ИПМ им.М.В.Келдыша РАН

Онлайновая библиотека

Математическое моделирование социальных процессов

Выпуск 20

Рекомендуемая форма библиографической ссылки

Математическое моделирование социальных процессов: сборник трудов, выпуск 20. — М.: ИПМ им.М.В.Келдыша, 2018. — 280 с. — URL: **http://keldysh.ru/social/2017**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

20

ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИПМ
им.М.В.КЕЛДЫША
РАН

Институт прикладной математики
имени М.В. Келдыша РАН

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Сборник трудов

Выпуск 20

Москва — 2018

УДК [316.42:519.87](082.1)
ББК 60.524в631.0я43
М34

М34 **Математическое моделирование социальных процессов:** сборник трудов, выпуск № 20 / Гл. ред. А.П. Михайлов. — М.: ИПМ им.М.В.Келдыша, 2018 — 280 с., 48 табл., 66 рисунков.

Статьи данного сборника написаны на основе докладов, сделанных в 2017 г. в институте прикладной математики имени М.В. Келдыша на заседании XX Междисциплинарного ежегодного научного семинара «Математическое моделирование и информатика социальных процессов» им. Героя Социалистического труда академика А.А. Самарского.

Издание предназначено для научных сотрудников, преподавателей, учащихся вузов и научных учреждений РАН, интересующихся проблемами разработки и внедрения методологии математического моделирования для исследования социальных процессов.

Ключевые слова: математическое моделирование, социальные процессы, анализ, информационные системы, виртуальные сообщества, визуализация, моделирование процессов.

The articles in this collection are written on the basis of reports made in 2017 at the Keldysh Institute of Applied Mathematics at the meeting of the XX Interdisciplinary Scientific Seminar "Mathematical modeling and informatics of social processes" named Hero of Socialist Labor Academician A.A. Samarskii.

The publication is intended for researchers, teachers, students, universities and research institutes Russian Academy of Sciences with an interest in the development and implementation of the methodology of mathematical modeling for the study of social processes.

Key words: mathematical modeling, social processes, analysis, information systems, virtual communities, visualization, modeling.

Печатается при финансовой поддержке РГНФ (проект 15-03-00435-а) и
РФФИ (проект 13-01-00392-а). Научный руководитель - А.П. Михайлов.

Главный редактор - профессор, д.ф.-м.н. А.П. Михайлов

Ответственный редактор - д.с.н. В.А. Шведовский
Рецензент - профессор, д.ф.н. В.М. Петров
Редакционная коллегия:
М.А. Александров, А.С. Ахременко, Ю.Н. Гаврилец, М.Г. Дмитриев,
Г.Г. Малинецкий, А.И. Орлов, А.П. Петров, Г.Б. Прончев, Ю.Н. Толстова, В.К. Финн
Редакционная группа:
к.п.н. Д.Н. Монахов

© Коллектив авторов, 2018
ISBN 978-5-98354-048-4
© ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018

Михайлов А.П.,[1]
Петров А.П.[1]
Прончева О.Г.[1,2]
[1]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
[2]Московский физико-технический институт (ГУ)

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ ВЫБОРА ПОЗИЦИЙ ИНДИВИДАМИ

Аннотация. *В работе описывается методика для определения момента остановки расчёта при решении численными методами такой задачи, как математическое моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве. Подход основан на теоретических представлениях о решении, а также на сравнении полученных результатов с результатами асимптотического анализа.*

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 17-01-00390)

1. Введение

Социально-политические процессы зачастую имеют динамику, нехарактерную для физических или иных естественных процессов. Например, показатели объема власти, реализуемого государственной иерархией, могут оставаться почти неизменными на протяжении десятилетий. Затем может произойти скоротечное и катастрофическое падение этой величины – вплоть до полного или почти полного разрушения государственности, после него – более медленный восстановительный процесс, иногда называемый построением властной вертикали. Восстановленная стабильность может продолжаться десятилетиями. В данном примере присутствуют три масштаба времени, или три масштаба скорости процессов. Подобные явления существуют и в природе, однако в социальных науках такое сочетание разномасштабности (на которую неоднократно указывали исследователи [1, 2]) нередко является самой сутью проблемы.

