

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

# СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ,  
ПОСВЯЩЁННОЙ 80-ЛЕТИЮ АКАДЕМИКА РАН В. А. САДОВНИЧЕГО

Том I

---

# CONTEMPORARY PROBLEMS OF MATHEMATICS AND MECHANICS

PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONFERENCE DEDICATED  
TO THE 80<sup>th</sup> ANNIVERSARY OF ACADEMICIAN V. A. SADOVNICHY

Volume I



---

МОСКВА – 2019

## НЕГЛАДКИЕ СЕЧЕНИЯ ЕДИНИЧНОГО ШАРА ПРОСТРАНСТВА $C(Q)$

А.Р. Алимов, И.Г. Царьков

*alexey.alimov-msu@yandex.ru, igtsarkov@yandex.ru*

УДК 517.518

Установлено, что в пространстве  $C(Q)$  ( $Q$  — хаусдорфов компакт) существует двумерное подпространство, сдвиги которого имеют только негладкие пересечения с единичным шаром пространства.

*Ключевые слова:* геометрия банаховых пространств, сечение единичного шара

### Nonsmooth sections of the unit ball in $C(Q)$

We show that in  $C(Q)$  ( $Q$  is a Hausdorff compact set), there exists a two-dimensional subspace whose translates intersect the unit ball only by a nonsmooth set.

*Keywords:* Banach space geometry, section of the unit ball

Дается ответ на следующий вопрос. Существует ли собственное подпространство  $L$  пространства  $C(Q)$  такое, что пересечение любого его сдвига  $L + x$ ,  $x \in B$ , с единичным шаром  $B$  пространства  $C(Q)$  всегда является негладким множеством? Гладкость выпуклого множества (тела  $B \cap (L + x)$  в аффинном пространстве  $L + x$ ) понимается в стандартном смысле: выпуклое тело называется гладким, если любая его граничная точка является точкой гладкости, т.е. в ней опорная гиперплоскость к нему единственна.

Ответ на данный вопрос оказывается отрицательным даже для двумерного подпространства  $L$ : существует такое двумерное подпространство  $L \subset C[0, 1]$ , что любой его сдвиг дает негладкое множество при пересечении с единичным шаром пространства. Отметим, что согласно классической теореме Банаха–Ма祖ра единичный шар  $B$  пространства  $C[0, 1]$  имеет гладкие центрально-симметричные сечения любой размерности, однако в поставленной выше задаче рассматриваются сечения, полученные сдвигом фиксированного подпространства  $L$ , так что существующие по теореме Банаха–Ма祖ра гладкие сечения могут оказываться не параллельными подпространству  $L$ .

**Теорема.** *Для любого конечного  $n \geq 2$  в пространстве  $C(Q)$  ( $Q$  — хаусдорфов компакт,  $\text{card } Q > n$ ) существует  $n$ -мерное подпространство, любой сдвиг которого на вектор  $p$ ,  $\|p\| < 1$ , пересекает шар  $B$  пространства  $C(Q)$  по негладкому телу.*

---

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-01-00332-а) и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (проект НШ-6222.2018.1).

Алимов Алексей Ростиславович, д.ф.-м.н., в.н.с., МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, Россия); Alexey Alimov (Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia).

Царьков Игорь Германович, д.ф.-м.н., профессор, МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, Россия); Igor' Tsar'kov (Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia).