МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 2014

УДК 539.3

© 2014 г. А. Б. КИСЕЛЕВ, О. В. НЕХАЕВА

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕОБРАТИМОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ДВУХСЛОЙНОГО КОНТЕЙНЕРА, ЗАПОЛНЕННОГО ЖИДКОСТЬЮ, ПРИ СОУДАРЕНИИ С ЖЕСТКОЙ ПРЕГРАДОЙ

Анализируются результаты численного решения двухмерной задачи соударения осесимметричной конструкции, представляющей собой двухслойный контейнер, заполненный жидкостью, с абсолютно жесткой преградой при различных скоростях соударения.

*Ключевые слова:* соударение, термоупруговязкопластичность, необратимое динамическое деформирование, параметры поврежденности, разрушение, контейнер.

**1. Введение.** Задачи механики необратимого динамического деформирования и разрушения материалов и конструкций, вызванных ударом, взрывом, прониканием и пробиванием давно привлекают внимание исследователей ввиду своих многочисленных приложений на практике. Укажем только некоторые работы по данной тематике: [1–12].

Рассматриваемая в данной работе конструкция представляет собой двухслойный осесимметричный контейнер, заполненный жидкостью. Внешний слой выполнен из теплозащитного материала, моделируемого термовязкоупругой средой Максвелловского типа. Второй слой, значительно более тонкий, выполнен из алюминиевого сплава. Динамика необратимого деформирования и микроразрушения металлического слоя описывается моделью повреждаемой термоупруговязкопластической среды. При этом для математического моделирования зарождения и развития микроповреждений в материале вводится тензорный параметр поврежденности. Первый инвариант этого тензора описывает так называемое вязкое разрушение материала – появление и развитие повреждений типа сферических микропор. Второй инвариант девиатора тензора поврежденности описывает сдвиговое разрушение материала, характерное для динамических задач – разрушение типа образования полос адиабатического сдвига.

В процессе деформирования конструкции может происходить её макроразрушение. В качестве критерия начала такого разрушения для металлического слоя используется критерий предельной удельной диссипации, а для теплозащитного слоя – критерий Давиденкова–Фридмана.

Поведение заполнителя оболочки (воды) описывается широкодиапазонным уравнением состояния Н.М. Кузнецова, дополненным в области очень низких давлений аппроксимационной формулой, полученной в результате обработки экспериментальных данных.

Задача необратимого динамического деформирования и разрушения конструкции решается численно в двумерной осесимметричной постановке методом Уилкинса на лагранжевой расчетной сетке.

В качестве примера рассматривается задача столкновения контейнера с абсолютно жесткой стенкой при различных скоростях соударения, имеющая непосредственное отношение к проблемам космической науки и техники, в частности, к проблеме образования космического мусора [13].

**2. Постановка задачи необратимого динамического деформирования и разрушения контейнера.** Задача решается в двумерной осесимметричной постановке. Ось $x$ – ось симметрии, $y$ — ортогональна ей.

Уравнения движения твердых слоев оболочки имеют вид

$$\rho\dot{u} = \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\sigma_{xy}}{y}, \qquad \rho\dot{\upsilon} = \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{\theta\theta}}{y}$$

Здесь $u, \upsilon$ — компоненты вектора скорости вдоль осей $x, y$ соответственно; $\rho$ — плотность материала; $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{xy}$ — компоненты тензора напряжений, которые раскладываются на шаровую $\sigma = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{\theta\theta})/3$ и девиаторные части: $\sigma_{xx} = \sigma + S_{xx}$, $\sigma_{yy} = \sigma + S_{yy}$, $\sigma_{\theta\theta} = \sigma + S_{\theta\theta}$, $\sigma_{xy} = S_{xy}$, $S_{xx} + S_{yy} + S_{\theta\theta} = 0$; $\sigma_{\theta\theta}$ — кольцевое напряжение; здесь и далее точка над символом означает материальную производную по времени.

Уравнение неразрывности запишется в следующем виде:

$$\dot{\rho} + \rho(\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}) = 0$$

где $\dot{\varepsilon}_{xx} = \partial u/\partial x$, $\dot{\varepsilon}_{yy} = \partial\upsilon/\partial y$, $\dot{\varepsilon}_{xy} = 1/2(\partial u/\partial y + \partial\upsilon/\partial x)$, $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \upsilon/y$ — компоненты тензора скоростей деформаций.

*2.1. Модель внешнего теплозащитного слоя.* Внешний слой контейнера моделируется термовязкоупругой средой Максвелловского типа:

$$\dot{e}_{xx} = \frac{S^{\nabla}_{xx}}{2\mu} + \frac{S_{xx}}{2\eta}, \quad \dot{e}_{yy} = \frac{S^{\nabla}_{yy}}{2\mu} + \frac{S_{yy}}{2\eta}, \quad \dot{e}_{\theta\theta} = \frac{S^{\nabla}_{\theta\theta}}{2\mu} + \frac{S_{\theta\theta}}{2\eta}, \quad \dot{e}_{xy} = \dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{S^{\nabla}_{xy}}{2\mu} + \frac{S_{xy}}{2\eta} \tag{2.1}$$

