

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата философских наук Беликова Александра Александровича
на тему: «Отношение следования в логиках с обобщенными истинностными
значениями и их формализация»
по специальности 09.00.07 – «Логика»

Актуальность темы диссертации обусловлена тем, что она посвящена изучению логик, родственных и близких логике Белнапа-Данна, более известной как FDE, которая была создана более 40 лет назад с прицелом на применение в информационных системах, зачастую функционирующих в ситуациях с неполной и противоречивой информацией. С тех пор и продолжается ее исследование как зарубежными, так и российскими логиками. Много внимания ей уделял Е.К. Войшвилло, специально построив семантику обобщенных описаний состояния.

Одним из вариантов семантики данной логики является матричная четырехзначная семантика с интуитивно обоснованными значениями ИСТИНЫ, ЛЖИ, НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ и ПРОТИВОРЕЧИЯ. Задача, которую поставил перед собой А.А. Беликов, заключалась в поиске новых подходов к определению логического следования в этой четырехзначной логической матрице.

Диссертация состоит из трех глав и заключения.

В первой главе подробно излагается история возникновения логики FDE, матричная и алгебраическая семантика для нее. Также в этой главе дан краткий обзор работ Я. Шрамко и Х. Ванзинга, посвященных логикам с обобщенными истинностными значениями, тесно связанным с логикой FDE.

Вторая глава посвящена анализу различных вариантов определения следования для логических систем Etl и Nfl и их формализации в виде исчислений бинарных выводимостей. Особенностью определения следования для этих логик является прямое сохранение истинности и неложности от посылок к заключению. Поскольку эти логики являются расширениями FDE, при их формализации в виде исчисления бинарных выводимостей приходится различать выводимости FDE и выводимости,

относящиеся к самому расширению. Благодаря этому показано, например, что привычное правило введения дизъюнкции слева имеет место в FDE, но не имеет места в Etl, и объяснено, почему так происходит. В других существующих формулировках логики Etl в терминах выводимостей из множества формул упомянутое свойство исчисления явно не проявляется.

В третьей главе автор обращается к семантическому аппарату обобщенных описаний состояний, чтобы в их терминах сформулировать адекватные семантики для логики Приста, логики Клини, Etl и Nfl. Предложенные семантики возникают вполне естественно из-за богатого потенциала, заложенного в обобщенные описания состояний и технику их применения при семантическом анализе.

Относительно представленного текста диссертации необходимо сделать следующие критические замечания.

Стр. 16 Неправильное определение паранепротиворечивых и парapolных логик.

«Логика L называется **паранепротиворечивой**, если $\vdash_L (\models_L)$ **импловивно** (из любой формулы следует $A \vee \neg A$). Логика L называется **парapolной**, если $\vdash_L (\models_L)$ **экспловивно** (из противоречия следует любая формула)».

Определение неправильное. Необходимо термины “импловивный” и “экспловивный” поменять местами и перед каждым из них поставить отрицательную частицу “не”. Правильным будет:

«Логика L называется **паранепротиворечивой**, если $\vdash_L (\models_L)$ **НЕ ЭКСПЛОВИВНО**. Логика L называется **парapolной**, если $\vdash_L (\models_L)$ **НЕ ИМПЛОВИВНО**».

Не понятно, для чего вообще автору необходимо это определение, так как оно не используется в дальнейшем изложении и не влияет на полученные результаты.

Определение 1.10. Обозначим через **BL** исчисление, определяемое следующим множеством правил (без аксиом), где $p, q, r \in Prop$:

$$\begin{array}{c}
 \frac{p \wedge q}{p} (R1) \quad \frac{p \wedge q}{q} (R2) \quad \frac{p \quad q}{p \wedge q} (R3) \quad \frac{p}{p \vee q} (R4) \\
 \\
 \frac{p \vee q}{q \vee p} (R5) \quad \frac{p \vee p}{p} (R6) \quad \frac{p \vee (q \vee r)}{(p \vee q) \vee r} (R7) \\
 \frac{p \vee (q \wedge r)}{(p \vee q) \wedge (p \vee r)} (R8) \quad \frac{(p \vee q) \wedge (p \vee r)}{p \vee (q \wedge r)} (R9) \quad \frac{p \vee r}{\sim \sim p \vee r} (R10) \\
 \\
 \frac{\sim \sim p \vee r}{p \vee r} (R11) \quad \frac{\sim (p \vee q) \vee r}{(\sim p \wedge \sim q) \vee r} (R12) \quad \frac{(\sim p \wedge \sim q) \vee r}{\sim (p \vee q) \vee r} (R13) \\
 \\
 \frac{\sim (p \wedge q) \vee r}{(\sim p \vee \sim q) \vee r} (R14) \quad \frac{(\sim p \vee \sim q) \vee r}{\sim (p \wedge q) \vee r} (R15)
 \end{array}$$

Замечание 1.11. Обсуждение понятия вывода для системы **BL** проводится в параграфе 2.2.

