МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

на правах рукописи

Тихонова Катерина Владимировна

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КОРРЕКЦИИ АКТИВНОСТИ ВЕСТИБУЛЯРНЫХ МЕХАНОРЕЦЕПТОРОВ

01.02.01 - теоретическая механика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Научные руководители: профессор, доктор физ.-мат. наук, акад. РАН Садовничий Виктор Антонович, профессор, доктор физ.-мат. наук Александров Владимир Васильевич

Москва - 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1.	
КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ВЕСТИБУЛО-ОКУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ И	
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ КОРРЕКЦИИ	.21
1.1. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ ВЕСТИБУЛО-ОКУЛЯРНОЙ	
СИСТЕМЫ	.26
1.1.А. ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ПОЛУКРУЖНЫЕ КАНАЛЫ И ГЛАЗНЬ	IE
МЫШЦЫ	.28
1.1.Б. ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ПОЛУКРУЖНЫЕ КАНАЛЫ И ГЛАЗНЫЕ	
МЫШЦЫ	.30
1.2. ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ	
МЕХАНОРЕЦЕПТОРОВ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПОЛУКРУЖНЫХ	
КАНАЛОВ	.33
1.2.А. ДИНАМИКА КУПУЛО-ЭНДОЛИМФАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ	[
(КЭС) И ВОЛОСКОВОЙ КЛЕТКИ	.34
1.2.Б. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АКТИВНОСТ	'N
АФФЕРЕНТНОГО ПЕРВИЧНОГО НЕЙРОНА ВЕСТИБУЛЯРНОГО	
МЕХАНОРЕЦЕПТОРА	.45
1.2.В. ОПИСАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОЦЕССА ПАРНОГО	
НЕЙРОННОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЗОРОМ "ВЕСТИБУЛО-	
ОКУЛЯРНЫЙ РЕФЛЕКС"	.52
1.3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ КОРРЕКЦИИ	.56
1.3.А. АВТОМАТИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ АКТИВНОСТИ	
АФФЕРЕНТНЫХ ПЕРВИЧНЫХ НЕЙРОНОВ (АПН)	
ВЕСТИБУЛЯРНОГО АППАРАТА	.57
1.3.Б. ЭФФЕРЕНТНЫЕ ПЕРВИЧНЫЕ НЕЙРОНЫ (ЭПН) И	
КОГНИТИВНАЯ КОРРЕКЦИЯ КАЧЕСТВА ВИЗУАЛЬНОЙ	

СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ НА ТЕСТИРУЮЩИХ СТЕНДАХ-
ТРЕНАЖЕРАХ
ГЛАВА 2.
АВТОМАТИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ АКТИВНОСТИ
ВЕСТИБУЛЯРНЫХ МЕХАНОРЕЦЕПТОРОВ63
2.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДИФИЦИРОВАННОЙ
МОДЕЛИ ПЕРВИЧНОГО АФФЕРЕНТНОГО НЕЙРОНА
ВЕСТИБУЛЯРНОГО АППАРАТА65
2.2. ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ
ВОЗМУЩАЕМОЙ СТАБИЛЬНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ70
2.3. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ В
БИСТАБИЛЬНОЙ СИСТЕМЕ79
2.4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ИЗ ОБЛАСТИ ОЖИДАНИЯ
МЕХАНИЧЕСКОГО СТИМУЛА В ОБЛАСТЬ ГЕНЕРАЦИИ
ИНФОРМАЦИОННОГО ОТВЕТА ПЕРВИЧНОГО НЕЙРОНА83
ГЛАВА 3.
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ90
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ90 3.1. ПРОГРАММНАЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ90 3.1. ПРОГРАММНАЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ ВЕСТИБУЛЯРНОГО АППАРАТА ДЛЯ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ
ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ

3.3. О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ
МИКРОАКСЕЛЕРОМЕТРОВ ДЛЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ
КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ С ЦЕЛЬЮ
УМЕНЬШЕНИЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ВЗОРА КОСМОНАВТА НА
ОРБИТЕ108
ГЛАВА 4. ТЕСТИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА КОГНИТИВНОЙ
КОРРЕКЦИИ ВИЗУАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО
ДВИЖЕНИЯ НА СТЕНДАХ-ТРЕНАЖЕРАХ115
4.1. АЛГОРИТМ ГАРАНТИРОВАННОГО МАКСИМИННОГО
ТЕСТИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ВИЗУАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ.
4.2. ПРИМЕР. ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СБЛИЖЕНИЯ
УСТРОЙСТВА СПАСЕНИЯ КОСМОНАВТА (УСК) С
ОРБИТАЛЬНОЙ СТАНЦИЕЙ123
ЗАКЛЮЧЕНИЕ128
ЛИТЕРАТУРА130

ВВЕДЕНИЕ

Сенсорная часть бионавигационной системы человека отвечает за получение информации о движении человека в окружающей его среде. Шесть биосенсоров углового движения, содержащих шесть полукружных каналов (ПКК) с первичными механорецепторами, реагируют на угловое ускорение головы человека и с помощью афферентных первичных нейронов (АПН) формируют выходную информацию. В 1952 году Ф.Л. Ходжкин и А.Ф. Хаксли опубликовали результаты своих экспериментов на гигантском аксоне кальмара и представили эмпирическую модель активности этого нейрона [28]. Параллельно акад. А.Н. Колмогоров и его ученики [29] разработали для прикладных математиков и инженеров методику составления математических моделей в виде марковских процессов с дискретным числом состояний и пуассоновскими потоками перехода в непрерывном времени. Опираясь на эти результаты объединённая группа российских математиков и механиков и мексиканских физиологов предложила математические модели биомеханической части биосенсора углового ускорения [30, 31, 32]. В 2001 – 2006 годах были проведены эксперименты на афферентных первичных нейронах млекопитающих и, таким образом, появилась возможность создать математическую модель АПН как выходного блока биосенсора углового ускорения и исследовать в рамках объединённой модели различные варианты коррекции активности выходных сигналов вестибулярного аппарата для применения на практике.

Обзор в дальнейшем распределён по главам.

Цель работы заключается в дополнении биомеханической модели биосенсора углового ускорения, созданной научным коллективом под руководством академика РАН В.А. Садовничего, и исследовании возможности применения технологии гальванической стимуляции (GVS-технологии) и эффективности методов автоматической и когнитивной коррекции вестибулярных механорецепторов.

Актуальность темы

Автоматическая коррекция, рассматриваемая данной работе, В предполагает воздействие на афферентные первичные нейроны (АПН) вестибулярного аппарата человека. При этом, доказательство эффективности такого воздействия осуществлено при помощи математической модели АПН. Актуальность данной темы состоит в возможности ее применения для решения задач устранения нарушений функции вестибулярной системы при минимальном участии человека. Такие отклонения могут сопровождать вестибулярные заболевания или же быть следствием влияния на организм экстремальных условий, которым подвергаются в своей профессиональной деятельности космонавты, лётчики, спортсмены, операторы технических средств. В данном случае коррекция реализуется в виде гальванической вестибулярной стимуляции. Ее применение активно изучается с 1990-х годов.

Научная новизна работы

Поставлена И решена задача детерминированном переходе 0 бистабильной колебательной системы из области притяжения точечного аттрактора, расположенного внутри периодического аттрактора, в область притяжения периодического аттрактора под воздействием малого по амплитуде кусочно-постоянного возмущения. Построена модель активности афферентного первичного нейрона путём модификации упрощенной модели Ходжкина-Хаксли [5] и применения результатов экспериментов на клеточном уровне [12]. А также показана возможность гальванической имитации перехода из области ожидания механического воздействия в область генерации сигналов нейронного управления движением глазных яблок.

Теоретическая и практическая значимость

Построенная математическая модель активности АПН вестибулярного механорецептора имеет как теоретическое значение, так и практическое.

В ходе обработки экспериментальных данных и полученной по ним модели численно был обнаружен интервал бифуркации, который соответствует режиму ожидания механического воздействия. Это отличает биосенсоры от технических инерциальных сенсоров и имеет теоретическое и практическое значение. В частности, позволяет корректно поставить задачу о переходе между областями притяжения аттракторов.

Доказанная в работе возможность перехода из области притяжения точечного аттрактора (режима ожидания механического стимула) в область притяжения устойчивого предельного цикла (рабочий режим АПН) позволяет математически обосновывать применимость автоматической коррекции на практике.

В работе показана возможность использования GVS-технологии для реализации:

a) гальванической программной имитации, что позволяет качественно улучшить динамическую имитацию пилотируемого полета в части компенсации ограниченности геометрических ресурсов подвижного стенда;

б) гальванической коррекции по показаниям технических сенсоров (МЭМС) для устранения нарушения функционирования вестибулярного аппарата космонавта в условиях микрогравитации.

Показано также значительное уменьшение ошибки установки взора при гальванической коррекции (раздел 3.2.а), что позволяет сделать вывод об эффективности GVS-технологии и целесообразности проведения дальнейших экспериментов на Земле и на орбите для накопления статистической достоверности реакции вестибулярной системы на гальваническую стимуляцию.

Экспериментальные результаты, описанные в третьей главе, вносят вклад в создание прототипа автоматического корректора. В частности, необходимо учесть вывод о более эффективном пирменении акселерометров по сравнению с датчиком угловой скорости для получения информации об угловом ускорении в условиях орбитального полета.

Выявленные два взаимозаменяемых способа гальванической коррекции (имитации нейтрализации механического воздействия) И имеют как теоретическое, так и практическое значение (раздел 3.2.б). Во-первых, этот результат дает дополнительное подтверждение законов Эвальда [39]. Ворасширяет возможности имитации вторых, результат И позволяет комбинировать методы коррекции.

Результаты четвертой главы могут быть использованы для дальнейшей экспериментальной проверки возможности когнитивной коррекции, то есть выработки в результате тренировок условного рефлекса визуальной стабилизации.

Методология и методы исследования

В работе для получения математической модели был осуществлен анализ гипотез Ходжкина и Хаксли, которые они сформулировали при построении модели гигантского аксона кальмара (1949-1956 гг). Нами была применена методика Колмогорова-Вентцель построения модели марковских процессов с дискретным числом состояний, пуассоновскими потоками и непрерывным временем. По результатам экспериментов первый интеграл математической модели нами был представлен в новой форме.

Для постановки задачи автоматической коррекции использованы результаты анализа математической модели биосенсора.

Для получения теоретических результатов были использованы основные теоремы теории динамических систем на плоскости, принцип максимума Понтрягина, теоремы Малкина и теорема Андронова-Леонтович о жёсткой потере устойчивости.

Методика автоматической коррекции заключается в следующем. Сначала решается задача анализа динамики гладкой динамической системы на фазовой плоскости при постоянном постсинаптическом токе. Затем решается задача синтеза алгоритма стимуляции микротоком для коррекции активности АПН при отсутствии механического воздействия на вестибулярный механорецептор или при блокировке информации об этом воздействии со стороны мозжечка.

Таким образом, для решения задачи автоматической коррекции проведён анализ динамики гладкой динамической системы на фазовой плоскости при постоянном постсинаптическом токе и осуществлён синтез алгоритма стимуляции микротоком c целью коррекции активности первичного афферентного нейрона.

Для обоснования гальванической автоматической возможности коррекции нами были проведены эксперименты. Первая часть экспериментов представляла собой программную гальваническую коррекцию выходных сигналов вестибулярного аппарата для имитации вестибуло-окулярного рефлекса. Вторая часть была направлена на обоснование возможности гальванической автоматической коррекции вестибулярной активности пилота для улучшения визуального контроля качества стабилизации полета с использованием способов имитиации или нейтрализации механического стимула.

Для обоснования возможности применения показаний микроакселерометра и фиксации момента начала гальванической коррекции вестибулярного аппарата космонавта нами разработан план эксперимента и реализован космонавтом к.б.н. С.Н. Рязанским в рамках образовательной программы на орбите.

Задача когнитивной коррекции сформулирована как задача оценки качества когнитивной коррекции вестибулярного механорецептора и основывается на понятии гарантированного повторного тестирования.

Основные положения, выносимые на защиту

- У вестибулярных механорецепторов существует режим ожидания механического воздействия, соответствующий интервалу бифуркации в левой окрестности точки бифуркции Андронова-Хопфа.
- Под действием малого по амплитуде кусочно-постоянного возмущения возможен (происходит) переход из области притяжения точечного аттарактора в область притяжения периодического аттрактора для бистабильной колебательной системы.
- 3. Применение гальванической автоматической коррекции позволяет имитировать вестибуло-окулярный рефлекс.
- При пилотировании в экстремальных условиях в случае реакции вертикальных полукружных каналов возможно два варианта улучшения качества установки взора: имитация или нейтрализация механического воздействия.

Достоверность и обоснованность результатов

Полученные теоретические результаты основываны на принципе максимума Понтрягина, теореме Андронова-Леонтович, результатах Калмана и др. Достоверность теоретических результатов качественно подтверждается результатами экспериментов.

Обоснованность и новизна полученных результатов подтверждена патентом, полученным в 2013 году "Устройство автоматической коррекции установки взора человека при визуально муправлении движением в условиях микрогравитации" RV2500375C1, Заявка 2012123665/14.08.06.2012, Патентообладатель – МГУ им. М.В. Ломоносова. Для построения математической модели АПН были использованы результаты экспериментов на клеточном уровне, проведённых в 2001-2005 годах в лаборатории нейрофизиологии под руководством д.мед.н. Э. Сото Автономного университета Пуэбла-де-Сарагоса (Мексика).

Апробация работы

Результаты докладывались соискателем на международном конгрессе и на научных семинарах МГУ им. М.В. Ломоносова:

- «О технологиях виртуальной реальности в космонавтике», Девятый Международный Аэрокосмический Конгресс IAC'18, Москва, Россия, 29 августа 2018 года.
- «Технологии виртуальной реальности на Земле и в полёте», Заседание научного совета Института Человека, МГУ, Москва, Россия, 15 октября 2018 года.
- «Математические задачи коррекции активности вестибулярных механорецепторов», Заседание кафедры прикладной механики и управления, МОИДС, Москва, Россия, 10 апреля 2019 года под руководством профессоров В.В. Александрова, Ю.В. Болотина и Н.А. Парусникова.

Публикации соискателя по теме диссертации

Основные результаты диссертационной работы изложены в одиннадцати печатных работах, восемь из которых опубликованы в рецензируемых журналах и сборниках, индексируемых в международных базах Scopus, WoS, RSCI.

Публикации соискателя по теме диссертации

Научные статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах Scopus, WoS, RSCI:

 V.A. Sadovnichii, V.V. Aleksandrov, T.B. Alexandrova, A.A. Konik, V.B. Pakhomov, G.Yu. Sidorenko, E. Soto, K.V. Tikhonova, N.È. Shulenina. Mathematical simulation of correction of output signals from the gravitoinertial mechanoreceptor of a vestibular apparatus // Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh. – 2013. – № 5. – P. 54–59; Moscow University Mechanics Bulletin. – 2013. – Vol. 68. – № 5. – P. 111–116.
 (DOI: https://doi.org/10.3103/S0027133015050052). Вестник московского университета. Серия 1. Математика. Механика. – 2013 – № 5 – С. 54-59. V.V. Aleksandrov, T.B. Alexandrova, A.Angeles Vasquez, R.Vega, M.Reyes Romero, E. Soto, K.V. Tikhonova, N.È. Shulenina. An output signal correction algorithm for vestibular mechanoreceptors to simulate passive turns // Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh. – 2015. – № 5. – P. 67–71; Moscow University Mechanics Bulletin. – 2015. – Vol. 70. – № 5. – P. 130–134. (DOI: https://doi.org/10.3103/S0027133017010046).
 Вестник московского университета. Серия 1. Математика. Механика. – 2015 –

№ 5 – C. 67-71.

- V.A. Sadovnichii, V.V. Aleksandrov, S.S. Lemak, D.I. Bugrov, K.V. Tikhonova, R. Temoltzi-Ávila. Robust stability, minimax stabilization and maximin testing in problems of semi-automatic control // Springer Switzerland. – Continuous and Distributed Systems II. Theory and Applications. Ed. by V. A. Sadovnichiy. — 2015. – Vol. 30 of Studies in Systems, Decision and Control. — P. 247–265. (DOI: 10.1007/978-3-319-19075-4).
- 4. V.V. Aleksandrov, O.V. Aleksandrova, I.S. Konovalenko, K.V. Tikhonova. Perturbed stable systems on a plane. I // Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh. 2016. № 5. Р. 30–36; Moscow University Mechanics Bulletin. 2016. Vol. 71. № 5. Р. 108–113. (DOI: 10.3103/S0027133016050022). Вестник московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2016 № 5 С. 30-36.
- 5. V.V. Aleksandrov, O.V. Aleksandrova, I.S. Konovalenko, K.V. Tikhonova. Perturbed stable systems on a plane. II // Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh. 2017. № 1. Р. 53–57; Moscow University Mechanics Bulletin. 2017. Vol. 72. № 1. Р. 19–22. (DOI: 10.310/S0027133017010046). Вестник московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2017 № 1 С. 53-57.
- V.V. Alexandrov, D.I. Bugrov, M.G. Corona, K.V. Tikhonova. Tent-method application for minmax stabilization and maxmin testing // IMA Journal of Mathematical Control and Information. — 2017. — Vol. 34 – № 1. — P. 15–25. (DOI: 10.1093/imamci/dnv028).

В.А. Садовничий, В.В. Александров, О.В. Александрова, Р. Вега, И.С. Коноваленко, Э. Сото, К.В. Тихонова, Х.Л. Гордильо-Домингез, О. Гонзалез. О гальванической коррекции вестибулярной активности пилота при визуальном управлении полетом // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. – 2019. №1. – С. 34-41.

Научные статьи, опубликованные в сборниках трудов конференций, индексируемых в международной базе Scopus:

 V.V. Alexandrov, M.R. Romero, T.B. Alexandrova, E. Soto, R. Vega, D.I. Bugrov, A.V.Lebedev, S.S. Lemak, K.V. Tikhonova. Mathematical modeling of output signal for the correction of the vestibular system inertial biosensors // Proceeding of the 1st IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems. — New York, United States. – 2014. (DOI: 10.1109/ISISS.2014.6782526).

Иные публикации:

- В.А. Садовничий, В.В. Александров, Т.Б. Александрова, Э. Сото, G.Yu. Sidorenko, К.В. Тихонова. Об автоматической коррекции вестибуло-сенсорного конфликта в условиях невесомости, основанной на принципе гальванической стимуляции и на компьютерном моделировании // Интеграл. — 2012. — № 2 (64). — С. 70–74.
- В.В. Александров, Д.И. Бугров, К.В. Тихонова. Задачи о детерминированном и хаотическом переходах в бистабильных системах на плоскости. Часть 1. Детерминированный переход в бистабильной системе. — Издательство Московского университета Москва. – 2017. — 44 С.
- В.А. Садовничий, В.В. Александров, Т.Б. Александрова, Р. Вега, Г.Ю. Сидоренко,
 Э. Сото, К.В. Тихонова, Н.Э. Шуленина. Математическое моделирование информационного процесса в биосенсоре углового ускорения // Фундаментальная и прикладная математика. – 2018. – выпуск 22. – №2. – С. 3-18.

Структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации 134 страницы текста с 45 рисунками и 5 таблицами. Список литературы содержит 39 наименований.

Первая глава содержит краткое описание вестибуло-окулярной системы, описание функциональных схем вестибуло-окулярной системы и постановку задач коррекции.

В разделе 1.1 приведены и описаны функциональные схемы вестибулоокулярной системы, в частности взаимодействие горизонтальных и вертикальных полукружных каналов (ПКК) с глазными мышцами. Впервые приведена функциональная схема влияния активности вертикальных каналов на прямые глазные мышцы на основе оксфордской полной таблицы функционального взаимодействия. Эта схема важна для интерпретации полученных в третьей главе экспериментальных результатов. Описана существенная для решения задачи автоматической коррекции разница в функционировании горизонтальных и вертикальных полукружных каналов.

В разделе 1.2 приведена полная математическая модель биосенсора углового ускорения. В том числе в разделе 1.2.а дано описание первых блоков этой модели, состоящей из: блока динамики купуло-эндолимфатической системы (КЭС), блока механо-электрической трансдукции, блока динамики общего ионного тока волосковой клетки и блока синаптической трансмиссии. Эта часть построена биомеханическая коллективом российских И мексиканских исследователей [5, 6, 8, 9]. В разделе 1.2.б построена математическая модель последнего блока полной модели биосенсора углового ускорения, а именно упрощенная модифицированная математическая модель активности афферентного первичного нейрона (АПН) вестибулярного механорецептора.

Для построения математической модели активности АПН использованы гипотезы Ходжкина и Хаксли, модификации по результатам экспериментов в

лаборатории нейрофизиологии д.мед.н. Э. Сото (Мексика), а также методика Колмогорова-Вентцель для построения модели марковских процессов с дискретным числом состояний, пуассоновскими потоками и непрерывном временем. За основу взята классическая модель Ходжкина-Хаксли с температурным фактором *Q* и упрощениями, сделанными физиологами. Эта модель была нами модифицирована добавлением параметра инактивации калиевого тока по результатам экспериментов и представлением интеграла в новой форме.

В разделе 1.2.в дано описание информационного процесса парного нейронного управления взором "вестибуло-окулярный рефлекс". Представлены результаты численного анализа полной модели биосенсора углового ускорения на стимул – графики реакции модели на трапецеидальный стимул с интервалами постоянного ускорения $\dot{\omega} \neq 0$ длительностью 0,2 секунды. Численный анализ показал, что биосенсоры углового ускорения дают информацию об угловом ускорении только на медленные стимулы (пассивные повороты головы в горизонтальной плоскости), а на быстрые – об угловой скорости.

В разделе 1.3 дана постановка задач коррекции автоматической и когнитивной. Илея автоматической коррекции вестибулярных механорецепторов бионавигационной системы основывается на теории и практике корректируемых инерциальных навигационных систем (ИНС) в технике, которая была разработана силами сотрудников и выпускников механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, начиная с 1970-х годов. Разработанные ими алгоритмы коррекции подразумевают коррекцию ИНС на выходе этой системы и при наличии дополнительно подаваемой информации. Поэтому задача автоматической коррекции задача активации функционирования сформулирована как первичных афферентных нейронов – выходного блока бионавигационной системы. Эта задача предполагает анализ динамики гладкой динамической системы на фазовой плоскости при постоянном постсинаптическом токе и необходимость

синтеза алгоритма гальванической коррекции активности АПН.

Задача когнитивной коррекции основывается на корректирующих возможностях ЦНС через эфферентные первичные нейроны (ЭПН) и на методике гарантированного повторного тестирования оценки качества функционала.

Во второй главе получен основной теоретический результат на основе построенной В предыдущей главе модели активности AΠH. Дано обоснование эффективности автоматической математическое метода коррекции активности вестибулярных механорецепторов. Для этого сначала осуществлен анализ модели первичного афферентного нейрона вестибулярного аппарата.

В разделе 2.1 получены численные результаты модели: найдена точка бифуркации Андронова-Хопфа, периодический аттрактор в правой окрестности и точечный аттрактор в левой окрестности этой точки, интервал бифуркации существования обоих аттракторов. Интервал бифуркации представляет для исследования особую важность. Он говорит о наличии у биосенсоров режима ожидания механического стимула, а также позволяет сделать вывод о бистабильности этой грубой динамической системы.

