

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В.ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Шахманов Викентий Юрьевич

**Структура петлевых интегралов в
суперсимметричных калибровочных теориях**

01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2018

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель: **Пронин Петр Иванович,**
кандидат физико-математических наук

Официальные оппоненты: **Арбузов Андрей Борисович,**
д.ф.-м.н., профессор РАН, начальник сектора
Лаборатории теоретической физики ОИЯИ

Катаев Андрей Львович
д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник ФГБУН
«Институт ядерных исследований» РАН

Пославский Станислав Владимирович,
к.ф.-м.н., старший научный сотрудник ФГБУ
ИФВЭ НИЦ «Курчатовский институт»

Защита состоится 15 ноября 2018 г. в 15 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.01.06 Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, расположенном по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В.Ломоносова, д.1., стр. 2, физический факультет, Северная физическая аудитория.

E-mail: *ff.dissovet@gmail.com*

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В.Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС "ИСТИНА": <https://istina.msu.ru/dissertations/142156712/>

Автореферат разослан «_____» _____ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических
наук, профессор

П.А. Поляков

Общая характеристика работы

Обзор литературы, актуальность темы исследования.

Суперсимметричные теории поля при квантовании раскрывают перед исследователем замечательные свойства. Например, известно, что благодаря так называемой теореме о неперенормировке [1] $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричные калибровочные теории не имеют расходящихся квантовых поправок к суперпотенциалу. Применительно к $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной теории Янга-Миллса было доказано [2, 3, 4], что за пределами однопетлевого приближения данная теория не приобретает расходимостей. Также $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричная теория Янга-Миллса является конечной [5, 6, 7, 3] во всех порядках по теории возмущения. Поэтому введение суперсимметрии в квантовую теорию поля значительно улучшило ультрафиолетовое поведение исследуемых моделей, к которым относятся, в частности, суперсимметричные расширения Стандартной Модели элементарных частиц.

Суперсимметрия была открыта в работах [8, 9]. Вскоре после этого была построена простейшая суперсимметричная теория, которая получила название модели Весса-Зумина [10]. Ее действие в наиболее простом безмассовом варианте можно представить в виде:

$$S_{WZ} = \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta \phi^* \phi,$$

где $\phi(x, \theta)$ - киральное суперполе, которое удовлетворяет условию $\bar{\mathcal{D}}_a \phi = 0$, а интеграл берется по полному суперпространству. Здесь под $\bar{\mathcal{D}}_a$ мы обозначаем суперсимметричную ковариантную производную. Начиная с модели Весса-Зумино фактически началась история последовательного построения и исследования моделей теории полей с суперсимметрией в четырехмерной реализации физического пространства-времени, которые, например, можно использовать для создания суперсимметричных расширений Стандартной Модели.

При выводе теорем о неперенормировке существенно используется наличие большого количества симметрий, которые при этом не должны нарушаться на квантовом уровне во всех порядках теории возмущений. Поэтому эти симметрии должны сохраняться при регуляризации и квантовании. Другими словами, после регуляризации теория должна оставаться инвариантной относительно рассматриваемых симметрий. Наиболее распространенная размерная регуляризация [11, 12, 13, 14] не сохраняет суперсимметрию. Есть ее модификация, размерная редукция [15], которая отличается от размерной регуляризации тем, что при ее использовании все операции с γ -матрицами проводятся, как в четырехмерном пространстве и все тождества с γ -матрицами Дирака имеют соответствующий вид, однако оставшиеся петлевые интегралы вычисляются в D измерениях. Однако известно, что размерная редукция является математически противоречивой [16]. После избавления от противоречия размерная редукция при квантовании в высших порядках теории возмущения может нарушать суперсимметрию [17, 18, 19]. На данный момент, единственной регуляризацией, сохраняющей калибровочную инвариантность и суперсимметрию, является регуляризация высшими ковариантными производными [20, 21].

Квантовые поправки в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях поля имеют одно замечательное свойство. А именно, β -функция и аномальные размерности суперполей материи связаны соотношением, которое получило название точная NSVZ β -функция [22, 23, 24, 25]. Это соотношение записывается для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, взаимодействующей с киральными суперполями материи в представлении R , в виде

$$\beta(\alpha, \lambda) = -\frac{\alpha^2 \left(3C_2 - T(R) + C(R)_i^j (\gamma_\phi)_j^i(\alpha, \lambda)/r \right)}{2\pi(1 - C_2\alpha/2\pi)}, \quad (1)$$

где $\alpha = e^2/4\pi$ - константа связи, λ^{ijk} - юкавские константы связи, а r - размерность калибровочной группы. Константы C_2 , $T(R)$, $C(R)_i^j$ определены через структурные константы и генераторы калибровочной группы в представлении

R следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} f^{ACD} f^{BCD} &= C_2 \delta^{AB}, \\ \text{tr} (T^A T^B) &= T(R) \delta^{AB}, \\ (T^A T^A)_i^j &= C(R)_i^j. \end{aligned}$$

