A$), и следующее из (44б), (44в) распределение плотности сверхтока j радиально симметрично:

$$j = (2/\pi) J_s r^{-1}, \quad (49)$$

где J_s — линейная плотность сверхтока, втекающего в S -пленку. Подставляя (49) в уравнение (46) и полагая в нем $\nabla^2 \bar{\Delta} \approx \bar{\Delta} / \lambda^2$ и $j \sim J_s / \lambda$, для $\bar{\Delta}_A$ имеем

$$\bar{\Delta}_A / \Delta_A \approx (J_s / C_J \xi(T)) (\Delta_\infty / \Delta_A)^4. \quad (50)$$

Из выражений (48) и (50) следует, что подавление параметра порядка током несущественно, если

$$J_s \ll J_c \approx \sigma_s \frac{\Delta_A^2}{eT} \begin{cases} 1, & \lambda \ll \lambda_s, \\ \lambda / \lambda_s, & \lambda \gg \lambda_s. \end{cases} \quad (51a)$$

$$J_s \ll J_c \approx \sigma_s \frac{\Delta_A^2}{eT} \begin{cases} 1, & \lambda \ll \lambda_s, \\ \lambda / \lambda_s, & \lambda \gg \lambda_s. \end{cases} \quad (51b)$$

Чтобы найти λ , приравняем ток J_s , ушедший в S -пленку, току, еще текущему по N -пленке:

$$J_N \approx \sigma_N \frac{\Delta_A^2}{eT} \frac{d_N}{\lambda}. \quad (52)$$

При $J_s \approx J_c$ для λ имеем

$$\lambda = \begin{cases} d_N (\sigma_N / \sigma_s), & \lambda \ll \lambda_s, \\ d_N (\lambda_s \sigma_N / d_N \sigma_s)^{1/2}, & \lambda \gg \lambda_s. \end{cases} \quad (53a)$$

$$\lambda = \begin{cases} d_N (\sigma_N / \sigma_s), & \lambda \ll \lambda_s, \\ d_N (\lambda_s \sigma_N / d_N \sigma_s)^{1/2}, & \lambda \gg \lambda_s. \end{cases} \quad (53b)$$

Соотношения (51), (53) определяют выражения для критической линейной плотности тока J_c :

$$J_c = \sigma_s \frac{\Delta_A^2}{eT}.$$

$$\begin{cases} 1, & \Gamma_M \ll (\Delta_A/\Delta_\infty) (\xi(T)/\xi_N^*)^2, \\ (\xi_N^*/\xi(T)) (\Gamma_M \Delta_\infty/\Delta_A)^{1/2}, & \Gamma_M \gg (\Delta_A/\Delta_\infty) (\xi(T)/\xi_N^*)^2. \end{cases} \quad (54a)$$

Требую выполнения условия малости протекающего через переход тока по сравнению с J_c в случае $L \ll \xi_N^*$, из (45а) и (54) получаем искомое требование на параметр Γ_M :

$$\Gamma_M \ll L (\xi_N^*)^{-2} \max \{ \xi(T), L \}. \quad (55)$$

Найденные условия справедливы и при $T \approx 0,5 T_c$, если в (55) заменить Γ_M на γ_M , $\xi(T)$ на ξ_s^* , а под (Δ_A/Δ_∞) понимать значение этого отношения при данной температуре:

$$\gamma_M \ll L (\xi_N^*)^{-2} \max \{ L, \xi_s^* \}, \quad L \ll \xi_N^*. \quad (56)$$

При больших длинах пленки мостика $L \gg \xi_N$ протекающий через мостик ток экспоненциально мал, и $J_M \ll J_c$ при всех разумных значениях γ_M .

