

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

кандидата физико-математических наук Соколова Сергея Викторовича на диссертационную работу Тужилина Михаила Алексеевича на тему «Инварианты 3-мерных и 4-мерных особенностей интегрируемых гамильтоновых систем», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – «Геометрия и топология».

Диссертационная работа Тужилина М.А. посвящена топологическому анализу структуры слоений Лиувилля в окрестностях особых точек седлового типа. Хорошо известно, что исследования топологии слоений Лиувилля вполне интегрируемых гамильтоновых систем имеют широкий спектр применений, как в различных областях математики, так и в аналитической механике, поэтому тематика диссертационной работы является весьма актуальной.

Диссертация Тужилина М.А. состоит из введения, четырех глав основной части, приложения и заключения. Общий объем диссертации 94 страницы. Список литературы содержит 42 наименования.

Во **введении** сформулирована основная цель диссертационного исследования, приведены основные результаты и содержание, а также обсуждается место данных исследований в теории вполне интегрируемых гамильтоновых систем.

В **первой главе** приводятся основные определения и теоремы, используемые в дальнейшем тексте при изложении и доказательстве основных результатов данной диссертации. В частности, введены понятия интегрируемости по Лиувиллю, рассмотрены возможные типы отношений эквивалентности вполне интегрируемых гамильтоновых систем, а также определены различные инварианты интегрируемых гамильтоновых систем с одной, двумя и  $n$  степенями свободы.

Во **второй главе** описывается структура круговой молекулы особенности типа седло-седло, то есть особенности ранга 0 с двумя гиперболическими компонентами в случае систем с двумя степенями свободы. Далее в этой главе для 4-мерных особенностей типа почти прямого произведения классифицированы все допустимые 3-атомы, соответствующие компонентам произведения, для особенностей сложности два, а также найдена матрица склейки таких 3-атомов по граничным торам в случае циклической группы.

В разделе 2.3 второй главы предложен метод построения почти прямого произведения по круговой меченой молекуле (инварианту Фоменко-Цишанга) для четырех различных типов «симметричных» круговых молекул.

В **третьей главе** центральным вопросом является однозначность построения особенности типа почти прямого произведения по заданной меченой круговой молекуле. Известно, что в отличие от особенностей сложности 2, где лиувиллево неэквивалентные особенности имеют разные круговые молекулы, особенности большей сложности не обладают таким свойством. В разделе 3.1. рассмотрен пример Грабежного для особенности сложности 4 лиувиллево неэквивалентных особенностей с одинаковыми мечеными круговыми молекулами. Далее в третьей главе приведены две бесконечные серии пар различных особенностей с одинаковой круговой молекулой, в случае первой серии, и одинаковой меченой круговой молекулой во второй серии.

В **четвертой главе** исследуется вопрос об устойчивости (полулокальной) особенностей типа седло-седло. Оказывается, что в случае числа степеней свободы строго больше одной, существуют особенности типа седло-седло, обладающие свойством «нерасщепляемости», т.е. которые не представляются в виде особенностей сложности 1 при малых возмущениях гамильтониана. Более того, в диссертации исчерпывающе исследован вопрос о покомпонентной расщепляемости особенностей типа седло-седло сложности 2, а именно, доказано, что из 39 возможных особенностей такого типа 11

являются покомпонентно нерасщепляемыми, а оставшиеся 28 расщепляются на особенности сложности 1.

Укажем некоторые замечания по диссертационной работе

1. Утверждения 2.3.1.-2.3.3., содержащие один из основных результатов диссертации, выносимого на защиту, стоило бы озаглавить, как «Теорема 2.3.1.» и т.д.

2. Открытым остается вопрос о количестве нерасщепляемых особенностей сложности 2 при возмущениях общего вида.

3. В тексте диссертации имеется значительное количество орфографических и стилистических ошибок.

Необходимо отметить, что приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации, а носят скорее характер редакционных замечаний и указаний перспективных направлений дальнейших исследований.

Основные результаты диссертационной работы получены лично автором, являются новыми, строго доказаны и подробно изложены в четырех публикациях в рецензируемых научных журналах, две из которых индексируются в базах данных Scopus, и две в базах данных Scopus и Web of Science. Таким образом, публикации основных научных результатов удовлетворяют п. 2.3. «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», утвержденном ректором МГУ 28 марта 2018 года.

Автореферат соответствует диссертации, достаточно точно отражая все основные положения и полученные результаты.

Считаю, что диссертационная работа Тужилина Михаила Алексеевича соответствует критериям, определенным пп. 2.1 – 2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», а также оформлена согласно приложениям № 5, 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного

университета имени М.В. Ломоносова». По моему мнению, автор диссертации, Тужилин М.А., заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – «Геометрия и топология».

Доцент кафедры «Теоретическая механика»  
Московского физико-технического института  
кандидат физико-математических наук

С.В. Соколов

141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д.9

+7 (495) 408-71-63

E-mail: sokolov.sv@mipt.ru

Подпись и сведения заверяю

Ученый секретарь МФТИ

к.ф.-м.н.



Скалько Юрий Иванович