В этих случаях основной вопрос состоит как раз в том, приведёт ли накапливание очень медленных долгосрочных изменений параметров к скоротечным революционным изменениям. Например, приведет ли медленное, многолетнее разочарование граждан в своей власти к социальному взрыву. При этом, при ежегодном социологическом мониторинге можно не заметить медленного накопления в части разочарования властью, претензий и недовольства. Долгосрочные эмпирические исследования (например, мониторинг на протяжении нескольких десятилетий) в таких случаях, как правило, тоже бессильны помочь, так как на практике с течением времени их методики претерпевают изменения. Эти изменения могут касаться как содержания задаваемых вопросов (например, если мы интересуемся разочарованием широкой публики в правящей элите, то сегодняшние критерии этого разочарования будут отличаться от критериев 20-летней давности); так и методов получения информации (например, очный опрос мог уступить место телефонному).

Поэтому построение математической модели является важным инструментом анализа ситуации, направленного на решение вопроса о том, могут ли медленные долгосрочные изменения параметров привести к резкому, взрывообразному изменению решения. Подчеркнем: в таких случаях бесплодным было бы построение нескольких отдельных моделей: одна для малого масштаба времени, другая – для большего. Имея в виду указанную цель анализа, необходимо иметь одну модель, описывающую логику взаимодействия разномасштабных процессов.

С математической точки зрения, разномасштабность обычно выражается наличием одного или нескольких малых параметров. Это свойство, как раз, и влечет за собой тот специфический характер динамики, о котором сказано выше. Именно решение системы уравнений модели практически не изменяется в течение долгого интервала времени, по прошествии которого происходит его скоротечное быстрое изменение. Соответственно, при численном расчете решения возникает иллюзия выхода на стационарное решение. Поскольку модели обычно имеют вид систем дифференциальных уравнений при $t > 0$, то мнимый выход на стационарное решение воспринимается (алгоритмом или самим исследователем) как сигнал к окончанию расчета. В этом случае окончательный вывод анализа модели оказывается ошибочным. Поэтому резко возрастает роль качественного исследования модели перед планированием численного эксперимента.

Вопрос об определении окончания расчета на основании качественных представлений о характере решения и является предметом настоящей работы. Этот вопрос рассматривается на материале конкретной модели выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме [3−5].

2. Описание проблемы

Модель выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме построена в работе [3] на основе нейрологической схемы Рашевского [6, 7]. Модель описывает динамику информационного противоборства, акцентируясь на принятии индивидами решений о том, какую из двух противоборствующих партий поддержать. Одним из важнейших факторов этого решения является так называемая установка индивида φ, т.е. его предрасположенность к поддержке той иной партии. Распределение членов общества по установке описывается функцией $N(\varphi)$. В частности, двугорбая функция $N(\varphi)$ описывает поляризованное общество, состоящее из двух радикализированных друг относительно друга частей, со слабым или отсутствующим «центром» между ними.

Модель имеет вид интегро-дифференциального уравнения:

$$\frac{d\psi}{dt} = A\alpha\left[C\left(2\int_{-\psi(t)}^{\infty} N(\varphi)d\varphi - N_0\right) + b_1 - b_2\right] - a\psi \qquad (1)$$

с начальным условием, задаваемым в виде

$$X(0) = \int_{-\psi(0)}^{\infty} N(\varphi)d\varphi\,. \qquad (2)$$

Полное описание модели и содержательный смысл всех параметров модели см. в [3, 7].

На основе этой модели в работах [4,5] изучался вопрос о влиянии поляризации на исход информационного противоборства. Для этого рассматривалось распределение $N(\varphi)$, имеющее следующий вид:

$$N(\varphi) = \begin{cases} 0, & \varphi < -d - h; \\ \dfrac{N_0}{4h}, & -d - h \le \varphi \le -d + h; \\ 0, & -d + h < \varphi < d - h; \\ \dfrac{N_0}{4h}, & d - h \le \varphi \le d + h; \\ 0, & \varphi > d + h. \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь $d > h > 0$. Параметр d является мерой поляризованности общества: чем больше его значение, тем больше расстояние (по шкале установок) между двумя частями общества.

В указанных работах исследовался, в частности, случай, когда параметр d является не постоянным и представляется функцией

$$d(t) = d_0 + \varepsilon t\,, \qquad (4)$$

где $\varepsilon \ll 1$. Содержательно это имеет смысл медленного, но продолжительного (в течение периода времени, имеющего порядок ε^{-1}) нарастания поляризации.

Решение системы (1)–(4) представлено на рис. 1. При $t > 3$ функция $\psi(t)$ практически не меняется, из чего можно сделать ошибочный вывод, что система пришла к стационарному состоянию.

