

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Зароднюк Алёны Владимировны

на тему: «Оптимизация управляемого спуска и обобщенные задачи

о брахистохроне»

по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика»

Диссертационная работа Зароднюк А.В. посвящена исследованию оптимальных управляемых движений твердого тела в сопротивляющейся среде. **Актуальность** и интерес данной области исследований определяется изобилием различных постановок задач, не только классических, таких как задача о брахистохроне, но и практических. Это задачи управления подводными, надводными, летающими объектами; задачи управляемого подъема реактивных аппаратов и управляемого спуска космических аппаратов в атмосфере Земли и других планет. Помимо практической значимости, изучение указанных задач приводит к постановке и изучению интересных проблем в общей теории оптимального управления.

Основной целью диссертационной работы является изучение оптимальных по дальности управляемых движений тяжелого твердого тела, в различных сопротивляющихся средах. Предполагается, что размеры тела невелики, вследствие чего движение вокруг центра масс тела не влияет на движение его центра масс. Движение происходит в вертикальной плоскости в однородном поле тяжести при наличии аэродинамических сил и иных сил вязкого и сухого трения, а также разгоняющей силы. Исследуются задачи максимизации горизонтальной координаты при фиксированном времени движения. Наряду с задачей максимизации горизонтальной дальности рассматривается задача быстрого действия, или модифицированная задача о брахистохроне. Это задача выбора в вертикальной плоскости траектории, соединяющей заданные начальную

точку и удаленную на конченное расстояние вертикальную прямую, причем время движения должно быть минимально. В данных задачах зависимость максимальной дальности от фиксированного времени движения имеет монотонный характер. Поэтому оптимальные дальность и время процесса являются взаимными, а оптимальные управления и траектории задачи на максимальную дальность, максимальное быстродействия совпадают. В качестве целей в диссертационной работе определяются следующие задачи: построение синтеза оптимального управления и краевой задачи, решение которой позволяет находить траектории, удовлетворяющие необходимым условиям оптимальности; исследование качественных свойств и доказательство единственности таких траекторий. Отметим, что все поставленные в диссертации задачи успешно решены. Полученные научные результаты являются **новыми, их достоверность и обоснованность** подтверждается тем, что они обсуждались на научных семинарах, докладывались на российских и международных конференциях и были опубликованы в научной печати.

Перейдем теперь к описанию диссертационной работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, включающего 91 наименование. Во введении дается подробный анализ истории и современного состояния рассматриваемой проблемной области.

В первой главе дается общая формальная постановка оптимальной задачи описываются параметры и выводятся уравнения движения системы. Решается задача максимизации горизонтальной дальности при отсутствии сил сухого трения. Сопротивление среды описывается управляемой аэродинамической подъемной силой и силой лобового сопротивления, имеющей общий характер. Задача оптимального управления оказывается вырожденной. Принцип максимума на оптимальных траекториях выполняется тривиальным образом. Указанная вырожденная задача, преобразуется в невырожденную задачу, для которой строится регулярный синтез оптимального управления, наличие которого является достаточным условием оптимальности. Проводится каче-

ственный анализ получившейся системы обыкновенных дифференциальных уравнений, т.е. качественный анализ оптимальных траекторий. Отдельно рассматривается случай степенной зависимости силы сопротивления среды от скорости движения. Оптимальная задача формулируется как обобщенная задача о брахистохроне и доказывается положительность реакции опорной кривой. Для линейного вязкого трения рассматривается задача с фиксированной конечной высотой движения.

Во второй главе рассматриваемая задача решается при наличии разгоняющей силы степенным образом, зависящей от скорости движения. Эта задача в некотором смысле обратна задаче с вязким трением. Применяется методика использовавшаяся в первой главе. Вырожденная оптимальная задача, заменяется невырожденной задачей, для которой строится регулярный синтез оптимального управления, наличие которого является достаточным условием оптимальности. Проводится качественный анализ получившейся системы обыкновенных дифференциальных уравнений, т.е. качественный анализ оптимальных траекторий. Отдельно рассматривается случай постоянной разгоняющей силы. Также изучается задача оптимального управления тягой и подъемной силой при наличии вязкого трения общего вида. Минимизируется смешанный функционал, содержащий слагаемые для максимизации горизонтальной дальности движения и для уменьшения топливных затрат. Специально рассматривается случай линейного вязкого трения.

В третьей главе рассматриваемая задача решается при наличии сухого трения. Исследуются задача о максимизации горизонтальной координаты и ее обобщение при комбинированном действии сухого и вязкого трения, а также связанные с ними задачи о брахистохроне. Для задачи с сухим трением было найдено особое управление и аналитически доказано, что реакция опорной вдоль всей особой траектории будет строго положительной. Для задачи с одновременным действием сухого и линейного вязкого трения удалось найти качественные свойства траекторий для класса траекторий, ограниченных

сверху величиной коэффициента сухого трения и определенной областью изменений величины скорости и угла наклона траектории. Выяснено, что наличие квазипрямолинейного участка траектории при длительных временах движения характерно для задач с сухим трением только при наличии также и вязкого трения.

Обратимся теперь к описанию недостатков работы. В работе присутствуют текстовые погрешности. На странице 30, где ставится задача оптимального управления не указано множество, из которого выбирается управление “ u ”, об этом лишь мимоходом упомянуто ниже. На странице 31 предполагается гладкая зависимость управления, т.е. угла наклона траектории, от времени. Это предположение является излишним. Степень гладкости управления устанавливается в ходе построения синтеза оптимального управления. На странице 34 для стационарного решения получается угол наклона траектории равный -90 градусов это выходит за диапазон углов, описываемый неравенством (22). Следовало бы указать, что в данном месте специально рассматривается граничное значение угла. На странице 41 опечатка в подписи к рисунку 4. На странице 43 можно было бы отметить, что оптимальность найденных траекторий следует из наличия построенного регулярного синтеза управлений. Это же касается и страниц 64 и 81.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация является законченным научным исследованием. Основные результаты работы обсуждались на научных семинарах, докладывались на российских и международных конференциях и были опубликованы в научной печати. Результаты диссертации А.В. Зароднюк полно представлены в ее публикациях и правильно отражены в автореферате. Считаю, что диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика» (по физико-математическим наукам), а

также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Зароднюк Алёна Владимировна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,
Профессор механико-математического факультета
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Московский государственный университет имени
М.В.Ломоносова»

Кугушев Евгений Иванович

20 ноября 2018 г.

Контактные данные: тел.: 7(495)9393681, e-mail: kugushev@keldys.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:
01.02.01 – Теоретическая механика

Адрес места работы: 119899, г. Москва, ул. Ленинские горы, д. 1, Московский
государственный университет имени М.В.Ломоносова, механико-математи-
ческий факультет

Тел.: 7(495)9393681; e-mail: kafedra_trmm@list.ru

Подпись доктора физико-математических наук Е.И. Кугушева заверяю

И.о. декана механико-математического
факультета МГУ им. М.В. Ломоносова
профессор

В.Н. Чубариков