Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова»

Физический факультет

На правах рукописи

Колотинский Николай Васильевич

СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ КВАНТОВЫЕ РЕШЕТКИ КАК ШИРОКОПОЛОСНЫЕ АКТИВНЫЕ УСТРОЙСТВА

01.04.04 – физическая электроника

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физ.-мат. наук, профессор В.К. Корнев

Москва, 2015.

Содержание

Общая характеристика диссертационной работы **4**

1 Вводные положения. Постановка задачи. **9**
1.1 Макроскопические квантовые эффекты в сверхпроводниках 9
1.1.1 Эффект Джозефсона 9
1.1.2 Одно- и двухконтактные интерферометры 13
1.1.3 Цифровая сверхпроводниковая электроника 17
1.2 Многоэлементные джозефсоновские структуры 21
1.2.1 Необходимость перехода к многоэлементным структурам . 21
1.2.2 Концепция сверхпроводящих квантовых решеток 22
1.2.3 Сверхпроводящие квантовые фильтры 24
1.3 Постановка задачи 25

2 Сверхпроводящие квантовые решетки на основе дифференциальных квантовых ячеек **27**
2.1 Определение линейности сверхпроводящей квантовой решетки . . 27
2.2 Дифференциальная квантовая ячейка 29
2.2.1 Аппроксимационная модель дифференциальной ячейки . . 31
2.2.2 Дифференциальная квантовая ячейка с нулевыми индуктивностями связи 35
2.2.3 Дифференциальная квантовая ячейка с конечными индуктивностями связи 38
2.3 Заключение к главе 2 43

3 Сопряжение сверхпроводящих квантовых решеток **45**
3.1 Изучение влияния нагрузки на дифференциальные квантовые ячейки 45
3.2 Разработка технических решений согласования активных устройств на основе СКР с антенно-волноводным трактом и устройствами оцифровки сигналов 48
3.3 Заключение к главе 3 53

4 Активные электрически малые антенны на основе сверхпроводящих квантовых решеток **54**
4.1 Обоснование необходимости применения сверхпроводящих активных электрически малых антенн 54

4.1.1 Классические активные малые антенны и их фундаментальные ограничения 54
4.1.2 Трансформаторные и бестрансформаторные сверхпроводящие активные электрически малые антенны 58
4.2 Влияние размерных эффектов на характеристики активных электрически малых антенн 63
4.2.1 Анализ влияния размерных эффектов на дифференциальную квантовую ячейку 63
4.2.2 Анализ влияния размерных эффектов на активную электрически малую антенну 74
4.3 Диаграмма направленности антенны на основе СКР 76
4.4 Заключение к главе 4 79

5 Экспериментальные исследования прототипов активных электрически малых антенн 81
5.1 Проведение экспериментального исследования 82
5.1.1 Разработка держателя микросхем для прототипов активных электрически малых антенн 82
5.1.2 Проведение измерений 83
5.2 Результаты экспериментального исследования 90
5.3 Заключение к главе 5 94

Выводы диссертационной работы 95

Список сокращений и терминов 98

Список печатных работ автора по материалам диссертации 99

Список использованной литературы 101

Приложение А. Численные методы анализа линейности 113

Приложение Б. Вопросы трехмерного анализа поведения сверхпроводящих структур в поле падающей волны 120

Общая характеристика диссертационной работы

Диссертационная работа посвящена исследованию достижимых характеристик сверхпроводящих квантовых решеток (СКР) на основе дифференциальных квантовых ячеек, а также изучению широкополосных активных устройств, реализованных на базе СКР, в том числе активных электрически малых антенн (ЭМА).

Актуальность работы

Аналоговые и цифровые устройства сверхпроводниковой электроники, в основе физики которых лежат макроскопические квантовые эффекты в сверхпроводниках, обладают уникальными характеристиками, недоступными для полупроводниковой электроники. Высокое быстродействие и предельно низкая энергия переключения джозефсоновских элементов $E_J = \Phi_0 I_C = 2 \cdot 10^{-15}$ Вб $\times$ 10^{-4} А $\approx 10^{-18}$ Дж, а также исключительно высокая чувствительность сверхпроводящих квантовых интерференционных устройств, сквидов (*англ.*: SQUID – Superconducting Quantum Interference Device) на основе джозефсоновских переходов с энергетическим разрешением порядка 10^{-32} Дж/Гц (то есть близким к постоянной Планка h) открывают широкие возможности для разработки устройств, способных работать в верхних диапазонах частот сигналов, обеспечивающих высокие скорости обработки информации и предельно высокую чувствительность.

Прогресс в области цифровых устройств на основе быстрой одноквантовой логики, известной как RSFQ-логика (Rapid Single Flux Quantum logic) [1–3], а также высокочувствительных широкополосных аналого-цифровых преобразователей (АЦП) [4–7], открывает, в том числе, новые возможности в развитии технологий приема, обработки и защиты информации на основе широкополосных приемных систем с прямой оцифровкой входного сигнала [8–15].

В то же время, несмотря на рекордные достижения сверхпроводниковой электроники в области высокочувствительных устройств, построенных на основе сквидов и предназначенных для использования в диапазоне низких частот (до $\sim$ 1 МГц), создание широкополосных низкошумящих сверхпроводниковых активных устройств (усилителей, активных антенн) высокочастотного диапазона (до 10 ГГц) с большим динамическим диапазоном остается нерешенной, но крайне востребованной задачей.

В настоящее время решение этой задачи связывается с использованием спе-

циальных многоэлементных джозефсоновских структур, получивших название сверхпроводящих квантовых решеток (СКР). Поэтому данная работа, посвященная изучению достижимых характеристик СКР на основе дифференциальных квантовых ячеек и широкополосных активных устройств, реализованных на базе СКР, в том числе активных электрически малых антенн (ЭМА), является крайне актуальной.

Цель работы

Целью диссертационной работы является теоретическое и экспериментальное исследование достижимых характеристик сверхпроводящих квантовых решеток (СКР) на основе дифференциальных квантовых ячеек, изучение широкополосных активных устройств, реализованных на базе СКР, в том числе активных электрически малых антенн (ЭМА), а также разработка и реализация прототипа активной ЭМА на основе тонкопленочной ниобиевой технологии интегральных схем.

Научная новизна

1. Разработаны и применены методы многопараметрического анализа и оптимизации многоэлементных джозефсоновских устройств с высокой линейностью характеристик до 100 дБ, к которым относятся изучаемые в диссертационной работе сверхпроводящие квантовые ячейки.

2. Впервые рассмотрена задача анализа влияния нагрузки на линейность характеристик квантовых ячеек, а также достижимой степени и условий компенсации этого воздействия.

3. Исследована и сформулирована стратегия решения задачи построения интерфейса, мало возмущающего характеристики активной сверхпроводящей антенны при ее сопряжении с низкоомными устройствами.

4. Впервые изучены размерные эффекты в активных сверхпроводящих электрически малых антеннах и их влияние на линейность выходного сигнала антенны за счет фазового сдвига входных сигналов в плечах дифференциальных квантовых ячеек и нарушения симметрии распределения магнитного потока внутри квантовых ячеек.

5. Реализован и исследован прототип активной электрически малой антенны бестрансформаторного типа с общим числом дифференциальных квантовых

ячеек 588. Достигнуты значения крутизны линейного преобразования магнитного сигнала в напряжение 8000 мкВ/мкТ с размахом отклика напряжения до 100 мВ.

Практическая ценность работы

Практическая ценность данной работы заключается в развитии физических основ построения сверхпроводящих квантовых решеток (СКР) на основе дифференциальных квантовых ячеек, а также в изучении широкополосных активных устройств, реализованных на базе СКР, в том числе активных электрически малых антенн (ЭМА), и обосновании достижимых характеристик таких устройств.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке сверхпроводниковой электроники и информационных технологий и служить основой для последующих опытно-конструкторских разработок в области приема, обработки и защиты информации. Разработка технологии приема большого числа сигналов от различных источников с последующей параллельной обработкой сигналов является актуальной, и результаты исследования смогут найти широкое применение в разных системах беспроводной связи:

— в стационарных станциях радиосвязи, работающих с большим количеством источников сигналов разного уровня, для увеличения их производительности и «пропускной» способности, для одновременного приема контента различного типа и назначения;
— в системах, реализующих задачи удаленного доступа к вычислительным центрам и «облачные» технологии хранения и обработки информации;
— в системах, реализующих новые принципы функционирования систем защиты информации посредством программно-определяемой связи, в рамках которой частота и тип кодировки радиосигнала устанавливается динамически в широкой полосе частот;
— в программно-аппаратных комплексах специального назначения.

Достоверность результатов

Достоверность результатов, приведенных в диссертации, подтверждается тем, что они были получены автором с использованием современных математических методов, вычислительных средств и программного обеспечения, а также современных технологий и экспериментального оборудования. Численный анализ сосредоточенных джозефсоновских структур проводился с использованием

программного обеспечения PSCAN, являющегося одним из наиболее эффективных программных пакетов для численного моделирования сверхпроводниковых схем [16]. Полученные результаты находятся в соответствии с имеющимися литературными данными. Теоретические результаты подтверждены экспериментальными исследованиями, выполненными автором на измерительном оборудовании фирмы Hypres (США), а также опубликованными результатами других независимых исследований, в том числе результатами публикаций [17, 18].

Личный вклад автора

Все результаты, представленные в диссертационной работе, получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автором осуществлялись: разработка ряда методов численного моделирования; конструирование узлов экспериментальной установки; проведение экспериментов и интерпретация полученных результатов; совместно с научным руководителем была поставлена научная задача. Соискателем совместно с соавторами проводилась подготовка публикаций и докладов на конференциях. Значительная часть результатов исследований докладывалась лично автором.

Апробация и публикация результатов работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на российских и международных конференциях и симпозиумах, таких как:

— Всероссийская научно-техническая конференция «Микроэлектроника СВЧ», Санкт-Петербург, Россия, 4–12 июня 2012 г.;
— Международная конференция «Микро- и наноэлектроника – 2012», Звенигород, Россия, 1–5 октября 2012 г.;
— XIV Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» («Волны-2013»), Можайск, Россия, 20–25 мая 2013 г.;
— 14-ая Международная конференция по сверхпроводниковой электронике (14th International Superconducting Electronics Conference, ISEC-2013), Кембридж, Массачусетс, США, 7–11 июля 2013 г.;
— Европейская школа для молодых ученых «Новые тенденции в сверхпроводниковых квантовых детекторах» (“New Trends with Superconducting Quantum Detectors”), Генуя, Италия, 9–13 сентября 2013 г.;

— 11-ая Европейская конференция по прикладной сверхпроводимости (11th European Conference on Applied Superconductivity, EUCAS-2013), Генуя, Италия, 15–19 сентября 2013 г.;
— 12-ая Международная конференция по наноструктурированным материалам (XII International Conference on Nanostructured Materials, NANO-2014), Москва, Россия, 13–18 июля 2014 г.;
— Международная конференция по прикладной сверхпроводимости (Applied Superconductivity Conference, ASC-2014), Шарлотт, Северная Каролина, США, 10–15 августа 2014 г;
— 15-ая Международная конференция по сверхпроводниковой электронике (15th International Superconducting Electronics Conference, ISEC-2015), Нагоя, Япония, 6–9 июля 2015 г.;
— 12-ая Европейская конференция по прикладной сверхпроводимости (12th European Conference on Applied Superconductivity, EUCAS-2015), Лион, Франция, 6–10 сентября 2015 г.;
— Итоги реализации в 2015 году ПНИЭР по приоритетным направлениям в рамках ФЦП «Исследования и разработки 2014 – 2020» (в рамках III ежегодной национальной выставки-форума ВУЗПРОМЭКСПО-2015), Москва, Россия, 2–4 декабря 2015 г.

По материалам диссертации было опубликовано 9 статей, из них 6 [А1–А6] в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций, и входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science. По материалам диссертации подана заявка на патент [А7].

Глава 1. Вводные положения. Постановка задачи.

1.1. Макроскопические квантовые эффекты в сверхпроводниках

1.1.1. Эффект Джозефсона

Применение макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках позволяет создавать аналоговые и цифровые устройства с уникальными характеристиками, недостижимыми методами традиционной полупроводниковой электроники [19–24]. Такие устройства обладают высоким быстродействием, исключительно высокой чувствительностью к магнитным сигналам (а также к другим сигналам, которые возможно преобразовать в магнитный сигнал), предельно низкой энергией переключения джозефсоновских элементов $E_J \approx 2{\cdot}10^{-19}$ Дж. Подобные характеристики открывают перспективы для создания устройств, сочетающих в себе высокую чувствительность, большой динамический диапазон, работоспособность в диапазоне частот до 10 ГГц и выше, высокоскоростную обработку информации. Аналоговые сверхпроводниковые устройства применяются для детектирования гравитационных волн [25], поиска черной материи [26, 27], измерения магнитной восприимчивости материалов [28], био-магнитных измерений [29], в медицине [30–32], в геофизике [33] и во многих других областях областях науки и техники [34–38]. Новым направлением использования макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках, появившимся в последнее время, является направление, связанное с созданием элементов квантового компьютера – квантовых битов [39], а также устройств для считывания их состояний [40–42].

Одним из основных эффектов сверхпроводимости, в котором наиболее ярко проявляются квантово-механические закономерности, является эффект Джозефсона, предсказанный им в 1962 году [43] и подтвержденный экспериментально П. Андерсоном и Дж. Роуэллом [44] и независимо С. Шапиро в 1963 году [45].

Джозефсоновский переход представляет собой слабую электрическую связь между двумя сверхпроводниками (электродами). В качестве такой слабой связи может выступать тонкий слой диэлектрика, обладающей проводимостью из-за туннельного эффекта, слой полупроводника, слой нормального металла, тонкопленочное сужение, и другие элементы. Основным требованием, накладываемым на такой элемент, является следующее: ток через него должен быть мал, а электроды велики, чтобы протекающий через контакт ток не вносил сильных возмущений

в параметр порядка в глубине электрода, т.е. можно говорить о параметре порядка электрода, рассматривая его объем (кроме малой области вблизи контакта).

Через такой контакт может бездиссипативно течь небольшой ток I_S, называемый сверхтоком. Ток не должен превышать некоторой величины I_C – критического тока. Протекание такого тока не создает напряжения между электродами. При рассмотрении сверхтока можно пренебречь создаваемым им магнитным полем. Плотность тока определяется градиентом фазы волновой функции $\Delta\chi$ теории Бардина-Купера-Шрифера [46,47] или градиентом параметра порядка теории Гинзбурга-Ландау [48].

Так как градиент фазы внутри электродов мал относительно градиента фазы в контакте, то можно говорить о скачке фазы на переходе φ:

$$\varphi = \chi_1 - \chi_2, \tag{1.1}$$

где χ_1,χ_2 – фазы волновых функций первого и второго электрода. Величина φ также носит название джозефсоновский фазы или фазы перехода.

Зависимость бездиссипативного тока I_S от фазы перехода φ должна удовлетворять следующим требованиям [19, 23, 24]:

а) Если ток через переход отсутствует, $I_S = 0$, то и джозефсоновская фаза $\varphi = 0$.

б) Так как изменение фазы χ волновой фазы одного из электродов на 2π ничего физически не изменяет, то, следовательно, функция $I_S(\varphi)$ – 2π-периодична.

в) Изменение знака тока изменит и знак разности фаз: $I_S(\varphi) = -I_S(-\varphi)$.

Наиболее простым выражением, удовлетворяющим приведенным условиям, является синусоидальное ток-фазовое соотношение:

$$I_S = I_C \sin\varphi \tag{1.2}$$

Выражение (1.2) получило название стационарного эффекта Джозефсона.

Если величина полного тока, пропускаемого через переход, превышает величину I_C, то в дополнение к сверхтоку I_S возникает нормальный ток I_N, создающий напряжение V на переходе:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \tag{1.3}$$

или, вводя величину $\Phi_0 = h/2e = 2.07 \cdot 10^{-15}$Вб, называемую квантом магнитного потока:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V \tag{1.4}$$

Выражение (1.4) получило название нестационарного эффекта Джозефсона.

Пусть напряжение на контакте V постоянно:$V = \overline{V} \neq 0$. Тогда из (1.2), (1.4) имеем:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0}\overline{V}t + \text{const};\ I_S = I_C \sin\left(\frac{2\pi}{\Phi_0}\overline{V}t + \text{const}\right), \tag{1.5}$$

т.е. сверхток осциллирует с частотой F_V, пропорциональной приложенному постоянному напряжению:

$$F_V = \Phi^{-1}\overline{V};\ \Omega_V = \frac{2\pi}{\Phi_0}\overline{V} = \frac{2e}{\hbar}\overline{V} \tag{1.6}$$

Этот процесс называется джозефсоновской генерацией.

Наиболее простой моделью, справедливой для многих типов джозефсоновских переходов, является резистивная модель [49,50], в которой полный ток через переход записывается как сумма сверхтока I_S и нормального тока $I_N = V/R_N$, где R_N – нормальное сопротивление джозефсоновского перехода (см. рис. 1.1а). Таким образом, учитывая (1.4), можно записать:

$$I = I_C \sin\varphi + \frac{\hbar}{2eR_N}\frac{\partial\phi}{\partial t} \tag{1.7}$$

Интегрируя (1.7) по времени, получаем выражение для зависимости напряжения на джозефсоновском переходе [24]:

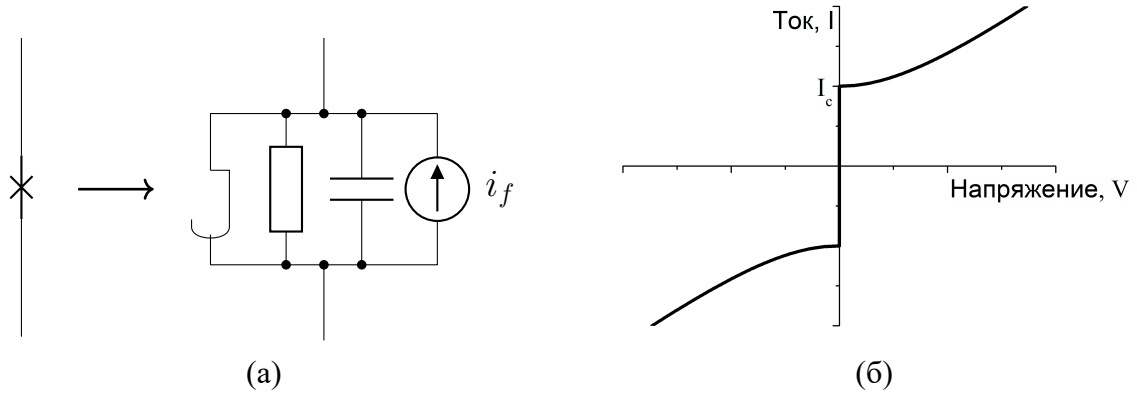
$$V(t) = R_N \frac{I^2 - I_C^2}{I + I_C \cos\Omega t}, \tag{1.8}$$

где

$$\Omega = \frac{2e}{\hbar} R_N \sqrt{I^2 - I_C^2}. \tag{1.9}$$

Таким образом, напряжение V на переходе осциллирует с частотой Ω, называемой частотой джозефсоновской генерации.

В ряде контактов ток, наряду с током проводимости $I_C + I_S$, может содержать две другие компоненты: ток смещения $I_D = C\frac{dV}{dt} = \frac{\hbar C}{2e}\frac{d^2\varphi}{dt^2}$, обусловленный конечной емкостью контакта; флуктуационный ток I_f, служащий для описания



(а) (б)

Рисунок 1.1 – *(а)* Эквивалентная схема джозефсоновского перехода (обозначенного на схеме «X») в резистивной модели. Знаком «J» обозначен нелинейный элемент, через который течет сверхток. *(б)* Вольт-амперная характеристика джозефсоновского контакта при $\beta_C \leq 1$.

флуктуаций методом Ланжевена [51]. Перепишем (1.7) с учетом этих компонент:

$$I = I_C \sin\varphi + \frac{\hbar}{2eR_N}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + C\frac{dV}{dt} + I_f, \tag{1.10}$$

где C – емкость контакта. Условие пренебрежения током смещения можно записать как $I_D \ll I_S$ или $\Omega \ll \Omega_P$, где Ω_p – плазменная частота:

$$\Omega_P^2 = \frac{2\pi I_C}{C\Phi_0} \tag{1.11}$$

В ряде случаев удобнее использовать выражение (1.10) в безразмерном виде, нормировав его на критический ток I_C, характерное напряжение $V_C = I_C R_N$ и нормированное время $\tau = t\Omega_C$, где $\Omega_C = \frac{2\pi V_C}{\Phi_0}$ – характерная частота. Проведя нормировку и введя обозначения: $i = I/I_C$, $i_f = I_f/I_c$, β_C – параметр МакКамбера, равный

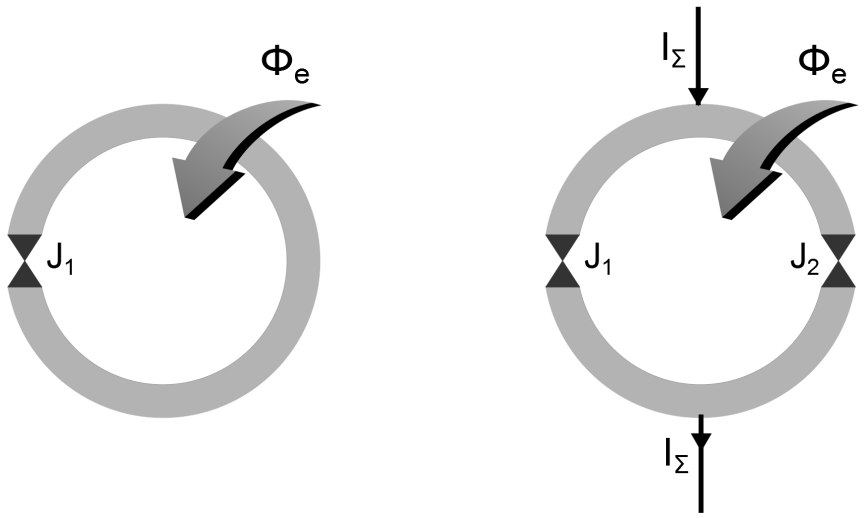
$$\beta_C = \frac{2e}{\hbar} I_C R_N^2 C, \tag{1.12}$$

получаем

$$i = \sin\varphi + \dot{\varphi} + \beta_C\ddot{\varphi}. \tag{1.13}$$

При $\beta_C \leq 1$ вольт-амперная характеристика (ВАХ) является однозначной функцией и для $I > I_C$ может быть получена из (1.8) усреднением по периоду осцилляций. В случае $I \leq I_C$ напряжение на переходе V равно 0. Таким образом (см. рис. 1.1б):

$$V = \begin{cases} 0, & I \leq I_C \\ R_N\sqrt{I^2 - I_C^2}, & I > I_C \end{cases} \tag{1.14}$$



(а) (б)

Рисунок 1.2 – Одноконтактный (а) и двухконтактный (б) сверхпроводящие квантовые интерферометры.

1.1.2. Одно- и двухконтактные интерферометры

Ранее, в 1.1.1, предполагалось, что к рассматриваемому одиночному джозефсоновскому переходу подключен источник тока, то есть переход включен в несверхпроводящую замкнутую цепь. Рассмотрим теперь джозефсоновский контакт, замкнутый сверхпроводником, а именно сверхпроводящее кольцо с включенным в него джозефсоновским переходом (рис. 1.2а). Такая структура получила название одноконтактного сверхпроводящего интерференционного датчика (сквид[1]) [24].

Напряжение $V(t)$ на переходе возникнет только при изменении магнитного потока Φ через кольцо, согласно закону электромагнитной индукции: $V(t) = d\Phi/dt$. В соответствии с (1.4), можно записать связь фазы джозефсоновскго перехода и внешнего магнитного потока:

$$\varphi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \tag{1.15}$$

Таким образом, фаза перехода оказывается жестко связанной с полным магнитным моментом, проходящим через кольцо. Это явление носит название квантовой макроскопической интерференции.

Для случая кольца следует записать совместно с уравнением (1.15) уравнение, учитывающее тот факт, что полный поток Φ складывается в общем случае из внешнего потока Φ_e и потока самоиндукции $-LI$, где L – индуктивность кольца,

[1]Сквид – от англ. SQUID, Superconducting Quantum Interference Device — «сверхпроводящий квантовый интерференционный датчик»

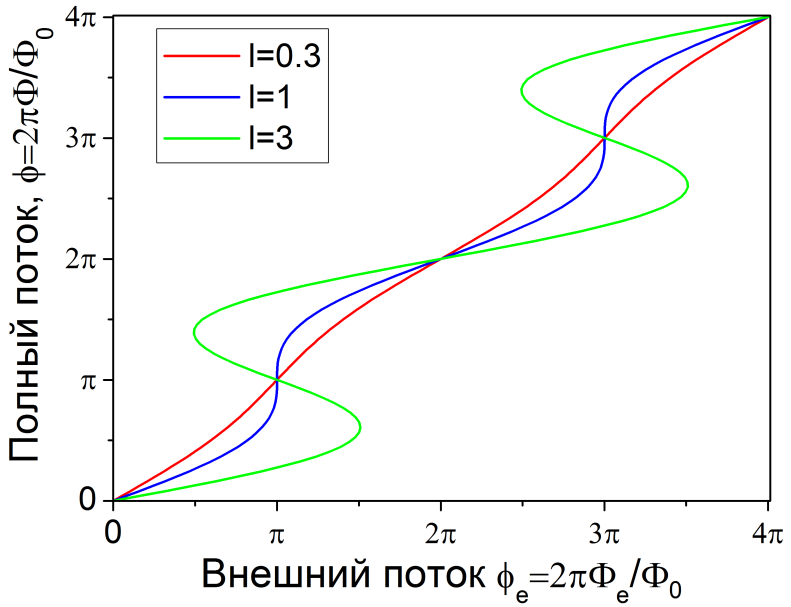


Рисунок 1.3 – Зависимость между полным (ϕ) и внешним (ϕ_e) потоком через кольцо для различных индуктивностей l в случае одноконтактного интерферометра.

I – ток через кольцо:

$$\Phi = \Phi_e - LI \tag{1.16}$$

Перепишем уравнения (1.15)-(1.16) в безразмерном виде, применяя резистивную модель перехода:

$$i = c\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} + \sin\varphi + i_f = \frac{\varphi - \varphi_e}{l}, \tag{1.17}$$

где

$$l = \frac{L}{L_c} = \frac{2\pi L I_c}{\Phi_0}, \varphi_e = \frac{2\pi\Phi_e}{\Phi_0} \tag{1.18}$$

Из (1.17) можно получить уравнение для определения стационарных состояний интерферометра [24]:

$$\varphi + l\sin\varphi = \varphi_e, \tag{1.19}$$

определяющее связь между внешним и полным потоком через кольцо. На рисунке 1.3 приведены графики этой зависимости при различных индуктивностях l. Эта зависимость приблизительно линейна при $l \ll 1$ и начинает отклоняться от линейной при увеличении l. При $l > 1$ всегда имеются области неоднозначности, в которых одному значению внешнего поля соответствуют несколько стационарных состояний, с различными значениями Φ и I.

Рассмотрим два контакта, включенных в сверхпроводящее кольцо – двухконтактный сверхпроводящий квантовый интерферометр (см. рис. 1.2б). В отличие от

одноконтактного интерферометра, будем считать, что двухконтактный интерферометр подключен к источнику постоянного тока I_Σ. Для него вместо выражений (1.15)-(1.16) следует записать:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\Phi/\Phi_0, \tag{1.20}$$

$$\Phi = \Phi_e - L_1 I_1 + L_2 I_2, \tag{1.21}$$

где φ_1 и φ_2 – джозефсоновские фазы переходов интерферометра, L_1, L_2 – индуктивности «плеч» интерферометра (части кольца, разделенные точками подключения тока I_Σ), I_1, I_2 – ток через плечи: $I_\Sigma = I_1 + I_2$.

Рассмотрим стационарные состояния двуконтактного интерферометра ($\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0, V_{1,2} = 0$). Также как и для одноконтактного интерферометра при большой величине индуктивности $l \geq 1$ таких состояний может быть несколько. При этом изменение параметров может привести систему не только в новое стационарное состояние, но и к выходу в нестационарный эффект Джозефсона ($\overline{V} \neq 0$).

Таким образом, можно ставить задачу о нахождении совокупности критических значений $I_{C\Sigma}$, которые все, за исключением наибольшего, соответствуют переходу из одного стационарного состояния в другое. Максимальное из совокупности критических значений $I_c = \max\left[I_\Sigma^k\right]$ соответствует переходу к джозефсоновской генерации.

Отметим, что величина I_C является 2π-периодичной функцией φ_e (Φ_0-периодичной функцией Φ_e). В случае малых индуктивностей ($l \ll 1$) для нее можно найти [24]:

$$I_C^2 = I_{c1}^2 + I_{c2}^2 + 2I_{c1}I_{c2}\cos\varphi_e, \tag{1.22}$$

где $I_{c1,2}$ – критические токи переходов, а в случае больших индуктивностей ($l \gg 1$):

$$I_c = I_{C\Sigma} - \min\left[\frac{I_{c2}}{l_2}\tilde{\varphi}_e,\ -\frac{I_{c1}}{l_1}\left(\tilde{\varphi}_e - 2\pi\right)\right], \tag{1.23}$$

где $\tilde{\varphi}_e = \varphi_e - 2\pi k - l_1 + l_2$, $I_{C\Sigma} = I_{c1} + I_{c2}$, k – целое.

На рисунке 1.4 изображена зависимость критического тока интерферометра от приложенного магнитного потока для симметричного ($I_{C1} = I_{C2}$) двухконтактного интерферометра при различных l.

Если значение тока I_Σ находится выше критического тока сквида I_C, то на контактах возникают напряжения, постоянные которых отличны от нуля и рав-

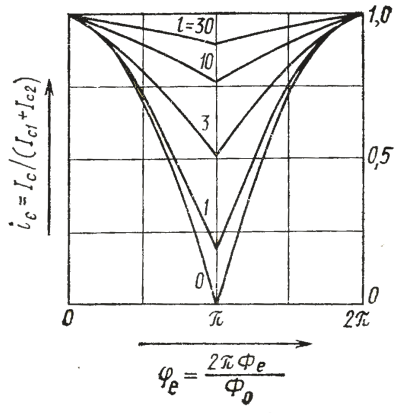


Рисунок 1.4 – Зависимость критического тока (i_C) симметричного двухконтактного интерферометра от внешнего потока через кольцо (φ_e) для различных индуктивностей l из работы [24].

ны: $\overline{V}_1 = \overline{V}_2$. При этом можно показать [23, 24], что ВАХ такого интерферометра будет соответствовать ВАХ одиночного перехода с критическим током I_C (см. рис. 1.5). Причем этот критический ток, согласно (1.22)-(1.23), зависит от внешнего магнитного потока. Таким образом, можно говорить о преобразовании магнитного потока в напряжение: $\Phi_e \to V$. Зависимость $V(\Phi_e)$ называется откликом напряжения (сигнальной характеристикой) двухконтактного интерферометра на внешний магнитный поток.

В современных магнитометрических системах, как правило, используются

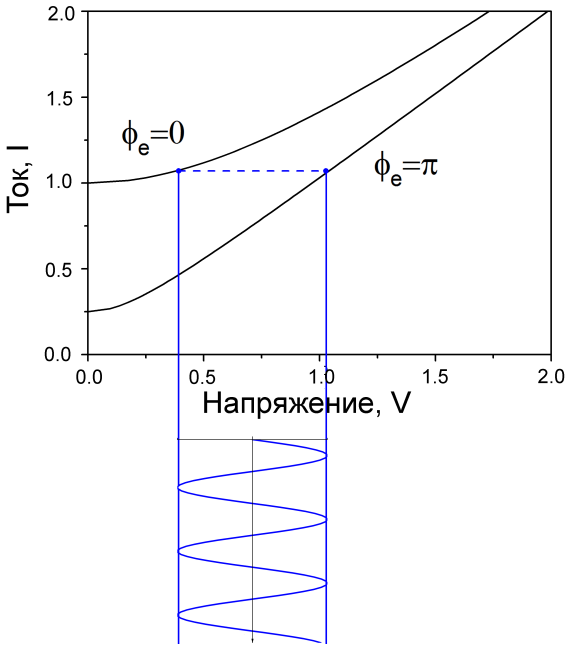


Рисунок 1.5 – ВАХ двухконтактного интерферометра и его отклик на изменение внешнего магнитного потока.

двухконтактные сквиды. Несмотря на предельно высокую чувствительность к магнитным сигналам, они обладают ограниченной линейностью преобразования магнитного сигнала и малым динамическим диапазоном. Динамический диапазон устройства на основе сквида измеряется отношением (обычно выраженным в дБ) величины максимального входного сигнала к минимальному сигналу, равному среднеквадратичной величине приведенных к входу флуктуаций. Эта величина растет с увеличением частотной полосы устройства ΔF как $(\Delta F)^{1/2}$. Для расширения динамического диапазона и увеличения линейности низкочастотных (до ~ 1 МГц) устройств на основе сквидов используют внешнюю следящую обратную связь первого порядка (см. рис. 1.6) [52,53], функцией которой является компенсация входного сигнала и, следовательно, фиксация рабочей точки на сигнальной характеристике (режим “flux-locked loop”). Однако в случае широкополосных устройств использование такой обратной связи не представляется возможным по причинам технологического характера, и сквиды в таких устройствах могут работать только в режиме “openloop” (без обратной связи) [54].

1.1.3. Цифровая сверхпроводниковая электроника

Развитие цифровой сверхпроводниковой электроники, в основе которой лежит использование быстрой одноквантовой логики – Rapid Single Flux Quantum (RSFQ) logic [1–3], позволяет в настоящее время создавать быстродействующие процессоры с тактовыми частотами $20-40$ ГГц [56]. Лидерами в этой области разработок является ряд международных научных центров, к которым, в частности, относятся International Superconductivity Technology Center (ISTEC), Tsukuba, Nippon Electric Company (NEC), Hypres Inc., Northrop Grumman. Компанией ISTEC (Япония) был разработан сверхпроводниковый 8-битный процессор CORE1Beta

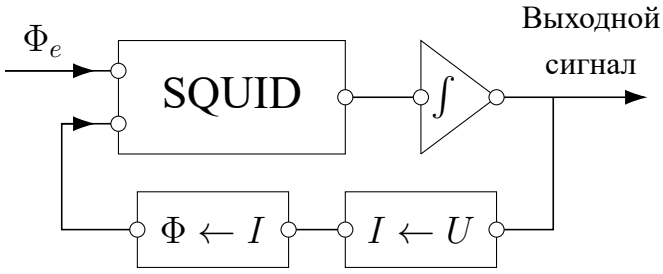
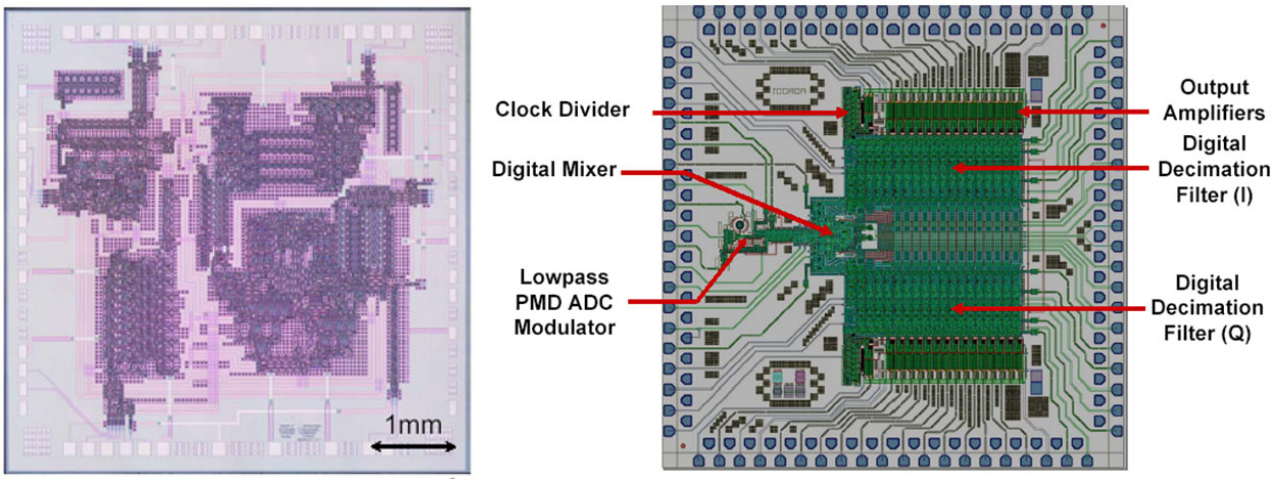


Рисунок 1.6 – Блок-схема низкочастотного устройства на основе сквида постоянного тока, работающего в режиме flux-locked loop (с замкнутой петлей обратной связи). Φ_e – входной сигнал (магнитный поток). Выходной сигнал – напряжение на выходе интегратора цепи обратной связи.

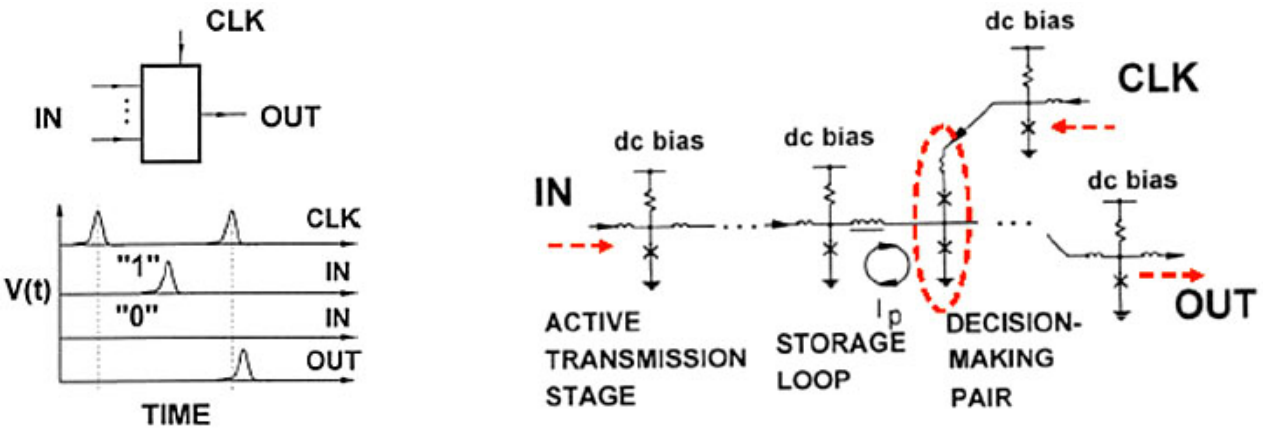
(микрофотография чипа показана на рис. 1.7а) тактовой частотой до 27,6 ГГц [55,57,58]), компанией Hypres (США) – 8-битный и 16-битный RSFQ процессоры FLUX-1 [59–63]. Носителями логической информации в цифровых устройствах на основе быстрой одноквантовой логики являются одиночные кванты магнитного потока величиной $\Phi_0 = h/2e \approx 2 \times 10^{-15}$ Вб, схематическое представление принципов функционирования устройств быстрой одноквантовой логики приведено на рис. 1.8. Создаваемые в настоящее время цифровые сверхпроводниковые интегральные схемы содержат десятки тысяч джозефсоновских элементом (см. фотографии чипов на рис. 1.7).

Развитие сверхпроводниковой цифровой электроники на основе RSFQ логики в сочетании с созданием уникальных джозефсоновских компараторов тока, которые характеризуются высоким быстродействием и предельно высокой чувствительностью [64–67], привело к созданию малошумящих широкополосных аналого-цифровых преобразователей – АЦП (Analog-to-Digital Converters – ADC), способных осуществлять широкополосное (от низких частот до десятков гигагерц) линейное преобразование аналогового сигнала в цифровой в пределах широкого динамического диапазона (до 90 дБ и выше) [4–7]. В свою очередь, появление таких АЦП делает возможным создание широкополосных приемных систем с прямой оцифровкой сигналов, обладающих большим динамическим диапазоном,



(а) (б)

Рисунок 1.7 – Микрофотографии двух чипов размером 1 см × 1 см с интегральными сверхпроводниковыми схемами (на основе ниобиевой технологии), содержащими около 11000 джозефсоновских элементов: *(а)* процессор CORE1beta (центр ISTEC, Япония) из работы [55] и *(б)* прототип первого (2006 год) цифрового приемника (компания Hypres, США) с частотой выборки 30 ГГц для X-диапазона (частота 7,5 ГГц), из работы [4].



(а) (б)

Рисунок 1.8 – Схематическое представление принципов функционирования быстрой одноквантовой логики: *(а)* временная последовательность приходящих логических сигналов в виде одиночных квантов магнитного потока (CLR—тактовый сигнал, IN и OUT соответственно входной и выходной сигналы), сопровождающихся генерацией на входном джозефсоновском элементе одноквантовых импульсов напряжения $V(t)$; *(б)* упрощенная обобщенная схема логического элемента, обязательными элементами которого являются запоминающий контур (Storage Loop) и компаратор на основе двух джозефсоновских элементов (Decision-Making Pair).

свободным от интермодуляционных искажений сигналов (Spurious Free Dynamic Range – SFDR), что открывает новые возможности в развитии технологий приема, обработки и защиты информации. Такие системы позволят осуществлять широкополосный прием большого числа сигналов от различных источников и последующую параллельную обработку сигналов (разделение сигналов, их анализ, дальнейшая обработка или запоминание) с использованием высокопроизводительной ЭВМ общего назначения при помощи соответствующих программных средств [15, 68]. Наиболее активно такие широкополосные приемные системы разрабатываются в научных центрах США (компания Hypres) [9, 10, 13, 17, 69–71] и Японии (научные центры ISTEC и NEC) [8, 11, 14]. На рис. 1.7б показана микрофотография чипа с первым (2006 год) прототипом цифрового приемника с частотой выборки 30 ГГц для X-диапазона (частота 7,5 ГГц) из работы [4]. На рис. 1.9 показаны для сравнения блок-схемы приемных систем, реализующих традиционную архитектуру (узкополосные приемные каналы, оцифровка сигналов после понижения частоты в результате преобразования) и архитектуру широкополосного приемника с прямой оцифровкой сигнала сверхпроводниковым АЦП (из работы [4]).