Здесь $\dot{e}_{xx} = \dot{\varepsilon}_{xx} - (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta})/3$, $\dot{e}_{yy} = \dot{\varepsilon}_{yy} - (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta})/3$, $\dot{e}_{\theta\theta} = \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} - (\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta})/3$ — компоненты девиатора тензора скоростей деформаций, $\mu$ — модуль сдвига, $\eta$ — динамическая вязкость, значком $\nabla$ обозначена Яуманновская производная:

$$S^{\nabla}_{xx} = \dot{S}_{xx} - S_{xy}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right), \quad S^{\nabla}_{yy} = \dot{S}_{yy} + S_{xy}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right)$$

$$S^{\nabla}_{\theta\theta} = \dot{S}_{\theta\theta}, \quad S^{\nabla}_{xy} = \dot{S}_{xy} + \frac{S_{xx} - S_{yy}}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right)$$

Уравнение для шаровой части тензора напряжений имеет вид

$$\sigma = K\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{\theta\theta} - \alpha_V (T - T_0)\right) \tag{2.2}$$

где $K$ — объемный модуль, $\alpha_V$ — коэффициент объемного расширения, $T_0$ — начальная температура.

Уравнение притока тепла в адиабатическом приближении имеет вид

$$\rho c_\sigma \dot{T} + \alpha_V \dot{\sigma} T = \frac{S^2_{xx}}{2\eta} + \frac{S^2_{yy}}{2\eta} + \frac{S^2_{\theta\theta}}{2\eta} + \frac{S^2_{xy}}{\eta} \tag{2.3}$$

Здесь $c_\sigma$ — теплоемкость при постоянных напряжениях.

*2.2. Модель внутреннего металлического слоя.* Металлический слой моделируется повреждаемой термоупруговязкопластической средой [14—17]. В этой модели рассматривается микроразрушение двух типов: вязкое с образованием микропор сферической формы и сдвиговое разрушение. Достигается это следующим образом. Вводится симметричный тензор поврежденности $\omega_{ij}$. Первый его инвариант $\omega = \omega_{kk}/3$ описывает объемную поврежденность, а второй инвариант $\alpha = \sqrt{\omega'_{ij}\omega'_{ij}}$ $(\omega'_{ij} = \omega_{ij} - \omega\delta_{ij}/3)$ – сдвиговое разрушение. Считается, что в областях интенсивного растяжения параметр $\omega$ описывает накопление повреждений типа микропор, которые могут залечиваться при сжатии. Параметр $\omega$ можно интерпретировать как относительное сокращение эффективной несущей нагрузку площадки вследствие появления распределенных внутри образца микропор. Параметр $\omega$ можно считать объемным содержанием микропор в материале. В неповрежденном материале $\omega = \alpha = 0$ с накоплением повреждений $\omega$ и $\alpha$ растут, оставаясь меньше 1. Отметим, что все модели повреждаемых сред, к которым относится и [17], берут свое начало с классических работ [18–20].

При построении модели повреждаемой среды [17] использовались законы термодинамики. Механические, тепловые и процессы накопления повреждений являются взаимно связанными:

$$\dot{\varepsilon}^e_{xx} = \frac{\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{3} + \frac{S^{\nabla}_{xx}}{2\mu} + \frac{A\cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{xx}}{S_u}\dot{\alpha} \tag{2.4}$$

$$\dot{\varepsilon}^e_{yy} = \frac{\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{3} + \frac{S^{\nabla}_{yy}}{2\mu} + \frac{A\cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{yy}}{S_u}\dot{\alpha}$$

$$\dot{\varepsilon}^e_{\theta\theta} = \frac{\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{3} + \frac{S^{\nabla}_{\theta\theta}}{2\mu} + \frac{A\cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{\theta\theta}}{S_u}\dot{\alpha}, \quad \dot{\varepsilon}^e_{xy} = \frac{S^{\nabla}_{xy}}{2\mu} + \frac{2A\cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{xy}}{S_u}\dot{\alpha}$$

$$\dot{\varepsilon}^p_{xx} = \frac{S_{xx}}{2\eta}\frac{S_u - \sqrt{2/3}Y}{S_u}H\left(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y\right), \quad \dot{\varepsilon}^p_{yy} = \frac{S_{yy}}{2\eta}\frac{S_u - \sqrt{2/3}Y}{S_u}H\left(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y\right)$$

$$\dot{\varepsilon}^p_{\theta\theta} = \frac{S_{\theta\theta}}{2\eta}\frac{S_u - \sqrt{2/3}Y}{S_u}H\left(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y\right), \quad \dot{\varepsilon}^p_{xy} = \frac{S_{xy}}{2\eta}\frac{S_u - \sqrt{2/3}Y}{S_u}H\left(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y\right)$$

$$\sigma = K\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{\theta\theta} - \alpha_V(T - T_0) + B\,\Lambda\ln(1-\omega) - \Lambda\frac{\omega^2}{4\eta_0}\right)$$

$$S_u = \sqrt{S^2_{xx} + S^2_{yy} + S^2_{\theta\theta} + 2S^2_{xy}}$$

$$\rho c_\sigma \dot{T} + \alpha_V\dot{\sigma}T = S_{xx}\dot{\varepsilon}^p_{xx} + S_{yy}\dot{\varepsilon}^p_{yy} + S_{\theta\theta}\dot{\varepsilon}^p_{\theta\theta} + 2S_{xy}\dot{\varepsilon}^p_{xy} + \Lambda\dot{\omega}^2 + \mathrm{A}\dot{\alpha}^2$$

$$\dot{\omega} = B\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_*\right)H\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_*\right) + \omega\frac{\sigma - \sigma^+}{4\eta_0}H\left(\sigma - \sigma^+\right) + \omega\frac{\sigma - \sigma^-}{4\eta_0}H\left(\sigma^- - \sigma\right)$$

$$\sigma^+ = -2/3Y_0\ln\omega, \quad \sigma^- = 2/3Y_0\ln\omega$$

$$\dot{\alpha} = C\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S^*_u\right)H\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S^*_u\right)$$

