

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА

На правах рукописи

Пасхалов Антон Анатольевич

Экспериментальное исследование процесса испускания внутреннего
тормозного излучения при α -распаде ^{214}Po

Специальность: 01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. Н.В.Еремин

МОСКВА – 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 ИСПУСКАНИЕ ВНУТРЕННЕГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ α -РАСПАДЕ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР (ЛИТ.ОБЗОР).....	14
1.1 Экспериментальные данные по регистрации внутреннего тормозного излучения при α -распаде.....	16
1.2 Теоретическое описание явления испускания тормозного излучения при α -распаде.....	36
1.2.1 Модели, основанные на уравнениях классической электродинамики.....	36
1.2.2 Описание процесса в рамках стационарной квантово-механической теории.....	36
1.2.2.1 Модель ядерного потенциала в виде сферически симметричной прямоугольной потенциальной ямы.....	37
1.2.2.2 Модель с реалистичным ядерным потенциалом.....	52
1.2.3 Волново-пакетное описание процесса испускания тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер.....	54
1.3 Резюме и постановка задачи.....	60
2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИСПУСКАНИЯ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ α -РАСПАДЕ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР.....	63
2.1 Методика эксперимента по регистрации тормозного излучения, испускаемого при α -распаде тяжелых изотопов.....	65
2.1.1 Геометрия эксперимента.....	65
2.1.2 Источник α -частиц.....	67
2.1.3 Детектор α -частиц.....	67
2.1.4 Детектор γ -квантов.....	70
2.2 Система сбора и обработки данных.....	72
2.2.1 Обработка экспериментальных данных.....	73
2.2.2 Временная привязка к фронту импульса.....	76
2.2.3 Определение энергии α -частиц.....	77
2.2.4 Определение энергии γ -квантов. Оптимизация энергетического разрешения германиевого детектора.....	78
2.2.5 Обработка наложенных импульсов.....	80
2.3 Эффективность регистрации α -частиц и γ -квантов.....	81
2.3.1 Эффективность регистрации α -частиц.....	81
2.3.2 Эффективность регистрации γ -квантов.....	82
2.4. Результаты эксперимента по измерению вероятностей α -переходов на возбужденные уровни ^{210}Pb , ^{218}Po , ^{222}Rn	83

2.5	Результаты измерения вероятностей испускания тормозного излучения при α -распаде ядер ^{214}Po . Обсуждение полученных результатов.....	89
3	ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ИСПУСКАНИЯ ТОРМОЗНЫХ ФОТОНОВ В РАМКАХ ОДНОЧАСТИЧНОЙ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ α -РАСПАДА.....	93
3.1	Ядерный потенциал сферически симметричной прямоугольной формы. Дипольное приближение.....	93
3.2	Ядерный потенциал ангармонического сферически симметричного осциллятора. Дипольное приближение.....	102
3.3	Учет квадрупольной составляющей в выходе тормозных фотонов при α -распаде тяжелых ядер.....	104
3.4	Сравнение результатов расчета с данными эксперимента.....	107
4	ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МЕТОДА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИНАМИКИ РАСПАДА ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР.....	110
4.1	Использование быстрых временных осциллографов в экспериментах с полупроводниковыми и сцинтилляционными детекторами	110
4.2	Радиационно стойкие детекторы заряженных частиц на основе природного алмаза Па группы.....	112
5	ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	118
6	СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	121
7	ПРИЛОЖЕНИЕ 1 ПРОГРАММА ОБРАБОТКИ СОХРАНЕННЫХ ДАННЫХ.....	128
8	ПРИЛОЖЕНИЕ 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ α -РАСПАДЕ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР.....	139

ВВЕДЕНИЕ

Первые теоретические и экспериментальные работы, в которых предсказывалась возможность испускания тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер, были опубликованы еще в 1990-х годах [1,2]. К настоящему времени экспериментальные исследования этого процесса выполнены всего лишь в трех научных центрах – НИИЯФ МГУ [3], университете Тохоку (Япония) [4] и институте Макса Планка (ФРГ) [5]. Основным препятствием для проведения экспериментов является низкая интенсивность исследуемого процесса (в диапазоне 10^{-12} – 10^{-8} фотон/(кэВ·распад)), что приводит к длительной экспозиции эксперимента (около одного года) и, соответственно, к повышенным требованиям в стабильности и надежности работы измерительной аппаратуры.

Метод регистрации внутреннего тормозного излучения основан на интерференционных пространственно-временных явлениях в выходах тормозных фотонов, сопровождающих вылет заряженных продуктов ядерных реакций.

Впервые этот метод был использован для определения времен жизни возбужденных состояний составных ядерных систем в интервале от 10^{-19} до 10^{-21} с при взаимодействии легких ядер реакций $^{12}\text{C}(p,p)$, $^{16}\text{O}(p,p)$ [6-20]. В этих работах было показано, что данная методика позволяет экспериментально получать информацию о временной эволюции ядерных процессов, идущих с образованием составного ядра, без априорного предположения о механизмах ядерных превращений (т.н. «безмодельность» методики).

В реакциях с тяжелыми ионами промежуточных энергий метод тормозного излучения позволил оценить температуру «горячей зоны» сталкивающихся ядер [21-23]. При этом возможны два механизма испускания тормозных фотонов – кулоновское ускорение

взаимодействующих ионов и рассеяние нейтрон-протонных пар в «горячей зоне».

Следует подчеркнуть, что интерференционные эффекты в выходах тормозных фотонов, сопровождающих ядерные превращения, могут возникать не только вследствие наличия временной задержки между моментом влета частицы в ядро и моментом ее вылета, но и из-за определенной пространственной протяженности источника испускания фотонов. Так, в работе [24] были измерены энергетические спектры тормозных фотонов при спонтанном делении тяжелых ядер, а наблюдаемые минимумы при энергиях E_γ около 60 МэВ интерпретировались как результаты интерференции тормозных фотонов.

Интерференция в выходе тормозных фотонов при α -распаде тяжелого ядра имеет также пространственную природу – между амплитудами рождения тормозных фотонов при движении α -частицы внутри и в подбарьерной областях и во внешней области ускорения в кулоновском поле ядра.

Имеющиеся к настоящему времени экспериментальные данные по выходам тормозных фотонов при α -распаде тяжелых ядер были получены с использованием аналоговых оцифровщиков амплитуды энергетических сигналов и временной привязки к фронтам импульсов с α - и γ -детекторов. Наблюдаемый в последние несколько лет прогресс в развитии цифровых методов обработки данных с детекторов ядерного излучения позволяет использовать быстрые временные оцифровщики форм сигналов, и тем самым:

- существенно повысить чувствительность методик измерения низкоинтенсивных ядерных превращений;
- уменьшить число используемых электронных блоков в измерительных трактах;
- повысить надежность результатов измерений в длительных экспериментах;
- увеличить информативность получаемой информации.

Целями настоящей диссертационной работы являются:

1. Создание экспериментальной установки по регистрации γ -квантов и тормозных фотонов, возникающих в ядерных превращениях с вероятностью до 10^{-12} от основной моды распада, на основе быстрых временных оцифровщиков формы сигналов с полупроводниковых детекторов.
2. Получение достоверных экспериментальных данных по выходам тормозных фотонов при α -распаде тяжелых ядер.

При этом решаются следующие задачи:

1. Разработка методики регистрации совпадений тормозных фотонов и α -частиц с использованием современной экспериментальной базы – запоминающего быстрого цифрового осциллографа и полупроводникового германиевого детектора большого объема;
2. Апробация методики в эксперименте по измерению вероятностей α - γ переходов на первые возбужденные состояния дочерних ядер при распаде ^{226}Ra .
3. Разработка алгоритмов оптимизации временного и энергетического разрешения измерительной установки. Апробация программы на различных типах сцинтилляционных и полупроводниковых детекторов γ -излучения.
4. Проведение эксперимента и получение экспериментальных данных по выходам тормозного излучения при α -распаде ядра ^{214}Po и сравнение их с имеющимися в литературе экспериментальными и расчетными данными других авторов, а так же с результатами теоретического расчета, выполненного в рамках одночастичной квантово-механической модели α -распада при разных параметрах потенциальной ямы.
5. Анализ перспективных направлений развития метода тормозного излучения к исследованию динамики α -распада тяжелых ядер.

Работа выполнена в Отделе ядерных реакций Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научная новизна работы

Впервые получены экспериментальные данные по вероятностям испускания высокоэнергетического тормозного излучения при α -распаде ^{214}Po в энергетическом диапазоне от 100 кэВ до 1 МэВ, несущие в себе информацию как о механизме α -распада, так и о динамике процесса туннелирования α -частицы через кулоновский барьер ядра.

Практическая значимость работы

состоит в разработке и апробировании экспериментальной методики измерений редких ядерных превращений на новой элементной базе с использованием германиевого детектора большого объема и быстрых временных оцифровщиков формы сигналов. Данная методика применима для исследования ядерных и атомных процессов, протекающих с малой вероятностью, и может быть использована для изучения временной эволюции ядерных превращений, а именно, для измерения времен жизни возбужденных ядерных состояний, при изучении динамики спонтанного деления тяжелых ядер, для изучения процессов перестройки атомных оболочек, происходящих вследствие ядерных превращений.

Разработанное программное обеспечение может быть использовано в ЛЯР ОИЯИ (г. Дубна), РЯЦ Курчатовский институт, ФЭИ Обнинск, ИЯИ Тринити г.Троицк.

Материалы диссертации легли в основу патента на изобретение «Способ детектирования потока нейтронов и гамма-излучения», № 2300784 от 10 июня 2007 г.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Методика регистрации тормозных фотонов и γ -квантов, испускаемых в редких ядерных превращениях, происходящих с вероятностью до 10^{-12} фотон/(кэВ·распад) на новой элементной базе с использованием быстрых временных оцифровщиков формы сигналов и полупроводниковых детекторов. Разработаны алгоритмы оптимизации временного и энергетического разрешения измерительной установки.
2. Экспериментальные данные по энергетической зависимости вероятности выхода тормозного излучения, сопровождающего α -распад ядра ^{214}Po в диапазоне энергий от 100 кэВ до 1 МэВ.
3. Измеренные значения вероятностей испускания γ -квантов с возбужденных уровней дочерних ядер ^{222}Rn , ^{218}Po , ^{210}Pb , заселяемые при α -распаде ядер ^{226}Ra , ^{222}Rn , ^{214}Po .
4. Результаты расчета вероятности испускания тормозных фотонов при α -распаде тяжелых ядер, основанные на квантово-механической одночастичной модели α -распада.
5. Анализ перспектив развития метода тормозного излучения при исследовании динамики распада тяжелых ядер с помощью быстрых временных оцифровщиков.

Достоверность работы подтверждается согласием между результатами эксперимента по измерению выходов внутреннего тормозного излучения при α -распаде ^{214}Po с использованием германиевого детектора с полученными ранее автором данными с использованием сцинтилляционного NaI(Tl)-детектора и имеющимися в литературе результатами теоретического расчета внутреннего тормозного излучения с использованием реалистического ядерного потенциала.

Апробация работы

Материалы, вошедшие в диссертацию, докладывались и обсуждались на специализированных семинарах отдела ядерных реакций, отдела электромагнитных процессов и взаимодействия атомных ядер НИИЯФ МГУ, международном совещании по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра ЯДРО-2003 (Москва, 2003) [25,26], международной европейской конференции люминесцентных детекторов и преобразования ионизирующих излучений (Львов, 2006) [27], международных конференций по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра «ЯДРО-2016» [28-30] и «ЯДРО-2018» [31,32].

Публикации

Материалы, вошедшие в диссертацию отражены в 15-ти печатных работах из них семь в рецензируемых ВАК научных журналах [32-38].

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав с описанием проведенных экспериментов, с описанием методики, заключения, двух приложений и списка цитируемой литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, кратко сформулированы основные цели работы, описано распределение материала по главам и сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В Первой главе анализируется современное состояние проблемы испускания внутреннего тормозного излучения, сопровождающего α -распад тяжелых ядер. Обсуждается актуальность исследования данного процесса и проводится анализ имеющихся в литературе экспериментальных данных по измерению выходов тормозных фотонов при α -распаде тяжелых радионуклидов. Показано, что существующие экспериментальные данные имеют малую статистическую достоверность и нуждаются в существенном уточнении. Так, выходы тормозных фотонов при α -распаде ядра ^{210}Po

измерены группой японских физиков лишь до энергий $E_\gamma \approx 500$ кэВ с большой экспериментальной погрешностью. В области энергий тормозных фотонов ≈ 400 кэВ наблюдался некий локальный минимум в вероятности их испускания, который был интерпретирован авторами как результат интерференции в амплитудах вероятности испускания тормозного излучения, соответствующих подбарьерной области движения α -частицы и внешней области.

Приведена систематика существующих теоретических моделей, используемых для описания изучаемого явления и показано, что при расчете выхода тормозного излучения, сопровождающего α -распад, имеет место ряд принципиальных допущений, которые не позволяют однозначно определить природу процесса, а именно, оценить степень влияния подбарьерной области движения α -частицы на полную вероятность испускания тормозных фотонов. Так, классическая модель тормозного излучения дает завышенные по сравнению с экспериментом результаты. Квантово-механические расчеты, выполненные в рамках одночастичной теории α -распада с применением первого порядка теории возмущений и с учетом подбарьерной области движения α -частицы позволяют сделать вывод о деструктивном характере интерференции между вкладами от подбарьерной и внешней областей в полную вероятность выхода тормозного излучения. Однако эти расчеты показывают отсутствие каких-либо локальных минимумов в энергетическом спектре тормозных фотонов. Численный расчет с использованием нестационарного уравнения Шредингера указывает на возможность существования локального максимума в вероятности испускания тормозных фотонов при высоких энергиях.

Во Второй главе представлено описание разработанной методики измерения энергетических спектров тормозного излучения, сопровождающего ядерные превращения, в диапазоне энергий от нескольких десятков кэВ до 1 МэВ, в условиях малого выхода тормозных фотонов (когда полная вероятность испускания фотона, отнесенная к одному

акту распада, не превышает 10^{-7}). Описана методика обработки получаемых в эксперименте данных, основанная на нахождении параметров сигналов с детекторов с помощью вейвлет-анализа, определении глубины разложения сигнала с кремниевого α -детектора и γ -детектора. Обосновано преимущество вейвлет-преобразования Хаара перед вейвлет-преобразованием Добеши для определения энергии регистрируемых частиц и временных меток сигналов. Для временного анализа сигнала с Ge-детектора использовался метод постоянной амплитуды с компенсацией фронта (ARC-метод).

С помощью цифрового осциллографа Tektronix DPO 7354 проведено экспериментальное определение значений вероятностей испускания γ -квантов с возбужденных уровней дочерних ядер ^{222}Rn , ^{218}Po , ^{210}Pb , заселяемые вследствие α -распада материнских ядер ^{226}Ra , ^{222}Rn , ^{214}Po . Наблюдаемое удовлетворительное согласие между результатами эксперимента с использованием Ge-детектора и данными, полученными ранее со сцинтилляционным NaI(Tl)-детектором, и имеющимися литературными данными указывает на корректность предложенной методики.

Приведены результаты эксперимента по измерению выходов тормозного излучения при α -распаде изотопа ^{214}Po . Получено, что энергетические спектры тормозных фотонов монотонно спадают с ростом энергии E_α , а локальных минимумов в спектрах не обнаружено.

В Третьей главе приведено описание процесса испускания тормозных фотонов в рамках одночастичной квантово-механической модели α -распада. В дипольном приближении рассчитан спектр тормозного излучения при вылете α -частицы из сферически симметричного прямоугольного ядерного потенциала. Проведена оценка выбора глубины потенциальной ямы и радиуса ядра для $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra . Отмечается, что выбранные в работе Папенброка и Бергча [039] параметры прямоугольной ямы, находятся в противоречии с условием квантования Бора-Зоммерфельда. Произведенный

расчет выхода тормозного излучения для ядра ^{210}Po с учетом условия квантования Бора-Зоммерфельда (числом нулей волновой функции во внутри барьерной области $n = 11$, вместо $n = 5$), приводит к значительному увеличению вероятности вылета тормозного фотона. С целью проверки степени влияния модельного ступенчатого подъема сферически симметричного прямоугольного потенциала, был рассмотрен потенциал в виде суммы сферически симметричной прямоугольной ямы и потенциала гармонического осциллятора. Результаты расчета показали, что вклад внутри барьерной области существенно зависит от формы ядерного потенциала – при гладких краях ямы, общий выход тормозного излучения уменьшается в несколько раз по сравнению с прямоугольной ямой, что подтверждается и расчетами других авторов с использованием реалистического потенциала МакФаддена-Сэчлера.

Показано, что в выбранной геометрии эксперимента поправка на квадрупольное излучение в выходе тормозных фотонов составляет менее 1%.

В Четвертой главе рассмотрены перспективы развития метода тормозного излучения при исследовании динамики распада тяжелых ядер с помощью быстрых временных оцифровщиков сигналов с различных, как сцинтилляционных, так и полупроводниковых – на основе сверхчистого германия и теллурида кадмия.

Проведено сравнение параметра $\Delta E \cdot \tau$, являющегося важной характеристикой методики регистрации редких совпадений. Установлено, что наилучшим значением параметра $\Delta E \cdot \tau$ обладают полупроводниковый детектор γ -излучения на основе сверхчистого германия и сцинтилляционный NaJ(Tl)-детектор.

В Заключении сформулированы основные выводы и результаты диссертации.

В Приложении 1 приводится программа для обработки сохраненных экспериментальных данных и определения энергии зарегистрированных частиц и интервала времени между импульсами с детекторов.

В Приложении 2 представлены результаты численного расчета вероятности выхода тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra .

Материал диссертации изложен на 141 странице, содержит 44 рисунка и 17 таблиц. Список используемой литературы содержит 91 наименований.

1. ИСПУСКАНИЕ ВНУТРЕННЕГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ α -РАСПАДЕ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР (ЛИТ.ОБЗОР)

Тормозное излучение, сопровождающее ядерные превращения с испусканием заряженных частиц, было открыто при изучении процесса β -распада – в 1927 году Астон обнаружил низкоинтенсивное электромагнитное излучение при распаде изотопа ^{210}Bi (описание открытия этого явления см. в монографии [40]). Позднее подобное излучение, имеющее непрерывный спектр, наблюдалось и при β -распадах других элементов (U, Xe, ^{32}P , ^{35}S). Это явление имело другую природу по сравнению с излучением γ -квантов фиксированных энергий при переходах ядер из возбужденных в основные состояния. Книпп, Уленбек и Блох показали, что происхождение этого непрерывного по энергии излучения при β -распаде можно объяснить, если учесть взаимодействие β -частицы с кулоновским полем ядра. В результате "внезапного" появления в этом поле легкой заряженной β -частицы возникает квант тормозного излучения. Было предложено называть последнее «внутренним тормозным излучением» – в отличие от внешнего тормозного излучения, которое возникает при движении β -частицы в кулоновском поле ядер тормозящей среды.

Впервые в 1985 году Баткин, Копытин и Чуракова [41] в рамках квантово-механической одночастичной модели α -распада с использованием аппарата функций Грина рассмотрели задачу об испускании тормозных фотонов при вылете α -частицы из ядра.

Расчет энергетического спектра тормозного излучения заряженной частицы при ее туннелировании через потенциальный барьер впервые был выполнен в работе Д'Арриго, Ольховского и др.[42]. Для случая одномерного движения частицы с использованием аппарата волновых пакетов были получены аналитические формулы, описывающие вероятности испускания тормозного фотона при прохождении волнового

пакета через прямоугольный потенциальный барьер – при ударе о барьер, при туннелировании и выходе из него для различных соотношений между высотой прямоугольного барьера и энергией налетающей частицы. Анализ полученных данных показал, что:

- при малых энергиях испускаемых тормозных фотонов по сравнению с кинетической энергией частицы вклад подбарьерной области движения частицы в полную интенсивность тормозного излучения пренебрежимо мал по сравнению с внешними областями движения частицы;
- амплитуда испускания тормозных фотонов в подбарьерной области имеет отрицательный знак по отношению к амплитудам испускания фотонов во внешних областях – интерференция между амплитудами испускания тормозного излучения во внутренней и внешними областями имеет деструктивный характер;
- с увеличением энергии фотонов, относительный вклад подбарьерной области движения частицы в полную интенсивность испускаемого тормозного излучения увеличивается.

Независимо Дьяконов и Горный в работе [43] рассмотрели задачу испускания тормозного излучения заряженной частицей при туннелировании через потенциальный барьер произвольной формы. С использованием квазиклассического подхода к описанию волновой функции частицы внутри барьера была продемонстрирована необходимость учета интерференции между амплитудами вероятности испускания тормозных фотонов из внутренней и внешней областей движения.

Таким образом, экспериментальное изучение явления испускания тормозного излучения при α -распаде позволяет выявить особенности временной эволюции процесса туннелирования α -частицы через кулоновский барьер ядра.

1.1. Экспериментальные данные по регистрации внутреннего тормозного излучения при α -распаде

Все существующие к настоящему времени работы по измерению тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер были выполнены в трех научных центрах – НИИ ядерной физики МГУ (РФ), университете Тохоку (Япония) и институте Макса Планка (Гейдельберг, ФРГ).

НИИЯФ МГУ

Первые экспериментальные данные по выходам тормозных фотонов при α -распаде ядер ^{214}Po и ^{226}Ra были получены в НИИЯФ МГУ в 1994 году [3]. Толчком для проведения этих исследований послужил предыдущий эксперимент по измерению вероятностей ионизации К-оболочек тяжелых атомов испускаемыми α -частицами в процессе распада [44], когда помимо пиков в энергетических спектрах рентгеновских квантов, соответствующих переходам электронов с верхних атомных уровней на образующиеся в результате прямой ионизации вакансии в К-оболочке, наблюдался также непрерывный фон. Первоначально причиной возникновения этого фона считалось взаимодействие космического излучения (высокоэнергетичных π -мезонов) с материалом детектора рентгеновских квантов. Однако попытки освободиться от него путем изменения геометрии расположения детекторов и регистрацией поперечной составляющей π -мезонных ливней, а также эксперименты по проверке методики α - γ совпадений при разнесенных в пространстве детекторах α -частиц и γ -квантов и т.д., не дали ощутимых результатов. Тогда, в качестве одной из возможных причин наблюдаемого явления была высказана идея о тормозной природе возникающего излучения.

Дополнительным стимулом к изучению процесса испускания тормозных фотонов при α -распаде тяжелых ядер явились эксперименты по

измерению энергетического спектра тормозного излучения при спонтанном делении изотопа ^{252}Cf , в которых было обнаружено наличие особенности (минимума) в спектре тормозных фотонов при энергии $E_\gamma = 55 \text{ МэВ}$ [24], и было высказано предположение, что это явление связано с интерференционными эффектами в выходе тормозного излучения вследствие конечных пространственных размеров делящейся системы. Естественно, возник вопрос о моделировании процесса испускания тормозного излучения при спонтанном делении другим схожим процессом, поддающимся более простой теоретической интерпретации с одной стороны, и более удобным в плане экспериментального изучения с другой – а именно α -распадом тяжелых ядер, который можно рассматривать как случай сильно асимметричного деления.

В эксперименте по регистрации тормозного излучения при α -распаде, поставленном в НИИЯФ МГУ [3], использовался α -источник ^{226}Ra активностью 34 кБк из комплекта ОСАИ, полученный путем напыления радиоактивного изотопа на фольгу Ni диаметром 15 мм. Источник устанавливался в камере, где поддерживался вакуум на уровне $10^{-6} \text{ мм.рт.ст.}$

Геометрия этого эксперимента приведена на рисунке 1.1а.

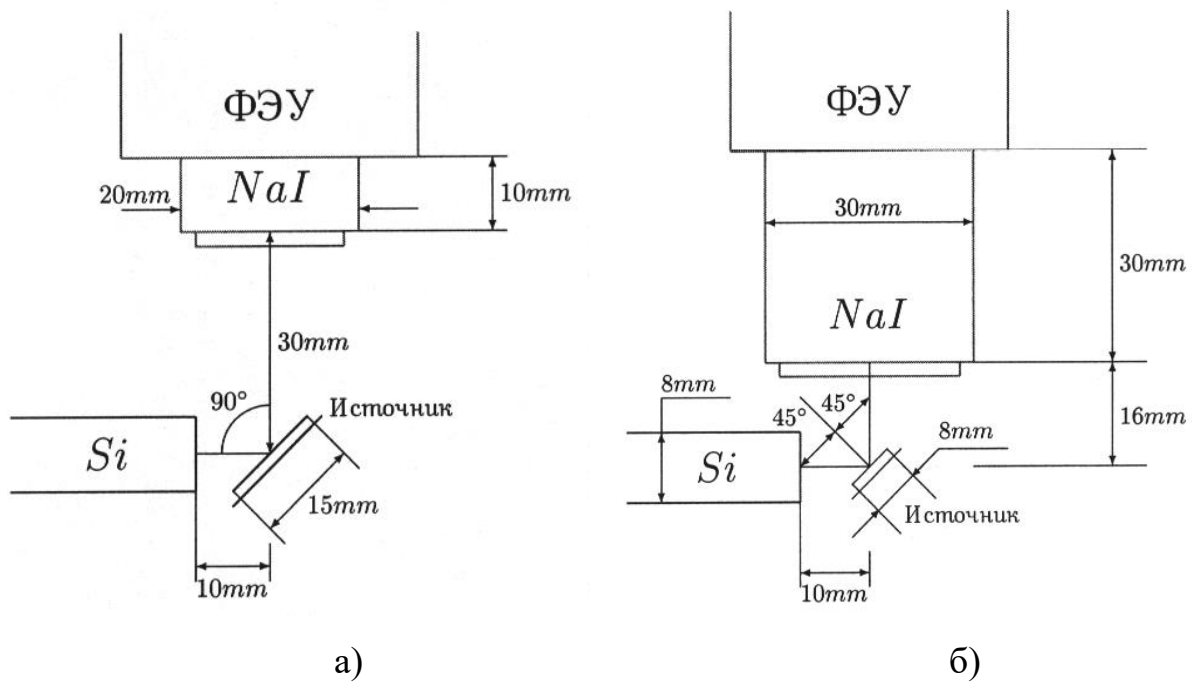


Рисунок 1.1 Геометрия экспериментов в НИИЯФ МГУ по регистрации тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер:

а) – эксперимент 1994 года [3]

б) – эксперимент 2000 года [45]

Сцинтилляционный детектор тормозных фотонов на основе монокристалла NaJ(Tl) диаметром 20 мм и толщиной 10 мм был расположен на расстоянии 30 мм от источника, а α -частицы регистрировались полупроводниковым поверхностно-барьерным детектором, площадь рабочей поверхности которого составляла 100 мм². Угол между сцинтилляционным и полупроводниковым детекторами был равным 90°. Такое расположение детекторов позволяло набирать максимальную статистику при регистрации тормозного излучения в предположении о дипольном характере его излучения.

Энергетическое разрешение поверхностно-барьерного полупроводникового кремниевого детектора равнялось $\Delta E_\alpha = 20$ кэВ для α -частиц с энергией $E_\alpha = 5,3$ МэВ. Энергетическая калибровка детектора осуществлялась с помощью стандартных α -источников из комплекта ОСАИ.

Энергетическое разрешение NaJ(Tl)-детектора равнялось $\Delta E_\gamma = 5$ кэВ для γ -квантов с энергией $E_\gamma = 60$ кэВ (источник ^{214}Am из комплекта ОСГИ) и $\Delta E_\gamma = 15$ кэВ для γ -квантов с энергией $E_\gamma = 661$ кэВ (источник ^{137}Cs). Эффективность регистрации фотонов низких энергий ($E_\gamma < 200$ кэВ) NaJ(Tl)-детектором определялась с помощью стандартных источников: ^{241}Am ($E_\gamma = 59,6$ кэВ), ^{57}Co ($E_\gamma = 122$ и 136 кэВ), а также путем измерения линии 186 кэВ, испускаемой при α -распаде ядра ^{226}Ra на первое возбужденной состояние ^{222}Rn .

Эксперимент проводился в течение 800 часов. Для выделения событий, соответствующих актам испускания тормозных фотонов при α -распаде ядер использовалась методика быстро-медленных совпадений с разрешающим временем $\tau = 10$ нс. Анализ этих событий на плоскости $[E_\gamma \times E_\alpha]$ осуществлялся путем суммирования всех зарегистрированных актов α - γ совпадений вдоль линии (строго говоря – области), соответствующей закону сохранения энергии

$$E_\alpha + k \cdot E_\gamma = \text{constant}, \quad (1.2)$$

где $k = (M - m_\alpha)/M$, M – масса материнского ядра, m_α – масса α -частицы.

Ширина области зависела от энергетического разрешения $\Delta E_{\alpha,\gamma}$ α - и γ -детекторов как:

$$\Delta E_\Sigma = (\Delta E_\gamma^2 + \Delta E_\alpha^2)^{1/2} \quad (1.3)$$

и была равной $\Delta E_\Sigma = 25$ кэВ.

Так как телесные углы α - и γ -детекторов составляли $\Delta\Omega_{\alpha,\gamma} = 8,0 \cdot 10^{-2}$ и $3,0 \cdot 10^{-2}$ стер, соответственно, то величина дважды дифференциальной вероятности выхода тормозного излучения определялась на основе измеренного значения числа α - γ -совпадений $N_{\alpha\gamma}^{\text{true}}$, полного числа зарегистрированных α -частиц $N_\alpha = n_\alpha \cdot \Delta t$ (где n_α — интенсивность α -линии, Δt — время измерения) и известной эффективности регистрации $\varepsilon(E_\gamma)$ тормозного фотона с энергией E_γ по формуле:

$$\frac{d^2 P_{\alpha-\gamma}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma} (\Theta_{\alpha-\gamma} = 90^\circ) = \frac{N_{\alpha-\gamma}^{true}}{n_\alpha \Delta t \varepsilon(E_\gamma) \Delta E_\gamma \Delta \Omega_\gamma} \quad (1.4)$$

Полученные данные по выходам тормозных фотонов с энергиями E_γ до 500 кэВ, сопровождающих α -распады ядер ^{226}Ra и ^{214}Po приведены на рисунке 1.2.

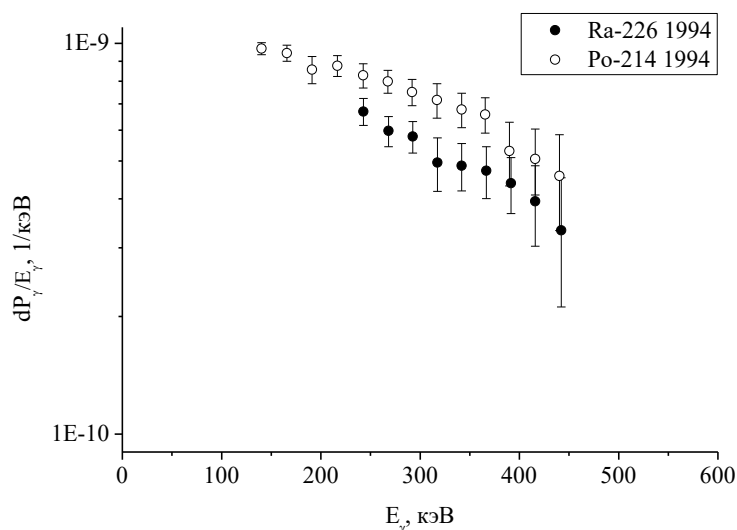


Рисунок 1.2 Экспериментальные данные по выходам тормозных фотонов, сопровождающих α -распады ядер ^{226}Ra и ^{214}Po [3]

В методике второго эксперимента, поставленном в НИИЯФ МГУ [45] (см. рисунок 1.1б), с целью увеличения статистики при измерении выхода тормозного и для расширения диапазона энергий регистрируемых тормозных фотонов, были введены следующие изменения:

- для регистрации α -частиц использовался полупроводниковый поверхностно-барьерный детектор с большей площадью рабочей поверхности 200 мм^2 ($d \approx 16 \text{ мм}$);
- был применен NaI(Tl) сцинтилляционный детектор большего объема – диаметром 30 мм и толщиной 30 мм;
- было уменьшено расстояние от сцинтилляционного детектора до α -источника с 30 мм до 16 мм.

Углы между детекторами и нормалью к поверхности источника, как и ранее, выбирались равными 45° , так что общий угол между

сцинтилляционным и полупроводниковым детекторами был равен 90° . Такой выбор геометрии эксперимента обусловлен следующей причиной – наряду с совпадениями (α - γ_{bremss}) α -частиц с тормозными фотонами регистрировались и совпадения α -частиц с γ -квантами E2-мультипольности, испускаемыми при распаде первых возбужденных состояний дочерних ядер (см. таблицу 2.1). Так как угловое распределение γ -квантов в этом случае характеризуется зависимостью

$$W_{\alpha-\gamma}(\theta) \sim \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) \sim \sin^2(2\theta), \quad (2.1)$$

то для угла $\theta = \pi/2$ между направлениями вылета α -частицы и γ -кванта оно имеет минимум. Учитывая, что данные события в двумерной плоскости совпадений $[E_\alpha \times E_\gamma]$ также лежат на линии, соответствующей выполнению закона сохранения энергии $E_\alpha + k \cdot E_\gamma = \text{const} = E_\alpha^*$ (где E_α^* — кинетическая энергия α -частицы при распаде материнского ядра на возбужденный уровень), применение данной геометрии эксперимента позволило на несколько порядков сократить их вклад в общее число α - γ совпадений.

Эксперимент проводился непрерывно в течение 1500 часов. За это время общее число событий α - γ совпадений составило $4,4 \cdot 10^6$.

На рисунке 1.3 представлены экспериментальные данные для ядер ^{214}Po и ^{226}Ra вместе с данными предыдущего эксперимента [3]. Данные для ядра ^{210}Po приведены на рисунке 1.4.

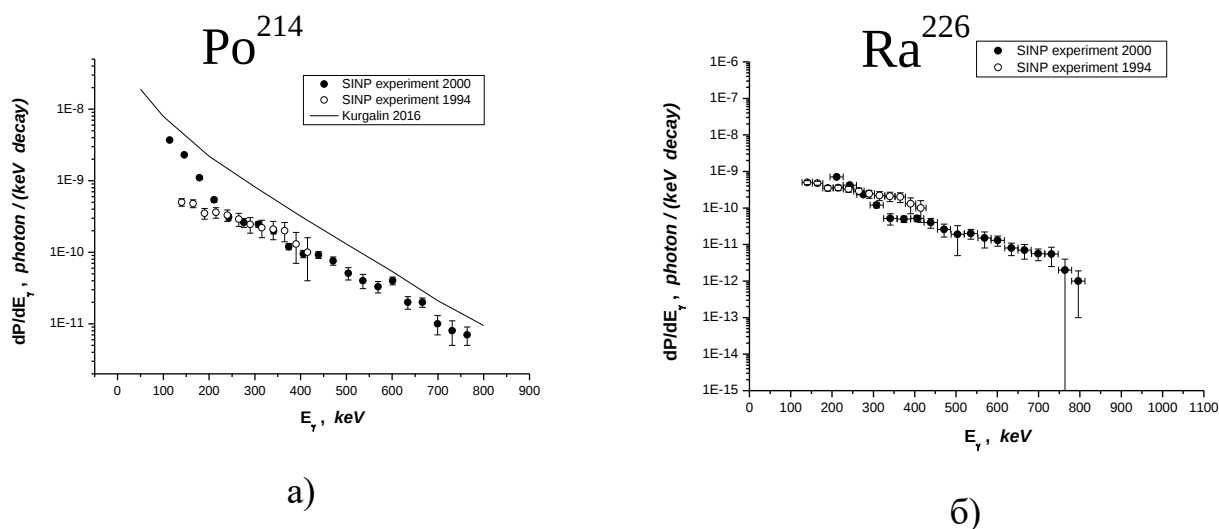


Рисунок 1.3 Экспериментальные данные по выходу тормозного излучения при α -распаде ядер ^{214}Po (а) и ^{226}Ra (б)

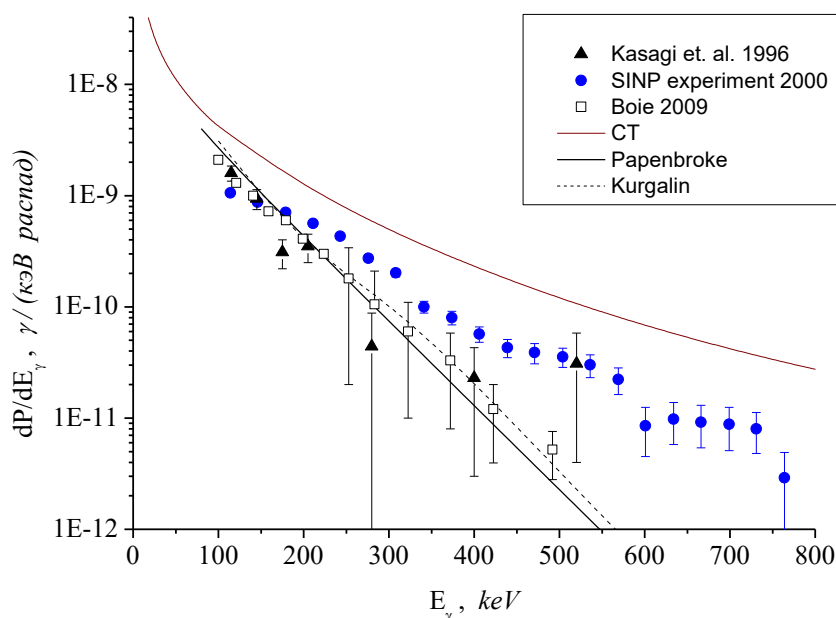


Рисунок 1.4 Экспериментальные данные по выходу тормозного излучения при α -распаде ядер ^{210}Po

Как видно из рисунков, наблюдается удовлетворительное согласие между полученными экспериментальными значениями вероятности испускания тормозных фотонов при α -распаде ядер ^{214}Po и ^{226}Ra [33,34], и предыдущими измерениями [3], несмотря на то, что временной интервал между ними составляет около десяти лет. Некоторое различие в низкоэнергетической $E_\gamma < 200$ кэВ области связано с более точным извлечением данных в последних экспериментах по выходу тормозного

излучения вблизи пиков характеристического рентгеновского излучения К-серии дочерних атомов, возникающего при ионизации атомной оболочки вылетающей из ядра α -частицей.