Разрабатываемые новые технологии, основанные на использовании широкополосных приемных систем с прямой оцифровкой сигналов, являются крайне вос-

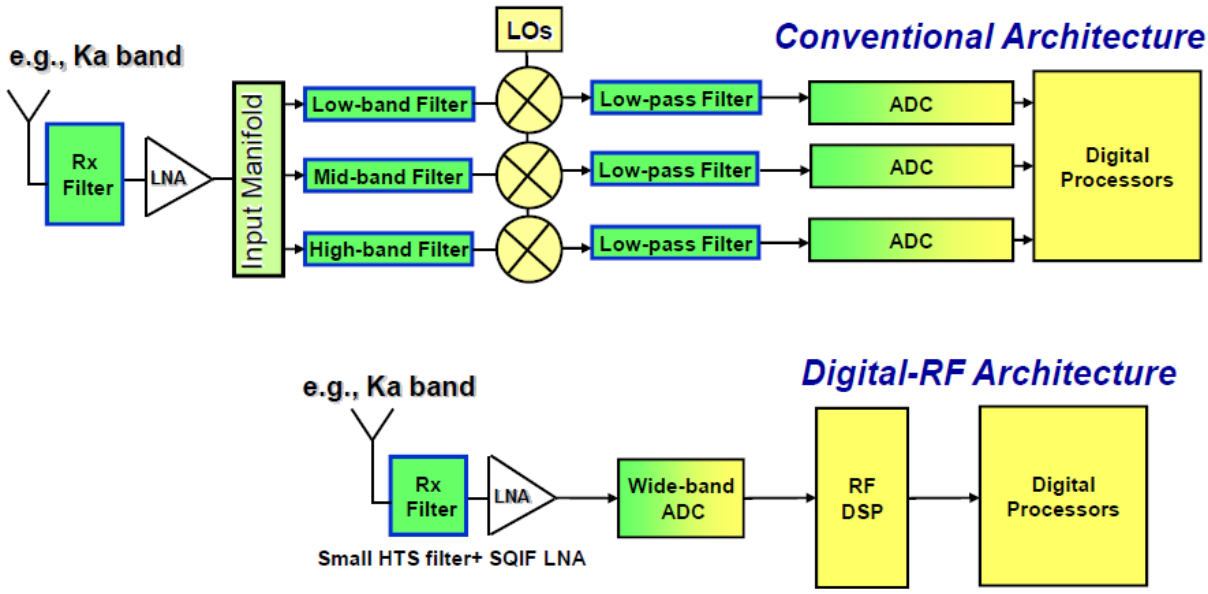


Рисунок 1.9 – Блок-схемы приемных систем, реализующих традиционную архитектуру (узкополосные приемные каналы, оцифровка сигналов после понижения частоты в результате преобразования) и архитектуру широкополосного приемника с прямой оцифровкой сигнала сверхпроводниковым АЦП (Wide-band ADC), из работы [4]. LNA – низкошумящий усилитель (Low-Noise Amplifier), LOs – генераторы гетеродинов (Local Oscillators), крестиками обозначены смесители сигналов.

требованными, в том числе, в связи с непрерывным ростом нагрузки на беспроводные сети за счет увеличения числа абонентов; необходимости одновременной передачи контента различного типа; развития технологий удаленного доступа к вычислительным центрам; развития облачных технологий хранения и обработки информации. Следует отдельно отметить открывающиеся возможности в области защиты информации посредством развития новой технологии программно-определяемой связи, в рамках которой частота и тип кодировки радиосигнала устанавливается динамически в широкой полосе частот, условно от 0 (нескольких герц или нескольких килогерц) до 10 ГГц (и возможно выше), с использованием прямой оцифровки принимаемого сигнала.

В то же время, интегральные характеристики разрабатываемых в настоящее время прототипов приемных систем с прямой оцифровкой сигналов ограничиваются параметрами антенного тракта и, в силу этого, оказываются существенно ниже возможностей сверхпроводниковых АЦП. Наличие потерь в волноводном тракте обусловливает необходимость использования полупроводниковых усилителей, которые обладают существенно меньшими динамическим диапазоном и линейностью по сравнению со сверхпроводниковыми АЦП. Кроме того, частотная полоса антенны может быть существенно меньше той полосы, с которой спо-

собны работать сверхпроводниковом АЦП.

1.2. Многоэлементные джозефсоновские структуры

1.2.1. Необходимость перехода к многоэлементным структурам

Рассмотрим резистивное состояние джозефсоновского элемента с малой собственной емкостью $\beta < 1$. В рамках резистивной модели для спектральной плотности флуктуаций для частоты $\Omega \ll \Omega_C$ можно записать [23]:

$$S_V(\Omega) = (2/\pi)k_B T(R_d)^2/R_N \approx 2k_b T R_N/\pi\,, \tag{1.24}$$

где $R_d = dV/dI$ – дифференциальное сопротивление, R_N и I_C – соответственно сопротивление и критический ток джозефсоновского элемента, k_B – постоянная Больцмана, T – физическая температура. Считая спектральную плотность флуктуаций напряжения двухконтактного сквида в два раза меньшей, чем для случая одного элемента, получим оценку для среднеквадратичного значения флуктуаций напряжения на сквиде в полосе частот $\Delta F = \Delta\Omega/2\pi$:

$$V_F \approx \left[4k_B T R_N \Delta F\right]^{1/2}. \tag{1.25}$$

Таким образом, при температуре $T \approx 4$ К и $R_N \approx 1$ Ом, что соответствует по порядку величины параметрам систем, реализованных при помощи стандартной ниобиевой технологии, в единичной полосе частот среднеквадратичная величина флуктуаций напряжения на сквиде равна $(V_F)_1 \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ мкВ.

Крутизну преобразования сквида $V_\Phi = dV/d\Phi$ при малой индуктивности можно оценить снизу как $2\Phi_0/V_C$. Рассматривая характерные напряжение $V_C = I_C R_N$ порядка нескольких микровольт и нормальное сопротивление $R_N \approx 1$ Ом, получаем оценку сверху чувствительности двухконтактного сквида в единичной полосе частот $\Delta\Phi \approx 10^{-4}\Phi_0$.

Под динамическим диапазоном (DR) понимается отношение максимального выходного сигнала $V_{\max}$ к уровню шумов на выходе, который, в свою очередь, определяет уровень минимального сигнала на выходе устройства:

$$\mathrm{DR} = \frac{V_{\max}}{V_F}. \tag{1.26}$$

В широкой полосе частот $\Delta F \approx 1$ ГГц согласно (1.25) среднеквадратичная величина флуктуаций на сквиде $(V_F)_{1\text{ ГГц}} \approx 0{,}5$ мкВ. Максимальную величину амплитуды выходного сигнала можно оценить величиной равной $^1/_4$ размаха отклика сквида, который в свою очередь для сквида с малой индуктивностью можно оценить сверху как V_C. Окончательно для динамического диапазона двухконтактного сквида получаем следующую оценку сверху для динамического диапазона:

$$\text{DR} = \frac{V_C}{4\,(V_F)_{1\text{ ГГц}}}. \tag{1.27}$$

При использовании стандартной ниобиевой технологии с плотностью критического тока $j_c = 4{,}5$ кА/см^2, $R_N \approx 2$ Ом, $I_c \approx 125$ мкА характерное напряжение V_C составляет 100 мкВ, и динамический диапазон можно оценить как $DR \approx 50$, то есть около 34 дБ. При этом линейный диапазон (свободный от интермодуляционных искажений) будет, как минимум, на порядок меньше.

Приведенные оценки динамического диапазона сквида в широкополосном режиме работы указывают на необходимость перехода от одиночных сквидов к многоэлементным джозефсоновским структурам, способным обеспечить большой динамический диапазон и высокую линейность на уровне величин, достигнутых в сверхпроводниковых АЦП (или иных устройствах обработки сигнала), или превышающих их. В качестве таких структур были предложены сверхпроводящие квантовые решетки (СКР) [А4, 72].

1.2.2. Концепция сверхпроводящих квантовых решеток

Сверхпроводящие квантовые решетки представляют собой однородные структуры в виде одно-, двух- или трехмерных решеток, состоящие из сверхпроводящих квантовых ячеек, характеризующихся высокой линейностью преобразования магнитного сигнала в напряжение. На рисунке 1.10 приведены концептуальные схемы таких решеток. В качестве сверхпроводящих квантовых ячеек предлагается применять би-сквиды [73–75], а также исследуемые в настоящей работе дифференциальные квантовые ячейки.

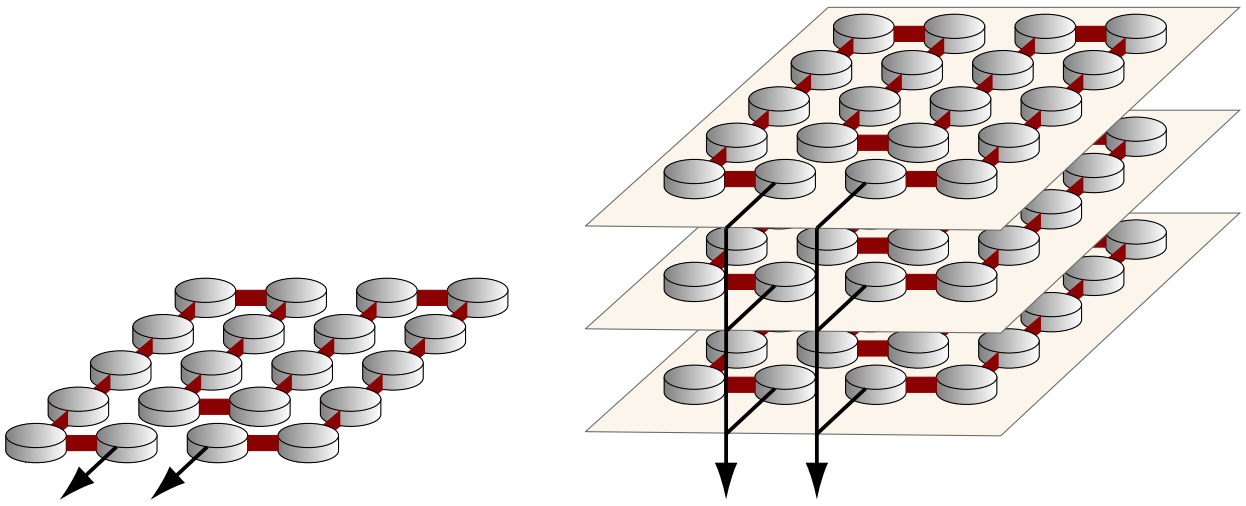
Высокая линейность характеристик активных устройств на основе квантовых решеток обеспечивается высокой линейностью функций преобразования магнитного сигнала в напряжения квантовых ячеек, а динамический диапазон DR решетки определяется числом N квантовых ячеек в решетке: $\text{DR} = \sqrt{N} \cdot \text{DR1}$, где DR1

– динамический диапазон одной ячейки.

Действительно, в случае последовательного соединения ячеек максимальная величина выходного сигнала $V_{\max}$ увеличивается пропорционально числу последовательно включенных ячеек N_S, а среднеквадратичная величина флуктуаций напряжения V_F увеличивается как $\sqrt{N_S}$, так как в силу независимости флуктуаций в ячейках происходит сложение дисперсий флуктуаций. Таким образом, динамический диапазон, определяемый как отношение величин $V_{\max}$ и V_F, растет с ростом числа последовательно соединенных ячеек как $\sqrt{N_S}$.

При параллельном включении квантовых ячеек амплитуда максимального сигнала не изменяется, а среднеквадратичная величина флуктуаций напряжения V_F уменьшается как $\left(\sqrt{N_P}\right)^{-1}$ с ростом числа параллельно включенных ячеек N_P, так как через параллельное соединение течет сумма независимых флуктуационных токов, величина среднеквадратичной флуктуации которой растет как $\sqrt{N_P}$, а сопротивление параллельного соединения уменьшается как N_P. Таким образом, параллельное соединение квантовых ячеек (или групп последовательно соединенных ячеек) так же дает рост динамического диапазона пропорционально $\sqrt{N_P}$. Отметим, что данное рассуждение в отношении параллельного соединения справедливо при выполнении определенных условий малости импеданса соединительных элементов.

Для сверхпроводящей решетки из N_P параллельно соединенных групп, состоящих из N_S последовательно соединенных квантовых ячеек, можно записать



(а) (б)

Рисунок 1.10 – Схема сверхпроводящей квантовой решетки в виде *(а)* двухмерной решетки и *(б)* трехмерного мультичипа.

следующее выражение для динамического диапазона:

$$\mathrm{DR} = \sqrt{N} \cdot \mathrm{DR1}, \tag{1.28}$$

где $N = N_S \times N_P$ – общее число ячеек.

Импеданс сверхпроводящей квантовой решетки Z пропорционален числу квантовых ячеек, включенных последовательно, и обратно пропорционален числу параллельно включенных ячеек или групп последовательно включенных ячеек:

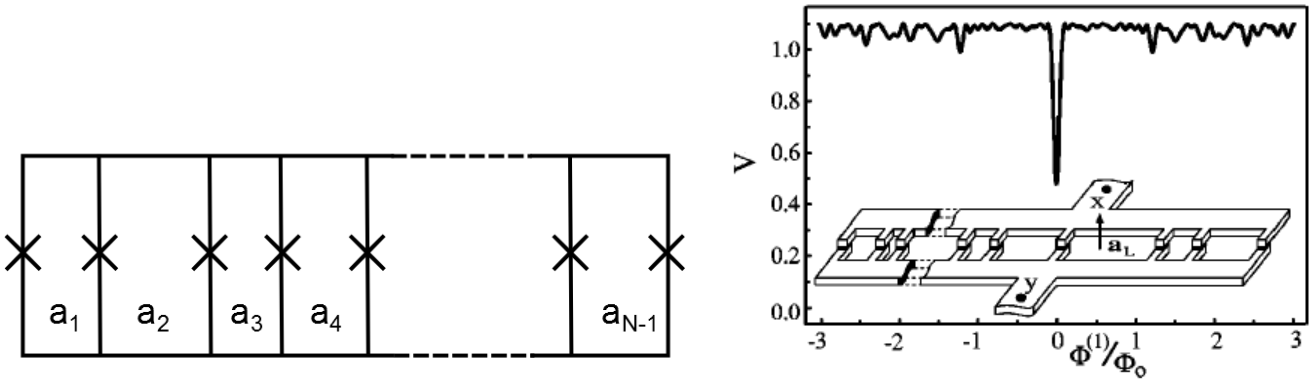
$$Z = Z_1 \cdot \frac{N_S}{N_P}, \tag{1.29}$$

где Z_1 – импеданс одной квантовой ячейки.

Импеданс сверхпроводящей квантовой решетки может варьироваться за счет изменения соотношения между последовательно и параллельно включенных квантовых ячеек. Параллельное включение также можно реализовать параллельным включением нескольких чипов с идентичными СКР, как показано на рисунке 1.10б. Оптимальное значение импеданса решетки определяется требованиями нагрузки, что подробнее рассматривается в главе 3.

1.2.3. Сверхпроводящие квантовые фильтры

Наиболее простой многоэлементной структурой является цепочка параллельно соединенных джозефсоновских переходов. На ее основе в 2000 году немецки-



(а) (б)

Рисунок 1.11 – *(а)* СКИФ-структура. N – число джозефсоновских переходов, a_i – распределение площадей. *(б)* Функция отклика напряжения V СКИФ-структуры на внешний магнитный сигнал Ф из работы [76].

ми исследователями была предложена структура, характеризующаяся непериодической функцией отклика напряжения на внешний магнитный сигнал, получившая названия СКИФ – сверхпроводящий квантовый интерференционный фильтр [76, 77].

Простейшая СКИФ-структура представляет собой N параллельно соединенных джозефсоновских элементов (см. рис. 1.11а). Такая цепочка представляет собой $N-1$ кольцо с включенными переходами, то есть $N-1$ двухконтактный сверхпроводящий интерферометр. Для достижения непериодической функции отклика площадь этих колец делается неодинаковой, и подчиняется некому распределению a_i.

Так как каждый сквид представляет собой устройство, преобразующее магнитный поток в напряжение, то СКИФ-структура будет выполнять аналогичную роль. На рисунке 1.11б приведена функция отклика напряжения на внешний магнитный сигнал. Функция отклика имеет лишь один глобальный минимум[2].

1.3. Постановка задачи

Основной задачей диссертационной работы является теоретическая разработка физических основ использования макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках для создания высокочувствительных широкополосных активных устройств приема и усиления сигналов, в том числе сверхпроводящих активных электрически малых антенн (ЭМА) гигагерцового диапазона частот на основе сверхпроводящих квантовых решеток, а также экспериментальное подтверждение теоретических исследований.

Постановка указанной задачи определяется востребованностью создания широкополосных устройств, обладающих высокой чувствительностью, присущей сквидам, и характеризующихся при этом высокой линейностью и большим динамическим диапазоном. Такие устройства необходимы для развития новых технологий приема информации по различным каналам связи, обработки и защиты информации с использованием широкополосных приемных систем с прямой оцифровкой сигналов и их последующей цифровой фильтрацией и идентификацией.

[2]Ряд авторов используют термин СКИФ также для цепочки параллельно включенных переходов с регулярным распределением площадей отдельных колец. Действительно, такую цепочку можно рассматривать как предельный случай СКИФ для распределения $a_i = \text{const}$; в этом случае отклик такой системы будет иметь некий выраженный период. Тем не менее, СКИФ-структура создавалась как система с заведомо непериодическим сигналом, и подобное обобщение нельзя признать удачным. В настоящей работе цепочка (параллельных) переходов, если не указано обратное, будет считаться регулярной системой, а СКИФ – нерегулярной системой.

Решение этой задачи может быть достигнуто с использованием специальных многоэлементных джозефсоновских структур, которые получили название сверхпроводящих квантовых решеток (СКР). Линейность выходного сигнала СКР определяется линейностью откликов ячеек решетки, а динамический диапазон возрастает с увеличением числа ячеек в решетке. При этом импеданс СКР может изменяться за счет использования комбинированного последовательно-параллельного электрического соединения ячеек.

Задачи, решаемые в диссертационной работе, разделяется на следующие части:

- разработка методов оптимизации базовых ячеек сверхпроводящей квантовой решетки – дифференциальных квантовых ячеек;
- разработка методов анализа линейности радиотехнических структур;
- исследование поведения дифференциальных ячеек в качестве компонентов электрически малой антенны;
- исследование коллективного поведения ячеек в составе сверхпроводящей квантовой решетки и активной электрически малой антенны на ее основе;
- экспериментальное подтверждение теоретического анализа и результатов численного моделирования.

Глава 2. Сверхпроводящие квантовые решетки на основе дифференциальных квантовых ячеек

2.1. Определение линейности сверхпроводящей квантовой решетки

Линейность устройств определяется и измеряется экспериментально с использованием однотонового или двухтонового методов анализа линейности [78]. При использовании однотонового метода анализа линейности на вход устройства подается гармонический сигнал и измеряется спектр выходного сигнала. Линейность определяется как:

$$\text{Lin1} = B_1/\max\{B_k\}\,, \tag{2.1а}$$

где B_1 – амплитуда основного тона выходного сигнала, B_k – амплитуды гармоник выходного сигнала ($k \geq 2$ – целое число). Как правило, линейность, так же как и динамический диапазон выражается в децибелах (считая амплитуды B_k выраженными в единицах напряжения[3]):

$$\text{Lin1} = 20\lg\left(\frac{B_1}{\max\{B_k\}}\right)\ \text{дБ}. \tag{2.1б}$$

На рисунке 2.1а схематически изображена последовательность действий при проведении однотонового анализа.

При использовании двухтонового метода анализа (рис. 2.1б) на вход устройства подается два гармонических сигнала с одинаковой амплитудой и близкими частотами Ω_1 и Ω_2 и измеряется спектр выходного сигнала. Линейность определяется как:

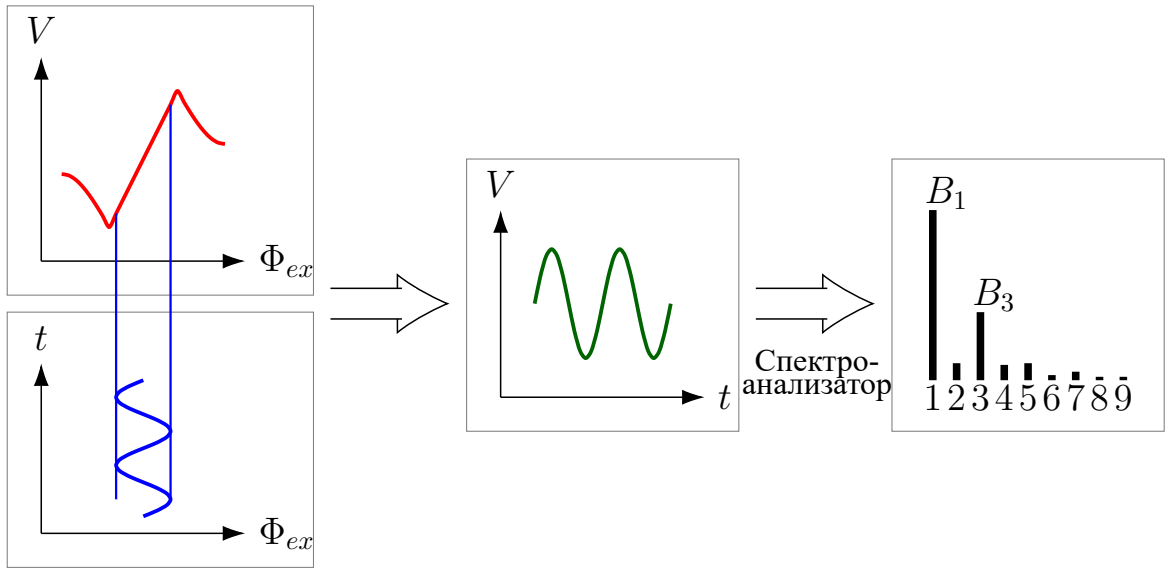
$$\text{Lin2} = B_1/\max\{B_{n,m}\}\,, \tag{2.2а}$$

или в децибелах:

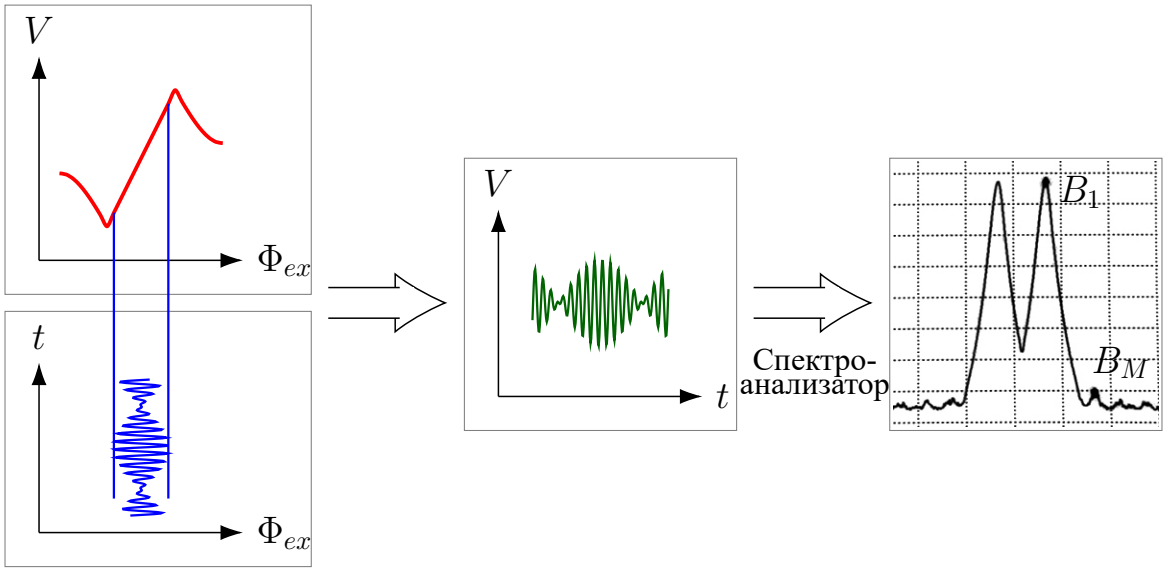
$$\text{Lin2} = 20\lg\left(\frac{B_1}{\max\{B_{n,m}\}}\right)\ \text{дБ}\,, \tag{2.2б}$$

где B_1 – амплитуда основного тона каждого из двух выходных сигналов, $B_{n,m}$ – амплитуды комбинационных частот $n\Omega_1 \pm m\Omega_2$ спектра выходного сигнала (n и m – целые числа).

[3] Если измеряется спектр мощности, а не спектр напряжения выходного сигнала, то в выражениях (2.1б) и (2.2б) множитель перед десятичным логарифмом следует заменить на 10.



(а)



(б)

Рисунок 2.1 – Схемы проведения *(а)* однотонового и *(б)* двухтонового анализа линейности. B_1 – амплитуда основного тона выходного сигнала (каждого из двух выходных сигналов), B_3 и B_M – максимальные амплитуды гармоник и комбинационных частот выходного сигнала.

Выбор конкретного метода анализа линейности осуществляется в зависимости от частотной полосы пропускания устройства. Для низкочастотных устройств может применяться однотоновый метод анализа линейности, для полосных устройств необходимо использовать двухтоновый метод анализа линейности. В случае сверхпроводящих квантовых решеток, которые являются широкополосными устройствами с частотной полосой, начинающейся с постоянного тока, можно применять как однотоновый, так и двутоновый методы.

Следует отметить, что линейность устройства не может быть выше динамиче-

ского диапазона. Максимальный динамический диапазон, в котором амплитуды гармоник или комбинационных частот меньше флуктуационного фона, то есть не наблюдаются в спектре выходного сигнала, называется динамическим диапазоном, свободным от нелинейных искажений, SFDR[4].

Линейность устройств на основе сверхпроводящих квантовых решеток определяется линейностью функций отклика напряжения на магнитный сигнал сверхпроводящих квантовых ячеек и не зависит от числа квантовых ячеек в решетке (при отсутствии существенного технологического разброса параметров ячеек).

Основными устройствами, предлагаемыми для реализации на основе СКР являются широкополосные малошумящие усилители и активные электрически малые антенны. Для реализации такого усилителя необходимо решить задачу интеграции СКР с входной широкополосной линией приложения магнитного сигнала к каждой квантовой ячейки решетки.

Для создания на основе СКР высокоэффективной электрически малой антенны (ЭМА) активного типа не требуется наличия какой-либо входной широкополосной линии. Подобная антенна, осуществляющая преобразование потока магнитной компоненты электромагнитной волны (магнитный сигнал) в напряжение, выполняет одновременно прием и усиление сигнала. При этом отдаваемая в нагрузку антенны мощность практически полностью забирается от источника постоянного тока смещения[5] квантовых ячеек решетки, то есть не является мощностью, полученной от принимаемой волны, и может быть достаточно большой.

2.2. Дифференциальная квантовая ячейка

В качестве базисного элемента сверхпроводящей квантовой решетки применяются сверхпроводящие квантовые ячейки, которые, как было показано выше, должны обеспечивать высокую линейность функции преобразования магнитного сигнала в напряжение. Исследуемой в настоящей работе ячейкой является дифференциальная квантовая ячейка.

Дифференциальная ячейка состоит из двух низкоиндуктивных параллельных

[4]От *англ.* Spurious-Free Dynamic Range.

[5]По аналогии с полупроводниковой электроникой в сверхпроводниковой электронике под током смещения понимается ток питания джозефсоновского перехода (структуры на основе джозефсоновских переходов). При этом ток смещения не является током задания смещения по магнитному потоку, который обеспечивает необходимый для работы дифференциальной квантовой ячейки выбор рабочей точки по взаимообратному магнитному смещению плеч ячейки.

цепочек джозефсоновских переходов (плеч ячейки) в резистивном состоянии, включенных дифференциально и смещенных взаимно противоположно некоторым магнитным потоком $\delta\Phi$. Причем индуктивности соединений и площади сквидов, образованных двумя соседними переходами, могут быть как одинаковыми вдоль всего плеча, так и изменяющимися по определенному закону. В последнем случае плечо дифференциальной ячейки будет представлять собой СКИФ. На рисунках 2.2а и 2.2б показана блок-схема дифференциальной квантовой ячейки и принципиальная схема каждого из ее плеч – параллельной цепочки джозефсоновских переходов, магнитное поле к которой прикладывается посредством индуктивно связанной с ней управляющей линии, обеспечивающей задание магнитного потока смещения $\delta\Phi$ и, в частном случае, входного сигнала Φ. Полный ток смещения цепочки I_b превышает максимальную величину критического тока цепочки $I_C = \sum I_{c,k}$ и, таким образом, обусловливает резистивное состояние цепочки ($I_{c,k}$ – критический ток k-ого перехода цепочки).

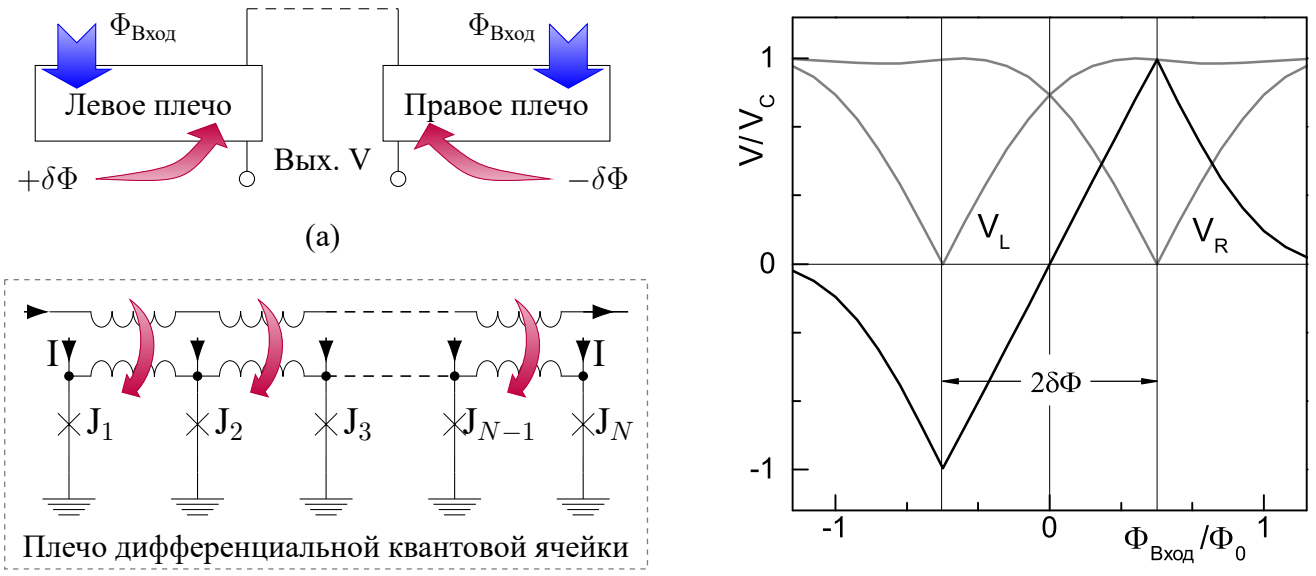


Рисунок 2.2 – Блок-схема дифференциальной квантовой ячейки *(а)* и принципиальная схема каждого из ее плеч *(б)* – параллельной цепочки джозефсоновских переходов $J_1; J_2; \ldots; J_N$, магнитное поле к которой прикладывается посредством индуктивно связанной с ней управляющей линии (задание магнитного потока смещения $\delta\Phi$, входного сигнала $\Phi_{Вход}$). Полный ток смещения цепочки превышает максимальную величину критического тока цепочки $I_C = \sum I_{ck}$ и, таким образом, обусловливает резистивное состояние цепочки. *(в)* Отклик напряжения V дифференциальной ячейки, а также индивидуальные отклики напряжения левого (V_L) и правого (V_R) плеч ячейки (светлые линии), смещенные по магнитному потоку на величину $+\delta\Phi$ и $-\delta\Phi$ соответственно.

2.2.1. Аппроксимационная модель дифференциальной ячейки

Боковые стороны основного пика отклика напряжения параллельной цепочки (регулярной или СКИФа) $V_R(\Phi)$ и $V_L(\Phi)$ на приложенный магнитный поток Φ при числе джозефсоновских переходов $N > 10 \ldots 15$ близки к параболическому виду [79]. В таком случае отклик дифференциальной ячейки

$$V(\Phi) = V_L(\Phi + \delta\Phi) - V_R(\Phi - \delta\Phi), \tag{2.3}$$

как разность двух одинаковых параболических функций, противоположно сдвинутых по оси аргумента на некоторую величину $\delta\Phi$, будет представлять собой линейную зависимость напряжения от магнитного сигнала Φ (магнитного потока), как показано на рисунке 2.2в.

Действительно, если $V_L(\Phi) = C_0 - k \cdot (\Phi - \Phi^\star)^2$ и $V_R(\Phi) = C_0 - k \cdot (\Phi + \Phi^\star)^2$, где C_0, k, $\Phi^\star$ – некие константы, то дифференциальное включение будет обеспечивать линейное преобразование магнитного сигнала в напряжение:

$$V(\Phi) = 4\left[k\left(\Phi^\star - \delta\Phi\right)\right] \cdot \Phi \tag{2.4}$$

в диапазоне сигналов от $-\delta\Phi$ до $\delta\Phi$ с коэффициентом преобразования магнитного потока в напряжение $dV/d\Phi = 4\left[k\left(\Phi^\star - \delta\Phi\right)\right]$.

Ограничение линейности возникает за счет следующих по степени малости членов в описании боковых сторон отклика $V_R(\Phi)$ и $V_L(\Phi)$, которые в силу четности функции отклика параллельной ячейки удобно записать в виде парабол высших четных степеней – парабол 4-ого и 6-ого порядков:

$$V_{R,L}\left(\Phi\right) = C_0 - k \cdot \left(|\Phi| - \Phi^\star\right)^2 + a_4 \cdot \left(|\Phi| - \Phi_4\right)^4 + a_6 \cdot \left(|\Phi| - \Phi_6\right)^6, \tag{2.5}$$

где C_0 – некая константа; $k > 0, a_4, a_6$ – коэффициенты разложения отклика в виде парабол второй, четвертой и шестой степеней соответственно; $\Phi^\star$, Φ_4, Φ_6 – вершины этих парабол, причем их значения строго положительны. Подставляя

выражение (2.5) в (2.3), получаем[6]:

$$V(\Phi) = \underbrace{4\left[k\left(\Phi^{\star}-\delta\Phi\right)-2a_4\left(\Phi_4-\delta\Phi\right)^3-3a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)^5\right]}_{\alpha_1}\cdot\Phi - \\ -\underbrace{8\left[\left(\Phi_4-\delta\Phi\right)+5a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)^3\right]}_{\alpha_3}\cdot\Phi^3-\underbrace{12a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)}_{\alpha_5}\cdot\Phi^5 \tag{2.6}$$

Из полученного выражения видно, что нелинейный вклад поправки 4-ого порядка в дифференциальный отклик становится равным нулю при смещении магнитного потока $\delta\Phi$ равного Φ_4. Аналогично, нелинейный вклад от поправки 6-ой степени исчезает при $\delta\Phi = \Phi_6$.

Найдем выражение для линейности дифференциальной ячейки однотоновым методом. Для этого в выражении (2.6) в качестве сигнала Φ следует задать гармонический сигнал $\Phi = A\cdot\sin(\omega t)$ частоты ω и амплитудой A:

$$\begin{aligned} V(t) &= \alpha_1\cdot A\sin(\omega t)-\alpha_3\cdot A^3\sin^3(\omega t)-\alpha_5\cdot A^5\sin^5(\omega t) = \\ &= \left[\alpha_1 A-\frac{3\alpha_3A^3}{4}-\frac{5\alpha_5A^5}{8}\right]\cdot\sin(\omega t)+\left[\frac{\alpha_3A^3}{4}+\frac{5\alpha_5A^5}{16}\right]\cdot\sin(3\omega t)- \\ &-\frac{\alpha_5A^5}{16}\cdot\sin(5\omega t). \end{aligned} \tag{2.7}$$

Тогда амплитуда основной гармоники B_1 выражается как:

$$\begin{aligned} B_1 = 4&\left[k\left(\Phi^{\star}-\delta\Phi\right)-2a_4\left(\Phi_4-\delta\Phi\right)^3-3a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)^5\right]\cdot A- \\ &-6\left[\left(\Phi_4-\delta\Phi\right)+5a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)^3\right]\cdot A^3-\frac{15}{2}a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)\cdot A^5, \end{aligned} \tag{2.8а}$$

а амплитуды третьей и пятой гармоник как:

$$B_3 = \left[2\left(\Phi_4-\delta\Phi\right)+10a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)^3\right]\cdot A^3+\frac{15}{4}a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)\cdot A^5, \tag{2.8б}$$

$$B_5 = -\frac{3}{4}a_6\left(\Phi_6-\delta\Phi\right)\cdot A^5. \tag{2.8в}$$

Для линейности дифференциальной квантовой ячейки, определенной однотоно-

[6]Далее везде, если не указано обратное, выражения записаны для рабочей области $-\delta\Phi \le \Phi \le \delta\Phi$.

вым методом, согласно (2.1) можно записать

$$\text{Lin1} = \frac{B_1}{\max\{B_3, B_5\}} = 20\lg\left(\frac{B_1}{\max\{B_3, B_5\}}\right) \text{ дБ}. \tag{2.9}$$

При рассмотрении идеализированного случая малых индуктивностей ($l = 0$) для функции отклика напряжения одного плеча дифференциальной квантовой ячейки можно использовать аналитическое выражение [A10, 76, 77]:

$$V_R(\Phi) = I_C R_N \sqrt{\left(\frac{I_B}{I_C}\right)^2 - |S_N(\Phi)|^2}, \tag{2.10}$$

где $I_C = \sum\limits_{k=1}^{N} I_{c,k}$ – критический ток плеча, $R_N = \frac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N} R_{n,k}$ – нормальное сопротивление плеча, N – число переходов в плече, $I_{c,k}$, $R_{n,k}$ – критический ток и нормальное сопротивление k-ого джозефсоновского перехода, I_B – общий ток смещения плеча, S_N – структурный фактор

$$S_N(\Phi) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \frac{I_{c,k}}{I_C} \exp\left[\frac{2\pi i}{\Phi_0}\sum_{m=1}^{k-1}\Phi_m\right], \tag{2.11а}$$

Φ_m – поток в m-ю ячейку, $\Phi = \sum\limits_{m=1}^{N}\Phi_m$ – полный поток, приложенный к плечу. В случае, когда плечо представляет собой регулярную параллельную цепочку, структурный фактор будет иметь следующий вид:

$$S_N(\Phi) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \frac{I_{c,k}}{I_C} \exp\left[\frac{2\pi i}{\Phi_0}\frac{(k-1)\Phi}{N-1}\right]. \tag{2.11б}$$

При достаточно большом числе переходов $N \geq 10$ боковая сторона идеализированной параллельной цепочки при токе смещения, равном критическому току, аппроксимируется параболой, начиная с центра пика отклика, т.е. начиная от $\Phi = 0$ (см. рис. 2.3а).

Численное моделирование плеч реальных дифференциальных ячеек показало, что в случае практически достижимых индуктивностей связи джозефсоновских элементов в параллельных цепочках $l \approx 0{,}3 \ldots 0{,}7$, отклик плеч ячейки может быть так же близок к параболическому виду, обеспечивая высокую линейность

результирующего отклика дифференциальной ячейки. Наилучшие результаты для реальных дифференциальных ячеек могут быть получены, как будет показано в разделе 2.2.3, при относительно небольших индуктивностях связи $l < 0{,}7$. При дальнейшем увеличении нормированной индуктивности l форма отклика параллельной цепочки ухудшается за счет уменьшения числа джозефсоновских переходов, участвующих в динамическом процессе.

Основной пик отклика напряжения реальных ячеек ($l \neq 0$) существенно шире, чем в случае нулевых индуктивностей, и содержит две области возможной параболической аппроксимации с различными параметрами, которые показаны на рисунках 2.3б и 2.3в. Первую из этих областей можно рассматривать как трансформированную область аппроксимации, существовавшую в случае $l = 0$. Небольшое увеличение тока смещения (приблизительно на $4\% - 6\%$ больше критического, т.е. до $I_B = 1{,}06 \cdot I_C$) позволяет сместить начало этой области ближе к точке $\Phi = 0$. Важно отметить, что в этой области аппроксимации вершины парабол четвертой и шестой степени Φ_4 и Φ_6 почти совпадают, поэтому, задавая величину смещения плеч ячейки равной $\delta\Phi \approx \Phi_4 \approx \Phi_6$, можно получить высокую линейность отклика дифференциальной ячейки.

