

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
СТАТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА,
НАХОДЯЩЕЙСЯ ПОД ПОСТОЯННЫМ ДАВЛЕНИЕМ ЖИДКОСТИ,
С ПРИРОДНЫМ РАЗЛОМОМ**

© 2018 г. *А.В. Акулич¹, А.В. Звягин², Д.А. Пестов^{1,2},
В.В. Тюренкова^{1,2}, Ли Кай Жуй²*

¹ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, disser_2010@mail.ru

²МГУ имени М.В.Ломоносова

Работы, выполненные в МГУ имени М.В.Ломоносова, были поддержаны грантом РФФИ №16-29-15076.

Строится численная модель взаимодействия статической трещины гидроразрыва, находящейся под постоянным давлением жидкости, с природным разломом. Модель описывает механизмы раскрытия и закрытия разлома и его скольжения с трением. Также проводится параметрическое исследование возможности повторного возникновения трещины гидроразрыва на разломе и определяется точка этого возникновения. Впервые дается не только качественная, но и количественная оценка возможности и места повторного возникновения трещины. Проводится сравнение полученных результатов с результатами полной гидроупругой модели, включающей в себя квазистатическое распространение трещины гидроразрыва и течение жидкости в ней. Сравнение показывает пригодность построенной статической модели для реального предсказания повторного возникновения трещины на разломе.

Ключевые слова: трещина гидроразрыва, моделирование взаимодействия трещин.

**INTERACTION OF STATIC HYDRAULIC FRACTURE
UNDER CONSTANT FLUID PRESSURE WITH NATURAL FRACTURE**

A.V. Akulich¹, A.V. Zvyagin¹, D.A. Pestov^{1,2}, V.V. Tyurenkova^{1,2}, Li Kairui²

¹Federal Scientific Center Scientific-Investigative Institute of System Investigations of Russian Academy of Science

²Lomonosov Moscow State University

In this article, the mathematical model of static hydraulic fracture under constant fluid pressure interaction with natural fracture is created. The model describes mechanisms natural fracture opening and closing and its frictional sliding. Also, the parametric study of the secondary hydraulic fracture initiation at the natural fracture is performed, and the point of this re-initiation is found. For the first time not only qualitative, but also quantitative evaluation of possibility and point of the fracture re-initiation is done. The com-

parison of obtained results with the results of fully coupled model, including quasi-static fracture propagation and fluid flow inside it is performed. This comparison shown that the created static model is really applicable to the prediction of hydraulic fracture re-initiation at the natural fracture.

Key words: fissure fracture, simulation of interaction of cracks.

1. Введение

Наиболее широко распространенной технологией интенсификации нефтеотдачи в слабопроницаемых коллекторах является применение гидравлического разрыва пласта в окрестности добывающих скважин. При этом следует отметить, что интенсификация нефтеотдачи не означает увеличения общего коэффициента извлечения нефти (КИН) для данного месторождения, но означает сокращение сроков разработки месторождения [1,2]. Предсказательное моделирование процессов создания трещин гидравлического и газового разрыва и последующего введения их в эксплуатацию является основным инструментом при планировании разработки участка нефтедобычи. Рост трещины гидроразрыва – сложный процесс с множеством параметров и эффектов, представляющий собой совокупность нескольких задач. Обычно предполагается, что трещина растет перпендикулярно направлению минимального сжимающего напряжения, однако такое предположение оправдано только для однородных резервуаров [1]. В настоящее время разработаны физические и математические модели распространения трещины гидроразрыва в упругой пористой среде. Разработаны критерии разрушения [1,2]. Разработан симулятор моделирования вертикального ГРП, распространяющегося от вертикального ствола скважины. Вычислительное моделирование продвижения трещины гидроразрыва основано на модели накопления повреждений в упруго-вязко-пластической пористой среде с учетом ее неоднородности. Задача решалась численно на лагранжевой сетке, движущейся и деформирующейся вместе с материалом, конечно-разностным методом типа Уилкинса [1-3]. Произведено моделирование фильтрации жидкости гидроразрыва в трещине с учетом потерь через проницаемые стенки в пласт. Построена модель роста трещины гидроразрыва с учетом утечки жидкости гидроразрыва в породу, проведено сравнение поведения трещины в зависимости от различных параметров, в частности выявлены немонотонные зависимости длины трещины от вязкости закачиваемой жидкости, а также от скорости закачки [4,5]. Определена скорость роста трещины во времени в зависимости от заданного давления или расхода жидкости гидроразрыва, ее свойств, проницаемости и пористости коллектора, поля внутренних напряжений [5].

Трещина может отклоняться или даже останавливаться вследствие взаимодействия с другими поверхностями (полости и разломы). Проблема взаимодействия трещин очень сложна и содержит много параметров, полное исследование их влияния на поведение трещины к настоящему времени еще не сделано. Прежде чем решать задачу о взаимодействии с системой трещин, важно понять влияние *одного* естественного разлома на распространение трещины гидроразрыва. Для правильного предсказания поведения трещины в неоднородной среде требуется не только качественное понимание влияния различных параметров, но и количественная оценка результатов взаимодействия трещины гидроразрыва с природным разломом.