Этот результат позволяет: осуществить математический анализ модели в виде линейной системы в вариациях с применением некоторых элементов теории грубых систем при наличии постояннодействующих возмущений; поставить и решить задачу о переходе в бистабильной системе (разделы 2.2-2.3). Это позволяет получить основной теоретический результат о возможности перехода из области притяжения точечного аттрактора (режима ожидания механического стимула) в область притяжения устойчивого предельного цикла (рабочий режим АПН).

В разделе 2.2 было синтезировано множество достижимости для возмущаемой стабильной колебательной системы. С помощью принципа максимума Понтрягина решена задача Булгакова с нефиксированным временем (модификаиция В.В. Александрова) для получения области

достижимости, являющейся множеством точек внутри ассимптотически глобально орбитально устойчивого предельного цикла и множеством точек, принадлежащих этому циклу.

В разделе 2.3 была поставлена и решена задача о переходе в бистабильной системе. Осуществлен математический анализ линеаризованной формы в вариациях возмущаемой бистабильной системы при наличии малого постоянно действующего возмущения.

При решении задачи о переходе был проведен численный анализ и построены два периодических аттрактора на фазовой плоскости. Первый, это основной глобально орбитально устойчивый предельный цикл, отражающий генерацию релаксационных автоколебаний мембранного потециала АПН. Второй, это предельный цикл, асимптотически орбитально устойчивый в обратном времени, являющийся границей области притяжения точечного аттрактора – устойчивого фокуса, расположенного внтури основного периодического аттрактора. При наличии малого постоянного действующего возмущения, известного с точностью до функционального множества, была решена последовательность задач Булгакова о максимальном отклонении для линейной возмущаемой системы в отклонениях в момент прихода на многообразие с помощью принципа максимума Понтрягина. Сорфмулировано и доказано утверждение о возможности перехода между аттракторами путем нахождения положительного полурасстояния (дистанции) Хаусдорфа.

Показано, что Утверждение 1 имеет место для рассматриваемой модели AΠH. Нами была найдена точная граница активности множества достижимости с предварительным переходом к форме Фробениуса. Численно постсинаптического установлены значения тока И интенсивности гальванической стимуляции, которых дистанция Хаусдорфа при положительна и переход возможен. Таким образом было установлено, что алгоритмом гальванической коррекции активности АПН является кусочнопостоянный гальванический ток. При приближении Isvn к точке бифуркации можно заметить уменьшение области притяжения точечного аттрактора, что

соответствует теореме Андронова-Леонтовича.

Таким образом, сделан первый важный шаг в обосновании автоматической коррекции вестибулярного аппарата.

третьей главе описывается применение задачи о переходе к B гальванической автоматической коррекции реализации вестибулярной активности. Сосискателем предложены идея и планы экспериментов в лаборатории и на орбите. Данные эксперимента на орбите, проведенном космонавтом С.Н. Рязанским, обработаны и проанализированы соискателем. Проведено соответствие между двумя вариантами гальванической коррекции (имитации и нейтрализации) и законами Эвальда о функционаировании горизонтальных и вертикальных полукружных каналов. Представлена схема влияния активности вертикальных полукружных каналов на прямые глазные мышцы, сделанной на основе оксфордской таблицы. Показано, что на практике решение задачи автоматической коррекции вестибулярной активности пилота возможно в двух режимах: а) программной коррекции в случае пилотажно-динамичеого стенда; б) коррекции по показаниям датчиков МЭМС, установленных на кресле пилота или на шлеме космонавта в реальном полете и сигнализирующих о начале экстремальной ситуации в полете.

В разделе 3.1 рассматривается программная гальваническая коррекция выходных сигналов вестибулярного аппарата для имитации вестибулоокулярного рефлекса (ВОР) при быстрых пассивных поворотах головы на тренажерах с ограниченной подвижностью на основе полученных во второй главе математических результатов. Показана реализация имитации функции латеральных полукружных каналов при быстром пассивном повороте как пример программной имитации ВОР. Описан физиологический механизм гальванической коррекции.

В разделе 3.2 экспериментально показана возможность гальванической автоматической коррекции вестибулярной активности пилота для улучшения визуального контроля качества стабилизации полета. Показана

эффективность двух вариантов гальванической коррекции активности АПН – гальванической имитации механического воздействия или нейтрализации механического воздействия. Представлены результаты двух экспериментов на опорного типа (Россия – МГУ; Мексика динамических стендах Национальный институт астрофизики, оптики электроники), И эффективность обоих демонстрирующих вариантов гальванической коррекции АПН, а именно: эксперимент вестибулярной гальванической коррекции с двумя видами реализации гальванической стимуляции (на мастоидной кости левого либо правого уха), а также эксперимент "Гальваническая коррекция качества установки взора в экстремальных условиях визуального контроля" в сложных условиях координированного виража. Описаны план, ход экспериментов, аппаратное обеспечение, численный анализ результатов экспериментов, математическая И биомеханическая интепретация этих резульататов, а также их сравнительный анализ, в том числе на основе приведенной в разделе 1.1.6 функциональной схемы влияния активности вертикальных каналов на прямые глазные мышцы. Эксперимент показал эффективность гальванической коррекции уменьшение отклонения взора. Так же экспериментально продемонстирована взаимозаменяемость двух способов гальванической коррекции (имитации и нейтрализации механического воздействия).

В разделе 3.3 описан третий эксперимент по оценке возможности использования микроакселерометров для получения сигнала о начале поворота головы космонвата, позволяющий обосновать применимость гальванической коррекции в услвоиях микрогравитации в целях компенсации всстибуро-сенсорного конфликта.

Четвертая глава посвящена оценке качества когнитивной коррекции. Поставлена и решена задача о максиминном тестировании качества стабилизации управляемой системы. Доказано, что в данном случае решение задачи максиминного тестирования совпадает с решением задачи минимаксной стабилизации (см. 4 глава, **Утверждение 2**). Таким образом,

доказано наличие седловой точки и, следовательно, возможность объективной оценки улучшения качества визуальной стабилизации как проявления улучшения качества условного рефлекса у человека. Дан пример тестирования процесса сближения устройства спасения космонавта с орбитальной станцией.

В заключении приведены научные результаты, выносимые на защиту и выражена благодарность научным руководителям доктору физикоматематических наук Виктору Антоновичу Садовничему, доктору физикоматематических наук Владмимиру Васильевичу Александрову И консультантам доктору медицинских наук Энрике Сото (Мексика) И кандидату биологических наук Тамаре Борисовне Александровой.

ГЛАВА 1.*

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ВЕСТИБУЛО-ОКУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ КОРРЕКЦИИ

^{*} Отдельные положения данной главы изложены на основании публикаций: [5], [9], [12], [38].

Вестибулярный аппарат играет основную роль в пространственной ориентации человека. Этот орган расположен во внутреннем ухе, а именно в одной из частей перепончатого лабиринта, рядом со слуховым органом (рис.1.1). Вестибулярный аппарат наполнен эндолимфатической жидкостью, тогда как сам погружен в перилимфатическую жидкость.



Рис. 1.1. Вестибулярный аппарат и полукружные каналы.

Функция вестибулярного аппарата заключается в восприятии трех видов механического воздействия - вектора гравито-инерциальных сил и переносной силы инерции. За рецепцию этих возбуждений отвечают разные структурные элементы вестибулярной системы, симметрично дублирующиеся в левом и правом внутреннем ухе: два отолитовых образования - саккулюс (круглой формы) и утрикулюс (овальной формы) - и трех взаимно перпендикулярных полукружных каналов (ПКК).

Полукружные каналы воспринимают угловое ускорение, а отолитовые органы - кажущееся ускорение (геометрическая разность линейного и гравитационного ускорений). В ПКК совокупность чувствительной массы (эндолимфы) и купулы с пронизывающим ее пучком волосковых клеток назовём купуло-эндолимфатической системой (КЭС).

Как и в других сенсорных системах, в вестибулярном аппарате основную роль в распознании раздражителей играют рецепторные клетки, в данном случае - волосковые клетки. Именно они являются чувствительными механорецепторами. В полукружных каналах (ПКК) волосковые клетки находятся в ампуле (расширение в конце каждого канала), а точнее - на чувствительной поверхности (криста) внутри ампулы. От апикальной части каждой волосковой клетки вестибулярного аппарата отходит пучок волосков - несколько рядов стереоцилий и одна опорная киноцилия. Волосковые клетки ПКК находятся в кристе, а сами волоски погружены в желеобразную купулу. В купуле волоски изгибаются под действием давления чувствительной массы (эндолимфы) на купулу. Стереоцилии в ПКК соединены между собой двумя видами связей - верхушечными и боковыми. В отолитовых образованиях волосковые клетки находятся в макуле, а пучки волосков находятся в отолитовой мембране и соединены с ней при помощи упругой боковой связи. Отолитовая мембрана содержит отолиты – кристаллы крабоната кальция, которые являются в отолитовых органах чувствительной массой. Отолитовая мембрана легко сдвигается под действием линейного ускорения, создаваемого силой тяжести. Угловое ускорение к такому эффекту не приводит. В ПКК при угловых ускорениях, когда в силу инерции происходит сдвиг эндолимфы, купула меняет свое положение, что приводит к деформации киноцилий. При этом процесс механо-электрической трансдукции запускает электрохимическую передачу информации 0 возникшем раздражении. Этот механизм и составляет суть понятия чувствительность.

Выходная информация в виде рецепторного потенциала (сила постсинапитческого тока) с вестибулярных механорецепторов, а точнее с волосковых клеток полукружных каналов пропорциональна угловому ускорению при медленном движении или угловой скорости при быстром движении. Таким образом, куполо- эндолимфатическая система (КЭС) дает информацию об угловом ускорении или угловой скорости. Шесть

полукружных каналов вестибулярного аппарата являются инерциальными сенсорами, которые реагируют на угловое ускорение.

Каждая волосковая клетка связана с аксоном биполярного нейрона. Другой аксон этой биполярной клетки в составе вестибулярного нерва передают направляется к центральной нервной системе. ПКК на афферентные нейроны информацию об угловом ускорении (если движения головы медленные) или об угловой скорости (если движения головы быстрые). Передача возбуждения с волосковой клетки к афферентному нейрону происходит через синапс (место контакта аксона с клеткой). Этот процесс осуществляется химическим путем с помощью медиатора. Медиатор (глутамат) взаимодействует с рецепторами постсинаптической мембраны аксона АПН. что вызывает возникновение постсинаптического тока. Возникающие в результате этого процесса импульсы от первичных афферентных нейронов направляются в центральную нервную систему. В конечном итоге сигнал передается на вестибулярное ядро. Вестибулярные ядра связаны с ядрами глазодвигательного нерва, отводящего ядра и другими отделами ЦНС.

Работу горизонтальных инерциальных механорецепторов углового ускорения нужно рассматривать в совокупности на двух ПКК - левом и правом. Входное воздействие обрабатывается купуло-эндолимфатической системой (КЭС) левого и правого ПКК. Механический стимул приводит к изменению выходного сигнала.

Рецепторный потенциал, формирующийся в результате изменения ионного баланса, является первичной информацией для афферентного первичного нейрона (АПН). Информация с гравито-инерциальных механорецепторов (ГИМ) и с ПКК дополняют друг друга. Афферентные первичные нейроны затем преобразуют эту первичную информацию далее во выходную информацию с АПН.

Все 10 анатомических органа вестибулярного аппарата совместно с волокнами афферентных первичных нейронов составляют полное

физиологическое вестибулярного Одна описание механорецептора. волосковая клетка одного анатомического органа вестибулярного аппарата нейроном образуют совместно с афферентным простейший ВИД вестибулярного механорепецтора. Укрупненное описание вестибулярного механорецептора состоит из совокупности одного вестибулярного органа и совокупности афферентных нейронов. Математическая модель одного такого вестибулярного укрупненного механорецептора представлена для латеральных ПКК в разделе 1.2 диссертации.

1.1. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ ВЕСТИБУЛО-ОКУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ

Информацию с левого и правого полукружных каналов можно определить как взаимодополняющую, потому что один и тот же механический стимул приводит к отклонению цилий волосковых клеток по направлению оси чувствительности (от самой длинной к самой короткой стереоцилии) с одной стороны, а с другой - против направления оси чувствительности (от самой короткой к самой длинной стереоцилии). В разных случаях такая одновременная гипер- и деполяризация позволяет реализовать парное управление глазными мышцами. Понимание этих механизмов важно для интерпретации экспериментального подтверждения математических результатов настоящей работы, поэтому более подробно этому вопросу посвящен данный раздел.

В горизонтальных ПКК изгиб пучка волосковых клеток в сторону киноцилии приводит к возбуждению клеток, а от киноцилии – к торможению (рис. 1.2). Как указывалось ранее, изгиб волосковых клеток в полукружных каналах происходит под воздействием течения эндолимфы, которой наполнены полукружные каналы. Под воздействием механического стимула эндолимфа по инерции приходит в движение. Это справедливо как для горизонтальных, так и для вертикальных ПКК. Как будет подробно раскрыто ниже, разная ориентация пучков волосковых клеток во главе с киноцилией приводит к тому, что «потоки чувствительности», то есть потоки эндолимфы, приводящие в конечном итоге к активации АПН, отличаются в зависимости от того, горизонтальные это ПКК или вертикальные ПКК. Представим схему [1], которая иллюстрирует эти направления потоков эндолимфы для всех шести полукружных каналов (рис. 1.3).



Рис. 1.2. Волосковые рецепторные клетки вестибулярного аппарата.



Рис. 1.3. Схема направления потоков эндолимфы полукружных каналов, приводящих к активации афферентных первичных нейронов в ответ на механический стимул [1].

Горизонтаьные каналы:

LLС – левый латеральный канал;

RLС – правый латеральный канал;

Вертикальные каналы:

- RAC правый передний канал;
- LAC левый передний канал;
- RPС правый задний канал;
- LPC левый задний канал.

1.1.А. ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ПОЛУКРУЖНЫЕ КАНАЛЫ И ГЛАЗНЫЕ МЫШЦЫ

Для решения задачи коррекции стабилизации взора при пассивных поворотах головы дадим краткое описание функционирования вестибулоокулярного рефлекса, обратившись к минимально необходимым сведениям физиологии взаимодействия вестибулярных сенсоров и глазных мышц.

Рассмотрим начало пассивного поворота головы влево (рис. 1.4). При таком повороте в левом ПКК из-за отклонений пучка стереоцилий каждой волосковой клетки в сторону киноцилии происходит активация афферентных первичных нейронов, то есть генерация пачек импульсов (спайков) с увеличенной частотой (см. раздел 1.2), поступающих в вестибулярные ядра, затем в глазодвигательный центр и мотонейрон. В результате происходит сокращение внутренней прямой мышцы левого глазного яблока и внешней прямой мышцы правого глазного яблока.

В правом ПКК в это же время происходит отклонение пучка стереоцилий в сторону от киноцилии (рис. 1.4), что приводит к уменьшению частоты спайков (см. раздел 1.2), и в дальнейшем к расслаблению внешней прямой мышцы левого глазного яблока и внутренней прямой мышцы правого глазного яблока.

Описанный выше механизм работы горизонтальных ПКК соответствует сути первого закона Эвальда, который иллюстрирует рис. 1.4 и подтверждается при математическом моделировании (рис. 1.11).

Важно, что в горизонтальных каналах и вертикальных каналах расположения волосковых клеток отличаются. Из-за этого на одинаковые стимулы (механические) отличаются ответ и глазных мышц. В горизонтальных ПКК пучок чувствительных волосковых клеток расположен таким образом, что они ориентированы киноцилиями к утрикулюсу (к ампуле), а в вертикальных ПКК в противоположную сторону (от ампулы) (рис. 1.5).



Рис. 1.4. Первичная выходная информация с левого и правого ПКК на глазные мышцы.



Рис. 1.5. Ориентация киноцилий в кристах полукружных каналов [2] А) в горизонтальных полукружных каналах; Б) в вертикальных полукружных каналах.

1.1.Б. ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ПОЛУКРУЖНЫЕ КАНАЛЫ И ГЛАЗНЫЕ МЫШЦЫ

В вертикальных каналах возбуждение клетки происходит также в результате отклонения пучка волосковых клеток в сторону киноцилии. Однако в отличие от горизонтальных ПКК пучки волосковых клеток вертикальных ПКК расположены киноцилией в направлении от утрикулюса, а значит от ампулы (рис. 1.3). Поэтому один и тот же стимул, приводящий к активации АПН в горизонтальных ПКК, приводит к деактивации АПН в вертикальных ПКК. Такой принцип функционирования вертикальных ПКК соответствует сути второго закона Эвальда (Spodlin, 1965, [1,2]).

Четыре вертикальных ПКК (по два в левой и правой частях вестибулярного аппарата) представлены на схеме (рис. 1.6), разработанной нами на основе таблицы Оксфордского университета (Табл. 1) [3]. Согласно схеме, правый и левый передние вертикальные ПКК (Right/Left Anterior SCC) связаны с верхними прямыми мышцами (Superior rectus) правого и левого соответственно. При активации передних вертикальных ПКК глаза сокращаются верхние прямые глазные мышцы, И глазные яблоки поворачиваются вверх. Правый и левый задние вертикальные ПКК (Right/Left Posteror SCC) влияют на нижние прямые мышцы правого и левого глаза соответственно. При активации задних вертикальных ПКК сокращаются нижние прямые глазные мышцы, и глазные яблоки поворачиваются вниз.

В примере с пассивным поворотом головы влево (рис. 1.4) синаптический ток изменяется только в горизонтальных ПКК. Поэтому при таком стимуле глаза поворачиваются вправо, а верхние и нижние прямые мышцы сохраняют состояние покоя.



Рис. 1.6. Функциональная схема влияния активности вертикальных каналов на прямые глазные мышцы.

Canal Semicircular	Excitación	Inhibición
Horizontal	I-RM C-RL	C-MR I-RL
Posterior	I-OS C-RI	I-OI C-RS
Anterior	I-RS C-OI	I-RI C-OS

I: Ipsilateral (del mismo lado), C: Contralateral (lado contrario). O:I Oblicuo inferior, RI: Recto inferior, RL: Recto lateral, RM: Recto Medial, OS: Oblicuo Superior, RS: Recto Superior [1].

 Clinical Neurophysiology of the Vestibular System. Robert William Baloh, Vicente Honrubia. Oxford University Press, 2001. pp 63, 64.

Табл. 1. Полная таблица функционального взаимодействия

Обратим внимание на следующую особенность вертикальных ПКК. Четыре вертикальных ПКК можно объединить в две группы по разным основаниям. Первым основанием служит их анатомическое расположение во внутреннем ухе. При таком основании в первую пару можно объединить правые передний и задний вертикальный ПКК, а во вторую – левые передний и задний вертикальный ПКК.

Вторым основанием служит функциональное взаимодействие вертикальных полукружных каналов аналогично паре латеральных полукружных каналов. При таком основании в первую пару можно объединить правый передний и левый задний вертикальные ПКК, а во вторую пару – правый задний и левый передний вертикальные ПКК. Их функциональная взаимосвязь заключается в том, что на один и тот же стимул реагируют одновременно два ПКК в функциональной паре, а именно первая функциональная пара вертикальных ПКК либо вторая функциональная пара вертикальных ПКК. В этой функциональной парности – сходство вертикальных ПКК с горизонтальными (латеральными).

1.2. ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕХАНОРЕЦЕПТОРОВ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПОЛУКРУЖНЫХ КАНАЛОВ

В 1971 году J.M. Goldberg и C. Fernandez [4] предложили математическую модель, описывающую изменение частоты импульсации первичного нейрона полукружного канала в ответ на механический стимул в виде трапецеидального изменения углового ускорения головы при ее повороте вокруг вертикальной оси [5].

С 2001 года группа ученых механико-математического факультета Московского университета им. М.В. Ломоносова и физиологов Автономного Пуэбла-де-Сарагоса (Мексика) на университета основе полученных экспериментальных результатов начала публикацию серии статей по моделированию информационных математическому процессов В вестибулярных механорецепторах. Была создана математическая модель реакции биосенсора углового ускорения на любой поворот головы вокруг вертикальной оси [6]. В разделах 1.2.а и 1.2.6 предлагается расширенный вариант этой модели, состоящей из трех частей [5]. В разделе 1.2.а приведено описание первых двух частей этой расширенной модели, а в разделе 1.2.6 построена третья часть расширенной модели. Расширенный вариант этой модели необходим для математической постановки задач коррекции.

1.2.А. ДИНАМИКА КУПУЛО-ЭНДОЛИМФАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ (КЭС) И ВОЛОСКОВОЙ КЛЕТКИ

На рис. 1.7. Представлена функциональная схема формирования выходной информации в биосенсоре углового ускорения в ответ на механический стимул (сила инерции $m\dot{\omega}R$, равная произведению массы на внешний радиус R полукружного канала и угловое ускорение, m – масса эндолимфы в полукружном канале), возникающий при повороте головы в горизонтальной плоскости. Таким образом, входом нашей модели является угловое ускорение $\dot{\omega}(t)$. Схема имеет два входных блока, описывающих динамику купуло-эндолимфатической системы (КЭС) горизонтальных полукружных каналов. Пердполагается, что динамика смещений верхушек пучков волосковых клеток левого (правого) канала совпадает с динамикой КЭС является входным стимулом вестибулярных И для двух механорецепторов, каждый из которых представляет собой совокупность волосковой клетки и первичного афферентного нейрона в простейшем случае. В вестибулярном механорецепторе происходит преобразование механического стимула в первичную информацию в виде изменения рецепторного потенциала волосковой клетки V₁ в левом и правом полукружных каналах. Затем первичная информация преобразуется блоками синаптической трансмиссии I_{svn} и блоками активации афферентных первичных нейронов (см. раздел 1.2.б) в выходную информацию АПН, представленную динкамикой мембранного потенциала АПН V₂. Схема имеет левого и правого ПКК, предназначенных выходных сигнала с два соответственно для поперечно-полосатых мышц левого и правого глазных яблок, ответственных за их поворот в горизонтальной плоскости (рис. 1.7).



Рис. 1.7. Функциональная схема формирования выходной информации в биосенсоре углового ускорения.

Для левого горизонтального ПКК ($x_R = -x_L$) дадим краткое описание двух первых частей представленной функциональной схемы (рис. 1.7), а именно математической модели КЭС и динамики волосковой клетки.

Математическая модель динамики КЭС представлена моделью типа Штейнхаузена [7] второго порядка (1.1), где $\dot{\omega}$ - угловое ускорение, x – отклонение верхушки пучка (в μm), которое формирует ток трансдукции I_{Tr} .

Динамика КЭС моделировалась как движение купулы – упругого поршня в канале тороидальной формы, заполненном жидкостью (эндолимфой). Моделируем полукружной канал тонким тором внешнего радиуса R и внутреннего радиуса a, заполненный эндолимфой – несжимаемой жидкостью вязкости μ_{Liq} и плотности ρ_{Liq} , поворачивающийся вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega(t)$; кинематическая вязкость жидкости $\nu = \frac{\mu_{Liq}}{\rho_{Liq}}$. Полагаем, что купула представляет собой упругий подвижный поршень плотности ρ_p , массы m, ширины 2δ , высоты 2b. Между стенками тора и поршнем существует небольшой зазор, через который возможны протечки жидкости. Движение поршня в канале определяется балансом сил давления жидкости на торцы поршня, сил упругости поршня, сил инерции трения боковой поверхности поршня. Для вращающегося полукружного канала тороидальной формы имеем уравнение [8]:

$$\ddot{\xi} + \frac{8\nu}{a^2} \left(1 + \frac{1}{2k^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) \dot{\xi} + \frac{\gamma}{k^2 M} + \frac{\dot{\omega}R}{k^2} = 0 , \qquad (1.1)$$

которое описывает динамику купулы полукружного канала (ПКК), поворачивающегося вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega(t)$, где ξ - смещение поршня от положения равновесия, ν - кинематическая вязкость жидкости, k – коэффициент расширения канала в ампуле, γ - коэффициент силы упругости при движении купулы – поршня. Полагаем

$$m = 2\pi\delta \cdot b^2 \rho_{liq}, \left(\frac{\rho_p}{\rho_{liq}} = 1\right), \mu_{liq} = \nu \cdot \rho_{liq}, L = 2\pi R$$

масса жидкости $M_{liq} = \pi b^2 \rho_{liq} L$, малые параметры ε_1 и ε_2 имеют вид $\varepsilon_1 = \frac{a-b}{a}$, $\varepsilon_2 = \frac{\delta}{L}$.