Вторая область возможной параболической аппроксимации, которая появля-

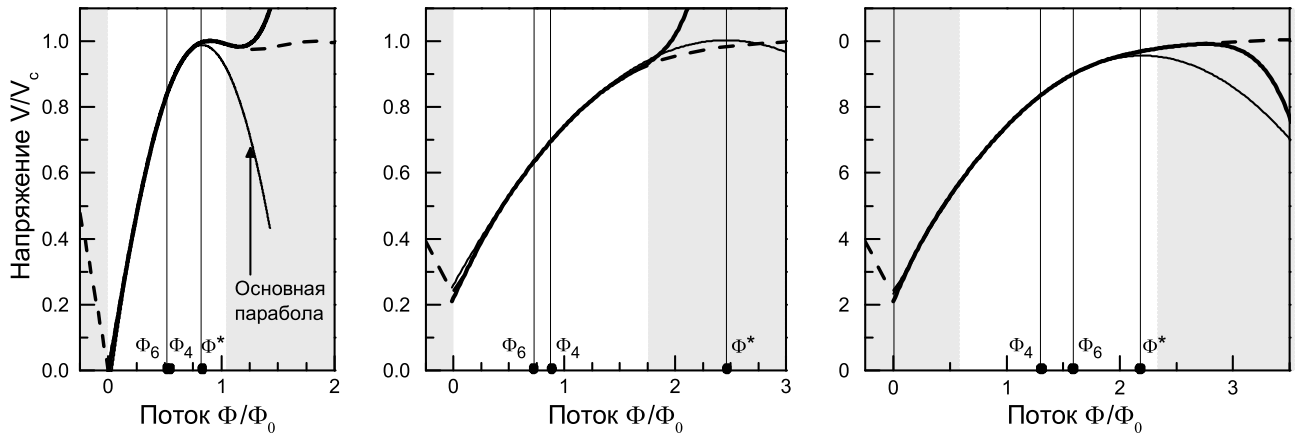


Рисунок 2.3 – Параболические аппроксимации (2.5) боковой стороны отклика параллельной цепочки из 10 джозефсоновских элементов, рассчитанные для идеализированной ($l = 0$) цепочки при токе смещения равном критическому току $I_B = I_C$ *(а)* и практической цепочки с индуктивностями связи джозефсоновских элементов $l = 0{,}5$ для первой *(б)* и второй *(в)* областей возможной аппроксимации при токе смещения $I_B = 1{,}06 I_C$. Отклики напряжения показаны штриховой линией, основная парабола (второго порядка) аппроксимации показана тонкой сплошной линией, полная аппроксимация – сплошной жирной линией. $\Phi^\star$, Φ_4, Φ_6 – вершины парабол второй, четвертой и шестой степеней соответственно.

ется при $l \neq 0$, практически не чувствительна к изменению тока смещения, а вершины поправок 4-ой и 6-ой степени практически всегда разнесены, что не позволяет достичь высокой линейности дифференциального отклика в этой области аппроксимации.

Рассмотрение в рамках аппрокисмационной модели позволяет сформулировать фундаментальное положение, лежащее в основе дифференциальных квантовых ячеек: для достижения высоколинейной функции отклика напряжения на внешний магнитный сигнал следует выбрать некую рабочую точку по смещению магнитного потока $\delta\Phi$, в которой поправки четвертого и шестого порядков (одновременно) становятся малыми, степень этой малости и определяет результирующую линейность. При отклонении величины смещения магнитного потока от значения $\delta\Phi \approx \Phi_4 \approx \Phi_6$ линейность отклика напряжения начнет уменьшаться.

Более точный анализ линейности, позволяющий, в том числе, решить задачу оптимизации параметров, следует проводить на основе численного анализа с применением спектрального подхода исследования линейности. Подробнее спектральный подход к численному анализу линейности рассмотрен в Приложении А, в следующих разделах приводятся только результаты такого анализа.

2.2.2. Дифференциальная квантовая ячейка с нулевыми индуктивностями связи

Рассмотрим дифференциальную квантовую ячейку в пределе нулевых индуктивностей. В этом случае для функции отклика плеча ячейки можно использовать выражения (2.10)–(2.11).

На рисунке 2.4а показана зависимость линейности функции отклика дифференциальной ячейки на основе параллельной цепочки из двадцати переходов от магнитного потока смещения $\delta\Phi$, рассчитанная с использованием численных методов в соответствии с однотоновым методом анализа. Ток смещения I_B считается равным критическому току I_C. Линейность рассчитана для различных амплитуд входного гармонического сигнала, составляющих 30%, 50% и 70% от полного размаха отклика ячейки по потоку. Линии на рис. 2.4а ограничивают области линейности для каждой из указанных амплитуд сигнала. На рисунке 2.4б пунктиром показана зависимость линейности в оптимальной точке Φ_{Op} по магнитному смещению (определенной как величина магнитного смещения, при которой для амплитуды входного сигнала $A = 50\%$ от полного размаха отклика ячейки по

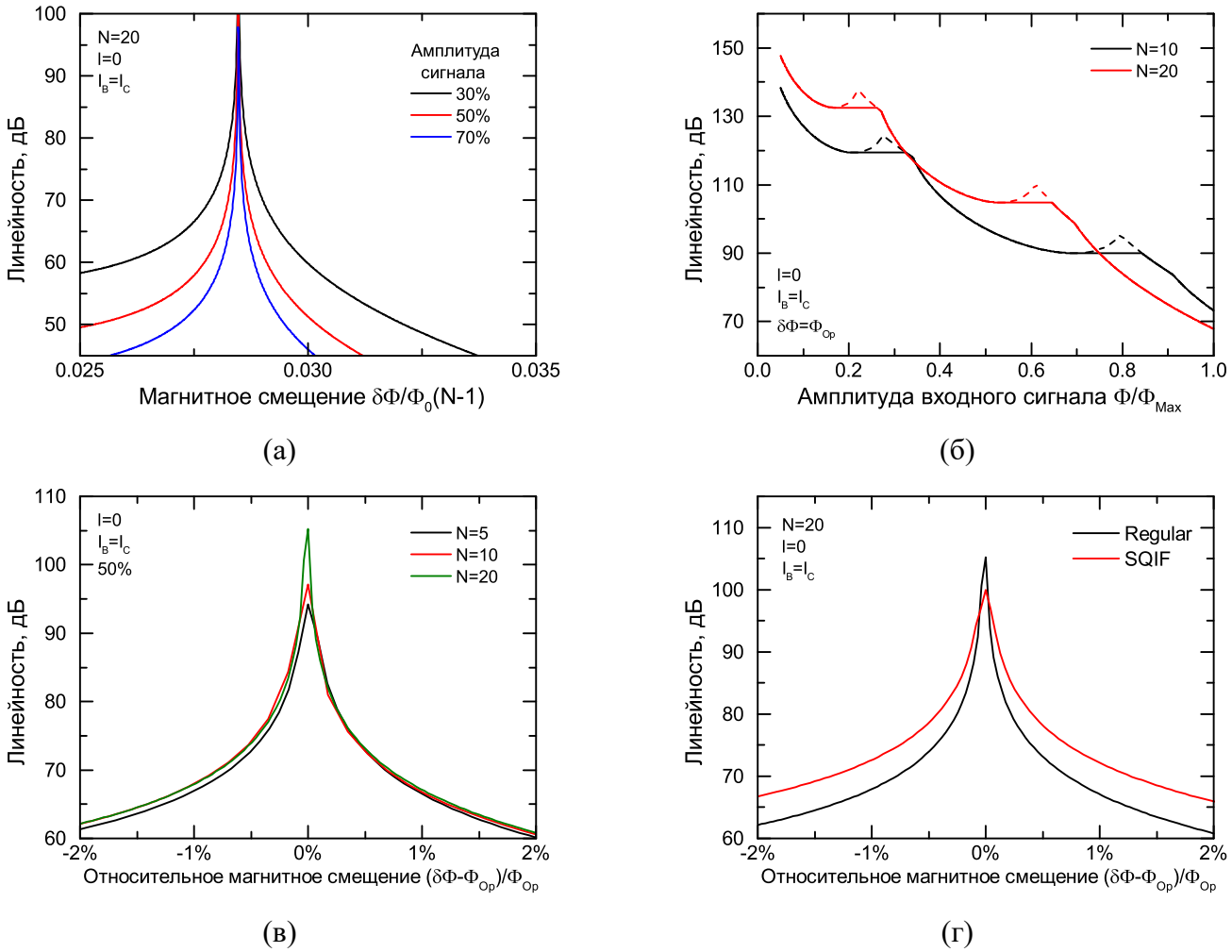


Рисунок 2.4 – Характеристики линейности дифференциальной квантовой ячейки с нулевыми индуктивностями связи при токе смещения $I_B = I_C$. *(а)* Зависимость линейности от смещения по магнитному потоку $\delta\Phi$ дифференциальной квантовой ячейки с нулевыми индуктивностями с $N = 20$ переходами в каждом плече для различных амплитуд входного гармонического сигнала, составляющих 30%, 50% и 70% от полного размаха отклика ячейки по потоку. *(б)* Пунктиром показана зависимость линейности в оптимальной точке Φ_{Op} по магнитному смещению (определенной как величина магнитного смещения, при которой для амплитуды входного сигнала 50% достигается максимальная линейность) от амплитуды сигнала Φ/Φ_{Max} на входе для $N = 10$ и $N = 20$, где Φ_{Max} – полный размах отклика ячейки по потоку. Сплошной линией показана результирующая линейность, определяемая минимальной линейностью сигнала с амплитудой меньшей, чем максимальная амплитуда входного сигнала. *(в)* Зависимость линейности от относительного магнитного смещения $\delta\Phi - \Phi_{Op}/\Phi_{Op}$ для различного числа переходов ($N = 5, 10, 20$) в плече дифференциальной ячейки.*(г)* Зависимость линейности от относительного магнитного смещения $\delta\Phi - \Phi_{Op}/\Phi_{Op}$ для регулярной (regular) цепочки переходов и СКИФ-структуры.

потоку достигается максимальная линейность) от амплитуды сигнала. Результирующая линейность, показанная сплошной линией, определяется минимальной линейностью сигнала с амплитудой меньшей, чем максимальная амплитуда детектируемого сигнала. Убывающий характер этой зависимости показывает, что при изменении амплитуды сигнала не происходит смещения пика максимальной линейности относительно магнитного потока (или оно не оказывает влияния на характеристики линейности).

На рисунке 2.4в изображена зависимость линейности от магнитного смещения для различного числа переходов в плече дифференциальной ячейки. Вместо смещения по магнитному потоку по оси абсцисс отложено относительное магнитное смещение $\frac{\delta\Phi - \Phi_{Op}}{\Phi_{Op}}$, что позволяет сравнивать линейности цепочек с различным числом переходов, а также оценивать необходимую точность задания оптимального смещения. Как видно из рисунка, несмотря на высокие значения линейности в пике (больше 100 дБ для $N = 20$ при амплитуде $A = 50\%$), ширина этого пика мала и даже при отклонении магнитного смещения от оптимального на 1% линейность падает на 30 дБ. Необходимость точного задания магнитного смещения накладывает особые технологические требования к топологии ячейки и методам задания магнитного смещения.

Решением данной проблемы может быть применение в качестве плеча ячейки не регулярной цепочки переходов, а СКИФ-системы. В работе [72] было показано, что для нулевых индуктивностей, раскладывая выражения (2.10)–(2.11) в ряд Тейлора, можно решить оптимизационную задачу на распределение потока вдоль СКИФ-структуры для достижения максимальной линейности:

$$\Phi_m = \text{const}\left[1 - 0.4\sin^3\left(\frac{\pi m}{N}\right)\right]. \tag{2.12}$$

На рисунке 2.4г изображена зависимость линейности от магнитного смещения для регулярной цепочки двадцати переходов и СКИФ-структуры, состоящей также из двадцати переходов. Следует отметить, что при почти одинаковой достижимой линейности более 100 дБ ширина пика для СКИФ-структуры больше, чем для регулярной цепочки, что позволяет уменьшить требования к точности задания магнитного смещения.

2.2.3. Дифференциальная квантовая ячейка с конечными индуктивностями связи

Для случая конечных индуктивностей, в отличие от случая нулевых индуктивностей, нельзя записать аналитическую формулу для отклика одного плеча дифференциальной квантовой ячейки, поэтому для анализа откликов требуется применения методов численного анализа. Расчет функций отклика напряжения дифференциальной квантовой ячейки на внешний сигнал проводился с использованием программного комплекса для анализа цепей сверхпроводниковой электроники PSCAN [A9, 80, 81].

Кардинальным отличием дифференциальной ячейки с конечными индуктивностями является ограниченный «радиус взаимодействия» – влияние каждого перехода на другие зависит от суммарной индуктивности между ними и неодинаково для различных участков отклика напряжения.

Оценим влияние перехода (растекание токов) следующим образом. Представим рассматриваемый переход в качестве генератора напряжения, подключенного к длинной линии (составленной из остальных переходов) длиной $N-1$ элементов со следующими погонными характеристиками (см. рис. 2.5):

— $\mathcal{L}$ (Гн/эл.) – индуктивность связи между двумя соседними переходами,
— $\mathcal{R}$ (Ом/эл.) – сопротивление связи между двумя соседними переходами,
— $\mathcal{G}$ (1/Ом·эл.) – нормальная проводимость перехода ($\mathcal{G} = \frac{1}{R_N}$),
— $\mathcal{C}$ (Ф/эл.) – емкость перехода.

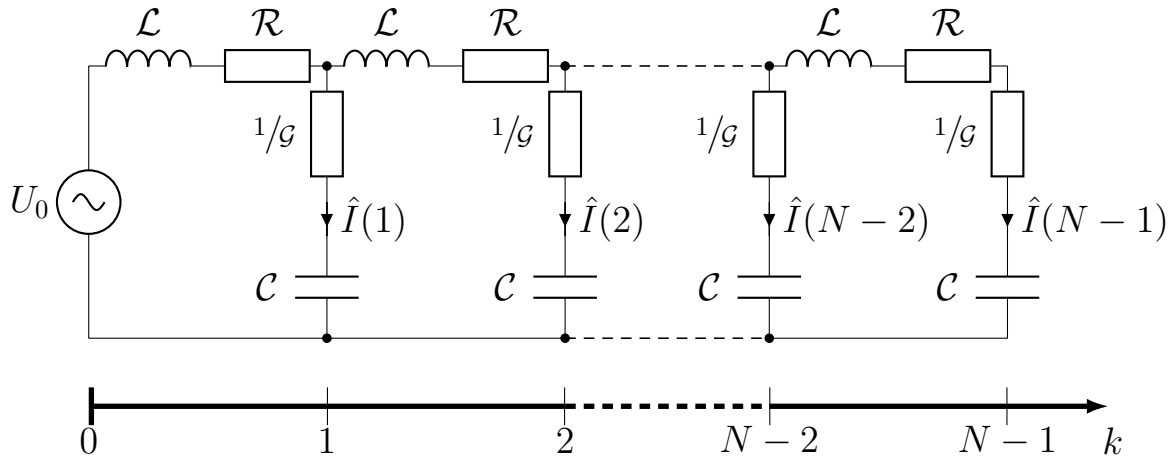


Рисунок 2.5 – Модельная схема длинной линии для оценки влияния одного перехода плеча дифференциальной ячейки на другие.

Для такой системы можно записать следующие уравнения:

$$\hat{U}(k) = A_1 e^{\alpha k} e^{\imath\beta k} + A_2 e^{-\alpha k} e^{-j\beta k} \tag{2.13а}$$

$$\hat{I}(k) = \frac{A_1}{W} e^{\alpha k} e^{\imath\beta k} - \frac{A_2}{W} e^{-\alpha k} e^{-j\beta k}, \tag{2.13б}$$

где $\hat{U}$, $\hat{I}$ – комплексные напряжение и ток, k – пространственная координата (номер перехода); W – волновое сопротивление:

$$W = \sqrt{\frac{\mathcal{R} + \imath\Omega\mathcal{L}}{\mathcal{G} + \imath\Omega\mathcal{C}}}; \tag{2.13в}$$

Ω – частота генерации напряжения; α, $\imath\beta$ – компоненты коэффициента распространения волны γ:

$$\gamma = \alpha + \imath\beta = \sqrt{(\mathcal{R} + \imath\Omega\mathcal{L})\,(\mathcal{G} + \imath\Omega\mathcal{C})}, \tag{2.13г}$$

со следующими краевыми условиями:

$$\hat{U}\Big|_{k=0} = U_0 \tag{2.13д}$$

$$\hat{I}\Big|_{k=N} = 0. \tag{2.13е}$$

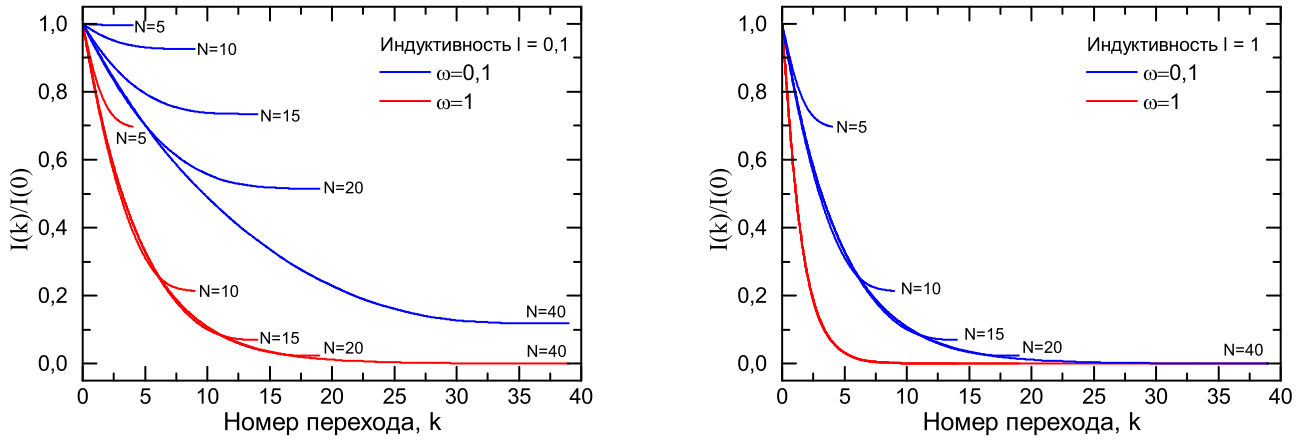
Решая систему (2.13) и полагая $\mathcal{R} = 0$, $\mathcal{C} = 0$, получаем значения констант A_1 и A_2:

$$A_1 = \frac{U_0}{1 + e^{2\gamma N}} = \frac{U_0}{1 + \exp\left[2N\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right]} \tag{2.14а}$$

$$A_2 = U_0 - \frac{U_0}{1 + e^{2\gamma N}} = -\frac{U_0 \exp\left[2N\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right]}{1 + \exp\left[2N\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right]} \tag{2.14б}$$

Выражение для тока через k-ый переход, нормированный на ток через «переход-генератор» (нулевой), принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{I(k)}{I(0)} &= \exp\left[-\mathrm{Re}\left\{k\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right\}\right] \cdot \left|\frac{\exp\left[2k\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right] + \exp\left[2N\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right]}{1 + \exp\left[2N\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right]}\right| = \\ &= \exp\left[-\frac{k}{\sqrt{2}}\sqrt{\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right] \cdot \left|\frac{\exp\left[2k\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right] + \exp\left[2N\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right]}{1 + \exp\left[2N\sqrt{\imath\mathcal{L}\mathcal{G}\Omega}\right]}\right| \end{aligned} \tag{2.15}$$



(а) (б)

Рисунок 2.6 – Влияние перехода (растекания тока) на соседние переходы при индуктивностях связи $l = 0{,}1$ *(а)* и $l = 1$ *(б)* для различных частот джозефсоновской генерации ω и суммарном количестве переходов в цепочке N.

Для дальнейшего анализа перейдем к нормированным величинам индуктивности l, сопротивления r и частоты ω. Для плеча дифференциальной квантовой цепочки с одинаковыми переходами $r_N = 1$ (и $\mathcal{G} = 1$), запишем:

$$\frac{i(k)}{i(0)} = \exp\left[-\frac{k}{\sqrt{2}}\sqrt{l\omega}\right] \cdot \left|\frac{\exp\left[2k\sqrt{\imath l\omega}\right] + \exp\left[2N\sqrt{\imath l\omega}\right]}{1 + \exp\left[2N\sqrt{\imath l\omega}\right]}\right| \qquad (2.16)$$

На рисунках 2.6 показано влияние растекания тока на соседние переходы для индуктивностей связи $l = 0{,}1$ и $l = 1$. Так как, согласно формуле (2.16), растекание токов зависит от частоты джозефсоновской генерации ω, то для разных участков отклика влияние одного перехода будет различным. Влияние «перехода-генератора» при формировании нижней части отклика ($\omega < 0{,}1$) больше, чем при формировании верхней части отклика ($\omega \approx 1$). Даже при малых индуктивностях увеличение количества переходов (более двадцати переходов) не оказывает влияния на рабочую часть отклика ($\omega > 0{,}5$), а при больших индуктивностях $l > 0{,}7 \ldots 1$ каждый переход оказывает влияние только на соседние, что не позволяет достичь высоколинейного отклика напряжения. Другим ограничением на применение индуктивностей связи больше $l = 1$ выступает уменьшение амплитуды отклика из-за уменьшения глубины модуляции внешним магнитным полем критического тока двухконтактных интерферометров, образующих цепочку переходов (см. рис. 1.4).

Как было показано в разделе 2.2.1, на основе аппроксимационной модели,

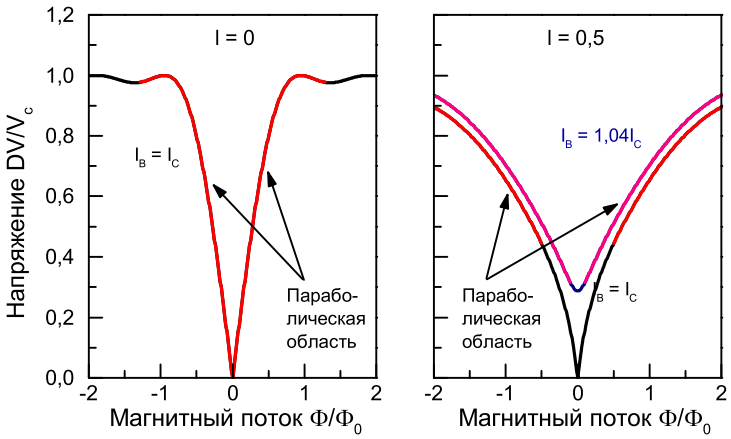
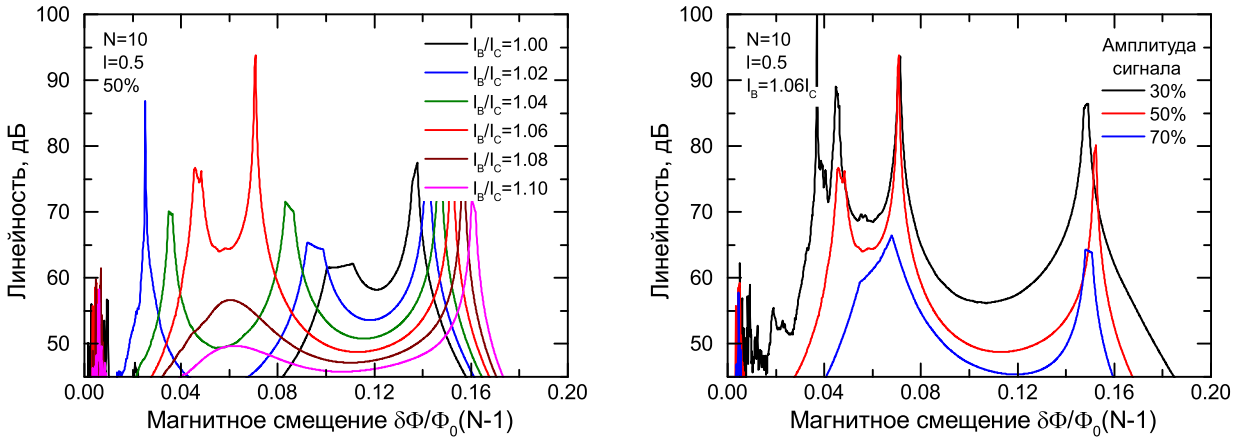


Рисунок 2.7 – Расширение области аппроксимации для дифференциальной квантовой ячейки с ненулевыми индуктивностями при увеличении тока смещения.

небольшое увеличение тока смещения плеча дифференциальной ячейки с ненулевыми индуктивностями смещает начало области аппроксимации ближе к точке $\Phi = 0$ (см. рис. 2.3б), как изображено на рисунке 2.7.

Проведение однотоннового анализа линейности позволяет подтвердить данное предположение. На рисунках 2.8а и 2.9а приведены зависимости линейности отклика напряжения дифференциальной квантовой ячейки ($l = 0{,}5$, $N = 10, 20$) от магнитного смещения плеч в зависимости от тока смещения I_B. Как видно из рисунка, при токе смещения равном $I_B = 1{,}06I_C$ для $N = 10$ и $I_B = 1{,}04I_C$ для



(а) (б)

Рисунок 2.8 – Характеристики линейности дифференциальной квантовой ячейки с индуктивностями связи $l = 0{,}5$ для плеча из $N = 10$ переходов. *(а)*Зависимость линейности от смещения по магнитному потоку $\delta\Phi$ для различных величин тока смещения при амплитуде входного потока, составляющего 50% от полного размаха отклика ячейки по потоку. *(б)* Зависимость линейности от смещения по магнитному потоку $\delta\Phi$ для различных амплитуд входного гармонического сигнала, составляющих 30%, 50% и 70% от полного размаха отклика ячейки по потоку при токе смещения равном оптимальному ($I_B = 1{,}06I_C$).

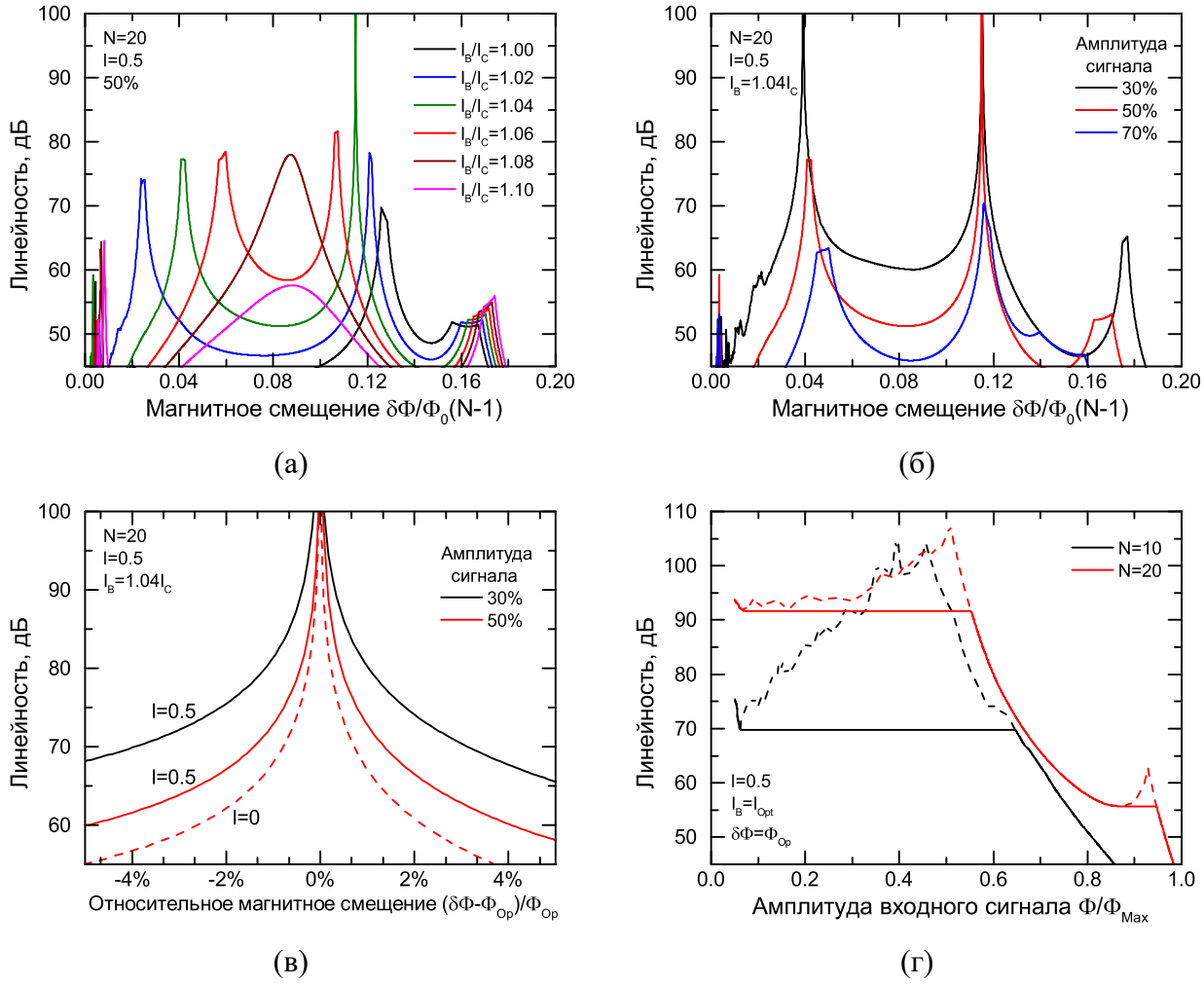


Рисунок 2.9 – *(а,б,в)* Характеристики линейности дифференциальной квантовой ячейки с индуктивностями связи $l = 0{,}5$ для плеча из $N = 20$ переходов. *(а)*Зависимость линейности от смещения по магнитному потоку $\delta\Phi$ для различных величин тока смещения при амплитуде входного потока, составляющего 50% от полного размаха отклика ячейки по потоку. *(б)* Зависимость линейности от смещения по магнитному потоку $\delta\Phi$ для различных амплитуд входного гармонического сигнала, составляющих 30%, 50% и 70% от полного размаха отклика ячейки по потоку при токе смещения равном оптимальному ($I_B = 1{,}04 I_C$). *(в)* Зависимость линейности от относительного магнитного смещения для случая конечной индуктивности $l = 0.5$ (сплошные линии) и нулевой индуктивности (пунктирная линия) при оптимальных токах смещения. *(г)* Сравнительные зависимости линейности от амплитуды сигнала ячейки с индуктивностями связи $l = 0{,}5$ для плеч из $N = 10$ и $N = 20$ переходов. Пунктиром показаны зависимости линейности в оптимальной точке Φ_{Op} при оптимальных токах смещения по магнитному смещению от амплитуды сигнала Φ/Φ_{Max}. Сплошной линией показана результирующая линейность, определяемая минимальной линейностью сигнала с амплитудой меньшей, чем максимальная амплитуда входного сигнала.

$N = 20$ (где I_B и I_C – суммарные ток смещения и критический ток плеча ячейки), достигается линейность отклика 95 дБ и выше.

На рисунках 2.8б и 2.9б приведены характеристики линейности при различных амплитудах входного сигнала при оптимальном задании тока смещения. Следует отметить, что в данной системе наблюдается не один пик с высокой линейностью, а три. Самой высокой линейностью характеризуется второй (средний) пик. Первый пик характеризуется линейностью сопоставимой с линейностью второго пика, однако он смещается в зависимости от амплитуды входного сигнала. Третий пик характеризуется низкой линейностью и наблюдается только при малых амплитудах входного сигнала. На рисунке 2.9в приведена характеристика линейности основного (центрального) пика от смещения по магнитному потоку, выраженному в относительных единицах. Следует отметить, что ширина пика по смещению больше ширины пика при нулевых индуктивностях (изображен на рисунке пунктиром).

На рисунке 2.9г показана зависимость результирующей линейности в оптимальной точке Φ_{Op} по магнитному смещению от амплитуды сигнала. Как видно при сравнении с линейностью при конкретной амплитуде (пунктир), результирующая амплитуда при амплитуде входного сигнала меньше 55% ограничивается линейностью при малых амплитудах входного сигнала (плато на характеристике результирующей линейности), в отличие от случая нулевых индуктивностей, когда результирующая линейность ограничивается линейностью при максимальной амплитуде рассматриваемого входного сигнала. Такое поведение обусловлено смещением положения пика зависимости линейности от величины смещения при изменении амплитуды входного сигнала.

2.3. Заключение к главе 2

В настоящей главе были рассмотрены методы анализа линейности радиоэлектронных структур и методы оптимизации базовых ячеек сверхпроводящей квантовой решетки – дифференциальных квантовых ячеек.

На основании предложенной аппроксимационной модели дифференциальной квантовой ячейки можно сформулировать основной принцип, лежащий в основе такой ячейки: достижению высоколинейной функции отклика напряжения на внешний магнитный сигнал соответствует некая рабочая точка по смещению магнитного потока $\delta\Phi$, в которой поправки высших порядков (выше второго) к функ-

ции отклика напряжения плеча ячейки становятся малыми, степень этой малости и определяет результирующую линейность.

Линейность функции отклика напряжения на внешний магнитный поток дифференциальной квантовой ячейки с нулевыми индуктивностями связи (идеализированный случай) в оптимальной рабочей точке смещения по магнитному потоку достигает значений выше 100 дБ, однако даже при малом отклонении смещения от рабочей точки линейность резко падает. Уменьшить влияние точности задания рабочей точки позволяет применение структур с нерегулярными площадями ячеек плеча дифференциальной квантовой структуры – СКИФ-структур.

Кардинальным отличием дифференциальной ячейки с конечными индуктивностями является ограниченный «радиус взаимодействия» – влияние каждого перехода на другие зависит от суммарной индуктивности между ними и неодинаково для различных участков отклика напряжения. Линейность дифференциальной квантовой ячейки при токе смещения равном критическому току в таком случае оказывается меньше линейности при нулевых индуктивностях. Тем не менее, увеличение тока смещения до величины на $4\% - 6\%$ выше критического позволяет достичь линейности выше 100 дБ. При этом необходимая точность задания рабочей точки оказывается меньше, чем для идеализированного случая. В случае малого влияния «размерных» эффектов, применение СКИФ-структур вместо регулярной цепочки не имеет преимуществ перед обычной цепочкой параллельных переходов. При равнозначных параметрах предпочтителен выбор параллельной цепочки, так как использование неравномерного распределения потока по технологическим причинам уменьшает общий поток, задаваемый в систему.

Необходимо отметить, что высокая линейность преобразования магнитного сигнала в напряжение (порядка 100 дБ и выше), достигается при практически реализуемых параметрах ячеек и диапазонах токового и магнитного смещения ячеек.

Таким образом, можно сказать, что дифференциальная квантовая ячейка позволяет достичь высокой линейности функции отклика напряжения на внешнее магнитное поле путем выбора строго определенных параметров, характеризующих рабочую точку устройства. Высоколинейные свойства такой ячейки позволяют использовать ее в качестве базового элемента сверхпроводящей квантовой решетки.

Глава 3. Сопряжение сверхпроводящих квантовых решеток

3.1. Изучение влияния нагрузки на дифференциальные квантовые ячейки

Ключевым требованием предъявляемым к квантовой ячейке, к СКР на основе таких ячеек и активным электрически малым антеннам является высокая линейность отклика напряжения квантовой ячейки. Поэтому для компенсации негативного влияния нагрузки на линейность отклика напряжения квантовой ячейки необходимо знать характер и степень влияния нагрузки.

На рисунке 3.1 схематически показана дифференциальная ячейка с подключенной нагрузкой R_e. Квантовая ячейка является двухполюсником, управляемым магнитным сигналом (в этом смысле – трехполюсником, как полевой транзистор, управляемый электрическим полем), поэтому напряжение, являющееся выходным сигналом ячейки, снимается с тех же полюсов, к которым подключается ток смещения. В силу этого, отдаваемый в нагрузку ток (пропорциональный выходному напряжению V) – это часть приложенного к ячейке тока смещения. Такое динамическое изменение тока смещения даже при небольшой величине отбираемого в нагрузку тока, может приводить к заметному ухудшению линейности отклика ячейки.

Токи смещения правого и левого плеч ячейки I_R и I_L изменяются с изменением выходного напряжения V при подключении резистивной нагрузки в противофазе:

$$I_R = I_b - V/R_e, \qquad I_L = I_b + V/R_e, \tag{3.1}$$

Ток смещения каждого из плеч ячейки уменьшается тогда, когда напряжение отклика этого плеча далеко от своего острого пика и изменяется очень медленно вблизи значения $V \approx R_N I_{R,L} \approx V_C$ (см. рис. 2.2в), поэтому небольшое уменьше-

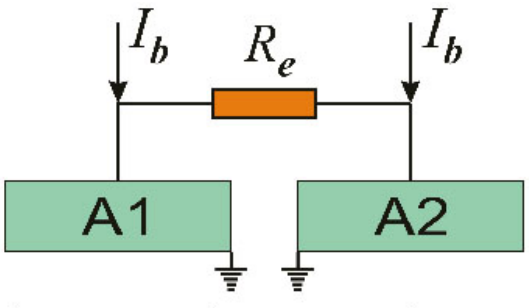
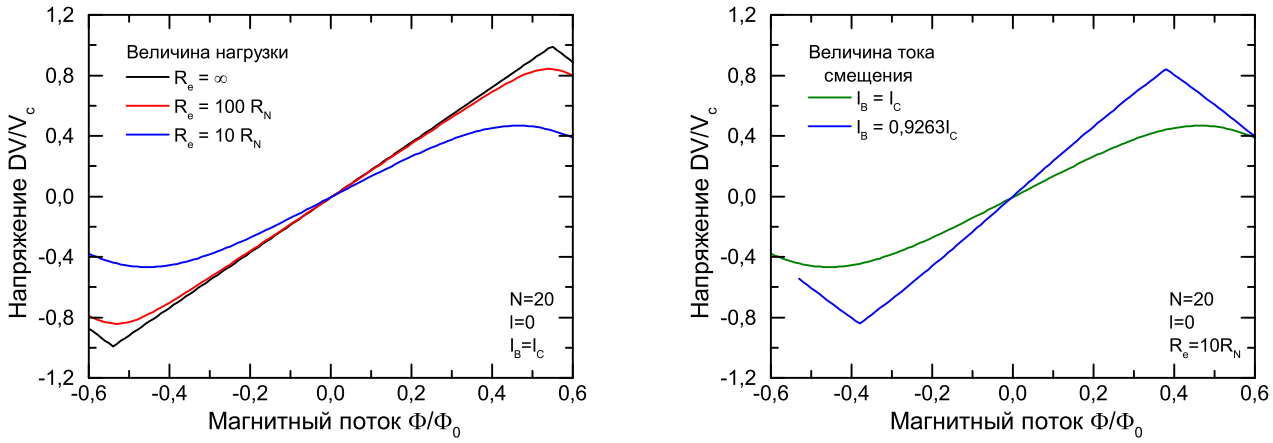


Рисунок 3.1 – Квантовая дифференциальная ячейка с подключенной нагрузкой R_e. A1 и A2 – плечи ячейки (параллельные цепочки джозефсоновских элементов), I_b – ток смещения.

ние тока смещения плеча минимально влияет на его отклик напряжения. В то же время, увеличение тока смещения плеча ячейки происходит в тот момент, когда отклик напряжения плеча быстро изменяется, приближаясь к своему пиковому значению, которое очень чувствительно к току смещения. Поэтому даже небольшое увеличение тока смещения сильно изменяет отклик, уменьшая высоту его пика. Вследствие этого негативное влияние нагрузки можно в значительной степени скомпенсировать, уменьшая ток смещения I_b примерно на такую же величину, на которую он возрастает на границе линейной части отклика под влиянием нагрузки.

На первом этапе исследования было проведено подробное изучение влияния нагрузки на вид отклика и его линейность в случае идеализированной дифференциальной ячейки в пределе нулевых индуктивностей связи джозефсоновских элементов в плечах ячейки (параллельных цепочках) и возможности компенсации этого влияния. На рисунке 3.2а показаны отклики ненагруженной дифференциальной ячейки при оптимальном токе смещения и нагруженной на резистивный импеданс, равный $100R_N$ и $10R_N$. Видно, что чем меньше импеданс нагрузки, тем больше изменяется отклик напряжения и ухудшается его линейность. В то же время, рис. 3.2б показывает, что уменьшение тока смещения ячейки позволяет в значительной степени скомпенсировать негативное влияние нагрузки, восстанавливая линейность отклика. Достаточно высокая компенсация возможна в пределах уменьшения импеданса нагрузки до значений $(20 \ldots 15)R_N$.

На следующем этапе исследований было проведено изучение влияния нагрузки на форму и линейность отклика практической квантовой дифференциальной ячейки при небольших, но реально достижимых значениях нормированных индуктивностей связи $l = (0{,}3 \ldots 0{,}8)$ джозефсоновских элементов в плечах ячейки. На рисунке 3.3а показаны рассчитанные численно отклики напряжения практической дифференциальной ячейки, каждое плечо которой содержит 10 джозефсоновских элементов с нормированной величиной индуктивностей связи этих элементов $l = 0{,}5$. В ненагруженном состоянии отклик ячейки при «критическом» токе смещения $I_b = I_C$ (оптимальном для идеализированной ячейки) имеет сильно нелинейные участки на своих краях (кривая 1). Это является следствием того, что отклик практической параллельной цепочки (плеча ячейки) вблизи своего пика при таком смещении выпадает из области параболической аппроксимации. Однако, небольшое увеличении тока смещения до значения $I_b = 1{,}06I_C$ позволяет

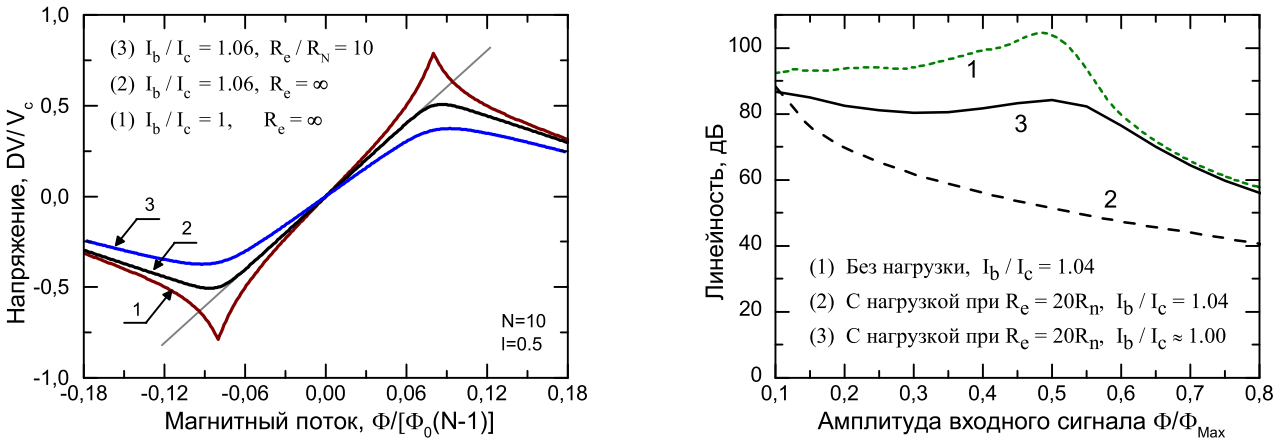


(а) (б)

Рисунок 3.2 – *(а)* Отклик напряжения DV идеализированной квантовой дифференциальной ячейки (СКР на основе таких ячеек) в пределе пренебрежимо малых индуктивностей связи джозефсоновских элементов l при различном импедансе нагрузки R_e в единицах нормального сопротивления плеч ячейки (плеч СКР) и токе смещения $I_b = I_C$, оптимальном для ненагруженной ячейки. *(б)* Отклик ячейки, нагруженной на резистивный импеданс $R_e = 10R_N$, при токе смещения $I_b = I_C$ и уменьшенном токе $I_b = 0{,}93I_C$, позволяющим, в значительной степени, компенсировать негативное влияние нагрузки на линейность отклика квантовой ячейки.