Подавление сверхпроводимости за счет эффекта близости с пленкой мостика. Из решения уравнений Узаделя (9) и условия непрерывности при $x = \pm L/2$ функций Φ_N и их первых производных следует, что на границе пленки мостика с электродом справедливо равенство:

$$\xi_N^* \frac{d\Phi_N}{dx} \approx \min \{ 1, L/\xi_N^* \} \Phi_N, \quad |x| = L/2, \quad -d_N \leq y \leq 0. \quad (57)$$

Полагая в (57) $\Phi_N \approx \Delta_A$ и $d\Phi_N/dx \approx \Delta_A/\delta$, где δ — глубина, на которой подавляются функции Φ_N в N -пленке электрода, получаем

$$\Delta_A/\Delta_A \approx (\delta/\xi_N^*) \min \{ 1, L/\xi_N^* \}. \quad (58)$$

Для нахождения δ продумаем, предполагая, что $\delta \gg d_N$, те же вычисления, что и во втором разделе для случая, когда функции Φ_N зависят от двух координат. В результате при $T \approx T_c$ и $\omega/\pi T_c = 1$ вместо условия (13) имеем

$$\xi_s^* \frac{d\Phi_s(x, 0)}{dy} = \gamma_M \left[\Phi_s(x, 0) - (\xi_N^*)^2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_s(x, 0) \right]. \quad (59)$$

Учитывая, что вдоль направлений x и y функция Φ_s меняется соответственно на расстояниях δ и $\min \{ \delta, \lambda_s \}$, для δ из (59) получаем

$$\delta = \xi_N^* \begin{cases} \gamma_M \xi_N^*/\xi_s^*, & \gamma_M \ll \xi_s^* \delta/\xi_N^*{}^2, \\ (\gamma_M \lambda_s/\xi_s^*)^{1/2}, & \gamma_M \gg \xi_s^* \delta/\xi_N^*{}^2. \end{cases} \quad (60a)$$

$$\quad (60b)$$

Из выражений (58), (60) следует, что $\Delta_A \ll \Delta_A$, если

$$\gamma_M \ll \xi_s^*/\xi_N^*, \quad \text{при } L \gg \xi_N^*, \quad (61)$$

а также практически при любых значениях γ_M , если $L \ll \xi_N^*$.

Из полученных оценок (56), (61) видно, что если $\xi_s^* \ll \xi_N^*$, то значения функций Узаделя на границе пленки мостика с электродом не зависят от втекающего в него тока и эффекта близости с пленкой мостика лишь при малых значениях γ_M , когда $\Phi_N \approx \Delta_\infty$ и справедливы жесткие граничные условия. Однако если $\xi_s^* \gg \xi_N^*$, то значения Φ_N в электродах не зависят от процессов, протекающих в пленке мостика даже при конечных значениях параметра γ_M :

$$\gamma_M \ll (\xi_s^*/\xi_N^*) \min \{ 1, L/\xi_N^* \}. \quad (62)$$

Сравнение с экспериментом

Экспериментально свойства мостиков SN—N—NS-переменной толщины исследовались лишь в структурах с низкоомными N -металлами [7—11]. Наблюдаемые в них значения критических токов оказались значительно меньше рассчитанных в [3] с использованием жестких граничных условий.