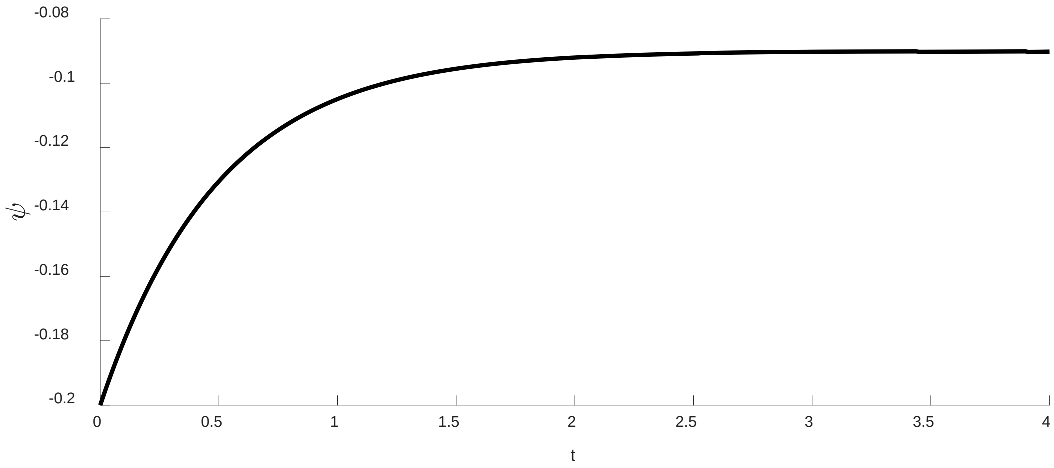

Рис. 1. График функции $\psi(t)$, расчёт проводился до момента $t=4$

Однако при увеличении времени расчёта выясняется, что решение имеет следующий вид (рис. 2).

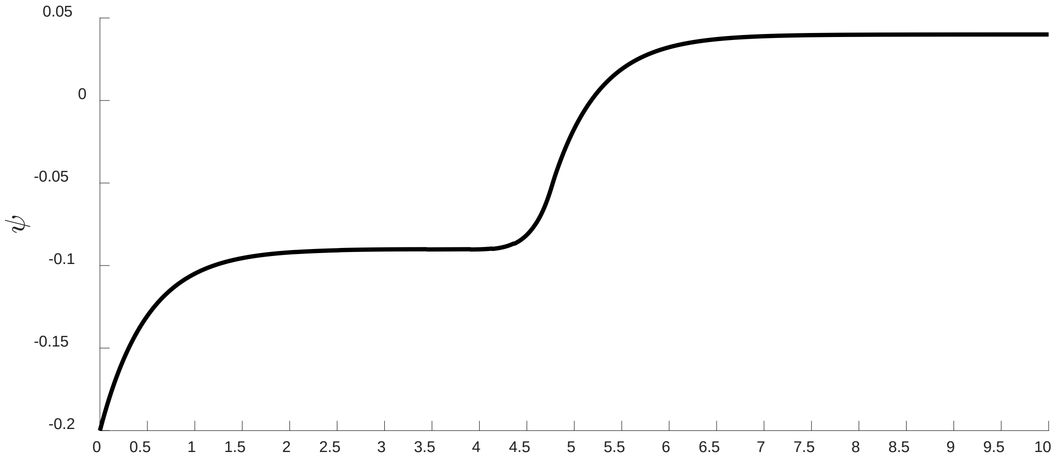

Рисунок 2. График функции $\psi(t)$, расчёт проводился до момента $t=10$

Проблема состоит в том, что без понимания качественной структуры решения расчет был бы остановлен еще до того, как решение претерпевает скачок, описываемый внутренним переходным слоем.

3. Основная идея предлагаемого подхода

Было принято решение останавливать расчет в соответствии с теоретическими представлениями о том, как должно выглядеть решение.

Часть этих теоретические представления сформирована на основе теоремы А.Н. Тихонова о решении сингулярно возмущенной системы [8]. При этом изучаемая модель не относится к классу тихоновских систем, в связи с чем теорема не может быть к ней применена в строгом смысле слова, а лишь позволяет получить ориентир для качественного понимания свойств решения.

Строго говоря, эти свойства имеют место лишь при достаточно малых значениях ε. Методы, позволяющие определить, является ли конкретное значение малого параметра "достаточно малым", для задач рассматриваемых типов отсутствуют. Поэтому в ходе вычислительных экспериментов контролируется близость численного и асимптотического решения (если они недостаточно близки, то необходимо провести расчет с "еще более маленьким" значением параметра). В качестве удобного инструмента осуществления такого контроля нами разработан графический интерфейс пользователя (англ. graphical user interface (GUI)), визуально отображающий, в частности, графики асимптотического и численного решения.