Также мы для фундаментального представления выбираем генераторы следующим образом:

$$\text{tr}(t^A t^B) = \frac{1}{2} \delta^{AB}.$$

NSVZ соотношение было изначально получено на основе общих представления о структуре инстантонных вкладов [22, 24, 26] в эффективное действие, перенормировке топологического члена [27] и аномалиях [23, 25, 28]. Однако явными вычислениями было показано, что NSVZ соотношение не выполняется при использовании модифицированной схемы минимальных вычитаний с размерной редукцией (\overline{DR} - схема) [29, 30, 31, 32, 33] или со схемой вычитаний MOM [34] в силу схемной зависимости [35, 36]. Путем конечных перенормировок [29, 30, 31, 37] возможно связать схемы, указанные выше, с NSVZ схемой. Сама возможность проведения такой конечной перенормировки является весьма нетривиальной [29] в силу схемнонезависимых следствий NSVZ соотношения [34, 36]. Таким образом, при использовании размерной редукции NSVZ схема должна быть подстроена в каждом порядке теории возмущения. В случае использования размерной техники нет простой процедуры сделать единообразным образом это во всех порядках теории возмущения. При использовании регуляризации высшими ковариантными производными [20, 21, 38] такую процедуру удалось построить [39]. Регуляризация высшими ковариантными производными является математически непротиворечивой и может быть сформулирована в явном $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричном виде [40, 41]. Такая регуляризация также может использоваться в $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных теориях [42, 43, 44].

Для $\mathcal{N} = 1$ квантовой суперсимметричной электродинамики ($\mathcal{N} = 1$ SQED) было показано, что при использовании регуляризации высшими производными NSVZ β -функция справедлива во всех порядках по теории возмущения [45, 46], если ренормгрупповые функции определены в терминах голой константы связи. Это утверждение было проверено на трехпетлевом уровне в работе [47]. Можно предположить, что и в общем случае NSVZ соотношение выполняется для ренормгрупповых функций, определенных в терминах голой константы связи, во всех порядках теории возмущения в калибровочных суперсимметричных теориях при использовании регуляризации высшими ковариантными производными. Это является следствием того, что при использовании регуляризации высшими ковариантными производными β -функция, определенная в терминах голой константы связи, является интегралом от двойной полной производной в импульсном пространстве при внешнем импульсе, стремящемся к нулю. История этого утверждения следующая: сначала было показано, что такая β -функция является интегралом от полной производной [48], а потом было также доказано, что даже от двойной полной производной [49]. Аналогично факторизация в интегралы от полных производных была доказана во всех порядках для D-функции Адлера [50] в $\mathcal{N} = 1$ СКХД [51, 52], определенной в терминах голой константы связи, а также для аномальной размерности массы фотино в $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с мягко нарушенной суперсимметрией [53].

Для абелевых суперсимметричных калибровочных теории можно простым графическим способом [49, 54] объяснить появление точной NSVZ β -функции. Нарисуем любой суперграф без внешних линии. Путем присоединения к этому суперграфу двух линий фонового калибровочного поля всеми возможными способами мы получим совокупность диаграмм, дающих вклад в β -функцию. С другой стороны, из исходного суперграфа, если мы разрежем всеми способами внутренние линии материи, возникнет набор супердиаграмм, дающих вклад в аномальную размерность материи. Вклад от диаграмм для β -функции в данном случае будет соотносится с вкладом от супердиаграмм для аномальной

размерности материи благодаря NSVZ соотношению (1).

При рассмотрении неабелевых калибровочных теории описанная выше графическая интерпретация не подойдет для описания появления точной NSVZ β -функции. Действительно, в данной теории, если взять произвольный суперграф и разрезать его по внутренним линиям, принадлежащим не только пропагаторам суперполей материи, то мы получим набор супердиаграмм с внешними линиями калибровочного поля, суперполей материи и духов Фаддеева-Попова, дающих вклады в соответствующие аномальные размерности. Кроме того, в формуле (1) знаменатель зависит от константы связи, благодаря чему β -функция оказывается связанной с аномальной размерностью суперполей материи во всех предыдущих порядках по теории возмущений. Все эти сложности при исследовании квантовых поправок можно преодолеть с использованием результата работы [55], где было показано, что NSVZ соотношение для RG-функций, определенных в терминах голых констант связи, при использовании регуляризации высшими ковариантными производными можно переписать в виде (2).

$$\frac{\beta(\alpha_0, \lambda_0)}{\alpha_0^2} = -\frac{1}{2\pi} (3C_2 - T(R) - 2C_2\gamma_c(\alpha_0, \lambda_0) - 2C_2\gamma_V(\alpha_0, \lambda_0) + C(R)_i^j \gamma_\phi(\alpha_0, \lambda_0)_j^i / r). \quad (2)$$

Данное соотношение уже не содержит зависящего от константы связи знаменателя и предположительно выполняется во всех порядках. Согласно этому соотношению мы можем дать аналогичное графическое объяснение появлению NSVZ β -функции в неабелевых теориях. Для таких теории явными вычислениями [56, 57, 58, 59, 60, 61] была проверена факторизация β -функции в интегралы от полных производных в низших петлях. Также в работе [55] было доказано, что все вершины, содержащие две внешние линии духов Фаддеева-Попова и внешнюю линию квантового калибровочного поля, определяются нерасходящимися выражениями, что помогло вывести выражение для NSVZ соотношения в

виде, приведенном выше.