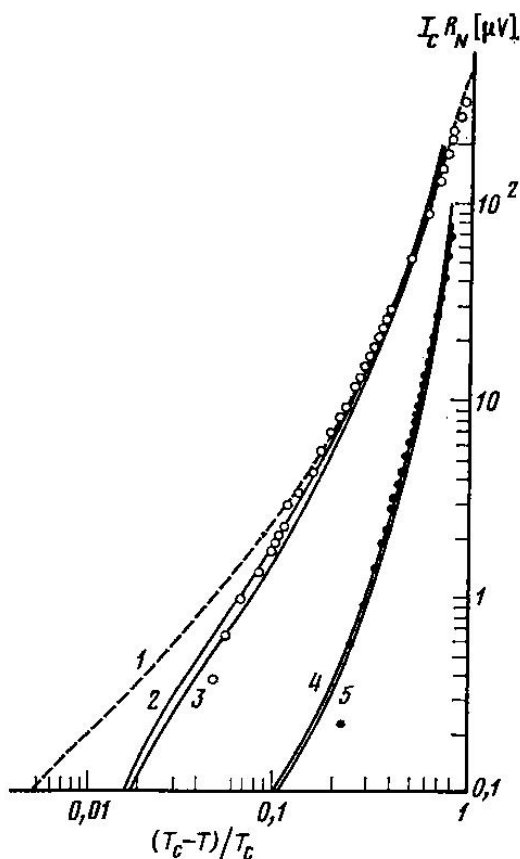


Рис. 7. Экспериментальные зависимости (темные и светлые точки) критического тока от температуры для мостиков Pb-Cu-Pb из работы [9]. Сплошные кривые — рассчитанные зависимости $I_c(T)$ для двух значений параметра γ_m . Отношения L/ξ_N^* подбирались из соображений наилучшего согласия с экспериментом. Пунктирная кривая (1) — результат расчета в рамках жестких граничных условий [3] для $L/\xi_N^* = 8,2$ и $\gamma_m = 0$; для (2)–(5) соответственно $L/\xi_N^* = 7,5; 5,7; 11,3; 9,5$, $\gamma_m = 0,05; 0,5; 0,05; 0,5$

Существует несколько возможных причин, приводящих к такому понижению I_c . Первая из них — эффективное отталкивание электронов в материале мостика [5]. Этот механизм подавления критического тока существен главным образом в области низких температур $T \lesssim T_c/2$. Вторая причина — это исследованное в данной работе подавление сверхпроводимости за счет эффекта близости между их N - и S -пленками, которое сказывается тем сильнее, чем ближе T и T_c . И, наконец, третья причина — это влияние процессов в пленке мостика на сверхпроводимость электродов. Такое влияние имеет место при нарушении неравенства (62) и должно приводить к резкому дополнительному уменьшению I_c , особенно в окрестности критической температуры. При экспериментальных исследованиях мостиков Nb-Au-Nb, Nb-Cu-Nb [10], V-Al-V [7, 8], Nb₃Sn-Cu-Nb₃Sn [11] проводимости в нормальном состоянии и длины когерентности N - и S -материалов сильно различаются, что приводит к большим значениям параметра γ_m и нарушению неравенства (62). Кроме того, эффективное взаимодействие электронов в меди соответствует отталкиванию [5]. Следовательно, малые значения I_c в структурах на основе Cu [10, 11] обуславливаются всеми тремя перечисленными выше причинами. Именно поэтому проведенные авторами попытки объяснения полученных в работах [10, 11] зависимостей $I_c(T)$ в рамках теории, учитывающей отталкивание электронов в пленке мостика [5], и в рамках развитой в данной работе теории не позволили объяснить их температурный ход во всей области температур.

В мостиках Pb—Cu—Pb [9] проводимость и длины когерентности N - и S -материалов одного порядка, а значения параметра γ_M невелики ($\gamma_M \ll \xi_S^*/\xi_N^* \approx 1$) и уменьшение I_c обусловлено лишь первыми двумя причинами. На рис. 7 показаны экспериментальные зависимости $I_c(T)$ этих мостиков и теоретические зависимости критического тока от температуры (сплошные кривые) для двух значений параметра γ_M и разных длинах перехода L . Видно, что в области температур, близких к критической, эти зависимости лучше согласуются с экспериментальными данными, чем результаты, полученные в [3] в рамках жестких граничных условий ($\gamma_M=0$) (пунктирная кривая). Однако отсутствие данных о геометрических размерах мостика и его характеристиках не позволило дать более точной оценки параметра γ_M , поскольку для $\gamma_M=0,05$ и $L/\xi_N^*=7,5; 11,3$, а также для $\gamma_M=0,5$ и $L/\xi_N^*=5,7; 9,5$ наблюдается почти одинаково хорошее согласие расчетных и экспериментальных зависимостей.