В (2.4) введены следующие обозначения: $H(x)$ – единичная функция Хевисайда; $Y_0$, $\mu_0$, $\eta_0$, $K_0$ – предел пластичности, модуль сдвига, динамическая вязкость и объемный модуль неповрежденного материала; $B, \sigma_*, C, A, S_u^* > 0$ — константы материала, связанные с накоплением микроструктурных повреждений; $S_u = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}$ — интенсивность девиатора напряжений; $\varepsilon_{ij}^e$, $\varepsilon_{ij}^p$ ($ij = xx, yy, xy, \theta\theta$) — упругие и пластические деформации: $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$; кроме того принято, что в поврежденном материале модули $K$, $\mu$, $\eta$ и $Y$ зависят от параметров поврежденности $\omega$ и $\alpha$:

$$K = K_0(1-\omega); \quad \mu = \mu_0(1-\omega)(1-\alpha)$$
$$\eta = \eta_0(1-\omega)(1-\alpha); \quad Y = Y_0(1-\omega)(1-\alpha)$$

Считается, что $Y_0$, $\mu_0$ зависят от температуры, давления, плотности, пластических деформаций как в модели Штейнберга–Гуинана [21]:

$$Y_0 = Y_{00}\left(1+\beta\varepsilon_u^p\right)^n\left(1-b\sigma(\rho_0/\rho)^{1/3}-h(T-T_0)\right)$$

$$Y_{00}\left(1+\beta\varepsilon_u^p\right)^n \le Y_{\max}, \quad Y_{00}=0 \quad \text{при} \quad T>T_m$$

$$T_m = T_{m0}\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{2/3}\exp\left(2\gamma_0\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)\right), \quad \mu_0 = \mu_{00}\left(1-b\sigma\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3}-h(T-T_0)\right)$$

$$\mu_0 = \mu_{00}\left(1-b\sigma\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3}-h(T-T_0)\right), \qquad \sigma_* = \overset{\circ}{\sigma}_*\frac{Y_0}{Y_{00}}, \quad \eta_0 = \eta_{00}\frac{\mu_0}{\mu_{00}}, \quad S_u^* = S_{u0}^*\frac{Y_0}{Y_{00}}$$

Здесь $\varepsilon_u^p$ – интенсивность пластических деформаций, $T_m$ — температура плавления, $Y_{00}$, $\mu_{00}$, $T_{m0}$, $\beta$, $h$, $b$, $\gamma_0$, $h$ — константы материала [21].

Входящие в модель (2.4) “нестандартные” константы $B$, $\sigma_*$, $A$, $C$, $S_u^*$ определяются из экспериментов по плоскому соударению пластин с откольным разрушением [22, 23], как это было сделано, например, в [24].

*2.3. Критерий начала макроразрушения слоев контейнера.* Развитие интенсивного вязкопластического течения и накопление микроструктурных повреждений являются предразрушением материала. В качестве начала макроразрушения в металлическом слое (появления трещин — новых свободных поверхностей) используется критерий разрушения предельной удельной диссипации, введенный в работах [14–17], и хорошо себя зарекомендовавший при решении многих динамических задач ([8, 13–17, 24] и др.). Применительно к модели (2.4) в адиабатическом приближении, когда термическая диссипация $d_T$ отсутствует, он имеет следующий вид:

$$D = \int_0^{t_*}\frac{1}{\rho}(d_M + d_F)\,dt = D_* \tag{2.5}$$

где $t_*$ — время начала разрушения, $D_*$ — константа материала (предельная удельная диссипация); $d_M$ — механическая диссипация, $d_F$ — диссипация континуального разрушения:

$$d_M = S_{xx}\dot\varepsilon_{xx}^p + S_{yy}\dot\varepsilon_{yy}^p + S_{\theta\theta}\dot\varepsilon_{\theta\theta}^p + 2S_{xy}\dot\varepsilon_{xy}^p, \quad d_F = \Lambda\dot\omega^2 + A\dot\alpha^2$$

Константа $D_*$ в критерии (2.5) определяется из экспериментов по плоскому соударению пластин с откольным разрушением [22, 23] путем сопоставления результатов физических и численных экспериментов [17–19, 24].

Для модели термовязкоупругой среды (2.1)–(2.3):

$$d_M = \frac{S_{xx}^2}{2\eta} + \frac{S_{yy}^2}{2\eta} + \frac{S_{\theta\theta}^2}{2\eta} + \frac{S_{xy}^2}{\eta}, \qquad d_F = 0$$

В качестве критерия макроразрушения для достаточно хрупкого теплозащитного слоя использовался другой критерий – критерий типа Давиденкова–Фридмана [2]. Состоит он в следующем.