изменить этот участок отклика цепочки в нужную сторону, в результате чего отклик дифференциальной ячейки становится максимально близким к линейному (кривая 2). Подключение резистивной нагрузки изменяет вид отклика и значительно ухудшает его линейность (кривая 3). Это изменение очень близко к тому, которое наблюдается для отклика ненагруженной ячейки при дальнейшем увеличении тока смещения выше найденного оптимального значения $I_b = 1{,}06I_C$. Поэтому уменьшение тока смещения нагруженной ячейки позволяет в значительной степени скомпенсировать влияние нагрузки и получить отклик, близкий к отклику, показанному кривой 2. Как указывалось при обсуждении идеализированной дифференциальной ячейки, достаточно высокая компенсация негативного влияния нагрузки возможна в пределах уменьшения импеданса нагрузки до значений $(20 \ldots 15)R_N$.

На рисунке 3.3б показана зависимость линейности выходного сигнала (напряжения) практической дифференциальной ячейки, каждое плечо которой содержит $N = 20$ джозефсоновских элементов с индуктивностями связи $l = 0{,}5$, от амплитуды сигнала в ненагруженном состоянии при оптимальном токе смещения (кривая 1) и нагруженном состоянии (импеданс нагрузки $20R_N$) при том же токе смещения (кривая 2) и уменьшенной величине тока смещения до нового оптимального значения. В таблице 3.1 приведены данные, отражающие влияние ве-



(а) (б)

Рисунок 3.3 – (*а*) Отклик напряжения практической квантовой дифференциальной ячейки, каждое плечо которой содержит 10 джозефсоновских элементов с нормированной величиной индуктивностей связи этих элементов $l = 0{,}5$, без нагрузки при «критическом» токе смещения $I_b = I_C$ и оптимальном смещении $I_b = 1{,}06I_C$, а также нагруженной на резистивный импеданс $R_e = 10R_N$ при том же токе смещения $I_b = 1{,}06I_C$, где R_N нормальное сопротивление плеча ячейки. Уменьшение тока смещения позволяет в значительной степени скомпенсировать влияние нагрузки и получить линейный отклик близкий к отклику, показанному кривой 2. (*б*) Зависимость линейности выходного сигнала (напряжения) практической дифференциальной ячейки с нормированной индуктивностью связи $l = 0{,}5$ из $N = 20$ джозефсоновских элементов в каждом плече ячейки от амплитуды сигнала в ненагруженном состоянии при оптимальном токе смещения и нагруженном состоянии (импеданс нагрузки $20R_N$) при том же токе смещения и уменьшенной величине тока смещения до нового оптимального значения.

личины импеданса нагрузки на линейность характеристик квантовой ячейки и, следовательно, СКР на основе таких ячеек.

3.2. Разработка технических решений согласования активных устройств на основе СКР с антенно-волноводным трактом и устройствами оцифровки сигналов

Сверхпроводящая квантовая решетка (СКР) так же, как и каждая из ее квантовых ячеек, является активным двухполюсником (трехполюсником). Для того, чтобы уменьшить величину динамического изменения тока питания решетки, вызванного утекающим в нагрузку током, и, тем самым, сохранить достигнутую линейность характеристик СКР, необходимо, чтобы импеданс нагрузки был достаточно большим по сравнению с импедансом решетки. Это условие сопряжения рассматриваемого устройства активного типа с нагрузкой диаметрально противоположно стандартному условию согласования пассивного устройства, например

Таблица 3.1. Зависимость линейности отклика напряжения практической ячейки, каждое плечо которой содержит 10 джозефсоновских элементов с индуктивностями связи $l = 0{,}5$, от импеданса нагрузки без коррекции тока (Lin_A) и с коррекцией тока (Lin_B), а также величина оптимального тока смещения I_b в зависимости от величины нагрузки R_e.

R_e/R_N	∞	100	50	20	15
Lin_A, дБ	95	65	59	54	50
Lin_B, дБ	–	90	88	87	84
I_b/I_C	1,06	1.055	1,05	1,04	1,025

пассивной антенны, с нагрузкой – равенству импедансов устройства и нагрузки. При использовании активного устройства отдаваемая в нагрузку мощность обеспечивается источником тока питания. Например, обычная электрически малая антенна (ЭМА) отдает в нагрузку часть той мощности (близкую к половине при согласованном подключении), которую она способна получить от падающей электромагнитной волны. Активная ЭМА способна отдавать в нагрузку бóльшую мощность, забирая ее у источника тока питания, и эта мощность несравнимо больше той мощности, которая могла быть получена пассивной антенной такого же размера от падающей волны.

В силу того, что квантовые ячейки сверхпроводящей квантовой решетки независимы друг от друга и идентичны (с точностью до небольшого технологического разброса), линейность преобразования такой решеткой потока магнитной компоненты электромагнитного сигнала в выходное напряжение определяется линейностью отклика напряжения используемых квантовых ячеек, анализ характеристик которых представлен в предыдущем разделе. Таким образом, основываясь на результатах изучения влияния нагрузки на отклик напряжения квантовой ячейки, можно утверждать, что при величинах импеданса нагрузки R_e, превышающих нормальное сопротивление R_{NA} решетки как двухполюсника в $10 \ldots 15$ раз и выше (так как рештка состоит из двух последовательно соединенных плеч), негативное влияние нагрузки на линейность характеристик решетки можно почти полностью скомпенсировать через уменьшение тока смещения I_b квантовых ячеек решетки.

Для достижения требуемых значений амплитуды выходного сигнала, импеданса решетки и динамического диапазона в структуре электрического соединения ячеек решетки должны присутствовать и параллельные, и последовательные соединения элементов. Без потери общности, структура СКР может быть пред-

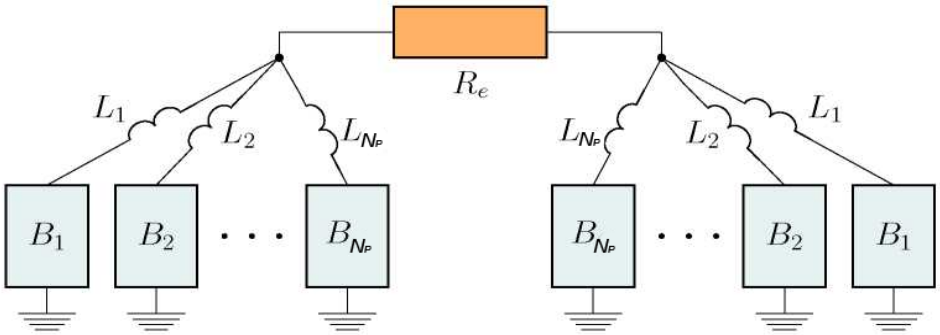


Рисунок 3.4 – Схематическое изображение нагруженной СКР, состоящей из N_P параллельно соединенных блоков “В”, каждый их которых состоит из N_S последовательно соединенных дифференциальных квантовых ячеек. B_1, B_2, …, B_{N_P} – плечи блоков “В” (последовательно соединенные плечи дифференциальных квантовых ячеек). $L_1, L_2, \ldots L_{N_P}$ – индуктивности соединения.

ставлена как параллельное соединение N_P одинаковых блоков, каждый из которых состоит из N_S последовательно соединенных квантовых ячеек. Такая структура на основе дифференциальных квантовых ячеек показана схематически на рис. 3.4 В этом случае нормальное сопротивление СКР можно выразить через нормальное сопротивление одной ячейки R_{N1} следующим образом:

$$R_{NA} = R_{N1} \cdot N_S/N_P \tag{3.2}$$

и отношение N_S/N_P должно удовлетворять условию:

$$\frac{R_e}{R_{N1} \cdot N_S/N_P} > 10 \ldots 15. \tag{3.3}$$

В то же время, общее число ячеек $N_A = N_P N_S$ определяет динамический диапазон, достижимый для устройства на основе СКР:

$$\mathrm{DR} = \mathrm{DR1}\sqrt{N_A}, \tag{3.4}$$

где DR1 – динамический диапазон одной ячейки.

Под блоками “В” могут подразумеваться не только группы ячеек (последовательно соединенных) в пределах одного чипа, но и группы ячеек на разных чипах. Для того чтобы параллельное сопротивление таких блоков приводило не только к уменьшению импеданса СКР, но и давало увеличение динамического диапазона СКР как $\sqrt{N_P}$, то есть, чтобы выполнялась формула (3.4) для динамического диа-

пазона такой решетки, импеданс индуктивностей ΩL соединения блоков “B” (индуктивности $\mathrm{L}_1, \mathrm{L}_2, \ldots \mathrm{L}_{N_P}$ на рис. 3.4) на сигнальной частоте должен быть много меньше, чем импеданс блоков (нормальное сопротивление). Это проще выполнить для блоков с большим количеством последовательно включенных квантовых ячеек.

Динамический диапазон DR1 дифференциальной квантовой ячейки определяется параметрами используемых джозефсоновских переходов и их количеством N в каждой из параллельных цепочек – плечах дифференциальной ячейки. Полный размах отклика напряжения дифференциальной ячейки, как описано в главе 2, составляет $\sim 1{,}4V_C$, где $V_C = I_C R_N$ – характерное напряжение джозефсоновских переходов (с критическим током I_C и нормальным сопротивлением R_N), и, следовательно, максимальная амплитуда выходного сигнала ячейки $V_{\max}$ может достигать величины $\sim 0{,}7V_C$. Минимальная амплитуда напряжения выходного сигнала не может быть меньше среднеквадратичной величины напряжения тепловых флуктуаций выходного напряжения дифференциальной ячейки V_{F1}. Флуктуации в джозефсоновских переходах могут быть описаны по методу Ланжевена через подключение к нешумящим резисторам R_N (нормальное сопротивление джозефсоновского элемента) источников флуктуационного тока. В случае тепловых флуктуаций подключением источника δ-коррелированного флуктуационного тока со спектральной плотностью $S_I(F) = 4k_BT/R_N$ (определенной в области только положительных частот). В силу независимости флуктуаций в плечах дифференциальной ячейки, а также независимости флуктуаций в N джозефсоновских переходах параллельной цепочки (плеча ячейки), полагая, что в рабочей точке (средняя точка дифференциального отклика) дифференциальное сопротивление $R_d \approx R_N$, можно записать спектральную плотность флуктуаций напряжения на дифференциальной ячейке:

$$S_{V1} = 2 \cdot N \left(4k_BT/R_N\right) \cdot \left(R_N/N\right)^2 = 8k_BT \cdot R_N/N. \tag{3.5}$$

Поэтому для полосы частот ΔF динамический диапазон одной квантовой ячейки (в децибелах):

$$\mathrm{DR1} = 20\log\left(0{,}7 \cdot V_C/V_{F1}\right) = 20\log\left(I_C R_N/2\sqrt{2k_BT(R_N/N)\Delta F}\right). \tag{3.6}$$

В рамках стандартной ниобиевой технологии с плотностью критического то-

ка джозефсоновских элементов $j_c = 4{,}5$ кА/см^2 используются шунтирование туннельных переходов для уменьшения величины параметра Маккамбера до значения $\beta \approx 0{,}2$, при котором влияние емкости пренебрежимо малым. Полагая критический ток перехода $I_C = 125$ мкА и нормальное сопротивление $R_N \approx (1{,}2 \ldots 1{,}6)$ Ом при числе джозефсоновских переходов в каждом плече $N = 20 \ldots 40$, получаем оценку достижимой величины динамического диапазона дифференциальной квантовой ячейки на уровне равном или близком к 60 дБ.

Последовательность выбора параметров квантовых ячеек, конфигурации СКР на одном чипе или нескольких чипах должна быть следующей.

— Выбирается технология изготовления СКР с определенной плотностью критического тока j_c джозефсоновских структур и номинальной величиной критического тока I_{C1} джозефсоновских элементов.

— В рамках выбранной технологии определяется требуемая величина резистивного шунтирования туннельных джозефсоновских переходов для уменьшения емкостного параметра Маккамбера, по крайней мере, до значения $\beta \approx 0{,}2$. Величина резистивного шунта будет являться нормальным сопротивлением R_{N1} джозефсоновского элемента, произведение $I_{C1} \cdot R_{N1} \equiv V_C$ – характерным напряжением используемых джозефсоновских элементов.

— Выбирается число N джозефсоновских элементов в плече (параллельной цепочке) дифференциальной квантовой ячейки (не менее $10 \ldots 15$), определяются топология и размер квантовой ячейки (зависящие от выбранного числа N), исходя из требуемых параметров квантовой ячейки: динамический диапазон DR1, импеданс (нормальное сопротивление) и площадь ячейки.

— Определяется число квантовых ячеек в СКР для достижения необходимого динамического диапазона, исходя из величины динамического диапазона одной ячейки.

— Определяется общая конфигурация СКР, то есть число последовательно включенных ячеек в блоке “В” и число таких блоков, включенных параллельно, исходя из импеданса одной ячейки и величины импеданса подключаемой к СКР нагрузки.

Все СКР-устройства, в том числе активные ЭМА на основе СКР, требуют достаточно высокого импеданса нагрузки (большого импеданса волноводного тракта). В то же время, сверхпроводниковые АЦП по своим физическим принципам работы являются токовыми устройствами, входной сигнал к которым предпочти-

тельно передавать по волноводному тракту с низким импедансом Z для увеличения токовой компоненты в подводимом электромагнитном сигнале мощности $P = I^2 Z$. Эти противоречивые требования можно эффективно удовлетворить, используя сверхпроводниковый трансформатор импедансов. Задачей такого трансформатора является преобразование высокого импеданса ($Z_1 = 50 \ldots 100$ Ом) волноводного тракта, на который нагружена СКР (активная ЭМА на основе СКР), в низкий импеданс волноводного тракта ($Z_2 = 2 \ldots 5$ Ом), подключаемого к входной цепи сверхпроводникового АЦП.

3.3. Заключение к главе 3

В данной главе рассматривается влияние нагрузки, подключенной к сверхпроводящей квантовой решетке, на линейность выходного напряжения решетки как двухполюсного элемента.

Подключение дифференциальной квантовой ячейки и решетки на ее основе к внешней нагрузке оказывает негативное влияние на характеристики линейности. При величинах импеданса нагрузки R_e, превышающих нормальное сопротивление R_{NA} решетки в $10 \ldots 15$ раз и выше, негативное влияние нагрузки на линейность характеристик решетки можно почти полностью скомпенсировать путем уменьшения тока смещения I_b квантовых ячеек решетки.

Для достижения требуемых значений динамического диапазона, значений амплитуды выходного сигнала и импеданса решетки в электрической схеме соединения ячеек решетки должны присутствовать как параллельные, так и последовательные соединения элементов, соотношения между количеством которых определяются областью применения СКР.

Глава 4. Активные электрически малые антенны на основе сверхпроводящих квантовых решеток

4.1. Обоснование необходимости применения сверхпроводящих активных электрически малых антенн

4.1.1. Классические активные малые антенны и их фундаментальные ограничения

Антенна является ключевым элементом всех приемных и передающих систем, осуществляющих беспроводную связь и вещание. Дальность коммуникационной связи и ее качественные характеристики в значительной степени определяется антенной. Пассивные антенны, являющиеся линейными устройствами, обладают свойством взаимности, то есть могут одинаково работать как в качестве передающих антенн, так и приемных антенн.

Наиболее эффективными пассивными антеннами являются антенны, резонирующие на частоте принимаемого сигнала, когда их физический размер (длина или периметр) кратен целому числу полуволн принимаемого сигнала. В резонансе входной (выходной) импеданс такой антенны является чисто активным (отсутствует реактивная компонента).

Тем не менее, среди всех используемых антенн значительную часть составляют электрически малые антенны (ЭМА). ЭМА называется антенна с такими размерами, что она может быть помещена в сферу, диаметр которой a мал по сравнению с длиной волны λ на рабочей частоте [82]. Под малым диаметром понимается диаметр меньший, чем $\lambda/2\pi$ [83, 84]; введя волновой вектор $k = 2\pi/\lambda$, данное условие можно переписать в виде $ka < 1$.

Рассмотрение большинства ЭМА может быть сведено к двум каноническим типам антенн: электрическим диполям и магнитным катушкам (в литературе часто встречается название магнитный диполь) [84].

В случае использования антенн малого размера возникает ряд серьезных ограничений, обусловленных высокой добротностью антенны Q, большой реактивной частью $X(\omega)$ импеданса антенны $Z_A(\omega) = R_A + iX_A(\omega)$ и малой величиной сопротивления R_A. ЭМА не является само-резонирующей цепью, однако обычно ее превращают в таковую, подключая к ней сосредоточенные элементы с противоположным типом реактивности для достижения условий резонанса на частоте при-

нимаемого (излучаемого) сигнала, а также используют согласующие элементы для преобразования сопротивления R_A в более высокое значение. На рис. 4.1 показаны эквивалентные схемы включения передающих ЭМА электрического (диполь, монополь) и магнитного (виток) типов [84]. Сопротивление R_A представляет собой сумму сопротивления излучения R_{rad} (желательного) и сопротивления потерь R_{loss} (нежелательного). В зависимости от типа антенны (электрическая/магнитная) для резистивных и реактивных составляющих можно записать [85]:

Электрический диполь	Магнитный диполь	
$R_{rad} = 20k^2l^2$	$R_{rad} = \dfrac{5\pi^2N^2k^4D^4\mu_{eff}^2}{4}$	(4.1а)
$R_{loss} = \dfrac{a}{2\delta}R_{dc}\dfrac{1}{3} = \dfrac{hR_s}{3\pi a}$	$R_{loss} = \dfrac{D}{2d\sigma\delta} = \dfrac{R_sD}{2d}$	(4.1б)
$X_a = 120\left(1 - \ln\dfrac{l}{d}\right)\operatorname{ctg} kh$	$X_a = 60\pi kD\left(ln\dfrac{4D}{d} - 2\right)$	(4.1в)

В формулах (4.1а)–(4.1в) введены следующие обозначения: l – полудлина диполя, D – диаметр витка, N – число витков в катушке, μ_{eff} – эффективная магнитная проницаемость, δ –толщина скин-слоя, R_{dc} – сопротивление диполя на постоянном токе, R_s – поверхностное сопротивление, d - толщина диполя/витка, σ – проводимость материала витка. Для магнитного кольца дополнительно вводится ограничение $D < 0.1\lambda$, для катушки же данное ограничение распространяется на всю длину провода обмотки [86], таким образом, в большинстве случаев катушка не имеет преимуществ перед одиночным кольцом.

Как видно из формулы (4.1а) сопротивление излучения R_{rad} уменьшается с уменьшением физического размера антенны. В случае электрических антенн дипольного типа, изготовленных из меди или алюминия, сопротивление излучения существенно превышает сопротивление потерь, при этом для случая магнитных антенн сопротивление излучения значительно меньше сопротивления потерь.

Одной из основных характеристик ЭМА является эффективность (КПД) антенны, определяемая как:

$$\eta = R_R/(R_R + R_D). \tag{4.2}$$

В 1947 году Гарольд Вилер [83] ввел понятие фактора излучения (мощности) $p_R = R_R/\left|X_A(\omega)\right|$, для характеристики доли излученной (активной) мощности по отношению к бóльшей мощности запасенной реактивной энергии. Затем были введе-

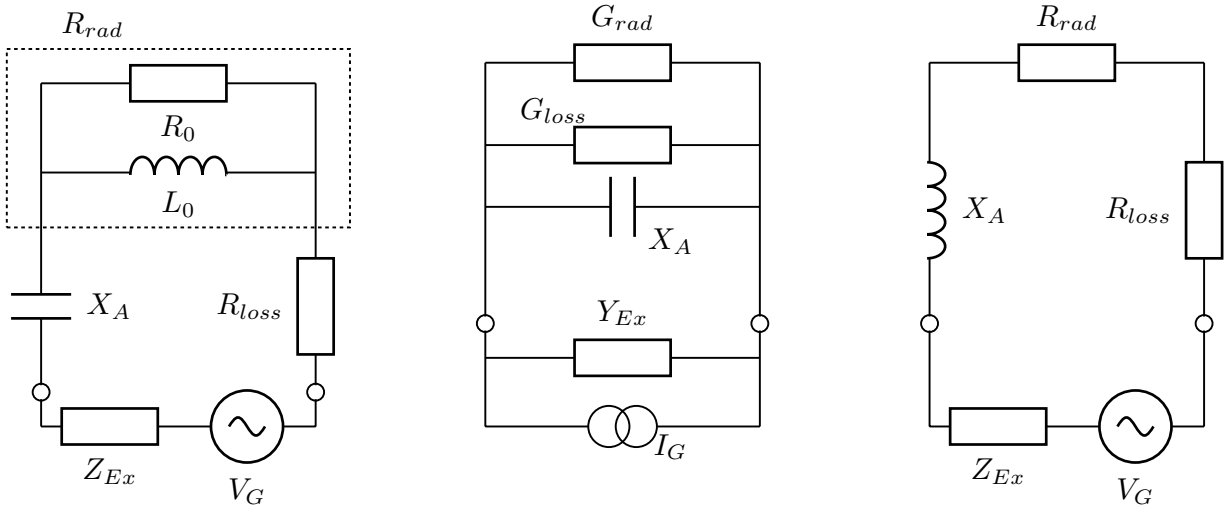


Рисунок 4.1 – Эквивалентные схемы включения передающей ЭМА электрического *(а, б)* и магнитного *(в)* типов. Электрическая антенна (диполь длиной $2l$) может быть представлена или в виде последовательной RC цепи *(а)*, в которой сопротивление излучения $R_{rad} \sim (d/\lambda)^2$ моделируется импедансом параллельного соединения постоянного сопротивления R_0 и малой индуктивности L_0 как $R_{rad} = (\omega L_0)^2/R_0$, или параллельной цепью *(б)* с проводимостью излучения $G_{rad} \sim (d/\lambda)^4$. Магнитная антенна (виток диаметром D) описывается как последовательная LR цепь *(в)*, в которой сопротивление излучения $R_{rad} \sim (D/\lambda)^4$. R_{loss} и G_{loss} – соответственно сопротивление и проводимость потерь. Источник сигнала, фидер и цепь согласования и настройки в резонанс описываются источником напряжения V_G с последовательно соединенным импедансом Z_G или источником тока I_G с параллельно включенным адмитансом Y_G.

ны понятия фактора потерь $p_D = R_D/\left|X_A(\omega)\right|$ и добротности антенны Q_A как величины, обратной антенному фактору мощности $p_A = p_R + p_D = R_A/\left|X_A(\omega)\right|$, то есть как отношение мнимой части импеданса к реальной части импеданса антенны [84, 85]:

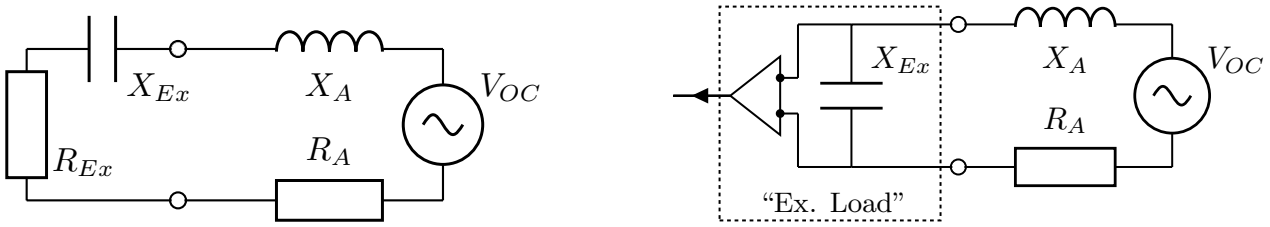
$$Q_A = X_A(\omega)/\left|R_A\right|. \tag{4.3}$$

Высокая добротность ЭМА обусловливает узкую частотную полосу антенны $BW \sim 1/Q$ (здесь $BW = (\omega_1 - \omega_2)/\omega_0$, где ω_1,ω_2,ω_0 – соответственно граничные и центральная частоты). Существует фундаментальная связь между эффективным объемом малой антенны и ее добротностью (впервые эту связь обсуждал Л. Дж. Чу в 1948 году [87]). В 1996 году Дж. МакЛин [88] сформулировал фундаментальный теоретический предел $Q_{\min} = 1/(ka)^3$, где $k = 2\pi/\lambda$, для минимальной величины добротности бездиссипативной антенны, которая может быть помещена внутрь сферы с минимальным радиусом a. Конечно, добротность антенны может быть уменьшена за счет дополнительных потерь, но при этом будет уменьшаться КПД (эффективность) антенны. Чем меньше размер антенны, тем

больше ее добротность и, следовательно, меньше ее частотная полоса и сложнее настроить ее в резонанс с помощью подключаемых элементов, а также труднее согласовать с нагрузкой. Для реальной антенны, согласованной и настроенной в резонанс подключением цепи с импедансом $Z_{Ex} = R_A - iX_A$, максимальная частотная полоса [89] $BW_{\max} = 16 \cdot (\pi a/\lambda)^3/\eta$.

В случае приемной ЭМА, наводимая электромагнитной волной э.д.с. в антенне $V_0 = l_{Ef}E$ пропорциональна эффективной длине антенны l_{Ef} и напряженности электрического поля E. Эффективная длина электрической антенны равна половине длины диполя или монополя, а в случае магнитной антенны в виде витка диаметром D эффективная длина $(l_{Ef})_{Loop} = (\pi \cdot D^2/4)k$ [84, 85]. Для магнитной ЭМА, согласованной и настроенной в резонанс подключением цепи с импедансом $Z_{Ex} = R_A - iX_A$, достигается максимальная мощность, отдаваемая в нагрузку: $P_{Out} = E^2 l_{Ef}^2/(8R_A)$. Изготавливая антенну из сверхпроводящих материалов и тем самым уменьшая сопротивление потерь R_D, можно увеличить выходную мощность магнитной антенны (увеличивая КПД антенны η), однако при этом резко сужается частотная полоса антенны, и возрастают проблемы согласования с внешними цепями [84, 85].

Все способы существенного улучшения характеристик электрически малой антенны и ее согласования с нагрузкой основаны на использовании в антенной конструкции активных элементов. Так, расширение частотной полосы антенны может быть достигнуто при использовании так называемых “non-Foster” цепей активного типа, воспроизводящих отрицательные величины сопротивления, емкости, индуктивности для компенсации большой реактивной составляющей импеданса ЭМА [90–92]. Подключение усилителя с очень большим входным сопротивлением $R_{\text{amp}} \gg |X_A(\omega)|$ непосредственно к антенне, настроенной в резонанс подключением к ней соответствующего реактивного элемента, позволяет получить большой выходной сигнал $V_{Out} = V_{OC}Q_A K$, где K – коэффициент усиления усилителя (см. схему на рис. 4.2б), однако частотная полоса остается по-прежнему узкой $BW \sim 1/Q$. Построение широкополосной антенной системы возможно при подключении к ЭМА усилителя через чисто реактивное входное сопротивление, имеющее такой же знак и такую же частотную зависимость, как и реактивная составляющая импеданса ЭМА. Такой усилитель может быть реализован на основе сквида или цепочки последовательно включенных сквидов [93]. Электрически малую антенну, интегрированную с усилителем, часто называют активной ЭМА.



(а) (б)

Рисунок 4.2 – Эквивалентные схемы принимающей магнитной ЭМА. *(а)* Магнитная ЭМА настроена в резонанс подключением реактивности $X_{Ex}(\omega) = X_A(\omega)$ и нагружена на согласованное сопротивление (волновое сопротивление фидера) $R_{Ex} = R_A$. *(б)* Магнитная ЭМА настроена в резонанс подключением реактивности $X_{Ex}(\omega) = X_A(\omega)$, с которой снимается сигнал путем подключения высокоомного усилителя с входным сопротивлением $R_{\text{вх}} \gg |X_{Ex}(\omega)|$. Для расширения частотной полосы приемной системы внешняя цепь (обозначенная как "Ex. Load") может быть заменена на усилитель с чисто реактивным входным импедансом, равным (или близким по величине) реактивности антенны $X_A(\omega)$ и имеющим такую же частотную зависимость (индуктивного характера).

Цепочка сквидов, в том числе, в виде сверхпроводящего квантового интерференционного фильтра, с подключенным к ней низкотемпературным транзисторным усилителем [94] может быть использована как основной элемент, способный осуществлять широкополосное преобразование магнитной компоненты волны в напряжение. Однако, линейность и динамический диапазон таких активных антенн остаются низкими, на уровне низкой линейности отклика сквида и ограниченного динамического диапазона сквида или последовательной цепочки сквидов.

Таким образом, для создания широкополосных антенн активного типа, с большим динамическим диапазоном линейного преобразования принимаемого сигнала в напряжение выходного сигнала ***необходима разработка и использование эффективных многоэлементных джозефсоновских структур***. Такими джозефсоновскими структурами являются рассмотренные в предыдущей главе сверхпроводящие квантовые решетки (СКР).

4.1.2. Трансформаторные и бестрансформаторные сверхпроводящие активные электрически малые антенны

В работах [75, 95, А1, А2] были предложены два подхода к созданию активных электрически малых антенн (ЭМА) на основе СКР – активных ЭМА трансформаторного и бестрансформаторного типа. В трансформаторной ЭМА используется один или несколько сверхпроводящих трансформаторов магнитного потока, ин-

дуктивно связанных с квантовыми ячейками СКР. Приложенный к сверхпроводящему трансформатору поток $\Phi = B_n S$ (в данном случае S – площадь трансформатора, B_n – нормальная (к плоскости трансформатора) составляющая вектора магнитной индукции **B** электромагнитного поля волны) индуцирует в трансформаторе экранирующий ток $I = \Phi/L$ (здесь L – индуктивность трансформатора), который, в свою очередь, индуцирует прикладываемый к каждой квантовой ячейке магнитный поток

$$\Phi 1 = M \cdot I = B_n S M/L, \tag{4.4}$$

где M – взаимная индуктивность связи трансформатора потока с квантовой ячейкой.

На рисунке 4.3 показаны две схемы активных ЭМА трансформаторного типа на основе одномерной СКР, составленной из последовательно включенных дифференциальных квантовых ячеек. Цепочка таких дифференциальных ячеек фактически представляет собой две дифференциально включенные последовательные цепочки правых и левых плеч квантовых ячеек (параллельных СКИФ-цепочек джозефсоновских переходов). Каждая из этих цепочек индуктивно связана со своим сверхпроводящим трансформатором магнитного потока *(а)* или с общим трансформатором магнитного потока *(б)*. Ко всем элементам этих цепочек прикладывается одинаковый входной сигнал (магнитный поток), определяемый формулой (4.4), в которой L и S – индуктивность и площадь трансформатора потока, индуктивно связанного с этими элементами. Все квантовые ячейки должны находиться в одинаковом резистивном состоянии, что достигается заданием одинакового тока смещения цепочек $I_B^\star$, превышающего критический ток плеча квантовой ячейки (параллельной цепочки джозефсоновских элементов). Взаимно-противоположное магнитное смещение плеч квантовых ячеек достигается заданием тока $I_M^\star$ принимаемого магнитного потока. Ток $I_M^\star$ делится на две одинаковые части, протекающие по сторонам дополнительного сверхпроводящего контура, охватывающего ячейки обеих цепочек, как показано на рис. 4.3а. При этом к каждому элементу этих цепочек прикладывается одинаковый по величине магнитный поток смещения, одного знака в пределах одной ячейки, но противоположного знака по отношению к другой цепочке.

В случае ЭМА с одним общим трансформатором, ток магнитного смещения I_M протекает непосредственно по сторонам общего трансформатора, совпадая по направлению с круговым током входного сигнала в одной стороне трансформа-

тора и имея противоположное сигнальному току направление в другой стороне трансформатора. На вставке на рис. 4.3б показан фрагмент предполагаемой топологии цепочки. Для существенного уменьшения индуктивностей всех внутренних элементов, квантовые ячейки размещаются над сверхпроводящим экраном или между двумя сверхпроводящими экранами. Использование общего для всей цепочки сверхпроводящего экрана будет создавать нежелательные емкостные связи (через экран) между элементами цепочки. Особенно нежелательны такие связи между удаленными элементами цепочки. Эта проблема может быть решена путем использования индивидуальных экранов, не имеющих гальванических связей, для каждого из элементов цепочки или для каждой пары соседних элементов цепочки («плавающая» земля).

В то же время, двумерная или трехмерная (из нескольких чипов) СКР (см. рис. 1.10) с несверхпроводящими цепями соединения сверхпроводящих квантовых ячеек может быть использована непосредственно как активная ЭМА бес-

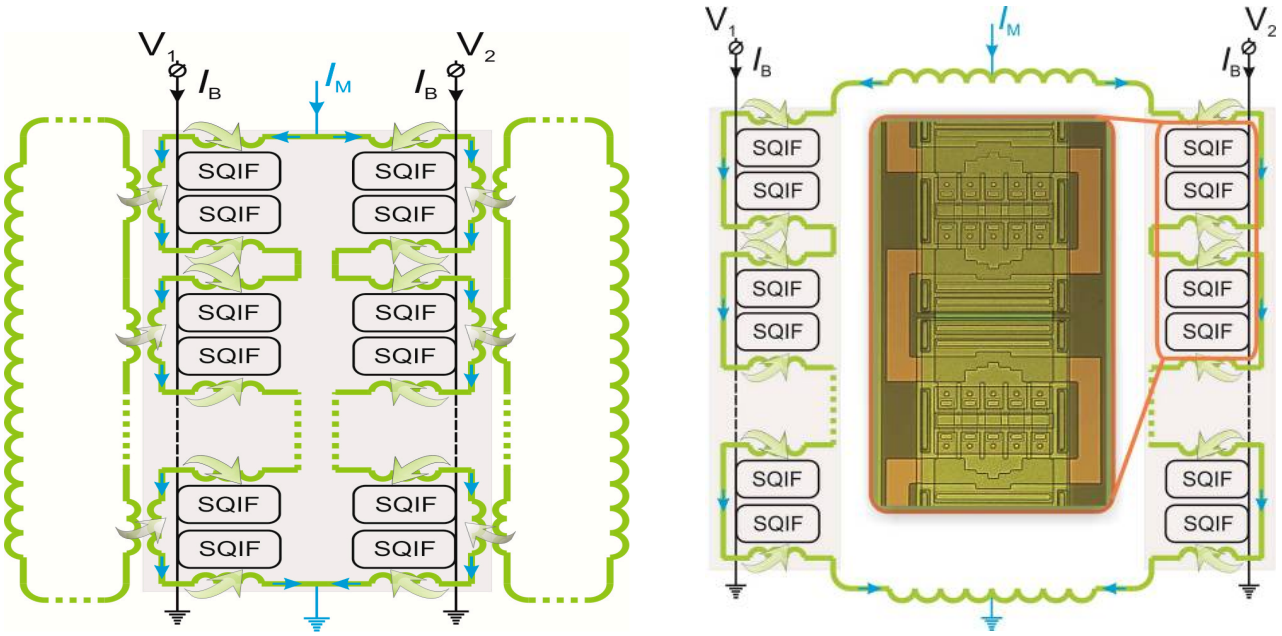


Рисунок 4.3 – Схемы активных ЭМА трансформаторного типа на основе одномерной СКР, составленной из последовательно включенных дифференциальных квантовых ячеек. Цепочка таких ячеек фактически представляет собой две дифференциально включенные последовательные цепочки правых и левых плеч квантовых ячеек (параллельных СКИФ-цепочек джозефсоновских переходов). Каждая из этих цепочек индуктивно связана со своим сверхпроводящим трансформатором магнитного потока *(а)* или с общим трансформатором магнитного потока *(б)*. I_B – ток смещения цепочек, I_M – ток, задающий взаимно-противоположное магнитное смещение цепочек. На вставке на рис. *(б)* показан фрагмент предполагаемой топологии цепочки. Из работы [75].

трансформаторного типа. Отсутствие трансформаторов потока существенно упрощает конструкцию ЭМА, в том числе, отсутствие общего сверхпроводящего трансформатора позволяет полностью исключить паразитную индуктивную связь между квантовыми ячейками, в результате которой могут возникать нежелательные резонансы на частоте джозефсоновской генерации, а также паразитная синхронизация джозефсоновских осцилляций.

В случае бестрансформаторной ЭМА, электромагнитная волна создает входной сигнал непосредственно в каждой квантовой ячейке. Для достижения идентичности входных сигналов во всех ячейках, что необходимо для надлежащего функционирования СКР, должна быть обеспечена однородность структуры магнитного поля принимаемого сигнала (магнитной компоненты электромагнитной волны) в пределах решетки за счет однородности структуры СКР и выполнения электрического соединения квантовых ячеек с использованием нормальных низкоомных проводников. На рис. 4.4 приводится упрощенный эскиз одного плеча дифференциальной квантовой ячейки. Магнитный поток вектора индукции **B** падающей волны, приложенный к площади показанной на этом рисунке структуры, состоящей из двух сегментов сверхпроводящих пленочных слоев, обусловливает возникновение экранирующих мейсснеровских токов, протекающих по краям

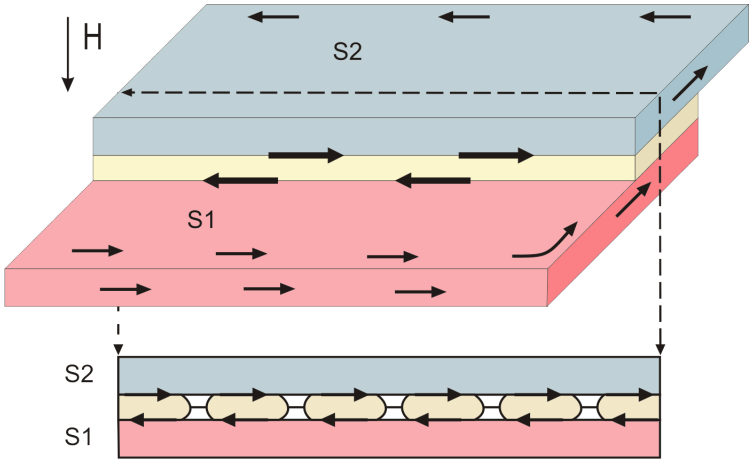


Рисунок 4.4 – Упрощенный эскиз одного плеча дифференциальной квантовой ячейки на основе параллельной цепочки джозефсоновских элементов, которые включены между двумя сверхпроводящими пленками в области перекрытия этих пленок (не показаны на эскизе). Вектор магнитной компоненты ***H*** электромагнитной волны направлен перпендикулярно плоскости пленок. Мейсснеровские токи, экранирующие поле H, протекают по краям сегментов сверхпроводящих пленок и замыкаются по обращенным друг к другу поверхностям в области перекрытия этих сегментов, создавая направленный параллельно плоскости пленок магнитный поток через площадь цепочки параллельно включенных джозефсоновских элементов (показаны перемычками на виде сбоку).

каждого из двух пленочных объектов и замыкающиеся по внутренней поверхности пленок в области их перекрытия (в области джозефсоновских элементов). Эти встречно-направленные токи в области перекрытия сверхпроводящих пленок создают направленный параллельно плоскости пленок магнитный поток через площадь параллельной джозефсоновской цепочки, размещенной в области перекрытия пленок структур. Магнитный поток, приложенный к параллельной цепочке из N джозефсоновских элементов, размещенных на расстоянии dx друг от друга, может быть выражен через величину поверхностной плотности тока $I_{\text{пов}} = j(0) \cdot \lambda_L$ в области перекрытия пленок (считая магнитное поле в области перекрытия однородным):

$$\Phi = j(0) \cdot \lambda_L w \cdot (K-1) \cdot dx \tag{4.5}$$

где $j(0)$ – плотность тока на поверхности сверхпроводящей пленки, λ_L – лондоновская глубина проникновения, w – толщина диэлектрического слоя, разделяющего сверхпроводящие пленки. Поверхностная плотность тока $I_{\text{пов}} = j(0) \cdot \lambda_L$ увеличивается с увеличением площади сверхпроводящей пленочной структуры, реализующей плечо дифференциальной квантовой ячейки, и с уменьшением ширины области перекрытия пленочных слоев. При этом минимальная величина ширины перекрытия ограничивается размерами джозефсоновских элементов и технологическими требованиями по изготовлению таких джозефсоновских структур.

Общая эффективность ЭМА трансформаторного типа зависит от площади трансформатора, коэффициента трансформации потока в квантовые ячейки и числа ячеек в цепочке, которая может располагаться в основном по контуру трансформатора. При этом общее число квантовых ячеек увеличивается пропорционально увеличению периметра трансформатора. Поскольку индуктивность трансформатора (оптимальной, то есть, квадратной формы) пропорциональна его периметру (стороне квадрата), то согласно формуле (4.4) магнитный поток, приложенный к одной квантовой ячейке растет с увеличением стороны a квадратного трансформатора как a, поэтому крутизна преобразования магнитной компоненты падающей электромагнитной волны в напряжение на последовательной цепочке квантовых ячеек увеличивается с увеличением стороны a квадратного трансформатора как a^2. При этом динамический диапазон такой антенны, увеличивающийся пропорционально корню квадратному из числа квантовых ячеек, будет увеличиваться с увеличением стороны a как $\sqrt{a}$.

Бестрансформаторная конструкция антенны позволяет значительно увеличить

число ячеек в составе антенны и, следовательно, увеличить её динамический диапазон и амплитуду выходного сигнала. Действительно, число квантовых ячеек в такой антенне (на одном чипе) растет пропорционально ее площади и в случае квадратной конфигурации антенны - пропорционально квадрату стороны, то есть как a^2. Поэтому динамический диапазон такой антенны растет линейно с увеличением стороны a.