2. Постановка задачи

Рассматривается трещина гидроразрыва, находящаяся под постоянным давлением P в бесконечной непроницаемой упругой среде в рамках плоской двумерной постановки. Задача решается в предположении плоской деформации. Правый край трещины перемещается квазистатически (путем задания неподвижных трещин разной длины) в направлении прямолинейного и бесконечного заранее существующего природного разлома, наклоненного под углом β к приближающейся трещине гидроразрыва (рис.1). Под влиянием поля напряжений, создаваемого трещиной гидроразрыва, берега разлома могут раскрываться (отрезок АВ, там имеются нормальные разрывы смещения D_n) и скользить друг относительно друга (отрезки СА и ВD, там имеются касательные разрывы смещения D_s). Изначально разлом находится в закрытом и несдвинутом состоянии под воздействием заданных сжимающих напряжений на бесконечности σ_1 и σ_3 . Если выбрать ось Ox так, чтобы она совпадала с направлением распространения трещины гидроразрыва, а начало координат взять в точке пересечения трещин, тогда левый край трещины гидроразрыва всегда будет иметь координату $x = -L_{HF}$, а правый край будет находиться на некотором расстоянии ρ от разлома, т.е. иметь координату $x = -\rho$ (рис.1). В этом случае L_{HF} будет полной длиной трещины гидроразрыва, когда она достигнет разлома.

Вводятся три типа граничных элементов: *неактивные* (нет разрывов смещений; отрезки ЕС и DF), *скользящие* (есть D_s и нет D_n ; отрезки СА и ВD) и *открытые* (есть D_n ; отрезок АВ). Поведение разлома под воздействием поля напряжений, создаваемого трещиной гидроразрыва, описывается законом сухого трения Мора-Кулона. Если на каком-то граничном элементе выполнены условия $|\tau| < \gamma \cdot |\sigma_n|$, $\sigma_n < 0$, где τ – касательное (сдвиговое напряжение), σ_n – нормальное напряжение, γ – коэффициент трения, то такой

элемент является неактивным. Если на некотором граничном элементе выполняются условия $|\tau| \geq \gamma \cdot |\sigma_n|$, $\sigma_n < 0$, то этот элемент переходит в категорию скользящих и на нем ставится условие: $\tau = -\gamma \sigma_n \cdot \text{sgn}(\tau)$. Если на некотором элементе выполняется условие $\sigma_n > 0$ – элемент переходит в категорию открытых и на нем ставятся условия: $\sigma_n = 0$, $\tau = 0$.

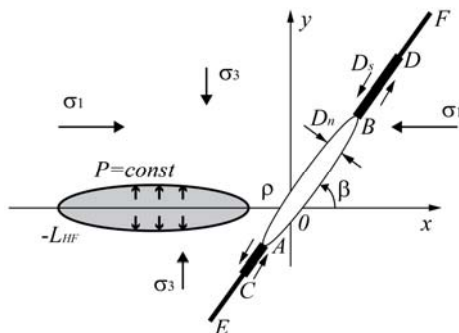


Рис.1. Трещина гидроразрыва под постоянным давлением взаимодействует с природным разломом.

3. Метод построения решения

Данная задача решалась методом разрывных смещений. Следует отметить, что линейный метод разрывных смещений, описанный в [6], пригоден только для открытых трещин. Этот метод может давать отрицательные раскрытия трещин («перехлест берегов»), что возможно с математической точки зрения, но невозможно с физической. Уравнения линейного метода разрывных смещений неверны для закрытых элементов. Поэтому метод был модифицирован с тем, чтобы исключить перехлест берегов трещины и включить в модель механизм трения: в случае получения отрицательного раскрытия $D_n < 0$ присваивается $D_n = 0$, а для учета механизма трения используется закон Мора-Кулона, описанный выше. Возникающая задача требует итерационного решения. Метод, использованный в данной задаче, был разработан на основании алгоритмов, изложенных в [7–9], и использовался в [10]. Численная схема решения задачи показана на рис.2.

На каждом итерационном шаге происходит перегруппировка элементов в соответствии с законом трения Мора-Кулона, описанным выше; затем применяется линейный метод разрывных смещений только для нетривиальных разрывов смещений; затем вычисляется ошибка и сравнивается с заданной точностью, если критерий сходимости выполнен – производится выход из программы, в противном случае запускается следующая итерация.



Рис.2. Блок-схема программы расчета взаимодействия неподвижной трещины гидроразрыва с природным разломом.