Университет Тохоку (Япония)

В работах [4,46], опубликованных в 1997 - 1998 гг., группой Касаги из университета Тохоку (Япония). с помощью методики $(\alpha\text{-}\gamma)$ -совпадений были измерены вероятности испускания тормозных фотонов при α -распаде изотопов ^{210}Po и ^{244}Cm . Для регистрации тормозных фотонов в диапазоне до 500 кэВ использовался детектор из сверхчистого (High Purity – HP) германия с разрешением 2,0 кэВ при энергии $E_\gamma = 1,33$ МэВ, располагавшийся на расстоянии 20 мм от источника α -частиц, нанесенного на фольгу. Размеры Ge-детектора составляли 43 мм в диаметре и 55 мм толщиной. Для регистрации α -частиц был использован кремниевый поверхностно-барьерный детектор с площадью рабочей поверхности 200 мм² и энергетическим разрешением 40 кэВ для 5,3 МэВ линии ^{210}Po . Угол между детектором α -частиц и Ge-детектором составлял 25°, однако вследствие больших геометрических размеров детекторов выделить информацию относительно $(\alpha\text{-}\gamma)$ -угловых корреляций, как отмечают авторы, не представлялось возможным. События $(\alpha\text{-}\gamma)$ -совпадений записывались в виде двухмерного массива $[E_\alpha \times E_\gamma]$. Разрешающее время методики $(\alpha\text{-}\gamma)$ -совпадений составило 15 нс. В эксперименте с источником ^{210}Po сначала в течение 120 дней использовался источник активностью 3,5 кБк. Затем с другой стороны вакуумной камеры был установлен дополнительный Ge-детектор с аналогичными характеристиками при сохранении геометрии эксперимента (одинакового угла между нормальными к поверхности α - и γ -детекторов), и был заменен α -источник на более мощный, активностью 11,7 кБк. Время измерения с этим источником составило 150 дней, так что суммарное интегральное число зарегистрированных α -частиц было равно $1,43 \cdot 10^{10}$.

Геометрия эксперимента японской группы представлена на рисунке 1.5.

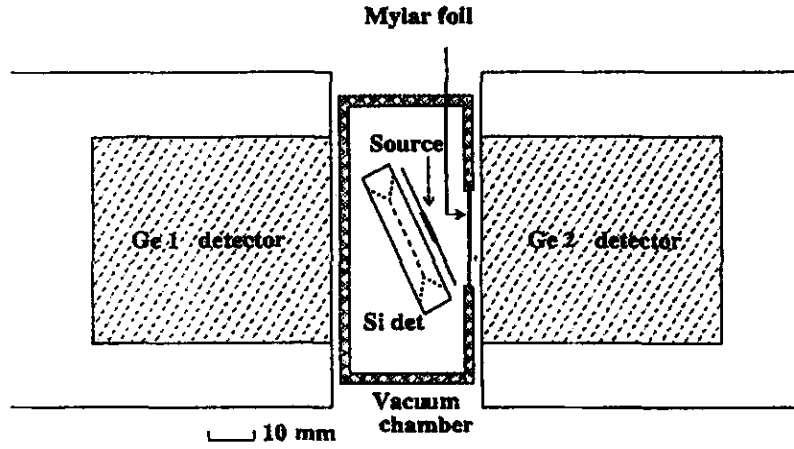


Рисунок 1.5 Геометрия эксперимента группы Касаги (университет Тохоку) с источником ^{210}Po [4,46]

Телесные углы, под которыми были видны детекторы, составляли $\Delta\Omega_\alpha \sim \pi$ и $\Delta\Omega_\gamma \sim \pi/2$, так что был измерен, практически, усредненный по 4π выход тормозного излучения на средний угол $\theta_{\alpha-\gamma} = 25^\circ$. С учетом этого, вероятность испускания тормозного фотона на один акт распада рассчитывалась по формуле

$$\frac{d^2 P_{\alpha\gamma}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma} = \frac{1}{4\pi} \frac{N_{\alpha-\gamma}}{N_\alpha \langle \varepsilon_\gamma \rangle \Delta E_\gamma \langle W_{\alpha-\gamma} \rangle} \quad (1.5)$$

где $N_{\alpha-\gamma}$ — число зарегистрированных событий, соответствующих актам испускания тормозных фотонов в интервале энергий $(E_\gamma - \Delta E_\gamma/2; E_\gamma + \Delta E_\gamma/2)$;

N_α — общее число зарегистрированных α -частиц;

$\langle \varepsilon_\gamma \rangle$ — усредненная эффективность регистрации Ge-детектора;

$\langle W_{\alpha-\gamma} \rangle$ — функция угловой (α - γ)-корреляции с учетом конечных угловых размеров детекторов.

Функция угловой (α - γ)-корреляции в предположении о преобладании дипольного члена в разложении вероятности испускания тормозного фотона по мультиполям была представлена как :

$$\langle W_{\alpha-\gamma}(\theta) \rangle = 1 + a_2 \cdot Q_2^\alpha \cdot Q_2^\gamma \cdot P_2(\cos(\theta_{\alpha-\gamma})) \quad (1.6)$$

где $a_2 = -1,0$ для дипольного излучения;

Q_2^α, Q_2^γ - факторы, учитывающие геометрические размеры детекторов

α -частиц и тормозных фотонов, $Q_2^\alpha \cdot Q_2^\gamma = 0,22$ для данной геометрии эксперимента.

На рисунке 1.6 приведены значения измеренных в работах [4,46] вероятностей испускания тормозных фотонов при α -распадах изотопов ^{244}Cm и ^{210}Po . Как видно из полученных данных, статистика для источника ^{244}Cm крайне низка (рисунок 1.6а), что позволяет оценить лишь предельные значения для вероятности испускания тормозных фотонов с энергиями 340 кэВ.

Для ядра ^{210}Po (рисунок 1.6б) при энергиях фотонов E_γ от 100 до 200 кэВ вероятность испускания тормозного излучения измерена с удовлетворительной статистикой и равна, например,

$$\frac{d^2 P_{\alpha\gamma}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma} = (0,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-10} \text{ } \gamma/(\text{кэВ} \cdot \text{стер} \cdot \text{распад}) \text{ при } E_\gamma = 200 \text{ кэВ, а в области}$$

энергии фотонов E_γ 300–400 кэВ наблюдается локальный минимум.

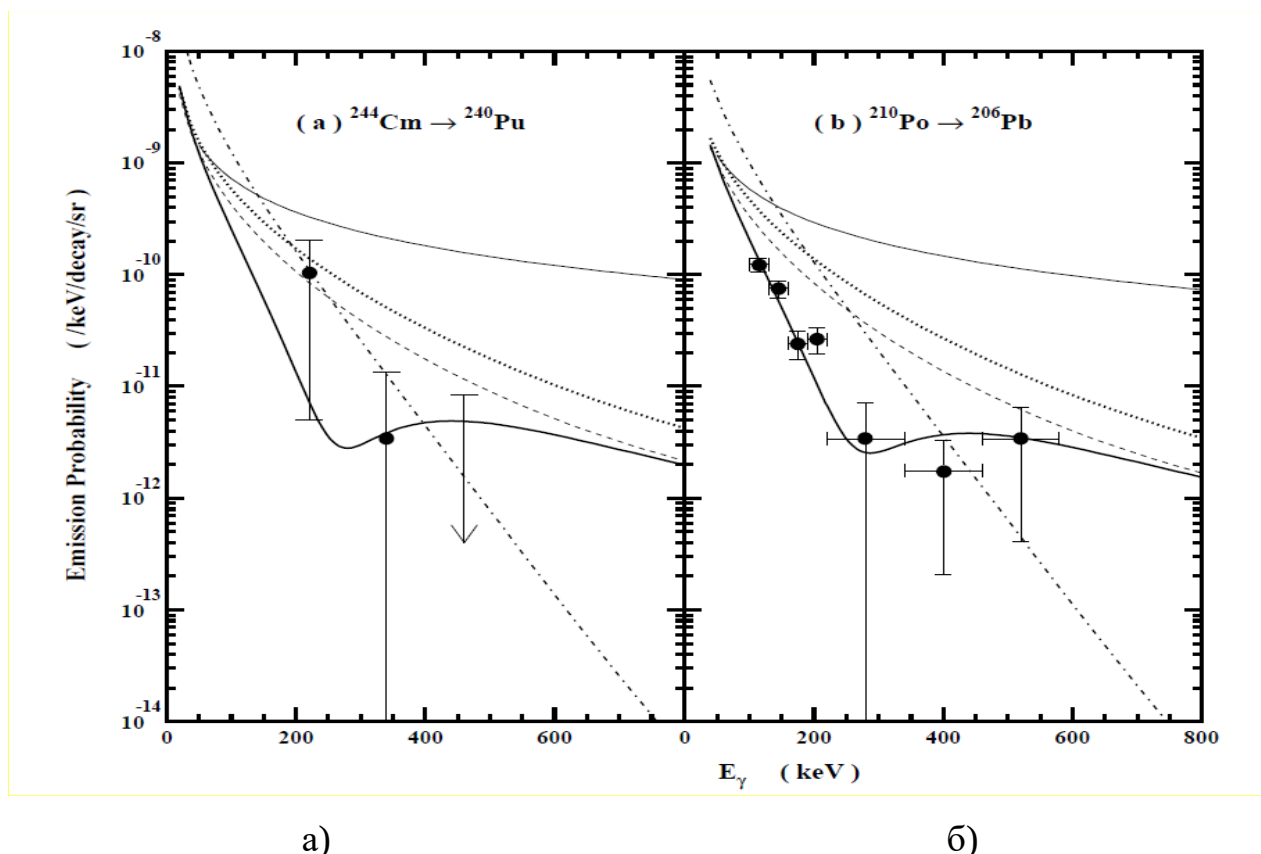


Рисунок 1.6 Вероятности испускания тормозных фотонов при α -распадах изотопов ^{244}Cm (а) и ^{210}Po (б) [4,46].

тонкая сплошная кривая – расчеты по SA-модели (внезапное ускорение);
 пунктирная кривая – расчет по СТ-модели (кулоновские траектории);
 штриховая кривая – расчет по СТ-модели в предположении о возможной потере кинетической энергии α -частицы вблизи точки выхода из барьера;
 толстая сплошная кривая – расчеты по квантово-механической модели в квазиклассическом приближении
 штрих-пунктирная кривая – расчеты по квантово-механической модели в квазиклассическом приближении при движении α -частицы только во внутренней области.

Выполненные авторами расчеты выходов тормозного излучения в рамках модели внезапных ускорений (см. рисунок 1.6 - SA-модель, тонкая сплошная кривая) лежат существенно выше экспериментальных данных. Расчеты по модели кулоновских траекторий (СТ-модель, пунктирная кривая) также превышают данные экспериментов. По аналогии с попыткой, предпринятой в работе [47] по описанию выхода тормозных фотонов при спонтанном делении ядер ^{252}Cf , Касаги и др. предположили,

что на начальном этапе движения частицы по кулоновской траектории вблизи точки выхода ее из барьера кинетическая энергия E_α достаточно мала, так что частица, испуская тормозной фотон с энергией E_γ , превышающей ее кинетическую энергию

$$E_\gamma > E_\alpha = Q_\alpha - V_c(r), \quad (1.7)$$

где Q_α – энергия α -частицы на бесконечности;
 $V_c(r)$ – кулоновский потенциал;

снова оказывается в подбарьерной области (штриховая линия). Однако и это приближение не обеспечило согласование с полученными экспериментальными данными. Следует отметить, что данное предположение о возвращении α -частицы в подбарьерную область с точки зрения принципа неопределенности не верно: нельзя локализовать местоположение α -частицы в момент испускания тормозного фотона – если неопределенность ее кинетической энергии порядка энергии фотона $\Delta E_\alpha \sim E_\gamma$, то при $E_\gamma = 100$ кэВ, погрешность в определении координаты α -частицы составит 10^3 фм.

Удовлетворительное согласие с результатами эксперимента было получено лишь в результате численного расчета, выполненного на основании квазиклассического подхода, предложенного Дьяконовым и Горным [43] (толстая непрерывная линия), и качественно объяснено поведение экспериментальных значений при энергиях более 250 кэВ путем учета того, что α -частица теряет свою скорость у внутренней границы кулоновского барьера (штрих-пунктирная линия).

Выводы, сделанные авторами работ [4,46], следующие:

- амплитуды вероятностей вылета тормозных фотонов при движении α -частицы внутри барьера и вне его деструктивно интерферируют между собой;
- вклад подбарьерной области движения α -частицы в абсолютный выход тормозного излучения существенен лишь для $E_\gamma < 250$ кэВ;

- наблюдаемый локальный минимум в энергетической зависимости выхода тормозного излучения в области $E_\gamma = 400$ кэВ имеет интерференционную природу, обусловленную характером движения α -частицы при выходе из-под кулоновского барьера ядра.

Институт Макса Планка (Гейдельберг, ФРГ)

Из данных, полученных группой Касаги из университета Тохоку, видно, что основной проблемой при измерении спектров тормозного излучения, сопровождающего α -распад тяжелых ядер, является получение надежной статистики. Так, в 2007 году группа физиков из института Макса Планка опубликовала экспериментальные данные по вероятности вылета тормозных фотонов при α -распаде ядер ^{210}Po [5]. В эксперименте по регистрации тормозных фотонов использовалась секция многодетекторной установки “MINIBALL”(см. рисунок 1.7), созданной для измерения выходов γ -квантов в реакциях с пучками радиоактивных ядер [48].

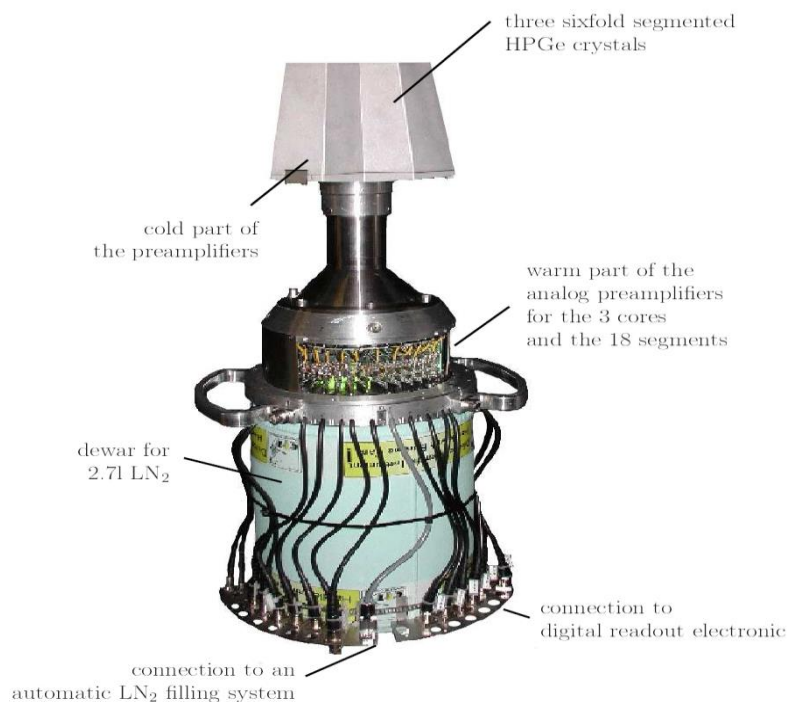


Рисунок 1.7 Внешний вид одной из секций кластерного детектора “MINIBALL” [48]

Схема эксперимента приведена на рисунке 1.8. Две круглые никелевые фольги толщиной 0,2 мм и диаметром 16 мм, с нанесенным на них изотопом ^{210}Po , были закреплены на алюминиевом диске толщиной 0,5 мм. Активность источника ^{210}Po равнялась 10^5 Бк.

Регистрация α -частиц осуществлялась двумя кремниевыми детекторами, каждый площадью $5 \times 5 \text{ см}^2$ был разделен на 16 отдельных стрипов. Для предотвращения неполного собирания заряда α -частицами облучались несегментированные стороны детекторов.

Источник ^{210}Po вместе со стриповыми детекторами помещался в вакуумную камеру. Загрузка каждого стрипа α -частицами составляла 1,5 кГц. Общая доза облучения α -частицами кремниевых детекторов составила 10^{10} частиц/см 2 .

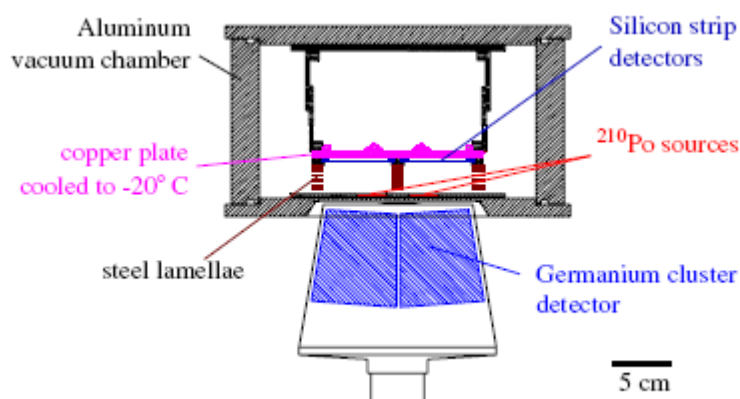


Рисунок 1.8 Схема экспериментальной установки по регистрации тормозных фотонов при α -распаде ^{210}Po [5].

Кремниевые детекторы с целью уменьшения радиационных повреждений размещались на медной пластине, охлаждаемой до температуры -20°C . Несмотря на это, начальное энергетическое разрешение детекторов, равное 30-35 кэВ, к концу эксперимента становилось равным 45 кэВ.

Регистрация тормозных фотонов осуществлялась одной секцией многодетекторной установки "MINIBALL", содержащей в общем криостате три изолированных кристалла из сверхчистого германия,

каждый из которых в свою очередь состоял из шести клинообразных сегментов и цилиндрической центральной части. Используемая в эксперименте электронная аппаратура позволяла не только регистрировать суммарную поглощенную энергию в детекторе, но и формы импульсов от всех сегментов со скоростью оцифровки сигнала 40 МГц (25 нс на одну точку осциллограммы).

Как отмечают авторы работы [5] вследствие большой загрузки спектрометрических трактов (эффект наложения импульсов) наблюдался повышенный выход ложных α - γ совпадений с энергиями, соответствующими закону $E_\gamma + E_\alpha = \text{const}$, что существенно осложнило обработку экспериментальных данных.

С установкой пассивной защиты детекторов от космического фона из свинца толщиной 10 см, скорость счета γ -детектора была на уровне 20 Гц при пороге регистрации 40 кэВ. За время эксперимента, продолжавшегося около 270 дней, общее число зарегистрированных α -частиц составило $4,3 \cdot 10^{11}$, γ -квантов $6 \cdot 10^9$.

Вероятность испускания тормозного фотона с энергией E_γ рассчитывалась по формуле:

$$\frac{dP_{\alpha\gamma}}{dE_\gamma} = \frac{N_{\alpha-\gamma}}{N_\alpha \langle \varepsilon_\gamma \rangle \Delta E_\gamma} \quad (1.8)$$

где $N_{\alpha-\gamma}$ — число зарегистрированных событий, соответствующих актам испускания тормозных фотонов в интервале энергий $(E_\gamma - \Delta E_\gamma/2; E_\gamma + \Delta E_\gamma/2)$;

ΔE_γ - интервал усреднения по энергии регистрируемого фотона;

N_α — общее число зарегистрированных α -частиц;

$\langle \varepsilon_\gamma \rangle$ — усредненная эффективность регистрации γ -детектора;

Регистрация α -частиц стриповыми детекторами и использование кластерного γ -детектора позволили восстановить с помощью моделирования пакетом GEANT4 событий, соответствующих α - γ совпадениям, функцию угловой корреляции между направлениями вылета

фотона и α -частицы $\theta_{\alpha-\gamma}$. Так, эффективность регистрации α - γ совпадений в зависимости от угла $\theta_{\alpha-\gamma}$ представлена на рисунке 1.9 (правая часть рисунка) для двух энергий фотонов – 100 и 500 кэВ.

Сравнение измеренных в эксперименте и теоретических угловых зависимостей выходов тормозного излучения

$$W(\theta_{\alpha-\gamma}) = \sin^2 \theta_{\alpha-\gamma} \cdot (1 + 2 \cdot \chi(E_\gamma) \cdot \cos \theta_{\alpha-\gamma}), \quad (1.9)$$

где $\chi(E_\gamma)$ - отношение квадрупольной составляющей углового распределения к дипольной, показало, что вклад интерференционного члена между E1 и E2 – компонентами углового распределения тормозных фотонов - $\chi(E_\gamma)$ оказался равным + 0,09 при энергии $E_\gamma = 100$ кэВ и + 0,29 при $E_\gamma = 500$ кэВ.

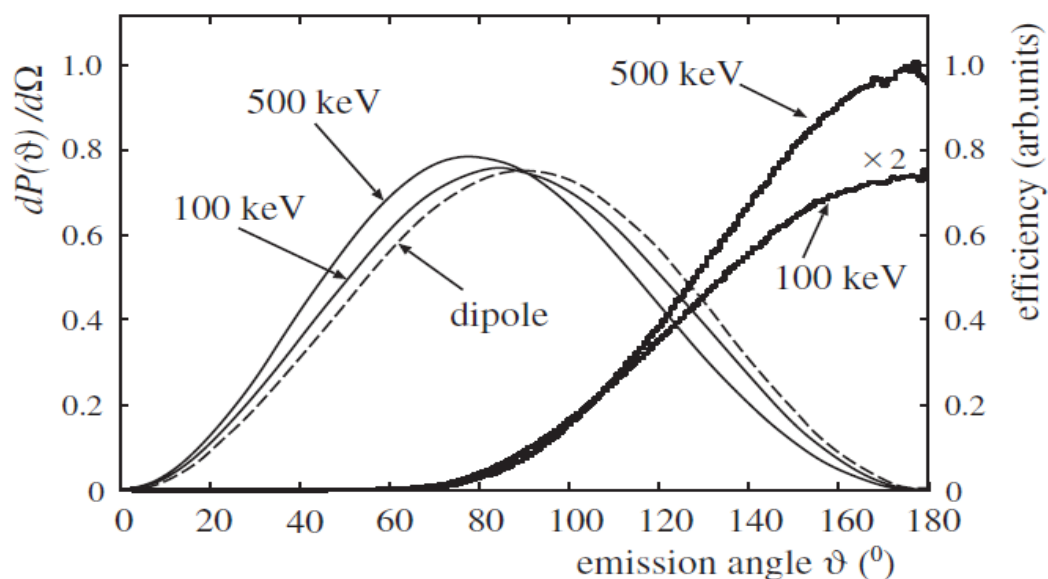


Рисунок 1.9 Эффективность регистрации α - γ совпадений в зависимости от угла между направлениями вылета фотона и α -частицы $\theta_{\alpha-\gamma}$ - правая часть рисунка; подгоночные зависимости углового распределения тормозного излучения для $E_\gamma = 100$ и 500 кэВ в сравнении с чисто дипольной функцией угловой корреляции и диполь-квадрупольной составляющими функции угловой корреляции для энергий фотонов 100 и 500 кэВ – центральная часть.

Полученные экспериментальные данные по зависимости выхода тормозного излучения от энергии испускаемого фотона E_γ в сравнении с результатами японской и российской групп представлены на рисунке 1.10. С точностью до статистических ошибок экспериментальные результаты обеих групп до энергий тормозных фотонов $E_\gamma < 400$ кэВ удовлетворительно совпадают между собой.

На этом же рисунке приведены результаты теоретического расчета авторов [49] по классической модели кулоновских траекторий (СА-модели) и квантово-механической модели Дьяконова [50] в предположении о ненулевом вкладе мнимой части волновой функции α -частицы в подбарьерной области движения.

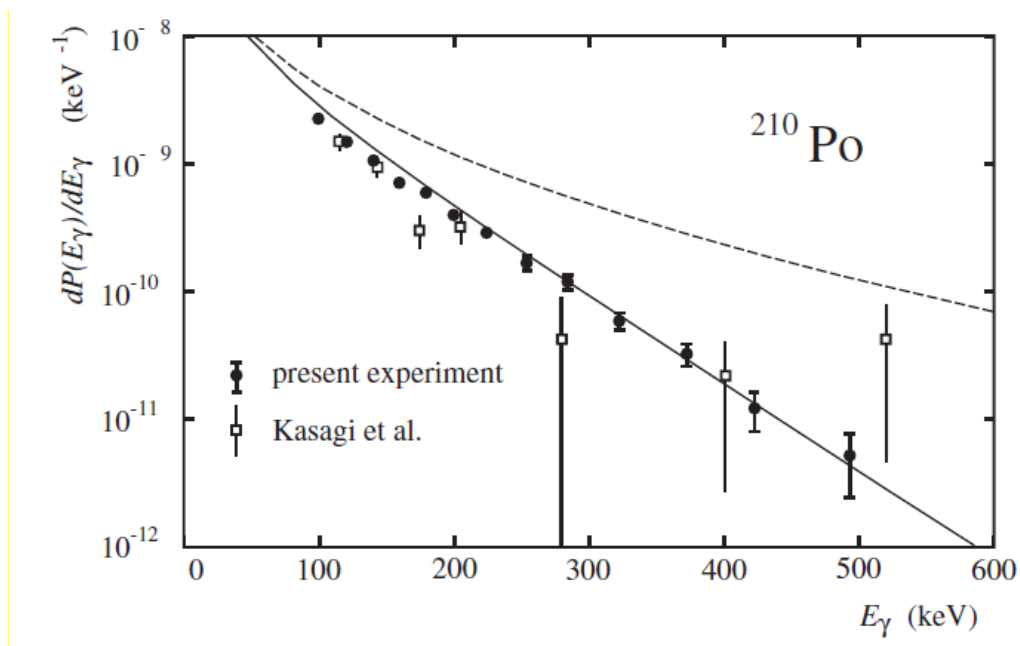


Рисунок 1.10 Экспериментальные данные по зависимости вероятности испускания тормозных фотонов при α -распаде ^{210}Po от энергии E_γ :

- - данные работы немецкой группы [5];
- - данные японской группы [4].

сплошная кривая – расчеты авторов по квантово-механической модели в квазиклассическом приближении Дьяконова [50] и модели Папенброка и Берча [39];

штриховая кривая – расчет по классической СА-модели кулоновских траекторий.

Авторы отмечают, что:

- их расчет полностью совпадает с полученными экспериментальными данными, а также с расчетом Папенброка и Бертча [39] по т.н. «полной квантово-механической модели» испускания тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер;
- наличие интерференционного члена между дипольной и квадрупольной составляющими в корреляционной функции углов вылета тормозного фотона и α -частицы приводит к изменениям в эффективности регистрации фотонов на 8 % и 24 % для энергий E_γ 100 и 500 кэВ.

В заключении обзора по существующим экспериментальным данным необходимо перечислить основные параметры экспериментальных методик, использованных в разных научных группах для регистрации тормозных фотонов, сопровождающих α -распады тяжелых ядер. Типы используемых детекторов, их энергетические и временные характеристики и времена измерений представлены в таблице 1.1.

Следует отметить, что в главе 4 будут подробно рассмотрены энергетические и временные характеристики ряда перспективных полупроводниковых и сцинтилляционных детекторов γ -квантов с энергиями до нескольких МэВ, где будет показано, что при исследовании атомных процессов связанных с проявлением редких ядерных мод распада, важным параметром в экспериментах по изучению редких ядерных превращений с использованием методики совпадений между различными продуктами реакции является отношение числа событий, соответствующих истинным совпадениям, к числу событий, соответствующих случайным совпадениям. Эта величина обратно пропорциональна как ширине суммарного энергетического разрешения детекторов ΔE_Σ , так и временному разрешению методики совпадений τ .

Таблица 1.1 – Параметры детекторов, используемых для регистрации тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер, разными научными группами

Научная группа (исследуемые ядра)	Тип детектора	Размеры, мм	Энергетич. разрешение ΔE , кэВ	Временное разрешение τ , нс	Параметр $\Delta E_{\Sigma} \cdot \tau$, кэВ·нс	Доза α -частиц
НИИЯФ МГУ, ^{226}Ra , ^{210}Po	сцинтилляц. NaJ(Tl)	$\varnothing 20 \times 10$	15	5	250	$2,88 \cdot 10^{10}$
	полупровод. кремниевый	100 мм^2	20			
ун-т Тохоку, ^{210}Po , ^{244}Cm	Два детектора HP Ge	$\varnothing 43 \times 55$	2	15	600	^{210}Po - $1,43 \cdot 10^{10}$; ^{244}Cm - $3,34 \cdot 10^9$
	полупровод. кремниевый	200 мм^2	40			
Ин-т Макса Планка, ^{210}Po	Три сегментир. детектора HP Ge	$\varnothing 70 \times 78$	2,5	100	1310	$4,3 \cdot 10^{11}$
	полупровод. стриповый кремниевый	500	35...45			

Как видно из таблицы, наименьшим значением параметра $\Delta E_{\Sigma} \cdot \tau$, характеризующего степень фильтрации истинных совпадений от случайных, обладает методика, использованная в НИИЯФ МГУ – это связано с наименьшим энергетическим разрешением кремниевого полупроводникового детектора и наилучшим временным разрешением схемы совпадений. Несмотря на то, что сцинтилляционный детектор обладает на порядок худшим энергетическим разрешением, основной вклад в ширину полосы вдоль линии $E_{\gamma} + E_{\alpha} = \text{constant}$ на плоскости $[E_{\gamma} \times E_{\alpha}]$ событий (определяемой суммарным энергетическим разрешением α - и γ -детекторов), дает энергетическое разрешение детектора α -частиц.

С другой стороны, большой объем германиевого детектора при его относительно меньшей эффективности регистрации (так, трехдюймовый германиевый детектор имеет эффективность регистрации не более 30 % от сцинтилляционного NaJ(Tl)-детектора того же объема[51]), способствует увеличению числа случайных и псевдоистинных совпадений из-за повышенной скорости счета событий от космических ливней и природного фонового излучения.

Следует отметить, что во всех описанных экспериментальных методиках использовался т.н. «аналоговый» метод оцифровки амплитуды регистрируемых сигналов (ADC) и временной привязки к фронту импульса CF и TDC.

1.2 Теоретическое описание явления испускания тормозного излучения при α -распаде

1.2.1 Модели, основанных на уравнениях классической электродинамики

Для описания формы энергетических спектров тормозных фотонов, испускаемых при α -распаде тяжелых ядер, в работах [3-5,42,49] использовались теоретические модели, основанные на уравнениях классической электродинамики (модель кулоновских траекторий – СТ, и модель внезапных ускорений – SA). Эти модели применялись еще в 60-х годах для объяснения влияния конечного времени жизни составной ядерной системы на форму спектра тормозного излучения, испускаемого в реакциях при низких энергиях [52]. В дальнейшем, классическая модель тормозного излучения использовалась в работе Д.Вазака [53] для описания процесса испускания тормозных фотонов в реакциях слияния тяжелых ионов промежуточных энергий. Однако, как показало сравнение расчетных и экспериментальных данных по испусканию тормозных фотонов при α -распаде, предсказания классической электродинамики, как минимум, на порядок превышают экспериментальные данные при энергиях $E_\gamma > 300$ кэВ (см. рисунки 1.4 и 1.10).

1.2.2 Описание процесса в рамках стационарной квантово-механической теории

И.С.Баткин, И.А.Копытин, Т.А.Чуракова [54]; М.И.Дьяконов [55]

Попытки описать процесс испускания тормозных фотонов с помощью функций Грина [54] и квазиклассического приближения для волновых функций в подбарьерной области кулоновского потенциала [43] были выполнены без учета явного вида потенциала ядерного взаимодействия α -частицы с дочерним ядром, хотя авторы и предполагали, что его особенности могут проявиться при энергиях фотонов $E_\gamma > 200$ кэВ. В обеих работах было показано, что классическая зависимость $\sim 1/E_\gamma$ тормозного излучения от энергии E_γ удовлетворительно описывает выход излучения при

малых энергиях ($E_\gamma \leq 200$ кэВ). В статье М.И.Дьяконова [55] были подвергнуты критике результаты расчета японских физиков [46], выполненные на основе формул, приведенных в его предыдущей работе [43]. Так, расчеты японской группы для случая испускания тормозного излучения при α -распаде ядра ^{210}Po показали вместо монотонного экспоненциального спада с ростом энергии E_γ наличие локального минимума в выходе фотонов при $E_\gamma \sim 300 \dots 400$ кэВ, связанного, по их мнению, с интерференцией вне барьерной и внутри барьерной областей (см. рисунок 1.4).

Несмотря на то, что ядерный потенциал в расчетах по модели Дьяконова [55] отсутствовал, а кулоновский потенциал продлевался до точки $r = 0$, расчеты в рамках квазиклассического приближения к волновым функциям подбарьерной области движения α -частицы, практически, совпали с расчетами по модели Папенброка и Бертча [39] для случая α -распада ^{210}Po (см. рисунок 1.10), что являлось указанием на несущественный вклад внутрибарьерной области движения α -частицы.

1.2.2.1. Модель ядерного потенциала в виде сферически симметричной прямоугольной потенциальной ямы

Т.Папенброк и Г.Ф.Бертч [39], 1998 г.

Первое квантово-механическое описание процесса испускания тормозного излучения в рамках одночастичной модели α -распада с учетом ядерного потенциала было выполнено Т.Папенброком и Г.Ф.Бертчем. В рамках стационарной квантово-механической теории они провели расчет выхода тормозного излучения при α -распаде ядра ^{210}Po при следующих допущениях:

- энергия тормозного фотона E_γ существенно меньше кинетической энергии α -частицы;

- в операторе взаимодействия движущегося заряда q с электромагнитным полем, характеризующимся вектор-потенциалом $\vec{A}$ учитывается только дипольный член разложения.

В соответствии с т.н. «золотым» правилом Ферми, вероятность перехода системы из начального состояния $|i\rangle$ в конечное $|f\rangle$ равна:

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{1}{E_\gamma} \left| \langle f | q / mc \cdot \vec{A} \hat{p} | i \rangle \right|^2 \quad (1.10)$$

Тогда матричный элемент оператора импульса $\hat{p}$ движущейся частицы можно записать как:

$$\langle f | \hat{p} | i \rangle = \frac{1}{E_\gamma} \langle f | [\hat{H}, \hat{p}] | i \rangle = \frac{i\hbar}{E_\gamma} \langle f | \vec{\nabla} V | i \rangle \quad (1.11)$$

где $\hat{H}$ — Гамильтониан взаимодействия α -частицы с потенциалом $V(r)$;

E_γ — энергия перехода между начальным $|i\rangle$ и конечным $|f\rangle$ состояниями, равная энергии испускаемого тормозного фотона.

Выход тормозных фотонов рассчитывался в первом порядке теории возмущений в дипольном приближении:

$$\frac{dP}{dE_\gamma} = \frac{4Z_{eff}^2 e^2}{3m^2 c^3} \left| \langle \Phi_f | \partial_r V | \Phi_i \rangle \right|^2 \frac{1}{E_\gamma} \quad (1.12)$$

где $\Phi_i(r)$ и $\Phi_f(r)$ — радиальные волновые функции начального и конечного состояния α -частицы;

m — приведенная масса α -частицы и дочернего ядра;

$Z_{eff} = ((A-4)z-4(Z-2))/A$ — дипольный заряд системы α -частица — дочернее ядро;

Z, A — заряд и массовое число материнского ядра;

$V(r)$ — прямоугольная потенциальная яма с параметрами r_0 , V_0 и кулоновский

потенциал вне ямы:

$$V(r) = \frac{2Ze^2}{r} \cdot \Theta(r - r_0) - V_0 \cdot \Theta(r_0 - r) \quad (1.13)$$

где $\Theta(r)$ — ступенчатая функция Хевисайда;

$\Theta(r) = 0$ при $r < 0$,

$\Theta(r) = 1$ при $r \geq 0$.

Глубина потенциальной ямы V_0 и ее ширина r_0 выбирались путем их подгонки по условию сшивки волновых функций на поверхности ядра (см. формулу Главы 3). к экспериментальным значениям кинетической энергии α -частицы E_α и среднего времени жизни τ составной ядерной системы и были выбраны для материнского ядра ^{210}Po как $V_0 = 16,7$ МэВ; $r_0 = 8,67$ фм.

Волновая функция начального состояния $\Phi_i(r)$ выбиралась:

- для внешней и подбарьерной областей движения α -частицы как расходящаяся кулоновская волна, составленная из регулярной $F_0(\eta_i, k_i r)$ и сингулярной $G_0(\eta_i, k_i r)$ в начале координат кулоновских функций

$$\Psi_{II}^i(r) = \sqrt{\frac{m}{\hbar k_i}} \frac{G_0(\eta_i, k_i r) + i F_0(\eta_i, k_i r)}{r}; \quad (1.14)$$

где волновой вектор α -частицы $k_i = \frac{\sqrt{2mE_\alpha}}{\hbar}$;

- для внутренней (внутри барьерной) области

$$\Psi_I^i(r) \sim j_0(K_i r) \sim \frac{\sin(K_i r)}{r}, \quad (1.15)$$

где волновой вектор $K_i = \frac{\sqrt{2m(E_\alpha + V_0)}}{\hbar}$,

j_0 - сферическая функция Бесселя нулевого порядка.

Волновая функция конечного состояния $\Phi_f(r)$ для внешней и внутренней областей движения представлялись в виде

$$\Psi_{II}^f(r) \sim \sqrt{\frac{2m}{\pi \hbar^2 k_f}} \frac{F_l(\eta_f, k_f r) \cos \alpha + G_l(\eta_f, k_f r) \sin \alpha}{r}; \quad (1.16)$$

$$\Psi_I^f(r) \sim j_i(K_f r) \quad (1.17)$$

где $K_f = \frac{\sqrt{2m(E_\alpha - E_\gamma + V_0)}}{\hbar}$; $k_f = \frac{\sqrt{2m(E_\alpha - E_\gamma)}}{\hbar}$,

$\eta_i = \frac{2Ze^2 m}{\hbar k_i}$ - безразмерный параметр Зоммерфельда;

j_i - сферическая функция Бесселя 1-го порядка.

Матричный элемент в уравнении (1.12) был преобразован к виду

$$\begin{aligned} \left\langle \Psi^f(r) \left| \frac{\partial V(r)}{\partial r} \right| \Psi^i(r) \right\rangle = & \sqrt{\frac{2m^2}{\pi \hbar^3 k_i k_f}} \left[\left(\frac{2Ze^2}{r_0} + V_0 \right) \times \right. \\ & \times (F_l(\eta_f, k_f r_0) + G_l(\eta_f, k_f r_0) \operatorname{tg} \alpha) \cdot G_0(\eta_i, k_i r_0) - \\ & \left. - 2Ze^2 \int_{r_0}^{\infty} \frac{(F_l(\eta_f, k_f r_0) \cos \alpha + G_l(\eta_f, k_f r_0) \operatorname{tg} \alpha) \cdot (G_0(\eta_i, k_i r_0) + iF_0(\eta_i, k_i r_0))}{r^2} dr \right] \end{aligned} \quad (1.18)$$

Выделив действительную и мнимую части в амплитуде вероятности испускания тормозного фотона, для получения аналитических выражений, Папенброк и Бертч в конечном итоге пренебрегли вкладом внутрибарьерной области (где действует ядерный потенциал) и изменили нижний предел интегрирования под барьером для мнимой части амплитуды, заменив $r_0 = 8,67$ фм на $r_0 = 0$ фм (подробно вклады от действительной и мнимой частей амплитуды будут обсуждаться в Главе 3).