В свою очередь соотношение (2) позволяет предположить (смотрите работу [55]), что функции Грина, определенные ниже, удовлетворяют уравнению

$$\begin{aligned} \frac{d}{d \ln \Lambda} \left(d^{-1} - \alpha_0^{-1} \right) \Big|_{\alpha, \lambda = \text{const}; p \rightarrow 0} &= -\frac{3C_2 - T(R)}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \frac{d}{d \ln \Lambda} \times \\ &\times \left(-2C_2 \ln G_c - C_2 \ln G_V + C(R) i^j \ln(G_\phi) j^i / r \right) \Big|_{\alpha, \lambda = \text{const}; q \rightarrow 0}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса было показано, что если выполняется уравнение (3) во всех порядках по теории возмущения, то также будут выполняться (2) и (1). Соотношение (3) было проверено при использовании BRST-инвариантного варианта регуляризации высшими ковариантными производными в трехпетлевом приближении в работе [61] для слагаемых, пропорциональных четвертой степени юкавских констант связи. Полное вычисление β -функции и аномальных размерностей для регуляризации высшими ковариантными производными было проведено на текущий момент только в однопетлевом приближении в работах [60, 62] из-за роста сложности вычисления при увеличении порядка квантовых поправок. С другой стороны, если использовать BRST-неинвариантную регуляризацию высшими ковариантными производными [56, 57, 58, 59], то вычисления в высших петлях упростятся. При такой регуляризации во вкладах от супердиаграмм остаются неинвариантные слагаемые и поэтому дополнительно вводят специальную схему вычитания для того, чтобы сохранить выполнение тождеств Славнова-Тейлора [63, 64] в многопетлевых вычислениях. Примеры таких процедур приведены для несуперсимметричных калибровочных теории в работах [65, 66], а для случая суперсимметрии в [67, 68]. Полная β -функция для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса при использовании BRST-неинвариантного варианта регуляризации высшими ковариантными производными в двухпетлевом приближении была вычислена в работах [56, 57] и записана в виде интегралов от двойных полных производных [58, 59, 69]. С использованием такой регуляризации однопетле-

вые аномальные размерности квантовых полей, определенные в терминах го-лой константы связи, были вычислены в [70], где они также были сравнены с результатами для β -функции [58]. Тем самым в рассматриваемом порядке тео-рии возмущений было проверено соотношение (3).

Однако стандартные ренормгрупповые функции определены в терминах перенормированных констант связи (см. [71]). При использовании стандартных определений в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса схемная зави-симось для β - функции становится существенной начиная с трехпетлевого и аномальных размерностей с двухпетлевого приближений. Для того чтобы NSVZ соотношение выполнялось для таких функции, нужно использовать про-цедуру(введенную в [55]) для получения NSVZ-схемы. Суть процедуры заклю-чается в регуляризации высшими ковариантными производными и в введении граничных условия (4,5) на константы перенормировки

$$Z_\alpha(\alpha, \lambda, x_0) = 1; \quad Z_\phi(\alpha, \lambda, x_0)_i^j = \delta_i^j; \quad (4)$$

$$Z_c(\alpha, \lambda, x_0) = 1; \quad Z_V = Z_\alpha^{1/2} Z_c^{-1}, \quad (5)$$

где x_0 фиксированное значение для $x = \ln \Lambda/\mu$, Λ - размерный параметр регу-ляризованной теории и μ - точка перенормировки.

Выше написанные граничные условия для NSVZ-схемы в неабелевой тео-рии были введены аналогично граничным условиям [34, 36, 39] для констант перенормировки в абелевых калибровочных теориях. С помощью аналогичных граничных условия может быть построена NSVZ-схема для $\mathcal{N} = 1$ суперсим-метричной электродинамики во всех порядках по теории возмущении, а также NSVZ-схема для аномальной размерности фотино для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметрич-ной электродинамики с мягко нарушенной суперсимметрией [72].

На данный момент для неабелевого случая пока еще не доказана справед-ливость NSVZ соотношения в формах (1), (2) или (3) для ренормгрупповых функции во всех порядках по теории возмущении. Также еще не было дока-

зано, что упомянутая выше процедура перенормировки, включающаяся в себя граничные условия (5) и использование регуляризации высшими ковариантными производными, производит NSVZ схему во всех приближениях по теории возмущения. В этой работе исследуются данные вопросы на двухпетлевом или трехпетлевом уровне вычисления для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса при использовании регуляризации высшими ковариантными производными.

Цель и задачи работы.

Целью работы является вычисление и исследование структуры вкладов в ренормгрупповые функции в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях в высших порядках по теории возмущения при использовании регуляризации высшими ковариантными производными. Задачами для данного исследования являются: проверка для определенных вкладов в ренормгрупповые функции ранее предложенных соотношений, а именно точной NSVZ β -функции (1), а также новой формы NSVZ соотношения (2), которое связывает бета-функцию и аномальные размерности квантовых полей рассматриваемой теории, или, что эквивалентно, в виде NSVZ соотношения для функции Грина квантовых полей данной теории. В частности, рассматриваются вклады в β -функцию и аномальные размерности $\mathcal{N} = 1$ SYM при использовании BRST-инвариантной регуляризации высшими ковариантными производными, пропорциональные четвертой степени юкавских констант и, отдельно, некоторые вклады, пропорциональные второй степени юкавских констант. Дополнительно изучаются однопетлевые вклады в функции Грина квантовых полей в $\mathcal{N} = 1$ SYM при использовании BRST-неинвариантной регуляризации высшими ковариантными производными. Также в данной работе осуществляется проверка гипотезы того, что при использовании регуляризации высшими производными многопетлевые вклады в бета-функцию действительно определяются интегралами от двойных полных производных. Также производится проверка ранее предложенных граничных условий для констант перенормировки, определяющих NSVZ схему для ренорм-

групповых функций, определенных в терминах перенормированных констант.