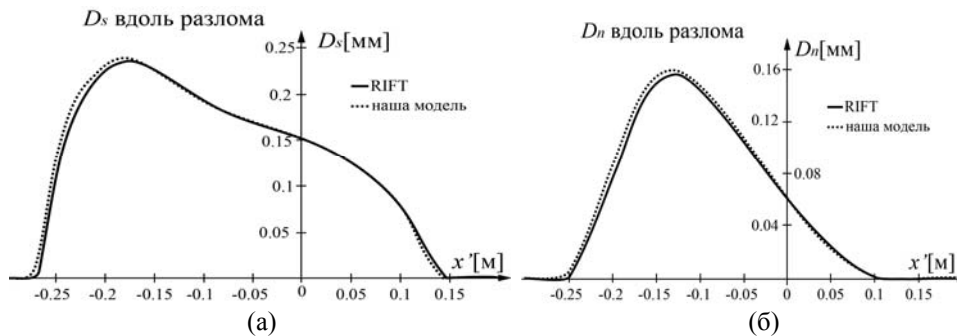


Рис.3. Профили касательных и нормальных разрывов смещений вдоль разлома для нашей модели и для модели RIFT. Координата x' направлена вдоль разлома, начало координат – в точке пересечения трещин.

4. Результаты расчетов и их анализ

4.1. Тестирование модели. Было проведено сравнение результатов расчетов с другим численным симулятором RIFT [11]. Расчеты были проведены для следующих параметров: расстояние между трещинами $\rho=0.2$ м, длина трещины 6 м, угол наклона разлома $\beta = 30^\circ$, коэффициент трения $\gamma = 5.6$, избыточное давление в трещине $P = 0.65$ МПа, напряжения на бесконечности $\sigma_1 = -2$ МПа, $\sigma_3 = -1$ МПа, модуль сдвига $G = 1$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$. Результаты тестирования представлены на рис.3. На рис.3а представлены профили касательных разрывов смещения (скольжений) вдоль разлома, на рис.3б – профили нормальных разрывов смещений (раскрытий) для нашей модели и для модели RIFT. Можно видеть, что результаты показывают хорошее согласование. Незначительное расхождение может быть объяснено тем, что модель RIFT использует квадратичную аппроксимацию для граничных элементов на разломе, что дает более точные результаты. Результаты тестирования показывают, что построенная модель и написан-

ная на ее основе программа действительно пригодна для моделирования взаимодействия неподвижной трещины гидроразрыва с природным разломом.

4.2. Приближение трещины к разлому. Приближение моделировалось путем последовательных запусков программы для разных расстояний между краем трещины и разломом без учета «истории скольжения» (т.е. начальные касательные разрывы смещений при каждом запуске брались равными нулю, а не значениям, полученным при предыдущем запуске).

Были введены следующие безразмерные величины:

$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / \sigma_m$, $\bar{\sigma}_{ij}^{(\infty)} = \sigma_{ij}^{(\infty)} / \sigma_m$ – безразмерные напряжения, где $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2$;

$\bar{x} = x / L$, $\bar{y} = y / L$ – безразмерные координаты;

$\Pi = P / \sigma_m$ – безразмерное избыточное давление в трещине гидроразрыва;

$\Delta = \sigma_d / \sigma_m$ – безразмерная разность напряжений на бесконечности (максимальное касательное напряжение на бесконечности), где $\sigma_d = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$.

Исследовались профили главных растягивающих напряжений вдоль разлома для разных расстояний ρ между трещиной гидроразрыва и разломом с целью определения возможности повторного возникновения трещины гидроразрыва на разломе и определения точки ее возникновения и первоначального направления распространения. В качестве критерия повторного возникновения трещины рассматривалось достижение максимальным главным напряжением критического значения (прочности на разрыв):

$$\bar{\sigma}_{\max} > T_0 / \sigma_m.$$

Результаты расчетов показаны на рис.4. На рисунке изображены профили главных растягивающих напряжений для разных расстояний ρ между трещиной гидроразрыва и разломом для следующих параметров: коэффициент трения $\gamma = 0.5$, безразмерное максимальное сдвиговое напряжение на бесконечности $\Delta = 0.1$, угол наклона разлома $\beta = 40^\circ$.

Было обнаружено, что пик $\bar{\sigma}_{\max}$ всегда совпадает с концом открытой зоны разлома, а его направление параллельно разлому, т.е. возникновения вторичной трещины следует ожидать именно в этой точке, и изначальное направление ее распространения будет перпендикулярно разлому. Также было выяснено, что максимальный пик растягивающего напряжения имеет место в случае, когда трещина касается разлома ($\rho = 0$) (рис.4), поэтому в дальнейшем этот случай будет исследоваться более подробно; именно в этом случае наиболее вероятно повторное возникновение трещины гидроразрыва на разломе (рис.5). На рис.4 для $\rho = 0$ также имеет место пик в точке контак-

та трещины с разломом ($x'=0$), который является численной особенностью, вызванной резким перепадом давления в точке контакта, и не имеет физического смысла.