Во-первых, вектор напряжений $\boldsymbol{\sigma}_n$ в плоскости $xy$ в расчетной лагранжевой ячейке на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n}(\cos\varphi,\ \sin\varphi)$ раскладывается на нормальную $\sigma_n$ и касательную $\sigma_\tau$ составляющие:

$$\sigma_n = \boldsymbol{\sigma}\,\mathbf{n} = \sigma_{xx}\cos^2\varphi + \sigma_{xy}\sin 2\varphi + \sigma_{yy}\sin^2\varphi$$

$$\sigma_\tau = \left(|\sigma_n|^2 - \sigma_n^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left|\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\sin 2\varphi + \sigma_{yy}\cos 2\varphi\right|$$

Затем находятся направления нормалей $\mathbf{n}$, на которых достигается максимум $\sigma_n$ и $\sigma_\tau$, и соответствующие значения максимумов $\sigma_n^{\max}$ и $\sigma_\tau^{\max}$. Далее вычисляется максимум $M$ из трех величин: $M = \max(\sigma_n^{\max}/\sigma_B, \sigma_\tau^{\max}/\tau_B, \sigma_{\theta\theta}/\sigma_B)$. Здесь $\sigma_B$, $\tau_B$ – так называемые "временные сопротивления" материала разрушению отрывом и сдвигом соответственно.

Если оказывается, что $M \geq 1$, то считается, что произошло разрушение расчетной ячейки внешнего слоя контейнера соответствующего типа.

**3. Модель поведения заполнителя (воды).** Определяющие уравнения для воды – широкодиапазонные уравнения состояния [25]:

$$\frac{p_w}{p_{w0}} = \frac{3050\left(\bar{\rho}_w^{7.3} - 1\right)}{1 + 0.7\left(\bar{\rho}_w - 1\right)^4}\left(1 - 0.012\bar{\rho}_w F\right) + 4.7\bar{\rho}_w\left(T_w - 273\right) \quad \text{при} \quad \bar{\rho}_w \geq 1 \tag{3.1}$$

$$p_w/p_{w0} = \varsigma^4 - 470\bar{\rho}_w F\varsigma + 4.7\bar{\rho}_w F\left(T_w - 273\right) \quad \text{при} \quad 0 < \bar{\rho} < 1 \tag{3.2}$$

$$\varsigma = 10\left(1 - \bar{\rho}_w\right) + 66\left(1 - \bar{\rho}_w\right)^2 - 270\left(1 - \bar{\rho}_w\right)^3 \quad \text{при} \quad 0.8 < \bar{\rho}_w < 1$$

$$\varsigma = 6.6\left(1 - \bar{\rho}_w\right)^{0.57}\bar{\rho}_w^{\ 0.25} \quad \text{при} \quad 0 < \bar{\rho}_w \leq 0.8$$

В формулах (3.1), (3.2) $p_{w0} = 10^5$ Па – начальное давление в воде, $\rho_{w0}$ – начальная плотность, $\bar{\rho}_w = \rho_w/\rho_{w0}$, $F = \left(1 + 3.5\bar{\rho}_w - 2\bar{\rho}_w^2 + 7.27\bar{\rho}_w^2\right)/\left(1 + 1.09\bar{\rho}_w^6\right)$.

Однако уравнения (3.1), (3.2) при $p_w/p_{w0} \ll 1$, т.е. когда начинается кавитация и образуется парожидкостная смесь, дают не вполне удовлетворительные результаты. Поэтому в [26] при $p_w/p_{w0} \ll 1$ предложено давлением в воде считать давление на линии насыщения вода – водяной пар, подробные таблицы для которого приведены в [27]. Данные таблиц хорошо аппроксимируются следующей формулой [26]: $p = 610\ \exp\left(0.1\ T_w\ \ln 1.35\right)$.

Давление $p_w$ измеряется в Паскалях (Па), температура $T_w$ – в градусах Кельвина (К); $T_w$ находится из уравнения внутренней энергии $c_w\dot{T}_w = p_w\dot{\rho}_w/\rho_w^2$.

Уравнения движения и неразрывности для жидкости:

$$\rho_w \dot{u} = -\frac{\partial p_w}{\partial x}, \qquad \rho_w \dot{\upsilon} = -\frac{\partial p_w}{\partial y}, \quad \dot{\rho}_w + \rho_w\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon}{\partial y} + \frac{\upsilon}{y}\right) = 0$$

**4. Граничные и начальные условия.** Считается, что в начальном состоянии при $t = 0$ конструкция находится в ненапряженном состоянии: $\varepsilon_{ij} = 0$, $\sigma_{ij} = 0$, $\rho = \rho_0$, $T = T_0$, $u = -V_0$, $\upsilon = 0$.

Граничные условия при $y = 0$ для твердых слоев [28]:

$$\rho\, \dot{u} = \partial\sigma_{xx}/\partial x + 2\partial\sigma_{xy}/\partial y, \quad \upsilon = 0, \quad \partial T/\partial y = 0$$

Граничные условия на оси симметрии при $y = 0$ для жидкости

$$\rho_w\, \dot{u} = -\partial p_w/\partial x, \quad \upsilon = 0, \quad \partial T/\partial y = 0$$

Граничные условия на контактной поверхности жестких слоев: в случае, когда нормальные напряжения $\sigma_n$ и касательные напряжения $|\sigma_\tau|$ не превосходят некоторых предельных значений $\sigma_n^* > 0$ и $\sigma_\tau^* > 0$, соответственно, слои находятся в контакте: $u_1 = u_2$, $\upsilon_1 = \upsilon_2$, в противном случае происходит отрыв одного слоя от другого. В этом случае для слоев реализуются условия на свободной поверхности: $\boldsymbol{\sigma}_n|_1 = 0$, $\boldsymbol{\sigma}_n|_2 = 0$.

На контактной поверхности вода – металл: $\boldsymbol{\sigma}_n|_2 = -p_w$, $u|_2 = u$, $\upsilon|_2 = \upsilon$.