Это уравнение является модификацией уравнения Штейнхаузена с коэффициентами, имеющими физический смысл. Оценивая постоянные времени процесса, имеем τ_1 большую порядка 10-16с и τ_2 малую порядка 0,003с постоянные времени переходного процесса в полукружном канале вида: $\tau_2 = \frac{a^2}{8\nu}$ и $\tau_1 = \frac{8\nu M_{liq}}{a^2k^2\gamma}$ (см. уравнение (1.1)).
Блок динамики общего ионного тока волосковой клетки с механизмом механико-электрической трансдукции.

Математическая модель динамики ионных токов волосковой клетки базируется на уравнениях типа Ходжкина-Хаксли. Это упрощенная модель, в которой полагаем возможным описывать динамику волосковой клетки общим ионным током I_T [9], являющимся суммой основных токов волосковой клетки.

Экспериментальные данные с учетом идей Ходжкина-Хаксли позволяют предложить следующую модель:

$$\begin{cases} C_{1} \cdot \frac{dV_{1}}{dt} + I_{T} + I_{Tr} + I_{L1} = 0 \\ \tau_{m}(V_{1}) \cdot \frac{dm}{dt} + m = m_{st}(V_{1}) \\ \tau_{h1}(V_{1}) \cdot \frac{dh_{1}}{dt} + h_{1} = q_{1} \cdot h_{st}(V_{1}) \\ \tau_{h2}(V_{1}) \cdot \frac{dh_{2}}{dt} + h_{2} = q_{2} \cdot h_{st}(V_{1}) \end{cases}$$
(1.2)

где $I_{Tr} = g_T \cdot m^3(V_1) \cdot (h_1 + h_2)(V_1 - E_T), I_{L1} = g_{L1} \cdot (V_1 - E_{L1}).$ Здесь C_1 – ёмкость мембраны волосковой клетки,

 I_{L1} — ток утечки, проводимость которого g_{L1} не зависит от потенциала мембраны V_1 , а его потенциал реверса E_{L1} близок к нулю,

I_T - общий ионный ток, протекающий через потенциалозависимые ионные каналы,

 g_T - максимальное значение проводимости общего ионного тока, то есть суммарная проводимость ионных каналов в среднем,

m - параметр, описывающий процесс активации общего ионного тока, который является вероятностью присутствия частиц активации тока *I*_{*Tr*},

 h_1 и h_2 - параметры, описывающие процесс быстрой и медленной инактивации общего ионного тока соответственно (то есть вероятности отсутствия частиц быстрой и медленной инактивации тока I_{Tr}),

 E_T - потенциал реверса общего ионного тока (в волосковых клетках эта величина близка к потенциалу реверса калиевого тока, т.е. $E_T \approx E_K$),

 I_{Tr} - ток трансдукции in vivo,

 au_m - постоянная времени процесса активации,

 au_{h1}, au_{h2} - постоянные времени быстрой и медленной инактивации соответственно,

 m_{st} и h_{st} - стационарные значения процессов активации и инактивации,

 q_1 и q_2 - относительные веса быстрой и медленной инактивации соответственно (постоянные величины, принимающие значения в интервале [0, 1])

 Q_{10} - коэффициент температурной зависимости, необходимость введения которого связана с разностью физиологической температуры и комнатной (20-25 °C), при которой проводились эксперименты по определению параметров модели [8].

Первое уравнение в (1.2) есть закон Кирхгофа для изменения мембранного потенциала V_1 . Описание всех токов дано в среднем. Входящие токи считаются отрицательными, выходящие - положительными. Три последних уравнения есть уравнения Колмогорова для вероятностей присутствия частиц активации и отсутствия частиц инактивации в соответствующем ионном канале для непрерывных Марковских процессов с двумя состояниями. Вывод уравнений марковских процессов (1.2) будет рассмотрен в следующем разделе (1.2.6)). Эти уравнения выписаны с учетом температурного фактора Q_{10} .

Входным параметром данной модели в случае физиологического in vivo функционирования волосковой клетки в составе вестибулярного аппарата является ток трансдукции I_{Tr} , изменение которого связано со смещением волоскового пучка клетки. Выходным параметром данного блока уравнений будем считать мембранный потенциал V_1 . Изменение рецепторного потенциала волосковой клетки, по сути, является первичной реакцией на механический стимул.

Динамика мембранного потенциала волосковой клетки, полученная с использованием математической модели (1.2), качественно совпадает с

результатами физиологических экспериментов.

Выражение для тока трансдукции I_{Tr} можно получить, используя модифицированный закон Ома: $I_{Tr} = \bar{g}_{tr} \cdot p(x) \cdot (V_1 - E_{Tr})$, где E_{Tr} - потенциал реверса тока трансдукции (он близок к нулю); \bar{g}_{tr} - максимальная проводимость, равная $\bar{g}_{tr} = N \cdot g_{tr}$, где N – количество ионных каналов в одной волосковой клетке (около 150 шт.), а g_{tr} - проводимость одного волоскового канала, находящегося в открытом состоянии, p(x)- вероятность открытого состояния канала трансдукции.

Предполагая, что вероятность пребывания канала трансдукции соответственно в открытом и закрытом состоянии подчиняются законам статистической механики, вероятность открытого состояния канала можно описать функцией Больцмана первого порядка: $p(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\frac{x-x_0}{s_1})}$, где x – смещение кончика волоскового пучка от положения равновесия, x_0 – положение отклоненного волоскового пучка, при котором вероятности нахождения канала в открытом и закрытом состояниях равны между собой, s_1 – параметр, характеризующий крутизну графика данной зависимости.

Процесс адаптации механо-электрической трансдукции здесь не учитывается.

Численные функциональные параметры уравнений, входящие В рассматриваемую модель общего ионного тока, были определены на лаборатории нейрофизиологии основании проведенных В опытов, Автономного университета Пуэбла-де-Сарагоса (Мексика). Эксперименты проводились на изолированных волосковых клетках полукружного канала и саккулюса аксолотля и крысы.

Все параметры математической модели динамики общего ионного тока волосковой клетки и механизма механико-электричской трансдукции (1.2) приведены в Табл.2.

Параметр	Численное значение	Доверительный интервал	Размерность
<i>C</i> _{<i>m</i>1}	11.26	6.34-16.18	пФ
g_{L1}	2.32	1.84-2.8	нС
g_T	77.84	56.92-98.76	нС
E _T	-79	(-86)-(-72)	мВ
E _{L1}	0		мВ
q_1	1/2		
<i>q</i> ₂	1/2		
а	3	3-4	
Т	37		0
T ₀	22	20-25°C	0
$ar{g}_{tr}$	1.4		нС
E _{Tr}	0		мВ
<i>x</i> ₀	0.3		МКМ
<i>S</i> ₁	0.2		МКМ

Таблица 2. Численные параметры блока динамики общего ионного тока и

механо-электрической трансдукции (млекопитающих). *

^{*} описание переменных модели излагается в соответствии с работой [9].

Блок синаптической трансмиссии

В качестве модели механизма синаптической трансмиссии будем рассматривать кривую зависимости синаптического тока I_{syn} , влияющего на активносить первчного нейрона, от мембранного потенциала волосковой клетки V_1 (рис. 1.8). Этот результат был получен А. Хадспедсом экспериментально на волосковых клетках вестибулярного аппарата лягушки-быка [10]



Рис. 1.8. Зависимость величины синаптического тока от потенциала мембраны волосковой клетки (данные получены из эксперимента на лягушкебыке [10]).

Алгебраическое уравнение аппроксимирующей кривой имеет вид:

$$I_{syn}(V_1) = \frac{59.6962}{1 + \exp\left(\frac{-(V_1 + 40.6031)}{4.5979}\right)}$$

Таким образом, модель, описывающая динамику КЭС, информационный процесс в волосковой клетке и блок синаптической трансмиссии имеет следующий вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{\tau_2}\frac{dx}{dt} + \frac{1}{\tau_1\tau_2}x = k_0 R\dot{\omega}, \qquad (1.3)$$

$$C_{m1} \frac{dV_1}{dt} = -I_{Tr} - I_{Tr} - I_{L1}, \qquad (1.4)$$

$$I_{Tr} = g_{Tr}(x)(V_1 - E_{Tr})$$

$$g_{Tr} = \overline{g_{Tr}}p(x),$$

$$p(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\frac{x - x_0}{s_1})},$$

$$I_{Tr} = g_T m^3 (h_1 + h_2)(V_1 - E_T),$$

$$I_L = g_L V_1,$$

$$\frac{dm}{dt} = \left(\frac{m_{ST}(V_1) - m}{\tau_m(V_1)}\right) Q_{10}(a, T),$$
(1.5)

$$\frac{dh_1}{dt} = \left(\frac{q_1 h_{ST}(V_1) - h_1}{\tau_{h_1}(V_1)}\right) Q_{10}(a, T), \tag{1.6}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \left(\frac{q_2 h_{ST}(V_1) - h_2}{\tau_{h_2}(V_1)}\right) Q_{10}(a, T) , \qquad (1.7)$$

$$I_{syn}(V_1) = \frac{59.6962}{1 + exp(\frac{-(V_1 + 40.6031)}{4.5979})},$$

°C	Численное значение	Доверительный интервал	Размерность
$ au_1$	5.7		с
$ au_2$	0.003		с
R	2		ММ
k ₀	0.1		
$ar{g}_{Tr}$	1.4		нС
<i>s</i> ₁	0.2		μ
<i>x</i> ₀	0.3		μм
E_{Tr}	0		мВ
а	3		
Т	37		°C
C_{m1}	11.26	6.34 – 16.18	πΦ
g_{L1}	2.32	1.84 - 2.8	нС
g_T	77.84	56.92 - 98.76	нС
E_T	-79	72 - 86	мВ
q_1	1/2		
<i>q</i> ₂	1/2		
<i>C</i> ₂	1		мк Φ / см 2
E_{Na}	52		мВ
E_K	-84		мВ
E_{L2}	-63		мВ
g _{Na}	2.3	2 - 8	мC/см ²
g_K	2.4	1 – 2.6	мC/см ²
g_{L2}	0.03	0.02 - 0.16	мC/см ²
T ₀	20		°C

Численные параметры системы представлены в таблице:

Табл.3. Численные параметры модели (1.3 - 1.7), описывающей динамику КЭС, информационный процесс в волосковой клетке и блок синаптической трансмиссии.

Функциональные параметры имеют вид:

$$Q_{10}(a,T) = a^{\frac{T-T_0}{10}}$$

$$m_{ST}(V_1) = 0.37 + \frac{1 - 0.37}{1 + exp(\frac{-(V_1 + 25.36)}{15.06})}$$

$$\tau_m(V_1) = 6.55 + \frac{77.58 - 6.55}{1 + exp(\frac{V_1 + 52.23}{15.68})}$$

$$h_{ST}(V_1) = 0.73 + \frac{1 - 0.73}{1 + exp(\frac{V_1 + 9.82}{21.96})}$$

$$\tau_{h_1}(V_1) = 0.82V_1 + 55.86$$

$$\tau_2(V_1) = 1.26V_1 + 282.38$$

$$m_{\infty}(V_2) = \frac{1}{1 + exp(\frac{-(V_2 + 33.8)}{5.2})}$$

$$h_{Na\infty}(V_2) = \frac{1}{1 + exp(\frac{V_2 + 60.5}{9.9})}$$

$$n_{\infty}(V_2) = \frac{1}{1 + exp(\frac{-(V_2 + 35)}{5})}$$

Необходимость динамики вестибулярных исследования механорецепторов углового ускорения в окрестности нулевого значения ($\dot{\omega} = 0 \rightarrow V_1 = -57mV \rightarrow I_{syn} \approx 1\mu A/cm^2$) соответствует небольшим значениям поворота головы пилота (космонавта) В процессе ИХ профессиональной деятельности. Таким образом, при интегрировании уравнений (1.3)-(1.7) определен интервал анализа математической модели, построенной в разделе 1.2.6 для $I_{syn} \in (0.1 \ {^{\mu A}/_{CM^2}}; 2 \ {^{\mu A}/_{CM^2}})$ и интервал изменения механического воздействия для проведения экспериментов $|\dot{\omega}| \leq 5^{\circ}/_{CM^2}$ (в окрестности порога чувствительности). Определение этого математической интервала необходимо постановки ДЛЯ задачи автоматической коррекции.

1.2.Б. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АКТИВНОСТИ АФФЕРЕНТНОГО ПЕРВИЧНОГО НЕЙРОНА ВЕСТИБУЛЯРНОГО МЕХАНОРЕЦЕПТОРА

Структура вестибулярных механорецепторов в простейшем варианте состоит из двух клеток – волосковой клетки и первичного афферентного нейрона (Рис. 1.9).



Рис. 1.9. Вестибулярный механорецептор

Задача, которую должен выполнять вестибулярный механорецептор инерциальный биосенсор – это преобразование относительного движения чувствительных масс (в полукружном канале или отолитовом органе вестибулярной системы) в выходной сигнал и его передача в центральную нервную систему (ЦНС). Смещения чувствительных масс приводят к деформации волосковых пучков – их наклону. Волосковый пучок состоит из 60-100 опорного волоска _ киноцилии И волосков, называемых стереоцилиями, связанных между собой, внутри каждой из которых расположены каналы проводимости ионов калия К, находящихся В эндолимфе. При наклоне пучка стереоцилий происходит открытие этих каналов и поступление ионов натрия *Na* в клетку, что приводит к нарушению баланса ионов натрия и ионов калия внутри клетки. Это, в свою очередь, приводит к изменению мембранного потенциала этой рецепторной клетки. В функционирования механизма синаптической передачи результате В синаптической щели между волосковой клеткой и первичным афферентным

нейроном – биполярной нервной клеткой, возникает постсинаптический ток, передающий информацию о механическом воздействии (относительном движении чувствительных масс). Наличие входного постсинаптического тока активирует внутри нейрона динамику ионных токов K и Na, что приводит к формированию импульсов мембранного потенциала в принимающем аксоне этой биполярной нервной клетки в окрестности начала миелиновой оболочки (рис. 1.9). Амплитуда этих сигналов почти постоянна и равна 20 mV. Изменение расстояния между импульсами является выходной информацией, которая в дальнейшем должна передаваться на вторичные афферентные нейроны, расположенные в вестибулярных ядрах.

Построим математическую модель активности АПН, используя гипотезы, высказанные Ходжкином и Хаксли в 1949-54 гг., модификации по результатам экспериментов в лаборатории нейрофизиологии доктора медицинских наук Э. Сото (Автономный университет штата Пуэбла-де-Сарагоса, Мексика), а также методику Колмогорова-Вентцель для построения модели марковских процессов с дискретным числом состояний, пуассоновскими потоками и непрерывном временем.

В соответствии с первым правилом Кирхгофа синаптический ток равен сумме трансмембранных токов нервной клетки АПН. Общий ток через мембраны равен сумме емкостного тока, ионных токов (потоков катионов K^+ и Na^+) и тока фоновой утечки:

$$I_{syn} = C_m \frac{dV}{dt} + I_K + I_{Na} + I_L = I + C \frac{dV}{dt},$$

 I_{K} – ток калия, I_{Na} - ток натрия, I_{L} - ток фоновой утечки, $C\frac{dV}{dt}$ – конденсаторный ток, V – потенциал действия АПН, C_{m} – мембранная емкость. В соответствии с законом Ома $I_{i} = g_{i}(V - V_{i})$, где g_{i} - проводимость мембраны для данного вида ионов.

Будем считать, что каждый канал проводимости может находиться только в двух состояниях: открыт или закрыт. Предположим, что ансамбль (множество) каналов тока калия, находящихся в открытом состоянии,

соответствует испытаниям Бернулли, и тогда среднее число открытых каналов равно S_0p , где S_0 - число каналов K^+ в ансамбле и p - вероятность нахождения одного канала в открытом состоянии. Будем считать, что p(t) – марковский непрерывный процесс с двумя состояниями – «открыто» $p_i(t)$ и «закрыто» $p_0(t)$ - при наличии пуассоновского потока перехода из одного состояния в другое с интенсивностями λ и μ (рис. 1.10) в соответствии с гипотезами:

а) для любого промежутка времени $(t, t + \Delta t)$ вероятность наступления хотя бы одного события пропорциональна Δt и задается выражением $p\{t < \tau < t + \Delta t\} = \lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)$ вне зависимости от характера протекания потока до момента t (другими словами, поток является марковским процессом и λ называется интенсивноситью в общем случае нестационарного потока);



Рис. 1.10. Интенсивность пуассоновских потоков перехода из закрытого состояние в открытое.

б) вероятность наступления более чем одного события потока в промежутке времени $(t, t + \Delta t)$ есть $o(\Delta t)$.

Используя эти постулаты марковского процесса с пуассоновскими потоками интенсивностей λ и μ и свойства несовместимости и независимости соответствующих событий, получим выражения для вероятностей $p_0(t), p_1(t)$ при малых Δt . Вероятность того, что канал будет открыт в момент времени $(t, t + \Delta t)$, равна сумме вероятностей двух несовместимых событий: канал

был открыт в момент t и не изменил свое состояние или был закрыт в момент t и за время Δt произошло его открытие. При этом вероятность первого из этих событий равна произведению вероятностей независимых событий, то есть

$$p_1(t + \Delta t) = p_1(t)(1 - \mu \Delta t) + p_0(t)\lambda \Delta t + o(t) .$$

Аналогично

$$p_0(t + \Delta t) = p_0(t)(1 - \lambda \Delta t) + p_1(t)\mu \Delta t + o(t)$$

Добавим, что $p_0(t) + p_i(t) = 1$.

Переходя к пределу $\Delta t \rightarrow 0$, получим дифференциальные уравнения

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = -\mu p_1 + \lambda p_0 \\ \frac{dp_2}{dt} = -\lambda p_0 + \mu p_1 \\ p_0(t) + p_i(t) = 1 \end{cases}$$

Введя параметры $au = \frac{1}{\lambda + \mu}, p_{1\infty} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$, получим уравнение для $p_1(t)$: $au \frac{dp_1}{dt} + p_1 = p_{1\infty}.$

А. Ходжкин и А.Хаксли предложили две гипотезы для токов *K* и *Na* [11]: 1) вероятность открытия канала *K* определяется присутствием четырех частиц активации $p_K = n^4$, где *n* - вероятность присутствия одной частицы активации, определяемая приведенным выше уравнением с потенциальными интенсивностями $\lambda(V)$, $\mu(V)$.

$$\tau_n(V)\frac{dn}{dt} + n = n_\infty(V);$$

2) вероятность открытия канала Na определяется присутствием трех частиц активации и отсутствием одной частицы инактивации $p_{Na} = m^3(V)h_{Na}(V).$

Здесь m - вероятность присутствия частицы активации; h_{Na} - вероятность отсутствия частицы инактивации. Уравнения для m(t) и $h_{Na}(t)$ аналогичны уравнению выше.

В дальнейшем существование такого рода частиц было подтверждено экспериментально [11]. Таким образом, классическая модель Ходжкина-Хаксли описывается дифференциальными нелинейными уравнениями относительно четырех переменных V(t), n(t), m(t), h(t). С течением времени физиологи стали добавлять еще один параметр - фактор температуры Q, возникающий при проведении экспериментов с теплокровными животными.

Далее в соответствии с экспериментальными результатами физиологами были сделаны два упрощения [11]:

а) наличие малого параметра $\tau_m \ll 1 \rightarrow \tau_m(V) \equiv 0;$ б) наличие интеграла $n(t) + h_{Na}(t) \approx 0.85.$

В 1999-2006 годах в лаборатории нейрофизиологии Автономного университета Пуэбла-де-Сарагоса (Мексика) были проведены эксперименты на первичном нейроне млекопитающих (крыса) и получены модификации упрощенной модели Ходжкина-Хаксли. Функциональные параметры были получены по экспериментальным данным. При обработке результатов экспериментов также был введен параметр инактивации h_K , и первый интеграл представлен нами в форме $n(V) + h_{Na}(V) = C(V)$.

Таким образом, упрощенная модель Ходжкина-Хаксли при модификациях [5] имеет вид:

$$C_m \cdot \frac{dV}{dt} = I_{syn} - I_{Na} - I_K - I_L , \qquad (1.8)$$

$$\tau_n(V) \cdot \frac{dn}{dt} = (n_\infty(V) - n)Q \tag{1.9}$$

где $I_{Na} = g_{Na}m_{\infty}^{3}(V)(C(V) - n)(V - V_{Na}), I_{K} = g_{K}m^{4}h_{K}(V - V_{K}), I_{L} = g_{L}(V - V_{L}),$

$$C(V) = n_{\infty}(V) + h_{Na\infty}(V),$$

$$m_{\infty}(V) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-(V+33.8)}{5.2}\right)}, h_{Na}(V) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{V+60.5}{9.9}\right)},$$

$$n_{\infty}(V) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-(V+35)}{5}\right)}, \tau_{n}(V) = \frac{1}{\exp\left(\frac{25+V}{-15}\right) + \exp\left(\frac{30+V}{20}\right)}.$$

Здесь I_{syn} - постсинаптический ток; I_L - ток утечки; V - мембранный потенциал афферентного нейрона; С_т - емкость мембраны нервной клетки; n - вероятность присутствия частицы активации калиевого тока; *h_K* - параметр, описывающий процесс инактивации калиевого являющийся тока, вероятиностью отсутсвия частиц инактивации калиевого тока, здесь $h_K = h_{K\infty}$; h_{Na} - параметр, описывающий процесс инактивации натриевого тока, являющийся вероятностью отсутствия частиц инактивации калиевого тока; τ_n - постоянная времени процесса активации калиевого и натриевого тока соответсвтенно; n_{∞} , m_{∞} - стационарные значения шпроцессов актиывации натриевого и калиевого тока соответстенно; $h_{Na\infty}$, $h_{K\infty}$ стационарные значения процессов инактивации натриевого и калиевого тока соответстенно; Q - "температурный фактор" - коэффициент температурной зависимости, необходимость его ввдения связана с разностью физиологической температуры и комнатной (20-25 °C), при которой проводились эксперименты по определению параметров модели.

Параметр	Численное	Доверительный	Размерность
	значение	интервал	
C _m	1	-	μF/cm²
V _{Na}	52	-	mV
V _K	-84	-	mV
V _L	-63	_	mV
g _{Na}	2.3	2-8	mS/cm ²
g _K	2.4	1-2.6	mS/cm ²
g_L	0.03	0.02-0.16	mS/cm ²
Q	8.4	6.4-10.6	-

Параметры модели приведены а Таблице:

Таблица 4. Параметры математической модели активности АПН.

Единицей измерения всех входящих в уравнениях (1.8)-(1.9) токов *I* выбирается $\mu A/cm^2$.

Таким образом, впервые получена полная модель биосенсора углового ускорения, представленная уравнениями (1.3)-(1.9).