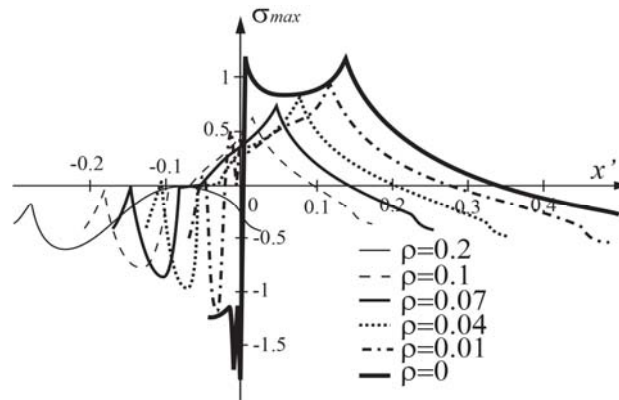


Рис.4. Профили главных растягивающих напряжений вдоль разлома для разных расстояний ρ между трещиной и разломом, $\gamma = 0.5$, $\Delta = 0.1$, $\beta = 40^\circ$.

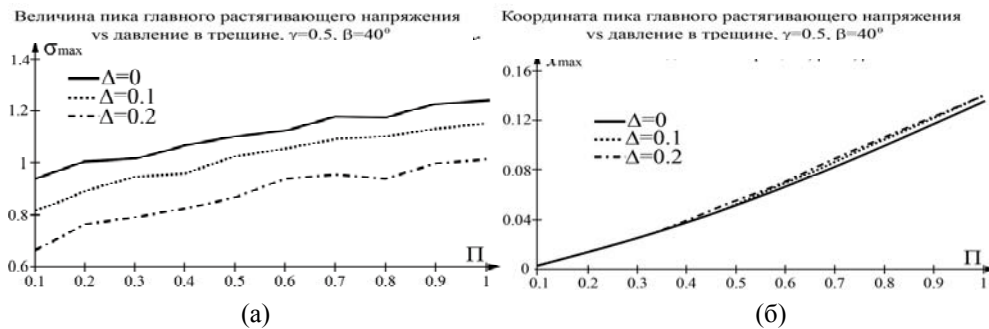


Рис.5. Величины (а) и координаты (б) пиков главного растягивающего напряжения в зависимости от безразмерного давления в трещине гидроразрыва для $\gamma = 0.5$, $\beta = 40^\circ$ и разных Δ .

4.3. Столкновение трещины с разломом. Было проведено параметрическое исследование величины и координаты пика главных растягивающих напряжений вдоль разлома для случая $\rho = 0$. Варьировалось безразмерное избыточное давление в трещине гидроразрыва Π , безразмерное максимальное касательное напряжение на бесконечности Δ и угол наклона разлома β . Коэффициент трения на разломе для всех случаев $\gamma = 0.5$.

4.3.1. Влияние давления в трещине. Результаты расчетов показаны на рис.5 для угла наклона разлома $\beta = 40^\circ$ и трех различных значений безразмерного максимального касательного напряжения на бесконечности $\Delta = 0, 0.1$ и 0.2 ; значения Π варьировались от 0.1 до 1 . Как было выяснено выше,

пик максимального растягивающего напряжения всегда находится на конце открытой зоны разлома, поэтому координата x_{\max} , отсчитываемая вдоль разлома от точки пересечения трещин, соответствует этой точке (рис.6). Можно видеть, что с ростом Π как координата пика, так и его величина растут, поскольку поле напряжений пропорционально давлению. При этом величина пика растет медленнее координаты, поскольку растет расстояние от трещины. Сами профили напряжений вдоль разлома для всех случаев имеют вид, аналогичный графику на рис.4 для случая $\rho = 0$.

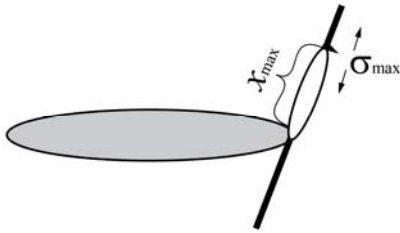


Рис.6. Повторное возникновение трещины гидроразрыва на конце открытой зоны разлома.

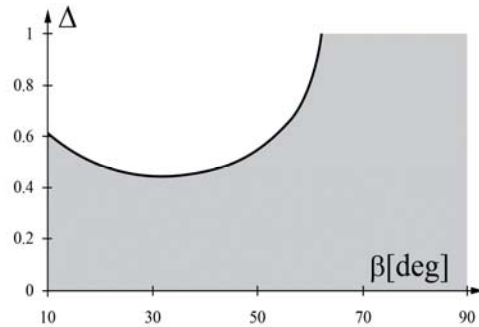


Рис.7. Область допустимых значений максимального касательного напряжения на бесконечности для различных углов наклона разлома β при коэффициенте трения $\gamma=0.5$.

4.3.2. Влияние максимального касательного напряжения на бесконечности. Расчеты были проведены для $\Pi = 1$ и для значений угла наклона разлома $\beta = 10^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ и 90° . Следует заметить, что значение Δ не может быть любым: разлом не должен начать скользить сам по себе под воздействием одних лишь напряжений на бесконечности. Для этого должно быть выполнено условие, приведенное выше в описании закона трения Мора-Кулона: $|\tau^\infty| < \gamma |\sigma_n^\infty|$. Подставляя сюда значения, выраженные через β и Δ , находим кривую предельно допустимых значений максимального касательного напряжений на бесконечности: $\Delta = \gamma / (\sin 2\beta + \gamma \cos 2\beta)$. Допустимые значения Δ для коэффициента трения на разломе $\gamma = 0.5$ и для различных углов наклона β изображены на рис.7 (серая область).

