

Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова

Российский национальный комитет
по теоретической и прикладной механике

Проблемы механики и управления

Материалы Международной конференции



International Conference
Problems of Mechanics and Control

Proceedings

Издательство Московского университета
2018

УДК 531
ББК 22.21
П78

Редакционная коллегия:
Горячева И.Г., Окунев Ю.М.
Александров В.В., Гувернюк С.В., Мельник О.Э.,
Овчинников М.Ю., Самсонов В.А., Шкапов П.М.,
Досаев М.З., Селюцкий Ю.Д.

П78 **Проблемы механики и управления:** Материалы Международной конференции (16–22 сентября 2018 г., г. Махачкала) / Ред. И.Г. Горячева – М.: Издательство Московского университета, 2018. – 452 с., ил.

ISBN 978-5-19-011309-9

В научное издание включены материалы Международной конференции «Проблемы механики и управления». Рассматриваются вопросы теоретической и прикладной механики, теории управления, механики космического полета, механики жидкости и газа, механики деформируемого тела, биомеханики, а также истории и методики преподавания механики.

Сборник предназначен для научных работников и специалистов в области механики, теории управления, прикладной математики.

УДК 531
ББК 22.21

Конференция проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-01-20058).

ISBN 978-5-19-011309-9

© Коллектив авторов, 2018
© Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова, 2018

О СУЩЕСТВОВАНИИ ЛИУВИЛЛЕВЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О КАЧЕНИИ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ ПО СФЕРЕ

А.С. Кулешов, В.А. Катасонова

Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия.

E-mail: kuleshov@mech.math.msu.su, vera.katasonova@icloud.com

Задача о качении без скольжения динамически симметричного тела, ограниченного поверхностью вращения, по неподвижной поверхности является одной из классических задач механики неголономных систем. В 1897 году С.А. Чаплыгин в работе [1] установил, что в случае качения тяжёлого тела вращения по горизонтальной плоскости решение соответствующей задачи сводится к интегрированию одного линейного дифференциального уравнения второго порядка относительно компоненты угловой скорости тела в проекции на его ось симметрии. В 1910 году П.В. Воронцов в работе [2] показал, что рассуждения С.А. Чаплыгина без изменений переносятся на случай качения тела вращения по поверхности сферы, если приложенные к твёрдому телу силы имеют равнодействующую, приложенную к центру масс G тела, направленную к центру O опорной сферы и зависящую только от расстояния между точками G и O . В этом случае задача также сводится к интегрированию одного линейного дифференциального уравнения второго порядка.

В данной работе рассматривается задача о качении тела вращения по поверхности сферы при условиях П.В. Воронцова. Получено линейное дифференциальное уравнение второго порядка, к которому сводится решение задачи. При помощи алгоритма Ковачича [3,4] исследован вопрос о существовании лиувиллевых решений в данной задаче в случае, когда катящееся твердое тело представляет собой динамически симметричный шар и параболоид вращения. Кроме того, исследован вопрос, при каком условии на форму поверхности катящегося тела соответствующее уравнение второго порядка допускает частные решения специального вида.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-01-00338 и 17-01-00123.

Литература

1. Чаплыгин С.А. О движении тяжёлого тела вращения на горизонтальной плоскости // Труды отделения физических наук Общества любителей естествознания, антропологии и этнографии. 1897. Т. 9. Вып. 1. С. 10-16.

2. *Воронец П.В.* К задаче о движении твердого тела, катящегося без скольжения по данной поверхности под действием данных сил // Киевские Университетские Известия. 1910. Т. 50. Вып. 10. С. 101-111.
3. *Kovacic J.* An algorithm for solving second order linear homogeneous differential equations // Journal of Symbolic Computation. 1986. V. 2. P. 3-43.
4. *Кулешов А.С., Черняков Г.А.* Применение алгоритма Ковачича для исследования задачи о движении тяжёлого тела вращения по абсолютно шероховатой плоскости // Вестник Санкт – Петербургского университета. Серия 1. Математика, механика, астрономия. 2013. Вып. 4. С. 93-102.

**EXISTENCE OF LIOUVILLIAN SOLUTIONS IN THE PROBLEM
OF MOTION OF A ROTATIONALLY SYMMETRIC BODY
ON A SPHERE**

Kuleshov A.S., Katasonova V.A.

Department of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia.

E-mail: kuleshov@mech.math.msu.su, vera.katasonova@icloud.com

The problem of rolling without sliding of a rotationally symmetric rigid body on a sphere is considered. The rolling body is assumed to be subjected to the forces, the resultant of which is directed from the center of mass G of the body to the center O of the sphere, and depends only on the distance between G and O . In this case the solution of this problem is reduced to solving the second order linear differential equation over the projection of the angular velocity of the body onto its axis of symmetry. Using the Kovacic algorithm we search for liouvillian solutions of the corresponding second order differential equation in the case, when the rolling body is a dynamically symmetric ball or a paraboloid.