Доказана следующая теорема (см. [81, 46])

Теорема 1.12. Для всяких $\Gamma \cup \{\varphi\} \subseteq Form$ верно, что

$$\Gamma \models_{BL} \varphi \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{BL} \varphi.$$

Некритическое отношение к источникам, особенно зарубежным. У многих начинающих логиков заметна тенденция считать все опубликованное в зарубежных журналах истиной в последней инстанции. Увы, но и там много ошибок, которые следует выявлять, а не воспроизводить. Тем более неуместны оправдания ссылками на то, что так где-то кто-то написал. Это еще можно простить студентам, лишь приступающим к изучению тех или иных наук, но непростительно для самостоятельных исследователей, которые одни несут ответственность за все ими написанное. Данное утверждение теоремы неверно, поскольку в семантике имеет место следование $p \models_{BL} p \wedge r \wedge r$, а в исчислении **BL** выводимость $p \vdash_{BL} p \wedge r \wedge r$ очевидным образом не имеет места, поскольку ни одно из правил вывода не содержит в заключении формулы с двумя конъюнкциями.

Дано описание процедуры обобщения Приста. $S_{n+1}=P(S_n)/\emptyset$, но вычитание пустого множества из любого другого ничего не изменяет.

Должно быть $S_{n+1} = P(S_n) \setminus \{\emptyset\}$.

Утверждение 2.5. Для всяких $A, B \in \text{Form}$ верно, что

$$A \models_{\text{fde}} B \Rightarrow A \models_{\text{etl}} B$$

Доказательство. Будем рассуждать по контрапозиции. Допустим, что $A \not\models_{\text{etl}} B$. Используя определение 2.3, получаем, что существует такая оценка v , что $T \in v(A)$, $F \notin v(A)$, и $T \notin v(B)$ или $F \in v(B)$.

Пусть $F \in v(B)$.

Если при этом $T \in v(B)$, то, согласно лемме 4 из [11, стр. 136] и, используя то, что $T \in v(A)$, $F \notin v(A)$, получаем, что $A \not\models_{\text{fde}} B$. Действительно, интересной особенностью

1. Совершенно не понятен ход рассуждения, так как если $T \in v(B)$, то по определению следования $A \models_{\text{fde}} B$. Следовало написать иначе: «Допустим, что $T \in v(B)$. Тогда ... приходим к противоречию, на основании которого заключаем, что $T \notin v(B)$ и, следовательно, $A \not\models_{\text{fde}} B$ ».
2. Доказательство не замкнуто. Что за лемма 4 по ссылке [11, стр. 136] и почему из нее следует требуемое автору заключение? Для читателя это совершенно не понятно. Нужно было бы хотя бы привести формулировку этой леммы, а не ссылаться на внешний источник, к которому читатель может не иметь доступа. А так приходится верить автору на слово.
3. Доказательство не завершено. Не рассмотрен пусть и простой, но необходимый случай $T \notin v(B)$. Когда читаешь работы мэтров логики (Чёрча, Клини и др.), то сразу бросается в глаза, что для них не существует мелочей, они все случаи рассматривают и доказывают, какими бы простыми эти случаи ни были. Потому они и стали мэтрами.

Определение 2.7. Выводом P в системе $\mathbf{PR}_{\text{etl}}$ называем *дерево*, состоящее из формул языка $\mathcal{L}$, где каждая формула, кроме самой нижней, является посылкой некоторого правила из $\mathbf{PR}_{\text{etl}}$, нижняя формула которого также принадлежит P .

Данное определение, фактически, является некоторой разновидностью стандартных определений вывода для натуральных или секвенциальных исчислений¹³.

Не определено, что такое *дерево*. Достаточно открыть работу В.А. Смирнова, на которую ссылается автор, чтобы убедиться, предложенное определение не является разновидностью того, что писал Смирнов.

Определение 2.8. Самые верхние формулы в P называем посылками вывода. Очевидно, что любой вывод P в $\mathbf{PR}_{\text{etl}}$ имеет единственную формулу, расположенную ниже всех остальных формул из P . Такую формулу будем называть заключением вывода P . Вывод с формулой φ в заключении также будем называть выводом формулы φ . Формула φ называется выводимой в $\mathbf{PR}_{\text{etl}}$, если существует её вывод в $\mathbf{PR}_{\text{etl}}$.

1. Определение крайне неудачно. Это вообще не определение а описание – операция, похожая на определение. Неуместным является употребление в теле определения выражения «Очевидно, что...».
2. Согласно данному описанию, в исчислении $\mathbf{PR}_{\text{etl}}$ выводима любая формула, и потому понятие *формулы* равнообъемно с понятием *выводимой формулы*.
3. Для целей дальнейшего изложения имело бы смысл определить отношение выводимости $\Gamma \vdash_{\mathbf{PR}} \varphi$, но этого не сделано.

