УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе
Уральского госуниверситета
профессор Е.А.ПАМЯТНЫХ

18 октября 2002 г.

ОТЗЫВ

кафедры алгебры и дискретной математики Уральского госуниверситета о диссертации А. Я. Белова *“Алгебры с полиномиальными тождествами: представления и комбинаторные методы”*, представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Диссертационная работа А. Я. Белова посвящена решению ряда проблем теории ассоциативных PI-алгебр, среди которых такие важнейшие, как проблема конечного базиса тождеств для ассоциативных алгебр над полем положительной характеристики, проблема А. И. Мальцева о рекурсивности эквациональной теории ассоциативного кольца и проблема рациональности ряда Гильберта относительно свободной ассоциативной алгебры. Даже простое перечисление всех рассмотренных в диссертации проблем заняло бы слишком много места; можно констатировать, что автор атаковал практически все остававшиеся открытыми задачи теории ассоциативных колец с полиномиальными тождествами и почти во всех случаях добился успеха. (Исключение составляет разве лишь рассмотренная в §6.4 задача И. В. Львова о существовании бесконечного критического кольца, но и здесь автором получены существенные продвижения.) При этом автор убедительно демонстрирует внутреннее единство теории, вскрывает глубокие и зачастую неожиданные взаимосвязи между различными ее частями. Большой интерес представляет используемая в диссертации техника, сочетающая изящные комбинаторные идеи, идущие от классических работ А. И. Ширшова, с оригинальными алгебро-геометрическими подходами.

Из сказанного ясно, что диссертация представляет собой фундаментальное сочинение, имеющее весьма высокий научный уровень.

К сожалению, работа А. Я. Белова не свободна от недостатков. Некоторые из них, как это часто бывает, являются продолжениями отмеченных выше достоинств диссертации. Очевидно, что диссертация перегружена материалом. Понятное желание автора продемонстрировать общность развитых им методов приводит к тому, что он иногда дублирует свои результаты для случая "алгебр произвольной сигнатуры" (кстати сказать, это довольно расплывчатое понятие следовало бы точнее определить в тексте диссертации) — ср., например, п.1.5.1 и п.1.5.2. Такого сорта дублирующие замечания можно было бы вынести в приложение или вообще опустить. Многочисленные неформальные обсуждения, разбросанные по тексту, также часто содержат повторы: ср., например, первый абзац §1.4 на с.97 с первым абзацем п.1.4.3 на с.101; замечание 2 на с.208 с набранным мелким шрифтом замечанием на с.219. И уж, конечно, нельзя засорять работу общеизвестными банальными наблюдениями типа лемм 6.7 и 6.8 и предложения 6.6, к тому же сопровождая их доказательствами[1].

При изложении большинства доказательств автор делает упор на идейную сторону, часто используя интересные образы, в терминах которых, по-видимому, и придумывались доказательства. При этом техническая сторона многих доказательств изложена весьма конспективно, как набор инструкций (адресованный, по-видимому, читателю), которые необходимо осуществить, чтобы "развернуть" доказательство. Ясно, что чтение и проверка такого рода текста требует больших усилий[2]. Задача читателя отнюдь не облегчается активно применяемыми автором ссылками вперед. Скажем, на с.99 читатель отсылается к определению существенной высоты, которое находится на с.107, а на с.100 (в лемме 1.15) это же понятие используется даже без ссылки на последующее определение; понятия курошева подмножества и s-базиса, фигурирующие в теореме 1.47, разъясняются только после формулировки этой теоремы, причем если первое понятие вводится хотя бы сразу после формулировки, то второе появляется только через 7 страниц, и т.п. Не всегда удачно выбираются обозначения; здесь наиболее вопиющим примером может служить лемма 7.1, в которой буквой p обозначена переменная, в то время как в тексте, окружающем лемму, p есть простое число (характеристика основного поля). На с.126–143 происходит огорчительный сбой в нумерации предложений: после предложения 2.12 следует предложение 2.6, за предложениями 2.13–2.16 идет предложение 2.7, за предложением 2.17 — предложение 2.8 и т.д., пока, наконец, это "рондо каприччиозо" не завершается появлением второго экземпляра предло-

[1] К тому же столь небрежными: например, в "доказательстве" леммы 6.7 на с.299 утверждение, что если M_{ij} — минор матрицы $\Lambda = (\lambda_{ij})$, а $M = (M_{ij})$, то $\Lambda M = \Delta E$, где $\Delta = \det \Lambda$, а E — единичная матрица, очевидным образом неверно.

[2] Отметим, что сказанное не следует понимать как сомнение в справедливости каких-либо результатов работы.

жения 2.12. Имеется значительное количество опечаток, в том числе весьма курьезных: упомянем хотя бы цитирование на с.177 “теоремы Ван-Дер-Бёрна о том, что конечное тело является полем”, и то, что соавтор Гамильтона по теореме о характеристическом многочлене матрицы попеременно именуется то Кэли, то Келли. Резюмируя этот беглый обзор недочетов, можно сказать, что представленный текст диссертации не был подвергнут очевидно необходимому тщательному научному и литературному редактированию.

Разумеется, отмеченные досадные недостатки изложения не могут существенно повлиять на общую положительную оценку диссертации А. Я. Белова. Она представляет собой цельную законченную научно-исследовательскую работу в одном из магистральных направлений современной алгебры и содержит решение нескольких крупных научных проблем.

Работа А. Я. Белова прошла серьезную апробацию, ее результаты достаточно полно отражены в публикациях и хорошо известны специалистам. Результаты диссертации могут быть использованы в дальнейших исследованиях, проводимых в Московском, Санкт-Петербургском, Ульяновском, Новосибирском, Алтайском, Уральском государственных университетах, в Институте математики СО РАН и в других научных центрах, где изучаются кольца с полиномиальными тождествами.

Работа “Алгебры с полиномиальными тождествами: представления и комбинаторные методы”, на наш взгляд, удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор А. Я. Белов заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Отзыв рассмотрен на заседании кафедры 17 октября 2002 года.

Научный руководитель кафедры
доктор физ.-мат. наук, профессор
заслуженный деятель науки Российской Федерации

Л. Н. Шеврин

Доктор физ.-мат. наук, профессор

М. В. Волков