Уравнения активности АПН (1.8), (1.9) являются нашим вкладом в полную модель биосенсора углового ускорения, которая была получена в результате: 1) анализа гипотез Ходжкина и Хаксли при построении своей модели гигантского аксона кальмара; 2) анализа гипотезы, сделанной физиологами относительно этой модели; 3) применения методики Колмогорова построения марковских процессов с дискретным числом состояний, пуассоновскими процессами и непрерывным времени; 4) учёта результатов экспериментов на млекопитающих В лаборатории нейрофизиологии Автономного университета Пуэюла-де-Сарагоса (Мексика), а именно добавления параметра инактивации для тока калия h_k и представления интеграла в новом виде $n(V) + h_{Na}(V) = C(V)$.

Первый результат анализа полученной полной модели – это значение рецепторного потенциала $V_1 = -57mV$, соответствующее отсутствию механического воздействия. Поэтому наиболее важным является в дальнейшем математичесий анализ модели (1.8), (1.9) при постоянном $I_{syn} \in [0.1 \ {}^{\mu A}/{}_{\rm CM}{}^2; 10 \ {}^{\mu A}/{}_{\rm CM}{}^2].$

1.2.В. ОПИСАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОЦЕССА ПАРНОГО НЕЙРОННОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЗОРОМ "ВЕСТИБУЛО-ОКУЛЯРНЫЙ РЕФЛЕКС"

Созданная выше математическая модель дает полное представление о вестибуло-окулярном рефлексе как об управляемом биомеханическом процессе. Это хорошо видно из схемы рисунка 1.9.



Рис. 1.9. Схематическое представление вестибуло-окулярного рефлекса.

(1) - объект управления - движение глазных яблок;

(6) - исполнительные органы - глазные мышцы;

(2, 3) - инерциальные биосенсоры углового движения, формирующие первичную информацию;

(4, 5) - органы нейронного управления.

Согласно предложениям, которые были сделаны при разработке (1.3-1.7)(1.8-1.9),отдельных блоков модели И она описывает информационного процесса, когда $\dot{\omega}(t) \neq 0$ на временном интервале порядка секунд, что соответствует поворотам головы в естественных условиях. Поэтому интересно исследовать реакции рассматриваемых двух моделей на трапецеидальном стимуле с интервалами постоянного ускорения $\dot{\omega} \neq 0$ длительностью 0,2 секунды (рис. 1.10). Этот стимул соответствует пассивному повороту головы человека вокруг вертикальной оси примерно на 12° за 1 секунду.

Динамика реакции модели (1.3)-(1.7) и (1.8, 1.9) на этот стимул представлена на рис. 1.11. Из графиков 1.11А и 1.11Б видно, что в случае коротких (быстрых) стимулов первичные выходы биосенсоров углового ускорения поставляют информацию, соответствующую угловой скорости движения. В случае длительных стимулов рассматриваемые биосенсоры воспринимают информацию об угловом ускорении.



Рис. 1.10. Короткий механический стимул. А) Ускорение стимула; Б) скорость стимула



Рис. 1.11. Реакция модели (1.3-1.7,1.8-1.9) на короткий механический стимул. А) смещение верхушки волоскового пучка; Б) изменение мембранного потенциала волосковых клеток левого и правого каналов; В) изменение потенциала первичного афферентного нейрона, соответствующего левому каналу; Г) изменение потенциала первичного афферентного нейрона, соответствующего правому каналу.

Таким образом, на примере ЭТОМ рассмотрено описание информационного процесса, формирующего парное управление движением глазных яблок в горизонтальной плоскости. В статье [5] представлено это описание при наличии уточненной математической модели активности АПН, параметр h_K инактивации когда новый рассматривается В рамках функционального параметра как третья координата математической модели (1.8)-(1.9). В 2007 году японские исследователи Маэда Таро и др. [14] экспериментально показали возможность гальванической имитации вестибуло-спинального рефлекса. Полученная полная модель также дает возможность сначала провести математический и численный анализ данной модели, а затем экспериментально проверить полученные теоретические результаты по имитации вестибуло-окулярного рефлекса.



Рис. 1.12. Два варианта стимуляции вестибулярного аппарата.

1.3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ КОРРЕКЦИИ

Воспользуемся идеей, реализованной в технической инерциальной навигационной системе – осуществлять коррекцию системы на выходе. Аналогичная идея в случае коррекции микротоками вестибулярного аппарата представлена на рис. 1.12. Предлагается математическая постановка на основе этой идеи.

Постановка задач коррекции вестибулярных механорецепторов основывается на идее компенсации дисфункций вестибулярной системы. Предполагается, что это можно сделать как при помощи автоматической коррекции активности афферентных нейронов, так и через когнитивную коррекцию информационного процесса с помощью эфферентных первичных нейронов (ЭПН) вестибулярного аппарата.

Идея автоматической коррекции вестибулярных механорецепторов бионавигационной системы основывается на теории и практике корректируемых инерциальных навигационных систем (ИНС) в технике, которая была разработана силами сотрудников и выпускников кафедры прикладной механики механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, начиная с 1970-х годов. Разработанные на кафедре алгоритмы коррекции подразумевают коррекцию ИНС на выходе этой системы и при наличии дополнительно подаваемой информации. На практике эти алгоритмы продемонстрировали свою эффективность.

1.3.А.АВТОМАТИЧЕСКАЯКОРРЕКЦИЯАКТИВНОСТИАФФЕРЕНТНЫХПЕРВИЧНЫХНЕЙРОНОВ(АПН)ВЕСТИБУЛЯРНОГО АППАРАТА

Коррекция бионавигационной системы возможна на выходе системы. Рассмотрим, почему такой подход возможен на примере выходного блока одного вестибулярного механорецептора. Напомним, что вестибулярный аппарат, состоящий из шести полукружных каналов и четырех отолитовых органов, содержит несколько сотен одномерных инерциальных механорецепторов. Будем считать, что каждый из них содержит волосковую клетку, пучок волосков которой имеет ось чувствительности и поэтому реагирует на смещения чувствительной массы (отолитов или эндолимфы) по этой оси чувствительности. Информация об этих смещениях передаётся волосковой клеткой первичному афферентному нейрону, который в свою очередь преобразует эту информацию в удобную для распространения форму, представляющую собой серию импульсов (спайков). Шесть полукружных каналов вестибулярного аппарата являются инерциальными сенсорами, реагирующими на угловое ускорение при наличии сил инерции. Каждый из этих сенсоров имеет одну ось чувствительности, которая ортогональна плоскости соответстсвующего полукружного канала. Биомеханическая часть биосенсоров углового движения является сложным образованием, так как требует описания динамики потока эндолимфы. Эндолимфа является чувствительной массой, и ее смещения вызывают отклонения волосковых пучков, расположенных в желеобразной мембране купулы, находящейся в ампуле полукружного канала. Математические модели гравитоинерциального механорецептора, пары латеральных полукружных каналов и четвёрки вертикальных полукружных каналов разработаны сотрудниками МГУ.

Подведя итоги по структуре инерциальных механорецепторов вестибулярного аппарата можно сделать предположение о возможности коррекции активности первичных афферентных нейронов, являющихся

выходным блоком вестибулярного аппарата, с помощью микротоков при имплантации электродов или с помощью гальваничекой стимуляции. Будем предполагать, что отсутствуют механические воздействия, приводящие к выработке спайков (релаксационных автоколебаний с постоянной амплитудой и переменной частотой) в выходном блоке, передающем на соответствующие мотонейроны информацию в виде автоволн. То есть биполярная нервная клетка может находиться в ожидании механического воздействия для того, чтобы осуществить реакцию на появление сил инерции без запаздывания.

Таким образом, в рамках модифицированной модели Ходжкина-Хаксли функционирования первичного афферентного нейрона можно сформулировать следующую задачу автоматической коррекции: провести анализ динамики гладкой динамической системы на фазовой плоскости при постоянном постсинаптическом токе и осуществить синтез алгоритма стимуляции микротоком с целью коррекции активности первичного афферентного нейрона при отсутствии механического воздействия на вестибулярный механорецептор или при блокировке информации об этом воздействии со стороны мозжечка, осуществляющего контроль за выходными сигналами вестибулярного аппарата. То есть автоматическая коррекция заключается В реализации процедуры активации функционирования первичных афферентный нейронов.

1.3.Б. ЭФФЕРЕНТНЫЕ ПЕРВИЧНЫЕ НЕЙРОНЫ (ЭПН) И КОГНИТИВНАЯ КОРРЕКЦИЯ КАЧЕСТВА ВИЗУАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ НА ТЕСТИРУЮЩИХ СТЕНДАХ-ТРЕНАЖЕРАХ

Как следует из описания вестибуло-окулярной системы, выходным блоком любого вестибулярного механорецептора является афферентный первичный нейрон (АПН). Основная задача АПН – это представление выходного информационного процесса в виде удобном для передачи на мотонейроны с целью управления глазными мышцами. Все АПН волосковых клеток 1-го типа, составляющих большинство по сравнению с множеством волосковых клеток 2-го типа у млекопитающих (рис. 1.12), реагируют на два входных сигнала. Первый – это постсинаптический ток, передающий информацию о механическом воздействии для её передачи по 3х-нейронной цепочке для управления соответствующей глазной мышцей (см. раздел 1.1). Второй – это корректирующий сигнал ЭПН, посылаемый центральной нервной системой.

Таким образом, при рассмотрении возможностей коррекции активности АПН, наряду с автоматической коррекцией микротоками, следует рассмотреть и другой вариант коррекции - коррекции параметров АПН, осуществляемой ЦНС с помощью ЭПН. Назовём это вариант когнитивной коррекцией. Смысл этого названия следует из возможности оценки окружающей среды для формирования условного рефлекса визуальной стабилизации программного движения визуально управляемого устройства.



Рис. 1.12. Типы волосковых клеток. Слева - первый тип; справа – второй.

Следует отметить особенности этих ДВУХ ВИДОВ коррекции: автоматической и когнитивной. Прежде всего, это их воздействие на афферентные первичные нейроны (АПН) вестибулярного механорецептор (Рис. 1.13). В настоящее время имеет место также дискуссия о возможности влияния сигналов с ЭПН и на волосковые клетки II типа (рис. 1.12), но у млекопитающих волосковые клетки составляют большинство и поэтому в нашей работе мы ограничиваемся только влиянием ЭПН на АПН. Надо отметить важную роль когнитивной коррекции в создании условных рефлексов с помощью ЦНС. Автоматическая коррекция микротоками является искусственно создаваемой коррекцией для решения ряда задач (рис. 1.13) с помощью гальванического тока. Поэтому можно говорить о применении GVS технологий (технологий вестибулярной гальванической стимуляции).

Во второй главе представлено решение задач автоматической коррекции - гальваническая имитация и гальваническая стабилизация (рис. 1.13). Задача гальванической дезориентации в пространстве была решена в NASA в 2011 г. [22]. В третьей главе приведено экспериментальное подтверждение результатов, полученных во второй главе. В четвертой главе сформирован и описан способ оценки качества когнитивной коррекции при наличии повторных тренировок на пилотажно-динамическом стенде.



Рис. 1.13. Функциональная схема и задачи коррекции.

ГЛАВА 2.*

АВТОМАТИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ АКТИВНОСТИ ВЕСТИБУЛЯРНЫХ МЕХАНОРЕЦЕПТОРОВ

^{*} Данная глава написана в соответствии с положениями, изложенными лично соискателем в публикациях: [18], [27].

Как говорилось в предыдущей главе, для автоматической коррекции активности вестибулярных механорецепторов (ВМР) мы предполагаем применение гальванических токов или микротоков для воздействия ими на афферентный первичный нейрон - выходной блок вестибулярного аппарата (вестибулярного механорецептора (ВМР)), в чем и заключается суть автоматической коррекции активности вестибулярного АПН. С точки зрения модели выходного блока ВМР такая коррекция означает аддитивную добавку значения гальванического тока или микротока к математической модели АПН, полученной в первой главе (1.8)-(1.9). В дальнейшем в этой главе будем употреблять для краткости термин "микроток". Проанализируем данную модель с этой добавкой. Цель анализа – обоснование автоматической коррекции вестибулярного аппарата. Обратимся K численному И качественному анализу математической модели АПН.

2.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ПЕРВИЧНОГО АФФЕРЕНТНОГО НЕЙРОНА ВЕСТИБУЛЯРНОГО АППАРАТА

Существенное значение для получения математической модели АПН имели эксперименты, проведенные в 1999—2006 годах в лаборатории нейрофизиологии Автономного университета штата Пуэбла (Мексика) под руководством доктора медицинских наук Э. Сото на млекопитающих (крыса) с целью анализа функционирования афферентного первичного нейрона. Результаты этих экспериментов породили необходимость внесения модификаций в упрощенную модель Ходжкина-Хаксли и математическую интерпретацию в виде марковских процессов с дискретным числом состояний и непрерывным временем (уравнения Колмогорова) [29]. К этому относятся: получение новых численных параметров, наличие нового функционального параметра инактивации калиевого тока и представление первого интеграла в новой форме (см. глава 1). С учетом этих модификаций математическая модель имеет вид (1.8)-(1.9).

В результате численного анализа модели (1.8)-(1.9) при различных значениях постоянного синаптического тока $I_{syn} \in (0.7 \mu A/cm^2; 40 \mu A/cm^2]$ получены следующие результаты (Рис.2.1):

а) найдена точка бифуркации Андронова—Хопфа $I_{svn}^* = 1.147 \ \mu A/cm^2$;

б) в правой окрестности которой существует орбитально асимптотически устойчивый предельный цикл — периодический аттрактор; в левой ее окрестности (0,7; 1,147) существует точечный аттрактор — асимптотически устойчивый фокус;

в) часть левой окрестности (0,92; 1,147) является интервалом бифуркации, где существуют оба аттрактора с соответствующими областями притяжения.



Рис.2.1. Аттракторы бистабильной модели АПН для разных значений постоянного постсинаптического тока.

Особый интерес представляет интервал бифуркации (0,92; 1,147), на котором присутствуют оба аттрактора – и устойчивый фокус, и устойчивый предельный цикл (Рис. 2.1). Наличие этого интервала позволяет сделать вывод о том, что биосенсоры в отличие от технических сенсоров имеют третий режим, который назовём режимом ожидания механического стимула. Оба аттрактора в этом интервале имеют свои области притяжения. Поэтому такую систему (1.8)—(1.9) назовём бистабильной динамической системой.

Таким образом, в интервале бифуркации, когда существуют два аттрактора с соответствующими областями притяжения (Рис. 2.2), система (1.8)—(1.9) при постоянном входном синаптическом токе, принадлежащем этому интервалу, является бистабильной грубой динамической системой по классификации Андронова-Понтрягина [18].



Рис.2.2. Особые точки системы (1.8)—(1.9) при $I_{syn} = 1\mu A/cm^2$. Верхняя особая точка — неустойчивый фокус (-30,957 мВ; 0,692), нижняя — устойчивый фокус (- 39,113 мВ; 0,305) с возможной областью притяжения (показана штриховой линией) [12].

Обоснуем отнесение данной системы к бистабильным динамическим системам, используя утверждение теоремы Андронова-Леонтович [13].

Рассмотрим следующего вида динамическую систему, зависящую от малого параметра *μ*:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = \mu x_1 - \omega(\mu) x_2 + (L_1 x_1 - \Omega_1 x_2) (x_1^2 + x_2^2) + \widetilde{G_1}(x_1, x_2, \mu), \\ \dot{x_2} = \omega(\mu) x_1 + \mu x_2 + (\Omega_1 x_1 + L_1 x_2) (x_1^2 + x_2^2) + \widetilde{G_2}(x_1, x_2, \mu), \end{cases}$$
(2.1)

где $\mu = const$ и $\mu \in (-\mu_0, \mu_0)$, $\mu_0 \ll 1$, $\omega(\mu) > 0$; функции $\widetilde{G_1}, \widetilde{G_2}$ являются гладкими по *x* и по μ и удовлетворяют условиям

$$\tilde{G}(0,0,\mu) = 0, \frac{\partial \tilde{G}}{\partial x}(0,0,\mu) = 0, \frac{\partial^2 \tilde{G}}{\partial x^2}(0,0,\mu) = 0, \frac{\partial^3 \tilde{G}}{\partial x^3}(0,0,\mu) = 0.$$
(2.2)

Теорема Андронова--Леонтович. Если первая Ляпуновская величина L_1 в (2.1) меньше нуля, то для малых $\mu \leq 0$ состояние равновесия 0 устойчиво и все траектории в некоторой окрестности U начала координат стремятся к 0. Когда $\mu > 0$, состояние равновесия становится неустойчивым и возникает устойчивая периодическая орбита диаметра $\sim \sqrt{\mu}$ такая, что все траектории из U, за исключением 0, стремятся к ней.

Если первая Ляпуновская величина L_1 больше нуля, то для малых $\mu \ge 0$ состояние равновесия 0 неустойчиво и все остальные траектории покидают малую окрестность U начала координат. Когда $\mu < 0$, состояние равновесия становится устойчивым. Его область притяжения ограничена неустойчивой периодической орбитой диаметром $\sim \sqrt{-\mu}$, которая стягивается к 0 при $\mu = 0$.

Рассмотрим применение теоремы Андронова—Леонтович при анализе поведения системы (1.8)—(1.9) в окрестности точки бифуркации $I_{syn} = I_{syn}^* + \Delta I_{syn}$, где $\Delta I_{syn} = \mu$ и $\mu \in [-\mu_0, \mu_0]$, $0 < \mu_0 \ll 1$, $\mu_0 = 0.001$. Матрицы линейных приближений системы (1.8)—(1.9) и системы (2.1) будут иметь один и тот же вид с матрицей перехода *S* к Жордановой форме, где $S = \begin{pmatrix} 0.299 & -0.337 \\ 0.013 & 0 \end{pmatrix}$ и $S^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 76.336 \\ -2.966 & 67.595 \end{pmatrix}$.

В новой системе координат система (1.8)—(1.9) принимает вид (2.1), где $G_i(x_1, x_2)$ являются гладкими функциями и удовлетворяют условиям теоремы [27].

Для системы (2.1) в малой окрестности точки $\mu = 0$ первая величина Ляпунова имеет вид $L_1 = 0.02 > 0$, то есть происходит жесткая потеря устойчивого фокуса.

В системе (1.8)—(1.9) это наличие неустойчивого предельного цикла, ограничивающего область притяжения точечного аттрактора, уменьшающуюся на рассматриваемом интервале при $(-\mu) \rightarrow 0$ демонстрируется графиками на рис. 2.6-2.11, где оранжевым цветом указана возможная область притяжения точечного аттрактора. Следовательно, этот

интервал можно назвать «интервалом бифуркации», так как область притяжения фокуса постепенно уменьшается до нуля при наличии периодического аттрактора.

Этот результат дает основание для проведения качественного анализа системы с целью математического описания процесса перехода из состояния режима ожидания механического стимула в состояние рабочего режима. Для решения этой задачи сначала найдем множество достижимости такой системы и исследуем его границу.

2.2. ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ ВОЗМУЩАЕМОЙ СТАБИЛЬНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Развивая результаты, полученные в предыдущем пункте главы, обратимся к некоторым элементам теории грубых систем в многомерном случае при наличии постояннодействующих возмущений (в данном случае коррекции).

В 1937 году А. А. Андронов и Л. С. Понтрягин опубликовали [14] необходимые и достаточные условия принадлежности гладкой динамической системы на плоскости к множеству «грубых» (структурно устойчивых) систем. Так как множество «грубых» систем, рассматриваемых на замкнутой области фазовой плоскости, является открытым всюду плотным множеством в соответствующем банаховом пространстве, то все «негрубые» (структурно неустойчивые) системы заполняют границы между областями структурной устойчивости в этом функциональном пространстве. Такая конструкция позволяет просматривать различные колебательные режимы при бифуркации двумерных систем.

При исследовании динамики возмущаемых механических, электромеханических и биомеханических систем и формировании законов управления (коррекции) ими могут наблюдаться переходы между различными состояниями. Большой интерес представляют случаи, когда ДЛЯ невозмущаемой системы выход за границу области устойчивого движения невозможен. Возникает вопрос о том, могут ли малые детерминированные возмущения привести к качественному изменению динамики системы, т.е. её переходу от режима движений в окрестности притягивающего множества одного аттрактора к иному режиму движения, в частности, к движению в окрестности притягивающего множества другого аттрактора.

Синтезируем сначала множество достижимости системы. При этом сразу сузим задачу исходя из следующих соображений. Нам необходимо найти возможность перехода из состояния режима ожидания механического

стимула в состояние рабочего режима. В данном случае это означает переход из области притяжения точечного аттрактора в область притяжения «устойчивого предельного цикла», которым мы описываем состояние рабочего режима АПН. Поэтому будем искать множество достижимости в окрестности точечного аттрактора при наличии постоянно действующих возмущений. Обратим внимание на то, что от множества достижимости точечного аттрактора при наличии возмущений мы отличаем область притяжения точечного аттрактора в отсутствии возмущений.

Рассмотрим стабильную динамическую систему при наличии постояннодействующего возмущения, известного с точностью до функционального множества:

$$\dot{y} = f(y, v_1(t)) = \varphi^0(y) + \varphi^1(y)v_1, \qquad y(0) \in G \subset R_2; v_1() \in V = \{v_1(\cdot) \in KC \mid |v_1(t)| \le \delta_1\}$$
(2.3)

где $\varphi^0(y), \varphi^1(y)$ — гладкие функции при $y \in G$, G — ограниченное замкнутое множество. В отсутствие возмущения ($v_1(t) \equiv 0, t \in (-\infty, \infty)$) мы имеем систему с гладкой правой частью, заданной на замкнутой области G фазовой плоскости:

$$\dot{y} = f(y,0) = \varphi^0(y).$$
 (2.4)

В дальнейшем в соответствие с теорией Андронова-Понтрягина о грубых динамических системах будем рассматривать только такие грубые системы (2.4), каждая из которых имеет асимптотически устойчивую особую точку и асимптотически орбитально устойчивый предельный цикл в прямом времени. Такие системы будем называть бистабильными системами. При наличии $v_1(t)$ возмущения ($0 \le t < \infty$) система (2.3) с начальными условиями, принадлежащими области притяжения одного из перечисленных аттракторов системы (2.4), может покинуть эту область притяжения и перейти в область притяжения другого аттрактора или вообще оказаться в более сложной ситуации. Для анализа таких ситуаций необходимо дать соответствующие определения.

Пусть y^0 - точечный аттрактор, т.е. $f(y^0, 0) = 0, (y^0 \in int(G), \varphi^0(y^0) =$

0). Введем отклонение $x = y - y^0$ и получим нелинейное уравнение в отклонениях с функциональным включением:

$$\dot{x} = \varphi^{0}(y^{0} + x) + \varphi^{1}(y^{0} + x)v_{1}(t)$$

$$v_{1}(\cdot) \in V = \{v_{1}(\cdot) \in KC \mid |v_{1}(t)| \le \delta_{1}\},$$
(2.5)

где $\varphi^0(y^0) = 0$. В дальнейшем для краткости обозначение y^0 опустим. Определение робастной устойчивости невозмущаемого $x \equiv 0$ состояния системы (2.5) (при x(0) = 0 и $v_1(t) \equiv 0$) было дано Г.Н.Дубошиным и И.Г.Малкиным в сороковых годах прошлого века [15].