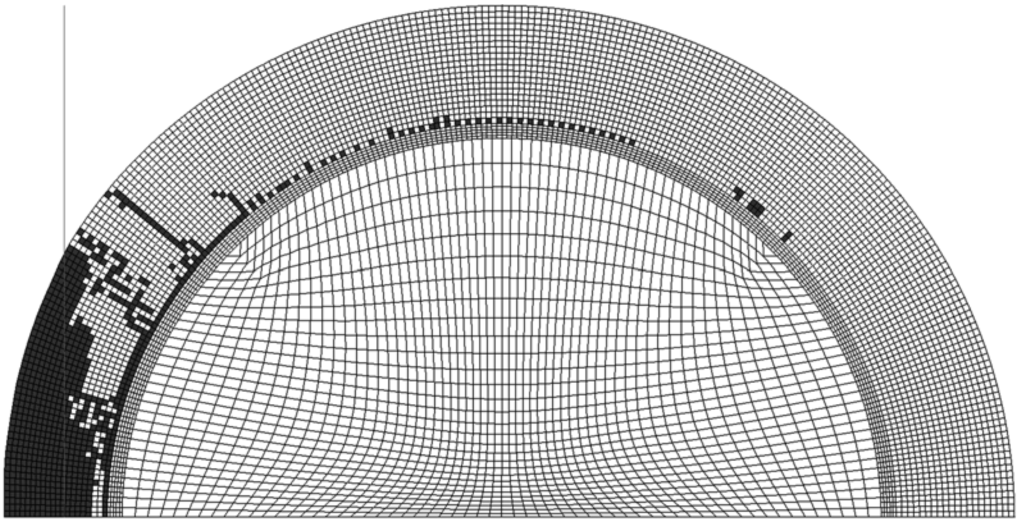
Граничные условия на жесткой преграде – условия непроникания и скольжения без трения жестких слоев оболочки вдоль преграды. Возможен отрыв конструкции от преграды, восстановление контакта. Граничные условия на поверхностях слоев, не находящихся в контакте с другими средами, – условия на свободной поверхности. Подробно алгоритм численного расчета такого типа граничных условий представлен в [8, 29].

**5. Результаты численного моделирования.** Задача решается численно на лагранжевой расчетной сетке, движущейся и деформирующейся вместе со средой, по явной конечно-разностной схеме второго порядка точности типа Уилкинса [21]. Расчетная сетка по жидкости строится с использованием простого в реализации численного алгоритма, основанного на геометрическом подходе [30, 31].

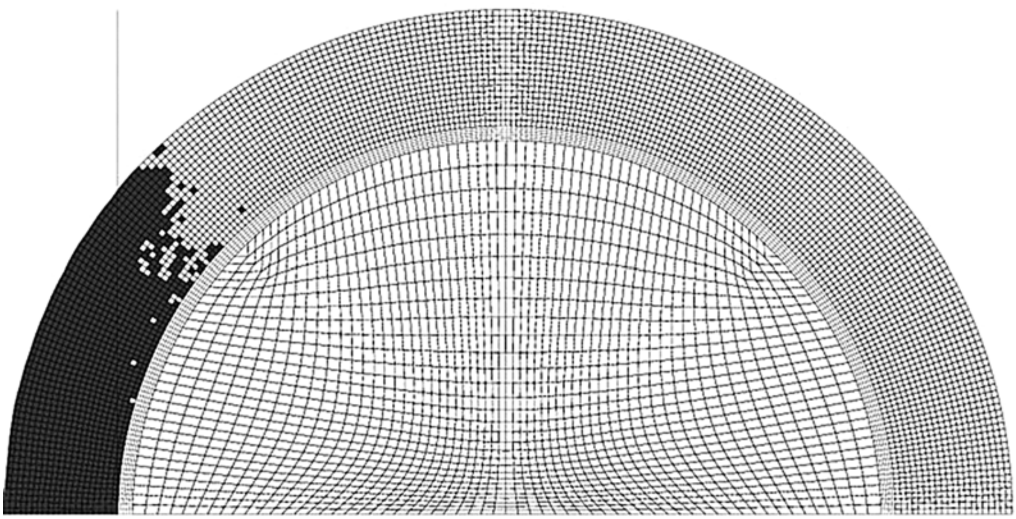
Расчеты проводились при следующих исходных данных. Начальная температура конструкции $T_0 = 273$ K, ее радиус равен 52 мм, толщина внешнего слоя равна 12 мм, металлического слоя – 1.5 мм. Для воды: $\rho_w = 1000$ кг/м$^3$, $c_w = 4.192$ кДж/(кг · K). Для металлического слоя: $\rho_0 = 2780$ кг/м$^3$, $\mu_0 = 27.6$ ГПа, $K_0 = 79.06$ ГПа, $Y_0 = 0.29$ ГПа, $S^* = 0.497$ ГПа, $\sigma^* = 0.097$ ГПа, $\Lambda = 193.3$ Па · с, $A = 550$ Па · с, $B = 1.034 \cdot 10^{-3}$ (Па · с)$^{-1}$, $C = 7.61 \cdot 10^{-4}$ (Па · с)$^{-1}$, $\alpha_V = 6.72 \cdot 10^{-5}$ K$^{-1}$, $c_\sigma = 924.3$ Дж/(кг · K), $\eta_0 = 700$ Па · с, $T_{m0} = 2260$ K, $Y_{\max} = 1.45$ ГПа, $\beta = 780$, $n = 0.65$, $b = 0.01115$ ГПа$^{-1}$, $h = 6.2 \cdot 10^{-4}$ K$^{-1}$, $D_* = 30$ кДж/кг. Для внешнего слоя: $\rho_0 = 1483$ кг/м$^3$, $\mu = 33.07$ ГПа, $K = 82.33$ ГПа, $\alpha_V = 10^{-4}$, $c_\sigma = 1500$ Дж/(кг · K), $\sigma_B = 0.8657$ ГПа, $\tau_B = 0.074$ ГПа, $\sigma_* = 0.743$ ГПа, $\tau_* = 0.030$ ГПа, где $\sigma_*$, $\tau_*$ – предельные значения напряжений, при которых происходит отслоение керамики от металла. Скорость звука в теплозащитном слое, алюминиевом сплаве и воде равны соответственно 7970, 6455 и 1402 м/с.