Проведенный далее авторами не вполне корректный анализ полученной формулы для расчета вероятности вылета тормозного фотона при α -распаде показал, что непосредственный вклад тормозного излучения за счет туннелирования α -частицы через кулоновский барьер ядра в общую вероятность испускания тормозного фотона пренебрежимо мал ($\sim 1\%$), а основной вклад обусловлен ускорением α -частицы в кулоновском поле дочернего ядра. Однако, вероятность вылета тормозного фотона $\frac{dP}{dE_\gamma}$,

рассчитанная в рамках предложенной квантово-механической модели, оказалась существенно меньше вероятности вылета, рассчитанной с использованием уравнений классической электродинамики. Это обстоятельство Папенброк и Бертч объяснили тем, что в классической электродинамике не учитывается изменение кинетической энергии частицы при испускании тормозного фотона, а в квантово-механическом подходе учитывается потеря энергии частицы в конечном состоянии на величину E_γ .

Ими был получен верхний предел для параметра $\zeta = \eta \cdot E_\gamma / E_\alpha$ (где η – параметр Зоммерфельда) – при значении $\zeta \leq 1$. Выход тормозного излучения, рассчитанный в рамках квантово-механической модели, удовлетворительно согласуется с величиной, рассчитанной в классическом подходе, и равен

$$\frac{dP}{dE_\gamma} = \frac{4\alpha Z_{\text{eff}}^2}{3\pi} \frac{E_\alpha}{mc^2} \frac{1}{E_\gamma} \quad (1.14)$$

Как уже отмечалось в пп. 1.1 результаты расчета выхода тормозного излучения, испускаемого при α -распаде ^{210}Po , по предложенной модели удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными работ [4,46] и характеризуются монотонным экспоненциальным спадом в области больших энергий тормозного излучения ($E_\gamma > 200$ кэВ, см. также рисунок 1.10).

Основные выводы Папенброка и Бергча, изложенные в их работе:

- вклад подбарьерной области в общую вероятность выхода тормозного излучения несущественен по сравнению с вкладом от внешней области движения α -частицы;
- рассчитанные значения вероятности выхода тормозного излучения практически не зависят от параметров кулоновского потенциала (r_0, V_0) и чувствительны к величине энергии α -частицы E_α . Так, расчетная вероятность испускания тормозного фотона с энергией $E_\gamma \sim 600$ кэВ при α -распаде ядра ^{214}Po ($E_\alpha = 7,7$ МэВ) в 65 раз больше, чем для случая распада ^{210}Po ($E_\alpha = 5,3$ МэВ).

Н.Такигава, Д.Бринк и др.[56], 1999 г.

Группа ученых из университетов Тохоку (Япония) и Тренто (Италия) - Н.Такигава, Д.Бринк и др. в работе [56] провели детальный квантово-механический анализ процесса испускания тормозного излучения при α -распаде, основываясь на походе, развитом в работе Папенброка и Бергча [39]. Отталкиваясь от формулы (1.12) для вероятности испускания

тормозного кванта $\frac{dP}{dE_\gamma}$ и представления потенциала взаимодействия α -частицы с дочерним ядром в виде суперпозиции кулоновского и прямоугольного ядерного потенциалов (см. формулу (1.13)), при интегрировании в формуле (1.18) выражения для амплитуды рождения тормозного фотона по радиусу в пределах от r_0 до ∞ было выделено несколько участков:

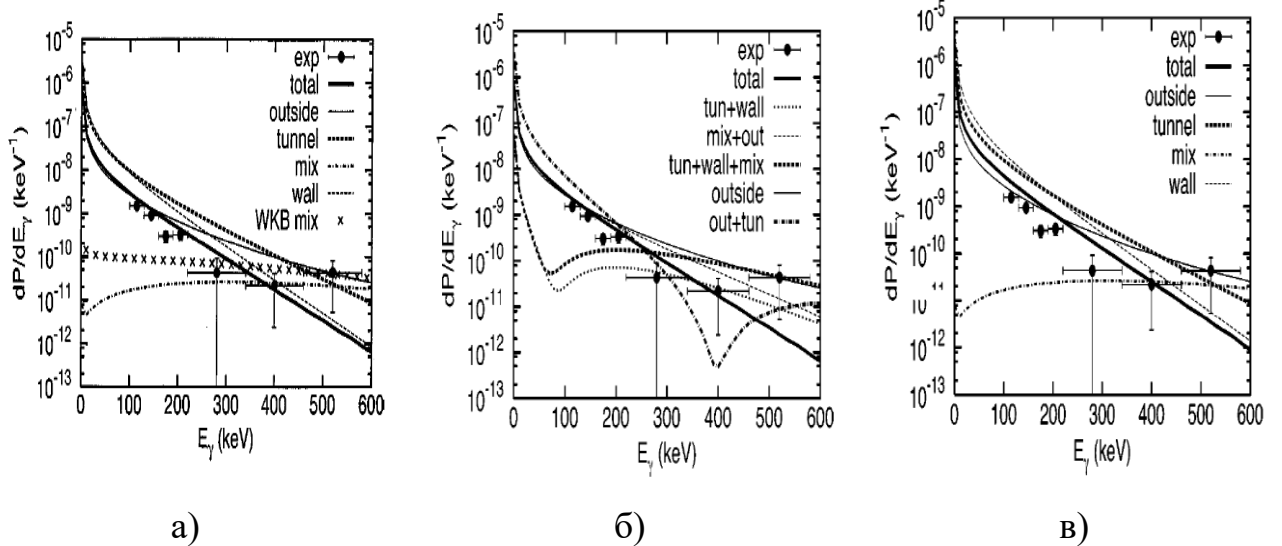
- т.н. «подбарьерная» область движения α -частицы (*tunneling* – $r_0 \leq r \leq r_i$, где r_i - точка выхода α -частицы из-под кулоновского барьера с начальной энергией $E_i = E_\alpha$, $r_i = \frac{2Ze^2}{E_\alpha}$);
- "смешанная" область, (*mixed* – $r_i \leq r \leq r_f$, где r_f - точка выхода α -частицы из-под барьера с конечной энергией $E_f = E_\alpha - E_\gamma$; $r_f = \frac{2Ze^2}{E_f}$);
- внебарьерная область, (*outside the barrier* – $r_f \leq r \leq \infty$);
- а также "стенка" (*wall* - потенциальный барьер на границе ядра r_0).

Для каждой отдельной области движения был проведен расчет с использованием квазиклассического ВКБ-приближения для кулоновских волновых функций, причем за вклад от удара α -частицы о внутреннюю стенку барьера было ответственно слагаемое в формуле (1.8) для амплитуды вероятности вылета тормозного фотона, равное:

$$A_w = \sqrt{\frac{2m^2}{\pi\hbar^3 k_i k_f}} \left[\left(\frac{2Ze^2}{r_0} + V_0 \right) \cdot (F_l(\eta_f, k_f r_0) + G_l(\eta_f, k_f r_0) \operatorname{tg} \alpha) \cdot J_0(\eta_i, k_i r_0) \right] \quad (1.15)$$

Результаты расчета вклада от отдельных областей движения α -частицы в вероятность испускания тормозного излучения представлены на рисунке 1.11а.

Параметры прямоугольной потенциальной ямы выбирались равными $V_0 = 21,37$ МэВ и $r_0 = 8,055$ фм по аналогии с работой Папенброка и Берта.



$$V_0 = 21,37 \text{ МэВ};$$

$$r_0 = 8,055 \text{ фм}$$

$$V_0 = 21,37 \text{ МэВ};$$

$$r_0 = 8,055 \text{ фм}$$

$$V_0 = 107,3 \text{ МэВ};$$

$$r_0 = 7,95 \text{ фм}$$

Рисунок 1.11 Сравнение результатов теоретического расчета (пояснения в тексте) [56] с экспериментальными данными из работ [4,46]

Как видно из рисунка, основной вклад в вероятность испускания тормозного фотона с энергией $E_\gamma \leq 400$ дает траектория α -частицы вне кулоновского барьера ядра, при больших энергиях сравнимыми по величине становятся вероятности рождения фотона в «смешанной» области и при ударе о внутренний барьер.

При частичном суммировании траекторий движения α -частицы (туннелирование и стенка, смешанная и внешняя области, туннелирование и внешняя области и т.д.) появляются интерференционные картины в выходе тормозного излучения (см. рисунок 1.11б) – локальные минимумы (при суммировании траекторий туннелирование + стенка и туннелирование + стенка + смешанная область – $E_\gamma \sim 60\text{--}70$ кэВ; внешняя область + туннелирование – $E_\gamma \sim 400$ кэВ).

Авторы отмечают, что:

- в подбарьерную область основной вклад обеспечивает слагаемое в подинтегральном выражении для амплитуды испускания $\sim F_1 \cdot G_0$;
- в смешанной и разрешенной для классического движения областями за основной вклад отвечает F_1 – слагаемое;

- во внешней области – также F_1 – слагаемое.

Отдельное внимание в работе было уделено расчету амплитуды вероятности, связанной с ударом о внутреннюю стенку потенциального барьера. По мнению авторов, выбор Папенброка и Бергча $\{V_0, r_0\}$ -параметров $-V_0 = 21,37$ МэВ; $r_0 = 8,055$ фм, не правомерен, т.к. число нулей волновой функции α -частицы внутри барьера равно $n = 5$, в то время как согласно правилу квантования Бора-Зоммерфельда их число должно быть равно $n = 11$. Этому условию удовлетворяет яма с параметрами $\{V_0 = 107,3$ МэВ; $r_0 = 7,95$ фм $\}$. Расчеты с этим набором параметров приведены на рисунке 1.11в.

Из приведенных на рисунке 1.11 расчетных данных видно, что:

- зависимость вероятности испускания тормозного фотона от его энергии, рассчитанная для всей траектории движения α -частицы, согласуется с результатами эксперимента, плавно спадая с ростом E_γ ;
- выбор более реальных параметров ядерного потенциала приводит к возрастанию выхода тормозного излучения во всем диапазоне энергий E_γ ;

Авторы подчеркивают наличие деструктивной интерференции между амплитудами рождения тормозного фотона при туннелировании и при движении α -частицы во внешней области.

Е.В. Ткаля [57,58], 1999 год

Наиболее полное описание явления испускания тормозного излучения при α -распаде с учетом дипольного и квадрупольного моментов в разложении вектор-потенциала электромагнитного поля было проведено

Е.В.Ткаля [57,58]. Результаты расчета выходов тормозного излучения $\frac{dP}{dE_\gamma}$

для случаев α -распада ^{226}Ra , $^{210,214}\text{Po}$ с использованием квантово-механического подхода в сравнении с имевшимися на тот момент экспериментальными данными и расчетами по уравнениям классической электродинамики приведены на рисунке 1.12.

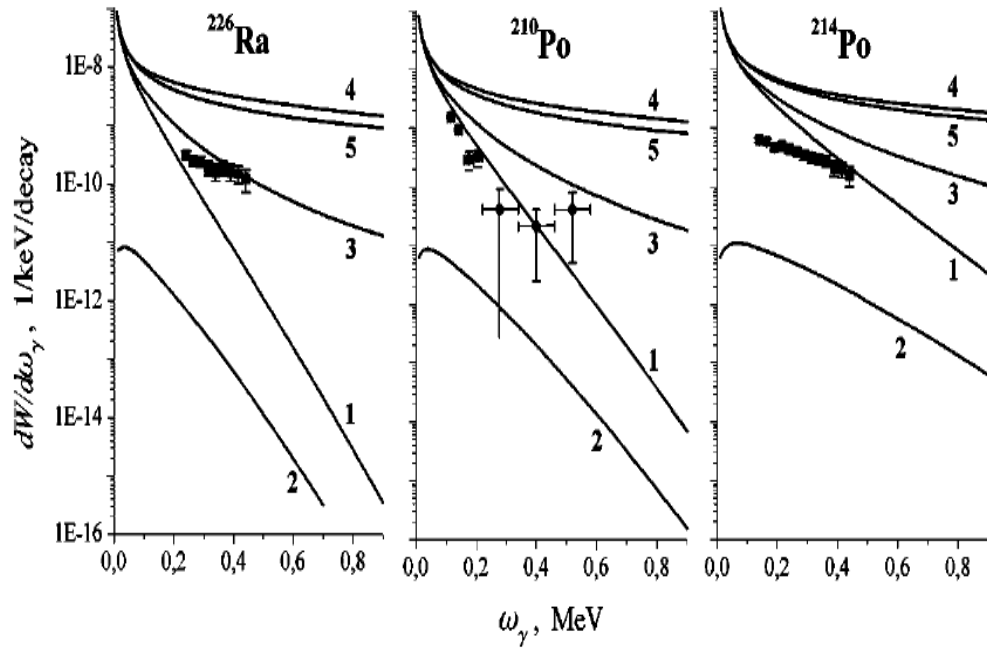


Рисунок 1.12 Результаты расчета выхода тормозного излучения при α -распаде ^{226}Ra , $^{210,214}\text{Po}$:

- 1 – квантово-механическая модель (Q), дипольная (E1) составляющая;
- 2 – Q, квадрупольная E2- составляющая;
- 3 – классическая модель кулоновских траекторий СТ;
- 4 – Q – модель, прямоугольный потенциальный барьер;
- 5 – классическая модель внезапных ускорений (SA).

Экспериментальные данные: ^{226}Ra , ^{214}Po – из работы [3]; ^{210}Po – из [4,46].

Следует отметить, что экспериментальные данные по ядрам ^{226}Ra и ^{214}Po приведены не в единицах $[1/(\text{кэВ} \cdot \text{стер})]$ как в работе [3], а в единицах $[1/\text{кэВ}]$. Вклад квадрупольного члена в вероятность вылета тормозного фотона $\frac{dP}{dE_\gamma}$ – кривая 2, как и следовало ожидать, на порядок меньше вклада дипольного члена – кривая 1. Повышенный выход квадрупольного тормозного излучения следует ожидать при геометрии эксперимента, когда угол между α - и γ -детекторами будет близок к $\pi/4$ и $3\pi/4$ градусам.

В дополнении автор рассмотрел несколько модельных задач, например, α -распад в сферически симметричном прямоугольном потенциале вида:

$$V(r) = -V_0 * \Theta(r_0 - r) + V_1 * \Theta(r_1 - r) \quad (1.15)$$

где $r_1 = \frac{2Ze^2}{E_\alpha}$ - радиус, соответствующий точке выхода α -частицы из-под кулоновского барьера.

Величина барьера V_1 выбиралась из равенства коэффициентов прохождения α -частицей кулоновского и прямоугольного барьеров, т.е. равенства следующих интегралов, являющихся экспоненциальными множителями в коэффициентах прохождения:

$$\int_{r_0}^{r_1} dr \sqrt{2m(V_1 - E_\alpha)} = \int_{r_0}^{r_1} dr \sqrt{2m(2Ze^2/r - E_\alpha)}. \quad (1.16)$$

Автором был получен следующий интересный результат: наличие конструктивной интерференции между подбарьерной и внешней областями для прямоугольного потенциального барьера (формула (1.15)). Так, расчетная кривая 4 для прямоугольного барьера находится выше кривой, рассчитанной с помощью классической модели внезапных ускорений (кривая 5).

В работе было отмечено, что т.к. величина амплитуды вероятности рождения тормозного фотона зависит от радиальной производной потенциала $\partial_r V$, то основной вклад в амплитуду рождения фотона должен приходиться на границу между барьером и внешней областью, и об интерференции между внутри барьерной и внешней областями, как сделано в работе [3], нет смысла говорить.

М.И.Дьяконов [55], 1999 г.

Необходимо вернуться к уже упоминавшейся статье М.И.Дьяконова [55], которая, подвела черту под имевшимися к этому времени теоретическими работами. М.И.Дьяконовым была получена с помощью квазиклассического подхода к описанию волновых функций начального и конечного состояний α -частицы, удобная для расчета формула, использованная им для оценки дважды дифференциальной вероятности вылета тормозного фотона

$$\frac{\partial^2 P}{\partial E_\gamma \partial \Omega} = \frac{Z_{eff}^2}{3\pi^2} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \frac{E_\alpha}{mc^2} \frac{1}{E_\gamma} |J(\nu)|^2, \quad (1.17)$$

$$\text{где } J(\nu) = -i\nu \exp(-\pi\nu) \int_0^\infty dx \sinh x \exp[iv(\sinh x - x)] \quad (1.18)$$

При выводе формулы предполагалось, что:

- величина $k_i \cdot r_i \gg 1$ (k_i - волновой вектор α -частицы, r_i - точка выхода из кулоновского барьера, $r_i = \frac{2Ze^2}{E_\alpha}$);
- энергия испускаемого фотона $E_\gamma \ll E_\alpha$.

Для спектральной функции $J(\nu)$ было получено простое аналитическое выражение в пределе $\nu \gg 1$.

$$J(\nu) = -i \exp(i\pi/3) \Gamma(2/3) (4\nu/3)^{1/3} \exp(-\pi\nu) \quad (1.19)$$

Анализ полученных формул показал, что:

- вкладом внутри барьерной области можно пренебречь;
- вклад подбарьерной области имеет деструктивный характер по отношению ко вкладу внешнебарьерной области, увеличивающийся с увеличением энергии фотона E_γ .

На рисунке 1.13 представлено сравнение экспериментальных и расчетных данных из работ [3,46] по дважды дифференциальной вероятности испускания тормозного фотона $\frac{d^2 P_{\alpha-\gamma}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma}$ при α -распаде ^{210}Po с результатами расчета по полной формуле и в асимптотическом приближении в рамках предложенной модели.

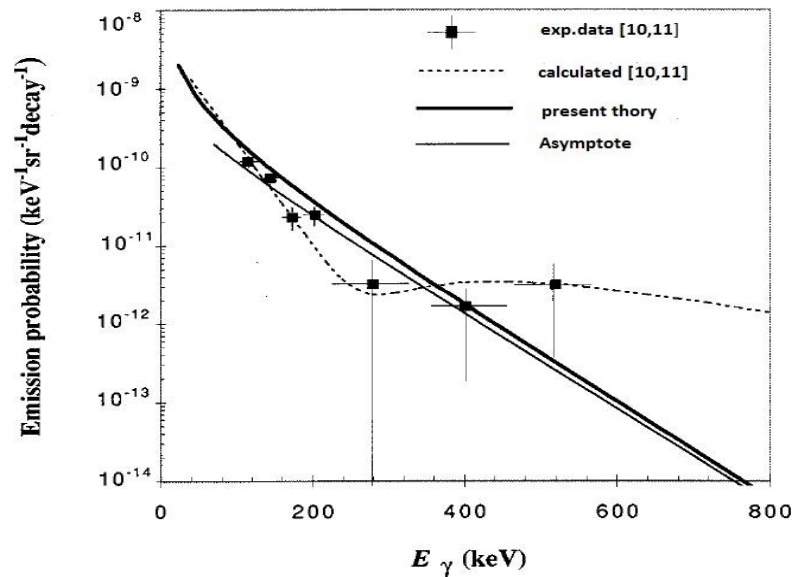


Рисунок 1.13 Сравнение экспериментальных и расчетных данных из работ [4,46] по дважды дифференциальной вероятности испускания тормозного фотона при α -распаде ^{210}Po с результатами расчета по полной формуле и в асимптотическом приближении в рамках предложенной модели

Автор отмечает:

- несоответствие между результатами расчета выхода тормозного излучения при α -распаде ^{210}Po , выполненным Касаги и др. [4,46] и расчетом, проделанным в обсуждаемой работе. Локальный минимум, характерный для $E_\gamma \sim 300$ кэВ и присутствующий в расчете японских физиков (см. рисунок 1.4), не проявляется при более корректном вычислении, и кривая зависимости вероятности выхода тормозного излучения плавно спадает с ростом энергии тормозного фотона;
- полное совпадение с результатами расчета Папенброка и Бергча [39], однако физическая интерпретация результатов их расчетов, по мнению автора, не совсем корректна - для описания энергетического спектра тормозных фотонов при больших энергиях ($E_\gamma > 300$ кэВ) необходимо учитывать деструктивный вклад тормозного излучения от внутрибарьерной области движения α -частицы.

У.Д. Дженшура и др. [59], 2008 г.

В своей работе У.Д.Дженшура с коллегами на примере α -распада ^{210}Po воспользовались формулой Папенброка и Бертча (1.12) для расчета вероятности испускания тормозного фотона в квазиклассическом приближении с учетом членов $\sim \mathcal{O}(\eta^{-1})$ (где η - параметр Бора-Зоммерфельда), которыми пренебрегалось в работах Дьяконова [55], Папенброка и Бертча [39]. Результаты расчета в сравнении с теоретическими данными Папенброка и Бертча, а также Дьяконова представлены на рисунке 1.14.

Следует отметить, что Дженшура пренебрег вкладом внутрибарьерной области и продлил квазиклассические волновые функции из подбарьерной области в нуль.

Как видно из рисунка, наибольшее расхождение между квантово-механическим расчетом Папенброка и Бертча (РВ), взятым за основу, и всем остальным набором данных, наблюдается для расчета, выполненного по модели Дьяконова (начиная с энергий $E_\gamma \geq 300$ кэВ - более 30 %).

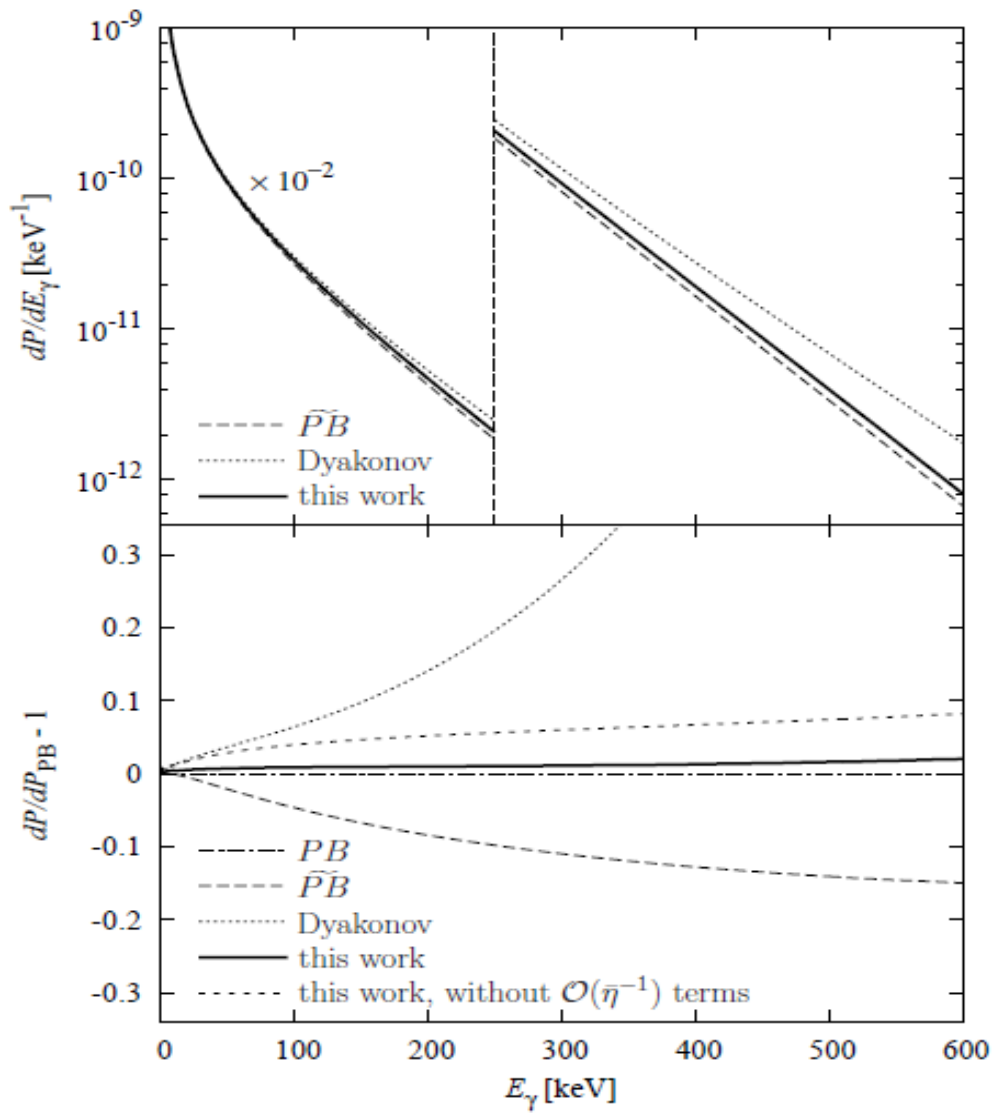


Рисунок 1.14 Сравнение результатов расчета вероятности вылета тормозного фотона при α -распаде ^{210}Po [18] с данными других авторов:

толстая линия – результаты настоящей работы с учетом членов малого порядка;

штрих-пунктирная линия – расчеты Папенброка и Бергча с точными кулоновскими функциями (PB);

штрифовая линия расчеты Папенброка и Бергча с квазиклассическими кулоновскими волновыми функциями ($\tilde{PB}$);

пунктирная линия – расчеты по квазиклассической модели Дьяконова [55].

Для дважды дифференциальной вероятности испускания тормозного излучения $\frac{d^2 P_{\alpha-\gamma}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma}$ получено выражение, включающее интерференционный

член амплитуд дипольного и квадрупольного излучений:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 P}{dE_\gamma d\Omega} &= \frac{e^2 \sin^2 \theta}{\pi \mu^2 E_\gamma} \left| Z_{\text{eff}}^{(1)} e^{i\delta_1} \mathcal{M} + Z_{\text{eff}}^{(2)} e^{i\delta_2} \mathcal{N} \cos \theta \right|^2 \\ &= \frac{d^2 P}{dE_\gamma d\Omega} \Big|_{\text{dip}} [1 + \chi \cos \theta] + \mathcal{O}(\mathcal{N}^2), \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$\chi = 2 \frac{Z_{\text{eff}}^{(2)}}{Z_{\text{eff}}^{(1)}} \text{Re} \left(\frac{\mathcal{M} \mathcal{N}^*}{|\mathcal{M}|^2} e^{i(\delta_1 - \delta_2)} \right),$$

где $Z_{\text{eff}}^{(1)}$ – дипольный момент системы зарядов α -частица-дочернее ядро;
 $Z_{\text{eff}}^{(2)}$ – квадрупольный момент системы зарядов α -частица-дочернее ядро;
 $\mathcal{M}$, $\mathcal{N}$ – амплитуды дипольного и квадрупольного членов разложения;
 χ – интерференционная добавка к дипольному члену.

Авторы обращают особое внимание на то, что вклад члена, связанного с интерференцией квадрупольной и дипольной амплитуд испускания тормозного фотона, может быть существенным и его учет необходим при интерпретации экспериментальных данных.

Так, значения $Z_{\text{eff}}^{(1)} = 0,399$, $Z_{\text{eff}}^{(2)} = 1,954$ для дочернего ядра ^{206}Pb , а интерференционная добавка равна при значениях параметра $x = \frac{E_\gamma}{E_\alpha} \ll 0$:

$$\chi \approx \frac{\pi}{2} \frac{Z_{\text{eff}}^{(2)}}{Z_{\text{eff}}^{(1)}} \nu \eta_i x \quad (1.21)$$

где ν – скорость α -частицы ($\nu = 0,05$ для α -распада ^{210}Po);
 η_i – параметр Зоммерфельда ($\eta_i = 22,0$ для ^{210}Po).

Для случая α -распада ядра ^{210}Po функция $\chi(x)$ принимает вид

$$\chi = 8.64 \cdot x \quad (1.22)$$

и становится равной $\chi \sim 0,1$ при $E_\gamma = 60$ кэВ, и $\chi \sim 0,5$ при $E_\gamma = 600$ кэВ (см. рисунок 1.15).

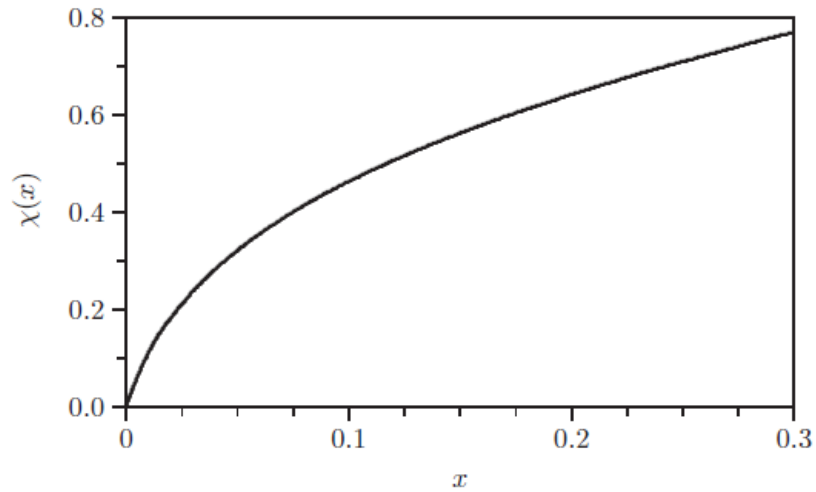


Рисунок 1.15 Рассчитанная зависимость квадрупольной добавки χ от параметра $x = \frac{E_\gamma}{E_\alpha}$.

1.2.2.2 Модель с реалистичным ядерным потенциалом

С.Д.Кургалин, Ю.М.Чувильский и Т.А.Чуракова [60], 2016 г.

В работе С.Д.Кургалина, Ю.М.Чувильского и Т.А.Чураковой [60] предложена универсальная теоретическая модель, основанная на стационарном квантово-механическом подходе, для расчета энергетической зависимости тормозного излучения при кластерном, протонном и α -распаде тяжелых ядер с учетом реалистичного ядерного потенциала и вкладов дипольного и квадрупольного членов в разложении вектор-потенциала электромагнитного поля.

В качестве потенциала взаимодействия α -частицы с ядром был выбран потенциал МакФаддена-Сатчлера [61]. Область интегрирования радиальной составляющей амплитуды вылета тормозного фотона была разбита на три участка, соответствующих внутри барьерному движению α -частицы (I область), подбарьерному (II область) и внешнему по отношению к кулоновскому барьеру движению (III область). В качестве примера был выбран α -распад ядра ^{214}Po .

В таблице 1.2 представлены результаты расчета энергетического спектра тормозного излучения, а также действительных и мнимых частей амплитуд вылета фотона для разных областей движения α -частицы.

Таблица 1.2 Результаты расчета вероятности вылета тормозного фотона при α -распаде ядра ^{214}Po , действительных и мнимых частей амплитуд вылета фотона для разных областей движения α -частицы (I-III)

$\varepsilon_\gamma, \text{keV}$	$\text{Re } M(\text{I})$	$\text{Re } M(\text{II})$	$\text{Im } M(\text{II})$	$\text{Re } M(\text{III})$	$\text{Im } M(\text{III})$	$\sum (\text{Re}M)$	$\sum (\text{Im}M)$	$ M $	$dW/d\varepsilon_\gamma$
50	-0.26	-8.9	0.43	32	-112	23	-112	114	1.9×10^{-8}
100	-0.21	-7.8	0.40	22	-50	14	-50	52	7.9×10^{-9}
200	-0.15	-6.1	0.34	14	-18	7.4	-18	19	2.2×10^{-9}
300	-0.10	-4.7	0.29	9.1	-8.9	4.4	-8.9	9.7	8.2×10^{-10}
400	-0.069	-3.6	0.25	6.2	-4.8	2.6	-4.6	5.3	3.2×10^{-10}
500	-0.047	-2.8	0.21	4.4	-2.8	1.6	-2.5	3.0	1.3×10^{-10}
600	-0.031	-2.1	0.17	3.1	-1.6	1.0	-1.5	1.8	5.4×10^{-11}
700	-0.021	-1.6	0.14	2.2	-0.99	0.60	-0.85	1.0	2.1×10^{-11}
800	-0.013	-1.2	0.11	1.6	-0.61	0.42	-0.50	0.65	9.5×10^{-12}

Как видно из полученных данных, действительные и мнимые компоненты амплитуды вылета тормозного фотона монотонно спадают с ростом энергии E_γ , но с разными скоростями для разных областей движения α -частицы, а знаки у реальных и мнимых компонент противоположны, что указывает на их деструктивный характер интерференции.

На рисунке 1.16 приведено сравнение результатов расчета выхода тормозного излучения в зависимости от энергии фотона E_γ для ядра ^{214}Po с опубликованными ранее данными [34].

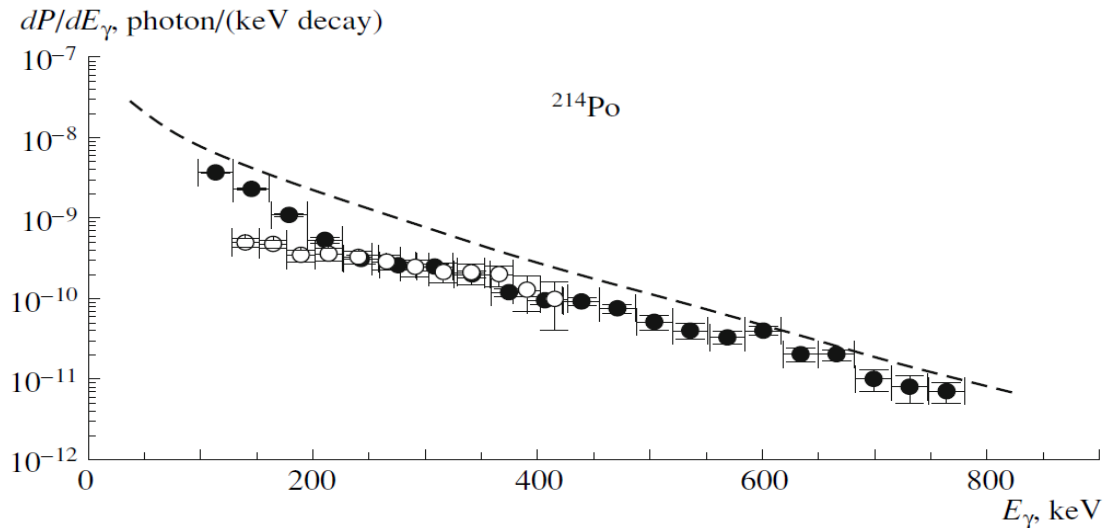


Рисунок 1.16 Результаты расчета [25] в сравнении с опубликованными экспериментальными данными [3,45] по зависимости выхода тормозного излучения от энергии фотона E_γ для ядра ^{214}Po

Из рисунка видно, что экспериментальные данные [3,45] лежат ниже расчетной кривой.

1.2.3. Волново-пакетное описание процесса испускания тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер

Все перечисленные выше теоретические работы основывались на решении стационарного уравнения Шредингера для одночастичной модели α -распада. При таком рассмотрении временная эволюция процесса прохождения α -частицы сквозь потенциальный барьер, и связанный с ней эффект испускания тормозного фотона в моменты удара частицы о потенциальный барьер, не имеют должного обоснования и физической интерпретации.

С.А.Бертулани, Д. де Паула и В.Г.Зелевинский [62], 1999 г.

В работе С.А.Бертулани, Д. де Паула и В.Г.Зелевинского была сделана попытка анализа изучаемого явления с использованием нестационарного уравнения Шредингера путем прямого численного расчета поведения волновой функции α -частицы со временем. Принципиальная трудность

такого подхода состоит в том, что характерные временные интервалы для движения α -частицы внутри ядра в сравнении с существенно более медленным процессом появления α -частицы на внешней поверхности ядра различаются в $\sim 10^{30}$ раз, и использовать такое количество итерационных шагов при проведении расчетов по времени не представляется в настоящее время возможным.

Для α -частицы, движущейся от точки выхода из-под кулоновского барьера на бесконечность, могут быть применены уравнения классической электродинамики, и в длинноволновом приближении энергия испускаемого тормозного излучения равна:

$$dE(\omega) = \frac{8\pi\omega^2}{3m^2c^3} Z_{\text{eff}}^2 e^2 |p_r(\omega)|^2, \quad (1.23)$$

где $p_r(\omega) = \vec{p} \cdot \vec{r}$ – фурье-компонента радиальной составляющей импульса частицы.

Умножая выражение (1.23) на $1/E_\gamma$, получаем формулу для расчета дифференциальной вероятности испускания тормозного фотона

$$dP/dE_\gamma = (1/E_\gamma) dE(\omega)/dE_\gamma \quad (1.24)$$

Решая временное уравнение Шредингера для волновой функции s -состояния α -частицы с учетом ядерного потенциала и кулоновского барьера

$$u(r,t) = \int a(E) e^{i\frac{E}{\hbar}t} u_E(r) dt, \quad (1.25)$$

и рассчитывая радиальную компоненту импульса для случая α -распада ядра ^{210}Po

$$p_r(t) = \frac{\hbar}{i} \int dr u^*(r,t) \frac{\partial u(r,t)}{\partial r}, \quad (1.26)$$

авторы статьи [63] для упрощения расчета (уменьшения числа нулей волновой функции в подбарьерной области) ограничились случаем, когда α -частица испускается с возбужденных уровней материнского ядра ^{210}Po с

кинетической энергией $E_\alpha = 20,0$ и $23,1$ МэВ. Шаг по радиусу Δr был выбран равным $0,05$ фм, а по времени - $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-25}$ с.