Определение 1. Невозмущаемое $(x(0) = 0, v_1(t) \equiv 0))$ состояние $x(t) \equiv 0$ системы (2.5) называется робастно устойчивым при начальном x(0) и постояннодействующем $v_1(t)$ возмущениях, если для любого $\varepsilon > 0$ существуют $\delta_0 = \delta_0(\varepsilon) > 0$ и $\delta_1 = \delta_1(\varepsilon) > 0$, такие, что выполняется следующее условие: если $||x(0)|| \le \delta_0$ и $|v_1(t)| \le \delta_1$ для любого $t \ge 0$, то $||x(t)|| \le \varepsilon$ для $\forall t \ge 0$.

Рассмотрим в соответствии с (2.5) математическую модель, линейную по отклонениям:

$$\begin{split} \dot{x} &= (A_0 + A_1 v_1(t))x + bv_1(t), \\ v_1(\cdot) &\in V = \{v_1(\cdot) \in KC \mid |v_1(t)| \le \delta_1, \end{split}$$
(2.6)
rge $A_0 &= \frac{\partial \varphi^0(0)}{\partial x}, A_1 = \frac{\partial \varphi^1(0)}{\partial x}, \ b = \varphi^1(0). \end{split}$

В случае если $\varphi^1(0) = 0$, получим однородную систему по отклонениям с функциональным включением

$$\begin{cases} \dot{x} = A(v_1(t))x, \\ v_1(\cdot) \in V = \{v_1(\cdot) \in KC | |v_1(t)| \le \delta_1\} \end{cases}$$
(2.7)

где $A(v_1) = A_0 + A_1 v_1$.

В этом частном случае можно рассматривать робастную устойчивость как абсолютную устойчивость, т.е. как асимптотическую устойчивость нестационарной системы (2.7) при любом параметрическом возмущении $v_1(t)$ из функционального множества V. При этом система (2.7) не является линейной системой, будучи множеством линейных систем с параметрическим
возмущением $v_1 \in V$.

При $\varphi^1(0) \neq 0$ имеем билинейный вариант (2.6), где матрица $A(v_1)$ гурвицева при любом постоянном $v_1 \in [-\delta_1, \delta_1]$. Пусть x(0) = 0, тогда решение системы (2.6) представимо в виде интеграла Коши

$$\begin{cases} x(t_1) = \int_{0}^{t_1} X_{\nu}(t_1) X_{\nu}^{-1}(t) b v_1(t) dt \\ v_1(\cdot) \in V = \{ v_1(\cdot) \in KC | |v_1(t)| \le \delta_1 \}, \end{cases}$$
(2.8)

где $X_v(t)$ есть фундаментальная нормированная ($X_v(0) = E_2$) матрица, соответствующая возмущению $v_1(\cdot) \in V$, т.е. каждый элемент $x_{ij}(t, v_1(\cdot))$ матрицы является функционалом, заданным на множестве функций $v_1(t)$, $t \in [0, t_1]$.

Таким образом, имеем математическое описание всех достижимых точек $x(t_1)$ при наличии постояннодействующих возмущений $v_1 \in V$ — множество достижимости D_{t_1} [16]. Если существует интеграл Коши при $t_1 \rightarrow \infty$, имеет смысл рассмотреть множество достижимости D_{∞} возмущаемой системы (2.6) добавив при $t_1 \rightarrow \infty$ множество частичных пределов:

$$\begin{cases} x(v_{1}(\cdot)) = \lim_{t_{k} \to \infty} \int_{0}^{t_{k}} X_{v}(t_{1}) X_{v}^{-1}(t) b v_{1}(t) dt \\ v_{1}(\cdot) \in V = \{v_{1}(\cdot) \in KC | |v_{1}(t)| \le \delta_{1}\} \end{cases}$$
(2.9)

Для линейной стационарной системы (2.6) при отсутствии постоянно действующего возмущения $v_1(t)$ и выполнении условия Гурвица для матрицы A_0 областью притяжения точечного аттрактора x = 0 является вся фазовая плоскость. В случае присутствия постоянно действующего возмущения (ПДВ), пусть даже малого ($\delta_1 < 0$), описание области притяжения становится более сложным, так как ПДВ может увести траекторию системы от точечного аттрактора в любую точку множества достижимости (2.9). Таким образом, в данном случае при наличии ПДВ возникает задача вариационного анализа влияния ПДВ на область притяжения точечного аттрактора {x = 0}. Поясним это на задаче. В качестве точечного аттрактора будем рассматривать

устойчивый фокус.

Рассмотрим возмущаемую стабильную систему, представленную в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \ddot{x_1} + 2\mu \dot{x_1} + (1 + av_1(t))x_1 = bv_1(t) \\ v_1(\cdot) \in V = \{v_1(\cdot) \in KC | |v_1(t)| \le \delta_1 < 1\} \end{cases}$$
(2.10)

Уравнениями (2.10), в частности, описываются малые колебания математического маятника при движении точки подвеса по наклонной прямой с ограниченным по модулю ускорением, известным с точностью до функционального множества V. Здесь $0 < \mu < \sqrt{1 - a\delta_1}$; $a \in \{0, 1\}$, $b \in \{0, 1\}b = \{0, 1\}$ — коэффициенты параметрического и аддитивного присутствия возмущения в системе.

При любом постоянном $v_1(t) \equiv const \in [-\delta_1, \delta_1]$ однородная подсистема является колебательной.

Пусть a = 0, b = 1, тогда система (2.10) принимает вид

$$\begin{cases} \ddot{x_1} + 2\mu\dot{x_1} + x_1 = v_1(t) \\ v_1(\cdot) \in V = \{v_1(\cdot) \in KC | |v_1(t)| \le \delta_1 < 1\} \end{cases}$$
(2.11)

В этом случае можно применить следствие теоремы Малкина [15], согласно которому стационарное невозмущаемое состояние $x_1 \equiv 0$ робастно устойчиво при постояннодействующих возмущениях, если матрица A_0 является гурвицевой матрицей. Система (2.10) в этом случае имеет вид (2.6), где $A_1 = 0$ и A_0 — гурвицева матрица ($Re\lambda = \alpha < 0$).

Можно получить точную оценку качества робастной устойчивости, построив глобально орбитально устойчивый предельный цикл, описывающий область достижимости D_{∞} системы (2.11), (при $t_1 \rightarrow \infty$). Для этого используется решение задачи о максимальном отклонении на "полупериодах" колебаний (задача Булгакова с нефиксированным t_1) по x_1 [1] и строится предельный цикл. Множество точек внутри цикла вместе со множеством точек, принадлежащих циклу, образуют множество достижимости D_{∞} .

Решение задачи о нахождении максимального отклонения линейной системы [1] можно сформулировать как поиск минимума функционала

$$\begin{aligned} \varphi_0(x_1(t_1)) &= x_1(t_1) \to \min_{|v_1(t)| \le \delta_1}, x_1(0) = \alpha_0 > 0; \quad x_2(0) = x_2(t_1) = \\ 0; \quad x_2(t) \neq 0 \quad \forall t \in (0, t_1). \end{aligned}$$

Функция Понтрягина в данном случае имеет вид:

$$H(\psi, x, v_1) = \psi^T f = (\psi_1 \psi_2) \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_1 - 2\mu + v_1 \end{pmatrix} = \psi_1 x_2 + \psi_2 [-x_1 - 2\mu x_2 + v_1],$$

$$v_1],$$

где $\psi(t)$ — решение системы, сопряженной к системе (2.11).

Используя условия: трансверсальности ($\psi_1(t_1) = -\lambda_0 \leq 0$); стационарности ($H(1) = \psi_2(t_1)[-x_1(t_1) + v_1(t_1)] = 0$); максимума функции Понтрягина, можно получить выражение для наихудшего возмущения:

$$v_1(t) = \delta_1 \cdot sign\psi_2(t).$$

На всем интервале времени $t \in (0, t_1)$ переменная ψ_2 принимает только отрицательные значения, поэтому $v_1(t) \equiv -1$ и система (2.11), записанная в обратном времени $\tau = t_1 = t$, принимает вид:

$$\begin{cases} -\frac{dx_{1}}{d\tau} = x_{2}; \\ -\frac{dx_{2}}{d\tau} = -x_{1} - 2\mu x_{2} - \delta_{1}; \\ -\frac{d\psi_{1}}{d\tau} = \psi_{2} \\ -\frac{d\psi_{2}}{d\tau} = -\psi_{1} + 2\mu\psi_{2}; \end{cases}$$

с начальными условиями $x_1(\tau = 0) = -\alpha_1$, $x_2(\tau = 0) = 0$, $\psi_1(\tau = 0) = -1$, $\psi_2(\tau = 0) = 0$.

Решение задачи Коши на первом интервале может быть представлено выражением

$$x_1(\tau) = \frac{e^{\mu\tau}(\delta_1 - \alpha_1)}{\beta} (\beta \cos \beta\tau - \mu \sin \beta\tau) - \delta_1$$
$$x_2(\tau) = \frac{e^{\mu\tau}(\delta_1 - \alpha_1)}{\beta} \sin \beta\tau,$$

где $\beta = \sqrt{1-\mu^2}.$

Найдем первый момент времени, когда производная $(\frac{dx_1}{d\tau}(\tau) = -x_2(\tau))$

решения обратится в ноль:

$$x_2(\tau_1) = \frac{e^{\mu\tau}(\delta_1 - \alpha_1)}{\beta} \sin \beta \tau_1 = 0 \Rightarrow \sin \beta \tau_1 = 0$$
$$\tau_1 = \frac{\pi}{\beta}.$$

Используя граничные условия $x_1(\tau_1) = \alpha_0$, получаем:

$$x_1(\tau_1) = -e^{\frac{\mu\pi}{\beta}}(\delta_1 - \alpha_0) - \delta_1 = \alpha_0,$$
$$\alpha_1 = e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}}(\alpha_0 + \delta_1) + \delta_1.$$

Решая задачу о нахождении максимального отклонения на втором полупериоде $t \in (t_1, t_2)$, получим аналогичное выражение для следующей амплитуды. Таким образом, при решении задачи о нахождении максимального отклонения мы получаем последовательность амплитуд $\{\alpha_n\}$, n-ый член которой

равен:

$$\alpha_n = e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} (\alpha_{n-1} + \delta_1) + \delta_1 \tag{2.12}$$

Это отображение является сжимающим, поскольку:

$$\begin{aligned} |\alpha(x) - \alpha(y)| &= |(x + \delta_1)e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} + \delta_1 - (y + \delta_1)e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} - \delta_1| = e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}}|x - y|, \end{aligned}$$
где $e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} = e^{-const < 0} < 1.$

Амплитуда автоколебаний *α*^{*}, соответствующих предельному циклу, находится как предел сжимающего отображения Пуанкаре:

$$\alpha^* = \lim_{n \to \infty} \alpha_n = \delta_1(\frac{1 + e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}}}{1 - e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}}}).$$
(2.12.1)

В этом случае сечением Пуанкаре является ось $\dot{x_1} = 0$ (Рис. 2.3).

Можно показать, что α^* - есть решение дискретного уравнения (2.12) ассимптотически устойчивое при $n \to \infty$.



Рис.2.3. Сечение Пуанкаре и предельный цикл.

Описание предельного цикла системы (2.11) находится как решение задачи о максимальном отклонении в прямом времени и может быть представлено в следующей форме (знак "+" соответствует верхней половине цикла и знак "-" нижней половине цикла):

$$\begin{cases} x_1(t) = \pm \delta_1 \left[1 - \frac{2e^{-\mu t}}{1 - e^{-\frac{\mu \pi}{\beta}}} (\frac{\mu}{\beta} \sin(\beta \tau) + \cos(\beta \tau)) \right]; & t \in [0; \frac{\pi}{\beta}]. \quad (2.12.2) \\ x_2(t) = \pm \frac{\delta_1}{\beta} \frac{2e^{-\mu t}}{1 - e^{-\frac{\mu \pi}{\beta}}} \sin(\beta \tau). \end{cases}$$

Предельный цикл задает границу множества достижимости, а значит точка, которая максимально удалена от начала координат, принадлежит этому циклу. Можно показать, что максимально удаленной точкой из области достижимости от начала координат для системы (2.11) будет точка (α^* , 0).

Осуществляя синтез наихудшего возмущения ($v_1^0(\tau) = \delta_1 \operatorname{sign} \psi_2(\tau) = \delta_1 \operatorname{sign} \dot{x_1}$), мы получаем для каждого $\mu \in (0, \sqrt{1 - \delta_1})$ автономную автоколебательную систему [28]

$$\ddot{x_1} + 2\mu \dot{x_1} + x_1 = \delta_1 \operatorname{sign} \dot{x_1}, \qquad (2.13)$$

Предельный цикл этой системы является асимптотически орбитально устойчивым, так как для любых начальных условий α_0 можно показать, что $\alpha_0 \rightarrow \alpha^*$ как снаружи, так и изнутри цикла.

1) Если $\alpha^* > \alpha_0$ (начальные условия внутри цикла), то $\delta_1 \begin{pmatrix} -\frac{\mu \pi}{\sqrt{1-\mu^2}} \\ \frac{1+e^{-\frac{\mu \pi}{\sqrt{1-\mu^2}}}}{-\frac{\mu \pi}{\sqrt{1-\mu^2}}} \end{pmatrix} > \alpha_0$,

то есть $e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} > \frac{\alpha_0 - \delta_1}{\alpha_0 + \delta_1}$, поэтому $\alpha_1 = (\alpha_0 + \delta_1)e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} + \delta_1 > \frac{(\alpha_0 + \delta_1)(\alpha_0 - \delta_1)}{\alpha_0 + \delta_1} = \alpha_0$. Это означает, что $\alpha_1 > \alpha_0$ и последовательность амплитуд возрастает до α^* . 2) Если $\alpha^* < \alpha_0$ (начальные условия снаружи цикла), то $e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} < \frac{\alpha_0 - \delta_1}{\alpha_0 + \delta_1}$ и $\alpha_1 = (\alpha_0 + \delta_1)e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} + \delta_1 < \frac{(\alpha_0 + \delta_1)(\alpha_0 - \delta_1)}{\alpha_0 + \delta_1} = \alpha_0$, $\alpha_1 < \alpha_0$, то есть последовательность амплитуд убывает до α^* .

3) Если $\alpha^* = \alpha_0$ (начальные условия лежат на цикле), то $e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} = \frac{\alpha_0 - \delta_1}{\alpha_0 + \delta_1}$ и $\alpha_1 = (\alpha_0 + \delta_1)e^{-\frac{\mu\pi}{\beta}} + \delta_1 = \frac{(\alpha_0 + \delta_1)(\alpha_0 - \delta_1)}{\alpha_0 + \delta_1} = \alpha_0$, система движется по орбите цикла.

Следовательно, полученный предельный цикл является асимптотически орбитально устойчивым. Если использовать дискретное уравнение (2.12) как результат отображения Пуанкаре на секущей $\dot{x_1} = 0$, то получим аналогичный результат.

Таким образом, множество точек внутри цикла и множество точек на орбите цикла составляют область достижимости D_{∞} .

Система (2.13) имеет один устойчивый предельный цикл, являющийся точной границей множетсва достижимости D_{∞} системы (2.11) при x(0) = 0. Начальное возмущение $x(0) \neq 0$ при отсутствии постоянно действующего возмущения ($v_1(t) \equiv 0, \forall t \in [0, \infty]$) принадлежит области притяжения точечного аттрактора однородной системы (2.11), являющейся всей фазовой плоскостью.

При наличии постоянно действующего возмущения $v_1(\cdot) \in V = \{v_1(\cdot) \in KC | |(v_1(t))| \le \delta_1 < 1$ система (2.11) является робастно устойчивой системой по Дубошину-Малкину (см. Определение 1).

2.3. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ В БИСТАБИЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Построив множество достижимости обратимся теперь к задаче о переходе между областями притяжения двух аттракторов нелинейной системы (2.3). В работе [17] с помощью метода Мельникова было показано, что возможны переходы из области притяжения одного точечного аттрактора в область притяжения другого точечного аттрактора, расположенных в левой и правой окрестностях седловой точки. В рамках стабильных систем, являющихся подмножеством грубых систем и не имеющих в своём арсенале седловых точек, также возможна постановка задачи о переходе.

Рассмотрим стабильную систему, имеющую два аттрактора. Будем называть ее в этом случае бистабильной системой. Во избежание путаницы бистабильные системы при наличии седловых точек будем называть гиперболическими бистабильными системами.

Предположим, что бистабильная система:

$$\dot{y} = \varphi^0(y), \quad y(0) \in G \subset R_2$$
 (2.14)

имеет асимптотически орбитально-устойчивый предельный цикл (периодический аттрактор), внутри которого расположен точечный аттрактор — устойчивый фокус со своей областью притяжения A (Рис. 2.4), ограниченной предельным циклом, асимптотически орбитально-устойчивым в обратном времени. Областью притяжения первого (периодического) аттрактора является область $R_2 \setminus A = C \cup B$ (Рис.2.4).



Рис. 2.4. Синтез границы множества достижимости D_{∞} для точечного аттрактора возмущаемой системы (2.15).

Пусть второй аттрактор (y^0) — устойчивый фокус (в прямом времени) – расположен в начале координат $(y^0 = 0)$ (Рис. 2.4). Рассмотрим возмущаемую бистабильную систему при наличии малого постояннодействующего возмущения $\Delta v_1(t)$:

$$\begin{cases} \dot{y} = f(y, v(t)) = \varphi^{0}(y) + bv_{0} + b\Delta v_{1}(t); \\ v_{1}(\cdot) \in V = \{v(\cdot) \in KC | |\Delta v_{1}(t)| \le \delta_{1} < 1\} \end{cases}$$
(2.15)

Рассмотрим уравнение в малых отклонениях $x = y - y^0(v_0)$ для системы (2.15), где y^0 – решение уравнения $\varphi^0(y) + bv_0 = 0$, то есть $y^0 = y^0(v_0)$, где v_0 – постоянный параметр:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0(v_0)x + b\Delta v_1(t) \\ \Delta v_1(\cdot) \in V = \{\Delta v_1(\cdot) \in KC \mid |\Delta v_1(t)| \le \delta_1 < 1 \end{cases}$$
(2.16)

Здесь A_0 – гурвицева матрица, $A_0 = \frac{\partial \varphi^0(y^0(v_0))}{\partial y}$. Предположим, что $b \neq 0$ и матрица $A = A_0$ гурвицева при любом постоянном значении $v_1(t) \equiv v_1$ и $0 < v_0 - \delta_1 \le v_1 \le v_0 + \delta_1$, где $v_0 \in (v^*, v^{**})$.

Построим область достижимости D_{∞} , решив задачу Булгакова о накоплении возмущений [19] для системы (2.16). Пересечение двух замкнутых множеств A и D_{∞} непусто. Найдем дистанцию (полурасстояние) Хаусдорфа между этими множествами: $d(D_{\infty}, A) = \max_{x \in D_{\infty}} \min_{y \in A} \rho(x, y)$

где *р* — является расстоянием между точками *x*, *y*.

Рассмотрим динамическую систему (2.15), возмущаемую $\Delta v_1(t)$ на временном интервале [t_0, t_1], где $0 \le t_0 \le t_1 \le \infty$. В силу малости постояннодействующего возмущения Δv_1 ($|\Delta v_1(t)| \leq \delta_1 < 1$, на интервале возмущения наряду с системой (2.15) будем использовать и систему в координатам $(y_1, y_2) \to (\Delta y = x_1, \Delta y_2 = x_2)$ вариациях (2.16)по И возмущению $\Delta v_1(t)$. Для невозмущаемой системы ($\Delta v_1(t) \equiv 0$) предположим, что при любом значении параметра $v_0 \in (v^*, v^{**})$ имеется интервал бифуркации с точкой бифуркации Андронова-Хопфа на правом конце v^{**} , и при любом $v_0 \in (v^*, v^{**})$ невозмущаемая система является бистабильной системой с периодическим и точечным аттракторами. При этом точечный аттрактор расположен внутри периодического, и первая постоянная Ляпунова L_1 положительна.

Тогда из теоремы Андронова-Леонтович [13] следует доказательство существования перехода. Зафиксируем любое $v_0 \in (v^*, v^{**})$. Так как постоянная Ляпунова L_1 положительна при любом v_0 , то в левой окрестности точки v_0 существует область притяжения точечного аттрактора с диаметром $(\sqrt{-\mu})$.

Таким образом, решив задачу Булгакова о накоплении возмущения $\Delta v_1(\cdot) \in V$, используя принцип максимума Понтрягина для задачи о максимальном отклонении с нефиксированными временем [19], находим разность $D_{\infty} \setminus A$ и дистанцию (или полурасстояние [20]) Хаусдорфа:

$$d(D_{\infty}, A) = \max_{x \in D_{\infty}} \min_{y \in A} \rho(x, y), \qquad (2.17)$$

где *р* является расстоянием между точками *x*, *y*.

Если дистанция Хаусдорфа (2.7) положительна, то можно говорить о возможности перехода под воздействием $v_1(t)$ из области притяжения точечного аттрактора в область притяжения предельного цикла, аналогичного переходу в гиперболической бистабильной системе (когда дистанция Мельникова [17] положительна). Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. Рассмотрим возмущаемую систему (2.15),содержащую глобально устойчивый фокус с областью притяжения А и глобально устойчивый предельный цикл с областью притяжения $R \setminus A = C \cup$ В. Тогда можно построить глобально устойчивый цикл, являющийся границей множества достижимости D_{∞} линейной системы (2.16) и осуществить переход из области притяжения точечного аттрактора в область притяжения аттрактора $R \setminus A = C \cup B$ при периодического выполнении условия $d(D_{\infty}, A) = \max_{x \in D_{\infty}} \min_{y \in A} \rho(x, y) > 0$, где ρ – расстояние между точками x, y и d - дистанция (полурасстояние) Хаусдорфа.

2.4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ИЗ ОБЛАСТИ ОЖИДАНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО СТИМУЛА В ОБЛАСТЬ ГЕНЕРАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОГО ОТВЕТА ПЕРВИЧНОГО НЕЙРОНА

Применим полученные результаты, решая задачу автоматической коррекции активности вестибулярного АПН. Рассмотрим для этого выходной блок вестибулярного механорецептора, представленный В виде математической активности АПН (1.8)-(1.9)модели при наличии гальванического тока коррекции P(t) при $t \in [t_0, t_1], 0 \le P(t) \le \delta$:

$$C_{m} \frac{dV}{dt} = I_{syn} + \gamma_{1} P(t) - g_{L}(V - V_{L})$$

- $g_{Na} (m_{\infty}(V))^{3} (C(V) - n)(V - V_{Na}) - g_{K} n^{4} h_{K}(V - V_{K}),$ (2.18)
$$\frac{dn}{dt} = \frac{n_{\infty}(V) - n}{\tau_{n}(V)} Q_{10}.$$

В левой окрестности точки бифуркации имеем асимптотически устойчивый фокус и асимптотически орбитально-устойчивый предельный цикл, в правой окрестности — глобально асимптотически орбитальноустойчивый предельный цикл. На интервале бифуркации *I_{syn}* ∈ (0.92; 1.147) устойчивый фокус находится внутри предельного цикла.

Построим множество достижимости D_{∞} в окрестности устойчивого фокуса, используя линейную модель (2.16) для случая гальванического тока, где $\Delta y = (\Delta y_1, \Delta y_2)^T$, $\Delta y_2 = \Delta n = n - n_0$, $\Delta y_1 = \Delta v = v - v_0$, $v_1(t) = \gamma_1 P(t), A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$: $\Delta \dot{y} = A(v_0)\Delta y + bv_1(t),$ где $v_0 = I_{syn} + \frac{1}{2}\gamma_1\delta$ $v_1(\cdot) \in V = \{v_1(\cdot) \in KC | | v_1(t) | \le \delta_1\}$ и $\delta_1 = \frac{1}{2}\gamma_1\delta$. (2.19)

От исходной формы (2.19) перейдем к форме Фробениуса (канонической форме для линейных управляемых систем с одним управлением) [21]. Этот переход необходим для того, чтобы использовать

результат по построению точной границы множества достижимости, полученный в предыдущем разделе. Если $\Delta y = Cx$, где C = VT, V - матрица управляемости системы (2.19) - $V = (b; Ab), T = \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, то каноническая форма будет иметь вид:

$$\ddot{x}_1 + a_1 \dot{x}_1 + a_2 x_2 = v_1(t) \tag{2.20}$$

При замене времени на безразмерное получим форму (2.11), и тогда можно получить аналитически точную границу множества достижимости D_{∞} (2.12.2).