*5.1. Результаты расчетов при высоких скоростях соударения.* Некоторые из результатов расчетов для $V_0 = 250$ м/с представлены на фиг. 1–3.

На фиг. 1 представлена расчетная сетка в момент времени, соответствующий пробегу упругой волны по внешнему слою, который будем в дальнейшем для краткости на-

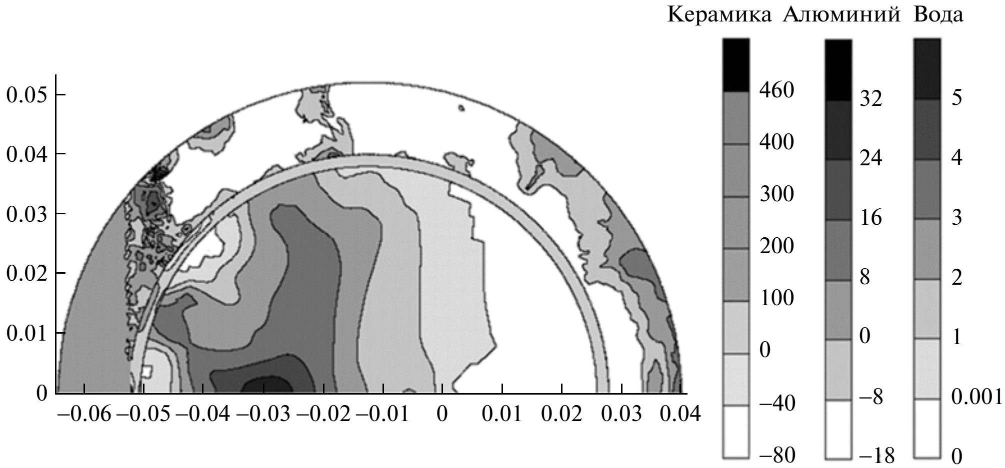


Фиг. 1

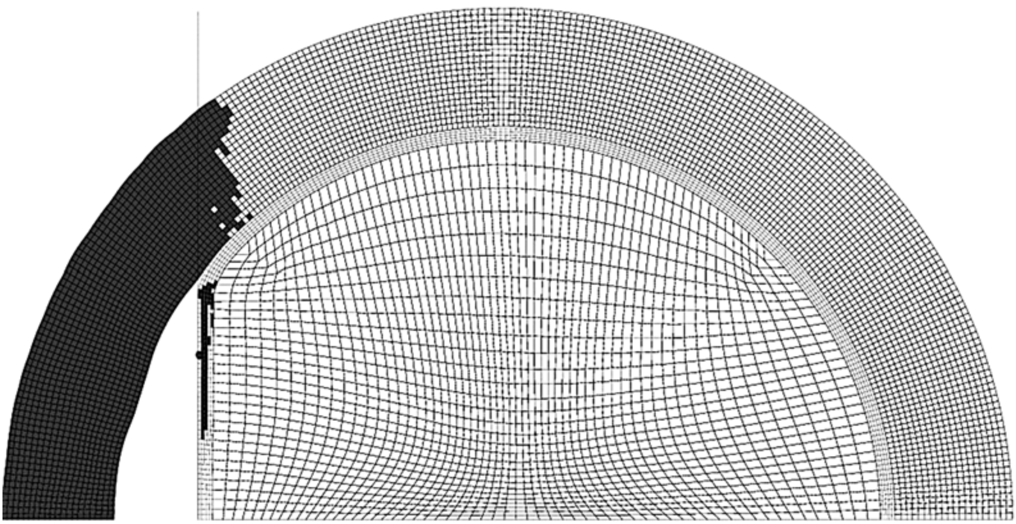


Фиг. 2

зывать “керамикой”. Вертикальной линией показана преграда. Темным цветом помечены разрушенные ячейки, в которых $S_{ij} = 0$, но $\sigma \neq 0$. Если разрушенные ячейки достигают стенки, то они удаляются из дальнейшего расчета. Видно, что произошло разрушение керамики в области соударения контейнера со стенкой. Наблюдаются области кавитации в жидкости. Значительного разогрева контейнера не происходит. На фиг. 2 видно, что металлический слой пришел во взаимодействие с преградой. В области соударения в керамике имеют место значительные разрушения. Распределения