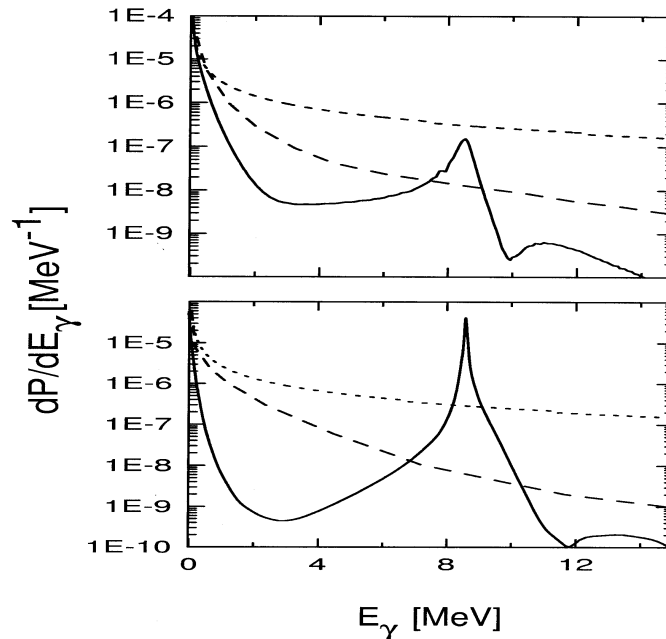


Рисунок 1.17 Численный расчет выходов тормозных фотонов, выполненный с использованием нестационарного уравнения Шредингера, для модельного случая испускания α -частицы энергией $E_\alpha = 23,1$ МэВ (верхний рисунок), $E_\alpha = 20,0$ МэВ (нижний рисунок) изотопом ^{210}Po . Пунктирная линия — результаты расчета при движении α -частицы по кулоновским траекториям. Штриховая линия — результаты квантово-механического расчета без учета подбарьерной области. Сплошная линия — результаты квантово-механического расчета с учетом всей траектории движения α -частицы.

На рисунке 1.17 приведен рассчитанный для этого случая выход тормозных фотонов с использованием волново-пакетного формализма. Пунктирной линией показаны результаты классического расчета (движение по классическим кулоновским траекториям), штриховой линией — результаты квантово-механического расчета без учета подбарьерной области, сплошной линией — квантово-механический расчет по формулам (1.25-1.26) с учетом внешней, подбарьерной областей и внутренней "стенки". Видно, что в области $E_\gamma = 8,5$ МэВ в энергетическом спектре тормозных фотонов наблюдается пик, связанный, по мнению авторов, с интерференционными

эффектами. Ширина этого пика равна $\Delta E = 0,2$ МэВ для энергии $E_\alpha = 23,1$ МэВ и $\Delta E = 0,02$ МэВ для $E_\alpha = 20$ МэВ.

С.Мушику, М. Ризеа и В.Грейнер [64], 2014 г.

На примере модельной задачи, аналогичной предыдущей, авторы в рамках волново-пакетного подхода рассмотрели задачу о прохождении α -частицы через кулоновский барьер ядра при α -распаде возбужденных состояний ^{210}Po . Кинетические энергии α -частицы выбирались равными $E_\alpha = 19.3, 16.48, 12.62$ и 8.88 MeV. Шаг по радиусу Δr выбирался равным $0,125$ фм, а по времени - $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-23}$ с. На рисунке 1.18 приведены зависимости радиальной составляющей импульса α -частицы от времени после появления на поверхности кулоновского барьера для разных значений конечной кинетической энергии E_α .

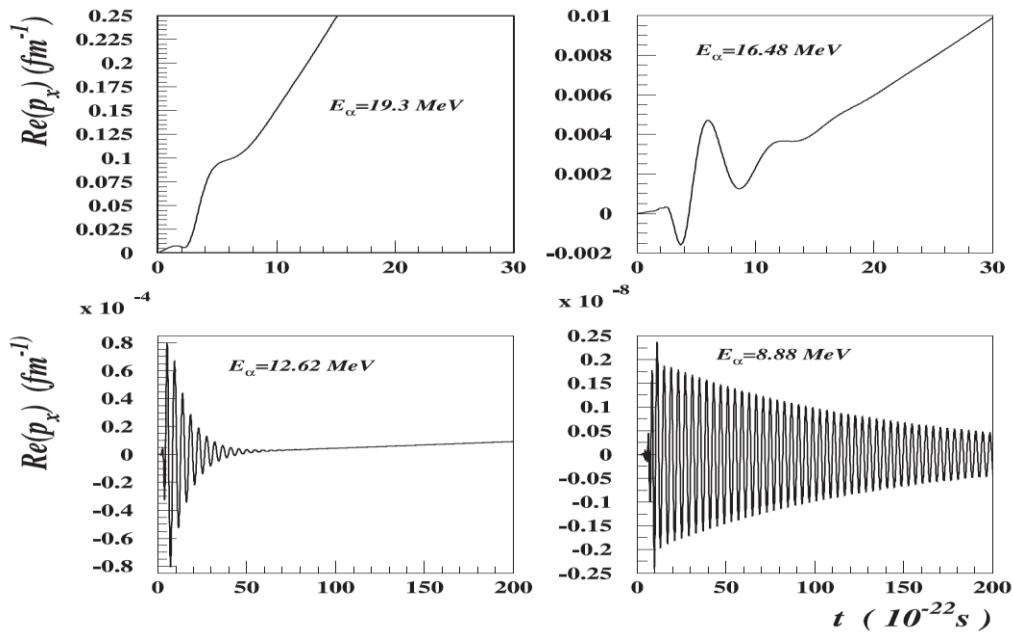


Рисунок 1.18 Зависимости радиальной составляющей импульса α -частицы от времени после появления на поверхности кулоновского барьера для разных значений конечной кинетической энергии E_α

Как видно из приведенных данных, с уменьшением кинетической энергии, что равнозначно увеличению ширины кулоновского барьера, в

радиальной составляющей импульса α -частицы появляются затухающие по времени осцилляции.

На рисунке 1.19 приведены результаты расчета выхода тормозного излучения при α -распаде возбужденного состояния ядра ^{210}Po с кинетической энергией α -частицы равной $E_\alpha = 19.3 \text{ МэВ}$.

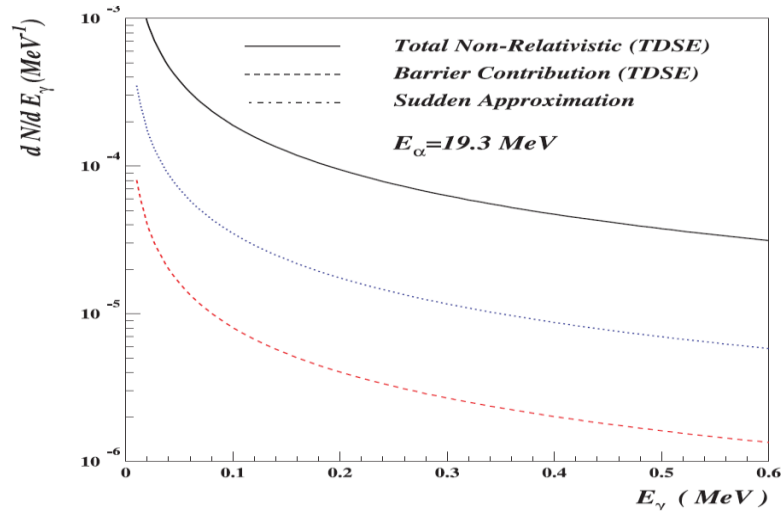


Рисунок 1.19 Результаты расчета выхода тормозного излучения при α -распаде возбужденного состояния ядра ^{210}Po с кинетической энергией α -частицы равной $E_\alpha = 19,3 \text{ МэВ}$:

непрерывная толстая линия – расчет с использованием нестационарного уравнения Шредингера (TDSE);

пунктирная линия – классическая модель внезапных ускорений SA;

штриховая линия – вклад барьерной области (TDSE) .

Как видно из приведенных на рисунке данных, классическая модель внезапных ускорений SA в несколько раз занижает выход тормозного излучения, а вклад подбарьерной области в спектр фотонов составляет $\sim$ несколько процентов от вклада внешней области.

Н.Г.Келкар и М.Новаровский [65], 2014 г.

Непосредственное сравнение результатов теоретического расчета, основанного на решении нестационарного уравнения Шредингера, с имеющимися в литературе экспериментальными данными [4,5,46], выполнено в работе Н.Г.Келкара и М. Новаровского [65], которые рассмотрели случай испускания тормозного излучения при α -распаде

ядер ^{210}Po . Авторы использовали в расчетах как реалистичный МЗУ-потенциал взаимодействия α -частиц с ядром, так и потенциал прямоугольной сферически симметричной ямы разной глубины $V_0 = 16,7$ и 75 МэВ. Для согласования расчетных значений периодов полураспада с экспериментально измеренным значением, авторы ввели факторы кластеризации α -частицы на поверхности ядра $P_\alpha = 0,03$ для $V_0 = 16,7$ МэВ и $P_\alpha = 0,016$ для $V_0 = 75$ МэВ.

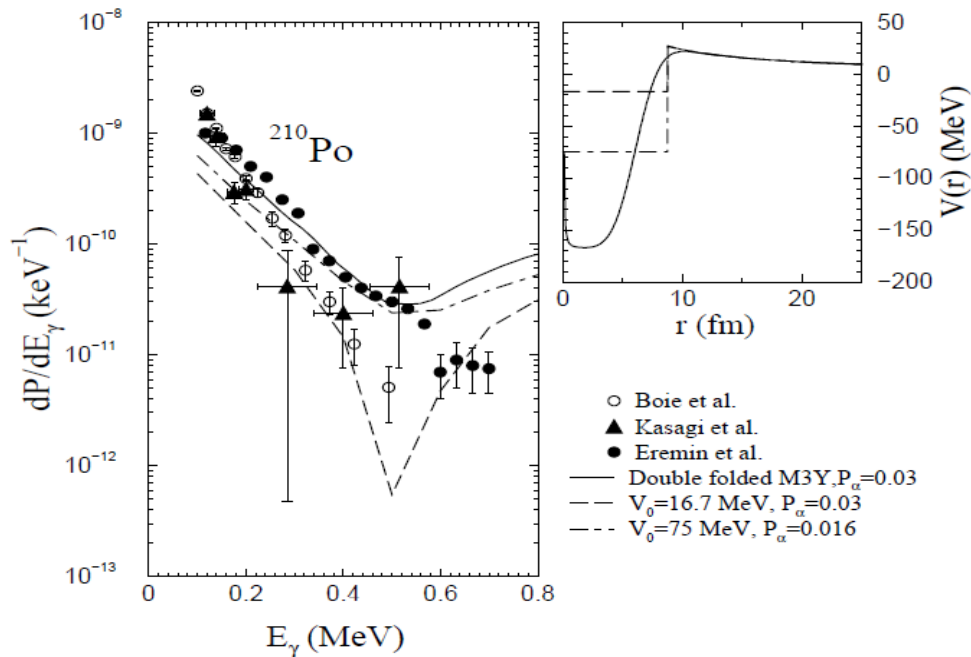


Рисунок 1.20 Сравнение результатов расчета по модели TDSE с экспериментальными данными: о-эксп. данные института Макса Планка [5]; ▲- эксп. данные университета Тохоку [4,46]; ●-экспериментальные данные НИИЯФ МГУ[45];

непрерывная линия – расчеты с использованием реалистичного МЗУ-потенциала;

пунктирная – прямоугольная яма с $V_0 = 16,7$ МэВ;

штрих-пунктирная – прямоугольная яма с $V_0 = 75$ МэВ.

Как видно из рисунка 1.20 результаты расчета показали чувствительность величины выхода тормозного излучения к виду ядерного потенциала, причем как и экспериментальные данные группы Касаги [4], в выходе тормозных фотонов наблюдается локальный минимум в окрестности $E_\gamma \sim 500$ кэВ.

1.3 Резюме и постановка задачи

1. В настоящее время в трех научных группах получены экспериментальные данные по вероятностям испускания тормозного излучения при α -распаде ядер ^{210}Po [4,5,45], ^{214}Po [3], ^{226}Ra [3] и ^{244}Cm [4,46].

Статистическая точность данных относительно выхода тормозных фотонов при α -распаде ^{244}Cm [4,46] не позволяет оценить справедливость теоретических расчетов вероятности выхода тормозного излучения.

Для ядра ^{210}Po в работах японской группы [4,46] наблюдался локальный минимум в энергетической зависимости выхода тормозного излучения в области $E_\gamma \sim 400$ кэВ, который, по мнению авторов, имел интерференционную природу, обусловленную характером движения α -частицы при выходе из-под кулоновского барьера ядра. Экспериментальные данные, полученные немецкой группой [5], характеризовались монотонным экспоненциальным спадом с ростом энергии тормозных фотонов E_γ .

Наблюдаемое отличие в абсолютных значениях вероятностей испускания тормозного излучения при α -распаде, экспериментально полученных группой НИИЯФ МГУ для изотопов ^{226}Ra , ^{214}Po , и для изотопа ^{210}Po - японской и немецкой группами, связано как с тем обстоятельством, что в группе НИИЯФ МГУ были измерены дважды дифференциальные вероятности испускания тормозных фотонов $\frac{d^2P}{dE_\gamma d\Omega_\gamma}$ под углом 90° к направлению движения α -частицы, а данные японской и немецкой групп представляют собой, практически, усредненные по 4π зависимости испускания тормозного излучения от энергии $\frac{dP_{\alpha\gamma}}{dE_\gamma}$, так и с различными условиями проведения экспериментов (геометриями расположения детекторов, кинетическими энергиями α -частиц исследуемых изотопов, типы детекторов γ -квантов и т.п.).

2. Большинство теоретических расчетов выхода тормозного излучения относится к случаю испускания тормозных фотонов при α -распаде ядра ^{210}Po , для которого наблюдается расхождение в имеющихся экспериментальных данных в области энергий $E_\gamma \geq 400$ кэВ. Предлагаемые модели базируются либо на существенных упрощениях существующей проблемы (квазиклассическое приближение), либо используют ядерные потенциалы, весьма далекие от реального взаимодействия α -частицы с ядром (сферически симметричный прямоугольный ядерный потенциал с глубиной < 20 МэВ).

Так, теоретические расчеты, выполненные в работах [39,59,57-60] показывают отсутствие интерференционного минимума в вероятности выхода тормозного излучения. Вместе с тем, экспериментальные данные работ [4,46] указывают на его возможность при энергии тормозных фотонов $E_\gamma \sim 400$ кэВ. Расчеты в рамках квазиклассического подхода к описанию процесса, дающие минимум в вероятность испускания тормозного фотона для энергий $E_\gamma \sim 280$ кэВ, являются некорректными по мнению автора этого подхода [55]. Но волново-пакетное описание механизма испускания тормозного излучения при α -распаде [65] также указывает на наличие минимума в этой области энергий E_γ .

С другой стороны, анализ этого явления, проведенный в рамках упрощенной квантово-механической модели в работе [39], указывает на пренебрежимость вклада подбарьерной области движения α -частицы в полную вероятность выхода тормозного излучения при малых энергиях E_γ . Применение квазиклассического подхода показало необходимость учета излучения α -частицы при туннелировании в полную вероятность испускания тормозных фотонов больших энергий и деструктивный характер интерференции между вкладами от подбарьерной и внешней областей [59,55]. Численный расчет с использованием нестационарного уравнения Шредингера [65] для случая α -распада ядра из возбужденного состояния

указывает на возможность максимума в вероятности выхода тормозных γ -квантов больших энергий.

Вместе с тем, в большинстве теоретических работ авторы пренебрегают влиянием области подбарьерного движения α -частицы на выход тормозных фотонов.

В связи со всем вышеизложенным, при выполнении данной работы были поставлены следующие задачи:

- на основе современной экспериментальной базы с использованием полупроводникового германиевого детектора большого объема для регистрации тормозных фотонов и запоминающего быстрого цифрового осциллографа разработать методику регистрации совпадений тормозных фотонов и α -частиц;

- провести эксперимент и получить достоверные данные по выходу тормозного излучения при α -распаде ^{214}Po и сравнить результаты эксперимента с полученными ранее данными с использованием сцинтилляционного NaI(Tl)-детектора и имеющимися в литературе результатами теоретического расчета тормозного излучения с использованием реалистического ядерного потенциала;

- с целью детального изучения интерференции между амплитудами вероятности выхода тормозных фотонов, соответствующих внутри барьерному и подбарьерному движению α -частицы и движению во внешней области провести расчет в рамках стационарной квантово-механической модели для нескольких типов ядерного потенциала;

- рассмотреть перспективы развития метода тормозного излучения в приложении к изучению динамики распада тяжелых ядер.

2.ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИСПУСКАНИЯ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ α -РАСПАДЕ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

Схема распада ядра ^{226}Ra

Схема распада ядра ^{226}Ra , содержащая исследуемый изотоп ^{214}Po , представлена на рисунке 2.1. Данные по вероятностям распада на возбужденные состояния дочерних ядер и вероятности снятия возбуждений путем испускания γ -квантов [66] приведены в Таблице 2.1.

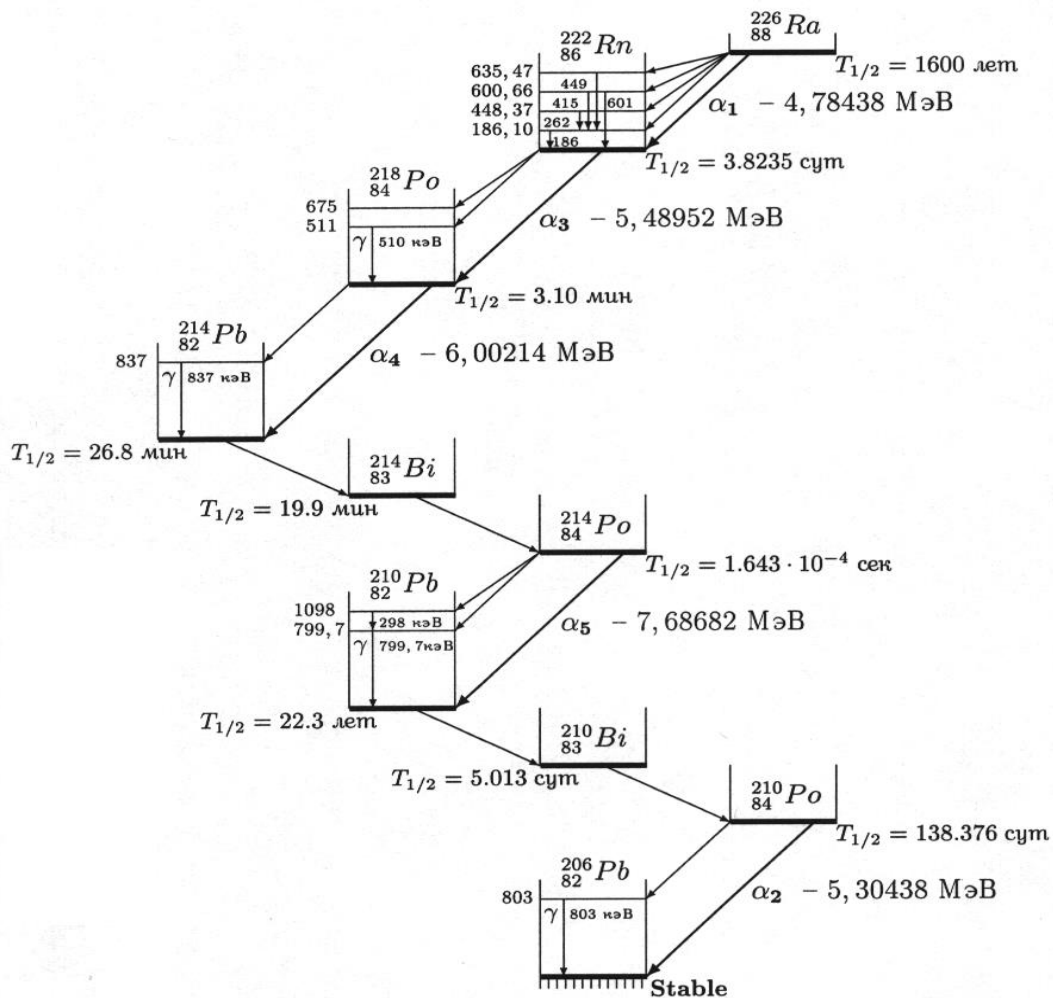


Рисунок 2.1 Цепочка распада ядра ^{226}Ra

Таблица 2.1 Энергии α -частиц, вероятности распада и снятия возбуждения путем испускания γ -квантов для нуклидов, содержащихся в цепочке распада ^{226}Ra при переходе на основное и возбужденное состояние дочерних ядер [66].

	Переход	Энергии α -частиц в переходах на возбужденный уровень дочернего ядра (вероятность испускания в %)	Энергии γ при снятии возбуждения дочернего ядра (общая вероятность в процентах к одному акту α -распада с учетом конверсионных электронов)	
α_1	$^{226}\text{Ra} \rightarrow ^{222}\text{Rn}$	α_0 4784.38 (94.95) α_{186} 4601.7 (5.55) α_{448} 4340 (0.0065) α_{601} 4191 (0.0010) α_{635} 4160 (0.00027)	186.10 (3.5) 262.27 (0.0049) 414.60 (0.00030) 600.66 (0.00049) 449.37 (0.00019)	E2 E2 E1 E1 E1
α_2	$^{210}\text{Po} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$	α_0 5304.38 (~100) α_{803} 4516.58 (0.00122)	803.1 (0.00121)	E2
α_3	$^{222}\text{Rn} \rightarrow ^{218}\text{Po}$	α_0 5489.52 (99.92) α_{511} 4987 (0.078) α_{675} 4827 (0.0005)	511 (0.078)	E2
α_4	$^{218}\text{Po} \rightarrow ^{214}\text{Pb}$	α_0 6002.4 (99.9789) α_{837} 5181 (0.0011)	837 (0,0011)	E2
α_5	$^{214}\text{Po} \rightarrow ^{210}\text{Pb}$	α_0 7686.82 (99.9895) α_{800} 6902.1 (0.0104) α_{1098} 6609.9 (0.00006)	799.7 (0.01035) 298 (0.000052)	E2 E2

Как видно из приведенных данных (таблица 2.1, рисунок 2.1) α_5 -линия с энергией 7,686 МэВ, соответствующая α -распаду ядра ^{214}Po , является самой высокоэнергетичной в цепочке распада ^{226}Ra и отстоит от близлежащей α_4 -линии на 1,68 МэВ. Вероятность α -распада на первый возбужденный уровень составляет $1,04 \cdot 10^{-4}$ от основной моды с испусканием γ -кванта с энергией $E_\gamma = 799,7$ кэВ. Таким образом, в

двумерной плоскости $[E_\alpha \times E_\gamma]$ совпадений, ограниченной α_4 - и α_5 -группами, отсутствуют дополнительные источники α - γ совпадений, приводящие к уменьшению относительного вклада тормозного излучения.

Следует отметить, что по аналогичной схеме происходит и α -распад ядра ^{210}Po (вероятность распада на первый возбужденный уровень – $1,22 \cdot 10^{-5}$, $E_\gamma = 803.1$ кэВ) с испусканием тормозного излучения. Таким образом, для тормозных фотонов с энергиями до 800 кэВ и в том и другом случае отсутствуют какие-либо дополнительные источники псевдоистинных совпадений.

2.1. Методика эксперимента по регистрации тормозного излучения, испускаемого при α -распаде тяжелых ядер

2.1.1 Геометрия эксперимента

Геометрия эксперимента приведена на рисунке 2.2.

Угол между осями α - и γ -детекторов был выбран равным 90° , что соответствовало максимальной интенсивности дипольной и минимальной интенсивности квадрупольной составляющих тормозного излучения.

Расстояние от источника до α -детектора составляло 16 мм.

Детектор γ -квантов размещался с внешней стороны камеры за фланцем толщиной 1,5 мм из нержавеющей стали на расстоянии 32 мм от источника.

На рисунке 2.3 представлен внешний вид экспериментальной установки, состоящей из полупроводникового детектора α -частиц, размещавшегося вместе с источником в вакуумной камере, и γ -детектора на основе высокочистого германия, окруженного свинцовой защитой.

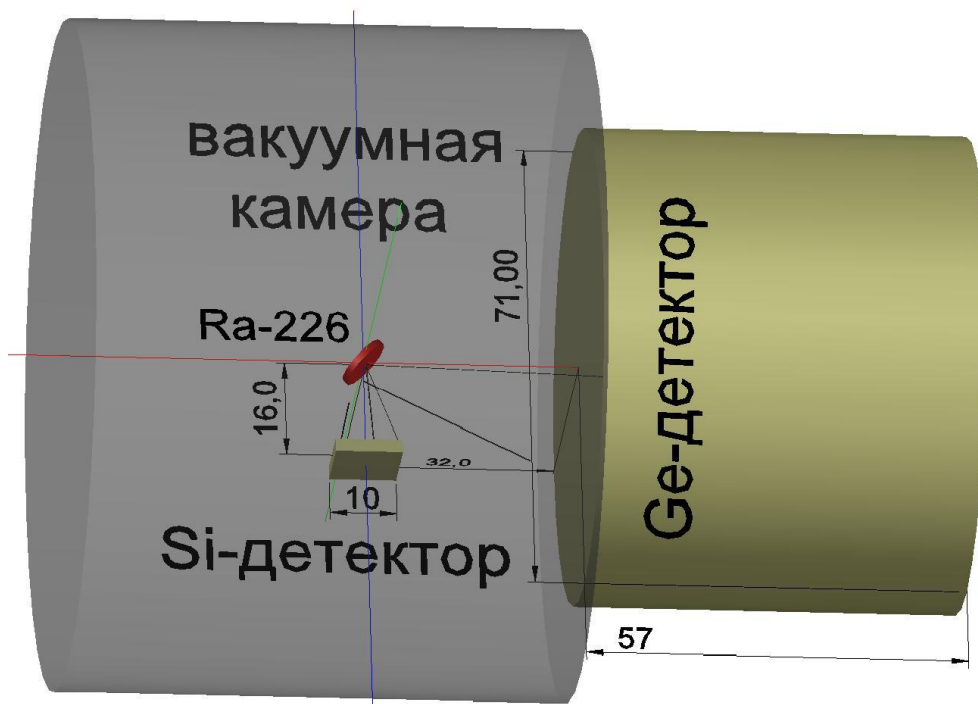


Рисунок 2.2 Блок-схема эксперимента по регистрации тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер

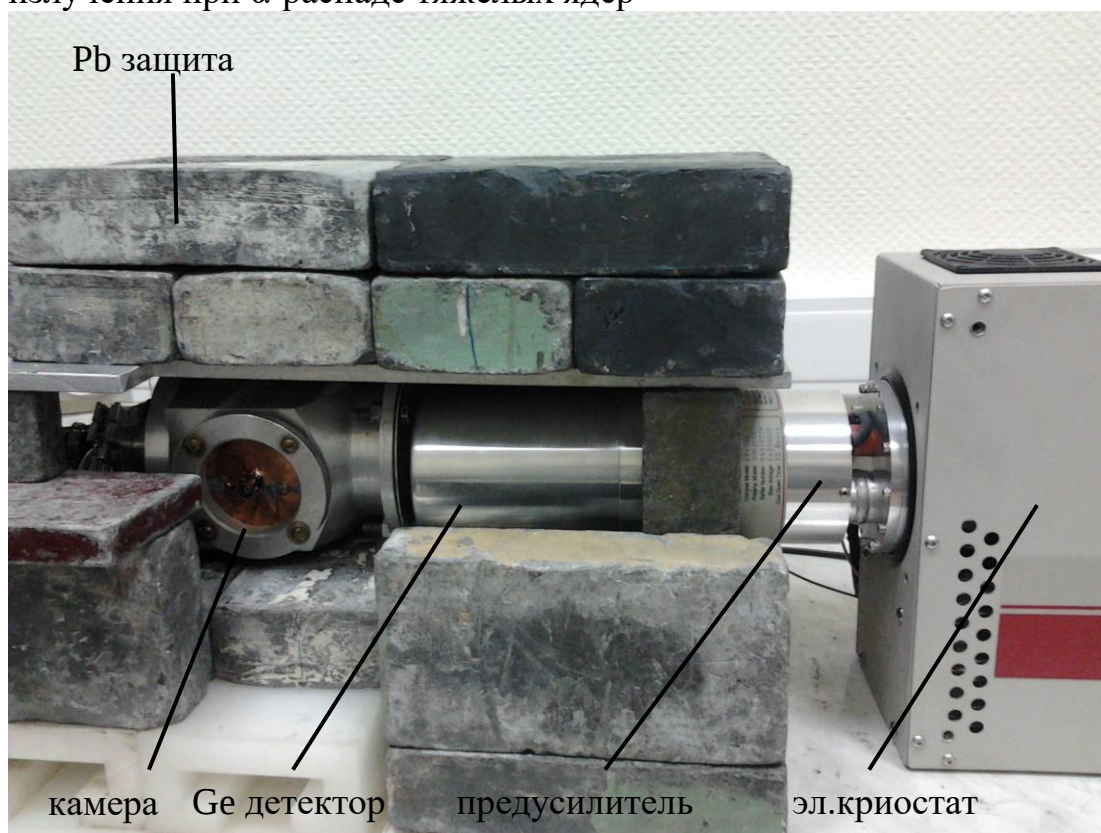


Рисунок 2.3 Внешний вид экспериментальной установки

2.1.2 Источник α -частиц

В эксперименте использовался источник α -частиц из комплекта ОСАИ общей активностью $3,4 \cdot 10^4$ Бк (α -излучение в 2π равнялось $1,7 \cdot 10^4$ α -частиц/с). Источник представлял собой плоский диск из нержавеющей стали диаметром 24 мм, в центре полированной стороны которого нанесен и закреплен радиоактивный материал. Диаметр активной части источника 12 мм. Собственные ширины α -линий составляли 18 кэВ.

2.1.3 Детектор α -частиц

Для регистрации α -частиц использовался полупроводниковый кремниевый р-і-п диод производства НПО «Пульсар» с площадью рабочей поверхности $1,0 \text{ см}^2$, толщиной рабочего слоя 300 мкм с предусилителем, разработанным в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ (г.Дубна). Детектор и источник помещались в вакуумную камеру, откачиваемую с помощью турбомолекулярного насоса до давления 10^{-5} mBar .

На рисунке 2.4 показан внешний вид кремниевого детектора вместе с источником α -частиц.

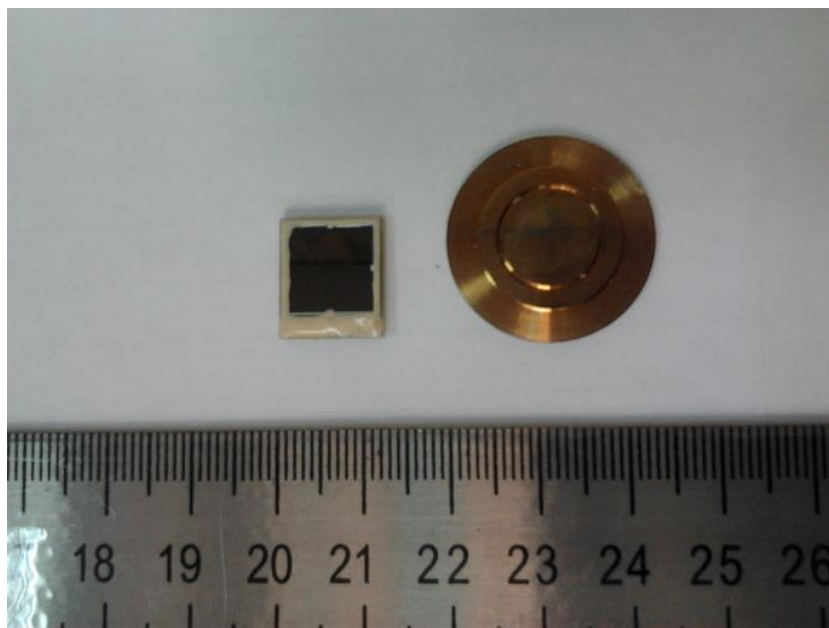


Рисунок 2.4 Внешний вид кремниевого детектора вместе с источником α -частиц

В качестве примера на рисунке 2.5 приведен спектр α -излучения от источника ^{226}Ra . Как видно из представленных данных, интенсивности α_1 , $\alpha_3 - \alpha_5$ линий равны между собой, а интенсивность α_2 линии, соответствующей распаду ядра ^{210}Po , составляет $\approx 0,1$ от их суммарной интенсивности.

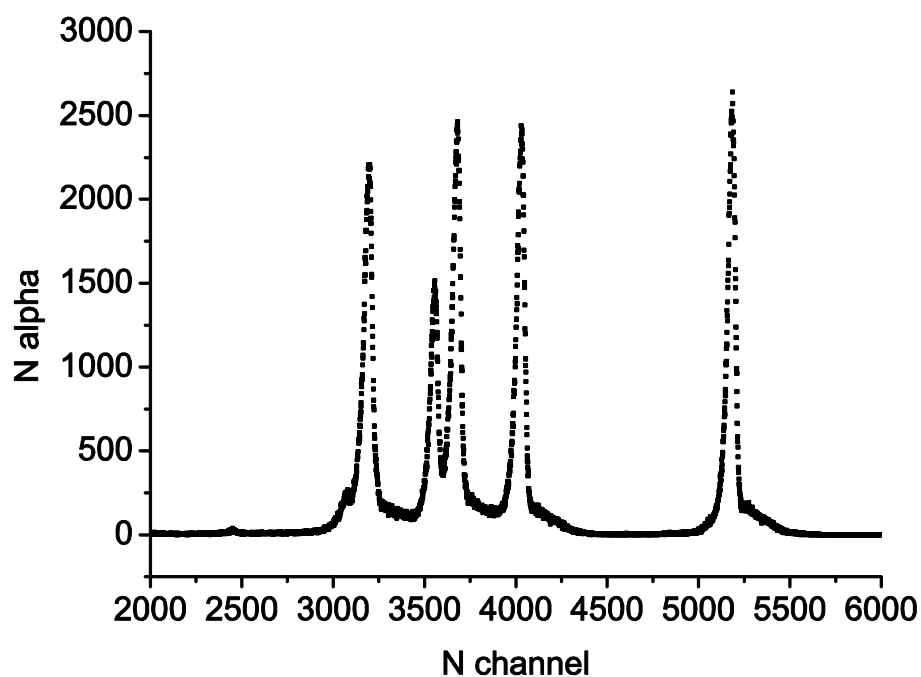


Рисунок 2.5 Спектр α -излучения от источника ^{226}Ra

Результаты энергетической калибровки α -детектора приведены на рисунке 2.6.

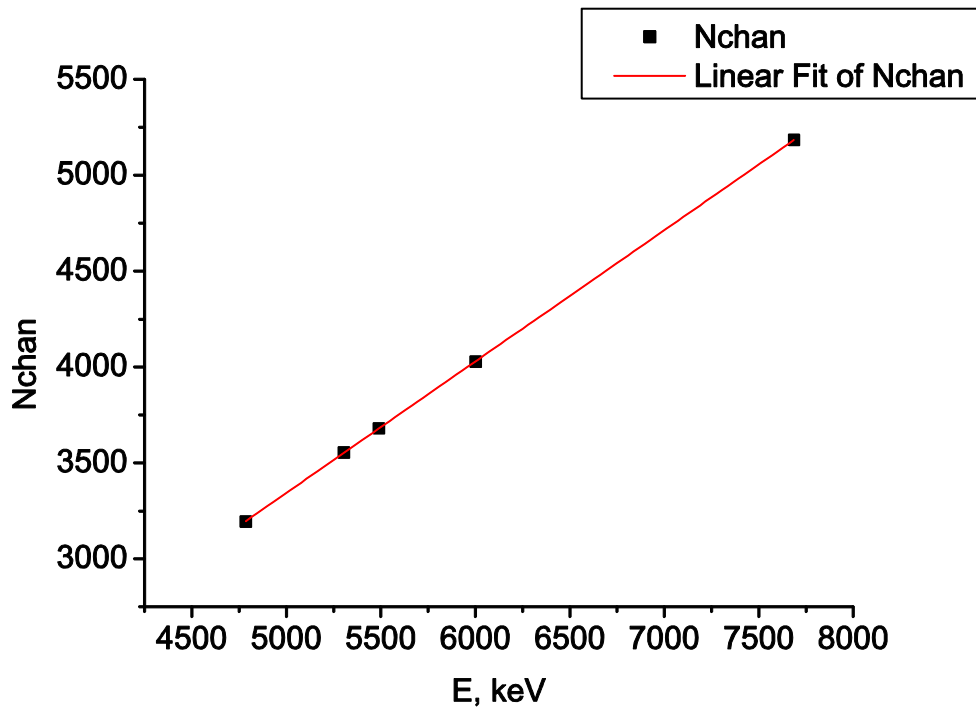


Рисунок 2.6 Энергетическая калибровка кремниевого детектора.

Наблюдается линейная зависимость между номером канала оцифровщика и энергией E_α [МэВ] зарегистрированных α -частиц

$$N_{channel} = A_\alpha \cdot E_\alpha + B_\alpha$$

где $A_\alpha = 0,685 \pm 0,001$ канал/МэВ;

$B_\alpha = -80,0 \pm 7,4$.

За время эксперимента (порядка одного года) использовались четыре р-і-п диода. Энергетическое разрешение каждого из кремниевых детекторов в начале эксперимента составило ≈ 70 кэВ для энергии $E_{\alpha 5} = 7,687$ МэВ.

Средняя набранная доза α -частиц составляла $5 \cdot 10^9$ α /см² на каждый детектор. Величина критической дозы для детектора определялась по ухудшению энергетического разрешения и смещению α -линий в низкоэнергетичную область спектра.

2.1.4 Детектор γ -квантов

Для регистрации тормозного и γ -излучений использовался германиевый детектор марки GC-5020 (производства фирмы “Canberra”) объемом 225 см³ в электроохлаждаемом криостате CP-5 с встроенным предусилителем. Диаметр кристалла составлял 71 мм, а толщина – 57 мм. Энергетическое разрешение γ -спектрометра при $E_\gamma = 1,332$ МэВ равнялось 1,6 кэВ при эффективности регистрации 58.9% по отношению к сцинтиллятору NaI(Tl) размером 3х3 дюйма.

Спектр γ -излучения от источника ^{226}Ra , измеренный германиевым детектором представлен на рисунке 2.7. Энергии наиболее интенсивных линий источника, соответствующих γ -переходам в дочерних ядрах ^{214}Bi и ^{214}Pb приведены в таблице 2.4.

По реперным линиям в γ -спектре источника ^{226}Ra проведена энергетическая калибровка детектора (см. рисунок 2.8). В диапазоне энергий от 60 до 900 кэВ выполняется линейная зависимость между номером канала цифрового анализатора и энергией E_γ [кэВ] зарегистрированного γ -кванта

$$N_{channel} = A_\gamma \cdot E_\gamma + B_\gamma$$

где $A_\gamma = 8,180 \pm 0,009$ канал/кэВ;

$B_\gamma = -10,9 \pm 4,5$.