В области низких температур расчетные кривые лежат выше экспериментальных точек. Однако при этих температурах понижение I_c можно объяснить наличием эффективного отталкивания электронов в перемычке [5]. Таким образом, совместный учет эффекта близости, существенно понижающего I_c при $T \approx T_c$, и эффективного отталкивания электронов, понижающего I_c при $T \leq 0,5 T_c$, позволяет количественно объяснить поведение мостиков из мягких материалов во всем диапазоне температур.

Заключение

Проведенные в данной работе расчеты позволяют сделать важный вывод: жесткие граничные условия реализуются в мостиках переменной толщины SN—N—NS-типа лишь при достаточно малых значениях параметра $\gamma_M \ll \min \{0,3; \xi_S^*/\xi_N^*\}$, т. е. при условии

$$\sigma_N/\sigma_S \ll (\xi_N^*/d_N) \min \{1; 0,3\xi_N^*/\xi_S^*\}. \quad (63)$$

При разумных значениях входящих в (63) величин $d_N \approx 100 \text{ \AA}$, $\xi_N^* \approx \xi_S^* \approx 300 \text{ \AA}$, получаем, что все нелинейные процессы локализованы в пленке мостика, если

$$\sigma_N \ll \sigma_S. \quad (64)$$

Требование (64) является значительно менее жестким, чем соответствующее условие для джозефсоновских структур типа SNS-сэндвич [12]: $\sigma_N \ll 0,1 \sigma_S$. Однако и оно, как правило, не выполнялось в экспериментально реализованных SN—N—NS-мостиках переменной толщины. Вероятно, это и обусловило относительно малые значения I_c , экспериментально обнаруженные в таких структурах [7—11].

В заключение авторы выражают благодарность К. К. Лихареву за обсуждение результатов и помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихарев К. К., Якобсон Л. А. Ж. техн. физ., 1973, т. 45, № 7, с. 1503.
2. Кулик И. О., Омелянчук А. Н. Письма в ЖЭТФ, 1975, т. 21, вып. 4, с. 216.
3. Лихарев К. К. Письма в ЖТФ, 1976, т. 2, № 1, с. 29.
4. Куприянов М. Ю., Лукичев В. Ф. Физ. низк. температур, 1981, т. 7, № 3, с. 281.
5. Kurgiyarov M. Yu., Likharev K. K., Lukichev V. F. Physica, 1981, v. 108B, p. 1001.
6. Заикин А. Д., Жарков Г. Ф. Физ. низк. температур, 1981, т. 7, № 3, с. 375.
7. Колесников Д. П., Лапир Г. М., Махов В. И., Самусь А. Н., Тябликов А. В. В кн.: Криоэлектронные компоненты ЭВМ. Киев, 1977, с. 79.
8. Лапир Г. М., Махов В. И., Самусь А. Н., Тябликов А. В. В кн.: Криоэлектронные компоненты ЭВМ. Киев, 1977, с. 95.
9. Warlaumont J. M., Brown J. C., Buhrman R. A. Appl. Phys. Lett., 1979, v. 34, p. 415.
10. Van Dover R. B., De Lozanne A., Howard R. E., McLean W. L., Beasley M. R. Appl. Phys. Lett., 1980, v. 37, № 9, p. 838.
11. De Lozanne A., Dilorio M., Beasley M. R. Physica, 1981, v. 108B, p. 1027.
12. Куприянов М. Ю., Лукичев В. Ф. Физ. низк. температур, 1982, т. 8, № 10, с. 1045.
13. Usadel K. D. Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, № 8, p. 507.
14. Иванов З. Г., Куприянов М. Ю., Лихарев К. К., Мериакри С. А., Снугирев О. В. Физ. низк. температур, 1981, т. 7, № 5, с. 560.

Физический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
20.1.1983