Научная новизна работы.

Впервые были вычислены трехпетлевые вклады в бета-функцию в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, пропорциональные четвертой степени юкавских констант, при использовании регуляризации высшими ковариантными производными. Для данных вкладов и соответствующих вкладов в аномальные размерности проверено NSVZ соотношение для β -функции и всех суперполей рассматриваемой теории. При этом для вычислений в рамках теории возмущения использован BRST инвариантный вариант регуляризации высшими ковариантными производными. Также в пределе нулевого внешнего импульса вычислены однопетлевые двухточечные функции Грина всех суперполей для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории при использовании BRST неинвариантного варианта регуляризации высшими ковариантными производными, которые сравниваются с полной двухпетлевой функцией Грина для фонового калибровочного поля, посчитанной ранее в той же регуляризации. Таким образом, впервые была проведена полная двухпетлевая проверка новой формы NSVZ соотношения, которое связывает β -функцию с аномальными размерностями квантовых полей теории.

Объект исследования.

В диссертационной работе исследуется:

$\mathcal{N} = 1$ суперсимметричная теория Янга-Миллса, взаимодействующая с киральными суперполями материи, при использовании двух вариантов регуляризации высшими ковариантными производными: с сохранением BRST инвариантности и с нарушением BRST инвариантности соответственно.

Методология и методы исследования.

В данной работе использованы методы суперсимметричной квантовой теории поля, включающие в себя метод квантования с использованием фонового поля в $\mathcal{N} = 1$ суперпространстве, методы регуляризации высшими ковариантными производными (дополненными методом Паули-Вилларса для регуляриза-

ции остаточных однопетлевых расходимостей), формализм квантования суперсимметричных теорий с использованием континуального интеграла для записи производящего функционала, метод для записи выражений супердиаграмм с помощью правил Фейнмана, метод перенормировок и ренормгруппы в суперсимметричных моделях квантовой теории поля.

Научные положения, выносимые на защиту.

- Вычислены однопетлевые двухточечные функции Грина всех полей $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса при использовании BRST-неинвариантной регуляризации высшими ковариантными производными, дополненной специальной схемой перенормировки, восстанавливающей справедливость тождества Славнова—Тейлора. Продемонстрирована справедливость новой формы NSVZ соотношения в виде (3) в рассматриваемом приближении после сравнения данных результатов с вычисленной ранее полной двухпетлевой двухточечной функции Грина фонового калибровочного поля. Доказано тем самым для данной теории выполнение NSVZ соотношения (2) для полных вкладов в ренормгрупповые функции до двухпетлевого порядка включительно.
- Показано, что выражения для всех трехпетлевых вкладов в β -функцию, пропорциональных четвертой степени юкавских констант, и для некоторых вкладов, пропорциональных второй степени юкавских констант, при использовании BRST-инвариантной регуляризации высшими ковариантными производными в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, могут быть представлены в виде интегралов от двойной полной производной в импульсном пространстве. Для данных интегралов произведено сравнение с соответствующими выражениями для петлевых интегралов, определяющих вклады в аномальные размерности суперполей материи. Проверена для данных вкладов явными вычислениями справедливость NSVZ соотношения для ренормгрупповых функции, определенных в тер-

минах голых констант.

- Вычислены вклады в ренормгрупповые функции, определенных в терминах перенормированных констант связи для простейшего примера регуляризирующей функции. Доказано, что NSVZ соотношение в общем случае не удовлетворяется для таких функции. Проведена проверка того, что NSVZ схему действительно определяет ранее предложенная процедура перенормировки, которая состоит в использовании регуляризации высшими ковариантными производными и наложении определенных граничных условия на константы перенормировки.

Теоретическая и практическая значимость.

Полученные результаты для вкладов в бета-функцию, аномальные размерности и функции Грина $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса позволили проверить NSVZ соотношения, связывающие ренормгрупповые функции или функции Грина, для вкладов рассматриваемых структур. В свою очередь проверяемые NSVZ соотношения связаны с теоремами о неперенормировке, играющими важную роль при исследованиях суперсимметричных моделей в рамках квантовой теории поля. В следствии этого полученные в данной работе результаты имеют важную роль для исследования в суперсимметричных моделях квантовой теории поля вопросов, которые связаны со структурой расходимостей в эффективном действии и условий их сокращения. Кроме того, использование регуляризации высшими ковариантными производными для практических вычислений по теории возмущений позволяет лучше понять, как устроены квантовые поправки в суперсимметричных теориях, а также применимость используемой в этой работе регуляризации для их исследования.

Степень разработанности темы исследования.

Полностью выполнены поставленные в диссертационной работе цели и задачи.

Достоверность и обоснованность результатов.

Достоверность выносимых на защиту диссертационной работы результатов обеспечивается использованием строгих математических методов, используемых в суперсимметричной квантовой теории поля.

Апробация результатов.