Другие теоретические представления основаны на сопоставлении полученных результатов с результатами, полученными при анализе других, но похожих моделей.

3. Методика определения момента окончания расчёта

Для модели (1)−(4) в работах [4, 5] было получено асимптотическое решение с помощью метода малого параметра. Решение имело вид контрастной структуры (см., напр., [9, 10]. Асимптотика решения имела следующий вид:

$$\psi(\theta,\varepsilon)=\psi_0(\theta)+\Pi_0\left(\frac{\theta}{\varepsilon}\right)+\Omega_0\left(\frac{\theta-\theta_0}{\varepsilon}\right)+\varepsilon\left[\psi_1(\theta)+\Pi_1\left(\frac{\theta}{\varepsilon}\right)+\Omega_1\left(\frac{\theta-\theta_0}{\varepsilon}\right)\right]+\ldots \qquad (5)$$

Здесь θ_0 – точка локализации контрастной структуры, $\Pi_i(\theta/\varepsilon)$ и $\Omega_i((\theta-\theta_0)/\varepsilon)$ – функции, описывающие, соответственно, пограничный слой в окрестности точки $\theta=0$ и переходный слой в окрестности точки $\theta=\theta_0$, $\psi_i(\theta)$ – регулярные члены асимптотики ($i=0,1,2,\ldots$).

Было найдено нулевое приближение, решение имело следующий вид:

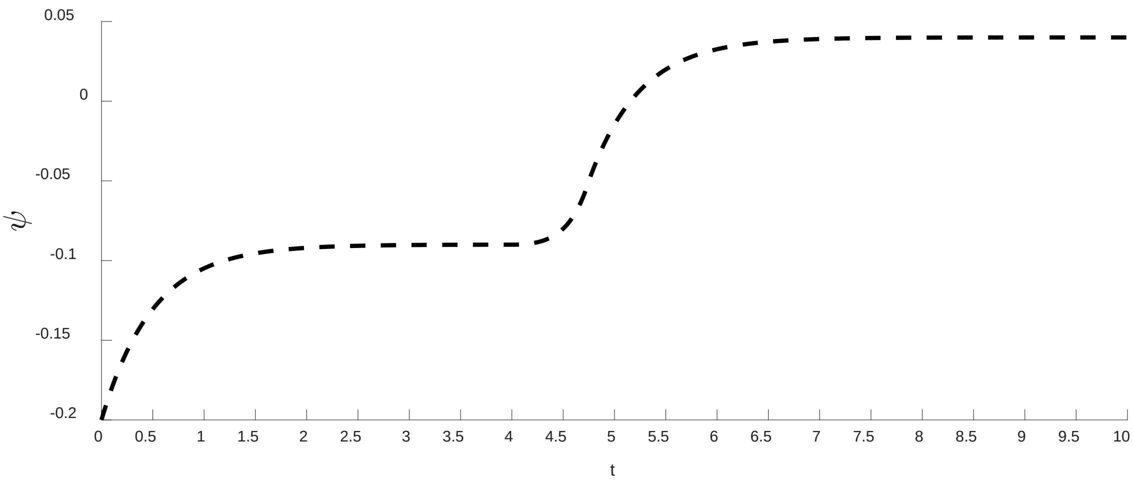

Рис. 3. Нулевое приближение функции $\psi(t)$

Так как, по крайней мере, для $\varepsilon \ll 1$ нулевое приближение должно быть близким к точному решению, нами был сделан вывод о том, что необходимо увеличить время расчёта.

Другим сигналом к тому, что при $t=4$ система ещё не пришла к равновесному состоянию, может служить серия экспериментов с постоянной поляризацией. На рис. 4 приведена иллюстрация зависимости исхода информационной борьбы от начального условия и степени поляризации. В рассмотренном примере начальные условия функции $\psi(t)$ и поляризации соответствуют изначальному лидерству второй партии. Видно, что если поляризация была бы больше, то исходом информационного противоборства была бы ничья.

