

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу
Лисовского Дмитрия Игоревича
“Статистические задачи для некоторых процессов диффузионного типа”,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности 01.01.05 – теория вероятностей
и математическая статистика

Представленная работа Д. И. Лисовского является исследованием в области статистического последовательного анализа, составляющего большой раздел теории вероятностей и математической статистики. Ключевая особенность методов последовательного анализа состоит в том, что количество наблюдений — в отличие от методов классической математической статистики, где количество проводимых наблюдений заранее фиксировано, — характеризуется некоторым моментом прекращения наблюдений (моментом остановки), который является случайным и определяется наблюдателем в зависимости от значений наблюдаемых данных. Преимущество таких методов было продемонстрировано А. Вальдом, благодаря чему в 1940-50-х гг. началось и продолжается по настоящее время активное развитие методов статистического последовательного анализа, которые находят широкое применение в медицине, эпидемиологии, финансовой инженерии, задачах обнаружения “атак” в компьютерных сетях и других областях, что обуславливает актуальность исследования, осуществленного в работе.

Одним из основных непрерывных случайных процессов и в теории вероятностей, и в разнообразных прикладных вопросах является броуновское движение. Этот процесс выступает в качестве порождающего для таких процессов, как стационарный гауссовско-марковский (стационарный процесс Орнштейна–Уленбека), броуновский мост, броуновское движение со случайным сносом. Именно этим процессам посвящена настоящая диссертационная работа, в которой рассмотрены задачи последовательной проверки гипотез, а также исследованы моменты первого достижения случайным процессом некоторого заданного уровня.

Диссертация состоит из введения, трех глав, приложения, заключения и списка литературы. Во введении дан исторический обзор по теме работы и сформулированы ее основные результаты.

Глава 1. Последовательное различение гипотез для стационарного процесса Орнштейна–Уленбека. Этот процесс является марковским, и вопрос об оптимальности последовательного критерия становится уже далеко не очевидным. Автор находит здесь асимптотически оптимальный критерий, что, безусловно, является новым интересным результатом, проясняющим возможности последовательного различения гипотез в марковских случаях.

Глава 2. Другим важным процессом, порождаемым броуновским движением, является броуновский мост. Этот процесс снова является марковским, а его приращения зависимы. В связи с невозможностью его длительного наблюдения, в частности, с целью последовательного различения гипотез, в работе рассматривается байесовская постановка задачи. Спецификой здесь является то, что границы области остановки зависят от времени; их отыскание является большим успехом автора.

Глава 3 посвящена изучению броуновского движения, у которого в случайный (экспоненциально распределенный) момент времени нулевой снос становится равным некоторому ненулевому значению. Нахождение вероятностей выхода такого процесса на

заданные уровни является непосредственным обобщением классических результатов для броуновского движения. Сложный характер полученных аналитических выражений свидетельствует и о необычности данной постановки, и об аналитических возможностях их автора.

Основные результаты диссертации состоят в следующем.

- **Доказана асимптотическая оптимальность** критерия Вальда в задаче последовательного различения двух простых гипотез для **стационарного процесса Орнштейна-Уленбека**, во-первых, для случая, когда вероятности ошибок первого и второго рода стремятся к нулю; во-вторых, для случая, когда вероятности ошибок фиксированы, а тестируемые значения параметра стремятся к бесконечности, сохраняя заданное расстояние между собой. Проверке подлежат гипотезы о величине параметра, отвечающего за скорость возвращения процесса Орнштейна-Уленбека к своему среднему значению. Оптимальность понимается в смысле минимизации информации Кульбака-Лейблера.
- **Изучена** структура оптимальных решающих правил в байесовской задаче последовательного различения гипотез о терминальном значении **броуновского моста**. А именно, **доказано** существование, единственность, непрерывность и монотонность оптимальных границ останковки, которые характеризуются как единственное решение некоторой системы интегральных уравнений.
- **Найдены аналитические выражения** преобразований Лапласа, среднего времени выхода на заданный уровень, аналитические выражения плотностей вероятностных распределений, а также вероятностей достижения границы за конечное время для моментов первого выхода **винеровским процессом с разладкой** на заданный уровень.

Результаты диссертационной работы Д. И. Лисовского являются новыми, получены автором самостоятельно и обоснованы в виде строгих математических доказательств.

По теме работы опубликованы 4 статьи в ведущих научных журналах из баз данных *WoS*, *SCOPUS* и *RSCI*.

Содержащиеся в работе результаты неоднократно докладывались на научных семинарах и конференциях в России и за рубежом, а именно: на научных семинарах “Большой семинар кафедры теории вероятностей” под рук. А. Н. Ширяева (МГУ, 2018 г.), “Аспирантский коллоквиум кафедры теории вероятностей” под рук. А. Н. Ширяева и Ю. М. Кабанова (МГУ, несколько докладов в 2017 г.); на международных научно-исследовательских семинарах “Stochastic Finance @ Warwick Seminars” (University of Warwick, Великобритания, 2018 г.), “Seminar zur Stochastik” (Friedrich-Schiller-Universität Jena, Германия, 2018 г.); на международных конференциях “4-th International Workshop on Analysis, Probability and Geometry” (МГУ, Москва, Россия, 2016 г.); “Международная конференция по стохастическим методам” и “Вторая международная конференция по стохастическим методам” (пос. Дюрсо, Россия, 2016-2017 гг.), “Third International Conference on Stochastic Methods” (Дивноморское, Россия, 2018 г.), “Asymptotic Statistics of Stochastic Processes and Applications XI” (Петергоф, Россия, 2017 г.), “Tenth European Summer school in Financial Mathematics: Rough Volatility and Transaction Costs” (Дрезден, Германия, 2017 г.).

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы специалистами в области статистики случайных процессов и теории задач об оптималь-

ной остановке. Результаты и методы работы Д. И. Лисовского будут востребованы в исследованиях, проводимых в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, Математическом институте имени В. А. Стеклова, Санкт-Петербургском государственном университете, Институте проблем передачи информации имени А. А. Харкевича, Центральном экономико-математическом институте РАН.

Оценивая работу в целом, я считаю, что представленная диссертация Д. И. Лисовского “Статистические задачи для некоторых процессов диффузионного типа” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, по специальности 01.01.05 — “теория вероятностей и математическая статистика”, выполнена на высоком научном уровне. Работа удовлетворяет всем требованиям “Положения о порядке присуждения ученых степеней Московского Государственного Университета имени М. В. Ломоносова” и рекомендуется к защите в Диссертационном Совете МГУ.01.07.

Заведующий кафедрой теории вероятностей
механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова,
(119234, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание,
механико-математический факультет,
тел. +7(495)9391244, факс +7(495)9392090,
email: mmmf@mech.math.msu.su, сайт: <http://www.math.msu.su/>)
академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор
(тел. +7(495)9391403, email: albertsh@mi.ras.ru)

А. Н. Ширяев

Подпись академика РАН А. Н. Ширяева удостоверяю
И. о. декана механико-математического факультета
МГУ имени М. В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук, профессор

В. Н. Чубариков

Сведения о научном руководителе Д. И. Лисовского

Ширяев Альберт Николаевич

Ученая степень: доктор физико-математических наук

Ученое звание: академик РАН, профессор

Должность: заведующий кафедрой теории вероятностей механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова

Адрес: 119991, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание, механико-математический факультет; тел. +7(495)9391403, email: albertsh@mi.ras.ru

Приведенные сведения верны