Некоторые результаты диссертационной работы были представлены в тезисах и докладах следующих конференций:

- XXIV Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам "Ломоносов-2017", Секция "Физика", г. Москва, МГУ имени М.В.Ломоносова, Россия, 10-14 апреля 2017 // Шахманов В.Ю. "Вклад в трехпетлевую β -функцию $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса при использовании БРСТ-инвариантной версии регуляризации высшими ковариантными производными, пропорциональный четвертой степени юкавских констант "
- 18th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow State University, Moscow, Russia, 24 – 30 August, 2017 // V.Yu. Shakhmanov "The three-loop contribution to beta-function quartic in the Yukawa couplings for the $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric Yang-Mills theory with the higher covariant derivative regularization"

Личный вклад автора. Из результатов совместных работ автором в диссертацию включены результаты, полученные им лично.

Структура, объём работы.

Данная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, трех приложений и списка литературы. Общий объем диссертации 101 страница. Список литературы включает 85 наименований.

Содержание работы.

Во Введении дан обзор литературы и истории вопросов по тематике работы, обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели и

задачи работы, обоснована новизна выбранной темы, перечислены основные защищаемые положения, приведена структура работы и краткое содержание.

В главе 1 дается общее описание $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, в том числе описание квантования методом фонового поля, квантовой и фоновой калибровочной симметрии, также введение регуляризации высшими ковариантными производными и фиксация калибровки, добавление суперполей духов Фаддеева-Попова и Нильсена-Каллош, а также суперполей Паули-Вилларса.

Глава 2 посвящена проверке NSVZ соотношения в виде соотношения для функций Грина (3) вплоть до двухпетлевого порядка при использовании BRST-инвариантного варианта регуляризации высшими ковариантными производными.

Глава 3 посвящена вычислениям в трехпетлевом приближении по теории возмущения вкладов в ренормгрупповые функции $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с использованием BRST-инвариантного варианта регуляризации высшими ковариантными производными, пропорциональных четвертой степени юкавских констант, и проверке NSVZ соотношения для данных вкладов.

Глава 4 посвящена вычислениям вкладов, пропорциональных второй степени юкавских констант, в двухточечные функции Грина фонового калибровочного поля в трехпетлевом порядке, суперполей материи и квантового калибровочного поля в двухпетлевом порядке, в случае использования BRST-инвариантного варианта регуляризации высшими ковариантными производными для частного выбора топологии суперграфа, производящего супердиаграммы рассматриваемых вкладов.

В заключении перечислены основные результаты, полученные в диссертационной работе.

В приложении А выписаны явные выражения для супердиаграмм структу-

ры, пропорциональной четвертой степени юкавских констант, полученные при вычислениях с использованием BRST-инвариантной регуляризации высшими производными, описаны их основные свойства и некоторые особенности вычислений.

В приложении Б приведен пример вычисления петлевого интеграла, регуляризованного высшими ковариантными производными.

В приложении В выписаны выражения для супердиаграмм, квадратичных по юкавским константам, имеющих рассматриваемую структуру и дающих вклад в функцию Грина фонового калибровочного поля или, что эквивалентно, в β -функцию, определенную через голые константы. Также перечислены их основные свойства.

Заключение

Представим основные результаты, полученные в диссертации:

Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с суперполями материи при использовании BRST-неинвариантной регуляризации высшими ковариантными производными, дополненной специальной схемой перенормировки, восстанавливающей справедливость тождества Славнова—Тейлора, вычислены однопетлевые двухточечные функции Грина всех полей рассматриваемой теории.

После сравнения результатов с вычисленной ранее полной двухпетлевой двухточечной функции Грина фонового калибровочного поля была продемонстрирована справедливость NSVZ-подобного соотношения для функций Грина в рассматриваемом приближении. Как следствие, для рассматриваемой теории было проверено выполнение новой формы NSVZ соотношения для ренормгрупповых функций до двухпетлевого порядка включительно.

Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса были вычислены

вклады в бета-функцию, пропорциональные четвертой степени юкавских констант, а также часть вкладов в бета-функцию, пропорциональных второй степени юкавских констант, при использовании BRST инвариантной регуляризации высшими ковариантными производными.

Показано, что выражения для данных вкладов могут быть представлены в виде интегралов от двойной полной производной в импульсном пространстве. Это позволило сравнить их с соответствующими выражениями для петлевых интегралов, определяющих вклады в аномальные размерности суперполей материи. Таким образом, проведена проверка справедливости NSVZ соотношения для ренормгрупповых функции, определенных в терминах голых констант, для рассматриваемой регуляризации.

Для простейшего примера регуляризующей функции были вычислены вклады в ренормгрупповые функции, определенные в терминах перенормированных констант связи. Было доказано, что такие функции не удовлетворяют NSVZ соотношению в общем случае. Проведена проверка того, что предложенная в работе [55] процедура перенормировки действительно определяет NSVZ схему. Данная процедура перенормировки состоит в использовании регуляризации высшими ковариантными производными и наложении определенных граничных условия на константы перенормировки.

Работа была выполнена на кафедре теоретической физики Московского Государственного Университета имени М.В.Ломоносова.

Список публикаций

Основные результаты, приведенные в диссертации, опубликованы в статьях рецензируемых научных изданий, индексируемых в базах Web of Science, Scopus и RSCI:

- Shakhmanov V. Y., Stepanyantz K. V. Three-loop nsvz relation for terms

quartic in the yukawa couplings with the higher covariant derivative regularization // Nuclear Physics B. — 2017. — Vol. 920. — P. 345–367.