На рисунках 2.5-2.11 представлены все три предельных цикла при разных значениях постоянного постсинаптического тока I_{syn} из интервала бифуркации и интенсивности δ гальванической стимуляции. Там, где разность множества $D_{\infty} \setminus A$ не пуста, полурасстояние Хаусдорфа положительно и возможен переход.



Рис.2.5. $I_{syn} = 0.94$; $\delta = 0.1$; $v_0 = -39.328$, $n_0 = 0.246$.



Рис. 2.6. $I_{syn} = 0.96$; $\delta = 0.1$; $v_0 = -39.354$, $n_0 = 0.299$.



Рис. 2.7. $I_{syn} = 0.97; \delta = 0.1; v_0 = -39.217, n_0 = 0.301.$



Рис. 2.8. $I_{syn} = 0.98; \delta = 0.1; v_0 = -39.182, n_0 = 0.302.$



Рис. 2.9. $I_{syn} = 0.99; \delta = 0.1; v_0 = -39.147, n_0 = 0.304.$



Рис. 2.10. $I_{syn} = 1.00; \delta = 0.1; v_0 = -39, n_0 = 0.305.$



Рис. 2.11. $I_{syn} = 1.01; \delta = 0.1; v_0 = -39.080, n_0 = 0.307.$

На рис. 2.5-2.11 синим цветом указан устойчивый предельный цикл; оранжевым цветом указана граница области притяжения точечного аттрактора; зеленым цветом указана граница области достижимости линеаризованной системы.

При приближении I_{syn} к точке бифуркации можно заметить уменьшение области притяжения точечного аттрактора, что соответствует теореме Андронова-Леонтович.

Алгоритм гальванической коррекции активности первичного нейрона в соответствии с решением этой задачи о переходе — это кусочно-постоянный гальванический ток.

Выше представлено возможное решение задачи гальванической коррекции активности первичного афферентного нейрона. В начальный момент система (2.18) находится в области притяжения А в процессе механического стимула. Ввиду его отсутствия ожидания на входе вестибулярного механорецептора гальваническая стимуляция (при $t \in [t_0, t_1]$) выходного блока, каковыми являются первичные афферентные нейроны, позволяет реализовать активность этих нейронов в виде пачки спайков (Рис. 2.12). Реализация данной активности соответствует в технике коррекции инерциальной навигационной системы по выходу при наличии дополнительной информации. Таким образом, сделан первый шаг В обосновании автоматической коррекции вестибулярного аппарата.



Рис. 2.12. Решение задачи о переходе во времени.

В рамках модифицированной модели Ходжкина—Хаксли показано, что возможна коррекция активности афферентных первичных нейронов вестибулярного аппарата. На практике это может соответствовать двум вариантам:

1. Коррекция активности АПН для возможной гальванической имитации механического воздействия на биосенсоры вестибулярного аппарата пилота при тренировках на динамическом стенде, когда алгоритм динамической имитации не может реализовать механическое воздействие в силу ограниченности геометрических ресурсов [6].

2. Коррекция активности АПН с целью уменьшения запаздывания в установке взора космонавта при визуальном управлении космическим объектом на орбите в условиях микрогравитации [13], когда наличие вестибулярного конфликта приводит к нарушениям функционирования вестибулярного аппарата.

При этом коррекция в первом варианте является программной, зависящей от алгоритма динамической имитации управляемого полета, а коррекция во втором варианте зависит от сигнала с микроакселерометра (или

микровиброгироскопа), установленного на шлеме космонавта. Таким образом, имеем два варианта коррекции — программный и формируемый по показаниям технического сенсора.

Следует отметить, что второй вариант также имеет место и на Земле, когда у людей пожилого возраста при нарушениях функционирования вестибулярного аппарата происходит потеря вертикальной позы.

Если система (1.8)—(1.9) при $I_{syn} \equiv const \in [0.92; 1.147]$ находится в области притяжения устойчивого фокуса, то можно говорить о режиме ожидания механического воздействия. Наличие такого режима функционирования составляет принципиальное отличие вестибулярного механорецептора, являющегося инерциальным механорецептором, от технических инерциальных сенсоров.

ГЛАВА 3.*

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕХОДЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ

^{*} Отдельные положения данной главы изложены на основании публикации [23].

3.1. ПРОГРАММНАЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ ВЕСТИБУЛЯРНОГО АППАРАТА ДЛЯ ИМИТАЦИИ ВЕСТИБУЛО-ОКУЛЯРНОГО РЕФЛЕКСА

Перейдем к пракитческому приложению полученных выше математических результатов.

В настоящее время по результатам, полученным норвежскими учеными М.-Б. И Е.И. Мозерами (May-Britt Moser и Edvard I. Moser, Нобелевская премия по физиологии и медицине 2014 г.), могут быть определены четкие контуры и структура бионавигационной системы человека. Начиная с семидесятых годов прошлого века в теории и практике навигационных систем получили широкое распространение корректируемые системы инерциальной навигации, когда происходит коррекция выходных сигналов основной системы при наличии дополнительной информации. Возникает вопрос, возможна ли коррекция выходных сигналов для инерциальных механорецепторов вестибулярного аппарата, являющегося основной частью бионавигационной системы.

Такую возможность предоставляет гальваническая программная имитация вестибуло-окулярного рефлекса (ВОР) на стенде-тренажере.

Стивен Мур (Steven Moore) и его сотрудники из Национального университета космических биомедицинских исследований США (NSBRI) сделали и применили прибор для гальванической вестибулярной стимуляции (Galvanic Vestibular Stimulation – GVS) для имитации пространственной дезориентации космонавта [22]. Эта стимуляция осуществлялась на динамическом стенде опорного типа при тренировках космонавтов-пилотов для улучшения качества визуального управления посадкой после длительного пребывания на орбите Земли. В данной работе рассматривается применение GVS-технологии для коррекции вестибулярной активности пилота на стендетренажере с целью имитации BOP.

Рассмотрим быстрый пассивный поворот головы в горизонтальной

плоскости, при котором в случае поворота головы влево глазные яблоки смещаются вправо, в результате чего происходит стабилизация взора на соответствующий предмет. Таким образом, вестибулоимеет место окулярный рефлекс, в обеспечении которого участвуют вестибулярный каналы), аппарат (латеральные полукружные вестибулярные ядра центральной нервной системы и связанные с ними ядра глазодвигательного нерва.

Рассмотрим возможность имитации вестибуло-окулярного рефлекса на тренажерах с ограниченной подвижностью. Большинство динамических стендов для авиационных тренажеров построено на основе кинематических схем платформы Стюарта. Все они имеют жесткие геометрические ограничения на перемещения. Например, для стенда опорного типа с шестью степенями свободы при свободном ходе гидроцилиндров 1 м поворот в горизонтальной плоскости возможен лишь на 15-20°. Другие схемы вообще не имеют этой возможности. Таким образом, во всех этих случаях имитация вестибуло-окулярного рефлекса либо невозможна, либо неэффективна. При наличии визуальной имитации персонально управляемого полета отсутствие соответствующей реакции вестибулярного аппарата приводит к потере качества динамической имитации пилотирования.

Предположим, что сначала было прямолинейное движение персонально управляемого объекта, а затем начался поворот налево в горизонтальной плоскости. При этом пилот должен сохранить направление взгляда, т.е. рассматривается пассивный поворот и вестибуло-окулярный рефлекс, ему соответствующий. Движение головы вызывает раздражение рецепторов вестибулярного аппарата, сенсорный сигнал поступает в вестибулярное ядро, а оттуда в ядра и глазодвигательные моторные нервы. Согласованные движения глазных мышц приводит к сохранению фиксации взора на объекте. Для того чтобы осуществить имитацию реакции латеральных полукружных каналов в соответствии с реальной реакцией (рис. 1.4), необходимо увеличить частоту следования импульсов (спайков) потенциалов действия первичных

афферентных нейронов левого канала (рис. 3.1) и по возможности уменьшить частоту импульсации потенциалов действия первичных афферентных нейронов правого канала (см. главу 1).



Рис. 3.1. Функциональная схема реакции латеральных полукружных каналов на поворот головы при быстром пассивном повороте против часовой стрелки.

Для функции понимания возможности имитации латеральных полукружных каналов воспользуемся решением задачи о переходе. Рис. 3.1. является иллюстрацией реакции горизонтальных полукружных каналов при быстром пассивном повороте головы налево (против часовой стрелки), таком, что угловое ускорение превышает порог чувствительности). При пассивном повороте против часовой стрелки происходит активация левого канала. В результате происходит поворот глазных яблок направо, в итоге чего происходит стабилизация взора на предмет. Таким образом, при повороте головы налево глазные яблоки поворачиваются направо. Результаты современных экспериментов дают следующее понимание этого процесса: при пассивном повороте головы влево движение эндолимфы происходит вправо относительно стенок полукружных каналов (по часовой стрелке) в силу закона инерции. В левом полукружном канале такое движение эндолимфы приводит активации афферентного первичного нейрона, K так как стереоцилии отклоняются в сторону киноцилии, из-за чего в волосковых

клетках открываются ионно-натриевые каналы. В правом же полукружном канале стереоцилии при этом отклоняются от киноцилии, из-за чего активации АПН не происходит.

Математически возможность гальванической имитации следует из возможности перехода из области притяжения устойчивого фокуса в область притяжения предельного цикла.

Из Утверждения (см. раздел 2.3) о возможности перехода следует, что найдется такой гальванический ток, при котором система может осуществить переход из состояния режима ожидания в рабочее состояние.

Такой вариант применения гальванических токов назовём гальванической коррекцией. Гальванические токи используются для разных целей в разных областях. В наших целях корректирующие токи реализуют имитацию вестибуло-окулярного рефлекса. Поэтому они относятся к такому виду гальванической коррекции как гальваническая имитация механического воздействия (рис. 1.13).

Для формирования сигналов гальванической стимуляции с помощью двух электродов корректора рамках имитационного варианта В коррекции (рис. 3.4) выберем гальванической алгоритма структуру коррекции. Допустим, что перед поворотом было прямолинейное движение. Тогда реакция латеральных полуркужных каналов отсутствует и значение постоянного постсинаптического тока находится в левой окрестности точки бифуркации. Предположим, что оно находится в интервале бифуракции (рис. 2.1.) и начальные условия для системы (1.8)-(1.9) принадлежат области притяжения точечного аттрактора (рис. 2.3). Следовательно, для выбора формы входного сигнала гальванической стимуляции можно воспользоваться линейными уравнениями в отклонениях от устойчивого фокуса.

Рассмотрим постояннодействующий корректирующий программный сигнал – гальванический ток – как аддитивную коррекцию выходного сигнала с первичного нейрона. Поскольку линейная система в отклоенниях является колебательной системой, то возникает возможность формировать входной

сигнал с электродов корректора в виде кусочно-постоянной периодической функции с круговой частотой, близкой к собственной частоте линейной системы.

Как видно из рис. 3.1. при наличии механического воздействия (инерциальная сила $\dot{\omega}R > 0$), превышающего порог чувствительности полукружного канала, пучок стереоцилий левого канала отклоняется в сторону киноцилии, и поэтому в АПН происходит генерация спайков. Серия спайков после «вторичного нейрона» попадает в «последний нейрон» трёхнейронной цепочки – мотонейрон, и под этим командным воздействием происходит сокращение внутренней прямой мышцы левого глазного яблока и внешней прямой мышцы правого глазного яблока. Тогда происходит поворот глазных яблок в правую сторону – противоположную пассивному повороту головы. Таким образом происходит гальваническая имитация безусловного вестибуло-окулярного рефлекса.

Таким образом, для стенда-тренажера опорного типа на базе подвижной платформы Стюарта можно предложить композицию двух вариантов имитации, когда необходимо использовать ресурсы углового движения одновременно: а) для динамической имитации ориентации вектора перегрузки, б) для динамической имитации ВОР. Для имитации ориентации вектора перегрузки перегрузки можно использовать угловое движение платформы Стюарта, а для имитации ВОР можно использовать GVS-технологии гальваничекой имитации.

Так как электроды при гальванической стимуляции находятся на поверхности лобной части и мастоидной кости, то окончательный выбор интенсивности гальванической стимуляции определяется экспериментально.

На рисунках 3.2 и 3.3 показаны две ситуации, когда для решения задачи перехода необходимо увеличение амплитуды постоянной гальванической стимуляции, что надо делать на практике.



Рис. 3.2. Возможность перехода системы в область притяжения периодического аттрактора и гальванической имитации вестибуло-окулярного рефлекса при гальванической стимуляции интенсивность ю $\delta_1 = 0.1$.



Рис. 3.3. Возможность перехода системы в область притяжения периодического аттрактора и гальванической имитации вестибуло-окулярного рефлекса при гальванической стимуляции интенсивностью $\delta_1 = 0.2$.

Итак, можно утверждать, что гальваническая коррекция выходных сигналов с афферентных нейронов вестибулярного аппарата с целью имитации вестибуло-окулярного рефлекса при тренировках пилотов на тренажерах с ограниченной подвижностью возможна. Надо отметить, что для экспериментального продвижения полученного результата приходится увеличивать амплитуду входного сигнала гальванической стимуляции в допустимых пределах, так как электроды корректора расположены на кожной поверхности мастоидной части затылочной кости.

3.2. О ВОЗМОЖНОСТИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ

Рассмотрим теперь возможность другого применения гальванической автоматической коррекции на практике (рис. 3.4) – гальваническая нейтрализация механического воздействия.



Рис. 3.4. Варианты применения гальванической коррекции на практике.

Наиболее эффективно эту возможность удается реализовать при рассмотрении гальванической коррекции нейронной стабилизации установки взора при пассивных поворотах во фронтальной плоскости.

Рассмотрим пассивный поворот направо во фронтальной плоскости (рис.1.6). Это происходит, например, при визуальном контроле реализации правого крена ЛА в полете.

3.2.А. ЭКСПЕРИМЕНТ НА ДИНАМИЧЕСКОМ СТЕНДЕ В ЛАБОРАТОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИМИТАЦИОННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ (МГУ)

В лаборатории математического обеспечения имитационных динамических систем (МОИДС, МГУ) нами совместно с Хорхе Домингуез (лаборатория нейрофизиологии (Мексика)) был проведен эксперимент вестибулярной гальванической имитации, позволяющий подтвердить верность полученных выше теоретических результатов. Для проведения эксперимента был использован стимулятор ОПОРА (рис. 3.6.б) для вестибулярного аппарата. Пилот располагался на платформе опорного типа с тремя степенями свободы (рис. 3.6.а), и голова была закрыта светонепроницаемым материалом. Анод располагался на лобовой части головы, а катод – на заушной области сначала левого, потом правого уха (рис. 3.6.в).



Рис. 3.6.а. Условия проведения эксперимента гальванической коррекции на динамическом стенде опорного типа. Положение пилота на тренажере опорного типа с тремя степенями свободы.



Рис. 3.6.б. Стимулятор ОПОРА.





Рис. 3.6.в. Расположение электродов. В середине – расположение анода (красным) и катода (синим) в двух вариантах (на заушной области правого и левого уха).

В первой части эксперимента был экспериментально установлен момент начала поворота головы, который является начальным моментом для гальванической стимуляции (рис. 3.7). Во второй части эксперимента был реализован тестовый режим возмущений на участнике эксперимента в виде программного движения платформы Стюарта. При этом визуальное восприятие испытуемого было лишено точек фиксации при помощи создания условий темноты. Вторая часть эксперимента позволила установить степень отклонения взора от горизонтальной оси относительно системы координат глаз-голова при возмущениях в отсутствии гальванической стимуляции (рис. 3.8). Как видно из рис. 3.8 отклонение составляло до 12 градусов. В третьей части эксперимента была реализована гальваническая стимуляция силой в 2 μА при тех же возмущениях и условий для испытуемого пилота. При этом катод был расположен на заушной области левого уха. Рис. 3.9 показывает, гальванической стимуляции что при отклонение взора значительно уменьшается. В четвертой части эксперимента катод был расположен на заушной области правого уха. В результате было также получено улучшение отклонение взора (рис. 3.10).



Рис. 3.7. Начало эксперимента гальванической коррекции: а) движение платформы (верхний график); б) амплитуда гальванического тока в 2 µA и длительностью в 8 секунд.



• Control test for pilot 1. No GVS was applied in this first experiment.

Рис. 3.8. Вторая часть эксперимента гальванической коррекции. Отклонение взора при пассивном повороте головы без гальванической стимуляции.



• Test with cathode in left mastoid (pilot 1). GVS started with right turn around t \approx 6s. Duration of the stimulation was 8 seconds.

Comment of the pilot: he fell head motion but he couldn't recognize the direction.

Рис. 3.9. Третья часть эксперимента гальванической коррекции. Отклонение взора при пассивном повороте головы с гальванической стимуляции при расположении катода на заушной области левого уха.



• Test with cathode in right mastoid (pilot 1). GVS started with right turn around t \approx 9s. Duration of the stimulation was 8 seconds.

3.10. Четвертая часть эксперимента гальванической коррекции. Отклонение взора при пассивном повороте головы с гальванической стимуляции при расположении катода на заушной области правого уха.

Биомеханическую интерпретацию полученных экспериментальных результатов можно пояснить на нашей схеме (рис. 3.5):



Рис. 3.5. Схема влияния активности вертикальных каналов на прямые глазные мышцы. 1) Слева – «прямой переход» - гальваническая имитация механического воздействия, баланс двух моментов сил вертикальных прямых мышц правого глазного яблока. 2) Справа – «обратный переход» - нейтрализация механического воздействия.

На схеме (рис. 1.6) видно, что анатомически парными друг у другу являются следующие каналы: левый постериорный с левым антериорным, и правый постериорный с правым постериорным. Однако функционально парными друг к другу являются левый постериорный с правым антериорным, а также правый постериорный с левым антериорным.

Теперь посмотрим на левый блок («прямой переход) схемы (рис. 3.5).

При наличии катода на левой мастоидной кости и стимуляции вертикального заднего ПКК биомеханическую интерпретацию полученного результата можно пояснить на нашей схеме:

а) вектор углового ускорения начала поворота во фронтальной плоскости (рис. 3.5) дает проекцию на правый передний канал, что в соответствии со вторым законом Эвальда приводит к его активации, и следовательно, к повороту правого глазного яблока вверх при сокращении верхней прямой глазной мышцы;

б) левый задний ПКК, составляющий функциональную пару с правым передним ПКК не испытывает механическое воздействие и поэтому этот ПКК находится в режиме ожидания, что дает возможность реализовать гальваническую коррекцию активности этого ПКК; в) наличие процесса активации левого заднего ПКК приводит к сокращению нижней прямой мышцы и созданию равновесия между верхней и нижней глазными мышцами правого глазного яблока.

Следовательно, решение задачи о прямом переходе (из области притяжения точечного аттрактор а в область притяжения периодического аттрактора) позволяет стабилизировать установку взора.

Теперь посмотрим на правый блок (обратный переход) схемы (рис. 3.5).

При наличии катода на правой мастоидной кости и стимуляции правого вертикального ПКК получаем другую биомеханическую интерпретацию:

г) вектор углового ускорения в начале поворота дает проекцию на правый задний ПКК, что в соответствии со вторым законом Эвальда приводит к активации этого ПКК, связанного с нижней прямой мышцей левого глаза, движение которого не регистрируется используемым видеоокулографом (рис. 3.5);

д) вторая проекция вектора $\dot{\omega}_x$ на правый вертикальный передний ПКК приводит к возникновению пачки спайков, а одновременная гальваническая стимуляция АПН этого ПКК приводит к «обратному переходу» и нейтрализации механического воздействия;

e) таким образом, по результатам эксперимента можно утверждать о возможности обратного перехода из области притяжения периодического аттрактора в область притяжения точечного аттрактора, то есть о нейтрализации механического воздействия верхней прямой мышцы на правое глазное яблоко.

Следовательно, имеет место второй вариант стабилизации установки правого глазного яблока (рис. 3.5 и рис. 3.10).

То есть, стабилизация установки взора возможна в форме двух вариантов гальванической коррекции.

3.2.Б. ЭКСПЕРИМЕНТ НА ПЛАТФОРМЕ СТЮАРТА В НАЦИОНАЛЬНОМ ИНСТИТУТЕ АСТРОФИЗИКИ, ОПТИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ (МЕКСИКА)

Применим полученный результат для анализа возможности гальванической стабилизации установки взора в полете при визуальном контроле качества координированного виража.

Для исследования этой возможности опишем эксперимент «Гальваническая коррекция качества установки взора в экстремальных условиях визуального контроля» с использованием подвижной платформы Стюарта с шестью степенями свободы, установленной в Национальном институте Астрофизики, Оптики и Электроники (Мексика) (рис.3.11). Мной был разработан план эксперимента «Гальваническая коррекция установки взора при координированном вираже» и реализован аспирантом Хорхе Г. Домингез (консультант – доктор медицинский наук Э. Сото).



Рис. 3.11. Подвижная платформа Стюарта (ПС) с шестью степенями свободы.

Движение ПС задается алгоритмами динамической имитации полета самолета. Траектория полета состоит из маневра, часто используемого пилотами и называемого координированным виражом.

Траектория координированного виража имеет следующее описание: тяжелый летательный аппарат (ТЛА) начинает свой полет на заданной высоте, около 5000 м, с воздушной скоростью 136 м/с. Далее осуществляется первый поворот направо с программным углом крена 26 градусов. Полный координированный вираж содержит 3 части: первый поворот направо на 90 градусов по курсу с наклоном в 26 градусов вокруг продольной оси ЛА, затем полет на постоянной высоте с постоянной скоростью продолжительностью в 60 секунд, в завершение повторение первого поворота (рис. 3.12).



Рис. 3.12. Координированный вираж летательного аппарата. Угол крена.

В трех экспериментах участвовали три пилота, производя в автопилотном режиме координированный вираж. Рассмотрим один из этих экспериментов. Результаты остальных двух экспериментов качественно совпадают с представленным результатом.

Изложим план эксперимента. Пилот выполняет два координированных поворота виража в автоматическом режиме с визуальным контролем, то есть пилот не выполняет никакой задачи во время проведения эксперимента, кроме установки смотреть на экран динамического имитатора. При этом голова пилота остается неподвижной относительно кабины платформы. В дополнение к исполнению поставленных задач к пилоту применяется GVS в момент начала поворота. Во время эксперимента GVS применялась только в начале двух поворотов на протяжении 8 (восьми) секунд.

Сделаем замечание к эксперименту. Реализация координированного виража во время эксперимента немного отличалась от определения

координированного виража ($\beta \equiv 0, v \equiv const, h \equiv const$): 4478 м $\leq h \leq$ 4481 м, $-0.047^{\circ} \leq \beta \leq 0.087^{\circ}$, 131.6 м/сек $\leq v \leq 137$ м/сек . Поэтому следует говорить о почти координированном вираже.