4.2. Влияние размерных эффектов на характеристики активных электрически малых антенн

4.2.1. Анализ влияния размерных эффектов на дифференциальную квантовую ячейку

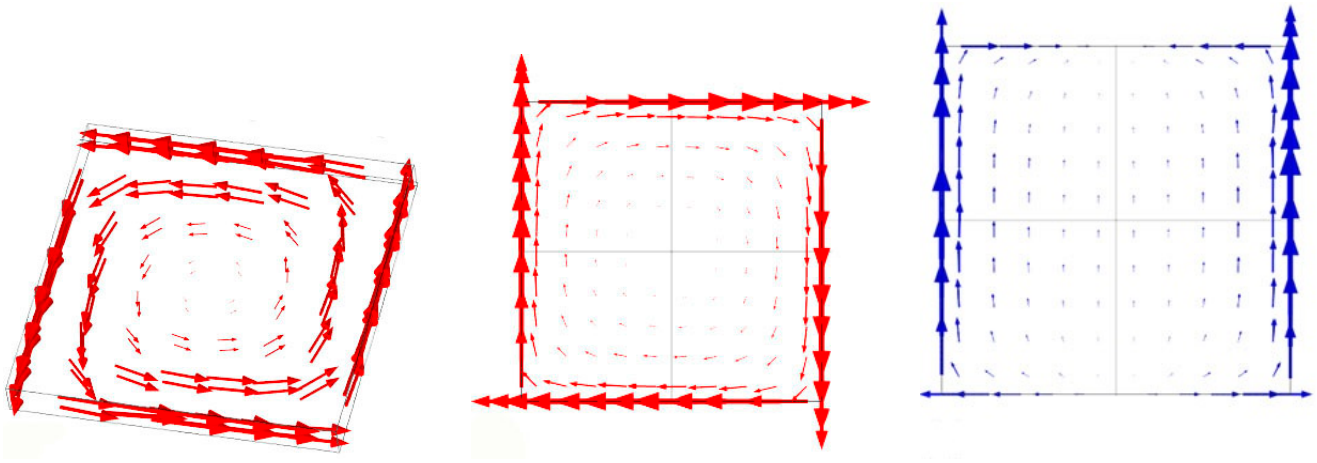
С целью оптимизации топологии сверхпроводниковых нано- и микроструктур, в том числе дифференциальных квантовых ячеек, было выполнено трехмерное численное моделирование с учетом падающего поля электромагнитной волны частотой 1 ГГц. В качестве типичного размера пленочных объектов, образующих квантовую ячейку, был задан размер 200 мкм.

Для изучения дифференциальной квантовой ячейки, состоящей из двух плеч – двух дифференциально включенных параллельных цепочек джозефсоновских переходов, в качестве модели плеча ячейки использовался объект из двух прямоугольных пластин S1 и S2 (пленок), разделенных слоем диэлектрика (воздуха) и частично перекрывающихся так, как показано на рис. 4.4.

Подробно методика трехмерного численного моделирования рассмотрена в Приложении Б, в дальнейших разделах приведены только полученные результаты.

4.2.1.1. Моделирование высокочастотной динамики тонкопленочных квантовых ячеек для оптимизации их топологии

На рисунке 4.5 показаны результаты трехмерного анализа модельной квадратной пластины толщиной 20 мкм со стороной 200 мкм в поле падающей волны в виде распределения экранирующих токов (токи показаны стрелками, размер которых пропорционален их плотности), изготовленной из нормального металла (рис. 4.5а) и сверхпроводника, моделируемого идеальным проводником (рис. 4.5б и 4.5в). Вектор магнитного поля волны H перпендикулярен плоскости пластин.



(а) (б) (в)

Рисунок 4.5 – Результаты трехмерного анализа модельной квадратной пластины толщиной 20 мкм со стороной 200 мкм в поле падающей волны в виде распределения экранирующих токов (показаны стрелками, размер которых пропорционален плотности токов), изготовленной из нормального металла *(а)* и сверхпроводника, моделируемого идеальным проводником *(б, в)*. Вектор магнитного поля волны перпендикулярен плоскости пластин. Распределения токов даны для моментов, когда напряженность поля максимальна *(а)* и *(б)* и минимальна (равна нулю в центре пластины) *(в)*. В распределении *(в)* масштаб стрелок, изображающих токи, на три порядка меньше, чем в распределениях *(а)* и *(б)*.

Распределения токов даны для моментов, когда напряженность поля H максимальна (рис. 4.5а и 4.5б) и минимальна (равна нулю в центре пластины) (рис. 4.5в). Видно, что в последнем случае токи на противоположных краях пластины направлены в одну и ту же сторону, разряжая индуцированные заряды. Величины этих токов на три порядка меньше, чем величины круговых токов в распределениях *(а)* и *(б)*. Существование токов в пластине в момент, когда вектор H проходит через нулевое значение, представляет собой размерный эффект, величина которого (величина токов) характеризуется отношением размера пластины D к длине волны λ_W.

Назначение экранирующих мейсснеровских токов в сверхпроводящей пластине – обеспечение нулевого магнитного поля (компенсация приложенного поля) внутри пластины, а не только компенсация магнитного потока, как для случая сверхпроводящего кольца. Эту задачу выполняют токи, протекающие по двум основным плоским поверхностям пластины (см. рис. 4.6), вследствие чего суммарная величина этих токов намного больше, чем ток по боковой поверхности пластины. Кроме того, основной экранирующий ток протекает практически по всей площади основных плоских поверхностей, убывая от края пластины к ее центру. Распределение плотности этого тока изображено на рис. 4.7а. Инте-

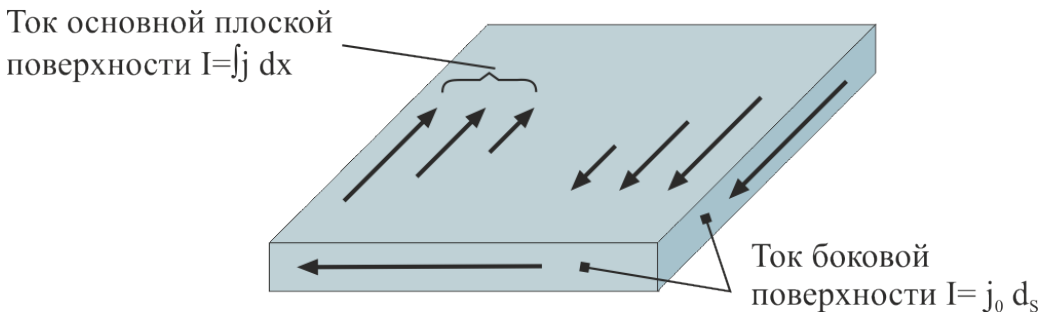
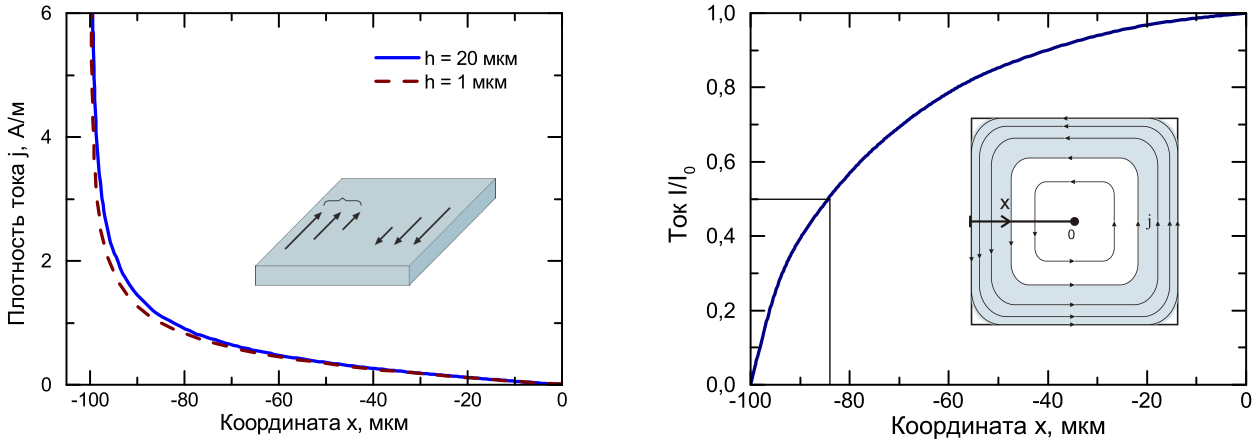


Рисунок 4.6 – Экранирующие мейсснеровские токи, протекающие по боковой поверхности пластины и по двум основным плоским поверхностям. Суммарная величина тока по двум основным плоским поверхностям намного больше, чем суммарный ток по боковой поверхности.

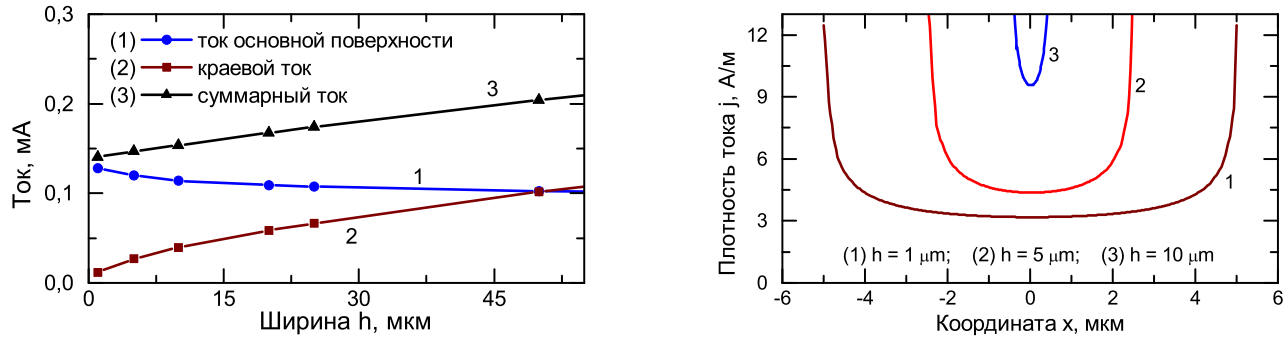
гральная величина тока на поверхности от края пластины до расстояния от центра показана на рис. 4.7б, как функция координаты X, нулевое значение которой соответствует центру пластины. Видно, что половина такого тока протекает в довольно широкой части поверхности, составляющей примерно 16% расстояния от края до центра пластины, т.е. $D/2$.

Последнее обстоятельство очень важно для проектирования квантовых ячеек бестрансформаторных активных электрически малых антенн. Конструкция ячей-



(а) (б)

Рисунок 4.7 – Результаты трехмерного численного моделирования сверхпроводящей квадратной пластины со стороной $D = 200$ мкм в поле падающей волны частотой 1 ГГц. Вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости пластины. Расчетные данные соответствуют моменту времени, когда напряженность магнитного поля максимальна и равна $H = 1$ А/м. (*а*) Плотность экранирующего тока на основной поверхности сверхпроводящей пластины как функция координаты X, нулевое значение которой соответствует центру пластины (на краю $X = 100$ мкм) при толщине пластины $h = 20$ мкм (штриховая линия) и $h = 1$ мкм (сплошная линия). (*б*) интегральная величина тока на поверхности $I(X) = \int j(x)dx$ от края пластины ($x = 100$ мкм) до X как функция координаты X. Ток $I(X)$ нормирован на полный ток I_0 на поверхности. Вставка показывает область протекания тока $I(X)$.



(а) (б)

Рисунок 4.8 – Результаты трехмерного численного моделирования сверхпроводящей квадратной пластины со стороной $D = 200$ мкм в поле падающей волны частотой 1 ГГц. Вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости пластины. Расчетные данные соответствуют моменту времени, когда напряженность магнитного поля максимальна и равна $= 1$ А/м. (*а*) Зависимости величин тока, протекающего по основным плоским поверхностям, (кривая 1), тока, протекающего по боковой поверхности, (кривая 2) и полного экранирующего тока (кривая 3) от толщины h сверхпроводящей пластины. (*б*) Распределение плотности экранирующего тока, протекающего по боковой поверхности пластины при различных толщинах пластины: $h = 1$ мкм (1), $h = 5$ мкм (2), $h = 10$ мкм (3).

ки должна быть такой, чтобы в трансформации приложенного к ячейке перпендикулярного магнитного потока в параллельный поток участвовала достаточно большая часть (половина или больше) всего экранирующего тока. Так, например, если квантовая ячейка заключена между двумя сверхпроводящими экранами (сверху и снизу), то слои сверхпроводников S1 и S2, между которыми сформированы джозефсоновские переходы (см. рис. 4.4), должны выходить за пределы экранов не менее, чем на 16% от радиуса ячейки.

На рис. 4.8а показаны зависимости величин тока, протекающего по основным плоским поверхностям, тока, протекающего по боковой поверхности, и полного экранирующего тока от толщины h сверхпроводящей пластины. При большой толщине, сравнимой со стороной пластины, основной вклад в полный экранирующий ток дает ток, протекающий по боковой поверхности. Однако, по мере уменьшения толщины, начиная от $h = 50$ мкм, основной вклад дает экранирующий ток, протекающий по основным плоским поверхностям пластины.

При толщинах $h < 1$ мкм, соответствующих толщинам пленок, протекающий по боковой поверхности ток пренебрежимо мал по сравнению с током, протекающим по основным плоским поверхностям пластины. На рис. 4.8б показано распределение плотности экранирующего тока, протекающего по боковой поверхности пластины при различных толщинах пластины.

Поскольку результаты моделирования свидетельствуют о том, что при толщине пластины $h < 5$ мкм вклад экранирующего тока, протекающего по боковой поверхности пластины, в суммарную величину экранирующего тока мал (и, следовательно, мал его вклад в величину магнитного потока в квантовой ячейке), результат моделирования в рамках модели идеального проводника не зависит от дальнейшего уменьшения толщины h. Поэтому для упрощения задачи численного моделирования можно выполнять анализ сверхпроводящей квантовой ячейки на основе относительно толстых сверхпроводящих пленок ($h \gg \lambda_L$, для ниобия $\lambda_L \approx 40$ нм), задавая толщину пленок порядка $1 \ldots 5$ мкм вместо реальной толщины сверхпроводящих пленок 300 нм.

На рис. 4.9 приведены результаты трехмерного численного моделирования одного плеча дифференциальной квантовой ячейки размером 200×200 мкм^2 в поле падающей волны частотой 1 ГГц. При этом была использована модельная топология, приведенная на рис. 4.4. Вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости пластины. Расчетные данные соответствуют моменту времени, когда напряженность магнитного поля максимальна и равна $H = 1$ А/м. Экранирующие мейсснеровские токи в пластинах замыкаются по внутренним, обращенным друг к другу, поверхностям этих пластин и создают в зазоре (разделяющем слое диэлектрика толщиной ~ 200 нм) параллельное магнитное поле величиной $H = j$, где j – поверхностная плотность токов в зазоре. Это поле прикладывается к цепочке джозефсоновских переходов, являясь входным сигналом.

4.2.1.2. Расчет характеристик преобразования магнитной компоненты принимаемой волны в выходное напряжение квантовой ячейки; анализ влияния электрической компоненты

Трехмерное численное моделирование сверхпроводящей квантовой ячейки позволяет рассчитывать не только пространственное распределение экранирующих Мейсснеровских токов, но и величину параллельного магнитного поля, которое эти токи создают в зазоре между сверхпроводящими пленками (в разделяющем пленки диэлектрическом слое) в области пересечения пленок, где находится цепочка джозефсоновских переходов. Эти данные позволяют получить распределение магнитного потока вдоль цепочки переходов. Для вычисления отклика напряжения дифференциальной квантовой ячейки, к каждому из плеч (параллельных цепочек) которой приложен магнитный поток, используется программный

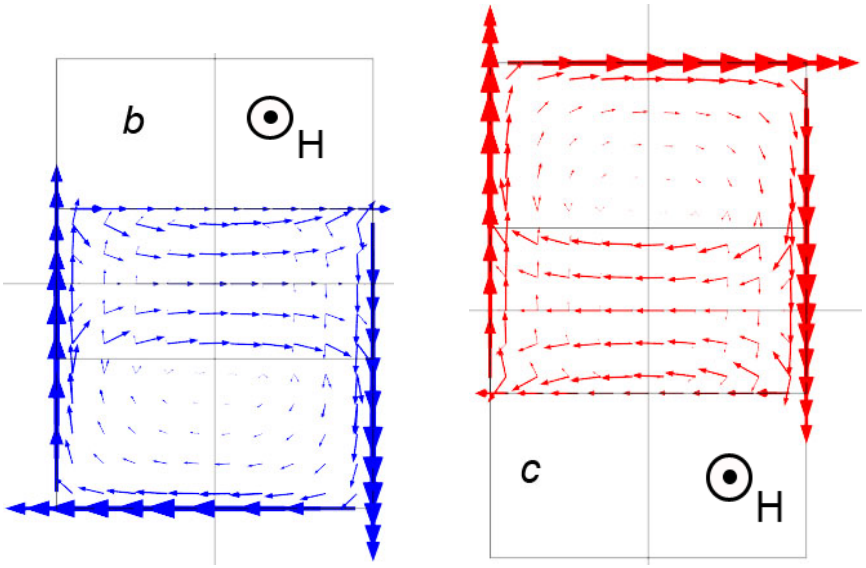
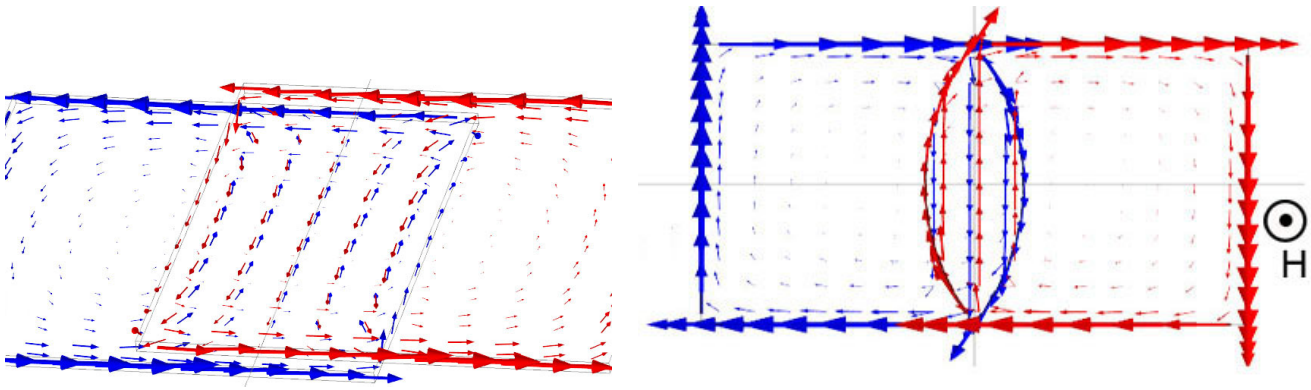


Рисунок 4.9 – Результаты трехмерного численного моделирования одного плеча дифференциальной квантовой ячейки размером 200×200 мкм^2 в поле падающей волны частотой 1 ГГц. Расчет выполнен для топологии, показанной на рис. 4.4. Квадратные пластины, перекрывающиеся наполовину, здесь показаны сдвинутыми (горизонтально в плоскости рисунка). Экранирующие мейсснеровские токи показаны стрелками, величина которых пропорциональна плотности токов. Токи замыкаются по внутренним, обращенным друг к другу, поверхностям пластин и создают в зазоре параллельное магнитное поле, приложенное к цепочке джозефсоновских переходов. Вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости пластины. Расчетные данные соответствуют моменту времени, когда напряженность магнитного поля максимальна и равна $H = 1$ А/м.

пакет PSCAN [96] для численного моделирования сосредоточенных джозефсоновских цепей.

На рис. 4.10 приводятся результаты трехмерного численного моделирования плеча дифференциальной квантовой ячейки в поле электромагнитной волны частотой 1 ГГц с использованием модельной структуры из двух сверхпроводящих пластинок, показанной на рис. 4.4. Показаны распределения экранирующих токов в пластинах для двух разных конфигураций области взаимного пересечения сверхпроводящих пластинок S1 и S2. В первом случае область пересечения имеет прямоугольную форму площадью $D \times D/2$, а во втором – ограничена двумя дугами радиуса D (в расчетах $D = 200$ мкм). Расчетные данные соответствуют моменту времени, когда напряженность магнитного поля максимальна и равна $H = 1$ А/м, вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости пластинок. Распределение параллельного магнитного потока в зазоре вдоль цепочки джозефсоновских переходов, полученное для этих двух конфигураций модельного объекта, показано на рис. 4.11.

Поскольку экранирующие токи в пластинах распределены практически по



(а) (б)

Рисунок 4.10 – Результаты трехмерного численного моделирования плеча дифференциальной квантовой ячейки с использованием модельной структуры из двух сверхпроводящих пластинок, показанной на рис. 4.4, в виде распределения экранирующих токов в пластинах S1 и S2 для двух разных конфигураций области взаимного пересечения сверхпроводящих пластинок: (*а*) прямоугольной области пересечения размером $D \times D/2$ и (*б*) ограниченной двумя дугами радиуса D (в расчетах $D = 200$ мкм). Частота электромагнитной волны 1 ГГц, вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости пластинок. Расчетные данные соответствуют моменту времени, когда напряженность магнитного поля максимальна и равна $H = 1$ А/м.

всей площади, то в области замыкания (внутренняя поверхность пластин в области их перекрытия) концентрация токов неоднородна. В случае прямоугольной формы области перекрытия пластин плотность токов и распределение магнитного потока имеют максимум в центре области перекрытия (кривая 1 на рис. 4.11). В случае, когда область перекрытия ограничена двумя дугами, распределение магнитного потока приближается к однородному (кривая 2 на рис. 4.11).

Расчет откликов напряжения дифференциальной квантовой ячейки и последующий анализ линейности отклика показывают, что наилучшая линейность достигается при симметричном распределении магнитного потока с минимумом в центре, минимально изменяется при переходе к равномерному распределению и далее начинает заметно ухудшаться при задании симметричного распределения с максимумом в центре. Существенное уменьшение линейности наблюдается при асимметричном распределении магнитного потока.

Таким образом, оптимальная топология дифференциальной квантовой ячейки должна обеспечивать, в первую очередь, симметричное распределение магнитного потока вдоль цепочек джозефсоновских переходов в плечах ячейки. Это распределение должно иметь минимум в центре или быть близким к однородному распределению.

На рис. 4.12 показано распределение токов в модельном объекте из двух сверх-

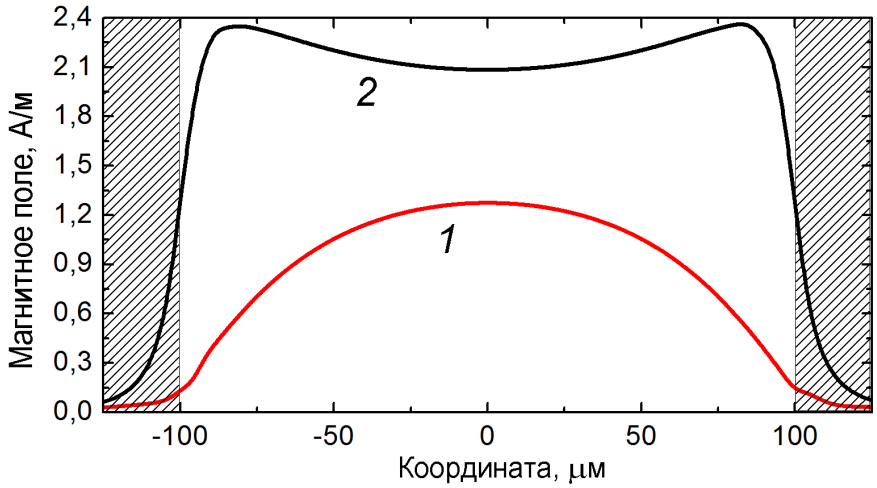


Рисунок 4.11 – Распределение параллельного магнитного поля в области перекрытия сверхпроводящих пластин S1 и S2 модельного объекта, показанного на рис. 4.4, вдоль цепочки джозефсоновских переходов для прямоугольной формы области перекрытия (кривая 1) и области, ограниченной двумя дугами (кривая 2). Частота электромагнитной волны 1 ГГц, вектор напряженности магнитного поля волны перпендикулярен плоскости пластин. Расчетные данные соответствуют моменту времени, когда напряженность магнитного поля волны максимальна и равна $H = 1$ А/м.

проводящих пластин в электромагнитном поле волны частотой 1 ГГц, распространяющейся перпендикулярно линии джозефсоновских переходов, в момент времени, когда вектор напряженности магнитного поля, перпендикулярный плоскости пластин, принимает нулевое значение (в центре этого объекта). Видно, что токи на противоположных краях модельного объекта направлены в одну и ту же сторону, разряжая индуцированные электрические заряды, обусловленные электрической компонентой поля. Как указывалось в разделе 4.2.1, эти токи на три порядка (порядок определяется отношением D/λ_W) меньше, чем круговые токи при максимальной величине напряженности поля волны. Расчеты показывают, что при рассматриваемом направлении волны параллельный магнитный поток в области перекрытия пластин (действующий на цепочку джозефсоновских переходов) в этот момент точно равен нулю. Таким образом, токи, разряжающие заряды, индуцированные электрической компонентой поля, не дают в этом случае размерных эффектов, влияющих на выходной сигнал квантовой ячейки и, следовательно, на выходной сигнал антенны на основе таких ячеек.

Однако, если волна распространяется вдоль цепочки джозефсоновских переходов (линия S-S на рис. 4.13), наблюдается влияние электрической компоненты поля на выходной сигнал ячейки. На рис. 4.13 показано распределение токов в модельном объекте из двух сверхпроводящих пластин в поле волны частотой 1 ГГц,

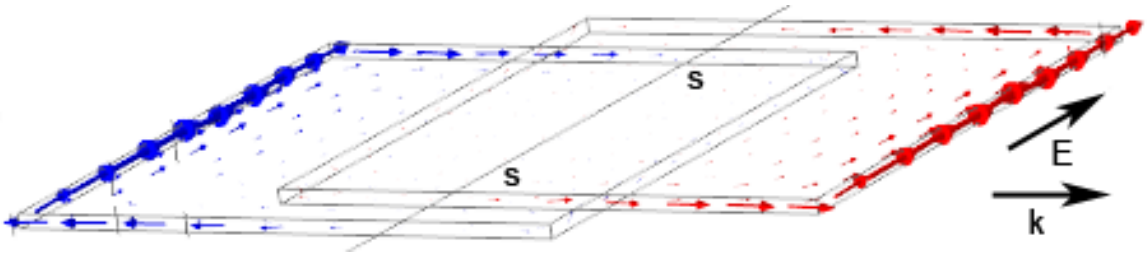
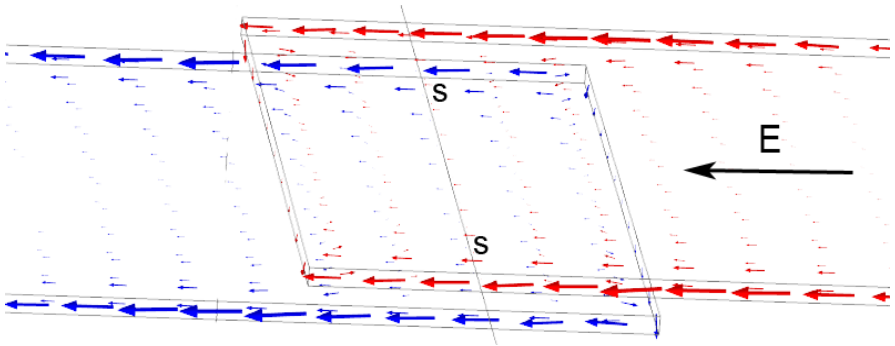
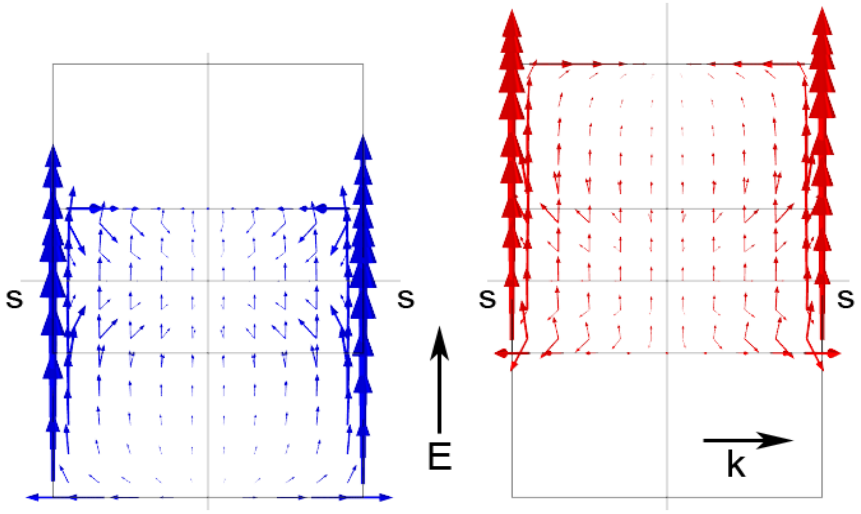


Рисунок 4.12 – Распределение экранирующих токов в модельной структуре из двух сверхпроводящих пластин (рис. 4.4), находящейся в электромагнитном поле волны, распространяющейся перпендикулярно цепочке джозефсоновских переходов (линия S-S), в момент времени, когда вектор напряженности магнитного поля, перпендикулярный плоскости пластин, принимает нулевое значение (в центре этого объекта).



(а)



(б)

Рисунок 4.13 – Распределение экранирующих токов в модельной структуре из двух сверхпроводящих пластин (рис. 4.4), находящейся в электромагнитном поле волны, распространяющейся параллельно цепочке джозефсоновских переходов (линия S-S), в момент времени, когда вектор напряженности магнитного поля, перпендикулярный плоскости пластин, принимает нулевое значение (в центре этого объекта). Для информативности распределения токов показаны как для всего объекта (*а*), так и отдельно для каждой из пластин (*б*), которые изображены горизонтально смещенными относительно друг друга.

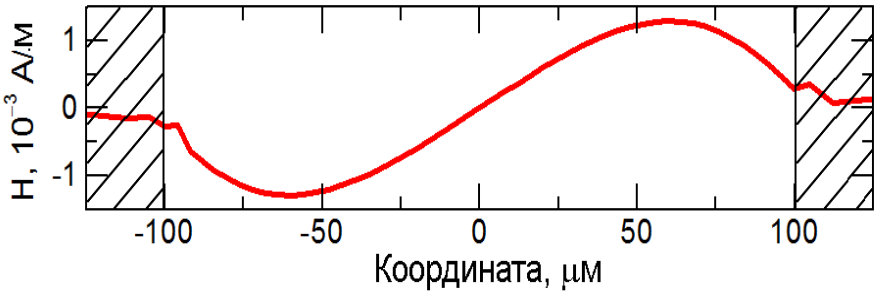


Рисунок 4.14 – Распределение параллельного магнитного поля внутри области перекрытия сверхпроводящих пластин модельного объекта (приложенного к цепочке джозефсоновских переходов) в поле волны частотой 1 ГГц, распространяющейся параллельно линии джозефсоновских переходов, в момент времени, когда вектор напряженности магнитного поля волны (амплитудой 1 А/м), перпендикулярный плоскости пластин, принимает нулевое значение (в центре этого объекта).

распространяющейся параллельно линии джозефсоновских переходов (линия S-S), в момент времени, когда вектор напряженности магнитного поля, перпендикулярный плоскости пластин, принимает нулевое значение (в центре этого объекта). Токи на противоположных краях модельного объекта направлены в одну и ту же сторону, разряжая индуцированные электрические заряды, обусловленные электрической компонентой поля. Однако, теперь эти токи возникают на других краях модельного объекта и поэтому создают в области перекрытия пластин параллельное магнитное поле и магнитный поток. На рис. 4.14 показано рассчитанное распределение параллельного магнитного поля в области перекрытия пластин, которое прикладывается вдоль цепочки джозефсоновских переходов. Характерная величина этого поля на три порядка (порядок определяется отношением D/λ_W) меньше, чем величина поля, которое создается в момент времени, когда напряженность магнитного поля волны максимальна. Таким образом, влияние электрической компоненты волны проявляется как размерный эффект.

Несмотря на малую величину магнитного поля, обусловленного размерным эффектом, это поле нарушает симметрию распределения магнитного потока, действующего на цепочку джозефсоновских переходов, и тем самым ухудшает линейность отклика напряжения дифференциальной квантовой ячейки и, следовательно, ухудшает линейность выходного сигнала антенны на основе таких ячеек.

На рис. 4.15а приведены результаты численного анализа влияния размерного эффекта на линейность отклика напряжения дифференциальной квантовой ячейки при оптимальном магнитном смещении плеч ячейки (штриховые линии) и смещении, отличающемся на 3% от оптимального (сплошные линии). Расчеты вы-

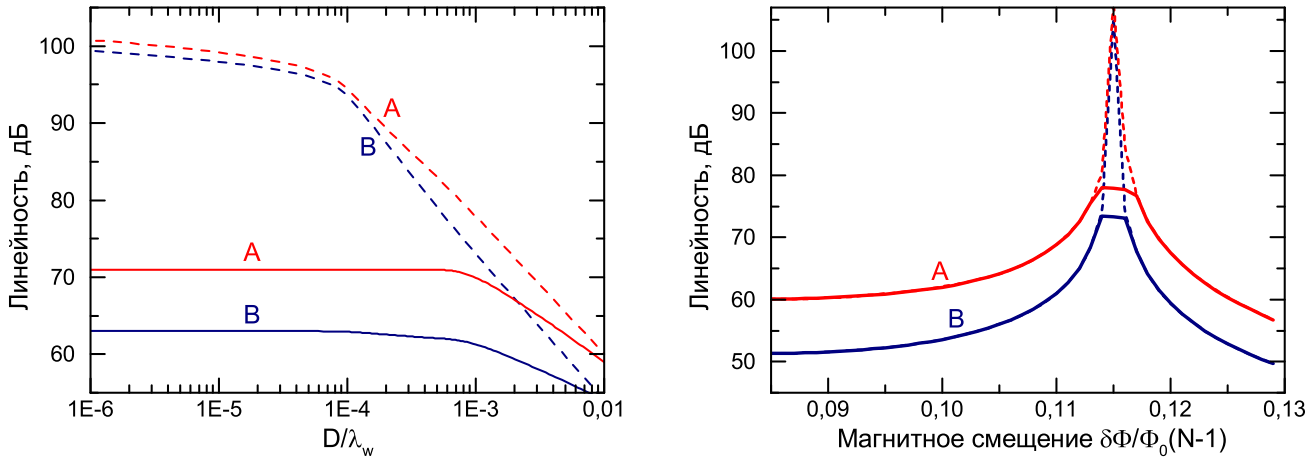


Рисунок 4.15 – *(а)* Влияние размерного эффекта на линейность отклика напряжения дифференциальной квантовой ячейки при оптимальном магнитном смещении плеч ячейки (штриховые линии) и смещении, отличающемся на 3% от оптимального (сплошные линии). Расчеты выполнены для амплитуд сигналов, использующих 30% (A) и 50% (B) полного размаха отклика напряжения ячейки. *(б)* Зависимость линейности отклика напряжения дифференциальной квантовой ячейки от магнитного смещения плеч ячейки при пренебрежимо малом размере ячейки $D/\lambda_w \approx 0$ (штриховая линия) и при $D/\lambda_w = 10^{-3}$ (сплошная линия) для амплитуд сигналов, использующих 30% (A) и 50% (B) полного размаха отклика напряжения ячейки.

полнены для амплитуд сигналов, использующих 30% (A) и 50% (B) полного размаха отклика напряжения ячейки. При относительно малых размерах ячейки, когда $D/\lambda_W < 10^{-4}$, влияние размерного эффекта пренебрежимо мало, однако при $D/\lambda_W > 10^{-4}$ этот эффект ограничивает максимально достижимую (при оптимальном магнитном смещении плеч дифференциальной ячейки) величину линейности. Поскольку наибольшая линейность достигается в достаточно узком диапазоне магнитного смещения, размерный эффект «размывает» заданную величину магнитного смещения и тем самым «обрезает» пико-подобную зависимость линейности от величины магнитного смещения (см. рис. 4.15б).

Таким образом, оптимальная топология дифференциальной квантовой ячейки должна обеспечивать, в первую очередь, симметричное распределение магнитного потока вдоль цепочек джозефсоновских переходов в плечах ячейки. Это распределение должно иметь минимум в центре или быть близким к однородному распределению. Для исключения влияния электрической компоненты волны через размерный эффект на линейность отклика напряжения ячейки размер каждого из плеч дифференциальной ячейки (вдоль цепочки джозефсоновских переходов) не должен превышать $\sim 10^{-4}$ длины принимаемой волны λ_W. В противном слу-

чае размерный эффект ограничивает максимально достижимую линейность для приема волн, направление распространения которых параллельно линии расположения цепочки джозефсоновских переходов. Следует отметить также, что размерный эффект не будет наблюдаться в одноконтурных квантовых ячейках, таких как би-сквид.

4.2.2. Анализ влияния размерных эффектов на активную электрически малую антенну

В разделе 4.2.1 было рассмотрено влияние размерного эффекта на дифференциальную квантовую ячейку, которое выражается в уменьшении линейности выходного сигнала такой ячейки при размерах ячейки больше, чем $10^{-4}\lambda_W$ (для частоты 3 ГГц характерный размер равен $10^{-4}\lambda_W = 10$ мкм). Следует отметить, что данный эффект наблюдается только при распространении волны вдоль цепочки джозефсоновских переходов, образующих плечо дифференциальной квантовой ячейки (как показано на рис. 4.16).

Рассмотрим влияние размерных эффектов на СКР и бестрансформаторную антенну на основе сверхпроводящей квантовой решетки. Пусть расстояние между плечами дифференциальной ячейки составляет Δx, тогда сигнал, попадающий в каждое плечо, имеет сдвиг по фазе $\Delta\Theta = 2\pi\Delta x/\lambda$, что эквивалентно приложению дополнительного переменного магнитного смещения к плечам амплитудой $\Delta\Phi = \Phi_A\pi\Delta x/\lambda_W$, где Φ_A – амплитуда внешнего сигнала. Данное магнитное смещение приводит к ограничению линейности выходного сигнала, которое для пикообразной зависимости линейности может быть оценена как линейность в

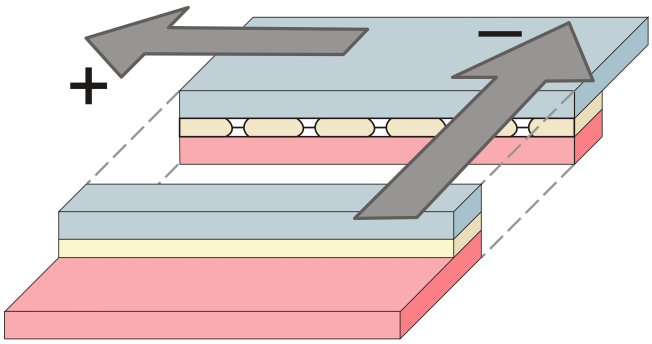


Рисунок 4.16 – Влияние размерных эффектов на дифференциальную квантовую ячейку, произведенную с использованием тонкопленочной ниобиевой технологии. Джозефсоновские переходы сформированы между двумя сверхпроводящими пленками. Стрелками показано направление распространения падающей волны, в случаях наличия (+) и отсутствия (-) размерного эффекта.

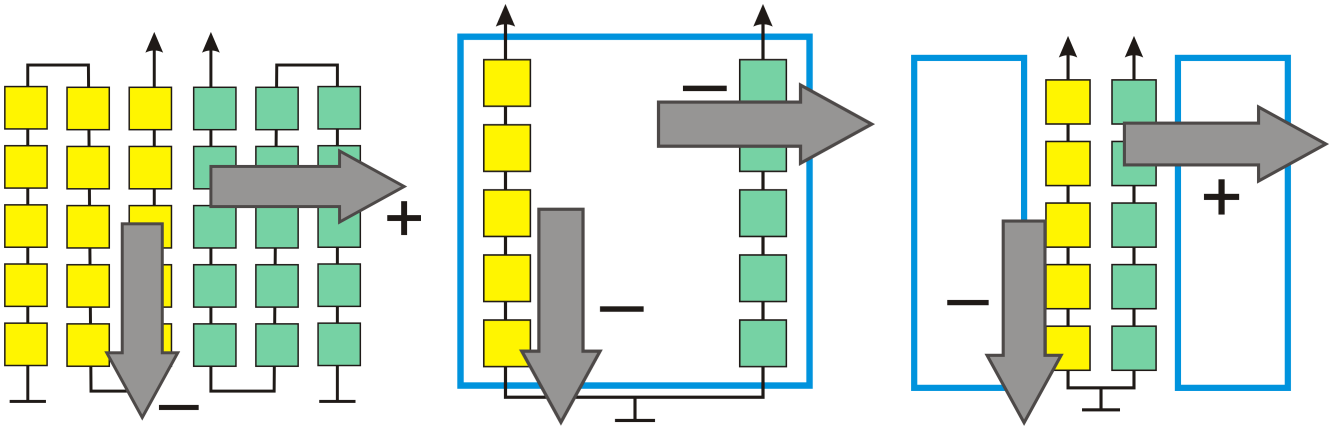


Рисунок 4.17 – Влияние размерных эффектов на антенну, состоящую из двух дифференциально включенных последовательных цепочек плеч дифференциальной квантовой ячейки для случаев бестрансформаторной *(а)* и трансформаторных антенн с общим трансформатором *(б)* и двумя трансформаторами *(в)*. Стрелками показано направление распространения падающей волны, в случаях наличия (+) и отсутствия (-) размерного эффекта.

случае ширины пика равной $2\Delta\Phi$. Таким образом, используя зависимость, изображенную на рисунке 4.15а, можно показать, что влияние размера Δx на линейность такое же, как влияние размера ячейки D равное $0{,}1\Delta x$, то есть расстояние между плечами оказывает на порядок меньшее влияние на линейность отклика, чем размер ячейки.