- Shakhmanov V. Y., Stepanyantz K. V. New form of the nsxz relation at the two-loop level // Physics Letters, Section B: Nuclear, Elementary Particle and High-Energy Physics. — 2018. — Vol. 776. — P. 417–423.
- Kazantsev A. E., Shakhmanov V. Y., Stepanyantz K. V. New form of the exact nsxz beta-function: the three-loop verification for terms containing yukawa couplings // Journal of High Energy Physics. — 2018. — Vol. 2018, no. 4. — P. 130.

а также в тезисе доклада:

- Шахманов В.Ю. Вклад в трехпетлевую β -функцию N=1 суперсимметричной теории Янга–Миллса при использовании БРСТ-инвариантной версии регуляризации высшими ковариантными производными, пропорциональный четвертой степени юкавских констант // XXIV Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов–2017». Секция «Физика». Сборник тезисов. — Физический факультет МГУ, Москва, 2017. — С. 287–289.

Список литературы

1. Grisaru M. T., Siegel W., Rocek M. Improved Methods for Supergraphs // Nucl. Phys. — 1979. — Vol. B159. — P. 429.
2. Grisaru M. T., Siegel W. Supergraphity. 2. Manifestly Covariant Rules and Higher Loop Finiteness // Nucl. Phys. — 1982. — Vol. B201. — P. 292.
3. Howe P. S., Stelle K. S., Townsend P. K. Miraculous Ultraviolet Cancellations in Supersymmetry Made Manifest // Nucl. Phys. — 1984. — Vol. B236. — P. 125–166.
4. Buchbinder I. L., Kuzenko S. M., Ovrut B. A. On the $D = 4$, $N=2$ nonrenormalization theorem // Phys. Lett. — 1998. — Vol. B433. — P. 335–345.
5. Sohnius M. F., West P. C. Conformal Invariance in $N=4$ Supersymmetric Yang-Mills Theory // Phys. Lett. — 1981. — Vol. 100B. — P. 245.
6. Mandelstam S. Light Cone Superspace and the Ultraviolet Finiteness of the $N=4$ Model // Nucl. Phys. — 1983. — Vol. B213. — P. 149–168.
7. Brink L., Lindgren O., Nilsson B. E. W. $N=4$ Yang-Mills Theory on the Light Cone // Nucl. Phys. — 1983. — Vol. B212. — P. 401–412.
8. Golfand Yu. A., Likhtman E. P. Extension of the Algebra of Poincare Group Generators and Violation of p Invariance // JETP Lett. — 1971. — Vol. 13. — P. 323–326.
9. Volkov D. V., Akulov V. P. Is the Neutrino a Goldstone Particle? // Phys. Lett. — 1973. — Vol. 46B. — P. 109–110.
10. Wess J., Zumino B. Supergauge Invariant Extension of Quantum Electrodynamics // Nucl. Phys. — 1974. — Vol. B78. — P. 1.
11. 't Hooft G., Veltman M. J. G. Regularization and Renormalization of Gauge Fields // Nucl. Phys. — 1972. — Vol. B44. — P. 189–213.
12. Bollini C. G., Giambiagi J. J. Dimensional Renormalization: The Number of Dimensions as a Regularizing Parameter // Nuovo Cim. — 1972. — Vol. B12. — P. 20–26.

13. Ashmore J. F. A Method of Gauge Invariant Regularization // *Lett. Nuovo Cim.* — 1972. — Vol. 4. — P. 289–290.
14. Cicuta G. M., Montaldi E. Analytic renormalization via continuous space dimension // *Lett. Nuovo Cim.* — 1972. — Vol. 4. — P. 329–332.
15. Siegel W. Supersymmetric Dimensional Regularization via Dimensional Reduction // *Phys. Lett.* — 1979. — Vol. 84B. — P. 193–196.
16. Siegel W. Inconsistency of Supersymmetric Dimensional Regularization // *Phys. Lett.* — 1980. — Vol. 94B. — P. 37–40.
17. Avdeev L. V. Noninvariance of Regularization by Dimensional Reduction: An Explicit Example of Supersymmetry Breaking // *Phys. Lett.* — 1982. — Vol. 117B. — P. 317–320.
18. Avdeev L. V., Vladimirov A. A. Dimensional Regularization and Supersymmetry // *Nucl. Phys.* — 1983. — Vol. B219. — P. 262–276.
19. Velizhanin V. N. Three-loop renormalization of the N=1, N=2, N=4 supersymmetric Yang-Mills theories // *Nucl. Phys.* — 2009. — Vol. B818. — P. 95–100.
20. Slavnov A. A. Invariant regularization of nonlinear chiral theories // *Nucl. Phys.* — 1971. — Vol. B31. — P. 301–315.
21. Slavnov A. A. Invariant regularization of gauge theories // *Teor. Mat. Fiz.* — 1972. — Vol. 13. — P. 174–177.
22. Novikov V. A., Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I. Exact Gell-Mann-Low Function of Supersymmetric Yang-Mills Theories from Instanton Calculus // *Nucl. Phys.* — 1983. — Vol. B229. — P. 381–393.
23. Jones D. R. T. More on the Axial Anomaly in Supersymmetric Yang-Mills Theory // *Phys. Lett.* — 1983. — Vol. 123B. — P. 45–46.
24. Novikov V. A., Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I. Beta Function in Supersymmetric Gauge Theories: Instantons Versus Traditional Approach // *Phys. Lett.* — 1986. — Vol. 166B. — P. 329–333.
25. Shifman M. A., Vainshtein A. I. Solution of the Anomaly Puzzle in SUSY