Как видно на рис. 3.13, компонента углового ускорения $\dot{\omega_y}$ поворота ТЛА в горизонтальной плоскости вокруг оси *Y* мала и находится ниже порога чувствительности вестибулярного аппарата пилота, тогда как угловое ускорение $\dot{\omega_x}$ вокруг продольной оси *x* ТЛА находится выше порога чувствительности. В связи с этим рассматривается реакция только вертикальных каналов при правом координированном вираже.



Рис. 3.13. Сравнение угловых ускорений поворотов.

Повороты головы и правого глаза пилота измерялись при помощи видеоокулографа ICS Impulse. Система измерений движения правого глазного яблока была помещена внутрь этого прибора и представлена видеоокулярной камерой (VOC ICS Impulse).

Опишем результаты эксперимента [23]. Рис. 3.14 содержит данные, полученные вестибуло-окулярной камерой VOC ICS Impulse. Крен ПС на 10° во фронтальной плоскости *YZ* (ввиду ограниченности геометрических ресурсов ПС) обозначен сплошной линией, а штриховая линия указывает на повороты правого глазного яблока вверх-вниз по относительной вертикальной оси VOC ICS Impulse.

При этом слева на рисунке 3.14 штриховой линией показаны данные видеоокулографа без гальванической коррекции, а справа – с гальванической коррекцией. Анод устанавливался в центре лобной поверхности, а катод – на поверхности правой мастоидной кости (рис. 3.6). График слева на рис. 3.14 показывает, что без гальваинческой коррекции имеет место ошибка установки взора до 6 градусов по относительной вертикали VOC ICD Impulse. График справа на рис. 3.14 демонстрирует, что благодаря гальванической коррекции в 2 мА, реализованной в начале поворота в течение 8 (восьми) секунд, имеет место улучшение установки взора в 3 раза. Надо отметить, что разница в имитации угла крена (с 26° на рис. 3.13 до 11° на рис. 3.14) связана с ограниченностью геометрических ресурсов ДЛЯ имитации крена на использованном стенде.



Рис. 3.14. Результаты эксперимента «Гальваническая коррекция качества установки взора в экстремальных условиях визуального контроля».

Следует добавить, что возможен другой вариант реализации GVSтехнологии для получения аналогичного результата при наличии катода слева, что показано в эксперименте, проведенном в лаборатории МОИДС МГУ (рис.3.9, 3.10).

Мы благодарим INAOE за доступ к динамическому стенду и работу персонала института, их поддержку в ходе эксперимента, а также студентов лаборатории нейрофизиологии BUAP, экспертов в области использования материалов и физиологических инструментов для применения GVS.

3.3. О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МИКРОАКСЕЛЕРОМЕТРОВ ДЛЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ВЕСТИБУЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ С ЦЕЛЬЮ УМЕНЬШЕНИЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ВЗОРА КОСМОНАВТА НА ОРБИТЕ

В 2002 году работа научного коллектива (Садовничий В.А., Александров В.В., Воронин Л.И., Григорьев А.М., Козловская И.Б., Корнилова Л.Н., Лемак С.С., Климук П.К.) по информационному обеспечению динамического стенда-тренажера для тренировок и отбора космонавтов была удостоена Государственной премии РФ.

Одно из важных мест в этой работе занимает анализ вестибулярного конфликта (более точно – канало-отолитового конфликта) возникающего в течение всего орбитального полета. Наличие этого конфликта в условиях невесомости приводит к снижению точностных и скоростных возможностей всех форм зрительного слежения. Нарушение точности саккадического и плавного слежений (особенно в вертикальной плоскости) приводит к существенному (в 3 и более раз, рис. 3.15) возрастанию времени, необходимого для нахождения и распознавания цели и установки взора. Здесь следует процитировать одного из авторов открытия вестибуло-сенсорного конфликта на орбите Л.Н. Корниловой: «Всё это приводит к резкому замедлению реакции слежения. Тут можно вспомнить случай аварии на станции «МИР», когда неудачная стыковка привела к потере модуля. Наш институт (ИМБП) тогда встал на защиту экипажа, доказав, что виной случившегося может быть как раз запаздывание взора» [24]. Эти нарушения в невесомости, приводящие к визуальной дезориентации в пространстве привели к необходимости тренировок членов экипажа перед полетом на МКС в условиях имитации вестибуло-сенсорного конфликта:

а) на динамическом стенде-тренажере ЦПК на базе центрифуги с кабиной в управляемом кардановом подвесе (СССР, РФ, 1988-2019);

б) гальванической имитации на стенде опорного типа (NASA 2011) [22].
Главные обеспечивающие сенсорные системы, ориентацию В пространстве, это вестибулярные механорецепторы: отолитовые органы и полукружные каналы. В орбитальном полете в условиях микрогравитации (10^-4 / 10^-5 g) имеет место канало-отолитовый конфликт в силу отсутствия нормальных сигналов с отолитовых органов в связи с условием невесомости. При этом сигналы с полукружных каналов сохраняются. В соответствии с гипотезой И.Б. Козловской И Л.Н. Корниловой ЭТО приводит Κ функциональной блокировке выходных сигналов с вестибулярного аппарата со стороны мозжечка – контролирующего органа ЦНС (рис. 3.16). Отсутствие этих сигналов приводит к ситуации, когда точность стабилизации взора зависит только от рассогласования по угловому положению при отсутствии информации по рассогласованию по угловым скорости и ускорению. Поэтому возникает запаздывание в установке взора и его стабилизации. Этот феномен получил название «Космическая болезнь движения» (КБД) или «Космический адаптационный синдром» (КАС).

КБД (КАС) в ряде случаев достигает клинического уровня и сопровождается ухудшениями профессиональной работоспособности космонавта [25].

В экспериментах Л.Н. Корниловой «...на более поздних этапах полета (начиная с 30 суток) периодически вновь наблюдались дестабилизация глаз, связанная с увеличением медленного дрейфа, появлением большого числа саккад, а также возникновением спонтанного нистагма, преимущественно на вертикальном отведении электроокулографии».

Таким образом, можно утверждать, что возникает необходимость коррекции выходных сигналов с вестибулярного аппарата в подобных экстремальных ситуациях, связанных с визуальным управлением движения объекта в окрестности орбитальной станции.

109



Рис. 3.15. Эксперименты на борту станции «МИР». Запаздывание при установке взора (И.Б. Козловская, Л.Н. Корнилова. ИМБП. 1997 г.).



Рис. 3.16. Схема гальванической коррекции стабилизации взора с минимальным запаздыванием.

В моей магистерской диссертации (2011 г.) был предложен и теоретически обоснован вариант гальванической коррекции по показаниям микроакселерометров, установленных на лбу космонавта (рис. 3.17) В 2017 году в рамках образовательной программы космонавта С.Н.Рязанского был реализован мой план эксперимента с коррекцией Е.С. Томиловской (ИМБП) по оценке возможности использования микроакселерометров для получения сигнала о начале поворота головы космонавта. Зафиксировав начало

поворота, можно применить гальваническую коррекцию нейронов вестибулярного аппарата с целью уменьшения запаздывания установки взора [26].

Приведем описание эксперимента. В эксперименте регистрировались данные с трехосного акселерометра и трехосного датчика угловых скоростей (МЭМС –LCM6DS3) (рис. 3.17, 3.18). В процессе эксперимента блок инерциальных датчиков – носимый регистратор ускорений (НРУ) – был закреплен на лбу космонавта (рис. 3.17). Были проведены записи поворотов головы в разных условиях.

Был реализован алгоритм детектирования поворотов головы космонавта по информации, получаемой с инерциальных датчиков в режиме реального времени. Было проведено сравнение результатов обработки измерений акселеромтеров и измерений ДУС.



Рис. 3.17 Расположение датчика.

Рис. 3.18 Модель датчика LCM6DS3

В эксперименте С.Н. Рязанского носимый регистратор ускорений был закреплен в точке, которая на рис. 3.17 обозначена через О. Согласно расположениям осей чувствительности, горизонтальная плоскость определяется осями X и Y, фронтальная плоскость (разделяет переднюю и заднюю стороны тела) определяется осями Y и Z, саггитальная плоскость (разделяет левую и правую стороны тела) определяются осями X и Z.

В эксперименте сначала производилось три последовательных поворота

головы в горизонтальной плоскости, затем три последовательных поворота головы во фронтальной плоскости, и в заключение три последовательных поворота головы в саггитальной плоскости.

Каждый последовательный поворот разделялся на три элементарных движения. Для примера приведем повороты в горизонтальной плоскости:

- 1. Поворот головы от направления взгляда «прямо» до максимально возможного отклонения вправо;
- 2. Поворот до максимально возможного отклонения влево;
- 3. Поворот до направления взгляда «прямо».

Приведем результаты эксперимента.

Датчик, закрепляемый на голову, записывает данные с частотой 1666 Гц. Он начинает записывать данные сразу после включения. Каждый записанный пакет данных имеет свой порядковый номер. Нумерация отсчитывается от единицы. За секунду в файл записывается 1666 пакетов данных.

Считается, что поворот имеет место, если среднеквадратичное отклонение сигнала по оси акселерометра, посчитанное за М последних тактов, превышает заданное заранее значение **ε**.

Выбираемый алгоритм должен выдавать выходной дискретный сигнал: 0 – если поворота нет, 1 – если имеет место поворот в горизонтальной плоскости, 2 – если имеет место поворот в саггитальной плоскости, 3 – если имеет место поворот во фронтальной плоскости (рис. 3.19).

112



Рис. 3.19. Результаты эксперимента «поворот головы в саггитальной плоскости». Проекции линейных ускорений на оси чувствительности микроакселерометров при исполнении серии поворотов: 0 – без поворота, 1 – в горизонтальной плоскости, 2 – в саггитальной плоскости, 3 – во фронтальной.

На графиках нарисован выходной сигнал (рис. 3.19). Видно, что в моменты совершения поворотов (где видны явные колебания), сигнал равен единице, а в моменты, где космонавт старается удерживать голову неподвижно, сигнал равен нулю.

Обработка данных, полученных с выбранного набора датчиков, продемонстрировала, что измерения акселерометров позволяют детектировать вращение головы раньше, чем измерения ДУС (см. табл. 5).

Метод определения	Метод фильтрации	Размер окна	Суммарная	Результат
	измерений	фильтрации	задержка	
Угловая скорость	Прямоугольное окно	5 измерений	15+2,5 изм.	31975 – первый поворот
(измерения ДУС)	(среднее значение)	(0,003 сек.)	=	38563 – второй поворот
			= 0,01 сек.	46079 – третий поворот
Численная производная	Прямоугольное окно	80 измерений	2+15+40	32254 – первый поворот
угловой скорости	(среднее значение)	(0,048 сек.)	изм. =	38589 – первый поворот
(4-й порядок точности)			= 0,034 сек.	46111 – третий поворот
Численная производная	Прямоугольное окно	60 измерений	3+15 + 30	32252 – первый поворот
угловой скорости	(среднее значение)	(0,036 сек.)	изм. =	38573 – первый поворот
(6-й порядок точности)			= 0,028 сек.	46096 – третий поворот
Численная производная	Прямоугольное окно	40 измерений	4+15 + 20	32098 – первый поворот
угловой скорости	(среднее значение)	(0,024 сек.)	изм. =	38559 – второй поворот
(8-й порядок точности)			= 0,023 сек.	46087 – третий поворот
Ускорения (измерения	Прямоугольное окно	8 измерений	4+15 =	31934 – первый поворот
акселерометров) -	(среднее значение)	(0,004 сек.)	= 0,012 сек.	38479 – второй поворот
первая серия поворотов				46076 – третий поворот

Табл 5. Сравнительный анализ скорости получения данных о вращении головы.

Можно утверждать, что начало поворота головы космонавта при визуальном управлении движущимся объектом в окрестности орбитальной станции можно фиксировать по показаниям микроакселерометров. Следовательно, гальванический корректор должен состоять из двух блоков: блока из трех микроакселерометров и блока гальванической коррекции.

Таким образом, в главе 3 показано с помощью эксперимента, что возможно на практике решение задач автоматической коррекции вестибулярной активности пилота в двух режимах: а) программной коррекции в случае пилотажно-динамического стенда [1]; б) коррекции по показаниям датчиков МЭМС, установленных на кресле пилота или на шлеме космонавта в реальном полете и сигнализирующих о начале экстремальной ситуации в полете.

ГЛАВА 4. ТЕСТИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА КОГНИТИВНОЙ КОРРЕКЦИИ ВИЗУАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО ДВИЖЕНИЯ НА СТЕНДАХ-ТРЕНАЖЕРАХ

Смысл понятия когнитивной коррекции следует из возможности коррекции параметров активности АПН центральной нервной системой (ЦНС) посредством эфферентных первичных нейронов (ЭПН). Коррекции можно достичь в том числе при помощи тренировок на стендах-тренажерах. Для достоверности и эффективности такого способа коррекции условия тренировки должны быть максимально приближены к реальным. В результате тренировок оператор должен показать улучшение качества управления движением, что и будет соответствовать успешной когнитивной коррекции.

Идея основана на понятии повторного гарантированного тестирования, которое подразумевает проверку возможности выработки условного рефлекса при помощи тренировок. При таком подходе оператор сам вырабатывает стратегию минимизации функционала качества при максимально возможных значениях возмущений.

4.1. АЛГОРИТМ ГАРАНТИРОВАННОГО МАКСИМИННОГО ТЕСТИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ВИЗУАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ.

В методике можно выделить три этапа: предварительный, основной и заключительный. На предварительном этапе тестирования необходимо решить антагонистическую дифференциальную игру между алгоритмом управления оператора и возмущенями, действующими на объект управления. Как показано в работе [33], в рамках данной методики объективно (гарантированно) оценить качество действия оператора можно в том случае, если в этой игровой задаче (первого этапа) существует седловая точка. Решая задачу на максимин, находим оценку снизу для функционала качества алгоритма управления и находим нужные тестовые возмущения. При наличии седловой точки эти возмущения представляют оптимальную стратегию тестирования. На первом этапе фомируя модель дифференциальной игры, необходимо составить систему, моделирующую процесс управления, возмущения и границы их изменений, а также выбрать определить функционал точности (качества) управления.

На основном этапе тестирования используем полученные наихудшие возмущения для моделирования процесса тестирования в программе или на динамической стенде. На этом этапе можно вычислисть реальные показатели качества управления оператора. Именно на втором этапе вырабатывается условный рефлекс стабилизации взора на объекте слежения, то есть происходит собственно когнитивная коррекция. Появляется возможность провести повторное тестирование и оценить когнитивную коррекцию.

На третьем этапе производится сравнение тестируемого показателя качества с полученным теоретически на первом этапе в результате решения дифференциальной игры.

Рассмотрим математическую постановку задачи максиминоого

тестирования качества стабилзиации управляемой системы.

Повторим, что первый этап максиминного тестирования состоит в решении дифференциальной игры между управлениями и возмущениями, действующими на управляемую систему.

Рассмотрим процесс стабилизации в виде стационарной линейной системы со скалярным управлением

$$\dot{x} = Ax + bu \,. \tag{4.1}$$

Будем считать, что начальные возмущения в (4.1) принадлежат единичному шару ($|x(0)| \le 1$).

Для системы (4.1) выполнено условие управляемости:

$$\det(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) \neq 0.$$

Таким образом [33], существует не пустое множество Q_0 параметров $k^{\rm T} = (k_1, ..., k_n)$, реализующих асимптотическую устойчивость системы (4.1) при наличии полной и точной информации об отклонениях $(x_1, ..., x_n)$ в виде линейного алгоритма стабилизации $u = k_1 x_1 + ... + k_n x_n = k^{\rm T} x$. При этом матрица замкнутой системы $A_c = A + bk^{\rm T}$ является гурвицевой матрицей, т.е. $\operatorname{Re} \lambda_j < 0$, j = 1, ..., n, где λ_j --- корни характеристического уравнения $\det(\lambda I - A_c) = 0$.

Будем считать, что $k \in Q_0 \subset k \in R^n | \operatorname{Re} \lambda_j \leq -\alpha_0$, где $\alpha_0 > 0$, а множество Q_0 замкнуто ограничено и выпукло.

Качество стабилизации будем оценивать функционалом

$$J(k, x(0)) = \int_0^{t_1} (x^{\mathrm{T}} G x + s_0 u^2) dt + x^{\mathrm{T}}(t_1) S_1 x(t_1) =$$

= $\int_0^{t_1} x^{\mathrm{T}} S_2(k) x dt + x^{\mathrm{T}}(t_1) S_1 x(t_1),$ (4.2)

где $S_2(k) = G + s_0 k k^T$, $G = G^T > 0$, $S_1 = S_1^T > 0$, $s_0 > 0$.

Для оценки качества стабилизации при выбранных значениях $k = (k_1, ..., k_n)^T$ применим процедуру максиминного тестирования [33]. Решение

задачи

$$\min_{k \in \mathcal{Q}_0} J(k, x(0)) \to \max_{|x(0)| \le 1}.$$
(4.3)

составляет содержание предварительного этапа методики повторного тестирования.

После решения задачи (4.3) для найденных k_0 и $x_0(0)$ проводится основной этап тестирования – вторая часть процедуры тестирования – эксперимент, позволяющий при заданных наихудших начальных возмущениях $x_0(0)$ получить выходную информацию о качестве стабилизации с заданными, но неизвестными параметрами $k^* = (k_1^*, ..., k_n^*)^T$ и построить оценку снизу для функционала качества

$$J(k_0, x_0(0)) = \max_{|x(0)| \le 1} \min_{k \in Q_0} J(k, x(0)) \le J(k^*, x_0(0)).$$
(4.4)

где k^* - выбранный испытателем алгоритим стабилизации.

Перейдем к заключительному этапу тестирования.

Неравенство (4.4) дает возможность рассматривать критерий тестирования в десятибальной шкале

$$\chi = \left[\frac{J(k_0, x_0(0))}{J(k^*, x_0(0))}\right] \cdot 10.$$
(4.5)

Для того, чтобы критерий (4.5) давал объективную оценку, желательно, чтобы оценка в 10 баллов была достижима. Это возможно, если рассматривать максиминное тестирование в рамках антагонистической игры между линейным алгоритмом стабилизации и начальными возмущениями. Тогда имеет место неравенство [34]

$$J_{0}(k_{0}, x_{0}(0)) = \max_{|x(0)| \le 1} \min_{k \in Q_{0}} J(k, x(0)) \le$$

$$\leq \min_{k \in Q_{0}} \max_{|x(0)| \le 1} J(k, x(0)) = J(k^{0}, x^{0}(0)) = J^{0}.$$
(4.6)

Операция нахождения минимакса (J^0) соответствует решению на

практике задачи минимаксной стабилизации – нахождение оптимальных параметров стабилизации при наихудших начальных возмущениях. Наличие равенства в (4.6) говорит о существовании ситуации равновесия (седловой точки) в рассматриваемой игре. В этом случае критерий (4.5) дает наилучшую оценку в 10 баллов при совпадении вектора k^* с $k_0 = k^0$ и процедуру тестирования будем называть гарантированным тестированием, так как в этом случае не только производится оценка качества, но и утверждается, что качество можно улучшить, если изменить выбранные параметры k^* на $k_0 = k^0$.

Решим задачу тестирования на бесконечном интервале времени.

Рассмотрим случай, когда $t_1 = \infty$ и покажем, что в этом случае максиминное тестирование является гарантированным, т. е. существует ситуация равновесия (седловая точка) и нижняя цена игры J_0 совпадает с верхней ценой J^0 .

Сначала применим результат Калмана об оптимальной стабилизации [33]:

$$\min_{u(\cdot) \in PC} J(u, x(0)) = J(u_0(\cdot), x(0)) = x^{\mathrm{T}}(0) L_0 x(0),$$
(4.7)

где $u_0(\cdot) = -s_0^{-1} b^T L_0 x = k_0^T x$, а $L_0 = L_0^{|T|}$ - единственное решение алгебраического уравнения Риккати

$$A^{T}L + LA - s_{0}^{-1}Lbb^{T}L = -S_{2}$$
(4.8)

Пусть $k_0 \in Q_0$. Тогда

$$\min_{u(\cdot)\in PC} J(u, x(0)) = \min_{k\in Q_0} J(k, x(0))$$

Рассмотрим решение задачи на минимакс. Вернемся к исходной задаче (4.1)-(4.3) и рассмотрим матричное дифференциальное уравнение

$$\dot{Z} = A_c^{\mathrm{T}} Z + Z A_c, \qquad (4.9)$$

где $A_c = A + bk^{\mathrm{T}}$. Можно показать, что решение уравнения (4.9) при начальных условиях $Z(0) = S_2(k)$ имеет вид

$$Z(t) = e^{A_c^{\mathrm{T}}(k)t} S_2(k) e^{A_c(k)t}.$$

Так как матрица $A_c(k)$ при любом $k \in Q_0$ является гурвицевой матрицей, то можно проинтегрировать это решение и построить матрицу

$$H(k) = \int_0^\infty Z(t) dt = \int_0^\infty e^{A_c^{\rm T}(k)t} S_2(k) e^{A_c(k)t} dt.$$

Убедимся, что матрица *H*(*k*) является решением матричного уравнения Ляпунова

$$A_c^{\rm T}(k)H(k) + H(k)A_c(k) = -S_2(k).$$
(4.10)

Действительно, поскольку при любом малом $\varepsilon > 0$ и любом $k \in Q_0$ имеет место оценка

$$||e^{A_c(k)t}|| \leq C(\varepsilon)e^{(\varepsilon-\alpha_0)t}, \quad t \in [0,\infty),$$

то, выбрав $\varepsilon < \alpha_0$, получим равенство $\lim_{t\to\infty} Z(k,t) = 0$.

Проинтегрировав левую и правую части на отрезке $[0,\infty]$, получим соотношение (4.10). А.М. Ляпунов доказал, что при $S_2(k) > 0$ решение H(k) уравнения (4.10) единственно и является положительно определенной матрицей. Поэтому функционал (4.2) можно записать в виде квадратичной формы по начальным условиям

$$J(k, x(0)) = x^{\mathrm{T}}(0)H(k)x(0).$$

Тогда, в соответствии с (4.7), получим

$$\min_{k \in Q_0} x^{\mathrm{T}}(0) H(k) x(0) = x^{\mathrm{T}}(0) L_0 x(0).$$
(4.11)

Покажем теперь, что $H(k_0) = L_0$, то есть L_0 есть решение уравнения Ляпунова при $k = k_0 = -s_0^{-1}L_0b$. Подставив выражения для матриц $A_c(k_0)$ и $S_2(k_0)$ в уравнение Ляпунова (4.10) и, положив $H = L_0$, получим уравнение

$$(A^{\mathrm{T}}L_{0} + L_{0})A - s_{0}^{-1}L_{0}bb^{\mathrm{T}}L_{0} - s_{0}^{-1}L_{0}bb^{\mathrm{T}}L_{0} = -G - s_{0}^{-1}L_{0}bb^{\mathrm{T}}L_{0},$$

совпадающее с уравнением Риккати (4.8).

Так как матрица L_0 есть решение этого уравнения, то верно равенство $H(k_0) = L_0$. Таким образом, верно следующее утверждение.

При решении задачи на максимин матрица L_0 (решение алегбраического квадратичного уравнения Риккати) совпадает с матрицей $H(k_0)$ (решением алгебраического линейного уравнения Ляпунова для задачи на минимакс) при наличии седловой точки.