Также как и в случае одной ячейки, наличие размерного эффекта зависит от направления распространения волны. На рисунке 4.17а изображена бестрансформаторная антенна на основе СКР из дифференциальных квантовых ячеек. Направления распространения падающей волны соответствуют наличию или отсутствию размерного эффекта.

В случае ЭМА трансформаторного типа, реализованной с использованием одного общего трансформатора (см. рис. 4.17б), влияния размерного эффекта на линейность не будет, так как все плечи будут принимать одинаковый магнитный поток, сгенерированный мейсснеровскими токами, компенсирующими общий внешний магнитный поток. Более того, такой трансформатор обеспечит симметричное задание параллельного магнитного потока вдоль цепочки джозефсоновских переходов.

Для трансформаторной антенны с двумя трансформаторами потока влияние размерного эффекта на линейность будет определяться сдвигом фазы мейсснеровских токов в трансформаторах $\Delta\Theta = 2\pi\Delta x/\lambda$, здесь под Δx понимается рас-

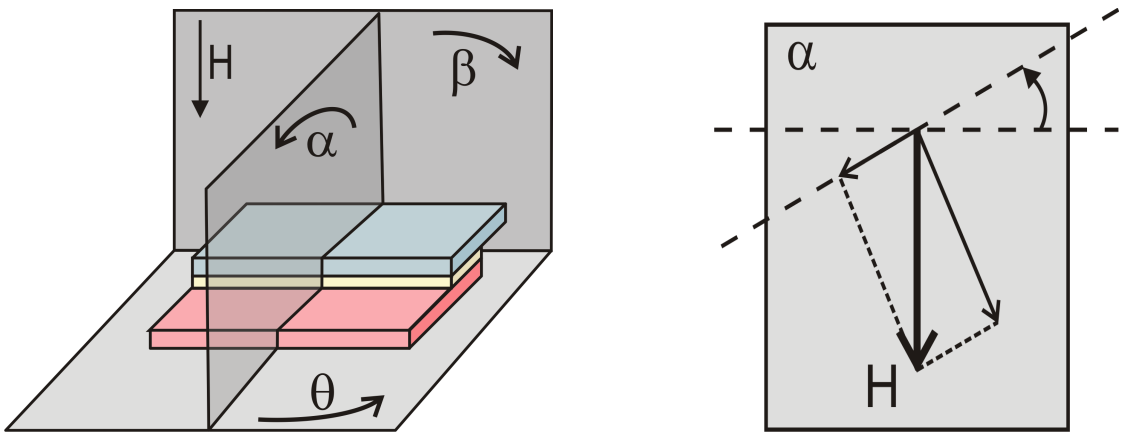
стояние между трансформаторами. Аналогично бестрансформаторной антенне размерный эффект присутствует только при определенном направлении распространения волны (см. рис. 4.17в).

4.3. Диаграмма направленности антенны на основе СКР

Расчет диаграммы направленности сверхпроводящей квантовой ячейки был выполнен с использованием модельной трехслойной структуры (сверхпроводящий слой S1 – диэлектрический слой – сверхпроводящий слой S2), показанной на рис. 4.4. Эта структура использовалась в качестве модели плеча дифференциальной квантовой ячейки при выполнении трехмерного численного моделирования ячейки в поле линейно поляризованной электромагнитной волны частотой 1 ГГц. На основании данных моделирования рассчитывалась величина параллельного сверхпроводникам магнитного потока через сечение диэлектрического слоя между сверхпроводящими слоями S1 и S2 для различных ориентаций модельной структуры по отношению к направлению распространения волны. Поскольку рассчитанный параллельный магнитный поток является входным сигналом квантовой ячейки, то его величина как функция пространственных углов, задающих ориентацию ячейки относительно линейно поляризованной волны, дает диаграмму направленности сверхпроводящей квантовой ячейки как приемного элемента антенны.

Рисунок 4.18а воспроизводит модельную структуру и показывает ориентацию трех взаимно перпендикулярных плоскостей поворота этой структуры в пространстве. Показанная на рисунке ориентация задает положение, соответствующее нулевым значениям всех трех углов поворота $\alpha = \beta = \theta = 0$. Направление распространения электромагнитной волны параллельно плоскости модельной структуры и перпендикулярно плоскости β, так что вектор напряженности магнитного поля линейно поляризованной волны перпендикулярен плоскости модельной структуры.

На рис. 4.19а показана диаграмма направленности, соответствующая вращению модельной структуры в плоскости α при $\beta = \theta = 0$. Максимумы диаграммы соответствуют углам поворота $\alpha^{\star} \approx -25^{\circ}$ и $\alpha^{\star\star} \approx 180^{\circ} - 25^{\circ} \approx 155^{\circ}$. В этих положениях, как это поясняется на рис. 4.18б, параллельная и перпендикулярная составляющие вектора напряженности магнитного поля волны дают максимальную величину входного сигнала. Параллельная составляющая дает



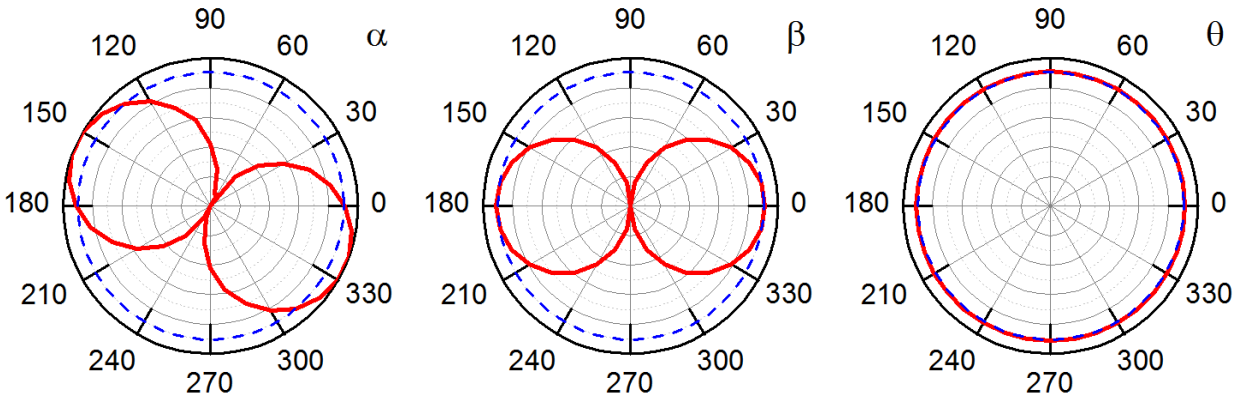
(а) (б)

Рисунок 4.18 – (*а*) Трехслойная структура сверхпроводник – диэлектрик – сверхпроводник, которая использовалась в качестве модели плеча дифференциальной квантовой ячейки при выполнении трехмерного моделирования в поле электромагнитной волны, и три взаимно перпендикулярных плоскости поворота этой структуры в пространстве с обозначением углов поворота в этих плоскостях α, β и θ. (*б*) Параллельная и перпендикулярная составляющие вектора напряженности магнитного поля волны, которые при угле $\alpha \approx -25^\circ$ в сумме дают максимальную величину входного сигнала.

непосредственно параллельный поток, приложенный к цепочке джозефсоновских переходов между слоями S1 и S2. Перпендикулярная компонента обусловливает возникновение экранирующих токов, которые, замыкаясь по обращенным друг к другу внутренним поверхностям слоев S1 и S2 в области их перекрытия, преобразуют перпендикулярный магнитный поток в параллельный. Сумма этих двух параллельных потоков максимальна при указанных углах. Величина угла $\alpha^\star$, при котором входной сигнал максимален, зависит от конструкции и топологии квантовой ячейки и, в частности, от определяемого этими факторами коэффициента трансформации перпендикулярного магнитного потока в параллельный. Показанная на рис. 4.19а диаграмма направленности, нормированная на максимальное значение, очень близка к построенной в полярных координатах зависимости

$$f_\alpha(\alpha) = |\cos(\alpha - \alpha^\star)| = |\cos\alpha \cdot \cos\alpha^\star + \sin\alpha \cdot \sin\alpha^\star| = |a \cdot \cos\alpha - b \cdot \sin\alpha|\,, \tag{4.6}$$

где $a = \cos\alpha^\star \approx \cos(25^\circ)$, $b = -\sin\alpha^\star \approx \sin(25^\circ)$ – нормированные коэффициенты линейной связи между величинами перпендикулярной и параллельной составляющих вектора напряженности магнитного поля волны и величинами создаваемых ими параллельных магнитных потоков в зазоре между сверхпроводящими слоями.



(а) (б) (в)

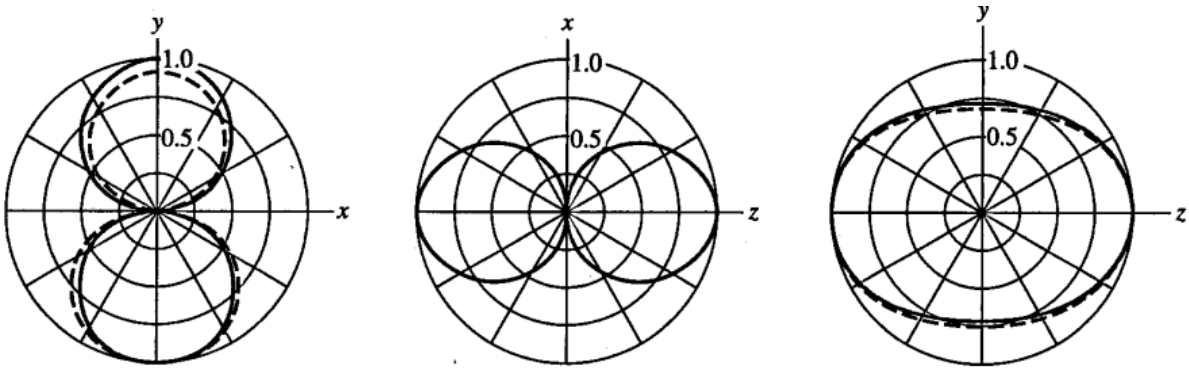
Рисунок 4.19 – Диаграммы направленности, соответствующие вращению модельной структуры в плоскости α при $\beta = \theta = 0$ (*а*), в плоскости β при $\alpha = \theta = 0$ (*б*) и в плоскости θ при $\alpha = \beta = 0$ (*в*).

На рисунках 4.19б и 4.19в показаны диаграммы направленности, соответствующие вращению модельной структуры в плоскости β при $\alpha = \theta = 0$ и в плоскости θ при $\alpha = \beta = 0$. Трехмерная диаграмма направленности может быть выражена в сферических координатах

$$f(\gamma\theta) = |a \cdot \cos\gamma - b \cdot \sin\gamma \cdot \cos\theta| \tag{4.7}$$

где γ – зенитный угол, θ – азимутальный угол.

Диаграмма направленности активной электрически малой антенны бестрансформаторного типа на основе решетки из одинаково ориентированных квантовых ячеек будет иметь такой же вид, как и диаграмма направленности одной ячейки.



(а) (б) (в)

Рисунок 4.20 – Диаграмма направленности для квадратной антенны магнитного типа (витка). Сплошной линией показано модельное приближение, пунктиром – результаты численного моделирования. *(а)* xy-плоскость (плоскость витка); *(б)* xz-плоскость; *(в)* yz-плоскость (H-плоскость). Из работы [97].

В случае сверхпроводящей активной антенны трансформаторного типа диаграмма направленности будет определяться контуром сверхпроводящего трансформатора и, таким образом, фактически совпадать с диаграммой направленности пассивной электрически малой антенны магнитного типа (витка), рассмотренной в литературе (см., например, рис. 4.20, приведенный по работе [97]).

4.4. Заключение к главе 4

В данной главе исследовалось поведение дифференциальных ячеек (как одно отдельно взятой ячейки, так и их коллективное поведение) в составе активной электрически малой антенны.

В случае одноконтурных ячеек (например, би-сквида) размерные эффекты в ячейках и СКР отсутствуют, однако при использовании дифференциальных квантовых ячеек размерные эффекты могут возникать как внутри каждого плеча ячейки, так и при сложении сигналов от этих плеч.

Если принимаемая электромагнитная волна распространяется перпендикулярно цепочке джозефсоновских переходов в плече ячейки, первый размерный эффект отсутствует, а при распространении волны вдоль цепочки возникает нарушение симметрии распределения входного магнитного потока вдоль ячейки. Такая асимметрия сильно снижает линейность выходного сигнала ячейки. Практически этот размерный эффект проявляется при размерах ячейки, превышающих $10^{-4}\lambda_W$, где λ_W – длина волны.

Второй размерный эффект возникает за счет появления сдвига фаз между входными сигналами плеч ячейки в том случае, когда плечи оказываются пространственно смещенными друг от друга в направлении распространения волны.

Наибольшее влияние (примерно на порядок) на линейность оказывает первый эффект, то есть одинаковый вклад эффектов достигается в случае, когда смещение плеч вдоль распространения волны примерно в десять раз больше, чем длина цепочки (размер плеча).

При использовании трансформаторной конструкции антенны с одним общим трансформатором оба размерных эффекта отсутствуют, однако, в случае, когда используются два трансформатора, каждый из которых подключен к одноименным плечам квантовых ячеек решетки, будет иметь место размерный эффект второго типа, когда контуры трансформаторов смещены друг относительно друга в направлении распространения волны.

Диаграмма направленности антенны бестрансформаторного типа совпадает с диаграммой направленности одной дифференциальной квантовой ячейки и может быть выражена следующей зависимостью: $f_\alpha(\alpha) = |a \cdot \cos\alpha - b \cdot \sin\alpha|$, $f(\gamma\theta) = |a \cdot \cos\gamma - b \cdot \sin\gamma \cdot \cos\theta|$, где $a \approx \cos(25^\circ)$, $b \approx \sin(25^\circ)$. В случае сверхпроводящей активной антенны трансформаторного типа диаграмма направленности будет определяться контуром сверхпроводящего трансформатора и, таким образом, фактически совпадать с диаграммой направленности пассивной электрически малой антенны магнитного типа.

Глава 5. Экспериментальные исследования прототипов активных электрически малых антенн

Экспериментальные прототипы электрически малых антенн на основе дифференциальных квантовых ячеек были изготовлены компанией HYPRES (США) в рамках проведения совместных работ. Микросхемы напылялись на кремниевую подложку размером 5 мм $\times$ 5 мм с использованием стандартной ниобиевой технологии с плотностью критического тока $4{,}5$ кА/см^2 [98]. На рис. 5.2[7] приведено изображение совмещенных фотошаблонов для активной электрически малой антенны с бестрансформаторным заданием магнитного потока. Данная структура состоит из двух плеч с возможностью дифференциального вычитания отклика одного плеча из другого. В каждом плече содержится 588 последовательно соединенных параллельных цепочек из 12 переходов (7056 переходов в плече). Общее нормальное сопротивление одного плеча составляет $R_N \approx 90$ Ом, а критический ток плеча равен $I_C = 1{,}5$ мА. Данная структура отличалась от стандартно изготовляемых наличием контактных площадок только с одной стороны чипа (а не по всем сторонам чипа), что позволило расширить количество ячеек и использовать большую площадь подложки – прототип антенны занимал площадь $4{,}3$ мм $\times$ $4{,}3$ мм.

Разработанная микросхема содержит 10 выходов (рис. 5.1):

— `cl1_out`, `cl1_in` – выход и вход управляющей линии (линии задания магнитного смещения) плеча 1;
— `ib1` – ток питания (смещения) плеча 1;
— `vout1` – напряжение на 1 плече;
— `cp1`, `cp2` – центральные точки;
— `vout2` – напряжение на 2 плече;
— `ib2` – ток питания (смещения) плеча 2;
— `cl2_in`, `cl2_out` – вход и выход управляющей линии (линии задания магнитного смещения) плеча 2.

[7] Полноцветные рисунки приведены на странице 84.

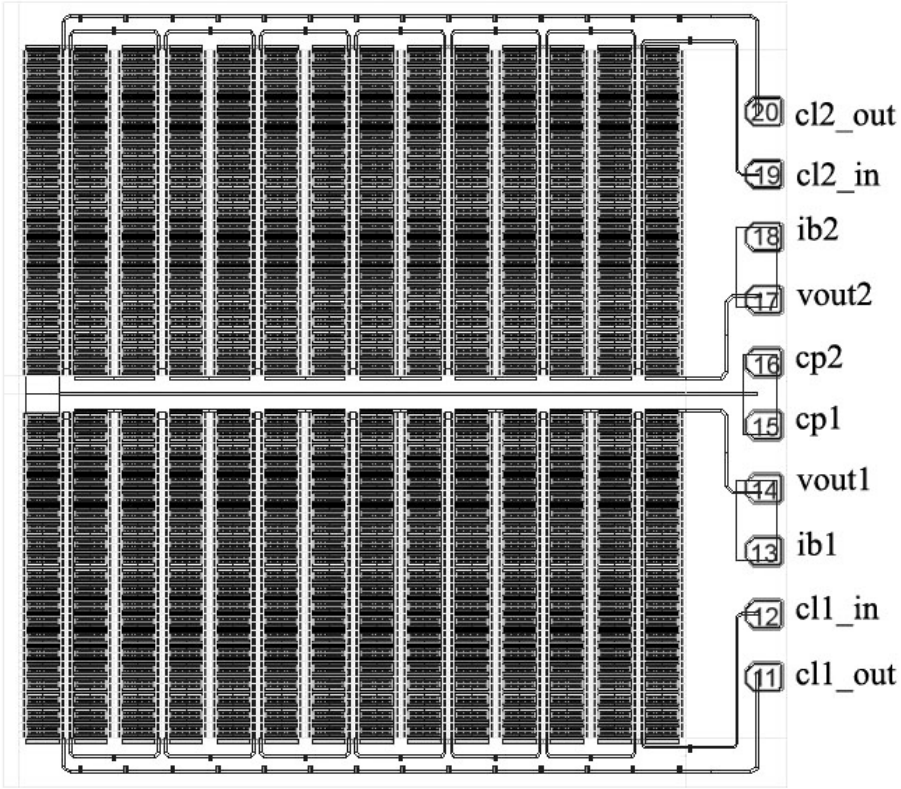


Рисунок 5.1 – Схема микросхемы с прототипами активной электрически малой антенны с указанием выводов микросхемы.

5.1. Проведение экспериментального исследования

5.1.1. Разработка держателя микросхем для прототипов активных электрически малых антенн

Так как изготовленную структуру невозможно изучать в стандартном измерительном оборудовании, то для измерений использовался специально разработанный держатель микросхем. Сама структура ультразвуковой импульсной сваркой (бондированием) соединялась с коннектором (см. рис. 5.3а).

Посредством приваренного коннектора микросхема присоединялась к «гелиевой» (помещаемой в жидкий гелий) части держателя микросхемы (см. рис. 5.3б). Для дальнейшего измерения (и использования) активной электрически малой антенны все выходы, подключенные к земле, (`cp1`, `cp2`, `cl1_out`, `cl2_out`) были соединены в «гелиевой» части. Все выходы (включая соединенные), а также отдельный земляной провод выводятся в «комнатную» часть (находящуюся при нормальных условиях), где соединяются с BNC-разъемами (см. рис. 5.3д и 5.3е).

В качестве источника внешнего магнитного потока использовалась внешняя катушка индуктивности, также помещенная в жидкий гелий (см. рис. 5.3в). Отво-

ды катушки были выведены в «комнатную» часть на BNC-разъемы. Для удобства дальнейшей экспериментальной работы от катушки были сделаны дополнительные отводы.

Полностью «гелиевая» часть держателя изображена на рисунке 5.3г. Помимо площадки для крепления микросхемы и катушки она содержит крепление для магнитного экрана.

5.1.2. Проведение измерений

Основными характеристиками сверхпроводящих квантовых решеток и антенн, изготовленных на их основе, являются вольт-амперные характеристики и вольт-полевые характеристики (отклики на внешнее магнитное поле). Для сверхпроводящих квантовых решеток на основе дифференциальных квантовых ячеек вольт-полевые характеристики могут быть измерены как для одного плеча ячейки, так и для всей структуры с дифференциальным включением плеч. Вольт-полевая характеристика всей структуры и будет искомым высоколинейным откликом напряжения на магнитный поток. Для полноценного анализа структуры необходимо проведение измерения характеристик как для одного плеча, так и для дифференциально включенных плеч.

Описанные и предложенные в следующих подразделах методы проведения экспериментального исследования являются универсальными и с небольшими изменениями могут быть использованы для изучения как других СКР (на основе бисквидов и иных базовых ячеек), так и большинства устройств аналоговой сверхпроводниковой электроники.

5.1.2.1. Получение вольт-амперной характеристики

Ключевой характеристикой любой структуры на основе джозефсоновских переходов является вольт-амперная характеристика (ВАХ), которая необходима для определения критического тока структуры и нормального сопротивления структуры (и, зная топологию, среднего критического тока и нормального сопротивления одного джозефсоновского перехода); размытие ВАХ структуры в точке перехода от сверхпроводящего состояния к резистивному позволяет оценить разброс критических токов различных переходов. Изменение внешнего магнитного поля, приводящее к модуляции ВАХ (см. рис. 1.5), позволяет сделать выводы о

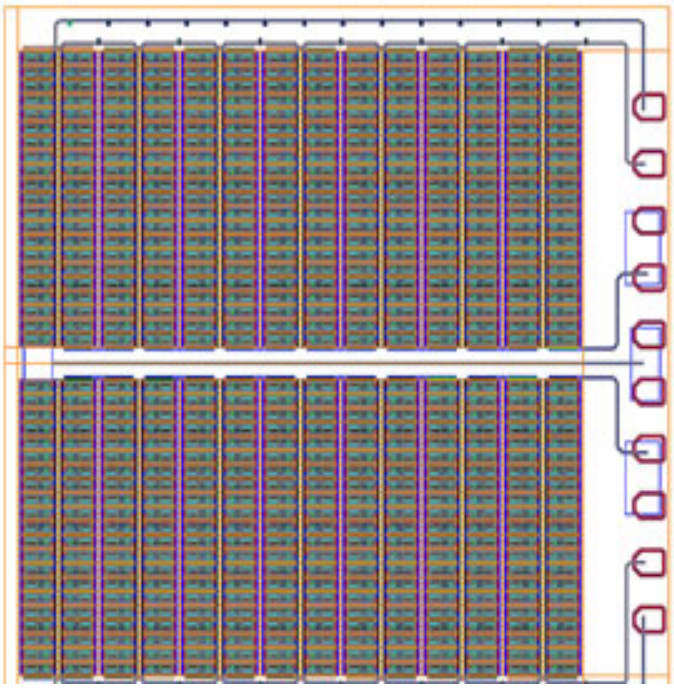
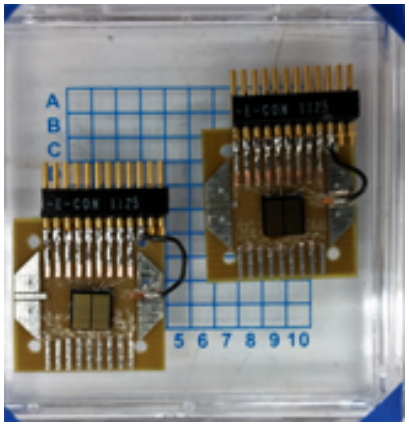
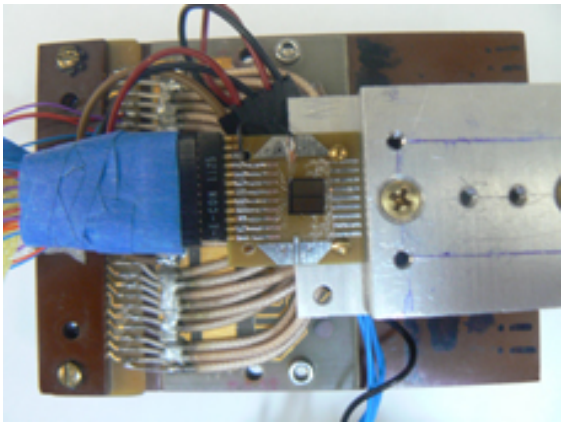


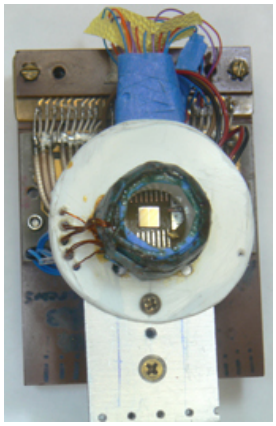
Рисунок 5.2 – Совмещенный фотошаблон прототипа активной электрически малой антенны с 588 дифференциальными квантовыми ячейками в плече.



(а)

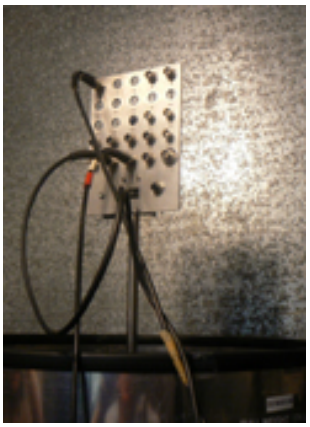


(б)

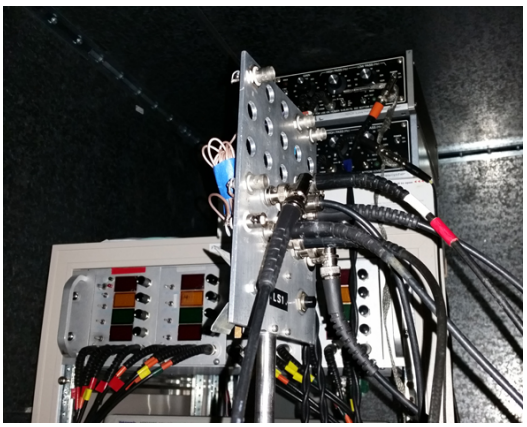


(в)

(г)



(д)



(е)

Рисунок 5.3 – *(а)* Микросхемы размером 5×5 мм^2 с прототипом активной электрически малой антенны с 588 переходами в плече, соединенная посредством импульсной сварки с коннектором. *(б)* Микросхема, закрепленная в охлаждаемой («гелиевой») части держателя микросхем. *(в)* «Гелиевая» часть держателя с установленной катушкой индуктивности. *(г)* «Гелиевая» часть держателя. *(д,е)* Держатель микросхем, загруженный в сосуд Дьюара с жидким гелием.

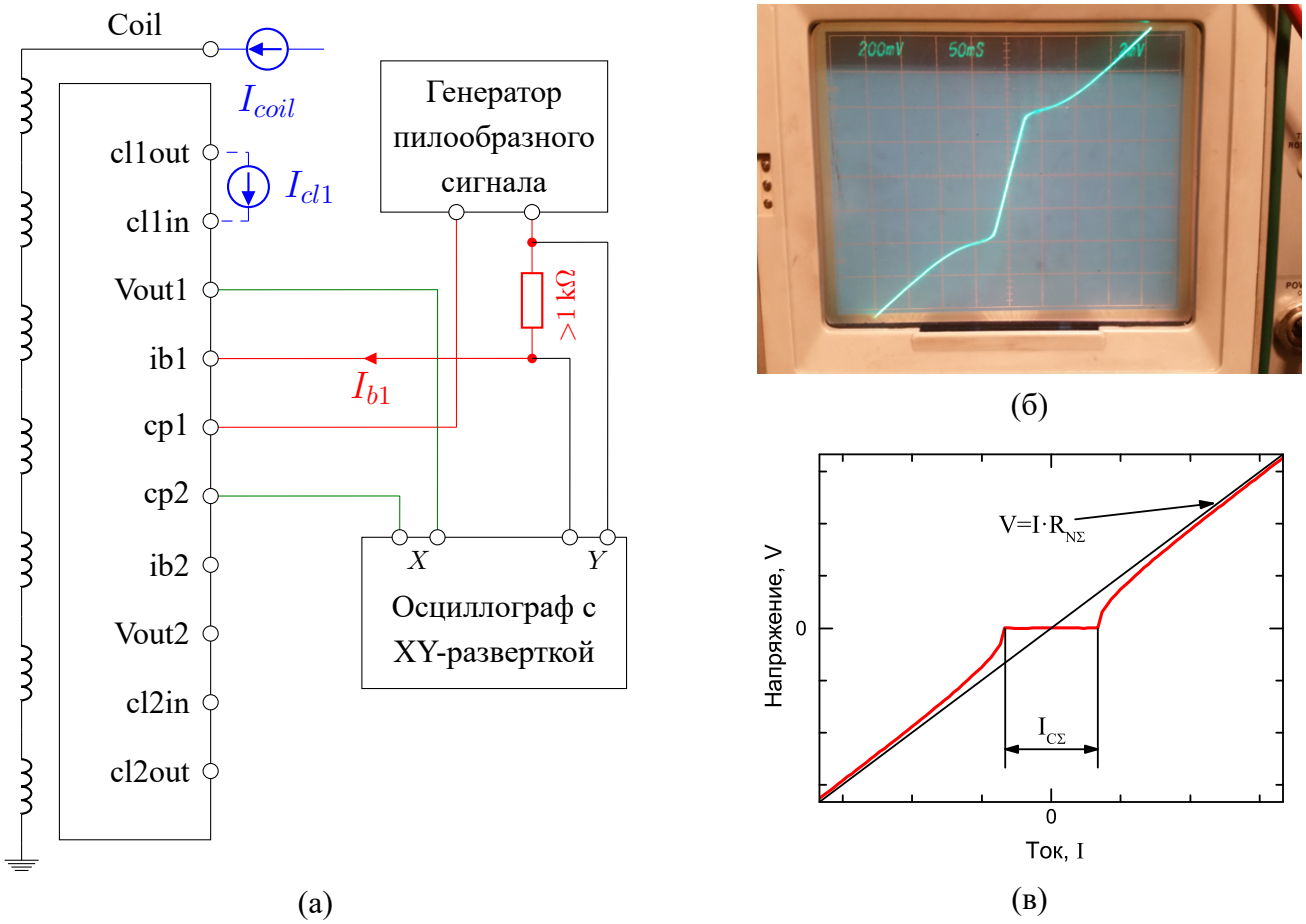


Рисунок 5.4 – *(а)* Схема проведения эксперимента по определению вольт-амперной характеристики одного плеча активной электрически малой антенны на основе сверхпроводящей квантовой решетки с дифференциальными квантовыми ячейками. Красные линии – линии задания тока питания (смещения); зеленые линии – линии снятия напряжения; синие линии - линии задания внешнего магнитного потока (сплошные – с использованием внешней катушки, пунктирные – с использованием линии задания магнитного смещения). *(б)* Пример получаемой осциллограммы вольт-амперной характеристики (ось ординат – значения тока питания, ось абсцисс – значения напряжения). *(в)* Типичная вольт-амперная характеристика объекта испытаний, из которой можно определить критический ток $I_{C\Sigma}$ структуры и нормальное сопротивление $R_{N\Sigma}$ структуры.

поведении вольт-потоковой характеристики (ВПХ) и определить размах ВПХ по напряжению.

На рисунке 5.4а изображена схема эксперимента по определению ВАХ. Ток с низкочастотного генератора пилообразного сигнала подается в качестве тока питания I_{b1} на вывод микросхемы `ib1` (или `ib2` при рассмотрении другого плеча), а также через высокоомное сопротивление на вход канала Y осциллографа с XY-разверткой. Напряжение на вход канала X осциллографа снимается с выводов `Vout1` и `cp2` микросхемы и представляет собой падение напряжения на плече решетки. При помощи генератора тока можно задать внешнее магнитное поле,

как используя внешнюю катушку индуктивности, так и используя линию задания магнитного смещения (выводы `cl1_in` и `cl1_out` микросхемы).

На рисунке 5.4б приведен пример осциллограммы вольт-амперной характеристики, получаемой при таком экспериментальном исследовании. На экране осциллографа по оси ординат отложены значения тока смещения[8], по оси абсцисс – значения напряжения на структуре.

Критический ток структуры $I_{C\Sigma}$ можно определить как ток, при достижении которого измеряемое напряжение перестает быть равным нулевому значению, а нормальное сопротивление структуры $R_{N\Sigma}$ – по коэффициенту наклона асимптоты ВАХ при токах больших критического (см. рис. 5.4в). На основании измеренных $I_{C\Sigma}$ и $R_{N\Sigma}$ можно произвести расчет критического тока I_C и нормального сопротивления R_N джозефсоновских переходов по следующим формулам (для структур на основе дифференциальной ячейки):

$$I_C = I_{C\Sigma}/(K \cdot N_P); \quad R_N = R_{N\Sigma} \cdot KN_P/N_S, \tag{5.1}$$

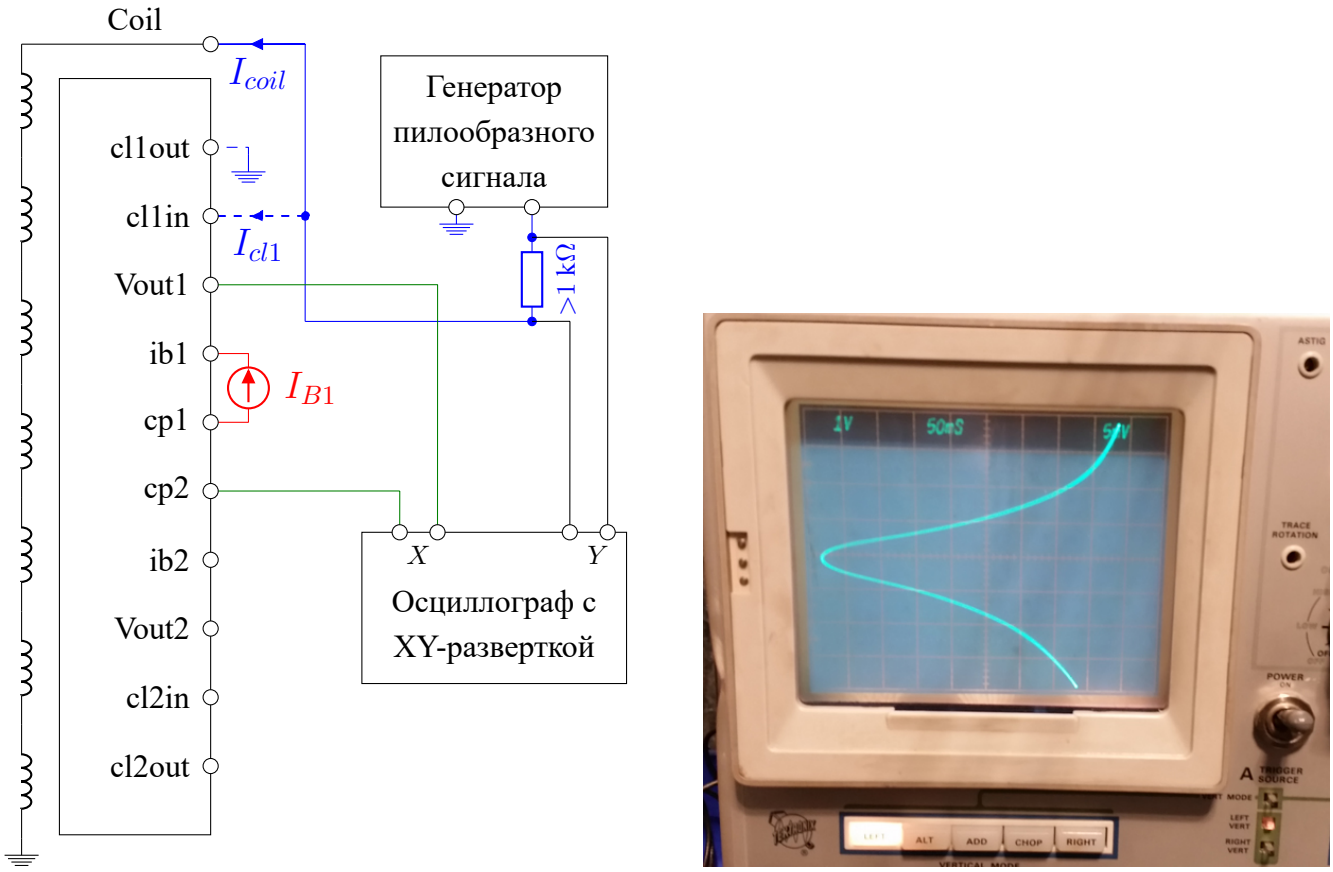
где N_P – число параллельно соединенных квантовых ячеек; N_S – число последовательно соединенных квантовых ячеек; K – число переходов в плече дифференциальной ячейки.

Например, по приведенной на рисунке 5.4б ВАХ можно определить критический ток структуры $I_{C\Sigma} \approx {}^{1{,}8\text{ дел} \times 200\text{ мВ/дел}}/_{1\text{ кОм}} \approx 0{,}36$ мА, а нормальное сопротивление $R_{N\Sigma} \approx 10$ Ом. Наблюдаемый наклон сверхпроводящего участка обусловлен малыми резисторами, включенными между ячейками для устранения геометрических резонансов.

5.1.2.2. Получение вольт-полевой характеристики одного плеча

Другой измеряемой характеристикой является вольт-полевая характеристика (ВПХ) – отклик напряжения на внешний магнитный сигнал. Отклик, полученный для одного плеча СКР на основе дифференциальной квантовой ячейки, позволяет предварительно подобрать величину тока питания, определить размах дифференциального отклика. Дальнейшая обработка отклика одного плеча (в предположении, что в результате изготовления плечи получились одинаковы) или раздельных

[8] В единицах напряжения – для перевода в токовые единицы следует величину в единицах напряжения разделить на величину высокоомного сопротивления, через которое генератор сигнала подключен к осциллографу.



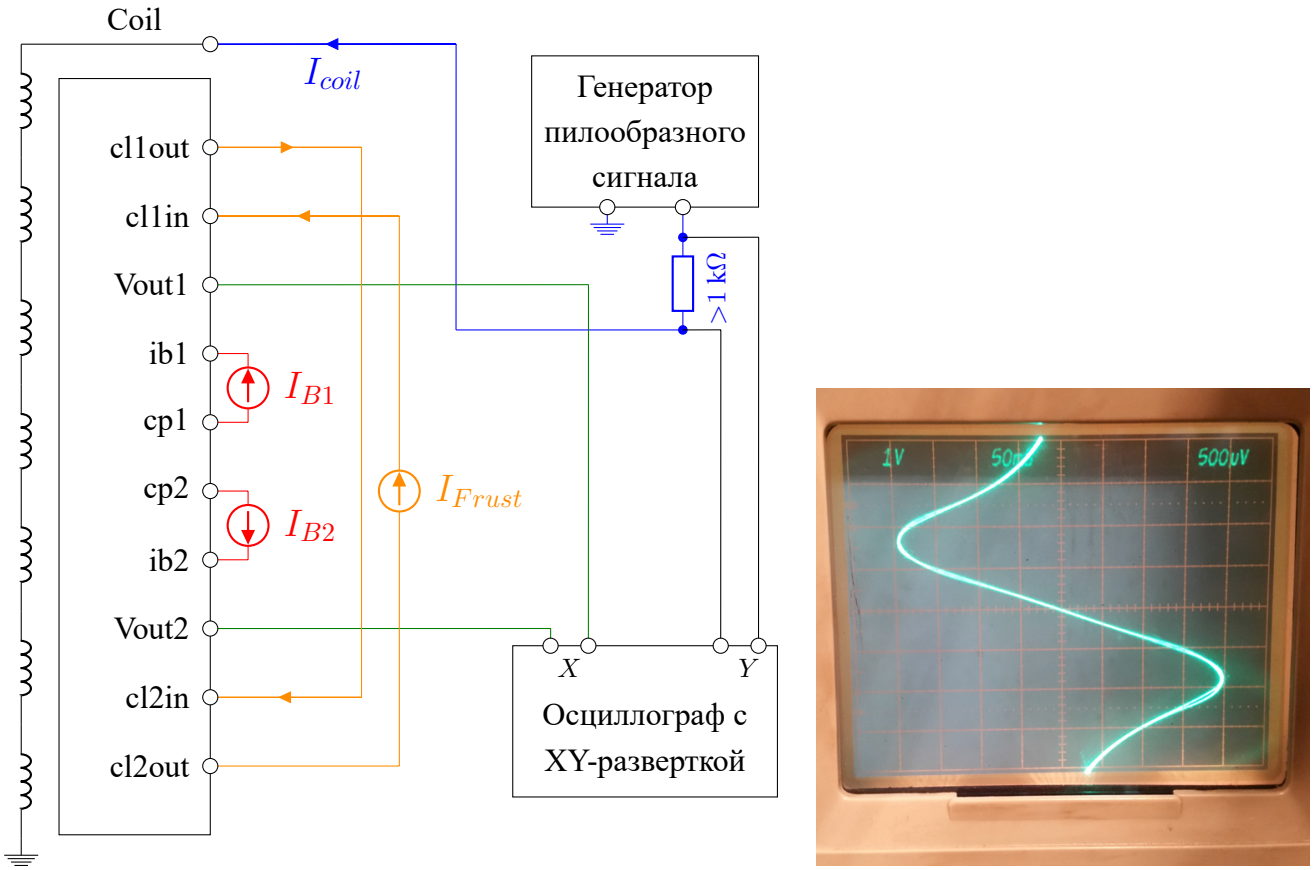
(а) (б)

Рисунок 5.5 – *(а)* Схема проведения эксперимента по определению вольт-полевой характеристики одного плеча активной электрически малой антенны на основе сверхпроводящей квантовой решетки с дифференциальными квантовыми ячейками. Красные линии – линии задания тока питания (смещения); зеленые линии – линии снятия напряжения; синие линии - линии задания внешнего магнитного потока (сплошные – с использованием внешней катушки, пунктирные – с использованием линии задания магнитного смещения). *(б)* Пример получаемой осциллограммы вольт-полевой характеристики (ось ординат – значения внешнего магнитного поля, ось абсцисс – значения напряжения).

откликов двух плеч позволяет построить дифференциальные отклики для любой величины смещения по магнитному потоку.

На рисунке 5.5а приведена схема эксперимента по определению вольт-полевой характеристики плеча дифференциальной квантовой ячейки. В отличие от эксперимента по определению ВАХ, ток с низкочастотного генератора пилообразного напряжения служит для задания внешнего поля (посредством внешней катушки или с использованием линии задания магнитного смещения), а ток питания (смещения) задается генератором постоянного тока и не изменяется при снятии ВПХ.