- Gauge Theories and the Wilson Operator Expansion // Nucl. Phys. — 1986. — Vol. B277. — P. 456.
26. Shifman M. A., Vainshtein A. I. Instantons versus supersymmetry: Fifteen years later // In *Shifman, M.A.: ITEP lectures on particle physics and field theory, vol. 2* 485-647. — 1999.
 27. Kraus E., Rupp C., Sibold K. Supersymmetric Yang-Mills theories with local coupling: The Supersymmetric gauge // Nucl. Phys. — 2003. — Vol. B661. — P. 83–98.
 28. Arkani-Hamed N., Murayama H. Holomorphy, rescaling anomalies and exact beta functions in supersymmetric gauge theories // JHEP. — 2000. — Vol. 06. — P. 030.
 29. Jack I., Jones D. R. T., North C. G. N=1 supersymmetry and the three loop gauge Beta function // Phys. Lett. — 1996. — Vol. B386. — P. 138–140.
 30. Jack I., Jones D. R. T., North C. G. Scheme dependence and the NSVZ Beta function // Nucl. Phys. — 1997. — Vol. B486. — P. 479–499.
 31. Jack I., Jones D. R. T., Pickering A. The Connection between DRED and NSVZ // Phys. Lett. — 1998. — Vol. B435. — P. 61–66.
 32. Harlander R. V., Jones D. R. T., Kant et al. P. Four-loop beta function and mass anomalous dimension in dimensional reduction // JHEP. — 2006. — Vol. 12. — P. 024.
 33. Mihaila L. Precision Calculations in Supersymmetric Theories // Adv. High Energy Phys. — 2013. — Vol. 2013. — P. 607807.
 34. Kataev A. L., Stepanyantz K. V. Scheme independent consequence of the NSVZ relation for N=1 SQED with N_f flavors // Phys. Lett. — 2014. — Vol. B730. — P. 184–189.
 35. Kutasov D., Schwimmer A. Lagrange multipliers and couplings in supersymmetric field theory // Nucl. Phys. — 2004. — Vol. B702. — P. 369–379.
 36. Kataev A. L., Stepanyantz K. V. The NSVZ beta-function in supersymmetric theories with different regularizations and renormalization prescriptions //

- Theor. Math. Phys. — 2014. — Vol. 181. — P. 1531–1540.
37. Aleshin S. S., Goriachuk I. O., Kataev A. L., Stepanyantz K. V. The NSVZ scheme for $\mathcal{N} = 1$ SQED with N_f flavors, regularized by the dimensional reduction, in the three-loop approximation // Phys. Lett. — 2017. — Vol. B764. — P. 222–227.
 38. Slavnov A. A. The Pauli-Villars Regularization for Nonabelian Gauge Theories // Teor. Mat. Fiz. — 1977. — Vol. 33. — P. 210–217.
 39. Kataev A. L., Stepanyantz K. V. NSVZ scheme with the higher derivative regularization for $\mathcal{N} = 1$ SQED // Nucl. Phys. — 2013. — Vol. B875. — P. 459–482.
 40. Krivoshchekov V. K. Invariant Regularizations for Supersymmetric Gauge Theories // Teor. Mat. Fiz. — 1978. — Vol. 36. — P. 291–302.
 41. West P. C. Higher Derivative Regulation of Supersymmetric Theories // Nucl. Phys. — 1986. — Vol. B268. — P. 113–124.
 42. Krivoshchekov V. K. Invariant regularization for n=2 superfield perturbation theory // Phys. Lett. — 1984. — Vol. 149B. — P. 128–130.
 43. Buchbinder I. L., Stepanyantz K. V. The higher derivative regularization and quantum corrections in N=2 supersymmetric theories // Nucl. Phys. — 2014. — Vol. B883. — P. 20–44.
 44. Buchbinder I. L., Pletnev N. G., Stepanyantz K. V. Manifestly N=2 supersymmetric regularization for N=2 supersymmetric field theories // Phys. Lett. — 2015. — Vol. B751. — P. 434–441.
 45. Stepanyantz K. V. Derivation of the exact NSVZ β -function in N=1 SQED, regularized by higher derivatives, by direct summation of Feynman diagrams // Nucl. Phys. — 2011. — Vol. B852. — P. 71–107.
 46. Stepanyantz K. V. The NSVZ β -function and the Schwinger-Dyson equations for $\mathcal{N} = 1$ SQED with N_f flavors, regularized by higher derivatives // JHEP. — 2014. — Vol. 08. — P. 096.
 47. Kazantsev A. E., Stepanyantz K. V. Relation between two-point Green's func-