Таким образом, можно переписать (4.11) в виде

$$\min_{k \in Q_0} x^{\mathrm{T}}(0) H(k) x(0) = x^{\mathrm{T}}(0) H(k_0) x(0)$$

и получить следующее неравенство

$$\max_{|x(0)| \le 1} \min_{k \in Q_0} x^{\mathrm{T}}(0) H(k) x(0) = \max_{|x(0)| \le 1} x^{\mathrm{T}}(0) H(k_0) x(0) \ge$$

$$\ge \min_{k \in Q_0} \max_{|x(0)| \le 1} x^{\mathrm{T}}(0) H(k) x(0).$$
(4.12)

В теории игр [34] для любой антагонистической игры имеет место неравенство

$$\sup_{x \in X} \inf_{y \in Y} J(y, x) \le \inf_{y \in Y} \sup_{x \in X} J(y, x).$$
(4.13)

Для рассматриваемой ситуации неравенство (4.13) принимает вид

$$\max_{|x(0)| \le 1} \min_{k \in Q_0} J(k, x(0)) \le \min_{k \in Q_0} \max_{|x(0)| \le 1} J(k, x(0)),$$
(4.14)

где левая часть неравенства соответствует процедуре максиминного тестирования, определенной на замкнутых множествах начальных возмущений x(0) и параметров стабилизации k.

Правая часть соответствует решению задачи минимаксной стабилизации, то есть нахождению оптимальных значений параметров стабилизации *k* при наихудших начальных возмущениях.

Из неравенств (4.12) и (4.14) следует равенство

$$J_{0} = J(k_{0}, x_{0}(0)) = \max_{|x(0)| \le 1} \min_{k \in Q_{0}} J(k, x(0)) =$$

= $\min_{k \in Q_{0}} \max_{|x(0)| \le 1} J(k, x(0)) = J(k^{0}, x^{0}(0)) = J^{0}.$ (4.15)

Из равенства (4.15) следует, что в данном случае (*t*₁ = ∞) решение задачи максиминного тестирования совпадает с решением задачи минимаксной стабилизации.

Утверждение 2. Решение задачи максиминного тестирования k_0 уравнение Риккати - совпадает с решением задачи минимаксной стабилизации k^0 – решением алгебраического уравнения Ляпунова (матрицей $H(k^0)$). То есть существует седловая точка. При этом матрица $L_0 = L_0^T > 0$ совпадает с матрицей $H(k^0)$.

При дополнительном условии на S_2 этот результат верен и для случая $(t_1 < \infty)$ [37].

4.2. ПРИМЕР. ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СБЛИЖЕНИЯ УСТРОЙСТВА СПАСЕНИЯ КОСМОНАВТА (УСК) С ОРБИТАЛЬНОЙ СТАНЦИЕЙ.

Для иллюстарции когнитивного способа коррекции визуальной стабилизации программного движения на стенде-тренажере приведем пример простейшей модели сближения космотнавта с МКС. В рамках этого подхода требуется имитация экстремальных условий для оператора.

Пример основан на реальной возможности возникновения такой внештатной ситуации как потеря космонавтом физического контакта со станцией. Для возвращения к станции космонавт должен решить несколько задач: необходимо определить свое расположение в открытом космосе и расстояние относительно станции, произвести поворот в сторону ближайшего свободного люка, осуществить сближение со станцией.

В математической постановке будем рассматривать процесс сближения, начиная с третьего этапа, то есть с момента времени, когда космонавт уже развернулся в направлении к люку космической станции и начинает движение по кратчайшему пути к точке причаливания.

Простейшая математическая модель сближения УСК с орбитальной станцией [36] имеет вид:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \frac{dx_2}{dt} = u,$$
 (2.18)

где $x_1 = L/L^*$ --- безразмерное расстояние до точки причаливания, $x_2 = V/V^*$ --- безразмерная скорость сближения, $t = T/T^*$ --- безразмерное время движения, $u = F/F^*$ --- безразмерная тяга маршевых двигателей УСК.

Для характерных значений расстояния, скорости $L^* = 20_M$, $V^* = 0,2$ м/сек и массы УСК $M^* = 300$ кг, получим характерные значения времени $T^* = 100$ сек и тяги двигателей $F^* = 0.6$ H.

Будем считать, что визуальное управление устройством осуществляется по принципу обратной связи $u = k_1 x_1 + k_2 x_2$. Вектор

коэффициентов обратной связи $k = (k_1, k_2)^T$ принадлежит множеству $k \in Q_0$, обеспечивающему устойчивость замкнутой управляемой системы $Q_0 = \{k_2 \le -2\alpha_0, k_1 - k_2\alpha_0 \le \alpha_0^2\}$, где $\alpha_0 > 0$ - заданный запас устойчивости.

Рассмотрим сначала задачу на бесконечном отрезке времени. Функционал качества (4.2) запишем в виде

$$J(u, x(0)) = \int_0^\infty (x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt.$$
(4.19)

Следовательно,

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{12} & l_{22} \end{pmatrix},$$

Алгебраическое уравнения Риккати (4.8) приводит к системе уравнений

$$\begin{aligned} &-l_{12}^{2} + 1 &= 0, \\ &l_{11} - l_{12}l_{22} &= 0, \\ &-l_{22}^{2} + 2l_{12} + 1 &= 0. \end{aligned}$$
 (4.20)

Поскольку условия теоремы Калмана выполнены, система (4.20) имеет единственное положительно определенное решение

$$L_0 = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Следовательно решение внутренней задачи на минимум можно записать в виде $\min_{k \in Q_0} J(k, x(0)) = x(0)^T L_0 x(0)$, а оптимальные коэффициенты обратной связи равны $k_0 = (-1, -\sqrt{3})^T$.

Максимин достигается на максимуме квадратичной формы $x(0)^T L_0 x(0) = \sqrt{3}x_1^2 + 2x_1x_2 + \sqrt{3}x_2^2$ и равен наибольшему собственному значению $J_0 = \lambda_{\text{max}} = 1 + \sqrt{3}$ матрицы L_0 . Оптимальное решение представляет собой собственным вектор $x_0(0) = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})^T$ матрицы L_0 .

Рассмотрим теперь задачу минимаксной стабилизации.

Матрицы A_c , S_2 и H принимают вид

$$A_{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ k_{1} & k_{2} \end{pmatrix}, \quad S_{2} = \begin{pmatrix} 1+k_{1}^{2} & k_{1}k_{2} \\ k_{1}k+2 & 1+k_{2}^{2} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{12} & h_{22} \end{pmatrix}$$

Решение H_k уравнения Ляпунова (2.10) следующее

$$H_{k} = \begin{pmatrix} -\frac{k_{1}^{3} - k_{1}^{2} + k_{1} - k_{2}^{2}}{2k_{1}k_{2}} & -\frac{k_{1}^{2} + 1}{2k_{1}} \\ -\frac{k_{1}^{2} + 1}{2k_{1}} & -\frac{-k_{1}^{2} + k_{2}^{2}k_{1} + k_{1} - 1}{2k_{1}k_{2}} \end{pmatrix}.$$
 (2.21)

Вычислим минимакс $J^0(k^0, x^0(0)) = \min_{k \in Q_0} \max_{|x(0)| \le 1} J(k, x(0)).$

Решение внутренней задачи $\max_{|x(0)|\leq 1} J(k, x(0))$ совпадает с максимальным собственным числом матрицы H_k . Характеристическое уравнение матрицы H_k следующее:

$$\lambda^{2} + \lambda \left(\frac{k_{1}^{2}}{2k_{2}} - \frac{k_{1}}{k_{2}} + \frac{k_{2}}{2} + \frac{1}{k_{2}} - \frac{k_{2}}{2k_{1}} - \frac{1}{2k_{2}k_{1}} \right) - \frac{k_{1}^{3}}{4k_{2}^{2}} + \frac{k_{1}^{2}}{2k_{2}^{2}} - \frac{3k_{1}}{4k_{2}^{2}} - \frac{k_{1}}{4} + \frac{1}{2k_{2}^{2}} - \frac{k_{2}^{2}}{4k_{1}} - \frac{1}{4k_{2}^{2}k_{1}} - \frac{1}{4k_{1}^{2}} = 0.$$

Максимальный корень этого уравнения равен

$$\mu_{max} = (-k_1^3 + k_1^2 - k_1(k_2^2 + 2) + k_2^2)/4k_1k_2 + (\sqrt{k_1^6 + 2k_2^2k_1^4 - 2(k_2^2 - 1)k_1^3 + k_2^2(k_2^2 + 8)k_1^2 + 2k_2^2(k_2^2 - 1)k_1 + (k_2^2 + 1)^2} + 1)/4k_1k_2$$
EMV COOTRETCTEVET COCCTRENHLUX REKTOP

Ему соответствует собственный вектор

$$h_{max} = \left(\frac{-k_1^3 + k_2^2 k_1 + k_2^2 + \sqrt{k_1^6 + 2k_2^2 k_1^4 - 2(k_2^2 - 1)k_1^3 + k_2^2(k_2^2 + 8)k_2^3 + 2k_2^2(k_2^2 - 1)k_1 + (k_2^2 + 1)^2 - 1}{2(k_1^2 + 1)k_2}\right), 1$$

Зависимость μ_{max} от коэффициентов обратной связи показана на рис. 4.1.



Рис. 4.1. Зависимость μ_{max} от коэффициентов обратной связи.

Решение Н_k уравнени Ляпунова следующее

$$H_{k} = \begin{pmatrix} -\frac{k_{1}^{3} - k_{1}^{2} + k_{1} - k_{2}^{2}}{2k_{1}k_{2}} & -\frac{k_{1}^{2} + 1}{2k_{1}} \\ -\frac{k_{1}^{2} + 1}{2k_{1}} & -\frac{-k_{1}^{2} + k_{2}^{2}k_{1} + k_{1} - 1}{2k_{1}k_{2}} \end{pmatrix}.$$

Вычислим максимин $J^0(k^0, x^0(0)) = \min_{k \in Q_0} \max_{|x(0)| \le 1} J(k, x(0)).$

Решение внутренней задачи $\max_{|x(0)| \le 1} J(k, x(0))$ совпадает с максимальным собственным числом матрицы H_k . Характеристическое уравнение имеет вид

$$\lambda^{2} + \lambda \left(\frac{k_{1}^{2}}{2k_{2}} - \frac{k_{1}}{k_{2}} + \frac{k_{2}}{2} + \frac{1}{k_{2}} - \frac{k_{2}}{2k_{1}} - \frac{1}{2k_{2}k_{1}} \right) - \frac{k_{1}^{3}}{4k_{2}^{2}} + \frac{k_{1}^{2}}{2k_{2}^{2}} - \frac{3k_{1}}{4k_{2}^{2}} - \frac{k_{1}}{4} + \frac{1}{2k_{2}^{2}} - \frac{k_{2}}{4k_{2}^{2}} - \frac{1}{4k_{2}^{2}} - \frac{1}{4k_{2}^{2}} - \frac{1}{4k_{2}^{2}} - \frac{1}{4k_{2}^{2}} - \frac{1}{4k_{1}^{2}} -$$

Максимальный корень

$$\mu_{max} = \frac{-k_1^3 + 2k_1^2 - (k_2^2 + 2)k_1 + k_2^2 \sqrt{k_1^6 + 2k_2^2 k_1^4 - 2(k_2^2 - 1)k_1^3 + k_2^2 (k_2^2 + 8)k_1^2 + 2k_2^2 (k_2^2 - 1)k_1 + (k_2^2 + 1)^2} + 1}{4k_1 k_2}.$$

Ему соответствует собственнный вектор

$$h_{max} = \left(-\frac{-k_1^3 + k_2^2 k_1 + k_2^2 + \sqrt{k_1^6 + 2k_2^2 k_1^4 - 2(k_2^2 - 1)k_1^3 + k_2^2 (k_2^2 + 8)k_1^2 + 2k_2^2 (k_2^2 - 1)k_1 + (k_2^2 + 1) - 1}{2(k_1^2 + 1)k_2}, 1 \right)^T.$$

Зависимость от коэффициентов обратной связи показана на рис. 4.1.

Оптимальные значения коэффициентов обратной связи k^0 находим из необходимого условия минимума функции μ_{max}

$$\frac{\partial \mu_{max}}{\partial k_1} = 0, \qquad \frac{\partial \mu_{max}}{\partial k_2} = 0. \tag{4.22}$$

Решая систему уравнений (2.22), получим $k_1^0 = -1, k_2^0 = -\sqrt{3}$, . При этом минимальное $\mu_{max} = 1 + \sqrt{3}$, что совпадает со значением максимина.

Следовательно, в рассматриваемой игровой задаче существует седловая точка (рис. 4.2).



Рис. 4.2. Седловая точка на множестве Q_0 .

Таким образом, решение задачи подтверждает сформулированное выше **Утверждение 2.**

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новые научные результаты

- На основе биомеханической части модели биосенсора углового ускорения нами представлена математическая модель выходного блока биосенсора – блока нейронного управления, состоящего из афферентных первичных нейронов.
- Сформулированы задачи автоматической коррекции активности блока нейронного управления.
- Сформулирована задача гарантированного оценивания качества когнитивной коррекции активности вестибулярных механорецепторов.
- Показано, что у вестибулярных механорецепторов существует режим ожидания механического воздействия, соответствующий интервалу бифуркации в левой окрестности точки бифуркации Андронова – Хопфа.
- Поставлена и решена задача о возможности перехода из области притяжения точечного аттрактора в область притяжения периодического аттрактора для бистабильной колебательной системы.
- 6. Решена задача о переходе для математической модели афферентного первичного нейрона из области ожидания механического воздействия в область генерации сигналов нейронного управления
- Показана экспериментально возможность применения гальванической автоматической коррекции для имитации вестибуло-окулярного рефлекса и улучшения качества установки взора при пилотировании в экстремальных ситуациях.
- Экспериментально подтверждена возможность использования показаний микроакселерометров, установленных на шлеме космонавта для проведения исследований по гальванической коррекции установки взора в орбитальном полёте.
- 9. Показана возможность гарантированного оценивания качества когнитивной коррекции визуальной стабилизации программного движения.

Личный вклад

Результат, сформулированный в пункте 1 раздела "Новые научные результаты" получен соискателем совместно с доктором медицинских наук Э. Сото (Мексика).

Научные руководители предложили постановку задачи автоматической коррекции (Новые научные результаты, п. 2). Постановка задачи оценки качества когнитивной коррекции предложена лично соискателем (Новые научные результаты, п. 3).

Экспериментальные результаты, изложенные в пунктах 7 и 8 Новых научных результатов получены совместно с научными руководителями и российским космонавтом к.б.н. С.Н. Рязанским соответственно.

Теоретические результаты, изложенные в пунктах 4, 5, 6 и 9 Новых научных результатов, получены соискателем самостоятельно.

Соискатель выражает благодарность научным руководителям – доктору физико-математических наук Виктору Антоновичу Садовничему, доктору физико-математических наук Владмимиру Васильевичу Александрову и консультантам доктороу медицинских наук Энрике Сото (Мексика) и кандидату биологических наук Тамаре Борисовне Александровой.

ЛИТЕРАТУРА

- Stephen M. Highstein, Richard R. Fay, Arthur N. Popper. The Vestibular System // Part of the Springer Handbook of Auditory Research book series (SHAR) – 2004. – Vol. 19 – P. 246.
- 2. *И.В. Орлов.* Вестибулярная функция // Санкт-Петербург. РАН. Ин-т физиологии им. И. П. Павлова. Наука. 1998. 241 С. С. 35.
- R.W. Baloh, V. Honrubia. Clinical Neurophysiology of the Vestibular System, 3rd ed. // Oxford University Press, Oxford: Contemporary Neurology Series. – Vol. 63. – 2001. – 428 P. – PP. 63, 64.
- J.M Goldberg and C. Fernandez. Physiology of peripheral neurons innervating semicircular canals of the squirrel monkey. I, II, III // Journal of Neurophysiology. – 1971. – Vol. 34. – PP. 653-660, 661-675.
- В.А. Садовничий, В.В. Александров, Т.Б. Александрова, Р. Вега, Г.Ю. Сидоренко, Э. Сото, К.В. Тихонова, Н.Э. Шуленина. Математическое моделирование информационного процесса в биосенсоре углового ускорения // Фундаментальная и прикладная математичка. – Выпуск 22. № 2. – 2018. – С. 17-32.
- В. А. Садовничий, В. В. Александров, Т.Б. Александрова, Р. Вега, Э. Сото. Информационный процесс в латеральных полукружных канала // Доклады Академии наук. Биологические науки. 2011. Т. 436. № 1. С. 129–132.
- 7. Steinhausen, W.: Arch. f. d. ges. Physiol. 1931. P. 229.
- 8. *Т.Г. Астахова*. Математическая модель полукружного канала вестибулярной системы // Канд.дисс. мех.-мат. ф-т. МГУ. М. 1990.
- H.Э. Шуленина. Математическое моделирование канало-отолитовой реакции на поворот вестибулярного аппарата в гравитационном поле // Канд.дисс. мех.-мат. ф-т. МГУ. – М. – 2005.

- 10. A.J. Hudspeth and D. P.Corey. Sensitivity, polarity, and conductance change in the response of vertebrate hair cells to controlled mechanical stimuli // Proc Natl Acad Sci USA. 1977. Vol. 74 № 6. P. 2407-2411.
- 11. *А.Б. Рубин*. Биофизика, Т.2 // М.: МГУ. 2000. 468 С. С. 192-196.
- 12. В.В. Александров, Т.Б. Александрова, А.Ангелес Вазкез, Р. Вега, М.Рейес Ромеро, Э. Сото, К.В. Тихонова, Н.Э. Шуленина. Алгоритм коррекции выходных сигналов вестибулярных механорецепторов для имитации пассивного поворота // Вестник Московского университета. Серия 1. Матемамтика. Механика. – 2015. – № 5. – С. 67–72.
- 13.Л.П. Шильников, А.Л. Шильников, Д.В. Тураев, Л. Чуа. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 2 // М., Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований. – 2009. — 548 С.
- 14. 前田太郎,安藤英由樹,渡邊淳司,杉本麻樹. 前庭感覚電気刺激を用いた 感覚の提示 // バイオメカニズム学会誌. – 2007. – Vol. 31 – № 2. – PP. 82-89. Маэда Таро, Андо Хидэюки,Дзюндзи Ватанабэ, Маки Сугимото.
 Представление ощущений при использовании электрической стимуляции вестибулярной системы // Журнал Биомеханики. – 2007. – 31. – № 2. – С. 82-89.
- 15. Л.Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление // Учебник для физ.и физ.-мат.фак.ун-тов 4-е изд. М.: Эдиториал УРСС. 2000. 319 С.
- 16. Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. Робастная устойчивость и управление // М.: Наука. – 2002. – 303 С.
- 17. *Э. Симиу*; Хаотические переходы в детерминированных и стохастических системах: приминение метода Мельникова в технике, физике и нейрофизиологии: пер. с англ. // М.: Физматлит, 2007. 208 С.
- 18. В.В. Александров, О.В. Александрова, И.С. Коноваленко, К.В. Тихонова. Возмущаемые стабильные системы на плоскости. I //

Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. – 2016. – № 5. – С. 30–36; Moscow University Mechanics Bulletin. – 2016. – Vol. 71. - № 5. – Р. 108–113;

Возмущаемые стабильные системы на плоскости. II // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. – 2017. – № 1. – С. 53–57. – Moscow University Mechanics Bulletin. – 2017. – Vol. 72. - № 1. – Р. 19–22.

- 19. В.В. Александров. К задаче Булгакова о накоплении возмущений // Докл. АН СССР. – 1969. – 186:3. – С. 526–528.
- 20. Габасов Р. Принцип максимума в теории оптимального управления / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова // М.: Книжный дом «Либроком». 2011. 272 С. С. 84.
- 21. В. В. Александров, В. Г. Болтянский, С. С. Лемак и др. Оптимальное управление движением // М.: Физматлит. 2005. 374 С. С. 50-51.
- 22. St. Moore, V. Dilda, Hg. Macdougall. Galvanic vestibular stimulation as an analogue of spatial disorientation after spaceflight // Aviat Space Environ Med. 2011. Vol. 82(5). P. 535–542.
- 23. В.А. Садовничий, В.В. Александров, О.В. Александрова, Р. Вега, И.С. Коноваленко, Э. Сото, К.В. Тихонова, Х.Л. Гордильо-Домингез, О.Гонзалез. О гальванической коррекции вестибулярной активности пилота при визуальном управлении полетом // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика.Механика. 2019. №1. С. 34-41.
- 24. *Корнилова Л.Н.* Нарушение вестибулярных функций и зрительного слежения в космическом полете и современные подходы к их коррекции (актовая речь) // М., Гос. научный центр РФ Институт медикобиологических проблем РАН. — 2009. — 82 С.
- 25. Л.Н.Корнилова. Вестибулярная функция и межсенсорное взаимодействие в условиях измененной гравитации // Диссертация на соискание ученой степени доктора медицинских наук, ГНЦ РФ — ИМБП РАН. Москва. 1998 г.

- 26. О технологиях виртуальной реальности в космонавтике // Москва. IX Международный Аэрокосмический Конгресс IAC'18. 28.08.2018.
- 27. В.В. Александров, Д.И. Бугров, К.В. Тихонова. Задачи о детерминированном и хаотическом переходах в бистабильных системах на плоскости. Часть 1. Детерминированный переход в бистабильной системе // Компьютерный практикум. Учебное пособие. – М.: Издательство Московского университета. – 2017. – 44 с.
- A. Hodgkin and A.F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve // J.Phisiol., London. – 1952. – Vol. 117(4). – P. 500-544.
- 29. *Е.С. Вентцель*, *Л.А. Овчаров*. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения // М.: Наука. 1991. 448 С.
- 30. E. Soto, V.V. Alexandrov, T.B. Alexandrova, R. Cruz, R. Vega, T.G. Astakhova. A mechanical coupling model for the axolotl (Ambystoma tigtinum) semicircular canals // Moscow University Press. 2001.
- 31. V.V. Alexandrov, A. Almanza, N.V. Kulikovskaya, R. Vega, T.B. Alexandrova, N.E. Shulenina, A. Limón, E. Soto. A mathematical model of the total current dynamics in hair cells // Moscow University Press. 2001.
- 32. V.A. Sadovnichii, V.V. Alexandrov, T.G. Astakhonva, V.K. Trincher, E. Yu. Mikhaleva. Harmonic oscillations of the cupula in the vestibular canal // Moscow University Press. – 2001.
- 33. В.В. Александров, В.Г. Болтянский, С.С. Лемак, Н.А. Парусников, В.Р. Тихомиров. Оптимальное управление движением // М.: Физматлит. – 2005 г. – 374 С.
- 34. Л.А. Петросян, Н.А. Зинкевич, Е.А. Семина. Теория игр // М.: Высшая школа. 1998. 300 С.
- 35. Абгарян К.А. Матричное исчисление с приложением в теории динамических систем // М: Физматлит. 1994. 544 с. с. 142.
- 36. В.В. Александров, Д.И. Бугров, С.С. Лемак, К.В. Тихонова, В.А. Чертополохов, Н.Э. Шуленина. Новые задачи физико-механического

практикума, часть II. Тестирование качества стближения устройства спасения космонавта с международной космической станцией. // Специальный физико-механический практикум. – М.: Издательство попечительского совета механико-математического факультета МГУ. – 2015. – 65 с.

- 37. К.В. Тихонова. Задача гарантированного тестировании на конечном интервале времени // Вестник московского университета. Серия 1. Математика. Механика. (принята в печать).
- 38. В.В. Александров, Т.Б. Александрова, Г.Ю. Сидоренко К.В. Тихонова, Н.Э. Шуленина. // Казань. XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2015.
- 39. J.R. Ewald. Physiologische Untersuchungen über das Endorgan des Nervus Octavus // Bergmann. Wiesbaden. – 1892. – 368.