Фиг. 3

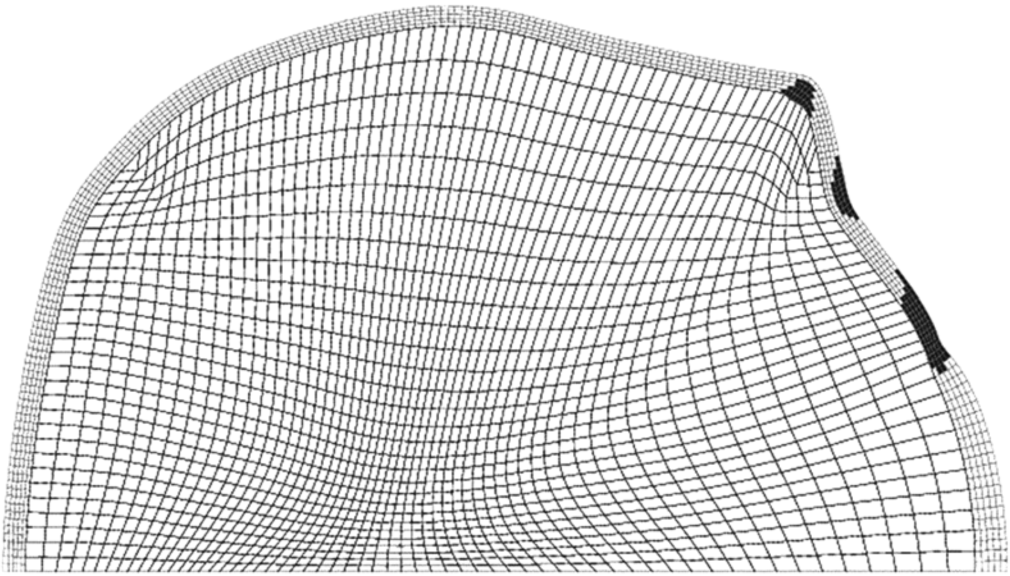


Фиг. 4

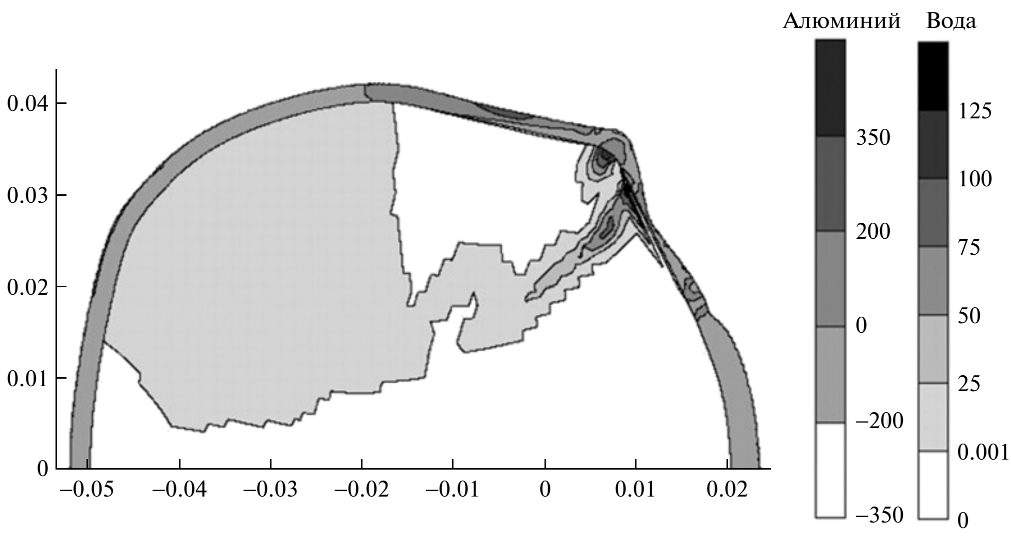
давления представлены на фиг. 3. В заполнителе образовалась область высокого давления.

К моменту времени, показанному на фиг. 4, произошло разрушение керамики в области соударения с преградой. Образовалась дискообразная область контакта металлического слоя с преградой, а также сквозное разрушение в нем вдали от оси симметрии. Произошел незначительный разогрев заполнителя, а также внутреннего металлического слоя контейнера.

К моменту времени, когда волна нагрузки пробежала по заполнителю, керамика полностью отслоилась от металлической оболочки и распалась на отдельные фраг-



Фиг. 5




Фиг. 6

менты. Оболочка получала дальнейшие разрушения в области контакта с преградой. Разрушения сдвигового типа в оболочке незначительны, наблюдается преимущественно вязкое разрушение.

*5.2. Результаты расчетов при низких скоростях соударения.* Был исследован процесс деформирования и разрушения контейнера и при более низких скоростях соударения с преградой. В качестве примера на фиг. 5, 6 представлены результаты расчетов, проведенных при $V_0 = 100$ м/с.

Из расчетов следует, что в области соударения значительная часть контейнера разрушена. При этом зон кавитации в жидкости не образуется.

На фиг. 5, 6 представлен момент разрушения металлической оболочки контейнера. Видно, что разрушение произошло в периферийной области, при этом оболочка значительно деформирована. Проследив за зависимостью скорости центра масс контейнера от времени, можно сделать вывод, что контейнер, сталкиваясь с преградой, монотонно замедляет свое движение, затем останавливается и отлетает от преграды.