- tions of $\mathcal{N} = 1$ SQED with N_f flavors, regularized by higher derivatives, in the three-loop approximation // J. Exp. Theor. Phys. — 2015. — Vol. 120, no. 4. — P. 618–631.
48. Soloshenko A. A., Stepanyantz K. V. Three loop beta function for N=1 supersymmetric electrodynamics, regularized by higher derivatives // Theor. Math. Phys. — 2004. — Vol. 140. — P. 1264–1282.
49. Smilga A. V., Vainshtein A. Background field calculations and nonrenormalization theorems in 4-D supersymmetric gauge theories and their low-dimensional descendants // Nucl. Phys. — 2005. — Vol. B704. — P. 445–474.
50. Adler S. L. Some Simple Vacuum Polarization Phenomenology: $e^+e^- \rightarrow$ Hadrons: The μ - Mesic Atom x-Ray Discrepancy and g_μ^{-2} // Phys. Rev. — 1974. — Vol. D10. — P. 3714.
51. Shifman M., Stepanyantz K. Exact Adler Function in Supersymmetric QCD // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 114, no. 5. — P. 051601.
52. Shifman M., Stepanyantz K. V. Derivation of the exact expression for the D function in N=1 SQCD // Phys. Rev. — 2015. — Vol. D91. — P. 105008.
53. Nartsev I. V., Stepanyantz K. V. Exact renormalization of the photino mass in softly broken $\mathcal{N} = 1$ SQED with N_f flavors regularized by higher derivatives // JHEP. — 2017. — Vol. 04. — P. 047.
54. Pimenov A. B., Stepanyantz K. V. Four-loop verification of algorithm for Feynman diagrams summation in N=1 supersymmetric electrodynamics // Theor. Math. Phys. — 2006. — Vol. 147. — P. 687–697.
55. Stepanyantz K. V. Non-renormalization of the $V\bar{c}c$ -vertices in $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric theories // Nucl. Phys. — 2016. — Vol. B909. — P. 316–335.
56. Pimenov A. B., Shevtsova E. S., Stepanyantz K. V. Calculation of two-loop beta-function for general N=1 supersymmetric Yang–Mills theory with the higher covariant derivative regularization // Phys. Lett. — 2010. — Vol. B686. — P. 293–297.
57. Stepanyantz K. V. Higher covariant derivative regularization for calculations

- in supersymmetric theories // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. — 2011. — Vol. 272, no. 1. — P. 256.
58. Stepanyantz K. V. Factorization of integrals defining the two-loop β -function for the general renormalizable $N=1$ SYM theory, regularized by the higher covariant derivatives, into integrals of double total derivatives // arXiv:1108.1491 [hep-th]. — 2011.
59. Stepanyantz K. V. Derivation of the exact NSVZ beta-function in $N=1$ SQED regularized by higher derivatives by summation of Feynman diagrams // J. Phys. Conf. Ser. — 2012. — Vol. 343. — P. 012115.
60. Aleshin S. S., Kazantsev A. E., Skoptsov M. B., Stepanyantz K. V. One-loop divergences in non-Abelian supersymmetric theories regularized by BRST-invariant version of the higher derivative regularization // JHEP. — 2016. — Vol. 05. — P. 014.
61. Shakhmanov V. Yu., Stepanyantz K. V. Three-loop NSVZ relation for terms quartic in the Yukawa couplings with the higher covariant derivative regularization // Nucl. Phys. — 2017. — Vol. B920. — P. 345–367.
62. Kazantsev A. E., Skoptsov M. B., Stepanyantz K. V. One-loop polarization operator of the quantum gauge superfield for $\mathcal{N} = 1$ SYM regularized by higher derivatives // Mod. Phys. Lett. — 2017. — Vol. A32, no. 36. — P. 1750194.
63. Taylor J. C. Ward Identities and Charge Renormalization of the Yang-Mills Field // Nucl. Phys. — 1971. — Vol. B33. — P. 436–444.
64. Slavnov A. A. Ward Identities in Gauge Theories // Theor. Math. Phys. — 1972. — Vol. 10. — P. 99–107.
65. Slavnov A. A. Universal gauge invariant renormalization // Phys. Lett. — 2001. — Vol. B518. — P. 195–200.
66. Slavnov A. A. Regularization-independent gauge-invariant renormalization of the Yang-Mills theory // Theor. Math. Phys. — 2002. — Vol. 130. — P. 1–10.
67. Slavnov A. A., Stepanyantz K. V. Universal invariant renormalization for supersymmetric theories // Theor. Math. Phys. — 2003. — Vol. 135. — P. 673–

- 684.
68. Slavnov A. A., Stepanyantz K. V. Universal invariant renormalization of supersymmetric Yang-Mills theory // *Theor. Math. Phys.* — 2004. — Vol. 139. — P. 599–608.
 69. Stepanyantz K. V. Multiloop calculations in supersymmetric theories with the higher covariant derivative regularization // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2012. — Vol. 368. — P. 012052.
 70. Shakhmanov V. Yu., Stepanyantz K. V. New form of the NSVZ relation at the two-loop level // *Phys. Lett.* — 2018. — Vol. B776. — P. 417–423.
 71. Bogolyubov N. N., Shirkov D. V. Introduction to the theory of quantized fields // *Intersci. Monogr. Phys. Astron.* — 1959. — Vol. 3. — P. 1–720.
 72. Nartsev I. V., Stepanyantz K. V. NSVZ-like scheme for the photino mass in softly broken $\mathcal{N} = 1$ SQED regularized by higher derivatives // *JETP Lett.* — 2017. — Vol. 105, no. 2. — P. 69–73.