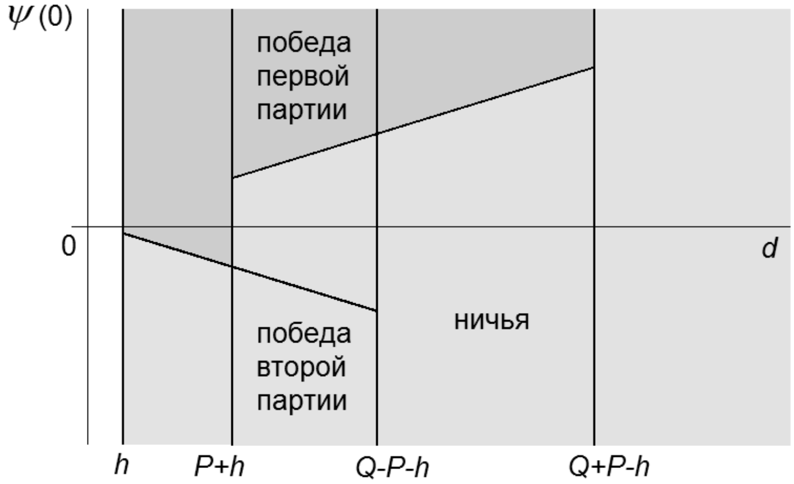

Рисунок 4. Зависимость исхода информационного противоборства от начальных условий и уровня поляризации

С содержательной точки зрения процесс на большом масштабе времени состоит в том, что в течение длительного периода в обществе увеличивается поляризация (по формуле (4)), но она остается недостаточной для того, чтобы это отразилось на ходе информационного противоборства. Возникает иллюзия стационарного решения. Когда же, наконец, поляризация достигает критического значения, то происходит довольно резкое изменение в ходе противоборства.

Заключение

Работа посвящена разработке методики определения момента окончания расчёта при решении различных задач математического моделирования численными методами в случае, когда система уравнений модели формально задана при всех $t>0$. В частности, в качестве примеров задач рассматривается случай математического моделирования медленно поляризующегося социума. Критерии основаны на теоретических представлениях о стационарном положении системы, а также на сравнении полученного результата с асимптотическими разложениями решений и их свойствами, изученными с помощью методов малого параметра.

Литература

1. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Наука, - 1997.
2. *Михайлов А.П., Петров А.П.* Поведенческие гипотезы и математическое моделирование в гуманитарных науках // Математическое моделирование, - 2011. - Т.23 . - №6. - С. 18−32.
3. *Петров А.П., Маслов А.И., Цаплин Н.А.* Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме // Математическое моделирование, - 2015. - Т. 27. - №12. - С.137−148.
Англ перевод*: Petrov A.P., Maslov A.I., Tsaplin N.A.* Modeling Position Selection by Individuals during Information Warfare in Society // Mathematical Models and Computer Simulations. - 2016. - V.8. - №4. - P. 401–408, doi:10.1134/S2070048216040141.
http://link.springer.com/article/10.1134/S2070048216040141
4. *Прончева О.Г.* О влиянии степени поляризации общества на исход информационного противоборства // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, - 2016. - № 75. - С. 1–29.
5 *Mikhailov A.P., Petrov A.P., Proncheva O.G.* Modeling the effect of political polarization on the outcome of propaganda battle // Computational mathematics and information technologies. - 2017. - №1. - P. 65–81.
6. *Rashevsky N.* Outline of a Physico-mathematical Theory of Excitation and Inhibition // Protoplasma, - 1933.
7. *Рашевский Н.* Две модели: подражательное поведение и распределение статуса // Математические методы в современной буржуазной социологии. Сборник статей. Под ред. Г.В. Осипова. М.: Прогресс. - 1966. - С. 175−197.
8. *Михайлов А.П.* Математическое моделирование власти в иерархических структурах // Математическое моделирование, - 1994. - Т.6. - №6. - С. 108−138.
9. *Тихонов А.* О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра // Матем. сб., - 1948. - Т. 22. - №64:2. - С. 193–204.
10. *Васильева А.Б., Петров А.П., Плотников А.А.* К теории контрастных структур переменного типа. // Журнал вычислительной математики и математической физики. - 1998. - Т.38. - №9. - С.1534−1543.
англ. пер.: Vasil'eva A.B., Petrov A.P., Plotnikov A.A. On the theory of alternating contrast structures. // Computational Mathematics and Mathematical Physics. - 1998. - V. 38 (9). - P.1471−1480.
11. *Vasil’eva A., Nikitin A., Petrov A.* Stability of contrasting solutions of nonlinear hydromagnetic dynamo equations and magnetic fields reversals in galaxies // Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics. - 1994. - V.78. - P.261−279.