Результаты расчетов показаны на рис.8. Можно видеть, что для маленьких β с ростом Δ пик максимального растягивающего напряжения находится дальше от точки контакта трещин вследствие роста открытой зоны разлома, а для больших β координата пика уменьшается из-за уменьшения открытой зоны; тенденция меняется при $\beta = 45^\circ$, т.к. длину открытой зоны определяет главным образом нормальное напряжение $\bar{\sigma}_n^{(\infty)} = 1 - \Delta \cos 2\beta$. Величины пиков уменьшаются для $\beta < 45^\circ$ и увеличиваются для $\beta > 45^\circ$.

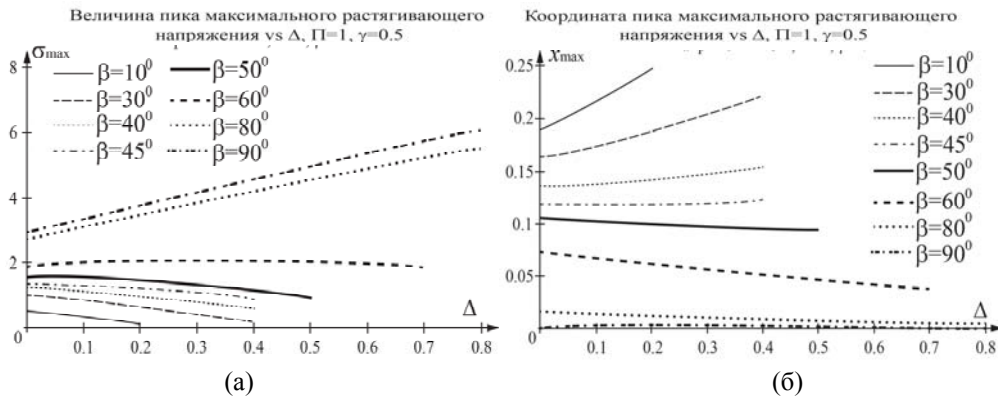


Рис.8. Величины (а) и координаты (б) пиков главного растягивающего напряжения в зависимости от безразмерного давления в трещине гидроразрыва для $\gamma=0.5$, $\Pi=1$ и разных углов наклона разлома β .

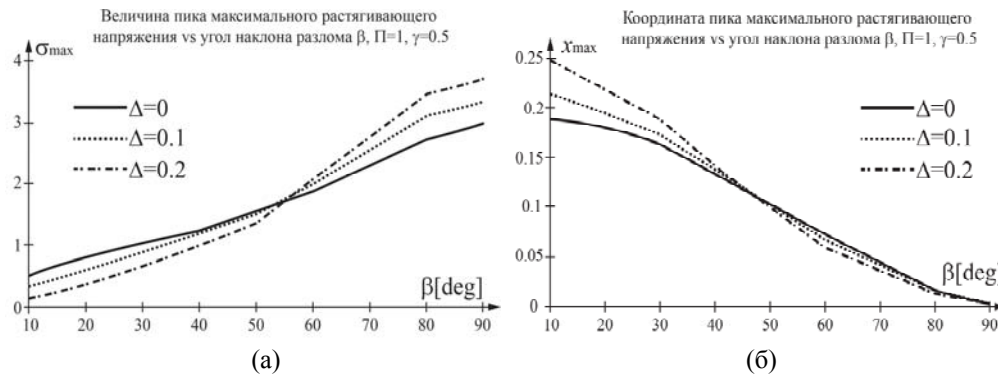


Рис.9. Величины (а) и координаты (б) пиков главного растягивающего напряжения в зависимости от угла наклона разлома для $\gamma = 0.5$, $\Pi = 1$ и значений касательного напряжения на бесконечности Δ .

4.3.3. Влияние угла наклона разлома. Расчеты были проведены для $\Pi=1$ и для трех разных значений $\Delta = 0, 0.1$ и 0.2 ; величина угла наклона β менялась от 10° до 90° . Результаты расчетов показаны на рис.9. Можно видеть, что с ростом β уменьшается длина открытой зоны разлома, следовательно, уменьшается координата пика максимального растягивающего напряжения и увеличивается его величина; как и в предыдущем случае, для маленьких углов с увеличением Δ растет координата и уменьшается величина пика, а для больших углов наоборот; тенденция меняется около 45° .

4.4. Затекание жидкости гидроразрыва в разлом. Затекание жидкости в разлом моделируется путем задания постоянного давления на отрезках разлома b_0 разной длины (без описания течения вязкой жидкости) (рис.10).

Исследовались также координаты и пики максимального (главного) растягивающего напряжения с целью определения возможности и точки повторного возникновения трещины гидроразрыва.