Пример получаемой характеристики приведен на рисунке 5.5б. По оси ординат отложены значения внешнего магнитного поля, по оси абсцисс – значения



(а) (б)

Рисунок 5.6 – *(а)* Схема проведения эксперимента по определению вольт-полевой характеристики активной электрически малой антенны на основе сверхпроводящей квантовой решетки с дифференциальными квантовыми ячейками. Красные линии – линии задания тока смещения; зеленые линии – линии снятия напряжения; синие линии - линии задания внешнего магнитного потока; оранжевые – линии задания магнитного смещения плеч дифференциальной квантовой ячейки. *(б)* Пример получаемой осциллограммы вольт-полевой характеристики (ось ординат – значения внешнего магнитного поля, ось абсцисс – значения напряжения)

напряжения на структуре. По полученной зависимости напряжения можно определить размах отклика напряжения (диапазон изменения напряжения) и крутизну преобразования (наклон линейного участка) с учетом градуировочной зависимости магнитного поля от тока в катушке.

5.1.2.3. Получение вольт-полевой характеристики структуры на основе дифференциальной квантовой ячейки

Основной характеристикой активной электрически малой антенны является вольт-полевая характеристика, описывающая зависимость напряжения на выходе антенны от внешнего магнитного потока.

На рисунке 5.6а приведена схема эксперимента по определению

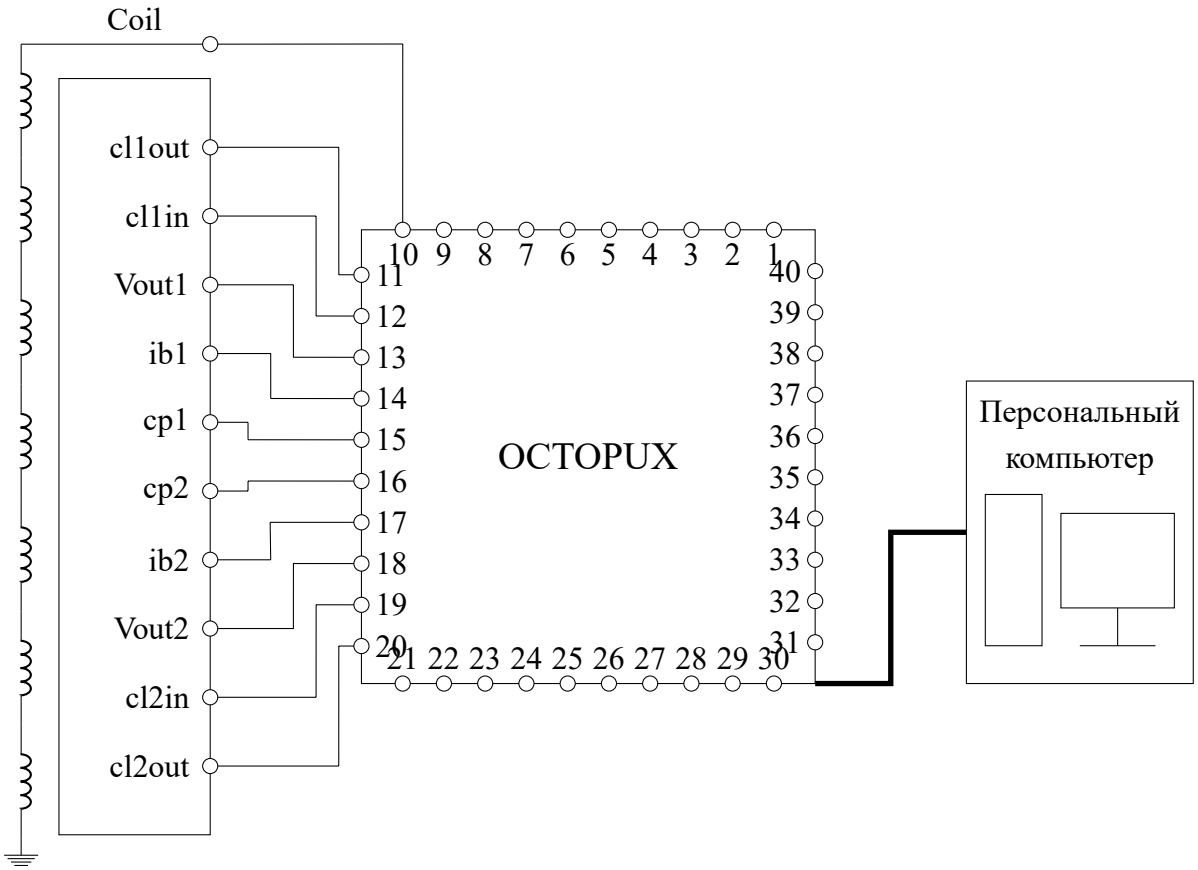


Рисунок 5.7 – Схема проведения экспериментов с использованием автоматизированного анализатора сверхпроводящих цепей OCTOPUX.

вольт-полевой характеристики антенны на основе дифференциальной квантовой ячейки. В данном эксперименте (в отличии от описанных ранее) участвуют оба плеча дифференциальной ячейки. С помощью тока управляющей линии I_{Frust} в каждое плечо задается магнитное смещение, равное по абсолютной величине, но противоположное по знаку. Внешнее магнитное поле прикладывается посредством катушки. Пример получаемой характеристики приведен на рисунке 5.6б. По оси ординат отложены значения внешнего магнитного поля, по оси абсцисс – значения напряжения на структуре.

5.1.2.4. Использование автоматизированного анализатора сверхпроводящих цепей

Помимо применения экспериментальной установки на основе генератора пилообразного сигнала, источников тока и осциллографа для дальнейшего экспериментального изучения и получения характеристик применялся автоматизированный анализатор сверхпроводящих цепей OCTOPUX (см. рис. 5.7). Программно-аппаратный комплекс OCTOPUX [99] представляет собой автоматизированный

анализатор на базе персонального компьютера под управлением операционной системы LINUX и блока сопряжения с держателем микросхем. Блок сопряжения позволяет производить измерение напряжения со скоростью сбора 400 Гц и эффективным среднеквадратичным шумом $0{,}15$ мкВ и точностью 1 мкВ. Комплекс обеспечивает точность задания тока 1 мкА в диапазоне от -5 мА до 5 мА.

Экспериментальное исследование проводится автоматически на основе заранее разработанного исследователем алгоритма, написанного на низкоуровневом языке Lisp [100]. При помощи данных алгоритмов можно реализовать автоматическое снятие вольт-амперных, вольт-полевых и иных характеристик, применяя те же схемы эксперимента, что и для «традиционной» экспериментальной установки.

Автоматизированный анализатор сверхпроводящих цепей позволяет получать семейства зависимостей и проводить всестороннее исследование структур. Для предварительного анализа, проверки работоспособности и выбора рабочего режима активной электрически малой антенны и иных сверхпроводящих структур целесообразнее использовать осциллограф и лишь затем OCTOPUX.

5.2. Результаты экспериментального исследования

На рисунке 5.8 изображены результаты экспериментального изучения вольт-амперных характеристик плеч экспериментального прототипа электрически малых антенн, полученные с использованием автоматизированного анализатора сверхпроводящих цепей OCTOPUX. Отклики левого и правого плеча совпадают, следовательно изготовленная микросхема отвечает заданным техническим требованиям и позволяет использовать дифференциальное включение плеч для получения результирующего отклика. Критический ток плеч составляет $I_C = 1{,}4 \pm 0{,}02$ мА, нормальное сопротивление $R_N = 94 \pm 2$ Ом, что соответствует ожидаемым значениям с учетом технологического разброса параметров, который может составлять до 10%.

На рисунках 5.9 приведены результаты изучения вольт-полевых характеристик плеч прототипа. При помощи анализатора OCTOPUX были измерены ВПХ для различных значений тока смещения. На рисунке 5.9б изображены вольт-полевые характеристики при величинах тока смещения $1{,}375$ мА (меньше критического тока структуры I_C); $1{,}400$ мА (критический ток структуры I_C); $1{,}425$; $1{,}450$; $1{,}475$; $1{,}525$ и $1{,}600$ мА (на $1{,}7\%$; $3{,}6\%$; $5{,}4\%$; $8{,}9\%$ и 14% больше

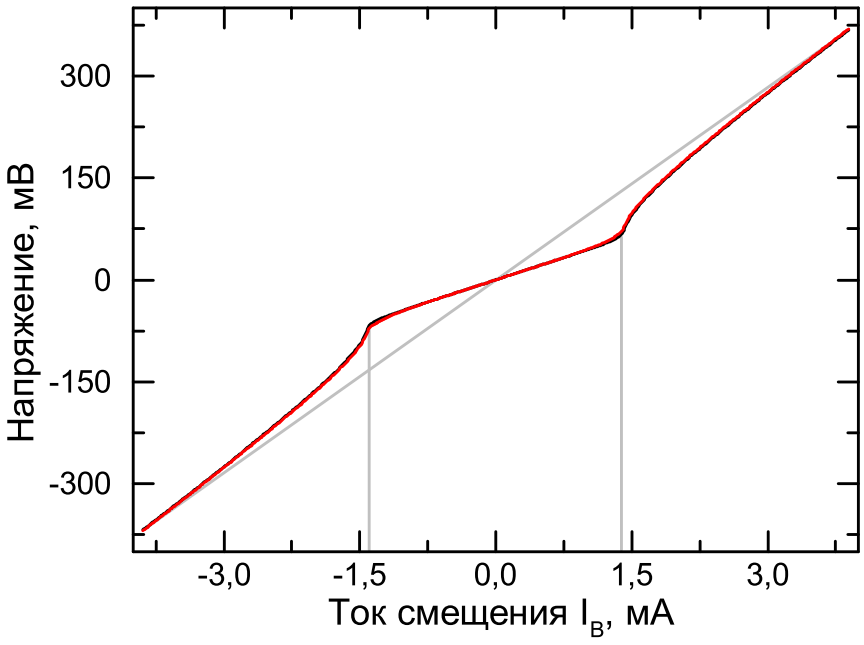
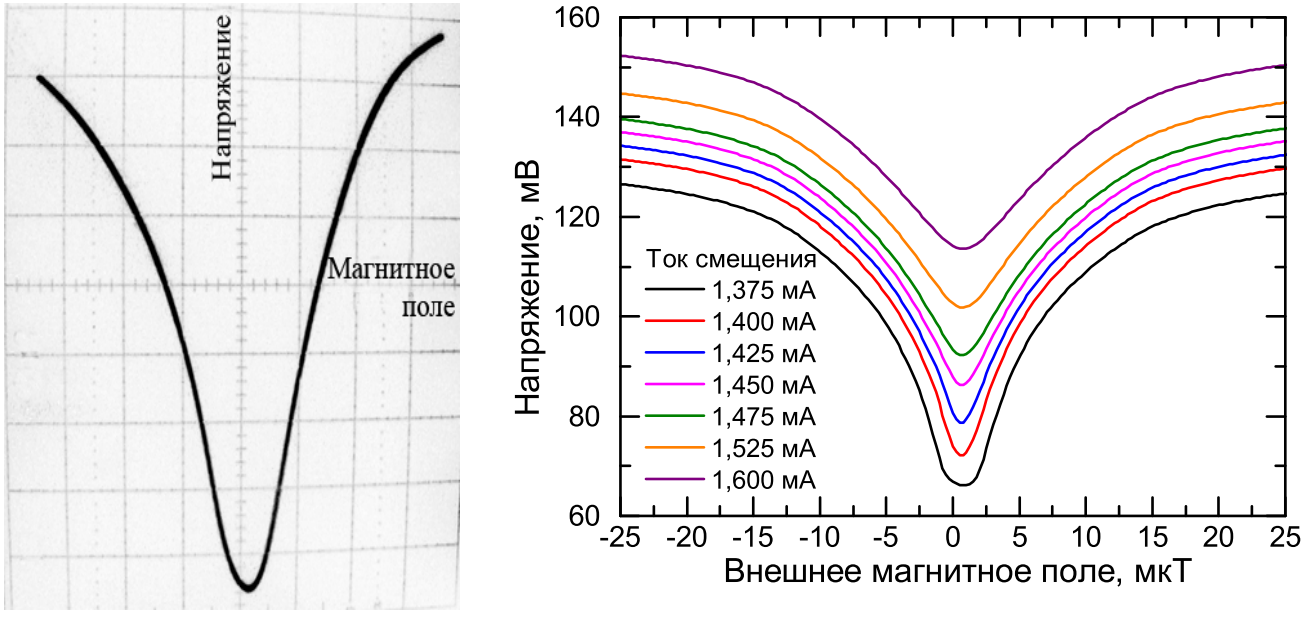
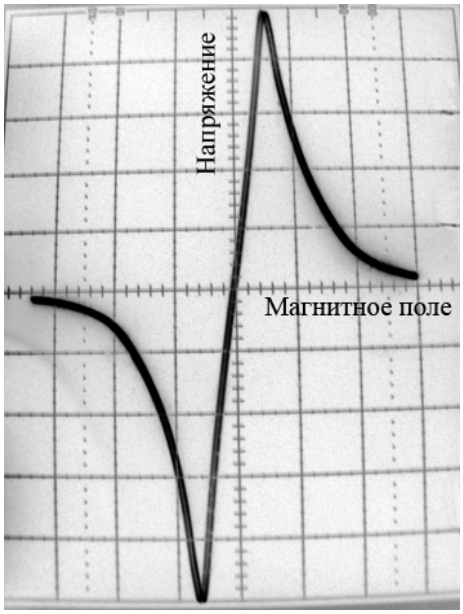


Рисунок 5.8 – Вольт-амперная характеристика плеч экспериментального прототипа электрически малых антенн. Критический ток плеча $I_C = 1{,}4$ мА, нормальное сопротивление $R_N = 94$ Ом. Отклики левого и правого плеча совпадают.

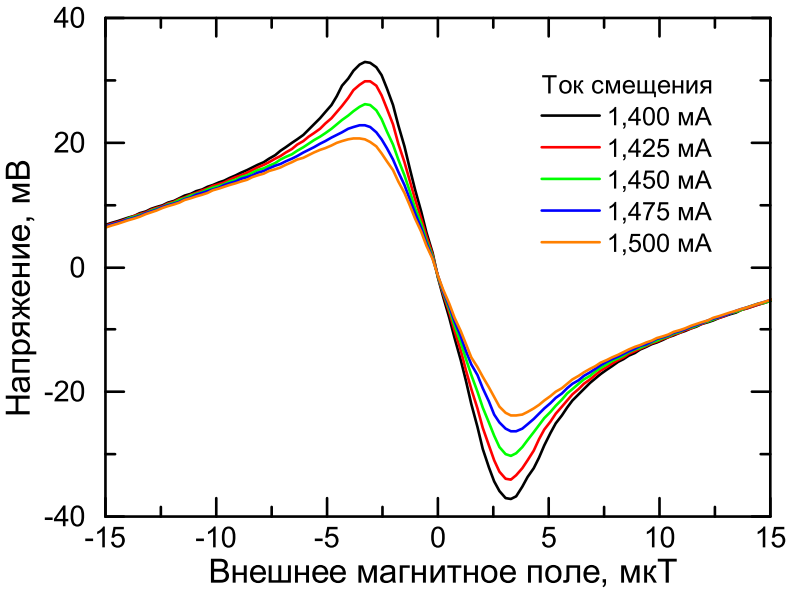


(а) (б)

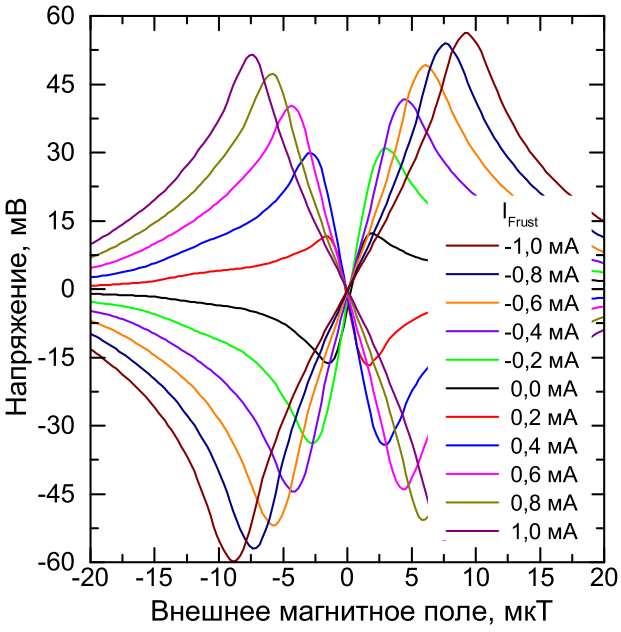
Рисунок 5.9 – Вольт-полевые характеристики плеча экспериментального прототипа электрически малых антенн. *(а)* Осциллограмма, *(б)* ВПХ, полученная с использованием автоматизированного анализатора сверхпроводящих цепей OCTOPUX, для различных значений тока смещения.



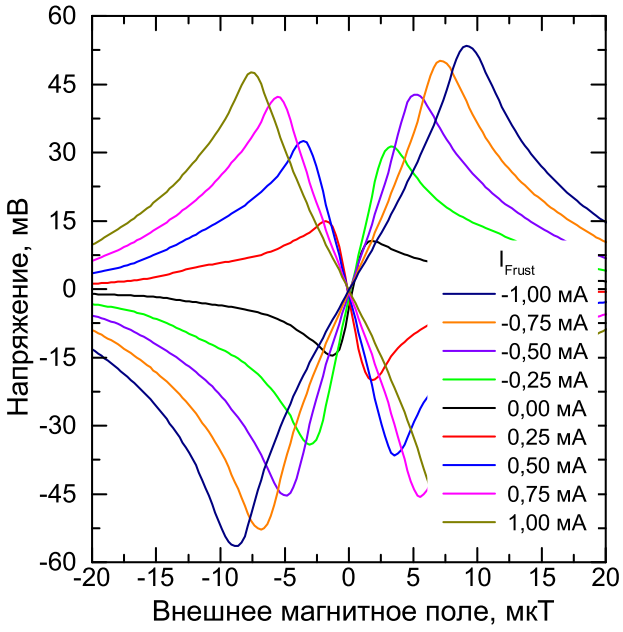
(а)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 5.10 – Вольт-полевые характеристики экспериментального прототипа электрически малых антенн. *(а)* Осциллограмма, *(б)* ВПХ, полученная с использованием автоматизированного анализатора сверхпроводящих цепей OCTOPUX, для различных значений тока смещения. Величина тока задания магнитного смещения $I_{Frust} = 0{,}450$ мА. *(в,г)* ВПХ для различных значений тока задания магнитного смещения I_{Frust} для токов смещения *(в)* $I_b = 1{,}4$ мА и *(г)* $I_b = 1{,}425$ мА.

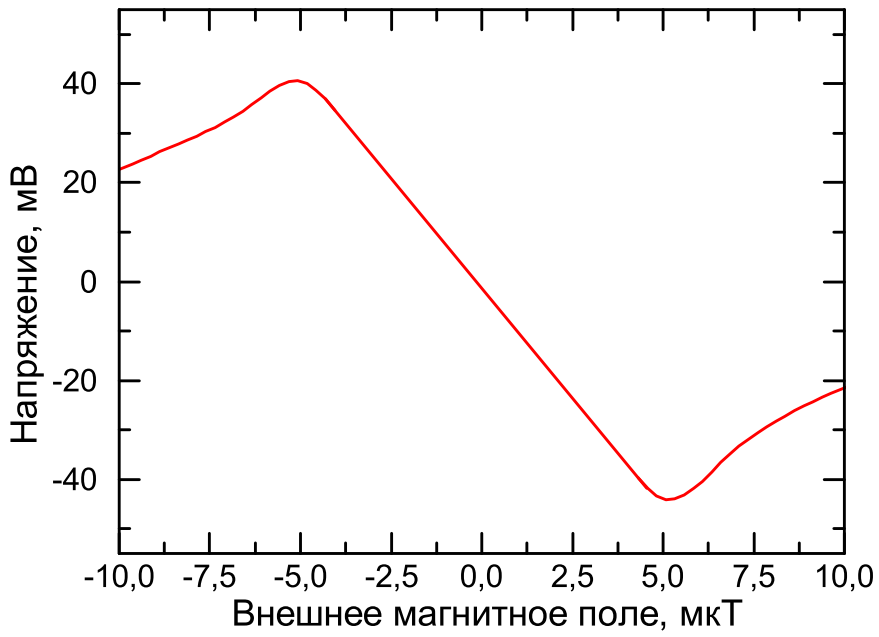


Рисунок 5.11 – Вольт-полевые характеристики экспериментального прототипа электрически малых антенн при $I_{Frust} = 0{,}700$ мА и токе смещения $I_b = 1{,}425$ мА.

I_C). Для дальнейшего исследования вольт-полевых характеристик всей структуры на основе дифференциальной квантовой ячейки был выбран диапазон токов смещения $1{,}4 - 1{,}45$ мА.

Вольт-полевые характеристики всей структуры приведены на рис. 5.10. На рисунке 5.10б изображена серия ВПХ для различных значений тока смещения (токи смещения обоих плеч задаются равными, так как было показано, что их ВАХ одинаковы) при токе задания магнитного смещения $I_{Frust} = 0{,}450$ мА. На рисунке 5.10в и 5.10г изображены ВПХ для различных величин тока задания магнитного смещения для токов смещения $I_b = 1{,}4$ мА (рис. 5.10в) и $I_b = 1{,}425$ мА (рис. 5.10г). Размах отклика напряжения достигает величины в 100 мВ.

Наиболее оптимальная вольт-полевая характеристика изображена на рисунке 5.11, полученная при токе задания магнитного смещения $I_{Frust} = 0{,}700$ мА и токе смещения $I_b = 1{,}425$ мА. Полученное значение амплитуды по напряжению составляет 85 ± 4 мВ, а крутизна преобразования магнитной составляющей принимаемого сигнала равняется $\left({}^{dB}/_{dV}\right) = 8300 \pm 300$ мкВ/мкТл.

Чувствительность такой антенны можно оценить по шумам на выходе следующим образом (k – постоянная Больцмана, T – температура):

$$\overline{V^2} \times \left({}^{dB}/_{dV}\right) = \sqrt{8kTR_N} \times \left({}^{dB}/_{dV}\right) \approx 2{,}6 \cdot 10^{-14} \text{ Тл/Гц}^{1/2}. \qquad (5.2)$$

5.3. Заключение к главе 5

Глава посвящена экспериментальному изучению прототипа активной электрически малой антенны на основе СКР из дифференциальных квантовых ячеек. Результатом экспериментов явилось подтверждение теоретических и численных исследований.

С использованием стандартной ниобиевой тонкопленочной технологии с плотностью критического тока джозефсоновских элементов $4{,}5$ кА/см^2 был изготовлен прототип антенны, содержащей 588 дифференциальных квантовых ячеек с оптимизированной топологией и занимающий площадь $4{,}3$ мм $\times\, 4{,}3$ мм на кремниевой подложке размером 5 мм $\times$ 5 мм.

Для выполнения экспериментального изучения прототипа активной электрически малой антенны, охлаждаемой жидким гелием внутри сосуда Дьюара, был разработан специальный держатель микросхемы, на котором располагалась также многовитковая катушка для задания магнитного поля, перпендикулярного плоскости чипа.

Были исследованы вольт-амперные и вольт-потоковые характеристики плеч активной электрически малой антенны, а также отклик напряжения всей ЭМА на внешний магнитный сигнал. Достигнуты значения крутизны линейного преобразования магнитного сигнала в напряжение 8000 мкВ/мкТ с размахом отклика напряжения до 100 мВ, что позволяет сделать прогнозную оценку чувствительности антенны на уровне $3 \cdot 10^{-14}$ Тл/Гц$^{1/2}$.

Выводы диссертационной работы

В диссертационной работе выполнено исследование сверхпроводящих квантовых решеток (СКР) на основе дифференциальных квантовых ячеек для создания широкополосных активных устройств, в том числе широкополосных активных электрически малых антенн (ЭМА). Получены следующие основные результаты.

1. Выполнен аналитический и численный анализ дифференциальных квантовых ячеек, направленный на оптимизацию параметров ячеек и режимов их работы. Показано, что использование таких ячеек в основе сверхпроводящих квантовых решеток позволяет достичь линейности выходного напряжения в ненагруженном состоянии до 100 дБ.

2. Выполнено исследование влияния нагрузки на линейность выходного напряжения сверхпроводящей квантовой решетки как активного двухполюсного элемента. Показано, что влияние достаточно высокоомной нагрузки может быть в значительной степени скомпенсировано за счет коррекции тока смещения. Для достижения линейности на уровне 90 дБ импеданс нагрузки должен на порядок превышать импеданс решетки.

3. Разработана стратегия оптимального сопряжения активной электрически малой антенны с последующими элементами приемной системы с низким входным импедансом, такими как сверхпроводниковый аналого-цифровой преобразователь, импеданс которого составляет несколько ом. Необходимые меры включают в себя уменьшение импеданса антенны за счет структуры электрического соединения квантовых ячеек в решетке, а также использование сверхпроводящего трансформатора импеданса в интерфейсе сопряжения антенны.

4. Выполнено изучение размерных эффектов в активной электрически малой антенне и их влияния на линейность выходного сигнала. Показано, что наибольшее влияние (на порядок) оказывает эффект нарушения симметрии распределения магнитного потока сигнала в квантовой ячейке, который возникает при распространении принимаемой волны вдоль цепочки джозефсоновских переходов ячейки.

5. Выполнено экспериментальное изучение прототипа активной электрически малой сверхпроводящей антенны площадью $4{,}3$ мм $\times$ $4{,}3$ мм на основе сверхпроводящих квантовых решеток, содержащей 588 дифференциальных квантовых ячеек с оптимизированной топологией, подтверждающее результаты теоретических исследований. Достигнуты значения крутизны линейного преобразования магнитного сигнала в напряжение 8000 мкВ/мкТ с размахом (удвоенная амплитуда) отклика напряжения до 100 мВ, что позволяет сделать прогнозную оценку чувствительности антенны на уровне $3 \cdot 10^{-14}$ Тл/Гц$^{1/2}$.

Благодарности

Автор выражает искреннюю признательность своему научному руководителю Виктору Константиновичу Корневу за всестороннюю помощь в выборе темы диссертационной работы, в постановке задачи, за внимание и постоянные советы при выполнении данной работы.

Отдельно автор выражает благодарность Алексею Владимировичу Шарафиеву за плодотворное обсуждение особенностей численного анализа и помощь в реализации экспериментального исследования.

Особо хотелось бы поблагодарить Игоря Игоревича Соловьева за интерес к работе и полезные обсуждения особенностей разработки и производства устройств сверхпроводниковой электроники.

Автор благодарит Николая Викторовича Кленова и Олега Александровича Муханова за внимание и поддержку, оказанные ими в процессе подготовки рабочих материалов диссертации.

Выражаю благодарность заведующему кафедры атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники Александру Турсуновичу Рахимову и всему коллективу кафедры за доброжелательную атмосферу в процессе обсуждения и подготовки диссертационной работы.

Список сокращений и терминов

Список сокращений и условных обозначений

АЦП	Аналого-цифровой преобразователь
ВАХ	Вольт-амперная характеристика
ВПХ	Вольт-потоковая характеристика
СКВИД	Сверхпроводящий квантовый интерференционный датчик
СКИФ	Сверхпроводящий квантовый интерференционный фильтр
СКР	Сверхпроводящая квантовая решетка
ЭМА	Электрически малая антенна

Список терминов

Криоэлетроника

Направление функциональной электроники, связанное с исследованием электронных эффектов в твердом теле при криогенной температуре (0 – 120 К) и созданием на этой основе криоэлектронных приборов, блоков и систем [101].

Сверхпроводниковая (крио)электроника

Раздел криоэлектроники по созданию криоэлектронных приборов, блоков и систем на основе использования сверхпроводимости или эффекта Джозефсона, возникающих в сверхпроводящих структурах [101].

Ширина полосы пропускания

Диапазон частот, в котором качество антенны соответсвует определенному стандарту по некоторым характеристикам [82].

Электрически малая антенна

Антенна, размеры которой таковы, что она может быть помещена в сферу, диаметр которой мал по сравнению с длиной волны на рабочей частоте [82].

Список печатных работ автора по материалам диссертации

I. Статьи в журналах из Перечня ВАК

[A1] ***Kolotinskiy N.***, *Kornev V., Sharafiev A., Soloviev I., Mukhanov O.* Multi-element Josephson structures for implementing broadband devices // Physics of Wave Phenomena. — 2013. — Vol. 23, no. 4. — pp. 294–299. doi:10.3103/S1541308X13040110.

[A2] *Kornev V.,* ***Kolotinskiy N.***, *Skripka V., Sharafiev A., Soloviev I., Mukhanov O.* High Linearity Voltage Response Parallel-Array Cell // Journal of Physics: Conference Series. — 2014. — Vol. 507, no. 4. — p. 042018. doi:10.1088/1742-6596/507/4/042018.

[A3] *Kornev V., Sharafiev A., Soloviev I.,* ***Kolotinskiy N.***, *Mukhanov O.* Superconducting Quantum Arrays for Broadband RF Systems // Journal of Physics: Conference Series. — 2014. — Vol. 507, no. 4. — p. 042019. doi:10.1088/1742-6596/507/4/042019.

[A4] *Kornev V. K., Sharafiev A. V., Soloviev I. I.,* ***Kolotinskiy N. V.***, *Scripka V. A., Mukhanov O. A.* Superconducting Quantum Arrays // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2014. — Vol. 24, no. 4. — p. 1800606. doi:10.1109/TASC.2014.2318291.

[A5] *Kornev V.,* ***Kolotinskiy N.***, *Scripka V., Sharafiev A., Mukhanov O.* Output power and loading of Superconducting Quantum Array // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2015. — Vol. 25, no. 3. — p. 1602005. doi:10.1109/TASC.2014.2373036.

[A6] *Sharafiev A., Kornev V.,* ***Kolotinskiy N.***, *Mukhanov O.* Microwave Dynamics of Superconducting Quantum Cell // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2015. — Vol. 25, no. 3. — p. 1602306. doi:10.1109/TASC.2015.2390141.

II. Патент

[A7] Заявка на патент № 2015149223, 17.11.2015 г. *Соловьев И.И., Корнев В.К., Кленов Н.В.,* ***Колотинский Н.В.***, *Шарафиев А.В.* Сверхпроводящая квантовая решетка на основе СКИФ-структур.

III. Другие публикации

[A8] ***Kolotinskiy N.V.,*** *Kornev V.K., Soloviev I.I., Klenov N.V.* Synthesis issue of Josephson junction structures for microwave applications. // Материалы международной конференции «Новые материалы и нанотехнологии в электронике СВЧ». — Спб., 2010. — 18–20 ноября. — с. 50–52.

[A9] ***Колотинский Н.В.,*** *Корнев В.К., Соловьев И.И., Кленов Н.В., Шарафиев А.В.* Численное моделирование устройств сверхпроводниковой электроники // Всероссийская конференция «Микроэлектроника СВЧ»: Сборник трудов, том 1. — Спб, 2012. — 4–12 июня. — сс. 217–222.

[A10] *Kornev V.,* ***Kolotinsky N.,*** *Skripka V., Mukhanov O.* High linearity voltage response differential cell // 14th International Superconductive Electronics Conference (ISEC): Conference Program, Abstract and Papers. — Cambridge, MA, USA : IEEE Council on Superconductivity, 2013. — pp. 268–270. doi:10.1109/ISEC.2013.6604307.

[A11] ***Колотинский Н.В.,*** *Корнев В.К., Шарафиев А.В., Соловьев И.И.* Широкополосные устройства на основе многоэлементных джозефсоновских структур // Ученые записки физического факультета МГУ. — 2013. — Т. 2, № 5. — с. 135006.

[A12] *Kornev V.,* ***Kolotinskiy N.,*** *Wang X., Liang S., Yusheng H.* Matching Issues of Active Superconductor Antenna // 15th International Superconductive Electronics Conference, ISEC 2015: Extended Abstracts. — Nagoya, Japan, 2015. — pp. HF–P12.

[A13] *Kornev V.,* ***Kolotinskiy N.,*** *Sharafiev A., Mukhanov O.* Size Effects in Active Superconductor Antennas // Superconductive Electronics Conference (ISEC), 2015 15th International. — 2015. — p. 7383481. doi:10.1109/ISEC.2015.7383481.

[A14] *Kornev V.,* ***Kolotinskiy N.,*** *Soloviev I., Sharafiev A., Mukhanov O.* Superconducting Quantum Arrays with High Spurious-Free Dynamic Range // Superconductive Electronics Conference (ISEC), 2015 15th International. — 2015. — p. 7383484. doi:10.1109/ISEC.2015.7383484.

Список использованной литературы

[1] *Kirichenko D., Sarwana S., Kirichenko A.* Zero Static Power Dissipation Biasing of RSFQ Circuits // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — pp. 776–779. doi:10.1109/TASC.2010.2098432.

[2] *Mukhanov O.* Energy-Efficient Single Flux Quantum Technology // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — pp. 760–769. doi:10.1109/TASC.2010.2096792.

[3] *Reich T., Febvre P., Ortlepp T., Uhlmann F. H., Kunert J., Stolz R., Meyer H.-G.* Experimental study of a hybrid single flux quantum digital superconducting quantum interference device magnetometer // Journal of Applied Physics. — 2008. — Vol. 104, no. 2. — p. 024509. doi:10.1063/1.2958327.

[4] *Mukhanov O. A.* History of Superconductor Analog-to-Digital Converters / Ed. by H. Rogalla, P. Kes. — 100 Years of Superconductivity. London : CRC Press, 2011. — ISBN: 978-1-4398-4946-0.

[5] *Gupta D., Inamdar A., Kirichenko D., Kadin A., Mukhanov O.* Superconductor analog-to-digital converters and their applications // Microwave Symposium Digest (MTT), 2011 IEEE MTT-S International. — 2011. — pp. 1–4. doi:10.1109/MWSYM.2011.5972910.

[6] *Inamdar A., Rylov S., Talalaevskii A. et al.* Progress in Design of Improved High Dynamic Range Analog-to-Digital Converters // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2009. — Vol. 19, no. 3. — pp. 670–675. doi:10.1109/TASC.2009.2017767.

[7] *Vernik I., Kirichenko D., Filippov T. et al.* Superconducting High-Resolution Low-Pass Analog-to-Digital Converters // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2007. — Vol. 17, no. 2. — pp. 442–445. doi:10.1109/TASC.2007.898613.

[8] *Fujimaki A., Katayama M., Hayakawa H., Ogawa A.* Advanced base-station based on superconductive devices and software-defined radio technology // Superconductor Science and Technology. — 1999. — Vol. 12, no. 11. — p. 708. doi:10.1088/0953-2048/12/11/305.

[9] *Gupta D., Kirichenko D. E., Dotsenko V. V. et al.* Modular, Multi-Function Digital-RF Receiver Systems // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — pp. 883–890. doi:10.1109/TASC.2010.2095399.

[10] *Kirichenko D. E., Filippov T. V., Gupta D.* Microwave Receivers with Direct Digitization // Microwave Symposium Digest. — 2009. — p. 1449 – 1452. doi:10.1109/MWSYM.2009.5165980.

[11] *Mitola III J.* Software Radio Architecture Evolution : Foundations, Technology Tradeoffs, and Architecture Implications // IEICE Transactions on Communications (Special Issue on Software Defined Radio and Its Technologies). — 2000. — Vol. 83, no. 6. — pp. 1165–1173.

[12] *Mukhanov O., Kirichenko D., Vernik I. et al.* Superconductor Digital-RF Receiver Systems // IEICE Transactions on Electronics. — 2008. — Vol. E91-C, no. 3. — pp. 306–317. doi:10.1093/ietele/e91-c.3.306.

[13] *Vernik I., Kirichenko D., Dotsenko V., Webber R., Miller R., Shevchenko P., Gupta D.* Progress in the Development of Cryocooled Digital Channelizing RF Receivers // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2009. — Vol. 19, no. 3. — pp. 1016–1021. doi:10.1109/TASC.2009.2018424.

[14] *Wikborg E., Semenov V., Likharev K.* RSFQ front-end for a software radio receiver // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 1999. — Vol. 9, no. 2. — pp. 3615–3618. doi:10.1109/77.783811.

[15] *Dillinger M., Madani K., Alonistioti N.* Software Defined Radio: Architectures, Systems and Functions. Wiley Series in Software Radio. — Wiley, 2003. — ISBN: 9-780-470-85164-7.

[16] *Fourie C., Volkmann M.* Status of Superconductor Electronic Circuit Design Software // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2013. — Vol. 23, no. 3. — pp. 1300205–1300205. doi:10.1109/TASC.2012.2228732.

[17] *Mukhanov O., Prokopenko G., Romanofsky R.* Quantum Sensitivity: Superconducting Quantum Interference Filter-Based Microwave Receivers // Mi-

crowave Magazine, IEEE. — 2014. — Vol. 15, no. 6. — pp. 57–65. doi:10.1109/MMM.2014.2332421.

[18] *de Andrade M., de Escobar A., Taylor B. et al.* Detection of Far-Field Radio-Frequency Signals by Niobium Superconducting Quantum Interference Device Arrays // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2015. — Vol. 25, no. 5. — p. 1603005. doi:10.1109/TASC.2015.2470677.

[19] *Шмидт В. В.* Введение в физику сверхпроводников. — 2-ое изд., испр. и доп. изд. — М. : МЦНМО, 2000. — С. 402. — ISBN: 978-5-900916-68-5.

[20] *Seidel P.* Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications. Encyclopedia of Applied Physics. — Wiley, 2015. — ISBN: 978-3-527412-09-9.

[21] *Бароне А., Патерно Дж.* Эффект Джозефсона. Физика и применения. — М. : «Мир», 1984.

[22] *Ван Дузер Т., Тернер Ч.У.* Физические основы сверхпроводниковых устройств и цепей / Под ред. пер. с англ. под ред. В.В. Шмидта. — М. : Радио и связь, 1984. — С. 342.

[23] *Лихарев К. К.* Введение в динамику джозефсоновских переходов. — М. : «Наука», Глав. ред. физико-математической лит-ры, 1985. — С. 319.

[24] *Лихарев К. К., Ульрих Б. Т.* Системы с джозефсоновскими контактами. Основы теории. — М.: : Изд-во Моск. Ун-та., 1978. — С. 448.

[25] *Astone P., Bassan M., Bonifazi P. et al.* First Cooling Below 0.1 K of the New Gravitational-Wave Antenna ”Nautilus” of the Rome Group // Europhysics Letters. — 1991. — Vol. 16, no. 3. — p. 231. doi:10.1209/0295-5075/16/3/002.

[26] *Asztalos S. J., Carosi G., Hagmann C. et al.* SQUID-Based Microwave Cavity Search for Dark-Matter Axions // Physical Review Letters. — 2010. — Vol. 104, no. 4. — p. 041301. doi:10.1103/PhysRevLett.104.041301.

[27] *Bradley R., Clarke J., Kinion D., Rosenberg L. J., van Bibber K., Matsuki S., Mück M., Sikivie P.* Microwave cavity searches for dark-matter axions // Reviews of Modern Physics. — 2003. — Vol. 75, no. 3. — pp. 777–817. doi:10.1103/RevModPhys.75.777.

[28] *Kirtley J. R., Kalisky B., Bert J. A. et al.* Scanning SQUID susceptometry of a paramagnetic superconductor // Physical Review B. — 2012. — Vol. 85, no. 22. — p. 224518. doi:10.1103/PhysRevB.85.224518.

[29] *Voitovych I. D., Primin M. A., Sosnytskyy V. N.* Application of SQUIDs for registration of biomagnetic signals // Low Temperature Physics. — 2012. — Vol. 38, no. 4. — pp. 311–320. doi:10.1063/1.3699954.

[30] *Kelso N., Lee S.-K., Bouchard L.-S., Demas V., Mück M., Pines A., Clarke J.* Distortion-free magnetic resonance imaging in the zero-field limit // Journal of Magnetic Resonance. — 2009. — Vol. 200, no. 2. — pp. 285 – 290. doi:10.1016/j.jmr.2009.07.016.

[31] *Koch H.* Recent advances in magnetocardiography // Journal of electrocardiology. — 2004. — Vol. 37 Suppl. — pp. 117–22. doi:10.1016/j.jelectrocard.2004.08.035.

[32] *Rombetto S., Granata C., Vettoliere A., Russo M.* Multichannel System Based on a High Sensitivity Superconductive Sensor for Magnetoencephalography // Sensors. — 2014. — Vol. 14, no. 7. — pp. 12114–12126. doi:10.3390/s140712114.

[33] *Schmelz M., Stolz R., Zakosarenko V., Schönau T., Anders S., Fritzsch L., Mück M., Meyer H.-G.* Field-stable SQUID magnetometer with sub-fT $\mathrm{Hz}^{-1/2}$ resolution based on sub-micrometer cross-type Josephson tunnel junctions // Superconductor Science and Technology. — 2011. — Vol. 24, no. 6. — p. 065009. doi:10.1088/0953-2048/24/6/065009.

[34] *Clarke J.* SQUID fundamentals, SQUID sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications / Ed. by H Weinstock. — Dordrecht : Kluwer–Academic, 1996. — Vol. 329 of NATO ASI Series E: Applied Sciences. — p. 1–62.

[35] *Clarke J., Braginski A.* The SQUID Handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems. — Wiley, 2006. — Vol. 1. — ISBN: 978-3-527-60458-6.

[36] *Fagaly R. L.* Superconducting quantum interference device instruments and applications // Review of Scientific Instruments. — 2006. — Vol. 77, no. 10. doi:10.1063/1.2354545.

[37] *Kleiner R., Koelle D., Ludwig F., Clarke J.* Superconducting quantum interference devices: State of the art and applications // Proceedings of the IEEE. — 2004. — Vol. 92, no. 10. — pp. 1534–1548. doi:10.1109/JPROC.2004.833655.

[38] *Nishijima S., Eckroad S., Marian A. et al.* Superconductivity and the environment: aB Roadmap // Superconductor Science and Technology. — 2013. — Vol. 26, no. 11. — p. 113001. doi:10.1088/0953-2048/26/11/113001.