**6. Заключение.** Таким образом, выявлены принципиальные отличия в характере разрушения контейнера, заполненного жидкостью, при высоких и низких скоростях соударения с жесткой преградой. При высоких скоростях теплозащитный слой контейнера быстро разрушается и происходит сквозное пробитие конструкции в области соударения с преградой. При низких скоростях соударения теплозащитный слой значительно дольше сохраняет свою целостность, волны нагрузки в заполнителе успевают дойти до тыльной области конструкции, создав большое давление на металлический слой, и разрушение контейнера происходит вдали от области соударения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 12-01-00425а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А.* Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. М.: Физматгиз, 1961. 399 с.
2. *Никифоровский В.С., Шемякин Е.И.* Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. 271 с.
3. *Сагомонян А.Я.* Проникание (проникание твердых тел в сжимаемые сплошные среды). М.: Изд-во МГУ, 1974. 299 с.
4. *Сагомонян А.Я.* Динамика пробивания преград. М.: Изд-во МГУ, 1988. 221 с.
5. *Zukas J.A., Nicholas T., Swift H.F., Greszczuk L.B., Curran D.R.* Impact Dynamics. N. Y. etc.: Wiley, 1982 = *Зукас Дж.А., Николас Т., Свифт Х.Ф. и др.* Динамика удара. М.: Мир, 1985. 296 с.
6. *Майборода В.П., Кравчук А.С., Холин Н.Н.* Скоростное деформирование конструкционных материалов. М.: Машиностроение, 1986. 261 с.
7. *Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А. и др.* Высокоскоростное взаимодействие тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 600 с.
8. *Рахматулин Х.А., Шемякин Е.И., Демьянов Ю.А., Звягин А.В.* Прочность и разрушение при кратковременных нагрузках. М.: Университетская книга; Логос, 2008. 624 с.
9. *Киселев А.Б., Максимов В.Ф.* Численное моделирование нормального пробивания тонкой преграды деформируемым телом вращения // Изв. РАН. МТТ. 1995. № 5. С. 153–162.
10. *Киселев А.Б.* Численное моделирование в трехмерной постановке наклонного пробивания тонких преград // Численное решение задач волновой динамики. Математические исследования. Вып. 108. Кишинев: Штиинца, 1989. С. 19–26.
11. *Киселев А.Б.* Численное моделирование рикошета жесткого ударника от упругопластической преграды в трехмерном случае // Механика деформируемых сред. М.: Изд-во МГУ, 1985. С. 94–98.
12. *Киселев А.Б.* Численное исследование в трехмерной постановке процесса соударения упругопластических тел с жесткой преградой // Вестн. МГУ. Математика. Механика. 1985. № 4. С. 51–56.
13. *Space Debris.* Hazard Evaluation and Mitigation / Ed. by *N.N. Smirnov*. L.; N.Y.: Taylor and Francis, 2002. 229 p.
14. *Киселев А.Б., Юмашев М.В.* Деформирование и разрушение при ударном нагружении. Модель поврежденной термоупругопластической среды // ПМТФ. 1990. № 5. С. 116–123.
15. *Киселев А.Б., Юмашев М.В.* Математическая модель деформирования и разрушения твердого топлива при ударном нагружении // ПМТФ. 1992. № 6. С. 126–134.

16. *Киселев А.Б., Юмашев М.В.* Численное исследование динамических процессов деформирования и микроразрушения повреждаемой термоупругопластической среды // Вестн. МГУ. Математика. Механика. 1994. № 1. С. 69–77.
17. *Киселев А.Б.* Математическое моделирование динамического деформирования и комбинированного микроразрушения термоупруговязкопластической среды // Вестн. МГУ. Математика. Механика. 1998. № 6. С. 32–40.
18. *Качанов Л.М.* О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 8. С. 26–31.
19. *Работнов Ю.Н.* О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.
20. *Ильюшин А.А.* Об одной теории длительной прочности // Изв. АН СССР. МТТ. 1967. № 3. С. 21–35.
21. *Wilkins M.L.* Computer simulation of dynamic phenomena. Berlin etc.: Springer, 1999. 246 p.
22. *Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортов В.Е.* Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: “Янус-К”, 1996. 407 с.
23. *Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортов В.Е.* Экспериментальные профили ударных волн в конденсированных средах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 245 с.
24. *Kiselev A.B., Lukyanov A.A.* Mathematical modeling of dynamic processes of eversible deforming, micro- and macrostructure of solids and structures // Int. J. of Forming Processes. 2002. 5. № 2–3–4. P. 351–362.
25. *Кузнецов Н.М.* Уравнение состояния и теплоемкость воды в широком диапазоне термодинамических параметров // ПМТФ. 1961. № 1. С. 112–120.
26. *Киселев А.Б.* Численное моделирование деформирования и разрушения тонкостенной сферической оболочки из сплошного вязкоупругого композита, заполненной жидкостью, под действием взрыва заряда, расположенного в центре конструкции // Вестн. МГУ. Математика. Механика. 1997. № 5. С. 41–48.
27. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
28. *Киселев А.Б.* О граничных условиях для задач МДТТ с центральной и осевой симметрией // Вестн. МГУ. Математика. Механика. 1995. № 6. С. 105–107.
29. *Максимов В.Ф., Киселев А.Б.* Численное моделирование сложного взаимодействия упругопластической оболочки вращения с упругим заполнителем // Вестн. МГУ. Математика. Механика. 1982. № 1. С. 63–68.
30. *Кулачкова Н.А., Сахабутдинов Ж.М.* Построение расчетных сеток для областей сложной конфигурации // Числ. методы в мех. спл. среды. Новосибирск. 1985. Т. 16. № 3. С. 68–76.
31. *Кабак Н.Е., Киселев А.Б., Максимов В.Ф.* Метод построения расчетных сеток в двумерных областях с выделением внутренних контактных границ // Вестн. МГУ. Математика. Механика. 1992. № 3. С. 35–42.

Москва
E-mail: akis2006@yandex.ru

Поступила в редакцию
25.07.2014