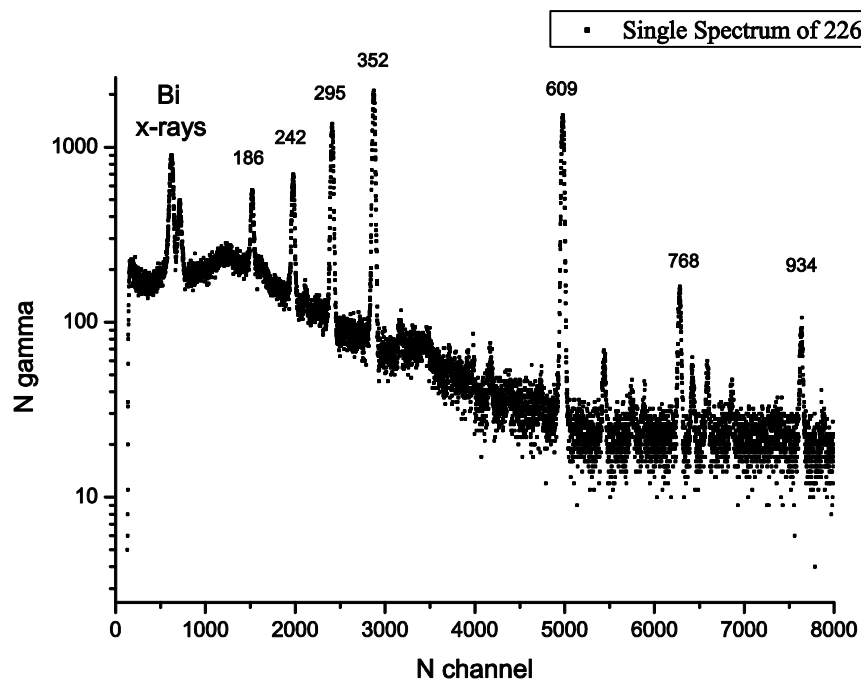


Рисунок 2.7 Спектр γ -излучения от источника ^{226}Ra , измеренный германиевым детектором.

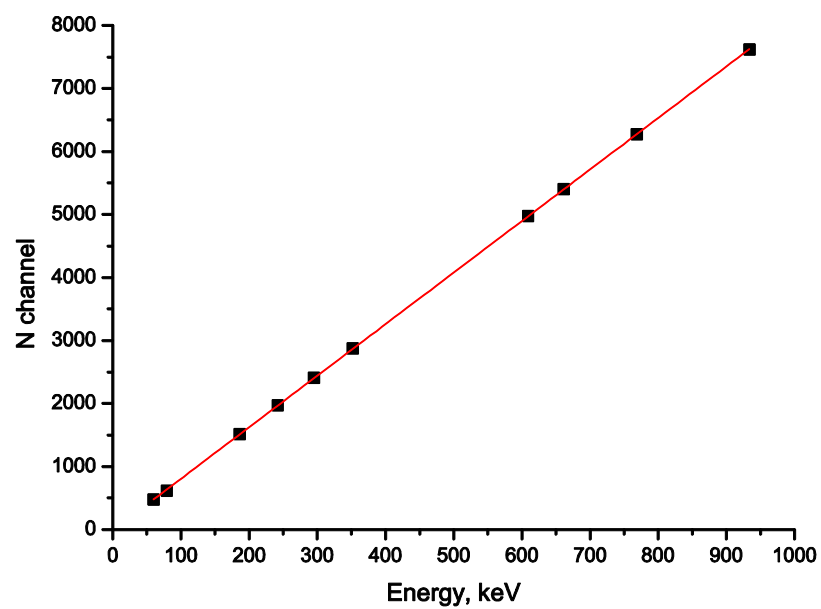


Рисунок 2.8 Энергетическая калибровка германиевого детектора.

Германиевый детектор защищался от естественного фонового излучения со всех сторон пассивной свинцовой защитой толщиной 10 см.

Результаты расчета эффективности регистрации γ -квантов для разных мультипольностей переходов в пакете программ Geant4 в сравнении с полученными экспериментальными данными в реальной геометрии эксперимента приведены в пп. 2.3.2.

2.2 Система сбора и обработки данных

Сигналы с предусилителей поступали на два из четырех каналов цифрового запоминающего осциллографа производства фирмы Tektronix DPO 7354 с операционной системой Windos XP. В осциллографе встроен 8-ми битный амплитудо-цифровой преобразователь размерностью 256 каналов. Цена шкалы АЦП для α - и γ - трактов равнялась 0.3906 мВ/канал и 0.7813 мВ/канал, соответственно.

Сбор данных был настроен на регистрацию совпадений импульсов во временном окне 200 нс (режим триггера «Setup/Hold» при $t_s = 100$ нс и $t_H = 100$ нс). Для оптимизации использования ресурсов осциллографа и детализации сигналов был выбран следующий режим регистрации:

длина выборки – 20 000 точек;

частота оцифровки – $1 \cdot 10^9$ с⁻¹;

полоса пропускания без математической обработки – 2,5 ГГц.

При этом длительность фрейма (временной развертки осциллограммы) составила 20 мкс, а предыстория, необходимая для определения базовой линии регистрируемого импульса – 5,2 мкс. При данных параметрах один набор файлов, содержащий 100 осциллограмм, соответствующий событиям α - γ совпадений, занимал около 40 Мб на жестком диске. Сохраненные в файлах данные обрабатывались в режиме off-line с помощью разработанных цифровых алгоритмов в пакетах C++ и Fortran (см. Приложение 1).

По сравнению с коммерческими модульными оцифровщиками быстрые цифровые осциллографы имеют преимущество во временном разрешении, так как специально разработаны для прецизионных измерений высокочастотных сигналов. Так, полоса пропускания у цифрового осциллографа Tektronix DPO 7354B равна 3,5 ГГц, а скорость оцифровки достигает $40 \text{ Gs} \cdot \text{s}^{-1}$ при 8-битном АЦП.

Следует отметить, что быстрый временной оцифровщик формы сигнала позволяет избежать использования в эксперименте набора блоков сложной электронной аппаратуры, так как путем математической обработки массива измеренных осциллограмм возможно выполнение следующих операций без потери исходных данных:

введение поправок на смещение базовой линии, возникающей при высокой скорости счета частиц в тракте;

определение энергии зарегистрированных частиц;

осуществление временной привязки к импульсу

разделение наложенных импульсов.

2.2.1 Обработка экспериментальных данных

На начальном этапе был опробован алгоритм цифровой обработки в пакете MatLab, который включал в себя очищение сигнала от шума путем свертки с функцией Гаусса, в которой значение параметра σ , подбиралось экспериментально. Сглаживание проводилось с применением быстрого преобразования Фурье. Начало восстановленного импульса в осциллограмме определялся по заданному порогу для второй производной. Энергия частицы определялась путем нахождения площади под импульсом в определенном временном интервале относительно его начала. Границы временного интервала подбирались экспериментально исходя из наилучшего получаемого энергетического разрешения для стандартных источников.

Анализ полученных в эксперименте по регистрации α - γ совпадений данных показал неудобство такого алгоритма из-за длительности обработки. Так, время, требуемое на накопление объема информации порядка 20 Гб (набор статистики совпадений 10^5 и время записи файлов на жесткий диск) занимало неделю. При этом требовалось около двух суток на Фурье-обработку полученных данных.

Тогда как одно из преимуществ цифровых методов регистрации формы сигналов заключается в возможности многократного анализа первичных данных при различных параметрах алгоритма, время обработки становится критичным.

С целью уменьшения времени обработки данных было предложено проводить анализ методом вейвлет-преобразования. Из большого класса вейвлетов были выбраны вейвлеты Хаара [67] и Добеши [68], как наиболее простые и быстрые алгоритмы, позволяющие описывать локализованные во времени скачкообразно меняющиеся процессы.

Одним из факторов, определяющих как временную неопределенность, так и энергетическое разрешение детектора, является зашумленность сигнала.

Алгоритм обработки формы импульсов состоял из четырех основных частей:

- вейвлет-обработки формы сигнала;
- временной привязки к импульсу;
- определения энергии импульса;
- обработки наложенных импульсов.

Вейвлет-обработка формы сигнала (процедура подавления шума) включала в себя:

- выбор глубины разложения J ;
- вычисление коэффициентов аппроксимации и детализации;

пороговую обработку коэффициентов детализации в соответствии с выбранным алгоритмом и видом порога;

реконструкцию сигнала с использованием оригинальных коэффициентов аппроксимации на уровне J и модифицированных коэффициентов детализации на уровнях от 1 до J .

В расчетах использовался жесткий тип порога детализации [69].

На рисунке 2.9 представлена осциллограмма до и после вейвлет-обработки формы сигнала. Видно, что уровень шума существенно снижен (см. каналы в окрестности 3400), что привело к улучшению энергетического и временного разрешения.

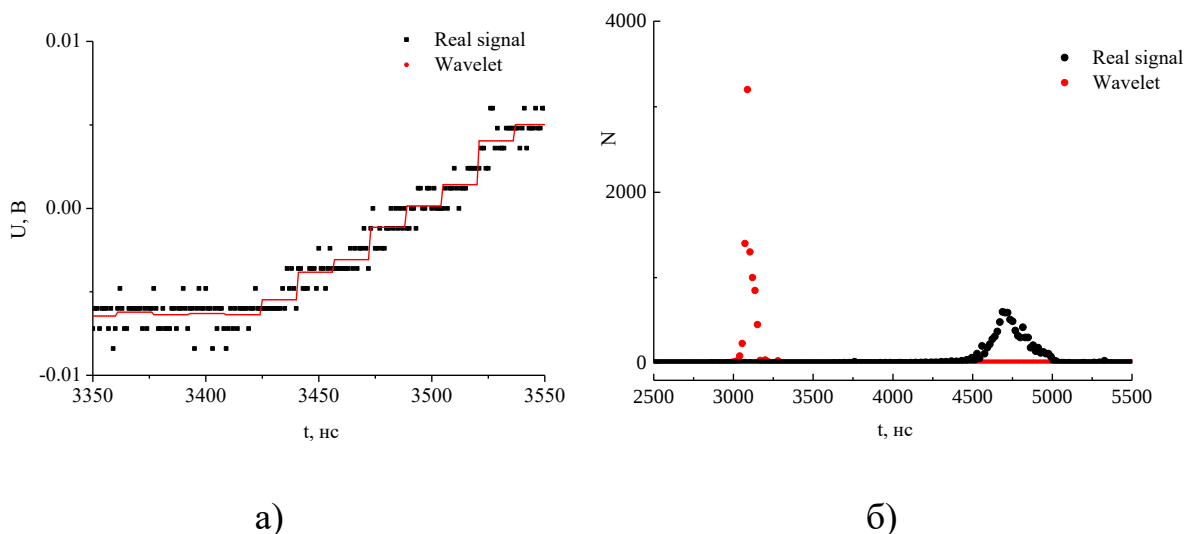


Рисунок 2.9 Результаты вейвлет обработки сигналов:

а) осциллограмма сигнала с германиевого детектора до и после шумоподавления;

б) распределение времен рассогласования между сигналами с γ - и α -детекторов (ТАС-спектр)

● до вейвлет-преобразования

● после вейвлет-преобразования

После анализа экспериментальных данных с помощью вейвлет-обработки преобразованиями Хаара и Добеши, окончательный выбор был сделан в пользу вейвлета Хаара. Причина этого в том, что вейвлет-

преобразование Добеши D-4 приводит к появлению нефизических выбросов в начале и на вершине сигнала, затрудняющих определение как временной метки, так и энергии импульса. Так, на рисунке 2.10 представлены формы импульсов с γ -детектора, обработанные вейвлетами Хаара и Добеши [37].

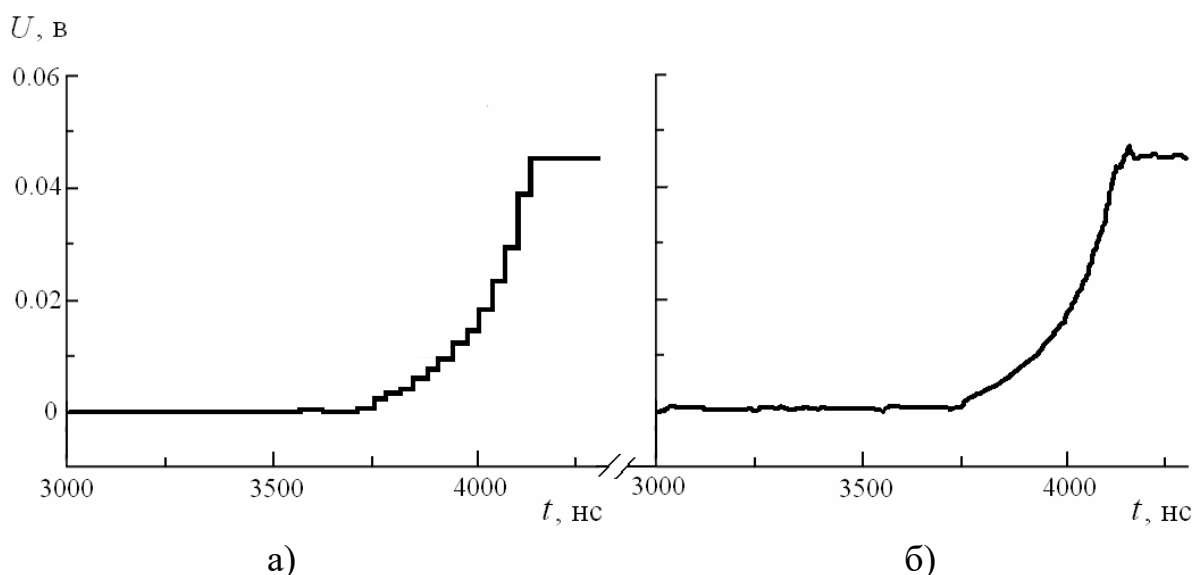


Рисунок 2.10 Форма сигнала с γ -детектора после вейвлет-преобразования Хаара (а) и Добеши D4 (б) с шагом разложения 4

2.2.2 Временная привязка к фронту импульса

Начало каждого импульса определялось после вейвлет-обработки осциллограммы путем численного дифференцирования очищенного от шумов сигнала, и при выполнении условия, что три последовательные точки производной должны быть положительные и больше порогового значения.

Как и в аналоговом методе временной привязки к началу импульса, за основу был взят алгоритм временной привязки со следящим порогом, т.н. «constant fraction» (CF) – когда временная метка ставится на фронте импульса на высоте, равной определенной доле амплитуды, где крутизна фронта максимальна.

CF-метод позволяет практически полностью избавиться от амплитудной зависимости временной привязки и является наиболее удобным цифровым методом для обработки импульсов. Порог устанавливался на высоте $f = 1/3$ от амплитуды импульса. Временная сдвигка τ_d между задержанным и ослабленным на величину f инвертированным сигналом выбиралась приблизительно равной величине фронта импульса для каждого типа детектора:

$$\tau_d = \tau_f \cdot (1 - f), \quad (2.1)$$

где τ_f – длительность фронта (время нарастания) сигнала.

В данной работе для временной привязки к сигналу с α -детектора использовался CF-метод, а для привязки к сигналу с Ge-детектора использовалась его модификация – т.н. ARC-метод («Amplitude and Rise-time Compensated») [70], когда время задержки инвертированного сигнала τ_{ARC} выбирается меньшим τ_d :

$$\tau_{ARC} = 0,2 \cdot \tau_d. \quad (2.2)$$

Причиной этого является эффект «баллистического дефицита» сбора заряда (см. ниже), связанного с разными значениями подвижностей носителей заряда – электронов и дырок в материале детектора.

2.2.3 Определение энергии α -частиц

Определение энергии α -частиц осуществлялась путем нахождения площади под импульсом с детектора, которая рассчитывалась в определенном временном окне. Как и при Фурье-обработке, границы временного окна выбиралась из условия наилучшего энергетического разрешения α -спектрометра и составляли

$$\begin{aligned} \tau_l &= \tau_A, \\ \tau_r &= \tau_l + \Delta\tau, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где τ_l, τ_r – левая и правая границы интервала суммирования, τ_A – временная метка амплитуды (максимального значения) импульса.

$\Delta\tau = 7$ мкс – интервал суммирования.

2.2.4 Определение энергии γ -квантов. Оптимизация энергетического разрешения германиевого детектора.

Известно, что у полупроводниковых детекторов γ -квантов на основе германия и теллурида кадмия вследствие разницы в скоростях дрейфа электронов и дырок в рабочем теле детектора наблюдается так называемый эффект баллистического дефицита (Ballistic Deficit), проявляющийся в зависимости формы фронта импульса тока от положения области взаимодействия γ -квантов с атомами кристалла относительно собирающих заряды электродов [71,72]. Этот эффект особенно наглядно проявляется в случае германиевых детекторов большого объема. Так, в качестве примера, на рисунке 2.11 представлены измеренные осциллограммы импульсов при регистрации γ -квантов используемым германиевым детектором.

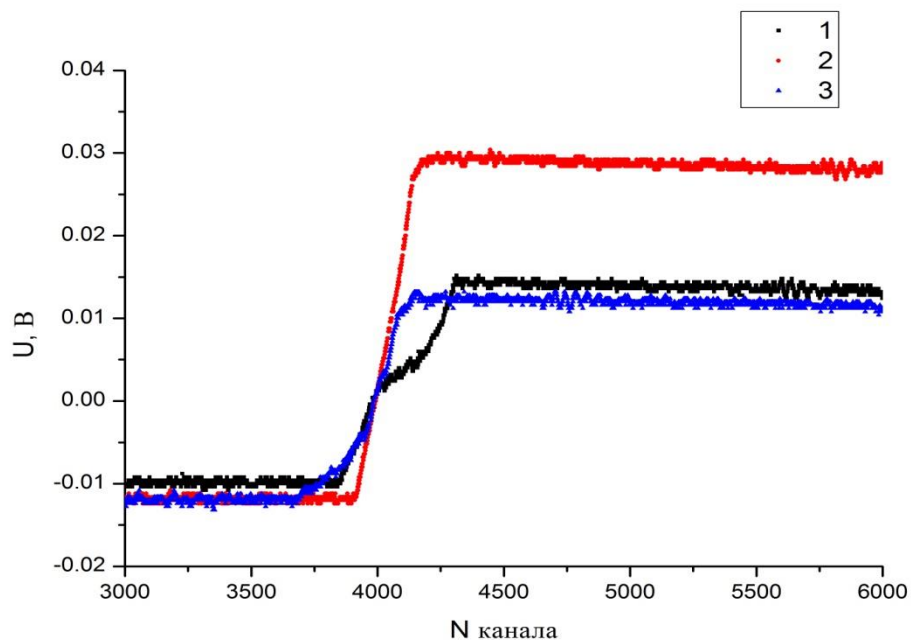


Рисунок 2.11 Осциллограммы импульсов с германиевого детектора:
1 - поглощение γ -кванта вблизи положительного электрода; 2 - в центре кристалла; 3 - вблизи отрицательного электрода.

Если искажения при наложении быстрой компоненты тока, обусловленную электронами, на медленную, обусловленную дырками, происходят в конце фронта сигнала и, соответственно, вблизи максимума амплитуды, то это приводит к ухудшению энергетического разрешения детектора, а если в начале сигнала, где осуществляется временная привязка к фронту – то к ухудшению временного разрешения детектора.

Баллистический эффект проявляется в ухудшении как энергетического, так и временного разрешения полупроводниковых детекторов.

На первом этапе обработки экспериментальных данных использовался алгоритм определения энергии импульса на основе нахождения площади под импульсом. Полученное таким способом энергетическое разрешение по линии 1,332 МэВ источника ^{60}Co составило 12 кэВ.

Для нивелирования эффекта баллистического дефицита на энергетическое разрешение полупроводникового детектора при использовании аналоговой электроники в литературе используется метод «трапецеидального преобразования формы сигнала» [73], применение которого позволило довести энергетическое разрешение коммерческих детекторов из сверхчистого германия объемом в несколько сотен см^3 до величины ≈ 2 кэВ по 1,332 МэВ линии источника ^{60}Co [74].

Этот метод был применен в настоящей работе при разработке алгоритма определения энергии регистрируемых сигналов.

Основными параметрами трапецеидального преобразования были выбраны значения проекции боковой стороны трапеции на основание M_6 и ширина вершины трапеции M_a . Полученные данные по зависимости энергетического разрешения по линии 1,332 МэВ от соотношения между M_a и M_6 приведены в таблице 2.2.

Как видно из приведенных данных, наилучшее энергетическое разрешение спектрометра, равное 6,5 кэВ (с использованием 8-битного оцифровщика), наблюдалось для параметров трапециевидного преобразования $M_a = 200$ нс (500 каналов) и $M_b = 1,2$ мкс (3000 каналов). Это значение всего лишь в 2 раза больше величины, полученной в работе [75] для аналогичного детектора с использованием 12-битного оцифровщика. Данные значения M_a и M_b использовались в дальнейшем при обработке экспериментов по измерению тормозного излучения при α -распаде.

Таблица 2.2 Зависимость энергетического разрешения ΔE_γ от соотношения между M_a и M_b

M_a , канал	M_b , канал	ΔE_γ , кэВ		M_a , канал	M_b , канал	ΔE_γ , кэВ
500	10000	10,1		500	3000	6,5
500	7000	9,1		500	2500	7,0
500	6000	8,5		1000	8000	11,3
500	5000	8,2		500	8000	10,3
500	4000	7,3		250	8000	9,6
500	3500	6,9		0	8000	10,0

2.2.5 Обработка наложенных импульсов

В связи с выбранной геометрией эксперимента и настройками осциллографа скорость счета в α - и γ - детекторах не превышала 400 импульсов/с. Поэтому, искажение энергетических спектров от наложенных импульсов было несущественным. Однако в программе обработки экспериментальных данных был предусмотрен алгоритм избавления от наложенных импульсов путем нахождения положения первого и второго максимумов в форме импульса. При наличии второго максимума во временном окне, используемом для определения энергии частиц, данная осциллограмма не учитывалась.

2.3 Эффективность регистрации α -частиц и γ -квантов

В предыдущих работах учет конечных геометрических размеров детекторов и источника проводился в рамках теории матрицы плотности и заключался в определении коэффициента ослабления функции угловой корреляции вследствие ограниченных размеров детекторов [45].

В настоящей работе эффективности регистрации α -частиц и тормозных фотонов определялись с помощью пакета программ Geant4 с учетом реальной геометрии эксперимента.

2.3.1 Эффективность регистрации α -частиц

Результаты расчета эффективности регистрации α -частиц, испускаемых в телесный угол 2π , для энергии $E_\alpha = 7,687$ МэВ, в пакете Geant4 в зависимости от размера активной части источника и углом между его осью и осью детектора приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 Эффективность регистрации кремниевого детектора

Диаметр источника, мм	Угол поворота источника, град	Эффективность регистрации, ε_α
0	0	0,0565
0	45	0,0563
12	0	0,0519
12	45	0,0543

Как видно из приведенных данных, конечные размеры и геометрия расположения источника α -излучения относительно детектора оказывают влияние на величину эффективности регистрации ε_α – при изменении диаметра источника от 0 до 12 мм, значение эффективности ε_α изменяется на 0,2...0,4 %, а при изменении угла поворота источника относительно детектора – на 0,2%.

2.3.2 Эффективность регистрации γ -квантов

Расчет эффективности германиевого детектора для разных энергий и мультипольностей излучения тормозных фотонов и γ -квантов проводился в пакете программ Geant4 с учетом конструктивных элементов экспериментальной установки.

Для проверки правильности расчетов был поставлен эксперимент по определению эффективности регистрации γ -квантов изотопов ^{214}Bi и ^{214}Pb , так же содержащихся в цепочке распада ^{226}Ra (схема распада приведена на рисунке 2.1, спектр – на рисунке 2.7), а также с использованием источников ^{241}Am ($E_\gamma = 59,6$ кэВ) и ^{137}Cs ($E_\gamma = 661,8$ кэВ). В данном случае эффективность регистрации рассчитывалась в Geant4 исходя из изотропного характера γ -излучения.

Результаты расчета удовлетворительно согласуются с полученными экспериментальными данными (см. таблицу 2.4 и рисунок 2.12) .

Таблица 2.4 Результаты измерения эффективности германиевого детектора для γ -квантов из источников ^{226}Ra , ^{241}Am и ^{137}Cs

		Эффективность регистрации ε_γ , %	
Энергия E_γ [кэВ], источник	Интенсивность линии I , % [66]	эксперимент	расчет Geant4*
59,6 ^{241}Am		$0,690 \pm 0,003$	$1,25 \pm 0,01$
78,88 x-rays Bi		$2,32 \pm 0,12$	4,02
186 ^{226}Ra	3,59	$6,77 \pm 0,37$	6,93
242 ^{214}Pb	7,43	$6,26 \pm 0,47$	5,96
295 ^{214}Pb	19,3	$4,51 \pm 0,34$	5,17
352 ^{214}Pb	37,6	$4,12 \pm 0,41$	4,52
609 ^{214}Bi	46,1	$2,50 \pm 0,20$	2,96
768 ^{214}Bi	4,94	$1,96 \pm 0,08$	2,50
934 ^{214}Bi	3,03	$1,81 \pm 0,29$	1,91

*Погрешность при расчете в пакете Geant составляет $\pm 0,01$.

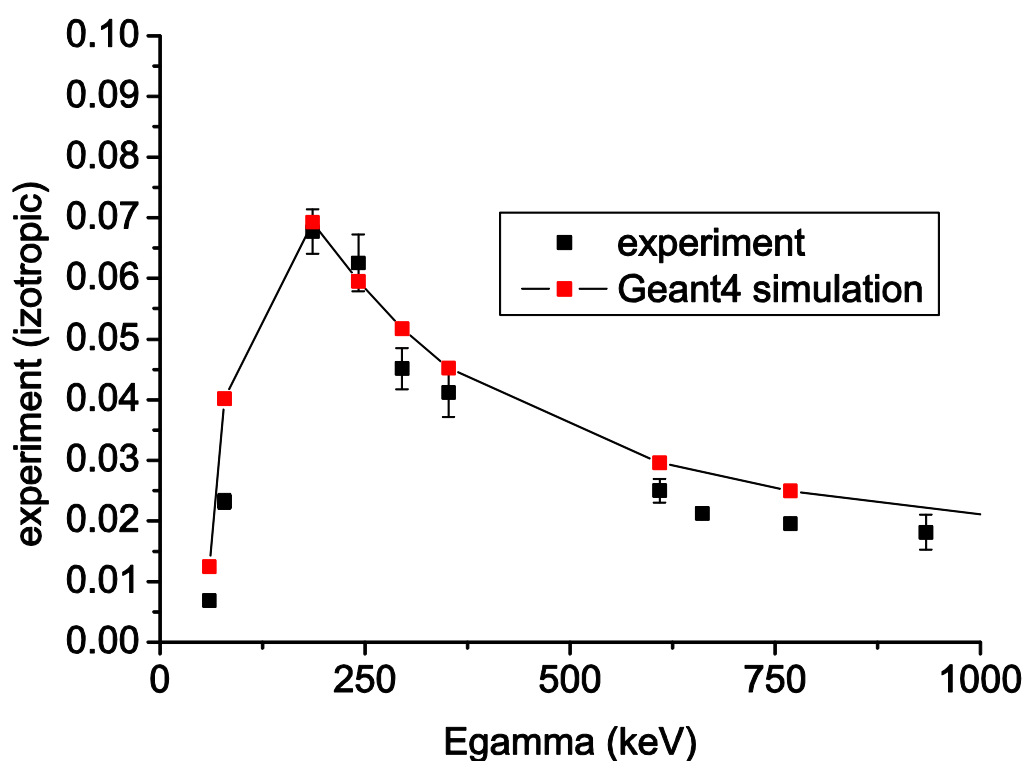


Рисунок 2.12 Зависимость эффективности германиевого детектора от энергии γ -квантов

2.4. Результаты эксперимента по измерению вероятностей α -переходов на возбужденные уровни ^{210}Pb , ^{218}Po , ^{222}Rn

Наблюдаемые α - γ -совпадения довольно редки (10^{-6} — 10^{-4} от основной моды α -распада). Ранние эксперименты по регистрации тормозных фотонов при α -распаде [3] показали, что интенсивность совпадений не превышает в среднем одно событие в секунду. С целью увеличения чувствительности методики было предложено представлять события, соответствующие α - γ совпадениям, в виде распределения $N_{\alpha\gamma}(E_{\alpha}, E_{\gamma})$ на двумерной плоскости $[E_{\gamma} \times E_{\alpha}]$, где E_{α} — энергия регистрируемых α -частиц, E_{γ} — энергия тормозного фотона (γ -кванта). Это дало возможность наглядным образом выделять события, ответственные за испускание тормозного фотона, лежащие в окрестности

линии, удовлетворяющей закону сохранения энергии (см. формулу 1.2 Главы 1, п.п. 1.1).

$$E_{\alpha} + k \cdot E_{\gamma} = \text{Const} = E_{\alpha}^0$$

где E_{α}^0 — энергия α -частицы при распаде материнского ядра в основное состояние без испускания тормозного фотона.

Величина k , равная отношению $(M - m_{\alpha})/M$ (где M и m_{α} — масса материнского ядра и α -частицы, соответственно) — есть тангенс угла наклона прямой $E_{\alpha} + k \cdot E_{\gamma}$ на плоскости $[E_{\gamma} \times E_{\alpha}]$. Этому же закону подчиняются энергии γ -квантов и α -частиц, соответствующих распадам ядер на первые возбужденные уровни дочерних ядер.

Таким образом, измеряя выходы γ -квантов в совпадениях с α -частицами, можно экспериментально измерить коэффициент k для каждого конкретного случая и сравнить с расчетным значением, что является проверкой правильности проведения калибровки α - и γ -трактов.

На рисунке 2.13а представлено распределение событий, соответствующих совпадениям α -частиц с γ -квантами при распаде ^{226}Ra в двумерном поле $[E_{\gamma} \times E_{\alpha}]$ во временном интервале от -100 нс до +100 нс относительно появления стартового сигнала в α -тракте.

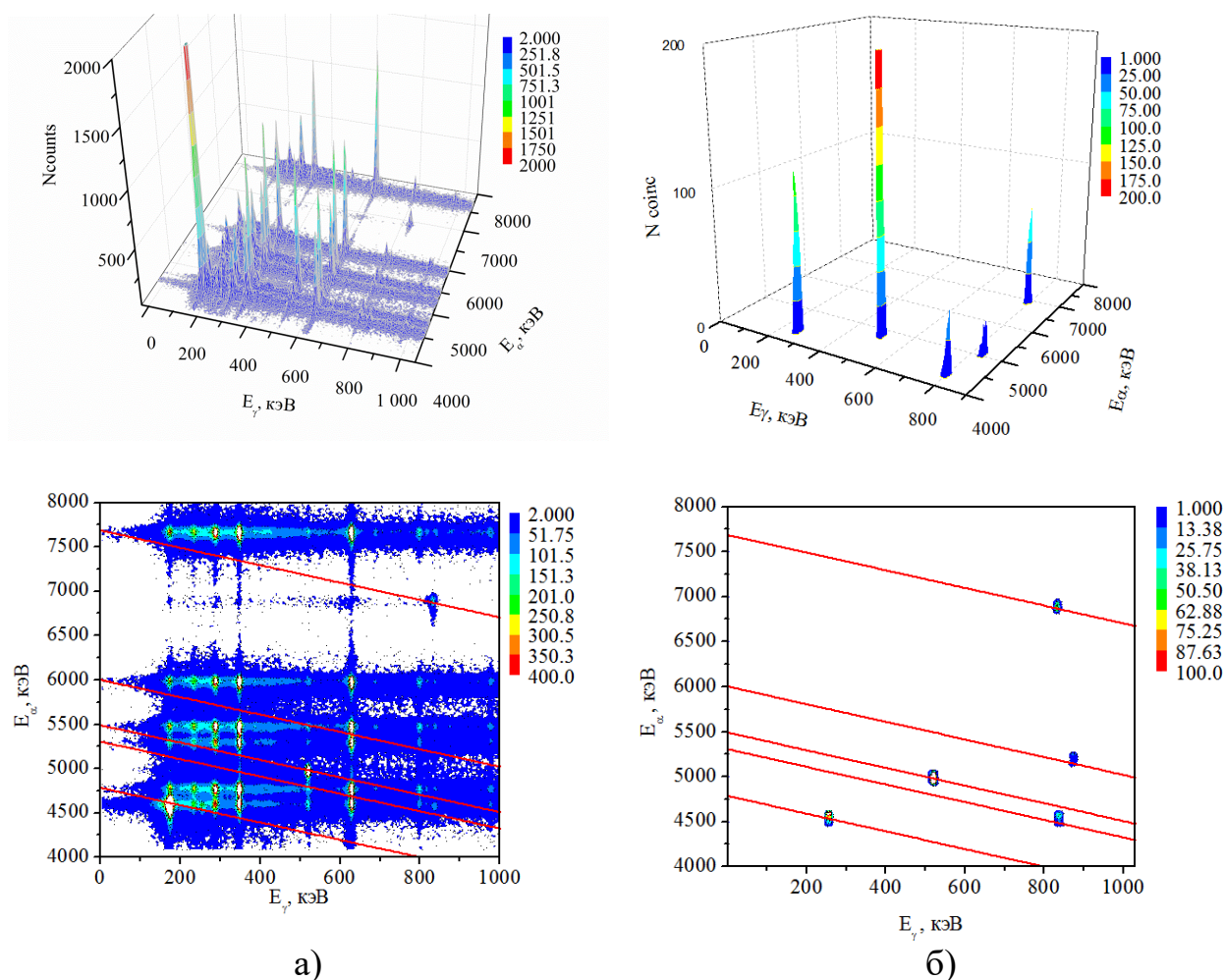


Рисунок 2.13 распределение событий, соответствующих совпадениям α -частиц с γ -квантами при распаде ^{226}Ra

На рисунке наблюдаются четыре горизонтальных линий, пересекающих ось ординат и соответствующие:

- при $E_\alpha = 7.687$ МэВ – α 5-группе,
- при $E_\alpha = 6.0$ МэВ – α 4-группе,
- при $E_\alpha = 5.5$ МэВ и 5.3 МэВ – α 2-группе и α 3-группе,
- при $E_\alpha = 4.8$ МэВ и 4.6 МэВ – α 1-группе.

Индексация групп приведена в таблице 2.1.

Пики наиболее интенсивных линий соответствуют случайным совпадениям α -частиц начальных энергий E_α^0 с γ -квантами испускаемыми изотопами ^{214}Bi и ^{214}Pb (см. таблицу 2.4).

Временной спектр α - γ совпадений приведен на рисунке 2.14а

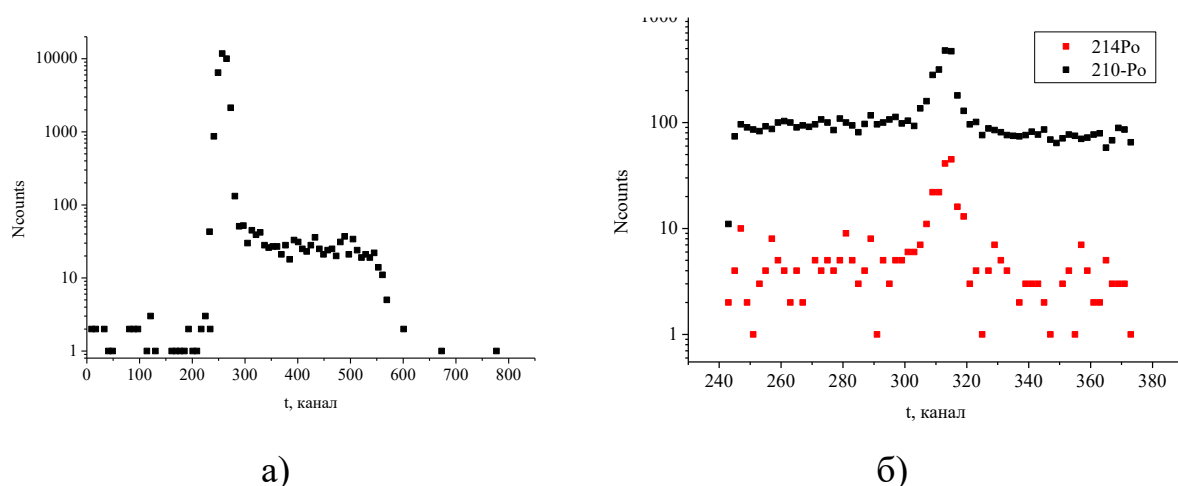


Рисунок 2.14 Спектры временного конвектора, измеренные с использованием германиевого (а) и сцинтилляционного NaI(Tl) (б) детектора

В ТАС-спектре отчетливо виден пик, соответствующий совпадениям α -частиц с γ -квантами, испускаемыми с первых возбужденных уровней дочерних ядер.

В качестве примера на рисунке 2.14б приведен измеренный с использованием NaI сцинтилляционного детектора и аналоговой схемы быстро-медленных совпадений спектр время-амплитудного конвектора (ТАС) [76]. Ассиметричность спектра на рисунке 2.14а обусловлена организацией работы схемы совпадений в цифровом осциллографе, когда старт определяется сигналом с α -детектора, а захват сигнала с γ -канала происходит в течение временного окна 100 нс. Временное разрешение схемы совпадений с использованием NaI(Tl) детектора составляет 5 нс, а временное разрешение для схемы с германиевым детектором – 30 нс [37].

Отбор совпадений в окрестности пика в ТАС-спектре приводит к существенному изменению распределения совпадений на плоскости $[E_\gamma \times E_\alpha]$ – его фильтрации и проявлению четко выраженных пиков, соответствующих α - γ -совпадениям (см. рисунок 2.13б). На основании вычисленных координат этих пиков становится возможным проведение

линий $E_\alpha + k \cdot E_\gamma = \text{Const} = E_\alpha^0$ по двум точкам, расположенным в начале $E_\gamma = 0$, $E_\alpha = E_{\alpha 0}$ и в максимумах интенсивности.

В таблице 2.5 приведены экспериментальные данные по измерению коэффициента k для всех наблюдаемых максимумов пиков α - γ совпадений.

Таблица 2.5 – Экспериментальные и расчетные данные значений тангенса наклона линии $E_\alpha + k \cdot E_\gamma = \text{Const} = E_\alpha^0$

	Переход	Энергия [кэВ], мультипольность	Эксперимент. значения k	Расчетные значения k
α_1	$^{226}\text{Ra} \rightarrow ^{222}\text{Rn}$	186, 2^+	$0.96 \pm 0,01$	0,982
α_2	$^{210}\text{Po} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$	803, 2^+	$0.98 \pm 0,01$	0,981
α_3	$^{222}\text{Rn} \rightarrow ^{218}\text{Po}$	511, 2^+	$0.98 \pm 0,01$	0,982
α_4	$^{218}\text{Po} \rightarrow ^{214}\text{Pb}$	837, 2^+	$0.98 \pm 0,01$	0,982
α_5	$^{214}\text{Po} \rightarrow ^{210}\text{Pb}$	800, 2^+	$0.98 \pm 0,01$	0,981

Как видно из таблицы, наблюдается удовлетворительное согласие экспериментальных данных с расчетными значениями коэффициентов наклона k .