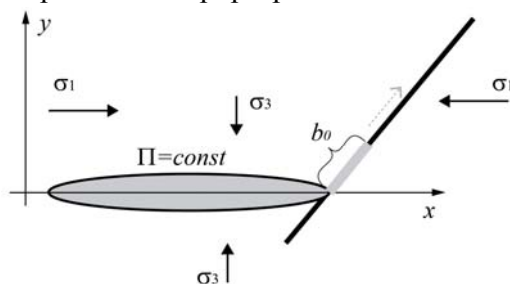


Рис.10. Моделирование затекания жидкости гидроразрыва в разлом.

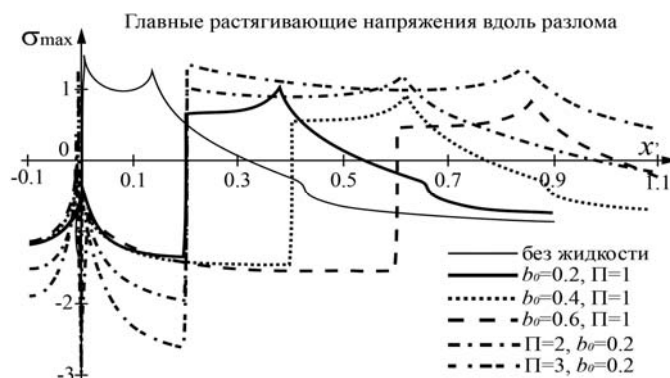


Рис.11. Профили главных растягивающих напряжений вдоль разлома для разных длин зоны проникновения жидкости в разлом и для разных значений давления жидкости в трещине гидроразрыва.

В качестве параметров исследования брались параметры «закачки», т.е. шаг увеличения давления $d\Pi$ и шаг увеличения заполненной жидкостью зоны разлома db_0 . Рассматривался случай симметричных напряжений на бесконечности ($\Delta=0$) и угла наклона разлома $\beta=40^\circ$. Результаты расчетов показаны на рис.11,12. На рис.11 показаны профили главных растягивающих напряжений вдоль разлома для разных длин зоны проникновения жидкости в разлом и для разных значений давления жидкости в трещине гидроразрыва. Сингулярный пик в точке пересечения трещин уменьшается вследствие закачки жидкости в разлом; с ростом b_0 при постоянном Π правый пик уменьшается и сдвигается дальше от начала координат; с ростом Π при постоянном b_0 пик одновременно сдвигается дальше от начала координат и увеличивается.

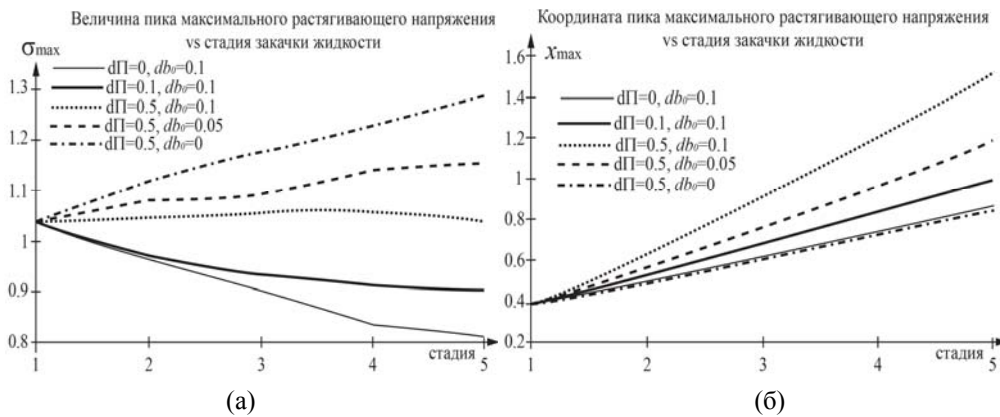


Рис.12. Величина (а) и координата (б) пика максимального растягивающего напряжения для различных «стадий закачки» жидкости в разлом. $d\Pi$ – шаг увеличения давления, db_0 – шаг увеличения длины зоны проникновения жидкости в разлом.

На рис.12 изображены величина и координата пика максимального растягивающего напряжения для различных «стадий закачки» жидкости в разлом. Каждая «стадия закачки» характеризуется определенными значениями давления жидкости и длины зоны проникновения жидкости в разлом; каждой кривой на графиках соответствует определенный постоянный шаг увеличения этих параметров, переход на следующую стадию производится путем прибавления этого шага к значениям, которые были на предыдущей стадии. Как можно видеть на рис.12а, в случаях «быстрого проникновения» жидкости ($d\Pi/db_0 \leq 1$) пик напряжения убывает в процессе «закачки», а в случаях «медленного проникновения» ($d\Pi/db_0 > 1$) – возрастает. На практике медленное проникновение (соответствующее очень большой вязкости жидкости) имеет место редко, поэтому в большинстве случаев повторного возникновения трещины следует ожидать в момент контакта трещины гидроразрыва с разломом, когда жидкость еще не проникла в разлом. Максимальная координата пика растягивающего напряжения (рис.12б) имеет место при максимальном шаге по обоим параметрам, т.е. когда жидкость проникает в разлом максимально быстро и с максимальным ростом давления ($d\Pi = 0.5, db_0 = 0.1$), поскольку в этом случае длина открытой зоны разлома максимальна.

