

Отзыв научного руководителя доктора
физико-математических наук, профессора
кафедры математики Московского
Института Открытого образования Алексея
Яковлевича Белова на диссертацию
А. Л. Чернятьева “Нормальные базисы и
символическая динамика” на соискание
ученой степени кандидата
физико-математических наук

Диссертация посвящена проблематике, связанной с исследованием нормальных базисов полугрупп и алгебр. Данная проблематика в последнее время стала особенно актуальна.

Структурная теория, с помощью которой были получены основные результаты в теории ассоциативных колец, в силу своей эффективности оказала тормозящее действие на развитие комбинаторных методов — пусть более трудоемких, но зато конструктивных. Общей схемой структурных рассуждений является редукция к неприводимым в том или ином смысле объектам (первичным, простым) и изучении радикала — части, которая исчезает при такой редукции (отображающейся в ноль при любой проекции на неприводимый объект). При построении комбинаторной теории важно понять, какого рода комбинаторные объекты отвечают структурным. Оказывается, изучение первичных алгебр параллельно изучению равномерно рекуррентных слов.

Проблемы описания канонических форм оказываются тесно связан-

ными с вопросами символической динамики. Комбинаторные соображения, возникшие в символической динамике (автоматные группы), нашли свое применение при построении групп промежуточного роста, открыв новое направление в теории групп.

Таким образом, имеется язык структурной теории алгебр, язык комбинаторики слов и язык символической динамики. Их взаимодействие представляется чрезвычайно плодотворным как для алгебры, так и для комбинаторики так и для символической динамики. Возникающие вопросы обсуждаются в обзоре А. Я. Белова, В. В. Борисенко, В. Н. Латышева “Мономиальные алгебры”.

Комбинаторика слов, анализ свойств периодических и равномерно рекуррентных слов активно используется при изучении алгебр Ли, при исследовании проблем бернсайдовского типа в различных алгебраических ситуациях. В основе оригинальных доказательств А. И. Ширшова (как теоремы о свободе так и теоремы о высоте) лежала техника, связанная с преобразованием алфавита путем подстановок. Эта же техника используется при работе с равномерно-рекуррентными словами и в символической динамике.

Основополагающее понятие *равномерно-рекуррентного* слова возникло при изучении динамических систем. В то же время это понятие эффективно работает в алгебре, например, при построении теории радикала мономиальных алгебр а также исследовании базиса объектов, аналогичных простым. В терминах равномерно-рекуррентных слов также получается описание слабо нетеровых мономиальных алгебр. Хочу отметить, что технике связанной с равномерно-рекуррентными словами и ее применению в алгебре и комбинаторики я научился от М. В. Сапира в процессе обсуждения полугрупповой проблематики.

Взаимодействие языков комбинаторики слов, структурной теории и динамических систем представляется весьма плодотворным и перспективным. Ряд динамических проблем тесно соприкасается с теорией чисел. Отметим также связь проблем описания канонических форм с алгоритмическими вопросами.

Основные результаты диссертанта состоят в следующем.

Все основные результаты являются новыми. Среди них можно отметить следующие:

- 1) Асимптотическое описание нормальных базисов алгебр с минимальной функцией роста $T(n) = n + K$.

- 2) Построение общего критерия порождаемости слова преобразованием перекладывания отрезков в автоматных терминах, решение вопроса, поставленного Рози.
- 3) Построение динамической системы для сбалансированных непериодических слов над произвольным алфавитом.

Основными методами исследования в работе являются исследование цепочки автоматов, порождающих сверхслово, а также техника подстановок, восходящих к А. И. Ширшову. Для построения динамической системы, порождающей сбалансированные слова используются результаты эргодической теории, а также лемма Кронекера-Вейля об иррациональных сдвигах тора.

В заключение хотелось бы сделать пожелание. На мой взгляд, было бы лучше, если бы диссертант дал описание всех сверхслов, связанных с перекладыванием отрезков, а не только равномерно рекуррентных. Также было бы интересно получить описание *DOL*-систем, генерирующих сверхслово, связанное с перекладыванием отрезков.

Результаты диссертации могут быть полезны в комбинаторной теории колец и полугрупп, в частности, при изучении мономиальных алгебр, а также в символической динамике. Работа А. Л. Чернятьева прошла серьезную апробацию, результаты ее достаточно отражены в публикациях и известны специалистам.

По моему мнению, диссертация А. Л. Чернятьева несомненно удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а сам автор А. Л. Чернятьев заслуживает присуждения ему искомой степени.

Автореферат соответствует диссертации.

Профессор МИОО,
доктор физико-математических наук

А. Я. Белов