Число истинных $N_{E_\alpha E_\gamma}^{\text{true}}$ совпадений определялось по формуле

$$N_{\Delta E_\alpha \Delta E_\gamma}^{\text{true}} = N_{\Delta E_\alpha \Delta E_\gamma}^{\text{peak}} - \frac{\tau_{\text{random}}}{\tau_{\text{peak}}} N_{\Delta E_\alpha \Delta E_\gamma}^{\text{random}} \quad (2.11)$$

где $N_{\Delta E_\alpha \Delta E_\gamma}^{\text{peak}}$, $N_{\Delta E_\alpha \Delta E_\gamma}^{\text{random}}$ – число событий в пике ТАС-спектра (истинные совпадения вместе со случайными) шириной τ_{peak} каналов и "плато" (случайные совпадения – random) шириной τ_{random} каналов соответственно.

В таблице 2.6 представлены экспериментальные данные по выходам γ -квантов N_{true} , испускаемых в совпадениях с α -частицами, соответствующих распадам материнских ядер на первые возбужденные уровни для трех серий измерений с разными детекторами α -частиц. Приведены значения флюенса α -частиц для каждого из α -детекторов,

количества совпадений для всех α - γ групп и усредненные значения вероятностей переходов, выделенной α - γ группы .

Таблица 2.6 – Экспериментальные данные по выходам γ -квантов, испускаемых в совпадениях с α -частицами, соответствующих распадам материнских ядер на первые возбужденные уровни.

	№ детектора, $n_\alpha \cdot \Delta t$			
переход	№1, 1,26E+09	№2, 1,15E+09	№3, 1,86E+09	Σ , 4,27E+09
α_1 - γ_2	503	84	422	1009
α_2 - γ_1	34	37	58	129
α_3 - γ_1	2004	2541	2789	7334
α_4 - γ_1	25	22	29	76
α_5 - γ_1	322	195	257	774

Вероятность перехода рассчитывалась по формуле

$$P_{\alpha-\gamma}(E_\gamma) = \frac{N_{\alpha-\gamma}}{n_\alpha \Delta t \varepsilon^{E_2}(E_\gamma)} \quad (2.12)$$

где $N_{\alpha-\gamma}$ — число истинных α - γ совпадений; n_α — интенсивности α -частиц исследуемой группы в единицу времени, регистрируемых без совпадений; Δt — время набора; $\varepsilon(E_2, E_\gamma)$ — эффективность регистрации γ -кванта мультипольности E_2 .

Так как значения энергий переходов для $\alpha_{2,4,5}$ -групп близки (≈ 800 кэВ) возможна дополнительная проверка правильности выбранной методики регистрации α - γ совпадений по относительной интенсивности испускания соответствующих этим переходам γ -линий. Эта проверка позволила обойтись без расчета эффективности регистрации γ -квантов $\varepsilon(E_2, E_\gamma)$ и флюенса α -частиц $n_\alpha \cdot \Delta t$.

В таблице 2.7 представлены полученные экспериментальные данные по вероятностям γ -переходов с первых возбужденных уровней дочерних

ядер в сравнении с измеренными ранее [34,37] и имеющимися в литературе данными [66].

Таблица 2.7 – Экспериментальные данные по вероятностям γ -переходов с первых возбужденных уровней дочерних ядер.

Переход	эксп.данные настоящей работы	Эксп. данные работы [34]	Лит. данные [66]
$\alpha_1-\gamma_2$	$(4,97 \pm 0,13) \cdot 10^{-5}$	—	$4,90 \cdot 10^{-5}$
$\alpha_2-\gamma_1$	$(1,56 \pm 0,28) \cdot 10^{-5}$	—	$1,21 \cdot 10^{-5}$
$\alpha_3-\gamma_1$	$(6,26 \pm 0,15) \cdot 10^{-4}$	$(6.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-4}$	$7,80 \cdot 10^{-4}$
$\alpha_4-\gamma_1$	$(9,56 \pm 2,19) \cdot 10^{-6}$	—	$1,10 \cdot 10^{-5}$
$\alpha_5-\gamma_1$	$(9,39 \pm 0,68) \cdot 10^{-5}$	$(1.1 \pm 0.2) \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$

2.5 Результаты измерения вероятностей испускания тормозного излучения при α -распаде ядер ^{214}Po . Обсуждение полученных результатов

Дважды дифференциальная вероятность выхода тормозного излучения, усредненная по телесному углу, определяемому геометрией эксперимента, определялась на основе измеренного числа α - γ -совпадений $N_{\alpha-\gamma}^{\text{true}}$ по формуле, аналогичной (1.4):

$$\left\langle \frac{d^2 P_{\alpha-\gamma}}{dE_\gamma d\Omega_\gamma}(\Theta_{\alpha-\gamma}) \right\rangle = \frac{N_{\alpha-\gamma}^{\text{true}}(\Theta_{\alpha-\gamma})}{n_\alpha \Delta t \varepsilon(E_\gamma) \Delta E_\gamma} \quad (2.13)$$

где $N_{\alpha-\gamma}^{\text{true}}$ — число истинных событий, соответствующих совпадениям α -частиц с тормозными фотонами или с γ -квантами с энергиями в интервале $(E_\gamma - \Delta E_\gamma; E_\gamma + \Delta E_\gamma)$;

n_α — интенсивность α -линии, измеренная без совпадений с фотонами (γ -квантами);

Δt — время измерения;

$\varepsilon(E_\gamma)$ — абсолютная эффективность регистрации фотонов германиевым детектором.

Значения полной вероятности испускания тормозного излучения и вероятностей α -распада на возбужденные состояния ядер с последующим испусканием γ -кванта рассчитывались по формуле:

$$\frac{dP_{\alpha-\gamma}}{dE_{\gamma}} = \frac{\langle \frac{d^2 P_{\alpha-\gamma}}{dE_{\gamma} d\Omega_{\gamma}} (\Theta_{\alpha-\gamma}) \rangle}{2\pi \langle W(E_{\gamma}, \theta_{\alpha-\gamma}) \rangle} \quad (2.14)$$

где $\langle W(E_{\gamma}, \theta_{\alpha-\gamma}) \rangle$ — величина функции угловых $(\alpha-\gamma)$ -корреляций при фиксированных значениях (E_{γ}, θ) и конечных размерах детекторов (см. формулу (2.10)).

Значения усредненной по конечному угловому разрешению экспериментальной методики функция угловой корреляции $\langle W(E_{\gamma}, \theta_{\alpha-\gamma}) \rangle$ могут быть получены сверткой функции теоретической угловой корреляции с эффективностью регистрации $(\alpha-\gamma)$ -совпадений, рассчитанной пакетом Geant4.

С учетом произведенной в Главе 3 оценки интерференционного члена между дипольной и квадрупольной составляющей в угловой зависимости вероятности испускания тормозного фотона при α -распаде тяжелых ядер в окрестности полония, полученные значения вероятности испускания тормозного излучения при α -распаде исследуемых ядер обобщены в таблицах П.1-П.3 Приложения 2 и показаны совместно с результатами квантово-механических расчетов в Главе 3 (рисунки 3.5 – 3.6).

На рисунке 2.15 представлены экспериментальные данные по выходу тормозного излучения при α -распаде ядра ^{214}Po вместе с данными предыдущих экспериментов [3,34].

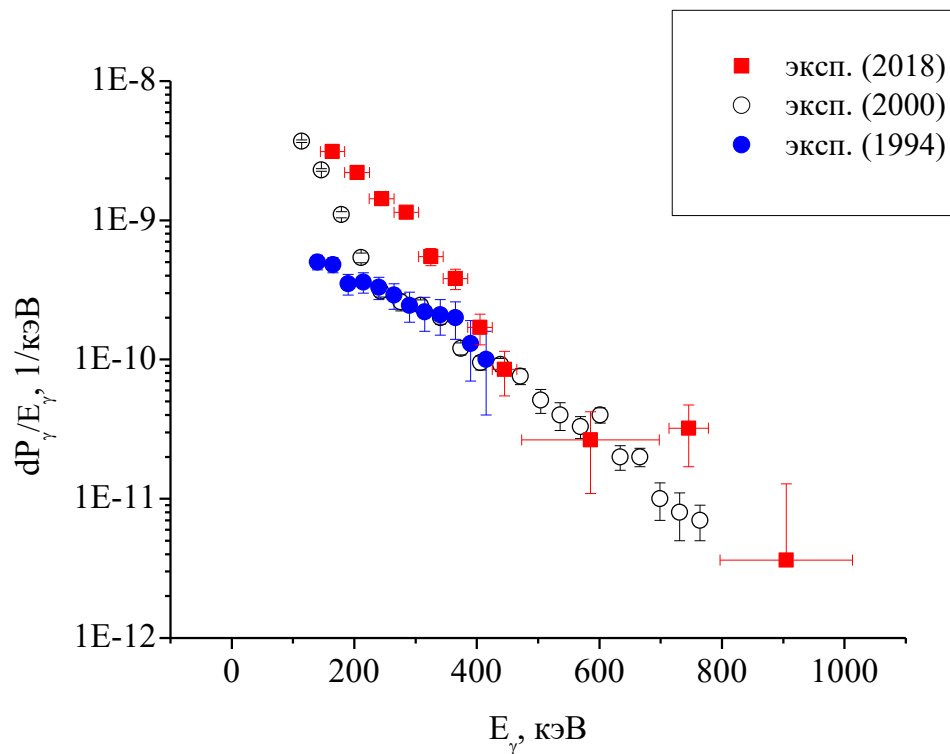


Рисунок 2.15 Экспериментальные данные по выходу тормозного излучения при α -распаде ядер ^{214}Po :

- - данные настоящей работы;
- - данные предыдущих экспериментов [3,34];

Следует отметить, что вероятность испускания тормозных фотонов с энергией ~ 1 МэВ при α -распаде ядра ^{214}Po составляет $\sim 10^{-12}$ фотон / (кэВ·распад). Это значение является к настоящему времени достигнутым пределом чувствительности разработанной нами методики регистрации тормозного излучения, испускаемого в ядерных превращениях.

Как видно из рисунка, для энергий $E_\gamma > 300$ кэВ наблюдается удовлетворительное согласие между полученными в данной работе экспериментальными значениями вероятности испускания тормозных фотонов при α -распаде ядер ^{214}Po , и предыдущими измерениями [34], несмотря на то, что временной интервал между ними составляет более десяти лет. Некоторое различие в выходах тормозного излучения

при энергиях фотонов E_γ от 100 до 300 кэВ связано с более точным учетом вклада случайных совпадений от γ -линий β -активных изотопов в цепочке распада ^{226}Ra .

Как видно из полученных данных, вероятность выхода тормозных фотонов монотонно спадает с увеличением их энергии. Разница в выходах тормозного излучения при $E_\gamma = 200$ кэВ и $E_\gamma = 1$ МэВ составляет два порядка для ^{214}Po .

Следует отметить, что результаты эксперимента указывают на отсутствие локального минимума в выходе тормозного излучения при $E_\gamma \sim 400$ кэВ, наблюдаемого японской группой для ядра ^{210}Po [4].

3. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ИСПУСКАНИЯ ТОРМОЗНЫХ ФОТОНОВ В РАМКАХ ОДНОЧАСТИЧНОЙ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ α -РАСПАДА

3.1 Ядерный потенциал сферически симметричной прямоугольной формы. Дипольное приближение

Для описания формы энергетического спектра тормозного излучения в данной работе был использован формализм квантово-механической одночастичной модели α -распада, развитый в работах [39,56,57]. Согласно этой модели, в дипольном приближении вероятность испускания тормозного фотона dP/dE_γ с энергией E_γ может быть записана в виде:

$$\frac{dP}{dE_\gamma} = \frac{16e^2}{3m^2c^3} \left(\frac{A-2Z}{A} \right)^2 \left| \langle \Psi^f(r) \left| \frac{\partial V(r)}{\partial r} \right| \Psi^i(r) \rangle \right|^2 \frac{1}{E_\gamma}, \quad (3.1)$$

где Z, A — заряд и массовое число материнского ядра; $m = \frac{M_A m_a}{M_A + m_a}$ — приведенная масса (M_A, m_a — масса дочернего ядра и α -частицы, соответственно); $\Psi^i(r), \Psi^f(r)$ — радиальные волновые функции начального и конечного состояния α -частицы; $V(r)$ — потенциал взаимодействия α -частицы с ядром.

Потенциал $V(r)$ выбирался равным $-V_0$ (прямоугольная потенциальная яма) при $r \leq r_0$ (r_0 — радиус ядра) и равным кулоновскому потенциалу при $r > r_0$:

$$V(r) = \frac{2Ze^2}{r} \cdot \Theta(r - r_0) - V_0 \cdot \Theta(r_0 - r), \quad (3.2)$$

где $\Theta(r)$ — ступенчатая функция Хевисайда,

$$\begin{cases} \Theta(r) = 0 & \text{при } r \leq 0 \\ \Theta(r) = 1 & \text{при } r > 0 \end{cases}$$

При подстановке потенциала (3.2) в выражение (3.1) необходимо учесть, что выполняется следующее условие при дифференцировании Θ -функции:

$$\frac{\partial}{\partial r} \theta(r) = \delta(r) \quad (3.3)$$

Обозначим область движения α -частицы внутри ядра ($r \leq r_0$) как область I, а подбарьерную и внешнюю области ($r > r_0$) как область II. Тогда волновая функция α -частицы в начальном состоянии $|i\rangle$ с орбитальным угловым моментом $l = 0$ в прямоугольной яме глубиной V_0 (область I) запишется в виде:

$$\Psi_I^i(r) \sim \frac{\sin(K_i r)}{r} = j_0(K_i r), \quad (3.4)$$

где $K_i = \frac{\sqrt{2m(E_\alpha + V_0)}}{\hbar}$ — волновой вектор α -частицы, имеющей энергию E_α ; $j_0(K_i r)$ — функция Бесселя нулевого порядка ($l = 0$).

Начальная волновая функция α -частицы вне действия ядерных сил (область II) представляет собой расходящуюся сферическую волну при $r \rightarrow \infty$ и для орбитального углового момента $l = 0$ представима в виде:

$$\Psi_{II}^i(r) = \sqrt{\frac{m}{\hbar k_i}} \frac{G_0(\eta_i, k_i r) + iF_0(\eta_i, k_i r)}{r}, \quad (3.5)$$

где $k_i = \frac{\sqrt{2mE_\alpha}}{\hbar}$ — волновой вектор α -частицы при $r \rightarrow \infty$; $F_0(\eta_i, k_i r)$, $G_0(\eta_i, k_i r)$ — кулоновские функции (регулярная и нерегулярная в нуле, соответственно); $\eta_i = \frac{2Ze^2 m}{\hbar k_i}$ — безразмерный параметр Зоммерфельда.

Соответствующие волновые функции α -частицы в конечном состоянии $|f\rangle$ для двух областей движения могут быть записаны в виде:

$$\Psi_I^f(r) \sim j_l(K_f r), \quad (3.6)$$

$$\Psi_{II}^f(r) \sim \sqrt{\frac{2m}{\pi \hbar^2 k_f}} \frac{F_l(\eta_f, k_f r) \cos \alpha + G_l(\eta_f, k_f r) \sin \alpha}{r}, \quad (3.7)$$

где $K_f = \sqrt{\frac{2m(E_\alpha - E_\gamma + V_0)}{\hbar}}$; $k_f = \sqrt{\frac{2m(E_\alpha - E_\gamma)}{\hbar}}$; $\eta_f = \frac{2Ze^2 m}{\hbar k_f}$, α — фаза рассеяния для дипольного ($l = 1$) излучения.

Регулярная $F_l(\eta, kr)$ и нерегулярная $G_l(\eta, kr)$ в начале координат кулоновские волновые функции являются решениями нерелятивистского уравнения Шредингера для кулоновского потенциала отталкивания.

Таким образом, матричный элемент в формуле (3.1) принимает вид:

$$\begin{aligned} \langle \Psi^f(r) | \frac{\partial V(r)}{\partial r} | \psi^i(r) \rangle = & \sqrt{\frac{2m^2}{\pi \hbar^3 k_i k_f}} \left[\left(\frac{2Ze^2}{r_0} + V_0 \right) \times \right. \\ & \times (F_1(\eta_f, k_f r_0) \cos \alpha + G_1(\eta_f, k_f r_0) \sin \alpha) (G_0(\eta_i, k_i r_0) + iF_0(\eta_i, k_i r_0)) - \\ & \left. - 2Ze^2 \int_{r_0}^{\infty} \frac{(F_1(\eta_f, k_f r) \cos \alpha + G_1(\eta_f, k_f r) \sin \alpha) (G_0(\eta_i, k_i r) + iF_0(\eta_i, k_i r))}{r^2} dr \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Фаза рассеяния α находится путем решения уравнения, связывающего логарифмические производные волновых функций α -частицы в конечном состоянии на границе I и II областей:

$$\left| \frac{r}{\Psi_I^f(r)} \frac{d\Psi_I^f(r)}{dr} \right|_{r=r_0} = \left| \frac{r}{\Psi_{II}^f(r)} \frac{d\Psi_{II}^f(r)}{dr} \right|_{r=r_0}, \quad (3.9)$$

так что общее выражение для вычисления фазы рассеяния α будет иметь вид:

$$tg \alpha = - \frac{F_1'(\eta_f, k_f r_0)}{G_1'(\eta_f, k_f r_0)} \frac{\left(1 - \frac{K_f}{k_f} Q(\rho) \frac{F_1(\eta_f, k_f r_0)}{F_1'(\eta_f, k_f r_0)} \right)}{\left(1 - \frac{K_f}{k_f} Q(\rho) \frac{G_1(\eta_f, k_f r_0)}{G_1'(\eta_f, k_f r_0)} \right)}. \quad (3.10)$$

Дифференцирование кулоновских волновых функций F, G производится по произведению $(k_f r)$,

а функция $Q(\rho)$ равна

$$Q(\rho) = \frac{2 \cos \rho + \rho \sin \rho (1 - 2/\rho^2)}{\sin \rho - \rho \cos \rho}, \quad (3.11)$$

где $\rho = K_f r_0$.

Как видно из формулы (3.10), величина фазы рассеяния α в общем случае зависит от параметров ядерного потенциала (V_0, r_0) .

С учетом того, что $\frac{F_1}{F_1'} \gg 1$ и $\frac{G_1}{G_1'} \gg 1$, соотношение, с помощью которого для каждой энергии α -частицы в конечном состоянии или энергии тормозного фотона E_γ находится фаза рассеяния α , может быть записано в виде хорошо известного выражения:

$$\alpha = -\arctg \frac{F_1}{G_1}. \quad (3.12)$$

Выбор параметров ядерного потенциала и результаты расчета

Обычно значение глубины потенциальной ямы V_0 находится из граничных условий на поверхности ядра для логарифмической производной волновой функции начального состояния Ψ^i , аналогичных условию сшивки волновой функции конечного состояния Ψ^f (см. формулу (3.9)), по известному значению кинетической энергии α -частицы на бесконечности E_α^0 и при фиксированном значении ширины потенциальной ямы r_0 .

Уравнение, связывающее глубину ямы V_0 с ее шириной r_0 , записывается в виде [78]:

$$K_i r_0 \operatorname{ctg}(K_i \cdot r_0) = k_i r_0 \frac{F_0'(\eta_i, k_i r_0) F_0(\eta_i, k_i r_0) + G_0'(\eta_i, k_i r_0) G_0(\eta_i, k_i r_0)}{G_0^2(\eta_i, k_i r_0) + F_0^2(\eta_i, k_i r_0)}. \quad (3.13)$$

Данное трансцендентное уравнение допускает множество решений относительно аргумента $(K_i \cdot r_0)$, а, следовательно, и (V_0, r_0) . Корни этого уравнения $(K_i \cdot r_0)_n$ соответствуют узлам функции $j_0(K \cdot r)$ в области изменения радиуса r от 0 до r_0 . Номер корня уравнения

$$n = n_0 + 1, \quad (3.14)$$

где n_0 — число узлов волновой функции $\psi^i(r)$ в области I.

В таблице 3.1 приведены значения параметров (V_0, r_0) , используемые в работах [39,56,57] для вычисления вероятности выхода тормозного излучения при α -распаде ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra .

Таблица 3.1 - Параметры прямоугольной потенциальной ямы (V_0, r_0), используемые в расчетах выходов вероятностей тормозного излучения при α -распаде ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra

Ядро	из работы [39]		из работы [56]		из работы [57]	
	V_0 , МэВ	r_0 , фм	V_0 , МэВ	r_0 , фм	V_0 , МэВ	r_0 , фм $r_0 = 1,2[(A - 4)^{1/3} + 4^{1/3}]$
^{210}Po	16,7	8,76	21,37	8,055	4,82	8,992
^{214}Po	12,1	9,19	—	—	7,26	9,038
^{226}Ra	12,9	9,75	—	—	4,31	9,171

В Таблице 3.2 приведена вычисленная в данной работе с помощью уравнения (3.13) глубина потенциальной ямы V_0 для разных значений радиуса ядра r_0 , взятых из работы [39] и традиционно используемых (см., например, [78]), в зависимости от номера корня n уравнения (3.14) для ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra .

Таблица 3.2 - Вычисленные значения глубины потенциальной ямы V_0 для различных значений радиуса r_0 при разном выборе диапазона изменения аргумента волновой функции $j_0(Kr)$ для ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra

Диапазон изменения аргумента (Kr) в уравнении (3.13)	Номер корня, n	r_0 для ^{210}Po , фм			r_0 для ^{214}Po , фм			r_0 для ^{226}Ra , фм		
		8,76 [39]	9,26	9,76	9,19 [39]	9,69	10,19	9,75 [39]	10,25	10,75
$0 — \pi$	1	-4,79	-4,86	-4,91	-7,30	-7,35	-7,40	-4,39	-4,44	-4,48
$\pi — 2\pi$	2	-2,96	-3,21	-3,43	-5,64	-5,86	-6,05	-2,90	-3,09	-3,25
$2\pi — 3\pi$	3	0,12	-0,46	-0,94	-2,86	-3,35	-3,78	-0,41	-0,83	-1,19
$3\pi — 4\pi$	4	4,46	3,44	2,57	1,08	0,19	-0,57	3,11	2,36	1,71
$4\pi — 5\pi$	5	10,1	8,48	7,11	6,18	4,78	3,58	7,67	6,49	5,47
$5\pi — 6\pi$	6	17,0	14,7	12,7	12,5	10,4	8,71	13,3	11,6	10,1
$6\pi — 7\pi$	7	25,3	22,1	19,4	20,0	17,2	14,8	20,0	17,6	15,6
$7\pi — 8\pi$	8	34,9	30,7	27,1	28,7	25,0	21,9	27,7	24,6	22,0
$8\pi — 9\pi$	9	45,8	40,5	35,9	38,6	34,0	30,0	36,5	32,6	29,2
$9\pi — 10\pi$	10	58,1	51,5	45,8	49,8	44,0	39,1	46,5	41,6	37,4
$10\pi — 11\pi$	11	71,8			62,2			57,5		
$11\pi — 12\pi$	12	86,8			75,8			69,5		
$12\pi — 13\pi$	13	103			90,6			97,0		

Как видно из таблицы, для фиксированного значения номера корня n глубина потенциальной ямы V_0 уменьшается с увеличением радиуса ядра r_0 .

Используемые Папенброком и Бертчем [39] параметры ядерного потенциала, помеченные в таблице 3.2 синим цветом, соответствуют числу узлов волновой функции во внутренней области, равному $n_0 = n - 1 = 5$, что находится в противоречии с известным условием квантования Бора-Зоммерфельда:

$$\int_0^{r_{out}} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} |Q_0 - V(r)|} dr = (2n + 1)\pi / 2 = (G + 1)\pi / 2, \quad (3.15)$$

где r_{out} – точка выхода α -частицы из-под кулоновского барьера, Q_0 – энергия α -распада, G – главное квантовое число.

В соответствии с этим условием и правилом Вильдермута [79], согласно которому

$$G = \sum_{i=1}^{A_c} g_i, \quad (3.16)$$

где A_c – число нуклонов, входящих в кластер (α -частицу), g_i – осцилляторное число i -нуклона, находящегося над остовом (дочерним ядром), и входящего в состав кластера – α -частицы ($g_i = 2(n_i - 1) + l$, n_i – радиальное квантовое число, l – орбитальный угловой момент нуклона).

Здесь, главное квантовое число $G = 22$ для случая α -распада ^{210}Po , и $G = 24$ для α -распада ^{214}Po и ^{226}Ra , что соответствует числу нулей $n_0 = 11$ волновой функции дочернего ядра ^{206}Pb и $n_0 = 12$ для дочерних ядер ^{208}Pb и ^{222}Rn [80] (эти значения помечены зеленым цветом в таблице).

При этих значениях параметра n_0 глубина сферической прямоугольной потенциальной ямы в зависимости от радиуса ядра составляет 70 – 75 МэВ, что удовлетворительно согласуется с глубиной потенциала Вудса-Саксона для ядер в рассматриваемом диапазоне массовых чисел [81].

На рисунке 3.1 представлены результаты расчета вероятности вылета тормозного фотона при α -распаде ядра ^{210}Po , выполненные Папенброком и Бертчем [39] для следующих параметров потенциальной ямы $V_0 = 16,7$ МэВ, $r_0 = 8,76$ фм с числом нулей волновой функции во внутри барьерной области $n_0 = 5$ вместе с расчетом по формуле (3.8) для этого же набора параметров с учетом фазы рассеяния α в соответствии с формулами (3.10), (3.11) и в предположении, что фаза α равна нулю.

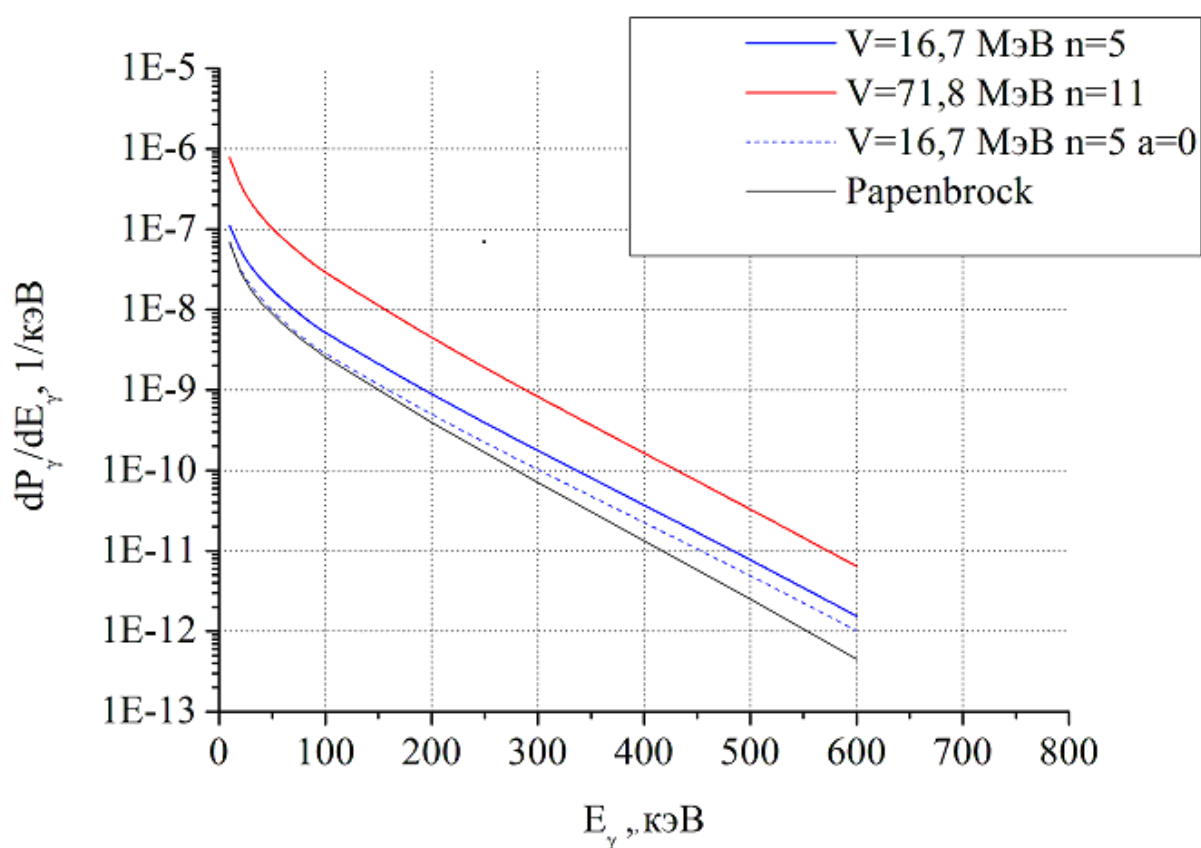


Рисунок 3.1 Сравнение результатов расчета вероятности вылета тормозного фотона при α -распаде ядра ^{210}Po с данными Папенброка и Бертча [39] для параметров ядерного потенциала $V_0 = 16,7$ МэВ, $r_0 = 8,76$ фм

Как видно из рисунка, наилучшее согласие между результатом расчета, приведенного в работе [39] и расчетом по формуле (3.8) наблюдается для случая $\alpha = 0$. Возможное различие между данными может быть объяснено тем обстоятельством, что авторы работы [39] при расчете использовали ряд упрощений:

- пренебрегли рядом членов в формуле (3.8), содержащих регулярные кулоновские волновые функции;
- положили нижний предел интегрирования в формуле (3.8) r_0 равным нулю и воспользовались интегральным представлением произведений гипергеометрических функций $F_1(\eta_f, k_f r) \cdot F_0(\eta_i, k_i r)$, положив параметр $\cos \alpha = 1$.

В расчетах данной работы использовались кулоновские волновые функции, вычисляемые численно в каждой точке r траектории движения α -частицы с помощью алгоритма, приведенного в работе [82].

На рисунке 3.1 также представлены результаты расчета выхода тормозного излучения при α -распаде ядра ^{210}Po для реалистичного набора параметров ядерного потенциала: $V_0 = 71,8$ МэВ, $r_0 = 8,76$ фм и числом нулей радиальной волновой функции $n_0 = 11$ (см. таблицу 3.2, ячейки, выделенные зеленым цветом).

Для сравнения на этом же рисунке приведены результаты расчета из работы [39]. Наблюдаемое пропорциональное увеличение выхода тормозных фотонов с увеличением глубины потенциальной ямы, возможно, связано с модельным видом ядерного потенциала: появлением в амплитуде выхода тормозного излучения члена, пропорционального $\sim \left(\frac{2Ze^2}{r_0} + V_0 \right)$.

Следует отметить характерную особенность поведения фазы амплитуды рождения тормозного фотона при α -распаде ядра ^{210}Po .

Так, на рисунке 3.2 представлены зависимости фазы амплитуды рождения тормозного фотона от его энергии E_γ для случаев распада изотопов $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra при использовании параметров ядерного потенциала, приведенных в работе [39] и параметров ядерного потенциала из таблицы 3.2, удовлетворяющих правилам квантования Бора-Зоммерфельда и Вильдермута. Как видно из представленных данных, в области энергий E_γ 600–800 кэВ скорость роста фазы резко увеличивается.

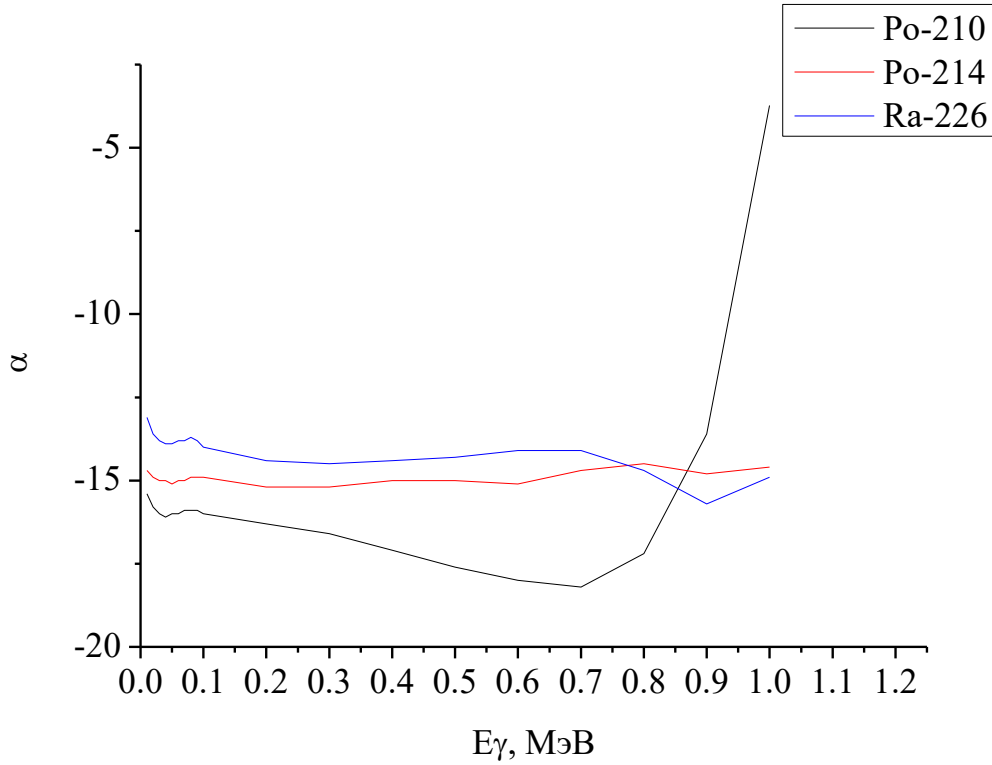


Рисунок 3.2 Зависимость фазы α амплитуды рождения тормозного фотона от его энергии E_γ

3.2 Ядерный потенциал ангармонического сферически симметричного осциллятора. Дипольное приближение

Для учета влияния параметров ядерного потенциала на форму спектра испускаемых тормозных фотонов были рассмотрены ядерные потенциалы в виде простого гармонического осциллятора при $r \leq r_0$ (r_0 – радиус ядра)

$$V(r) = -V_0 + V_2(r),$$

и с ангармонической добавкой

$$V(r) = -V_0 + V_2(r) + V_4(r), \quad (3.17a)$$

$$V_4(r) = \alpha \cdot (r/r_0)^4 \text{ — ангармоническая добавка,}$$

а при $r \geq r_0$ — в виде потенциала кулоновского взаимодействия α -частицы с дочерним ядром

$$V(r) = \frac{2Ze^2}{r}. \quad (3.176)$$

На границе ядра в точке $r = r_0$ ядерный потенциал равен кулоновскому:

$$V(r = r_0) = -V_0 + V_2(r_0) + V_4(r_0) = \frac{2Ze^2}{r_0}. \quad (3.18)$$

Для потенциалов такого типа волновая функция α -частицы внутри ядра представляется в виде полинома Лаггера. Порядок полинома выбирался равным $n_0 = 11$ для случая α -распада ядра ^{210}Po , и $n_0 = 12$ для ядер ^{214}Po и ^{226}Ra . Добавка ангармонического потенциала $V_4(r)$ учитывалась в первом порядке теории возмущений.

Параметры потенциалов для ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 - Параметры осцилляторных потенциалов для ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra

гармонический потенциал					
	r_0 , фм	n	V_0 , МэВ	V_2 , МэВ	
^{210}Po	9,3	11	118,9	136,7	
^{214}Po	9,3	12	135,4	152,1	
^{226}Ra	9,3	12	142,2	160,4	
ангармонический потенциал					
	r_0 , фм	n	V_0 , МэВ	V_2 , МэВ	V_4 , МэВ
^{210}Po	9,3	11	120,6	130,7	15,3
^{214}Po	9,3	12	138,7	146,7	17,4
^{226}Ra	9,3	12	145,0	155,1	16,4

На рисунке 3.3 для случая α -распада ядра ^{210}Po представлены результаты расчета выхода тормозного излучения $\frac{dP}{dE_\gamma}(E_\gamma)$ для потенциала вида гармонического и ангармонического осциллятора с параметрами, приведенными в таблице 3.3 в сравнении с прямоугольной потенциальной ямой глубиной 71,8 МэВ и данными работы [39].

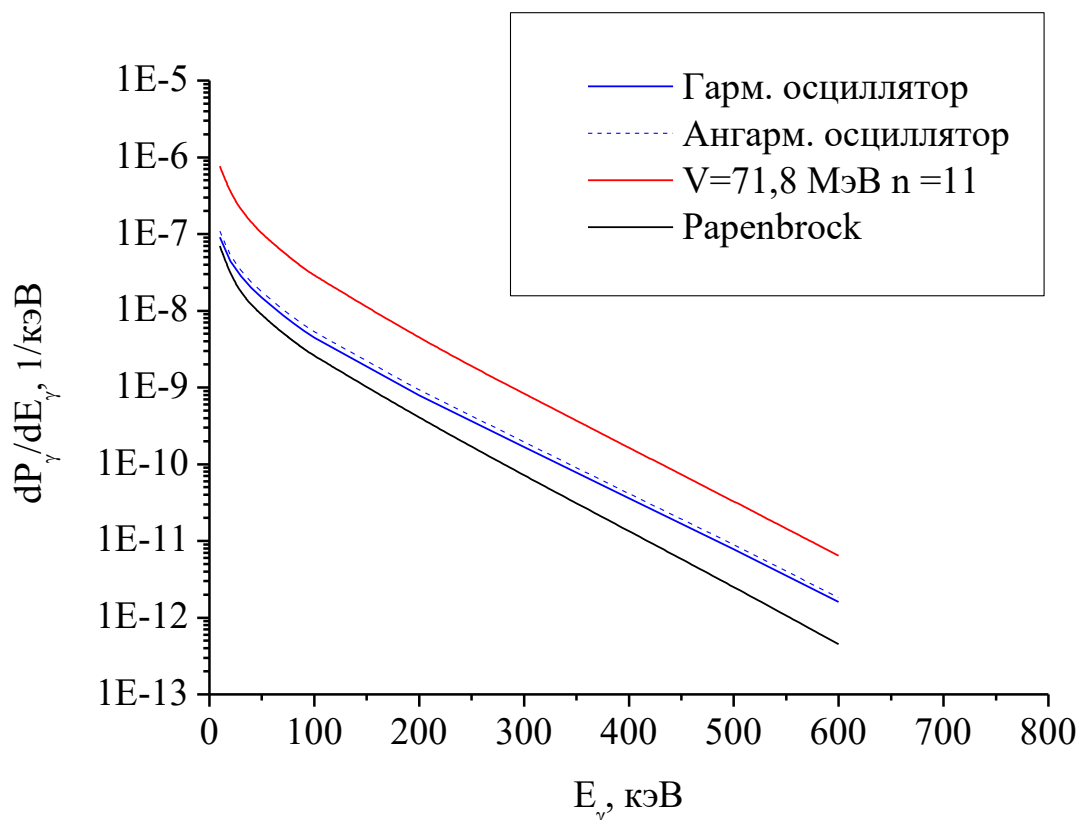


Рисунок 3.3 Результаты расчета выхода тормозного излучения для разных видов ядерного потенциала:

- Папенброк и Бертч [39] $V_0 = 16,7$ МэВ, $r_0 = 8,76$ фм, $n = 5$;
- $V_0 = 71,8$ МэВ, $r_0 = 8,76$ фм, $n = 11$;
- - ангармонический потенциал;
- гармонический потенциал $n = 11$

Результаты расчета, как и следовало ожидать, показали, что вклад внутри барьерной области существенно зависит от вида ядерного потенциала и при гладких краях ямы, общий выход тормозного излучения уменьшается в несколько раз по сравнению с прямоугольной ямой меньшей глубины.