5. Сравнение полной гидроупругой и статической моделей

Для проверки достоверности результатов, полученных с помощью статической модели, было проведено сравнение ее результатов с результатами, полученными с помощью полностью объединенной гидроупругой модели

[12]. В качестве критерия соответствия использовалось равенство коэффициентов интенсивности напряжения на конце трещин. Использовались следующие параметры: напряжения на бесконечности $\sigma_1 = -10$ МПа, $\sigma_3 = -7$ МПа, угол наклона разлома $\beta = 40^\circ$, коэффициент трения на разломе $\gamma = 0.7$; для полной гидроупругой модели использовался объемный расход жидкости $Q = 0.002$ м²/с и величины трещиностойкостей $K_{Ic} = 0.1, 1, 3, 5$ и 8 МПа·м^{1/2}; для статической модели использовались постоянные значения давлений в трещине, дающие коэффициенты интенсивности напряжений, равные трещиностойкостям для гидроупругой модели: $p = 0.045, 0.45, 1.3, 2.1, 3.3$ МПа соответственно. На рис. 13 показаны профили избыточного давления вдоль

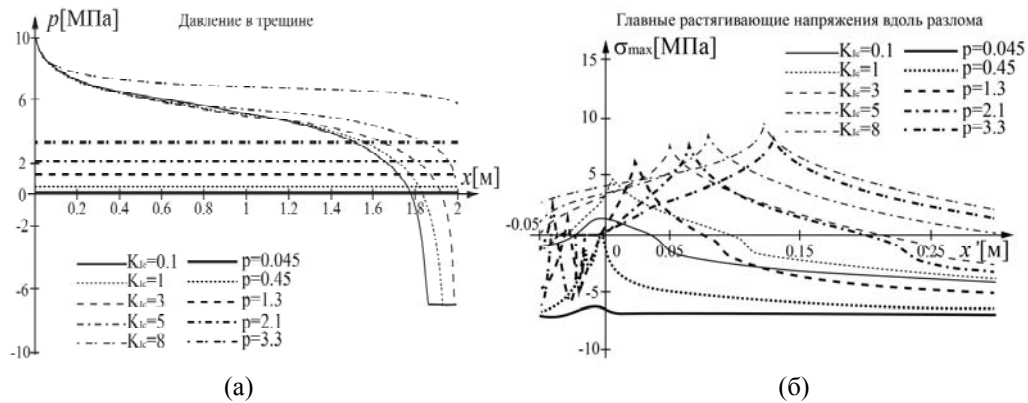


Рис.13. Профили давления жидкости в трещине гидроразрыва (а) и главных растягивающих напряжений вдоль разлома (б) для полностью объединенной гидроупругой и статической моделей.

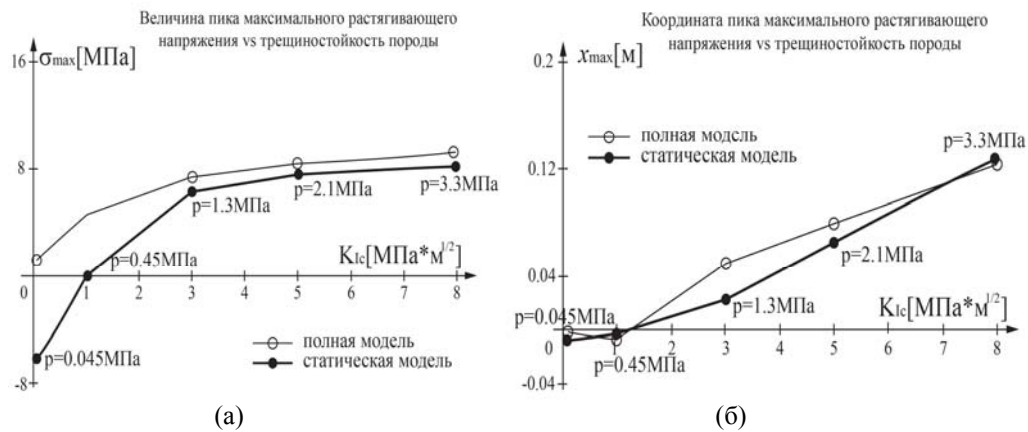


Рис.14. Зависимость величины (а) и координаты (б) пика максимального растягивающего напряжения от трещиностойкости породы для полностью объединенной гидроупругой и статической моделей.

трещины гидроразрыва и главных растягивающих напряжений вдоль разлома для полностью объединенной и для статической моделей в момент контакта трещины с разломом. На рис.14 показана зависимость величины (рис.14а) и координаты (рис.14б) пика максимального растягивающего напряжения от трещиностойкости породы для полностью объединенной гидроупругой и статической моделей в момент контакта; в отличие от предыдущих пунктов, все величины размерны. Можно видеть, что статическая модель с удовлетворительной точностью предсказывает величины и координаты пиков максимального растягивающего напряжения и, таким образом, действительно может быть использована для определения точки возможного повторного возникновения трещины.