[39] *Clarke J., Wilhelm F. K.* Superconducting quantum bits // Nature. — 2008. — Vol. 453, no. 7198. — pp. 1031–1042. doi:10.1038/nature07128.

[40] *Michotte S.* Qubit dispersive readout scheme with a microstrip superconducting quantum interference device amplifier // Applied Physics Letters. — 2009. — Vol. 94, no. 12. — p. 122512. doi:10.1063/1.3109793.

[41] *Serban I., Plourde B. L. T., Wilhelm F. K.* Quantum nondemolition-like fast measurement scheme for a superconducting qubit // Physical Review B. — 2008. — Vol. 78, no. 5. — p. 054507. doi:10.1103/PhysRevB.78.054507.

[42] *Tanaka H., Sekine Y., Saito S., Takayanagi H.* Dc SQUID sensitivity for readout of entangled state quantum bits // Superconductor Science and Technology. — 2001. — Vol. 14, no. 12. — p. 1161. doi:10.1088/0953-2048/14/12/339.

[43] *Josephson B.* Possible New Effects in Superconducting Tunnelling // Physics Letters. — 1962. — Vol. 1. — p. 251–253. doi:10.1016/0031-9163(62)91369-0.

[44] *Anderson P., Rowell J.* Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect // Physical Review Letters. — 1963. — Vol. 10. — p. 230–232. doi:10.1103/PhysRevLett.10.230.

[45] *Shapiro S.* Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations // Physical Review Letters. — 1963. — Vol. 11. — p. 80–82. doi:10.1103/PhysRevLett.11.80.

[46] *Bardeen J., N. C. L., Schrieffer J. R.* Microscopic Theory of Superconductivity // Physical Review. — 1957. — Vol. 106. — p. 162–164. doi:10.1103/PhysRev.108.1175.

[47] *Cooper L.* Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas // Physical Review. — 1956. — Vol. 104. — p. 1189–1190. doi:10.1103/PhysRev.104.1189.

[48] *Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д.* К теории сверхпроводимости. // ЖЭТФ. — 1950. — Т. 20. — с. 1064–1081.

[49] *McCumber D.* Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions // Journal of Applied Physics. — 1968. — Vol. 39. — p. 3113–3118. doi:10.1063/1.1656743.

[50] *Stewart W.* Current-voltage Characteristics of Josephson Junctions // Applied Physics Letters. — 1968. — Vol. 12. — p. 277–280. doi:10.1063/1.1651991.

[51] *Ахманов С. А., Е. Дьяков Ю., С. Чиркин А.* Статистическая радиофизика и оптика. Случайные колебания и волны в линейных системах. — М. : Физматлит, 2010. — С. 428. — ISBN: 978-5-9221-1204-8.

[52] *Drung D.* Advanced SQUID read-out electronics / Ed. by H Weinstock. — Dordrecht : Kluwer–Academic, 1996. — Vol. 329 of NATO ASI Series E: Applied Sciences. — p. 63–116.

[53] *Nichols D. G., Dantsker E., Kleiner R., Muck M., Clarke J.* Linearity of high-T_c dc superconducting quantum interference device operated in a flux-locked loop // Journal of Applied Physics. — 1996. — Vol. 80, no. 10. — pp. 6032–6038. doi:10.1063/1.363603.

[54] *Hilbert C., Clarke J.* DC SQUIDs as radiofrequency amplifiers // Journal of Low Temperature Physics. — 1985. — Vol. 61, no. 3-4. — pp. 263–280. doi:10.1007/BF00681635.

[55] *Tanaka M., Matsuzaki F., Kondo T. et al.* Prototypic design of the single-flux-quantum microprocessor, CORE1 // Superconductor Science and Technology. — 2003. — Vol. 16, no. 12. — p. 1460. doi:10.1088/0953-2048/16/12/031.

[56] *Hayakawa H., Yoshikawa N., Yorozu S., Fujimaki A.* Superconducting digital electronics // Proceedings of the IEEE. — 2004. — Vol. 92, no. 10. — pp. 1549–1563. doi:10.1109/JPROC.2004.833658.

[57] *Nakajima N., Matsuzaki F., Yamanashi Y. et al.* Design and implementation of circuit components of the SFQ microprocessor, CORE1 // Superconductor Science and Technology. — 2004. — Vol. 17, no. 3. — p. 301. doi:10.1088/0953-2048/17/3/001.

[58] *Tanaka M., Kondo T., Sekiya A. et al.* Component test toward single-flux-quantum processors // Physica C: Superconductivity. — 2003. — Vol. 392–396, Part 2. — pp. 1490 – 1494. doi:10.1016/S0921-4534(03)00749-4.

[59] *Dorojevets M., Bunyk P., Zinoviev D.* FLUX chip: design of a 20-GHz 16-bit ultrapipelined RSFQ processor prototype based on 1.75- mu;m LTS technology // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2001. — Vol. 11, no. 1. — pp. 326–332. doi:10.1109/77.919349.

[60] *Dorojevets M.* An 8-bit FLUX-1 {RSFQ} microprocessor built in 1.75-Ojm technology // Physica C: Superconductivity. — 2002. — Vol. 378-381, Part 2. — pp. 1446 – 1453. doi:10.1016/S0921-4534(02)01755-0.

[61] *Dorojevets M., Bunyk P.* Architectural and implementation challenges in designing high-performance RSFQ processors: a FLUX-1 microprocessor and beyond // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2003. — Vol. 13, no. 2. — pp. 446–449. doi:10.1109/TASC.2003.813893.

[62] *Bunyk P., Leung M., Spargo J., Dorojevets M.* Flux-1 RSFQ microprocessor: physical design and test results // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2003. — Vol. 13, no. 2. — pp. 433–436. doi:10.1109/TASC.2003.813890.

[63] *Filippov T., Dorojevets M., Sahu A., Kirichenko A., Ayala C., Mukhanov O.* 8-Bit Asynchronous Wave-Pipelined RSFQ Arithmetic-Logic Unit // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — pp. 847–851. doi:10.1109/TASC.2010.2103918.

[64] *Filippov T., Znosko M.* Time characteristics of a Josephson-balanced comparator // Superconductor Science and Technology. — 1999. — Vol. 12, no. 11. — p. 776. doi:10.1088/0953-2048/12/11/325.

[65] *Haddad T., Wetzstein O., Engert S., Toepfer H., Ortlepp T.* Investigation of the relationship between the gray zone and the clock frequency of a Josephson com-

parator // Superconductor Science and Technology. — 2011. — Vol. 24, no. 9. — p. 095010. doi:10.1088/0953-2048/24/9/095010.

[66] *Ebert B., Mielke O., Kunert J., Stolz R., Ortlepp T.* Experimentally verified design guidelines for minimizing the gray zone width of Josephson comparators // Superconductor Science and Technology. — 2010. — Vol. 23, no. 5. — p. 055005. doi:10.1088/0953-2048/23/5/055005.

[67] *Ebert B., Ortlepp T.* Optimization of Josephson Junction Comparators in Terms of Speed and Accuracy // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — pp. 687–692. doi:10.1109/TASC.2010.2089666.

[68] *Ulversoy T.* Software Defined Radio: Challenges and Opportunities // Communications Surveys Tutorials, IEEE. — 2010. — Vol. 12, no. 4. — pp. 531–550. doi:10.1109/SURV.2010.032910.00019.

[69] *De Escobar A., Mukhanov O., Hitt R., Littlefield W.* High Performance HF-VHF All Digital RF Receiver Tested at 20 GHz Clock Frequencies // Military Communications Conference, 2006. MILCOM 2006. IEEE. — 2006. — pp. 1–6. doi:10.1109/MILCOM.2006.302479.

[70] *Brock D., Mukhanov O., Rosa J.* Superconductor digital RF development for software radio // Communications Magazine, IEEE. — 2001. — Vol. 39, no. 2. — pp. 174–179. doi:10.1109/35.900649.

[71] *Wong J., Dunnegan R., Gupta D. et al.* High Performance, All Digital RF Receiver Tested at 7.5 GigaHertz // Military Communications Conference, 2007. MILCOM 2007. IEEE. — 2007. — pp. 1–5. doi:10.1109/MILCOM.2007.4455052.

[72] *Kornev V., Soloviev I., Klenov N., Mukhanov O.* Design and Experimental Evaluation of SQIF Arrays With Linear Voltage Response // IEEE Transactions Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — p. 394–398. doi:10.1109/TASC.2010.2095451.

[73] *Kornev V. K., Soloviev I. I., Klenov N. V., Mukhanov O. A.* Bi-SQUID: a novel linearization method for dc SQUID voltage response // Superconductor Science

and Technology. — 2009. — Vol. 22, no. 11. — p. 114011. doi:10.1088/0953-2048/22/11/114011.

[74] *Kornev V. K., Soloviev I. I., Klenov N. V., Sharafiev A. V., Mukhanov O. A.* Linear Bi-SQUID Arrays for Electrically Small Antennas // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — pp. 713–716. doi:10.1109/TASC.2010.2091711.

[75] *Шарафиев А.В.* Многоэлементные джозефсоновские структуры для реализации высоколинейных широкополосных устройств : Дис. … канд. физ.-мат. наук. — МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 2013. — С. 110.

[76] *Oppenländer J., Häussler C., Schopohl N.* Non-Φ_0-periodic macroscopic quantum interference in one-dimensional parallel Josephson junction arrays with unconventional grating structure // Physical Review B. — 2000. — Vol. 63, no. 2. — p. 024511. doi:10.1103/PhysRevB.63.024511.

[77] *Häussler C., Oppenländer J., Schopohl N.* Nonperiodic flux to voltage conversion of series arrays of dc superconducting quantum interference devices // Journal of Applied Physics. — 2001. — Vol. 89, no. 3. — pp. 1875–1879. doi:10.1063/1.1334374.

[78] IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters // IEEE Std 1241-2010 (Revision of IEEE Std 1241-2000). — 2011. — pp. 1–139. doi:10.1109/IEEESTD.2011.5692956.

[79] *Kornev V., Soloviev I., Klenov N., Mukhanov O.* High linearity Josephson-junction array structures // Physica C: Superconductivity. — 2008. — Vol. 468, no. 7–10. — pp. 813 – 816. doi:10.1016/j.physc.2007.11.077.

[80] *Polonsky S. V., Semenov V. K., Shevchenko P. N.* PSCAN: personal superconductor circuit analyser // Superconductor Science and Technology. — 1991. — Vol. 4, no. 11. — p. 667. doi:10.1088/0953-2048/4/11/031.

[81] *Корнев В.К.* Введение в работу с программным пакетом PSCAN в практикуме по сверхпроводниковой электронике. — М. : Изд-во Моск. ун-та, 2012.

[82] IEEE Standard for Definitions of Terms for Antennas // IEEE Std 145-2013 (Revision of IEEE Std 145-1993). — 2014. — pp. 1–50. doi:10.1109/IEEESTD.2014.6758443.

[83] *Wheeler H.* Fundamental Limitations of Small Antennas // Proceedings of the IRE. — 1947. — Vol. 35, no. 12. — pp. 1479–1484. doi:10.1109/JRPROC.1947.226199.

[84] *Hansen R., Collin R.* Small Antenna Handbook. — Wiley, 2011. — P. 360. — ISBN: 978-1-118-10685-3.

[85] *Hansen R.* Electrically Small, Superdirective, and Superconducting Antennas. — Wiley, 2006. — P. 168. — ISBN: 978-0-470-04103-1.

[86] *Balanis C.* Antenna Theory: Analysis and Design. — 3rd Edition edition. — Wiley, 2005. — P. 1136. — ISBN: 978-0471-66782-X.

[87] *Chu L. J.* Physical Limitations of Omni-Directional Antennas // Journal of Applied Physics. — 1948. — Vol. 19, no. 12. — pp. 1163–1175. doi:10.1063/1.1715038.

[88] *McLean J.* A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 1996. — Vol. 44, no. 5. — pp. 672–676. doi:10.1109/8.496253.

[89] *Siwiak K., Bahreini Y.* Radiowave Propagation and Antennas for Personal Communications. — 3rd edition. — Norwood, MA, USA : Ahrtech House, 2007. — ISBN: 978-1-59693-073-5.

[90] *Aberle J., Loepsinger-Romak R.* Antennas with Non-Foster Matching Networks. Synthesis Lectures on Antennas and Propagation Series. — Morgan & Claypool Publishers, 2007. — ISBN: 978-1-598-29102-5. doi:10.2200/S00050ED1V01Y200609ANT002.

[91] *Sussman-Fort S. E.* Matching network design using non-Foster impedances // International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering. — 2006. — Vol. 16, no. 2. — pp. 135–142. doi:10.1002/mmce.20118.

[92] *Kaya A., Yuksel E.* Investigation of a Compensated Rectangular Microstrip Antenna With Negative Capacitor and Negative Inductor for Bandwidth Enhancement // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 2007. — Vol. 55, no. 5. — pp. 1275–1282. doi:10.1109/TAP.2007.895618.

[93] *Luine J., Abelson L., Brundrett D. et al.* Application of a DC SQUID array amplifier to an electrically small active antenna // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 1999. — Vol. 9, no. 2. — pp. 4141–4144. doi:10.1109/77.783937.

[94] *Oppenländer J., Häussler C., Schopohl N., Friesch A., Tomes J.* Superconducting quantum antenna. — 2008. — May 6. — US Patent 7,369,093.

[95] *Kornev V., Soloviev I., Sharafiev A., Klenov N., Mukhanov O.* Active Electrically Small Antenna Based on Superconducting Quantum Array // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2013. — Vol. 23, no. 3. — p. 1800405. doi:10.1109/TASC.2012.2232691.

[96] *Kornev V. K., Arzumanov A. V.* Numerical Simulation of Josephson-Junction System Dynamics in the Presence of Thermal Noise // Inst. Physics Conf. Ser. — 1997. — no. 158. — pp. 627–630.

[97] *Stutzman W. L., Thiele G. A.* Antenna theory and design. — 2nd ed. edition. — New-York : John Wiley & Sons, Inc, 1998. — P. 648. — ISBN: 978-0-471025-90-0.

[98] HYPRES Design Rules, HYPRES. — 2013. — URL: `http://www.hypres.com/foundry/niobium-process/`.

[99] *Zinoviev D. Y., Polyakov Y. A.* Octopux: an advanced automated setup for testing superconductor circuits // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 1997. — Vol. 7, no. 2. — pp. 3240–3243. doi:10.1109/77.622039.

[100] *Грэм П.* ANSI Common Lisp. — СПб. : Символ-Плюс, 2012. — С. 448. — ISBN: 978-5-93286-206-3.

[101] ГОСТ 20935-91. Криоэлектроника. Термины и определения. [Текст]. Межгосударственный стандарт. — М. : Стандартинформ, 2005. — С. 7.

[102] *Wolfram S.* An Elementary Introduction to the Wolfram Language. — Wolfram Media, Inc., 2015. — ISBN: 978-1-944183-00-4.

[103] *van Duzer T., Turner C. W.* Principles of Superconductive Devices and Circuits. — 2 ed. edition. — Upper Saddle River, NJ, USA : Prentice Hall, 1999.

[104] *Davidson D.* Computational Electromagnetics for RF and Microwave Engineering. — 2nd ed. edition. — Cambridge University Press, 2011. — ISBN: 978-0-521-51891-8.

[105] Introduction to COMSOL Multiphysics, COMSOL. — 2015. — URL: `http://cdn.comsol.com/documentation/5.1.0.145/IntroductionToCOMSOLMultiphysics.pdf`.

Приложение А
Численные методы анализа линейности

Для анализа влияния нагрузки на характеристики сверхпроводящих квантовых решеток (СКР) и активных электрически малых антенн (ЭМА) на их основе, было проведено детальное исследование линейности характеристик квантовых ячеек, используя численные методы анализа. В силу того, что квантовые ячейки сверхпроводящей квантовой решетки (СКР) независимы друг от друга и идентичны (с точностью до небольшого технологического разброса), линейность преобразования такой решеткой потока магнитной компоненты электромагнитного сигнала в выходное напряжение определяется линейностью отклика напряжения используемых квантовых ячеек.

Для расчета линейности отклика ячейки был выбран однотоновый метод анализа, хорошо отвечающий широкополосным системам, у которых частотная полоса начинается от достаточно низких частот. В процессе выполнения численного анализа линейности были использованы два разных способа вычисления этой характеристики. Вначале был использован более простой и более наглядный подход, после чего окончательное исследование было выполнено с использованием второго способа, который требовал наибольшего объема вычислений, но в то же время позволял наиболее точно проанализировать области наивысшей линейности.

А.1. Аппроксимационный подход

Первый (аппроксимационный) подход, используемый в работе, основывается на аппроксимации боковой стороны основного пика параллельной цепочки (плеча дифференциальной ячейки) полиномом шестой степени. Получив аппроксимационный полином, можно определить коэффициенты разложения и соответственно значение линейности для различных значений магнитного потока смещения $\delta\Phi$. Данный подход может давать значительную погрешность при оценке линейности в случае выходных сигналов большой амплитуды в силу неточности используемой аппроксимации для всего отклика напряжения параллельной цепочки.

Запишем полиномиальное выражение для боковых сторон пика отклика плеча дифференциальной ячейки с точностью до степеней 6-го порядка в виде суммы

трех парабол:

$$V_{R,L}(\Phi) = C_0 - k \cdot (|\Phi| - \Phi^\star)^2 + a_4 \cdot (|\Phi| - \Phi_4)^4 + a_6 \cdot (|\Phi| - \Phi_6)^6, \qquad \text{(A.3)}$$

Коэффициенты C_0, k, a_4, a_6 и вершины $\Phi^\star$, Φ_4, Φ_6 находятся численно методом наименьших квадратов при нахождении областей наилучшей параболической аппроксимации. Если в выражение для отклика дифференциальной ячейки

$$V(\Phi) = V_R(\Phi + \delta\Phi) - V_L(\Phi - \delta\Phi) \qquad \text{(A.4)}$$

подставить входной гармонический сигнал в виде $\Phi = A\sin(\omega t)$, получаем выражения для амплитуды основного тона выходного сигнала, выраженные через найденные коэффициенты и вершины:

$$\begin{aligned} B_1 = 4\left[k(\Phi^\star - \delta\Phi) - 2a_4(\Phi_4 - \delta\Phi)^3 - 3a_6(\Phi_6 - \delta\Phi)^5\right] \cdot A - \\ - 6\left[(\Phi_4 - \delta\Phi) + 5a_6(\Phi_6 - \delta\Phi)^3\right] \cdot A^3 - \frac{15}{2}a_6(\Phi_6 - \delta\Phi) \cdot A^5, \end{aligned} \qquad \text{(A.5а)}$$

и амплитуд B_3, B_5 третьей и пятой гармоник выходного сигнала:

$$B_3 = \left[2(\Phi_4 - \delta\Phi) + 10a_6(\Phi_6 - \delta\Phi)^3\right] \cdot A^3 + \frac{15}{4}a_6(\Phi_6 - \delta\Phi) \cdot A^5, \qquad \text{(A.5б)}$$

$$B_5 = -\frac{3}{4}a_6(\Phi_6 - \delta\Phi) \cdot A^5. \qquad \text{(A.5в)}$$

Согласно однотоновому методу анализа, линейность находится как отношение B_1 к наибольшей из амплитуд B_3, B_5 третьей и пятой гармоник:

$$\text{Lin1} = 20\lg\left(\frac{B_1}{\max\{B_3, B_5\}}\right). \qquad \text{(A.6)}$$

A.2. Спектральный подход

Второй (спектральный) подход к анализу линейности отклика квантовой дифференциальной ячейки является наиболее точным. Он основан на непосредственном точном вычислении спектра выходного напряжения дифференциальной ячейки, при задании на вход ячейки гармонического сигнала $\Phi = \mathcal{A}\sin(\omega t)$ с частотой ω. Амплитуда сигнала $\mathcal{A}$ определяется рассматриваемой амплитудой входного сигнала по магнитному потоку: $\mathcal{A} = \delta\Phi \cdot A$, где $\delta\Phi$ – смещение по магнит-

ному потоку (размах по магнитному потоку), A – используемая часть отклика (в процентах).

Вычисление выходного сигнала можно осуществлять численным моделированием квантовой ячейки, на вход которой подается гармонический сигнал, или путем численного умножения входного гармонического сигнала на предварительно рассчитанный численно отклик напряжения квантовой ячейки $V(\Phi)$. После вычисления амплитуд гармонических составляющих выходного напряжения линейность рассчитывается также по формуле (А.6).

Точность данного метода ограничена точностью расчёта отклика ячейки при моделировании и числом точек дискретного преобразования Фурье. Проведенные оценки показали, что для относительной точности расчета отклика 10^{-3} и количества точек дискретного преобразования 2^{12} ошибка определения линейности составляет не более 3 дБ, а максимально обнаружимая линейность – 105 дБ.

А.2.1. Сравнение подходов методов анализа линейности

Отметим, что в отличие от аппроксимационного подхода, спектральный подход в общем случае может применен к анализу любых систем, а не только дифференциальной ячейки. Также его можно использовать для численной обработки экспериментальных данных, как полученных предварительно, так и непосредственно при проведении эксперимента.

В зависимости от требуемых результатов при применении спектрального метода можно в качестве исходных данных использовать различные варианты отклика на внешний магнитный поток: отклик одного плеча, дифференциальный отклик, отклик на гармонический внешний сигнал. В таблице А.2 приведено сравнение применимости апроксимационного подхода и нескольких реализаций спектрального подхода, различающихся обрабатываемым сигналом.

Возможность исследования зависимости линейности от смещения по магнитному потоку $\delta\Phi$ и от амплитуды внешнего сигнала A по изначальному (одному) сигналу, подаваемому на «вход» метода, позволяет сократить время исследования, так как большая часть процессорного времени тратится на предварительный расчет отклика в программном комплексе PSCAN.

Таблица А.2. Сравнение различных методов численного анализа линейности.

Метод	**Сигнал**	**Возможные исследования**				**Зависимость**	
		Cell	$\forall$	**Load**	**Size**	$\delta\Phi$	A
Аппроксимационный подход	$V(\Phi)$	+	–	–	–	+	+
Спектральный подход	$V(\Phi)$	+	–	–	–	+	+
	$DV(\Phi)$	+	+	+	–	–	+
	SIN	+	+	+	+	–	–

В таблице приняты следующие обозначения:

— Для сигнала, подаваемого на «вход» метода: $V(\Phi)$ – отклик плеча ячейки, $DV(\Phi)$ – дифференциальный отклик ячейки (или просто обрабатываемый отклик для произвольной ячейки), SIN – отклик на гармонический внешний сигнал.

— Для возможных исследований: Cell – дифференциальная ячейка, $\forall$ – любая структура, Load – учет влияния нагрузки, Size – учет «размерного» эффекта.

— «Зависимость» – возможность исследования зависимости линейности от смещения по магнитному потоку $\delta\Phi$ и от амплитуды внешнего сигнала A по изначальному (одному) сигналу, подаваемому на «вход» метода.

А.2.2. Реализация спектрального метода

Спектральный метод был реализован с использованием системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica [102]. В листинге А.1 приведен вариант реализации спектрального метода с использованием отклика плеча в качестве исследуемого сигнала.

Листинг А.1. Реализация спектрального подхода

```
(*Загрузка и интерполяция данных*)
DataLoad[path_] := Block[{Vdata},
  Vdata = Import[path, "Table"];
  V = Interpolation[Vdata, InterpolationOrder -> 6];
  (*Получение дифференциального отклика, F – смещение*)
  difV[B_, F_] := V[B + F] - V[B - F];
  (*Задание гармонического сигнала, ω – частота, ξ – амплитуда*)
  Signal[t_, ξ, ω, F_] := difV[Sin[t*ω]*ξ*F, F];
];

(*Проведение быстрого фурье-преобразования*)
GetFFTData[ξ_, F_, Np_] :=
  Abs[Fourier[
    Table[Signal[t, ξ, 100, F], {t, 0, 2π]/100,2π/100/Np}],
  {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}]]^2;
```

```
(*Расчет линейности, 2^npow – число точек*)
GetLin[ξ_, F_,npow_] := Block[{dt1,lin1},
  dt1 = GetFFTData[\[Xi], F, 2^npow];
  lin1 = −10*Log[10, Max [dt1[[3;;6]]]/dt1[[2]]];
  lin1
];

(*Альтернативный метод расчета линейности*)
GetLinPr[ξ_, F_, npow_] := Block[{sum},
  tbltest =
    Table[N[Signal[t, ξ, 100, F]], {t, 0, 2π/100, 2π/100/(2^Np)}];
  sum = {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0};
  For[s = 0, s < 7, s++,
    For[r = 1, r <= 2^Np, r++,
      sum[[s + 1]] = sum[[s + 1]] +
        tbltest[[r]]*Exp[2π i (r − 1) (s)/(2^Np)]
    ]
  ];
  lin1 = −20*Log[10, Max [Abs[sum[[3;;6]]]]/
    Abs[sum[[2]]]];
  lin1
];
```

В качестве анализируемого отклика может применяться отклик на гармонический сигнал. Помимо исследования «размерного» эффекта подобный анализ может применяться для анализа линейности экспериментальных данных. В листинге А.2 приведен код процедуры на языке Lisp [100] для получения такого отклика при экспериментальном исследовании структуры с помощью программно-аппаратного комплекса OCTOPUX [99].

Листинг А.2. Процедура получения отклика структуры на внешний гармонический сигнал с помощью комплекса OCTOPUX

```
; Описание структуры:
(name #r10   'gnd)
(make-ground gnd)
(name #r11   'c11out)
(name #r12   'c11in)
(name #r13   'ib1)
(name #r14   'vout1)
(name #r15   'c11)
(name #r16   'c12)
```

```
(name #r17   'vout2)
(name #r18   'ib2)
(name #r19   'cl2in)
(name #r20   'cl2out)
(name #r21   'coil1)
(name #r22   'coil2)
(name #r23   'coil3)
(name #r24   'coil4)
(setq antenna (list ib1 vout1 cl1in ib2 vout2 cl2in coil4) )

; Процедура получения отклика на гармонический сигнал:
; Передаваемые параметры:
; sa – описание структуры;
; ib1, ib2 – токи смещения;
; id – ток задания магнитного смещения;
; amp – амплитуда внешнего гармонического сигнала
(defun dvr2sin (sa ib1 ib2 id amp &key (points 1024)
        (new nil) verb tau ac);
  (reset)
  (let*
    ((Ibch1 (car sa))
    (Voch1 (cadr sa))
    (Imch1 (third sa))
    (Ibch2 (nth 3 sa))
    (Voch2 (nth 4 sa))
    (Imch2 (nth 5 sa))
    (Icoil (nth 6 sa))
    (xlst (lset 1 points 1))
  )
  ; Подключение источников тока
  (i-limit Imch1 10)
  (i-limit Imch2 10)
  (i-limit Ibch1 2)
  (i-source Ibch1 t)
  (i-source Imch1 #p1)
  (i-source Imch2 #p2)
  (i-limit Icoil 100)
  (i-limit Ibch2 2)
  (i-source Ibch2 t)
  (i-source Icoil #p3)
```

```
  ; Задание токов
  (c imch1 id)
  (c imch2 id)
  (c Ibch1 Ib1)
  (c ibch2 ib2)

  (setq plst (mapcar (lambda (i)
    (if verb (format t "~&~4,3f␣" i))
    ; Коррекция тока смещения
    (if ac (actual-c ibch1 ib1 :xiprev ib1 :verb verb :tau tau) )
    (if ac (actual-c ibch2 ib2 :xiprev ib2 :verb verb :tau tau) )
    ; Задание внешнего магнитного сигнала
    (c Icoil (sin (/ (* 2 PI i) points)))
    ; Измерение напряжения
    (list i (- (get-voltage voch1) (get-voltage voch2))) xlst) )
    (setq plst (apply 'append plst));
    (plot-list plst :tag (format nil "~4,3f" id) :new nil)
    (plot-list plst
      :tag (format nil "~4,3f␣~4,3f␣~4,3f" ib1 ib2 id)
      :new nil
    )
  )
  (reset)
)

; Вызов процедуры
(dvr2sin sa ib1 ib2 id  amp :points 1024)
```

Приложение Б
Вопросы трехмерного анализа поведения сверхпроводящих структур в поле падающей волны

Уравнения Максвелла справедливы для всех электромагнитных процессов, однако, анализ процессов в конкретной среде требует дополнения этих уравнений до полной системы за счет материальных уравнений, а также задания граничных условий. Для проводящих, металлических, сред в качестве материального уравнения используется закон Ома, который не может быть использован для сверхпроводящих сред, у которых проводимость на постоянном токе бесконечно велика. Поэтому для анализа сверхпроводниковых электрических цепей, даже на основе сосредоточенных элементов, не могут быть использованы вычислительные пакеты, разработанные для анализа цепей полупроводниковой электроники, поскольку в их основе лежат уравнения Кирхгоффа.

Для анализа устройств сверхпроводниковой электроники должны использоваться специально созданные программные продукты, такие как PSCAN (Personal Superconductor Circuit Analyzer) [A9, 80, 81], в которых вместо уравнений Кирхгоффа используются уравнения теории сверхпроводимости, например, уравнения теории Лондонов [19]

$$\mu_0 \lambda_L^2 \frac{dj_s}{dt} = E, \tag{Б.1}$$

$$B + \mu_0 \lambda_L^2 \text{rot } (j_s) = 0, \tag{Б.2}$$

или более общей теории Гинзбурга-Ландау [19]:

$$\xi^2 \left(i\vec{\nabla} + \frac{2\pi}{\Phi_0}\vec{A} \right)^2 \psi - \psi + \psi \left|\psi\right|^2 = 0, \tag{Б.3}$$

$$\text{rot rot } \vec{A} = \frac{\left|\psi\right|^2}{\lambda_L^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\vec{\nabla}\theta - \vec{A} \right), \tag{Б.4}$$

а также уравнения эффекта Джозефсона [19, 23, 103]:

$$j_s = j_c \sin\varphi, \tag{Б.5}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V, \tag{Б.6}$$

где j_s – плотность сверхпроводящего тока, E – напряженность электрического поля, λ_L – глубина проникновения магнитного поля (лондоновская глубина), μ_0 – магнитная постоянная вакуума, B – индукция магнитного поля, $\vec{A}$ – вектор-потенциал, $\vec{\nabla}$ – оператор градиента, ψ – параметр порядка (нормированная волновая функция Бозе-конденсата), ξ – длина когерентности, θ – фаза параметра порядка, Φ_0 – квант магнитного потока, V – напряжение на джозефсоновском переходе, φ – джозефсоновская фаза (разность фаз параметров порядка сверхпроводников, образующих джозефсоноский переход).

В пакете PSCAN [A9, 80, 81] для численного моделирования сверхпроводниковых цепей из сосредоточенных элементов используются уравнения баланса фаз параметра порядка (волновых функций Бозе-конденсата в сверхпроводниках) и уравнения эффекта Джозефсона.

Для выполнения трехмерного моделирования распределенных сверхпроводящих сред и структур, необходимо использовать программные продукты на основе математической модели, включающей в себя уравнения Максвелла и уравнения теории сверхпроводимости, а также уравнения эффекта Джозефсона при наличии в рассматриваемом объекте джозефсоновских структур.

Трехмерное моделирование структур в поле падающей волны может быть выполнено тремя различными методами: FDTD – метод конечных разностей во временной области (реализован в программном комплексе CST Microwave Studio), MoM – метод моментов (FEKO) и FEM – метод конечных элементов (FEKO, COMSOL Multiphysics). Сравнение методов выходит за рамки данной работы и подробно рассмотрено в литературе, в частности в [104]. Следует отметить, что современные реализации всех трех методов обладают сходными характеристиками и областями применимости.

Рассматриваемая задача трехмерного численного моделирования – моделирование распределенной структуры, содержащей материал со сверхпроводящими свойствами, в высокочастотном электромагнитном поле. Для решения задачи целесообразно использовать такой универсальный программный комплекс как COMSOL [105], разработав методику его корректного применения для сверхпроводниковых микро- и наноструктур.

В отличие от случая постоянного тока в сверхпроводнике, переносимого бездиссипативно конденсатом куперовских пар электронов, в высокочастотном электромагнитном поле кроме основной сверхпроводящей компоненты плотности то-

ка j_s присутствует также нормальная компонента тока j_n, носителями которой являются квазичастицы (нормальные электроны). Поэтому на переменном (высокочастотном) токе сверхпроводник можно характеризовать конечной по величине комплексной проводимостью [19, 103]:

$$\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2, \tag{Б.7}$$

где реальная часть σ_1 обусловлена существованием нормальной компоненты тока, а мнимая часть σ_2 – сверхпроводящей компонентой. При условии

$$\omega\tau \ll 1 \tag{Б.8}$$

(ω – частота тока, τ – среднее время свободного пробега электронов), которое практически всегда выполняется, комплексная проводимость сверхпроводника

$$\sigma = \frac{n_n}{n}\sigma_n - i\frac{1}{\mu_0\lambda_L^2\omega}. \tag{Б.9}$$

Конечная величина проводимости позволяет формально использовать закон Ома

$$j = \sigma \cdot E \tag{Б.10}$$

в качестве материального уравнении в дополнение к системе уравнений Максвелла

$$\text{rot}\ \vec{B} = \mu\mu_0\vec{j} + \mu\varepsilon\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \tag{Б.11}$$

$$\text{rot}\ \vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \tag{Б.12}$$

$$\text{div}\ \vec{B} = 0, \tag{Б.13}$$

$$\text{div}\ \vec{E} = \rho/\varepsilon\varepsilon_0, \tag{Б.14}$$

где ε_0 – электрическая постоянная вакуума, ε и μ – относительные электрическая и магнитная проницаемости среды, j – плотность электрического тока, ρ – плотность электрического заряда. При этом полагается линейная связь

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}. \tag{Б.15}$$

Решение задачи воздействия высокочастотной электромагнитной волны на проводник с комплексной проводимостью (Б.9) дает комплексную величину скин-слоя:

$$\delta = \lambda_L(1+i). \tag{Б.16}$$

В свою очередь, это означает что при выполнении условия (Б.8) электромагнитное поле проникает в сверхпроводник, как и постоянное магнитное поле, на глубину проникновения λ_L. При этом закон затухания высокочастотного электромагнитного поля в сверхпроводнике имеет неволновой характер: $H \propto e^{-x/\lambda_L} e^{i\omega t}$, в то время как в проводнике затухание высокочастотного электромагнитного поля в скин-слое имеет волновой характер: $H \propto e^{-x/\delta} e^{i\omega t - x/\delta}$.

Изложенные результаты позволяют предложить два подхода к трехмерному численному моделированию сверхпроводниковых микро- и наноструктур в поле высокочастотной электромагнитной волны с помощью программного продукта COMSOL или аналогичного ему.

Первый подход основан на моделировании сверхпроводника гипотетическим проводником со сверхвысокой величиной проводимости σ, при которой толщина скин-слоя

$$\delta = \left(\frac{2}{\omega\sigma\mu_0}\right)^{1/2} \tag{Б.17}$$

будет равна глубине проникновения $\lambda_L \approx 40 \ldots 100$ нм.

Второй подход основан на моделировании сверхпроводника идеальным проводником, задание и использование которого возможно в рамках программного продукта COMSOL и других подобных программных пакетах.

Б.1. Модель – проводник со сверхмалыми потерями

Задавая частоту $f = \omega/2\pi$, по формуле (Б.17) можно рассчитать величину проводимости, при которой толщина скин-слоя δ будет равна глубине проникновения λ_L. Для частоты $f = 1$ ГГц и $\lambda_L \approx 40 \ldots 100$ нм получаем следующую величину проводимости: $\sigma \approx (15 \ldots 2{,}5) \cdot 10^{10}$ см/м (для сравнения, проводимость меди $\sigma|_{\text{Cu}} \approx 5 \cdot 10^7$ см/м). При моделировании сверхпроводника на основе ниобия с глубиной проникновения $\lambda_L \approx 40$ нм необходимо задавать проводимость $\sigma \approx 1{,}5 \cdot 10^{11}$ см/м.

При выполнении численного моделирования сверхпроводниковых микро- и

наноструктур на основе очень тонких пленок, когда толщина пленок $d \sim \lambda_L$, такой подход является не только вполне оправданным, но и наиболее корректным при использовании программного продукта COMSOL и подобных ему вычислительных пакетов.

В то же время, основная часть устройств сверхпроводниковой электроники создается на основе относительно толстых сверхпроводниковых пленок, когда $d > \lambda_L$. Это позволяет использовать сверхпроводящие пленки в качестве сверхпроводящего экрана для уменьшения индуктивностей пленочных структур толщиной $d > \lambda_L$ за счет размещения их над сверхпроводящим экраном. Именно такие сверхпроводниковые микро- и наноструктуры представляют наибольший интерес для данного проекта, для создания активных электрически малых антенн на основе сверхпроводящих квантовых решеток.

В случае, когда толщина d используемых пленочных сверхпроводников заметно превышает глубину проникновения λ_L, моделирование сверхпроводника проводником со сверхвысокой проводимостью неоптимально, поскольку вычислительная задача становится неоправданно громоздкой, требующей слишком большого объема вычислений (как времени вычислений, так и задействованного объема оперативной памяти). Это связано с тем, что при выполнении численного трехмерного моделировании используемая пространственная сетка должны иметь минимальный пространственный шаг Δz (и соответственно величина шага по времени Δt) существенно меньше, чем наименьшая характерная величина моделируемого объекта, в данном случае, глубина проникновения λ_L. В то же время, линейный размер Z полного объема пространства, в котором выполняется численное моделирование (и строится пространственная сетка), должен существенно превышать размер моделируемой сверхпроводниковой структуры D, а также быть больше длины электромагнитной волны λ_W или, по крайней мере, порядка этой длины. Таким образом, должно выполняться условие

$$\Delta z \ll \lambda_L \ll d \ll D \ll Z. \qquad \text{(Б.18)}$$

Это неравенство транслируется в большое число узлов пространственной сетки с постоянным шагом Δz, так что задача будет требовать чрезмерно больших объемов оперативной памяти и времени вычислений. Существенное уменьшение числа узлов может быть достигнуто за счет применения пространственной сетки с переменным шагом, то есть использования системы встроенных сеток с шагом

от самого большого $\Delta z \ll Z$ до самого маленького $\Delta z \ll \lambda_L$. В то же время, сопряжение сеток должно быть таким, чтобы обеспечивать сходимость алгоритма построения численного решения в данном пространстве. Чем больше различаются минимальный и максимальный пространственные шаги сетки, тем сложнее добиться генерации оптимальной сеточной структуры. Таким образом, генерация такой сеточной структуры превращается в сложную задачу, решение которой занимает большое время, которое может оказаться основным при выполнении численного моделирования в случае сильного неравенства минимального и максимального шагов пространственной сетки. Значительное уменьшение степени неравенства минимального и максимального шагов пространственной сетки может быть получено при моделировании сверхпроводника идеальным проводником.

Б.2. Модель – идеальный проводник

Модель идеального проводника присутствует в программном продукте COMSOL и ряде других программных пакетов. Такой объект реализуется путем задания на его поверхности соответствующих граничных условий, которые отвечают условию нулевого значений магнитного и электрического полей внутри объекта, а также нулевой тангенциальной составляющей электрического поля на поверхности этого объекта. В этом случае плотность поверхностного тока на поверхности идеального проводника равна линейной плотности тока в приповерхностном слое сверхпроводника (плотность Мейсснеровского тока в сверхпроводнике максимальна на поверхности и убывает экспоненциально в приповерхностном слое):

$$j = \int_0^\infty j_0 \cdot e^{-x/\lambda_L} dx = j_0 \lambda_L. \tag{Б.19}$$

В случае относительно толстых пленок, применение модели идеального проводника будет означать, что Мейсснеровкий ток, протекающий в λ_L-слое, будет моделироваться поверхностным током, что равносильно $\lambda_L \to 0$. В то же время, задача построения трехмерной сетки с переменным шагом существенно упрощается, поскольку уменьшается разница между максимальным шагом и минимальным шагом, который теперь должен быть много меньше лишь толщины пленки d, то есть ограничение для максимального шага остается прежним ($\Delta z \ll Z$), а для

минимального шага ограничение слабее на одно неравенство:

$$\Delta Z \ll d \ll D \ll Z. \tag{Б.20}$$

Именно эта модель используется в дальнейшем при выполнении трехмерного численного моделирования сверхпроводящих квантовых ячеек, поскольку изучаемые сверхпроводниковые микро- и наноструктуры формируются на основе относительно толстых пленок (порядка 300 нм) для реализации и использования в этих структурах свойств сверхпроводящих экранов и пленочных структур над экраном.

Б.3. Основные положения методики численного моделирования

Основные положения методики численного моделирования могут быть кратко сформулированы следующим образом.

1. Линейный размер Z области пространства $\mathbb{Z}$, в котором численным методом строится решение (электромагнитное поле, пространственные токи) должно быть много больше, чем максимальный линейный размер D сверхпроводникового объекта в поле волны, а также много больше длины волны или порядка длины волны, если используются соответствующие специальные граничные условия для пространства моделирования.
2. Необходимо использовать пространственную сетку с переменным шагом Δz (систему встроенных сеток с различным шагом Δz), максимальный шаг должен быть много меньше линейного размера Z области пространства, в котором строится решение.
3. Численное моделирование сверхпроводниковых микро- и наноструктур на основе тонких сверхпроводящих пленок, когда толщина пленки d меньше или порядка глубины λ_L проникновения поля в сверхпроводник, необходимо выполнять с использованием в качестве модели сверхпроводника нормального проводника со сверхвысокой проводимостью, при которой толщина скин-слоя δ равна глубине проникновения λ_L.
4. При использовании в качестве модели сверхпроводника нормального проводника со сверхвысокой проводимостью минимальный шаг пространственной сетки Δz должен быть много меньше, чем глубина проникновения поля λ_L.
5. Численное моделирование сверхпроводниковых микро- и наноструктур на ос-

нове относительно толстых сверхпроводящих пленок, толщина d которых больше, чем глубина λ_L проникновения поля в сверхпроводник, необходимо выполнять с использованием в качестве модели сверхпроводника идеального проводника.

6. При использовании в качестве модели сверхпроводника идеального проводника минимальный шаг пространственной сетки должен быть много меньше, чем толщина сверхпроводящих пленок.