3.3 Учет квадрупольной составляющей в выходе тормозных фотонов при α -распаде тяжелых ядер

Учет вклада вероятности вылета тормозного фотона с угловым моментом $l=2$ в полный выход тормозного излучения был выполнен в работах Е.В.Ткаля [57,58] и У.Д.Дженшуры [59]. В спектр тормозного излучения, проинтегрированный по всем углам между направлениями вылета

тормозного фотона и α -частицы $\frac{dP}{dE_\gamma}$, дипольная и квадрупольная составляющие дают независимый вклад

$$\frac{dP}{dE_\gamma} \sim C_1 |M|^2 + C_2 |N|^2, \quad (3.19)$$

где M – амплитуда дипольной составляющей вероятности вылета тормозного фотона; N – амплитуда квадрупольной составляющей, $C_{1,2} \sim (Z_{eff}^{(1,2)})^2$ – квадраты эффективных дипольного и квадрупольного зарядов систем α -частица-дочернее ядро.

Непосредственно в угловом распределении тормозных фотонов относительно вылета α -частиц появляется член, ответственный за интерференцию между дипольной и квадрупольной компонентами [59]:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 P}{dE_\gamma d\Omega} \right|_{sum} &= \frac{e^2 \sin^2 \theta}{\pi \mu^2 E_\gamma} \left| Z_{eff}^{(1)} e^{i\delta_1} M + Z_{eff}^{(2)} e^{i\delta_2} N \cos \theta \right|^2 = \\ &= \left. \frac{d^2 P}{dE_\gamma d\Omega} \right|_{dip} [1 + \chi \cos \theta] + O(N^2) \end{aligned} \quad (3.20)$$

где $\chi = 2 \frac{Z_{eff}^{(2)}}{Z_{eff}^{(1)}} \operatorname{Re} \left(\frac{MN^*}{|M|^2} e^{i(\delta_1 - \delta_2)} \right)$, δ_1 и δ_2 – кулоновские фазы, относящиеся к угловым моментам волновых функций α -частицы $l=1$ и $l=2$, соответственно.

Эффективный квадрупольный заряд $Z_{eff}^{(2)}$ для случая α -распада ^{210}Po равен:

$$Z_{eff}^{(2)} \approx 2 + \frac{16(Z - A)}{A^2} = 1.95 \quad (3.21)$$

и в пять раз больше чем дипольный эффективный заряд $Z_{eff}^{(1)} \approx 0,4$.

Результаты расчета интерференционного члена $\chi(E_\gamma)$ для ядер $^{210,214}\text{Po}$ и ^{226}Ra представлены на рисунке 3.4.

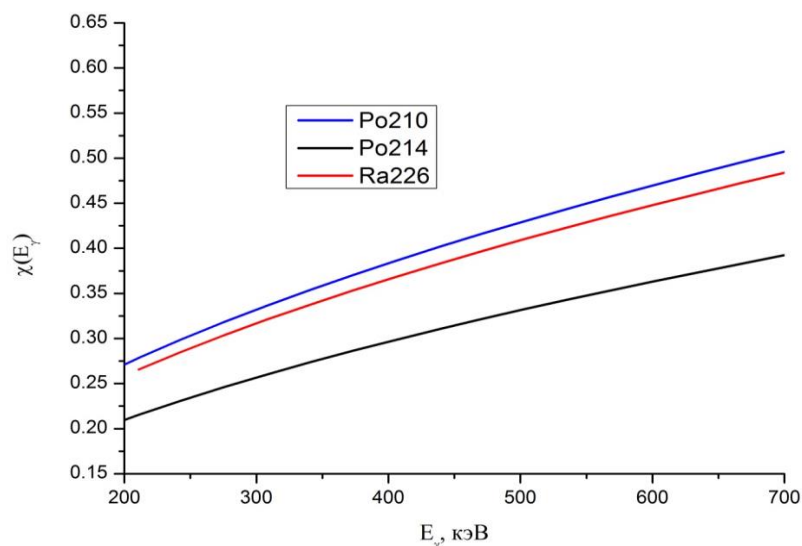


Рисунок 3.4 Результаты расчета интерференционного члена $\chi(E_\gamma)$ в формуле (3.20):

- для случая α -распада ^{214}Po ;
- для случая α -распада ^{226}Ra ;
- для случая α -распада ^{210}Po

Как видно из приведенных данных, вклад интерференционного члена в вероятность испускания тормозного фотона может варьироваться, например, для ядра ^{210}Po от 24 % при $E_\gamma = 200$ кэВ до 50 % при $E_\gamma = 700$ кэВ. Наибольший интерференционный эффект от дипольной и квадрупольной компонент в угловом распределении тормозных фотонов наблюдается для случая α -распада ядра ^{210}Po , а наименьший – для ^{214}Po , что связано с разными значениями энергий испускаемых α -частиц и, соответственно, с разной степенью проникновения α -частицы под кулоновский барьер ядра и вследствие этого - отличия в дипольных и квадрупольных конфигурациях распадающейся системы.

Следует отметить, что удачный выбор геометрии эксперимента (угол между α - и γ -детекторами составлял 90°), привел к тому, что усреднение угловой зависимости интерференционного члена по реальному угловому распределению детектирующей установки, выполненное с использованием пакета Geant4, уменьшило его вклад в вероятность испускания до 1 %.

3.4 Сравнение результатов расчета с данными эксперимента

На рисунках 3.5 - 3.6 представлены результаты расчета вероятностей испускания тормозного излучения при α -распаде ядер ^{214}Po и ^{226}Ra в сравнении с имеющимися экспериментальными и полученными в настоящей работе данными.

для ^{214}Po — $V_0 = 12,5$ МэВ ($n=6$) и $75,8$ МэВ ($n=12$) при $r_0 = 9,19$ фм;

для ^{226}Ra — $V_0 = 13,3$ МэВ ($n=6$) и $69,5$ МэВ ($n=12$) при $r_0 = 9,75$ фм.

Видно, что с увеличением V_0 (или n) полученные значения dP/dE_γ возрастают во всем диапазоне изменения энергии фотонов E_γ .

На этих рисунках приведены также результаты расчета с использованием ядерного оптического потенциала МакФаддена-Сэчлера (сплошная черная линия), выполненного в работах [83-85].

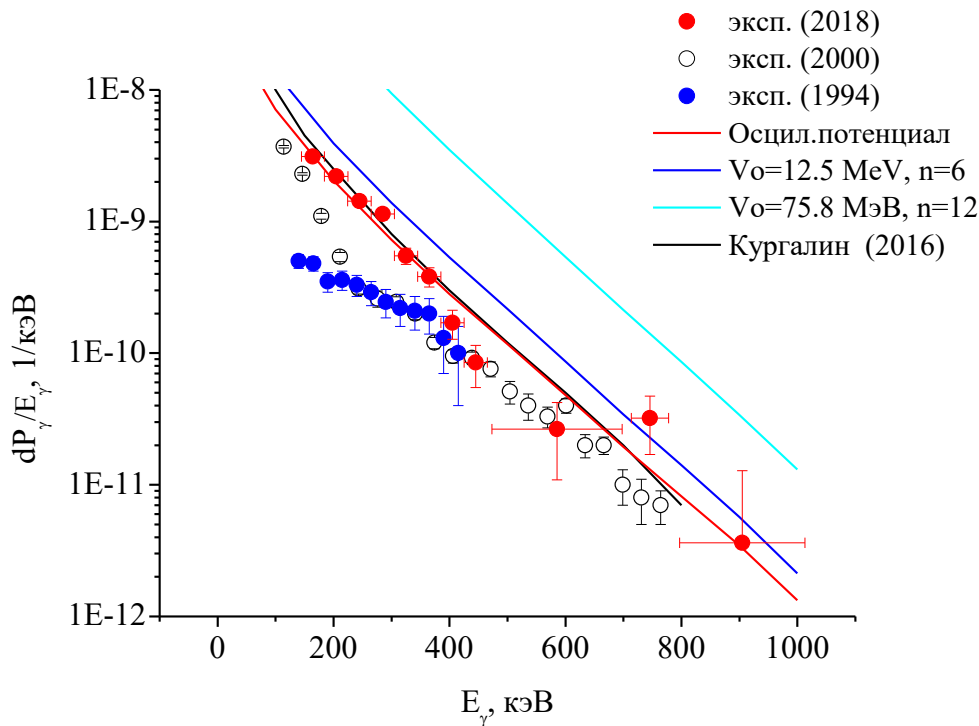


Рисунок 3.5. Вероятность выхода тормозного излучения при α -распаде ядра ^{214}Po : ● — результаты настоящей работы; ●, ○ — результаты предыдущих экспериментов [3,34]; сплошные линии — результаты расчета настоящей работы с параметрами прямоугольного ядерного потенциала $r_0 = 9,19$ фм и V_0 , соответствующим номеру корня $n=6$ — $12,5$ МэВ, и $n=12$ — $75,8$ МэВ; красная сплошная линия — результаты расчета с использованием осцилляторного потенциала; черная сплошная линия — результаты расчета с реалистическим ядерным потенциалом [84].

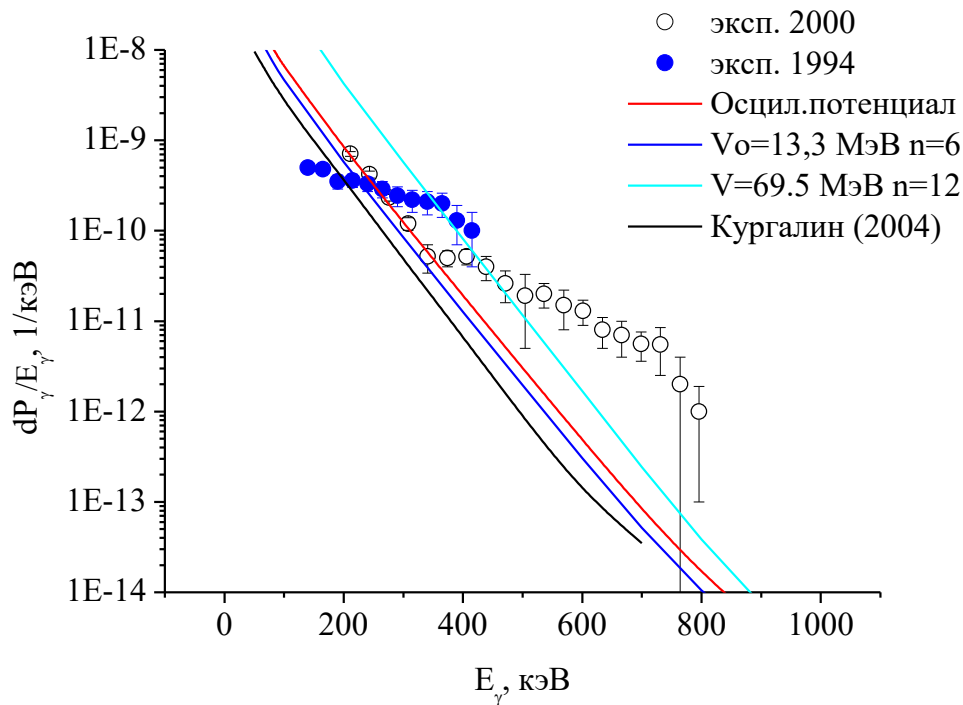


Рисунок 3.6. Вероятность выхода тормозного излучения при α -распаде ядра ^{226}Ra : $\bullet, \circ$ — результаты предыдущих экспериментов [3,34]; сплошные линии — результаты расчета настоящей работы с параметрами прямоугольного ядерного потенциала $r_0 = 9,75$ фм и V_0 , соответствующим номеру корня $n=6$ — 13,3 МэВ, и $n=12$ — 69,5 МэВ; красная сплошная линия — результаты расчета с использованием осцилляторного потенциала; черная сплошная линия — результаты расчета с использованием реалистического потенциала [85].

Обсуждение полученных результатов

Как видно из рисунков, как теоретические значения вероятности выхода тормозных фотонов, так и экспериментальные данные, монотонно уменьшаются по мере увеличения энергии испускаемых фотонов. Результаты настоящего и предыдущих экспериментов показывают отсутствие локального минимума в выходе тормозного излучения в области энергий $E_\gamma = 400$ кэВ, наблюдаемого японской группой [4] для ядра ^{210}Po .

Энергетическая зависимость вероятности испускания тормозного излучения при α -распаде ^{214}Po , рассчитанная в настоящей работе в рамках квантово-механической модели с использованием осцилляторного

потенциала, удовлетворительно согласуется с полученными экспериментальными данными и результатами расчета с использованием реалистического ядерного потенциала [84] во всем диапазоне энергий тормозных фотонов E_γ от 100 кэВ до 1 МэВ. Для энергий $E_\gamma < 300$ кэВ наблюдается систематическое расхождение между теоретическими расчетами и с результатами предыдущих экспериментов [3,34].

Для случая α -распада ^{226}Ra наблюдается систематическое расхождение между результатами теоретических расчетов с использованием реалистического и осцилляторного потенциалов и экспериментальными данными [3,34].

Как видно из представленных результатов, и, как отмечают авторы работы [83], форма энергетического спектра и абсолютные значения вероятности испускания тормозного излучения чувствительны к виду реального ядерного потенциала.

Следует также отметить, что в теоретических расчетах используется предположение о сферической форме ядра, в то время как ядра ^{214}Po и ^{226}Ra характеризуются сильной деформацией (параметр β_2 , равный 0,2 и 0,4).

4 ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МЕТОДА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИНАМИКИ РАСПАДА ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

В методе тормозного излучения существуют две проблемы, связанные с энергетическим и временным разрешением детектора тормозных фотонов и с радиационной стойкостью детектора α -частиц.

Использование в работах [4,5] детекторов из сверхчистого германия большого объема привело к резкому увеличению энергетического разрешения γ -трактов, однако существенно уменьшило временное разрешение методики. Большой объем германиевого детектора и ухудшение временного разрешения приводит к увеличению доли случайных совпадений в пике временного спектра.

С другой стороны, для достижения необходимой статистики в выходе тормозных фотонов детектор α -частиц подвергается дозам облучения, вызывающих необратимые радиационные повреждения в материале детектора.

4.1 Использование быстрых временных осциллографов в экспериментах с полупроводниковыми и сцинтилляционными детекторами

Первая попытка использования быстрых временных оцифровщиков в ядерных экспериментах была предпринята в работе [86], которой с помощью сцинтилляционного CsI(Tl) детектора были измерены энергетические спектры осколков спонтанного деления ^{252}Cf .

Важным параметром в экспериментах по изучению редких ядерных превращений с использованием методики совпадений между различными продуктами реакции является отношение числа событий, соответствующих истинным совпадениям, к числу событий, соответствующих случайным совпадениям. Эта величина обратно пропорциональна как ширине ΔE

суммарного энергетического разрешения детекторов, так и временному разрешению методики совпадений τ .

С целью получения информации о величине параметра $\Delta E \cdot \tau$ для разных типов детекторов γ -квантов был поставлен эксперимент по регистрации γ - γ совпадений от источника ^{60}Co ($E_\gamma = 1173$ и 1332 кэВ) с использованием быстрого цифрового осциллографа Tektronix DPO 7354. В качестве стартового сигнала использовался сигнал от быстрого пластикового сцинтилляционного детектора, в качестве стопового сигнала – сигнал от детектора из сверхчистого германия (Ge), теллурид-кадмиевого (CdTe) детектора и сцинтилляционных детекторов на основе йодистого натрия - NaI(Tl), йодистого цезия - CsI(Tl) и тригерманата висмута - BGO. Временное разрешение быстрого оцифровщика составляло 0,1 нс.

Одним из факторов, определяющих временную неопределенность, является зашумленность сигнала. Поэтому вначале импульсы с детекторов обрабатывались вейвлет-преобразованием Хаара [67]. Глубина обработки варьировалась в зависимости от типа детектора - до 4-го уровня для пластикового сцинтиллятора и BGO-детектора, до 5 уровня для CsI(Tl)-сцинтиллятора, до 6 уровня для NaI(Tl)-сцинтиллятора, до 7-го уровня для CdTe-детектора и до 8-го уровня для Ge-детектора.

Для сигналов со всех детекторов, кроме Ge, использовался алгоритм временной привязки со следящим порогом (см. пп.2.2.2).

Алгоритм определения энергии импульса был основан на нахождении площади под импульсом. Площадь под импульсом находилась в определенном временном окне относительно точки временной привязки к импульсу. Границы временных окон выбирались из условия наилучшего энергетического разрешения спектров для γ -линий 1173 и 1332 кэВ.

Для повышения энергетического разрешения при обработке аналоговых сигналов с Ge-детектора в последнее время используется метод преобразования гаусообразной формы сигнала в трапецеидальную

форму [73], однако данный алгоритм позволил уменьшить величину энергетического разрешения всего лишь в 2 раза.

Таблица 4.1 - Результаты измерения энергетического ΔE и временного τ разрешений различных детекторов в γ - γ совпадениях с источником ^{60}Co

Тип детектора	Размеры, мм	Энергетическое разрешение ΔE , кэВ	Временное разрешение, τ нс	Параметр $\Delta E \cdot \tau$, кэВ·нс
сверхчистый Ge	Ø 71 x 57	8,0	12	96
CdTe	Ø 10,8 x 1,65	12	12	144
NaJ(Tl)	Ø 40 x 40	38	3	114
CsI(Tl)	Ø 40 x 40	60	2,5	150
BGO	Ø 71 x 71	130	1,5	195

Как видно из представленных в таблице 4.1 данных, наименьшим значением параметра $\Delta E \cdot \tau$ обладают полупроводниковый детектор γ -излучения на основе сверхчистого Ge за счет наилучшего энергетического и сцинтилляционный NaJ(Tl)-детектор за счет малого временного разрешения.

4.2 Радиационно стойкие детекторы заряженных частиц на основе природного алмаза IIa группы

Высокая радиационная стойкость алмаза в сочетании с максимальной, по сравнению с другими полупроводниками, подвижностью носителей заряда позволяют создавать алмазные детекторы частиц, существенно превосходящие по ресурсу и быстродействию кремниевые детекторы и ионизационные камеры. Так, разработанные в GSI (Германия) детекторы на основе искусственного поликристаллического CVD-алмаза обеспечивают регистрацию заряженных частиц при скоростях счёта 10^8 имп/сек [0]. Однако, недостаточное (из-за потерь носителей на границах зёрен рабочего тела детектора) энергетическое разрешение поликристаллических алмазных детекторов ограничивает их применение, исключительно, в качестве счётчика излучений.

В то же время, при выполнении ряда научных и прикладных исследований, в частности, при длительных экспериментах по изучению редких мод распада ядер, а так же при мониторинге пучков тяжелых ионов необходимы алмазные детекторы с энергетическим разрешением не хуже 10%. Как показано в работах [35,88-90], такое разрешение могут обеспечить детекторы на основе природного алмаза.

С этой целью было исследовано около двух сотен образцов алмазных детекторов ионизирующего излучения, изготовленных в ЗАО «УралАлмазИнвест» (г. Москва). Образцы представляли собой металлизированные с двух сторон пластинки с линейными размерами 2–5 мм, толщиной 0,2–0,35 мм из природного высокочистого алмаза Па группы с содержанием азота не более 10^{17} см³. Пластинки помещались в корпус стандартного разъёма СР-50.

Измерения спектрометрических свойств алмазных детекторов проводились на экспериментальном стенде в Отделе ядерных реакций НИИЯФ МГУ, который включал в себя следующие элементы:

- вакуумная система (форвакуумный насос, вакуумная камера), в которой размещался детектор и стандартный источник α -частиц для проверки спектрометрических свойств;
- предусилитель и спектрометрическое оборудование, размещавшееся в крейте КАМАК: блок стабилизированного высокого напряжения, спектрометрический усилитель с активной формировкой формы импульса, амплитудно-цифровой преобразователь (АЦП), крейт-контроллер, обеспечивающий связь крейта с персональным компьютером.

Оценка энергетического разрешения детекторов выполнялась по следующей методике. После откачки воздуха в камере, на детектор подавалось напряжение обратного смещения с шагом 50 В. При каждом значении смещения в диапазоне от нуля до 400 В проводились измерения

спектра альфа-частиц. При этом выбирались оптимальные значения коэффициента усиления и времен формирования спектрометрического усилителя в крейте КАМАК.

Величина энергетического разрешения определялась как полная ширина на половине высоты пика α -частиц, измеренного в режиме многоканального анализа.

Оптимальное значение величины смещения на детекторе определялось по минимальному значению энергетического разрешения. При смещении более 400 В в большинстве случаев наблюдались кратковременные пробои, вызванные поляризацией материала детектора, связанной с накоплением носителей заряда на ловушках, обусловленных дефектами кристаллической решетки.

Так, на рисунке 4.1 представлена зависимость числа регистрируемых α -частиц от времени облучения. Пробои проявляются в виде резкого увеличения скорости счета.

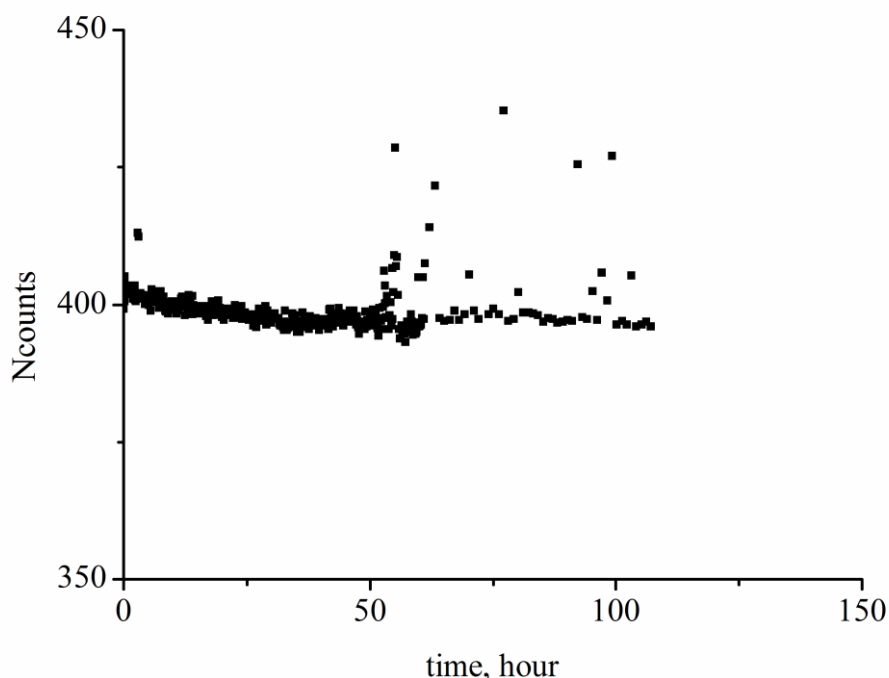


Рисунок 4.1 – Зависимость скорости счета α -частиц от времени облучения за 10 минут

Наилучшее энергетическое разрешение, равное 3% (165 кэВ) из всей исследованной партии алмазных детекторов наблюдалось лишь у двух детекторов. Измеренный спектр α -частиц от источника ^{238}Pu одним из этих детекторов представлен на рисунке 4.2.

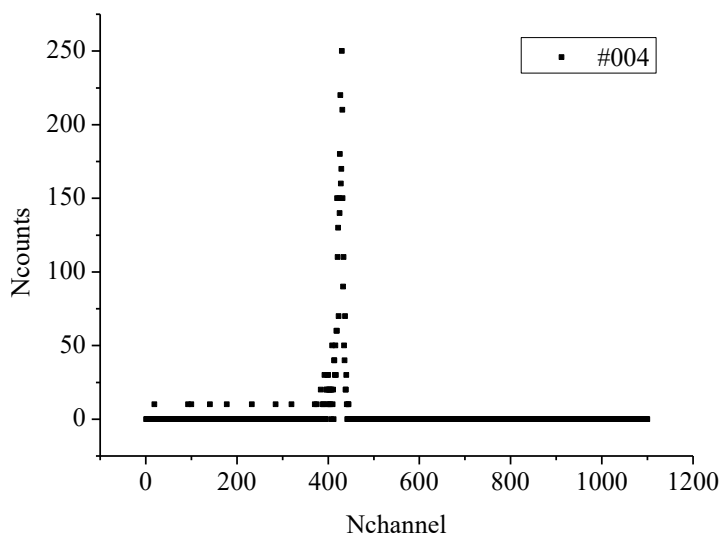


Рисунок 4.2 — Энергетический спектр α -частиц из источника ^{238}Pu , измеренный детектором №004

Другой спектрометрический детектор с энергетическим разрешением 310 кэВ был поставлен на длительное облучение α -источником АИП МИР-3А активностью $5,6 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$.

На рисунке 4.3 представлены энергетические спектры 5,5 МэВ α -частиц, измеренные алмазным детектором до (см. рисунок 4.3.а) и после (см. рисунок 4.3б) десятидневного облучения. За это время детектор набрал дозу, равную $10^{11} \alpha\text{-частиц/см}^2$, что на порядок превышает предельно допустимую дозу (ПДД) для кремниевых поверхностно-барьерных детекторов [91]. Так, при наборе ПДД равной 10^{10} см^{-2} , у кремниевых поверхностно-барьерных детекторов энергетическое разрешение ухудшается на порядок. Энергетическое разрешение данного алмазного детектора практически не изменилось и составило 5,6% (310 кэВ) и 5,7% (315 кэВ) до и после облучения, соответственно.

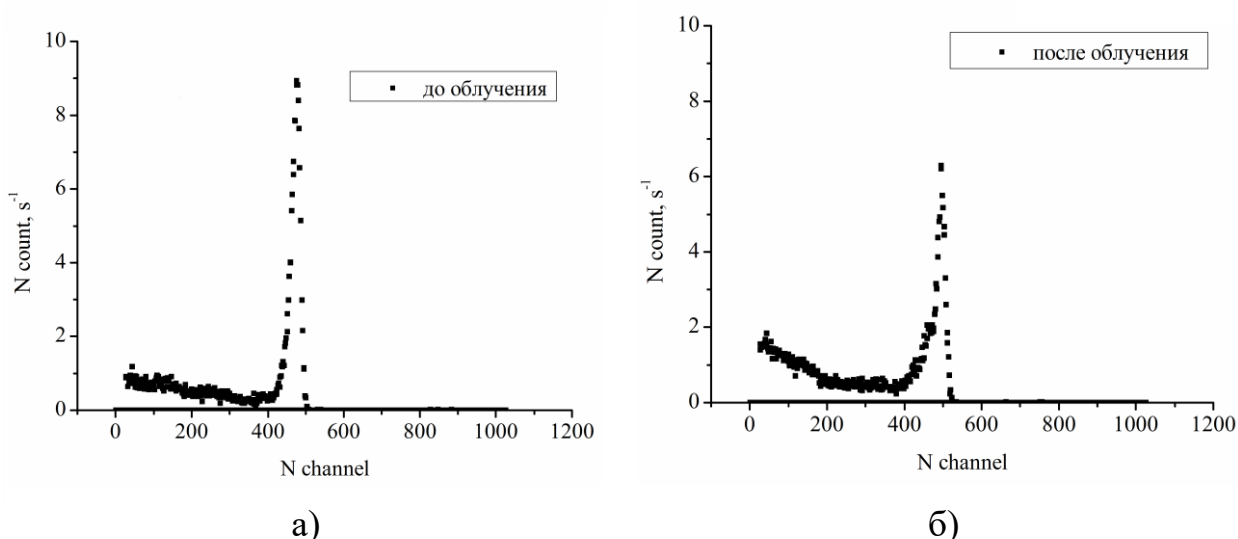


Рисунок 4.3 Энергетический спектр α -частиц от источника ^{238}Pu

Несколько алмазных детектора были облучены тяжелыми ионами ^{13}C , ^{180}Hf и ^{238}U на тандемном ускорителе Института ядерной физики г. Вена с энергиями от 12 до 23 МэВ при интенсивности пучков $5 \cdot 10^4$ ион/с [36].

В качестве примера в таблице 4.2 приведены значения энергетического разрешения одного из детекторов в зависимости от массы ионов.

Таблица 4.2 – Зависимость энергетического разрешения алмазного детектора от массы ионов.

Тип и энергия иона	^{13}C , 12 МэВ	^{180}Hf , 23 МэВ	^{238}U , 18 МэВ
Энергетическое разрешение	7%	24%	30 %

Как видно, энергетическое разрешение детектора ухудшается с увеличением массы регистрируемого иона, что может быть объяснено увеличением потерь энергии в «мертвом» слое на рабочей поверхности детектора, создаваемом в процессе напыления металлического контакта.

После набора дозы около $3 \cdot 10^8$ ионов/мм² ^{13}C , энергетическое разрешение детектора ухудшилось на 4%. В этих же условиях, разрешение кремниевого детектора ухудшалось в 3-4 раза. При облучении детектора более тяжелыми ионами, деградация разрешения при той же дозе составила приблизительно 10%.

Следовательно, для улучшения энергетического разрешения алмазных детекторов необходимо минимизировать потери энергии в «мертвом» слое на поверхности детектора путём уменьшения его эффективной толщины.

Таким образом можно констатировать, что несмотря на неоспоримые преимущества в радиационной стойкости алмазных детекторов по сравнению с образцами кремниевых детекторов, худшее энергетическое разрешение и малая площадь рабочей поверхности, делает их применение в экспериментах по регистрации тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер на данный момент проблематичным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты, полученные в данной диссертационной работе, заключаются в следующем:

1. Разработана методика регистрации тормозных фотонов и γ -квантов, испускаемых в редких ядерных превращениях, происходящих с вероятностью $10^{-12} \dots 10^{-8}$ фотон/(кэВ·распад) на новой экспериментальной базе с использованием быстрых временных оцифровщиков формы сигналов и полупроводниковых детекторов. Разработаны алгоритмы оптимизации временного и энергетического разрешения измерительной установки.
2. Апробация методики проведена путем измерения вероятностей испускания γ -квантов с возбужденных уровней дочерних ядер ^{222}Rn , ^{218}Po , ^{210}Pb , заселяемые при α -распаде ядер ^{226}Ra , ^{222}Rn , ^{214}Po . Наблюдаемое удовлетворительное согласие между результатами эксперимента с использованием Ge-детектора и данными, имеющимися в литературе и полученными ранее со сцинтилляционным NaI(Tl)-детектором, указывает на корректность предложенной методики.
3. Впервые проведен эксперимент и получены данные по энергетической зависимости вероятности выхода тормозного излучения, сопровождающего α -распад ядра ^{214}Po в диапазоне энергий от 100 кэВ до 1 МэВ, находящиеся в удовлетворительном согласии с результатами теоретического расчета в рамках реалистической ядерной модели α -распада, а так же с результатами предыдущего эксперимента, когда регистрация тормозных фотонов осуществлялась с помощью сцинтилляционного детектора и аналоговых электронных блоков.
4. Результаты расчета вероятности испускания тормозных фотонов при α -распаде тяжелых ядер, основанные на квантово-механической

одночастичной модели α -распада показали, что на вероятность испускания тормозных фотонов оказывает влияние выбор параметров квантово-механической модели (формы потенциальной ямы, числа нулей волновой функции в области действия ядерного потенциала). Получено удовлетворительное согласие результатов расчета выходов тормозного излучения при α -распаде ^{214}Po и ^{226}Ra в рамках модели осцилляторного потенциала ядра с данными теоретического расчета с использованием реалистического потенциала МакФаддена-Сэчлера.

5. Рассмотрены перспективы развития метода тормозного излучения в применении к исследованию динамики распада тяжелых ядер. С помощью вейвлет-преобразования формы регистрируемых сигналов определены глубины разложения сигналов с различных типов γ -детекторов (сцинтилляционных – NaI(Tl) и BGO , и полупроводниковых – из сверхчистого германия и теллурида кадмия) и проведено сравнение параметра, определяющего энергетическое и временное разрешение методики регистрации редких совпадений – $\Delta E \cdot \tau$. Установлено, что наилучшим его значением обладают детекторы на основе сверхчистого германия и сцинтиллятора NaJ(Tl) .

Исследована возможность использования для регистрации α -частиц детекторов на основе природного алмаза Па группы. Несмотря на неоспоримые преимущества в радиационной стойкости алмазных детекторов по сравнению с кремниевыми детекторами, малая площадь рабочей поверхности, делает их использование в экспериментах по регистрации тормозного излучения проблематичным.

В заключение автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю кандидату физико-математических наук Н.В. Еремину за постановку задачи и помощь в работе, кандидату физико-

математических наук С.С. Маркочеву за помощь в проведении экспериментов и разработке программного обеспечения.

Автор приносит благодарность профессору, доктору физико-математических наук Д.О. Еременко, профессору, доктору физико-математических наук С.Ю. Платонову за полезные консультации.