6. Заключение

Построена статическая модель, позволяющая моделировать поведение природного разлома при приближении к нему трещины гидроразрыва: его раскрытия, закрытия и скольжения с трением. Модель позволяет моделировать затекание жидкости в разлом путем задания постоянного давления на его отрезках определенной длины, а также исследовать возможность повторного возникновения трещины на разломе и определять координаты вторичной трещины относительно точки контакта. Исследование вопроса о повторном возникновении трещины гидроразрыва на разломе впервые было проведено с помощью статической модели.

Путем сравнения с полностью объединенной гидроупругой моделью было показано, что построенная статическая модель с удовлетворительной точностью предсказывает величины и координаты пиков максимального растягивающего напряжения на природном разломе и, таким образом, действительно может быть использована для определения точки возможного повторного возникновения трещины. Преимущество построенной статической модели заключается в быстроте вычислений при удовлетворительной точности результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бетелин В.Б., Смирнов Н.Н.* О проблеме импортнезависимости в нефтегазовой отрасли. Вычислительное моделирование активных воздействий на нефтяные пласты. Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе. – Сургут: Сургутнефтегаз, 2017, с.8-45;
Betelin V.B., Smirnov N.N. O probleme importnezavisimosti v neftegazovoi otrasli. Vy-chislitelnoe modelirovanie aktivnykh vozdeistvii na neftianye plasty. Matematika i informatsionnye tekhnologii v neftegazovom komplekse. – Surgut: Surgutneftegaz, 2017, s.8-45.

2. *Смирнов Н.Н., Киселев А.Б., Никитин В.Ф., Звягин А.В., Смирнова М.Н., Тюренкова В.В.* Предсказательное моделирование процессов создания трещин гидравлического и газового разрыва и последующего введения их в эксплуатацию. Пути реализации нефтегазового потенциала Ханты-Мансийского автономного округа – Югры. Т.1.: Изд. центр СурГУ, 2017, 22 с.;
Smirnov N.N., Kiselev A.B., Nikitin V.F., Zviagin A.V., Smirnova M.N., Tiurenkova V.V. Predskazatelnoe modelirovanie protsessov sozdaniia treshchin gidravlicheskogo i gazovogo razryva i posleduiushchego vvedeniia ikh v ekspluatatsiiu. Puti realizatsii neftegazovogo potentsiala Khanty-Mansiiskogo avtonomnogo okruga.– Iugry T.1.: Izd. tsentr SurGU, 2017, 22 s.
3. *Smirnov N.N., Kisselev A.B., Nikitin V.F., Smirnova M.N., Tyurenkova V.V.* Underground Hydraulic Fracturing Technology Computer Simulations. Proc. / The IACGE International Symposium on Geotechnical and Earthquake Engineering (IACGE2016). Beijing, China, 2016, October 11-13, p.194-202.
4. *Пестов Д.А., Смирнов Н.Н., Акулич А.В., Тюренкова В.В.* Математическое моделирование задачи распространения трещины гидроразрыва // Вестник кибернетики, 2017, №1 (25), с.88-93.
Pestov D.A., Smirnov N.N., Akulich A.V., Tiurenkova V.V. Matematicheskoe modelirovanie zadachi rasprostraneniia treshchiny gidrorazryva // Vestnik kibernetiki, 2017, №1 (25), s.88-93.
5. *Акулич А.В., Смирнов Н.Н., Тюренкова В.В., Ланко А.В., Галкин В.А.* Математическое моделирование распространения трещины гидроразрыва. – Сургут: Издательский центр СурГУ, 2016, 123 с.;
Akulich A.V., Smirnov N.N., Tiurenkova V.V., Lapko A.V., Galkin V.A. Matematicheskoe modelirovanie rasprostraneniia treshchiny gidrorazryva. – Surgut: Izdatelskii tsentr SurGU, 2016, 123 s.
6. *Crouch S.L., Starfield A.M.* Boundary element methods in solid mechanics. – London-Boston: Allen & Unwin, 1983.
7. *Tuhkuri J.* Dual boundary element analysis of closed cracks // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1997, 40(16): 2995-3014.
8. *Phan A.V., Napier J.A.L., et al.* Symmetric-Galerkin BEM simulation of fracture with frictional contact // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2003, 57(6), p.835-851.
9. *Wang J. and Crouch S.L.* An iterative algorithm for modeling crack closure and sliding // Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(1), p.128-135.
10. *Chuprakov D.A., Akulich A.V., Siebrits E., Thiercelin M.* Hydraulic Fracture Propagation in a Naturally Fractured Reservoir – SPE 128715-PP.
11. *Napier J.A.L.* RIFT simulator. Personal communications, 2009.
12. *Акулич А.В., Звягин А.В.* Взаимодействие трещины гидроразрыва с естественной трещиной // Изв. РАН, МЖГ, 2008, №3, с.104-112.
Akulich A.V., Zvyuagin A.V. Vzaimodeistvie treshchiny gidrorazryva s estestvennoi treshchinoi – Izv. RAN MZhG. 2008. №3; 104-112.

Поступила в редакцию 23.10.17