Автор благодарит профессора, доктора физико-математических наук О.А. Юминова и весь коллектив Отдела ядерных реакций НИИЯФ МГУ за доброжелательность и создание творческой атмосферы для научной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. I.Massa, G.Vannini. Recent Advances in Nuclear Decay-time Measurement. — *La rivista del Nuovo Cimento*, 1982, V.5, Ser.3, p. 1-69.
2. К.Зайдель, Д.Зелигер, К.Райф, В.Д.Тонеев. Предравновесный распад в ядерных реакциях. — *ЭЧАЯ*, 1976, Т.7, стр. 499-552.
3. A.D'Arrigo, N.V.Eremin, G.Giardina et al. Investigation of Bremsstrahlung Emission in Alpha-Decay of Heavy Nuclei. — *Phys.Letters B*, 1994, V.332, p. 25-30.
4. J.Kasagi, H.Yamazaki, N.Kasajima, T.Ohtsuki, H.Yuki. Bremsstrahlung in α -Decay of ^{210}Po and ^{244}Cm : Are α -particles Emitting Photons in Tunneling? — Preprint of Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University, Japan, 1996.
5. H. Boie, H. Scheit, U. D. Jentschura et al. Bremsstrahlung in α -Decay Reexamined – *Phys.Rev.Lett.* 99, 022505 (2007).
6. A.Cristallini, C.Moroni, I.Massa, G.Vannini. Measurement of the Bremsstrahlung Spectrum Produced by Proton Scattering on Carbon. — *Phys.Letters B*, 1975, V.56, p. 245-246.
7. C.Maroni, I.Massa, G.Vannini. Time Delay Measurements in a Low-energy Nuclear Reactions from Bremsstrahlung Experiment. — *Phys.Letters B*, 1976, V.60, p. 344-346.
8. C.Maroni, I.Massa, G.Vannini. Nuclear Reaction Time Delays of 10^{-20} sec Through a Measurement of Bremsstrahlung Spectra in Low Energy $p\text{-}^{12}\text{C}$ Resonant Scattering. — *Nucl.Phys.A*, 1976, V.273, p. 429-444.
9. M.S.Lesser, C.C.Trail, C.C.Perng et al. Bremsstrahlung $^{12}\text{C} + p$ near 461 keV resonance. — *Phys.Rev.Letters*, 1982, V.48, p. 308-311.
10. C.C.Trail, P.M.S.Lesser, M.K.Liou. Effects of Nuclear Scattering Resonance on Bremsstrahlung Production and K-shell Ionization. — *IEEE-Transact. of Nucl.Sci.*, 1983, V.NS-30, p. 1124-1127.
11. M.K.Liou, C.K.Liu, P.M.S.Lesser et al. Proton-carbon Bremsstrahlung Calculation. — *Phys.Rev.C*, 1980, V.21, p. 518-524.
12. C.K.Liu, M.K.Liou, C.C.Trail et al. Nuclear Time Delays Extracted from Proton-carbon Bremsstrahlung Data near 1.7 MeV Resonance. — *Phys.Rev.C*, 1982, V.26, p. 723-726.
13. C.C.Perng, D.Yan, P.M.S.Lesser et al. Bremsstrahlung from $^{16}\text{O} + p$ near the 2.66 MeV Resonance. — *Phys.Rev.C*, 1988, V.38, p. 514-516.
14. H.Taketani, N.Endo, G.Ishikava et al. A List-mode Study of Bremsstrahlung Spectra near the $^{12}\text{C}(p,p)$ Resonance and the Time Delays. — *Nucl.Instr.Meth.*, 1982, V.196, p. 283-287.
15. H.Taketani, M.Adachi, N.Endo. A Multi-detector Coincidence Study of $^{12}\text{C}(p,p)$ Bremsstrahlung Spectrum and Time Delay. — *Phys. Letters B*, 1982, V.113, p. 11-15.
16. Н.В.Еремин, Ю.В.Меликов, В.Ф.Стрижов, А.Ф.Тулинов. Измерение времени протекания ядерной реакции $^{12}\text{C}(p,p)$ с помощью тормозного

- излучения, сопровождающего реакцию. — Ядерная физика, 1986, Т.44, вып.1(7), стр. 16-20.
17. Н.В.Еремин, В.Ф.Стрижов, А.Ф.Тулинов. Определение с помощью тормозного излучения времени жизни резонансных состояний 3,511 МэВ, $3/2^+$ и 3,558 МэВ, $5/2^+$ ядра ^{13}N . — Известия АН СССР, серия физическая, 1987, Т.51, вып.1, стр. 115-118.
 18. N.V.Eremin, V.F.Strizhov, B.V.Govorov. Bremsstrahlung Study of Nuclear Reaction Dynamics: The $^{12}\text{C} + p$ Reaction. — Nucl.Phys.A, 1990, V.510, p. 125-138.
 19. A.D'Arrigo, N.L.Doroshko, N.V.Eremin et al. Delay-advance Phenomenon Observed by Bremsstrahlung Spectrum of the $^{12}\text{C} + p$ Collisions. — Nucl.Phys.A, 1993, V.564, p. 217-226.
 20. A.D'Arrigo, N.L.Doroshko, N.V.Eremin et al. Bremsstrahlung Study of Nuclear Reaction Dynamics: The $^{16}\text{O} + p$ Reaction. — Nucl.Phys.A, 1992, V.549, p. 375-386.
 21. J.P. Bondorf H. Nifenecker. Nuclear eletromagnetic bremsstrahlung: a new tool for studying heavy ion reactions. Nucl.Phys., A442:478–508, 1985.
 22. W. Greiner D. Vazak, B. Muller. Pion and gamm-ray bremsstrahlung in nuclear collisions at intermediate energies. J.Phys.G: Nucl.Phys., 11:13091321, 1985.
 23. W. Benenson et al. C.L.Tam, J. Stevenson. Mass dependence of high-energy gamma-ray production in heavy-ion reaction. Phys.Rev.C, 39, num 4:1371–1376, 1989.
 24. N.V.Eremin, T.V. Klochko, M.G. Glotova et al. Emission of High Energy Gamma-rays in Spontaneous Fission. — Proceedings of International Scholl-Seminar on Heavy Ion Physics (Dubna, 1993) — 1993, V.2, p. 539-543.
 25. N.V.Eremin, A.A.Paskhalov, D.A.Smirnov. Energy spectra of bremsstrahlung photons accompanying α -decay of 226Ra and 210,214Po nuclei. 53 международное совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра ЯДРО-2003. Тезисы докладов международного совещания. Из-во Московского Университета 2003., стр. 101
 26. N.V.Eremin, A.A.Paskhalov, D.A.Smirnov. The influence of nuclear surface deformation on the bremsstrahlung emission from α -decay of heavy nuclei. 53 международное совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра ЯДРО-2003. Тезисы докладов международного совещания. Из-во Московского Университета 2003., стр. 101
 27. Eremin N.V., Paskhalov A.A., Smirnova S.A. Zadneprovski B.I. Inorganic scintillators in the mixed alpha-gamma-neutron fields. 6th European conference on luminescent detectors and transformers of ionizing radiation, Львов, 2006

28. Н.В. Еремин, А.А. Пасхалов. Использование быстрых временных осциллографов в совпадательных экспериментах с полупроводниковыми детекторами. Международная конференция «ЯДРО-2016» по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, г.Саров, 2016.
29. Н.В. Еремин, А.А. Пасхалов. Нахождение параметров сигналов с детекторов ядерного излучения, зарегистрированных быстрым цифровым осциллографом, методом вейвлет преобразования. Международная конференция «ЯДРО-2016» по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, г.Саров, 2016.
30. Н.В. Еремин, А.А. Пасхалов. Выделение редких ядерных превращений из фонового излучения методом временных рядов. Международная конференция «ЯДРО-2016» по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, г.Саров, 2016.
31. А.А. Пасхалов. Измерение выхода тормозного излучения при α -распаде ^{214}Po . Международная конференция «ЯДРО-2018» по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, г.Воронеж, 2018.
32. А.А. Пасхалов. Регистрация низкоинтенсивных альфа-гамма переходов в цепочке распада ^{226}Ra . Международная конференция «ЯДРО-2018» по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, г.Воронеж, 2018.
33. G. Giardina, G. Fazio, G. Mandaglio, M. Manganaro, S.P. Maydanyuk, V.S. Olkhovsky, N.V. Eremin, A.A. Paskhalov, D.A. Smirnov, C. Saccá. Bremsstrahlung emission during α -decay of ^{226}Ra . *Modern Physics Letters A*. 2008. V.23. №31. pp. 2651-2663.
34. G. Giardina, G. Fazio, G. Mandaglio, M. Mandanaro, C. Sacca, N.V. Eremin, A.A. Paskhalov, D.A. Smirnov, S.P. Maydanyuk, V.S. Olkhovsky. Bremsstrahlung emission accompanying the α -decay of ^{214}Po . *European Physical Journal A*, 2008, V. 36, № 1, p. 31 – 36.
35. Yu.V. Gulyaev, A.A. Altukhov, A.Yu. Mityagin, A.V. Shustrov, N.A. Tatyana, A.A. Paskhalov. Radiation Intensity Detectors Based on Natural Diamond. *Physica Status Solidi(a)*, N 2, 2001, pp 356-360.
36. V.Kh.Liechtenstein N.V.Eremin R.Golser W.Kutschera A.A.Paskhalov A.Priller P.Steier C.Vockenhuber S.Winkler. First tests of a thin natural diamond detector as an energy spectrometer for low-energy heavy ions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A (NIMA:521)*, 2004г., p.203-207.
37. Н.В. Еремин, А.А. Пасхалов. К вопросу о регистрации тормозного излучения при α -распаде тяжелых ядер с помощью быстрых цифровых преобразователей. *Известия РАН. Серия физическая*, 2016, том 80, № 5, с. 640–643.
38. N.V. Eremin, A.A. Paskhalov, S.S. Markochev, E.A. Tsvetkov, G. Mandaglio, M. Manganaro, G. Fazio, G. Giardina, M.V. Romaniuk, New

- experimental method of investigation the rare nuclear transformations accompanying atomic processes: bremsstrahlung emission in spontaneous fission of ^{252}Cf , International Journal of Modern Physics E, Vol. 19, Nos.5 & 6 (2010) 1183-1188 DOI: 10.1142/S0218301310015655
39. T. Papenbrock and G. F. Bertsch. Bremsstrahlung in α Decay - Phys. Rev. Lett. 80, 4141 (1998).
 40. В.С.Стародубцев. Полное собрание научных трудов. Том I "Ядерная физика", книга I "Преобразование ядер и атомная оболочка" — 1969, Издательство "ФАН" Узбекской ССР, Ташкент.
 41. И.С.Баткин, И.В.Копытин, Т.А.Чуракова. Внутреннее тормозное излучение, сопровождающее α -Распад. — Ядерная физика, 1986, Т.44, Вып.6(12), стр. 1454-1458.
 42. A.D'Arrigo, G.Giardina, V.S.Olkhovsky et al. Electromagnetic Emission by Charged-particle Tunneling Motion Crossing Potential Barrier. — Phys.At.Nucl., 1993, V.56, p. 328-332.
 43. M.I.Dyakonov, I.V.Gornyi. Electromagnetic Radiation by a Tunneling Charge. — Phys.Rev.Letters, 1996, V.76, p. 3542-3545.
 44. N.V.Eremin, V.F.Strizhov, A.F.Tulinov, O.V.Uljanova. K-shell Ionization in Alpha-decay of Polonium Isotopes. — Nuovo Cim. A, 1987, V.97, p. 629-632.
 45. Д.Джардина, Н.В.Еремин, С.В.Климов, Д.А.Смирнов. Тормозное излучение при альфа-распаде ^{210}Po . — Вестник Московского Университета, Сер. 3, Физика и Астрономия, М. 2000 г., № 5, стр. 54-55.
 46. J.Kasagi, H.Yamazaki, N.Kasajima, T.Ohtsuki, H.Yuki. Bremsstrahlung in α -Decay of ^{210}Po : Do α -particles Emit Photons in Tunneling. — Phys.Rev.Letters, 1997, V.79, p. 371-374.
 47. C.A.Gossett S.J.Luke and R.Vandenbosh. Search for high energy γ -rays from the spontaneous fission of ^{252}Cf . Physical Review C, 44(4):1548–1554,1991.
 48. J.Eberth, G.Pascovici, H.G.Tomas et al. MINIBALL A Ge Detector Array for Radioactive Ion Beam Facilities - Progress in Particle and Nuclear Physics, 46 (2001) 389-398.
 49. U. D. Jentschura, A.I. Milstein, I.S. Terekhov, H. Boie et al. Quasiclassical description of bremsstrahlung accompanying α decay including quadrupole radiation - Phys. Rev. C 77, 014611 (2008).
 50. M. I. Dyakonov. Bremsstrahlung spectrum in α -decay - Phys. Rev. C 60, 037602 (1999).
 51. W. Greiner D. Vazak, B. Muller. Pion and gamm-ray bremsstrahlung in nuclear collisions at intermediate energies. J.Phys.G: Nucl.Phys., 11:13091321, 1985.
 52. R.M.Eisberg, D.R.Yennie, D.H.Wilkinson. A Bremsstrahlung Experiment to Measure the Time-delay in Nuclear Reactions. — Nucl.Phys., 1960, V.18, p. 338-345.

- 53.D.Vazak. Angular Distribution of Electromagnetic Bremsstrahlung from Heavi-ion Collisions at Intermediate Energies. — Phys.Letters B, 1986, V.176, p. 276-282.
- 54.И.С.Баткин, И.В.Копытин, Т.А.Чуракова. Внутреннее тормозное излучение, сопровождающее α -Распад. — Ядерная физика, 1986, Т.44, Вып.6(12), стр. 1454-1458.
- 55.M. I. Dyakonov. Bremsstrahlung spectrum in α -decay - Phys. Rev. C **60**, 037602 (1999).
- 56.N.Takigawa, Y.Nozawa, K.Hagino, A.Ono, D.M.Brink. Bremsstrahlung in α Decay. — Phys.Rev. C, 1999, V.59, p. 593-597.
- 57.E.V.Tkalya. Bremsstrahlung in α -Decay and "Interference of Space Regions". — Phys.Rev.C, 1999, V.60, p. 446-449.
- 58.E.V.Tkalya. Bremsstrahlung Spectrum for α -Decay Quantum Tunneling. — Journal Exp.and Theor.Phys., 1999, V.89, p. 208-218.
- 59.U. D. Jentschura, A.I. Milstein, I.S. Terekhov, H. Boie et al. Quasiclassical description of bremsstrahlung accompanying α decay including quadrupole radiation - Phys. Rev. C **77**, 014611 (2008).
- 60.S. D. Kurgalin, Yu. M. Tchuvil'sky and T. A. Churakova. Internal Bremsstrahlung of Strongly Interacting Charged Particles - ISSN 1063-7788, Physics of Atomic Nuclei, 2016, Vol. 79, No. 6, pp. 943–950.
- 61.Lynne McFadden and G R Satchler. Optical-model analysis of the scattering of 24.7 Mev alpha particles - Nuclear Physics **84** (1966) pp. 177-200.
- 62.C.A.Bertulani, D.T.de Paula, V.G.Zelevinsky. Bremsstrahlung Radiation by a Tunneling Particle: A Time-dependent Description. — Phys.Rev. C, 1999, V.60, p. 031602 (1-4).
- 63.N.V.Eremin, V.F.Strizhov, A.F.Tulinov, O.V.Uljanova. K-shell Ionization in Alpha-decay of Polonium Isotopes. — Nuovo Cim. A, 1987, V.97, p. 629-632.
- 64.S Mi,sicu, M Rizea and W Greiner. Emission of electromagnetic radiation in α -decay - J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **27** (2001) 993–1003.
- 65.N. G. Kelkar and M. Nowakowski. Tunneling times and bremsstrahlung in alpha decay - PACS numbers: 03.65.Xp, 03.65.Sq, 23.60.+e,41.60.-m.
- 66.C.M.Lederer, R.B.Firestone, V.S.Shirley. Table of Isotopes (Eighth edition). — 1996, CD-ROM Edition (Version 1.0, March), Lawrence Berkley National Laboratory, University of California.
- 67.Jensen, A. (Arne), 1950, Ripples in mathematics: the discrete wavelet transform / A. Jensen, A. La Cour-Harbo, ISBN 3-540-41662-5.
68. A. Cohen, I. Daubechies, and J.-C. Feauveau, Biorthogonal bases of compactly supported wavelets, Comm. Pure Appl. Math. **45** (1992), no. 5, 485-560.
- 69.Т.В. Быкова, Г.А. Черепашук, Метод коррекции шума при коррекции результатов динамических измерений с использованием ортогональных вейвлетов, Авиационно-космическая техника и технология, 2009, №5 (62), с. 80-84.

70. Product information. Principles and Applications of Timing Spectroscopy. Application Note.AN42. Available online:www.ortec-online.com.
- 71.F.S.Goulding and D.A.Landis, Ballistic Deficit Correction in Semiconductor Detectors. IEEE TNS. Vol 35, No 1, 1988, 119-124.
- 72.M. L. Simpson, T. W. Raudorf, T. J. Paulus, and R. C. Trammell, Charge Trapping Correction in Ge Spectrometers. IEEE TNS, Vol. 36, No. 1, 1989, 260-266.
- 73.V. T. Jordanov and G. F. Knoll. Digital synthesis of pulse shapes in real time for high resolution radiation spectroscopy. NIM, A 345 (1994) 337–345.
- 74.C. Borcea, 2007, Data acquisition with a fast digitizer for large volume HPGe detectors, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 578 (2007) 298–305.
- 75.John L. Orrell, Craig E. Aalseth, Matthew W. Cooper, Jeremy D. Kephart and Carolyn E. Seifert. Radial position of single-site gamma-ray interactions from a parametric pulse shape analysis of germanium detector signals, NIMA, J. L. Orrell, C. E. Aalseth, M. W. Cooper, J. D. Kephart, and C. E. Seifert. Radial position of single-site gamma-ray interactions from a parametric pulse shape analysis of germanium detector signals. Presented at the SORMA XI Conference, Ann Arbor, MI, May 2006
- 76.Н.В.Еремин, С.В.Климов, Д.А.Смирнов, А.Ф. Тулинов. Методика регистрации тормозного излучения, сопровождающего альфа-распад тяжелых ядер (Тормозное излучение при альфа-распаде ^{210}Po). — Препринт НИИЯФ МГУ, М. 2000 г., № 2000-17/621.
- 77.Егоров Ю.А. Сцинтилляционные методы спектроскопии гамма-излучения и быстрых нейтронов. Изд-вл ГКИАЭ, Москва, 1963
- 78.М.Престон. Физика ядра. — 1964, М."Мир".
- 79.К. Вильдермут, Я. Тан. Единая теория ядра –Москва, Из-во «Мир», 1980
- 80.B.Buck, A.C.Merchant, S.M.Perez. – A new look at a decay of heavy nuclei – Phys.Rev.Lett. v. 65 num.24 (1990) pp.2975-2977
- 81.F R Xu, S M Wang, Z J Lin and J C Pei. Alpha-decay quantum-tunnelling calculations based on a folded Woods-Saxon potential - Journal of Physics: Conference Series 436 (2013) 012064 doi:10.1088/1742-6596/436/1/012064
- 82.А.В.Лукьянов И.Б.Теплов, М.К.Акимова. Таблицы кулоновских волновых функций (функций Уиттекера) – Моск.университет, физфак, АН СССР, 1961 г.
- 83.С.Д.Кургалин, Ю.М.Чувильский, Т.А.Чуракова. Природа внутреннего тормозного излучения при α -, кластерном и протонных распадах, 2001, Вестник ВГУ, Серия физика, математика, №1, сс. 42–47.
- 84.S.D. Kurgalin, Yu.M. Tchuvil'sky, T.A. Churakova, 2016, Internal Bremsstrahlung of Strongly Interacting Charged Particles.ISSN 1063-7788, Physics of Atomic Nuclei, 2016, Vol. 79, No. 6, pp. 943–950.

- 85.С.Д.Кургалин, Ю.М.Чувильский, Т.А.Чуракова. Моделирование характеристик тормозного γ -излучения в α -распадах ^{226}Ra и ^{214}Po . – Вестник ВГУ.Серия физика, математика, 2004, №1, сс. 27–32.
- 86.В.В. Кетлеров Н.Н. Семенова М.З. Тараско В.А. Хрячков, М.В. Дунаев. Новый метод разделения заряженных частиц с использованием кристаллов $\text{csi}(\text{tl})$. Приборы и техника эксперимента, 3:29–37, 2000.
- 87.Berdermann et al. Diamond and Related Materials, 10(2001) 1770
- 88.Isobe et al, Fusion Engineering and Design, 34-35 (1997) 573
- 89.Krammer et al. Nuclear Instr, and Meth, A 418 (1998) 196
- 90.4. A. Alexeyev et al, Nuclear Instr. and Meth., A 476 (2002) 516
- 91.Dearnaley G., IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-10, No. 1, 106 (1963)

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ПРОГРАММА ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Программа для обработки сохраненных экспериментальных данных и определения энергии зарегистрированных частиц и интервала времени между импульсами с детекторов написана на языке C++.

Сглаживание сигнала осуществляется после обработки вейвлетом Хаара или вейвлетом Добеши. Алгоритм работы обоих вейвлет-преобразований реализован в классе Wavelets.

Энергия зарегистрированной частицы определяется методом преобразования импульса в трапециевидную форму в функции Trapezoid(double* _arr), аргументом которой является ссылка на массив с оцифрованными значениями фрейма.

Определение начала импульса по трем положительным производным.

```
//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop

#include "Unit1.h"
#include "daubechies.cpp"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma link "TeeSurfa"
#pragma resource "*.dfm"
TForm1 *Form1;

#define FRAMELEN    20000
const int    DIM = 1024*8*2*2;
int edgeD =    DIM* 0.15;
double  osc[FRAMELEN];
double  arr[DIM],der1[DIM]={0.0};
TStringList  *lst;
int          tpeak;

//-----
__fastcall TForm1::TForm1(TComponent* Owner)
    : TForm(Owner)
{
}
//-----
```

```

void TForm1::DrawSeries( int ch, double *a, int size )
{
    if( ch==0 ) {
        Form1->Series1->Clear();
        for( int i=0;i<size;i++ )
            Form1->Series1->AddXY( i,a[i] );
        return;
    }
    if( ch==1 ) {
        Form1->Series2->Clear();
        for( int i=0;i<size;i++ )
            Form1->Series2->AddXY( i,a[i] );
        return;
    }
    if( ch==2 ) {
        Form1->Series3->Clear();
        for( int i=0;i<size;i++ )
            Form1->Series3->AddXY( i,a[i] );
        return;
    }
}
//-----

```

```

void __fastcall TForm1::FormCreate(TObject *Sender)
{
    AnsiString s;
    lst = new TStringList;

    if (OpenDialog1->Execute() ) {
        s = OpenDialog1->FileName;
        lst->LoadFromFile(s); //("Ge2014.10.15-13.01.23.dat" );
        Button1Click(this);
        // MyDaub();
    }
}
//-----

```

```

void __fastcall TForm1::Button1Click(TObject *Sender)
{
    int i = Edit1->Text.ToInt();
    i++;
    Edit1->Text = IntToStr(i);

    int pbeg = Edit1->Text.ToInt()*FRAMELEN;
    for( int i=pbeg, j=0;i<pbeg+FRAMELEN;i++,j++ ) {
        double v = lst->Strings[i].ToDouble();
        osc[j] = v;
    }
}

```

```

MyDaub();
}
//-----

void __fastcall TForm1::MyDaub(void)
{
AnsiString s,tmp;

    for(int i=0;i<DIM;i++ )
        arr[i] = osc[i];
    Form1->DrowSeries( 0, arr,DIM );

    int depth = 0;
    MyDaubByStep(depth);
    // Series8->Clear();
    for(int i=0;i<DIM;i++ )
        if(i<DIM-1) {
            der1[i] = arr[i+1]-arr[i];

        //    Series8->AddXY(i,der1[i]*arr[i]);
        }

    //double der1lev = -1.0e-4;

    int k = 0;
    int di = 1<<depth+1;
    int FRONT = 1<<7; //128 ns для гамма
    int c=FRONT/di; c = 8;

    for(int i=0;k==0 && i<DIM-1; i+=di ) {
        if( der1[i-1]>0.0 ) {
            for(int j=1; j<c+1; j++ ) {
                if( der1[i-1+j*di]<0.0 ) { //&& der1[i-1+(j+1)*di]<0.0 && der1[i-1+(j+2)*di]<0.0 ) {
                    j = c+1;
                }
                if( j==c )
                    k = i;
            }
        }
    }

    int tpeak = k;

    double baseline = 0.0;// arr[k-1];
    int n = 0;
    for(int i=tpeak;i>tpeak-256 && i>0;i-=di,n++ )
        baseline += arr[i];
    if(n>0) baseline /= double(n);
    else baseline = -10.0;

    // уточнение tpeak по 1/3

```

```

double arr13[DIM]={0.0};
int dt = 128;
// dt = 1024;
for(int i=0;i<DIM;i++ )
    arr[i] = osc[i];
MyDaubByStep(2);
for(int i=0;i<DIM;i++ )
    arr[i] -= baseline;

for(int i=0;i<DIM-dt;i++ )
    arr13[i+dt] = arr[i]*(-3.0);
Series5->Clear();
for(int i=tpeak;i<tpeak+dt*8;i++ ) {
    arr13[i] +=arr[i];
    Series5->AddXY(i,arr13[i]);
}
double arr13max = 0.0;
int t1,t2=0;
bool pos = false;
for(int i=tpeak;i<tpeak+dt*8;i++ )
    if( arr13[i]>arr13max ) {
        arr13max = arr13[i];
        t1 = i;
    }

for(int i=t1;i<tpeak+dt*8,i<DIM;i++ )
    if( arr13[i]<0.0 ) {
        t1 = i;
        pos = false;
        i = DIM;
    }
for(int i=t1+1;i,tpeak+dt*8,i<DIM;i++ ) {
    if( arr13[i]>=0.0 ) {
        pos = true;
    }
    if( arr13[i]<0.0 && pos ) {
        t2 = i;
        pos = false;
    }
}

if( t2!=0 ) tpeak = (t1+t2)/2;
else tpeak = t1;

Label1->Caption = "t peak = "+IntToStr(tpeak);

for(int i=0;i<DIM;i++ )
    arr[i] = osc[i];
s = Form1->btStep->Caption;
for(int i=1;i<s.Length(), s.SubString(i,1)!=" ";i++ )
    tmp += s.SubString(i,1);
int kdepth = StrToInt(tmp);

```

```

MyDaubByStep( kdepth );
Series6->Clear();
Series7->Clear();
Series8->Clear();
Series9->Clear();
for(int i=0;i<DIM;i++ ) {
    Series6->AddXY(i,arr[i]);//-baseline);
//    Series9->AddXY(i,baseline );
    if(i<DIM-1) {
        der1[i] = arr[i+1]-arr[i];
        Series7->AddXY(i, der1[i]);
    }
    if(i<DIM-2) Series8->AddXY( i,arr[i+2]-2*arr[i+1]+arr[i] );
}
Trapezoid( arr );
}
//-----

```

```

void __fastcall TForm1:: Trapezoid(double* _arr)
{
    double signal[DIM];
    int m = 5000;
    int k = 300;
    signal[0] = _arr[0];
    double tau = 5e-6;
    double dt = 0.1e-9;
    double alpha = tau/(tau+dt);
    Series4->Clear();

    signal[2*k+m]=_arr[2*k+m];
    for( int n=2*k+m;n<DIM;n++ ) {
        signal[n] = signal[n-1]+( 1.0/((double)k) )
            *(_arr[n]-_arr[n-k]-_arr[n-k-m]+_arr[n-2*k-m]);
    }
    double s01L,s09L,s01R,s09R,smax = -10000.0;
    double k01 = 0.1;
    double k09 = 0.9;
    long nn,n09L,n01L,n09R,n01R,nmax;
    double sum = 0.0;

    for( int n=8000;n<12000;n++ )
        sum += signal[n];
    sum /= 12000.0-8000.0;
    for(int n = 0;n<DIM;n++ ) {
        signal[n] -= sum;
        Series4->AddXY(n,signal[n]);
    }

    for( int n=10000;n<DIM;n++ ) {
        if( signal[n] > smax ) {
            smax = signal[n];
            nmax = n;
        }
    }
}

```

```

    }
}
for( nn=nmax;nn<DIM && signal[nn]>k09*smax;nn++ );
    n09R = nn;    //s09R = signal[nn];
for( nn=nn;nn<DIM && signal[nn]>k01*smax;nn++ );
    n01R = nn;    //s01R = signal[nn];
for( nn=nmax;nn>10000 && signal[nn]>k09*smax;nn-- );
    n09L = nn;
for( nn=nn;nn>10000 && signal[nn]>k01*smax;nn-- );
    n01L = nn;
sum = 0.0;
for( nn=n01L;nn<n09L;nn++ )
    sum += signal[nn]-k01*smax;
for( nn=n09L;nn<n09R;nn++ )
    sum += (k09-k01)*smax;
for( nn=n09R;nn<n01R;nn++ )
    sum += signal[nn]-k01*smax;

Series11->Clear();
Series12->Clear();
Series11->AddXY(n01L,k01*smax);
Series11->AddXY(n01R,k01*smax);
Series12->AddXY(n09L,k09*smax);
Series12->AddXY(n09R,k09*smax);
}
//-----

void __fastcall TForm1::MyDaubByStep(int kdepth)
{
    int M = DIM; //1024*8*2;
    Daubechies d;
    d.transHaar( arr,M );
    // d.daubTrans( arr,M );
    int filterhalf = M;
    for(int i=1;i<kdepth;i++ )
        filterhalf -= filterhalf>>1; //(M>>1)*pow(.5,i);

    //double sigma=0.0;
    for(int j=0;j<kdepth;j++ ) {
        for(int i=M>>(j+1);i<M>>j;i++ )
            arr[i] = 0.0;
    } // j
    d.invTransHaar( arr,M );
    // d.invDaubTrans( arr,M );
}

//-----

void __fastcall TForm1::FormClose(TObject *Sender, TCloseAction &Action)
{
    if(lst) delete lst;
}

```

```
//-----

int kstep = 0;
void __fastcall TForm1::btStepClick(TObject *Sender)
{
    kstep++;
    AnsiString s;
    s.sprintf( "%d step",kstep );
    btStep->Caption = s;
    MyDaub();
}
//-----

void __fastcall TForm1::btCrearStepClick(TObject *Sender)
{
    kstep = 0;
    btStep->Caption = "0 step";
    MyDaub();
}
//-----

void __fastcall TForm1::Button2Click(TObject *Sender)
{
    AnsiString s;
    TStringList *svl = new TStringList;
    for(int i=0;i<FRAMELEN;i++ ) {
        s = FloatToStr( osc[i] );
        svl->Add( s );
    }
    s = "frame" + Edit1->Text + ".txt";
    svl->SaveToFile(s);
    delete svl;
}
//-----

#ifndef WAVELET_DAUBBECHIES
#define WAVELET_DAUBBECHIES
#include <math.h>

#include "Unit1.h"
class Wavelets {
private:
    /** forward transform scaling coefficients */
    double h0, h1, h2, h3;
    /** forward transform wave coefficients */
    double g0, g1, g2, g3;

    double lh0, lh1, lh2, lh3;
    double lg0, lg1, lg2, lg3;

    /**
```

Forward Daubechies D4 transform

*/

// public:

```
void transform( double* a, const int n )
{
    if (n >= 4) {
        int i, j;
        const int half = n >> 1;

        double* tmp = new double[n];

        for (i = 0, j = 0; j < n-3; j += 2, i++) {
            tmp[i]    = a[j]*h0 + a[j+1]*h1 + a[j+2]*h2 + a[j+3]*h3;
            tmp[i+half] = a[j]*g0 + a[j+1]*g1 + a[j+2]*g2 + a[j+3]*g3;
        }

        tmp[i]    = a[n-2]*h0 + a[n-1]*h1 + a[0]*h2 + a[1]*h3;
        tmp[i+half] = a[n-2]*g0 + a[n-1]*g1 + a[0]*g2 + a[1]*g3;

        for (i = 0; i < n; i++) {
            a[i] = tmp[i];
        }
        delete [] tmp;
    }
}
```

/**

Inverse Daubechies D4 transform

*/

```
void invTransform( double* a, const int n )
{
    if (n >= 4) {
        int i, j;
        const int half = n >> 1;
        const int halfPls1 = half + 1;

        double* tmp = new double[n];

        //    last smooth val  last coef.  first smooth  first coef
        tmp[0] = a[half-1]*Ih0 + a[n-1]*Ih1 + a[0]*Ih2 + a[half]*Ih3;
        tmp[1] = a[half-1]*Ig0 + a[n-1]*Ig1 + a[0]*Ig2 + a[half]*Ig3;
        for (i = 0, j = 2; i < half-1; i++) {
            //    smooth val  coef. val  smooth val  coef. val
            tmp[j++] = a[i]*Ih0 + a[i+half]*Ih1 + a[i+1]*Ih2 + a[i+halfPls1]*Ih3;
            tmp[j++] = a[i]*Ig0 + a[i+half]*Ig1 + a[i+1]*Ig2 + a[i+halfPls1]*Ig3;
        }
        for (i = 0; i < n; i++) {
            a[i] = tmp[i];
        }
        delete [] tmp;
    }
}
```

```

    }
}
////////////////////////////////////////////////////////////////
void transformHaar( double* a, const int n )
{

    double Hh0 = 1/(2.0);
    double Hh1 = 1/(2.0);
    double Hg0 = 1/(2.0);
    double Hg1 = -1/(2.0);

    if (n >= 2) {
        int i, j;
        const int half = n >> 1;
        double* tmp = new double[n];

        for (i = 0, j = 0; j<n; j += 2, i++) {
            tmp[i]      = a[j]*Hh0 + a[j+1]*Hh1;
            tmp[i+half] = a[j]*Hg0 + a[j+1]*Hg1;        }

        for (i = 0; i < n; i++) {
            a[i] = tmp[i];
        }
        delete [] tmp;
    }
}
//-----
void invTransformHaar( double* a, const int n )
{
    if (n >= 2) {
        int i, j;
        const int half = n >> 1;

        double* tmp = new double[n];

        for (i = 0, j=0; i<half; i++) {
            tmp[j++] = a[i]+a[half+i];
            tmp[j++] = a[i]-a[half+i];
        }
        for (i = 0; i < n; i++) {
            a[i] = tmp[i];
        }
        delete [] tmp;
    }
}
////////////////////////////////////////////////////////////////

```

public:

Wavelets ()

```

{
    const double sqrt_3 = sqrt( 3 );
    const double denom = 4 * sqrt( 2 );

    //
    // forward transform scaling (smoothing) coefficients
    //
    h0 = (1 + sqrt_3)/denom;
    h1 = (3 + sqrt_3)/denom;
    h2 = (3 - sqrt_3)/denom;
    h3 = (1 - sqrt_3)/denom;
    //
    // forward transform wavelet coefficients
    //
    g0 = h3;
    g1 = -h2;
    g2 = h1;
    g3 = -h0;

    lh0 = h2;
    lh1 = g2; // h1
    lh2 = h0;
    lh3 = g0; // h3

    Ig0 = h3;
    Ig1 = g3; // -h0
    Ig2 = h1;
    Ig3 = g1; // -h2
}

void daubTrans( double* ts, int N )
{
    int n,j=0;
    for (n = N; n >= 4; n >>= 1,j++) {
        transform( ts, n );
    }
}

void invDaubTrans( double* coef, int N )
{
    int n;
    for (n = 4; n <= N; n <<= 1) {
        invTransform( coef, n );
    }
}

void transHaar( double* ts, int N )
{
    int n,j=0;
    for (n = N; n >= 2; n >>= 1,j++) {
        transformHaar( ts, n );
    }
}

```

```

//      for(int i=n/2;i<n;i++)
//          if( ts[i]<5e-4 && ts[i]>-5e-4 )
//              ts[i] = 0.0;
//      }
//  }

void invTransHaar( double* coef, int N )
{
    int n;
    for (n = 2; n <= N; n <<= 1) {
        invTransformHaar( coef, n );
    }
}

}; // Wavelets

#endif

```

Приложение 2

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ α -РАСПАДЕ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕРТаблица П2.1 – Результаты численного расчета вероятности выхода тормозного излучения для ядра ^{210}Po

Энергия тормозного фотона E_γ , кэВ	Прямоуг. потенциальная яма, Papenbrock[39], $V_0=16,7$ МэВ $n=5$	Прямоуг. потенциальная яма, $V_0=16,7$ МэВ $n=5$	Прямоуг. потенциальная яма, $V_0=16,7$ МэВ $n=5$, фаза $\alpha=0$	Прямоуг. потенциальная яма, $V_0=71,8$ МэВ $n=11$	Гармонический потенциал, $V_0=118,9$ МэВ $V_2=136,7$ МэВ $n=11$	Ангармонический потенциал, $V_0=120,6$ МэВ $V_2=130,7$ МэВ $V_4=15,3$ МэВ $n=11$
10	6,99E-08	1,11E-07	6,50E-08	7,71E-07	9,08E-08	1,09E-07
20	2,96E-08	5,28E-08	3,11E-08	3,44E-07	4,43E-08	5,29E-08
30	1,74E-08	3,34E-08	1,94E-08	2,09E-07	2,83E-08	3,37E-08
40	1,18E-08	2,35E-08	1,34E-08	1,42E-07	2,00E-08	2,37E-08
50	8,93E-09	1,73E-08	9,72E-09	1,02E-07	1,48E-08	1,76E-08
60	6,60E-09	1,31E-08	7,28E-09	7,66E-08	1,13E-08	1,34E-08
70	5,13E-09	1,02E-08	5,57E-09	5,87E-08	8,74E-09	1,04E-08
80	3,99E-09	7,95E-09	4,35E-09	4,55E-08	6,89E-09	8,20E-09
90	3,20E-09	6,34E-09	3,46E-09	3,59E-08	5,51E-09	6,55E-09
100	2,56E-09	5,11E-09	2,81E-09	2,87E-08	4,47E-09	5,31E-09
200	3,97E-10	8,64E-10	4,83E-10	4,34E-09	7,88E-10	9,26E-10
300	7,11E-11	1,76E-10	1,02E-10	8,20E-10	1,67E-10	1,94E-10
400	1,34E-11	3,71E-11	2,25E-11	1,64E-10	3,59E-11	4,15E-11
500	2,52E-12	7,79E-12	4,94E-12	3,31E-11	7,78E-12	8,94E-12
600	4,51E-13	1,54E-12	1,02E-12	6,43E-12	1,60E-12	1,83E-12
700	—	2,80E-13	1,91E-13	1,19E-12	2,99E-13	3,43E-13
800	—	4,32E-14	2,95E-14	2,04E-13	4,79E-14	5,56E-14
900	—	5,09E-15	3,18E-15	3,20E-14	6,05E-15	7,30E-15
1000	—	—	—	—	—	—

Таблица П2.2 – Результаты численного расчета вероятности выхода тормозного излучения для ядра ^{214}Po

Энергия тормозного фотона E_γ , кэВ	Реалист. потенциал, Кургалин[84], $V_0=16,7$ МэВ $n=5$	Прямоуг. потенциальная яма, $V_0=12,5$ МэВ $n=6$	Прямоуг. потенциальная яма, $V_0=75,8$ МэВ $n=12$	Гармонический потенциал, $V_0= 135,4$ МэВ $V_2= 152,1$ МэВ $n=12$	Ангармонический потенциал, $V_0= 138,7$ МэВ $V_2= 146,7$ МэВ $V_4= 17,4$ МэВ $n=12$
10	–	1.91E-07	1.76E-06	1.13E-07	1.35E-07
20	–	9.43E-08	8.37E-07	5.52E-08	6.71E-08
30	–	6.16E-08	5.30E-07	3.55E-08	4.41E-08
40	–	4.50E-08	3.77E-07	2.54E-08	3.23E-08
50	3.00E-08	3.48E-08	2.86E-07	1.93E-08	2.50E-08
60	–	2.78E-08	2.25E-07	1.52E-08	2.00E-08
70	–	2.28E-08	1.82E-07	1.23E-08	1.64E-08
80	–	1.89E-08	1.50E-07	1.00E-08	1.36E-08
90	–	1.59E-08	1.25E-07	8.41E-09	1.15E-08
100	1.00E-09	1.35E-08	1.06E-07	7.12E-09	9.81E-09
200	2.50E-09	3.92E-09	2.78E-08	2.04E-09	2.96E-09
300	8.00E-10	1.38E-09	9.40E-09	7.24E-10	1.08E-09
400	3.00E-10	5.35E-10	3.50E-09	2.81E-10	4.32E-10
500	1.20E-10	2.16E-10	1.37E-09	1.17E-10	1.81E-10
600	5.00E-11	8.64E-11	5.37E-10	4.80E-11	7.48E-11
700	2.00E-11	3.43E-11	2.13E-10	1.94E-11	3.07E-11
800	7.00E-12	1.41E-11	8.58E-11	8.19E-12	1.30E-11
900	–	5.67E-12	3.39E-11	3.46E-12	5.44E-12
1000	–	2.12E-12	1.31E-11	1.33E-12	2.11E-12

Таблица П2.3 – Результаты численного расчета вероятности выхода тормозного излучения для ядра ^{226}Ra

Энергия тормозного фотона E_γ , кэВ	Реалист. потенциал, Кургалин[84], $V_0=16,7$ МэВ $n=5$	Прямоуг. потенциальная яма, $V_0=13$, МэВ $n=6$	Прямоуг. потенциальная яма, $V_0=69,5$ МэВ $n=12$	Гармонический потенциал, $V_0= 142,2$ МэВ $V_2= 160,4$ МэВ $n=12$	Ангармонический потенциал, $V_0= 145,0$ МэВ $V_2= 155,1$ МэВ $V_4= 16,4$ МэВ $n=12$
10	–	1.24E-07	1.36E-06	1.78E-07	2.06E-07
20	–	5.90E-08	5.98E-07	8.39E-08	9.66E-08
30	–	3.67E-08	3.53E-07	5.17E-08	5.93E-08
40	–	2.53E-08	2.32E-07	3.53E-08	4.04E-08
50	9.6E-09	1.82E-08	1.62E-07	2.55E-08	2.91E-08
60	–	1.34E-08	1.17E-07	1.88E-08	2.14E-08
70	–	1.00E-08	8.66E-08	1.41E-08	1.61E-08
80	–	7.64E-09	6.56E-08	1.08E-08	1.22E-08
90	–	5.91E-09	5.01E-08	8.38E-09	9.52E-09
100	2.6E-09	4.65E-09	3.87E-08	6.58E-09	7.46E-09
200	3.7E-10	5.74E-10	4.23E-09	8.25E-10	9.26E-10
300	4.8E-11	8.39E-11	5.69E-10	1.23E-10	1.37E-10
400	6.7E-12	1.27E-11	8.11E-11	1.92E-11	2.13E-11
500	8.8E-13	1.95E-12	1.16E-11	3.02E-12	3.34E-12
600	1.3E-13	3.05E-13	1.68E-12	4.83E-13	5.30E-13
700	3.5E-14	5.16E-14	2.44E-13	8.22E-14	8.92E-14
800	–	1.05E-14	3.85E-14	1.63E-14	1.74E-14
900	–	2.92E-15	7.38E-15	4.31E-15	4.50E-15
1000	–	1.19E-15	2.05E-15	1.66E-15	1.70E-15