Стр.43.

«... определение отношения выводимости $\Gamma \vdash_{PR} \phi$, как отношения типа *Set-Fmla* предполагает имплицитное использование перестановки и **уточнения**, т.к. Γ является множеством формул».

Некорректность предыдущих определений 2.7 и 2.8 приводит к ложным утверждениям.

1. Отношение $\Gamma \vdash_{PR} \phi$ в тексте не определено. Поэтому делать какие-либо утверждения о нем некорректно.
2. Даже если определить это отношение (это сделать можно), а не довольствоваться интуитивным описанием, то в зависимости от конкретного определения правило **уточнения** может иметь, а может и не иметь места. См. В.А. Смирнов «Формальный вывод и логические исчисления» стр.52-56.

Стр.44.

Доказана следующая теорема [87, Theorem 2.6., Theorem 3.3.].

Теорема 2.11. Для всяких $\Gamma \cup \{\phi\} \subseteq \text{Fom}$ верно, что

$$\Gamma \vdash_{PR} \phi \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{etl} \phi.$$

По ссылке теорема 2.6 доказана для других исчислений, которые к тому же формулируются в терминах схем формул и схем правил, а не так, как формулируется система PR в диссертации:

BL and $\vdash_H$ are deductively equivalent in the sense that they determine one and the same set of consequences of the set–formula type:

THEOREM 2.6. $\Gamma \vdash_{BL} \psi \Leftrightarrow \Gamma \vdash_H \psi$.

А теорема 3.3 – это теорема о полноте **Etl**.

THEOREM 3.3. $\Gamma \vDash_{etl} \psi \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{etl} \psi$.

К тому же утверждение $\Gamma \vdash_{PR} \phi \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{etl} \phi$ само по себе не верно, так как в исчислении **HGetl** имеет место выводимость $p \vdash p \wedge p \wedge p$, а в **PRetl** – нет.

Теорема 2.15. Для всяких $A, B \in \text{Form}$ верно, что

$$A \vdash_2 B \Rightarrow A \models_{\text{etl}} B.$$

Доказательство. Семантическая непротиворечивость доказывается с применением возвратной индукцией по параметру s , указывающему на ранг соответствующего утверждения $A \vdash_2 B$ в выводе. Для обоснования базисного случая необходимо показать, что все аксиомы явля-

Что такое **ранг** утверждения $A \vdash_2 B$ в выводе? Если вывод имеет вид последовательности, то обычно говорят о длине вывода. Чем ранг отличается от длины? Это отнюдь не праздный вопрос, поскольку в логике Etl в выводах могут одновременно встречаться бинарные выводимости с индексом 1 и с индексом 2. В данном случае речь идет лишь о выводимостях с индексом 2. Может быть, учитываются лишь они, и потому их ранг – это вовсе не то же самое, что и длина? Определения ранга нет, но доказательство по нему проводится.

«Индуктивное допущение: пусть теорема справедлива для утверждения $A \vdash_2 B$, ранг которого меньше ранга s , где s - ранг рассматриваемого утверждения. Таким образом, доказательство данной теоремы тривиально».

1. Теорема не доказана, так как не определено, что такое **ранг** утверждения $A \vdash_2 B$ в выводе. Без этого текст теряет смысл.
2. Слово «*тривиально*» – сорняк. Как может быть доказательство данной теоремы *тривиальным*, если она не доказана в силу неопределенности используемых понятий?

Полнота системы L_{etl} относительно семантики **ETL** доказывается методом канонических моделей.

Определение 2.17. Для всякой простой теории τ и всякой $p_i \in P_{\text{гор}}$ определим каноническую оценку v_{etl}^c :

$$1. v_{etl}^c(p_i) = \mathbf{T} \Leftrightarrow p_i \in \tau \text{ и } \sim p_i \notin \tau;$$

$$2. v_{etl}^c(p_i) = \mathbf{B} \Leftrightarrow p_i \in \tau \text{ и } \sim p_i \in \tau;$$

$$3. v_{etl}^c(p_i) = \mathbf{N} \Leftrightarrow p_i \notin \tau \text{ и } \sim p_i \notin \tau;$$

$$4. v_{etl}^c(p_i) = \mathbf{F} \Leftrightarrow p_i \notin \tau \text{ и } \sim p_i \in \tau;$$

В определении 2.17, поскольку простые теории системы L_{etl} замкнуты относительно введения конъюнкции и $|-_2$, а в L_{etl} имеет место бинарная выводимость $A \wedge \sim A |-_2 B$, то всякая теория, содержащая некоторую формулу и ее отрицание, становится тривиальной, и все формулы получают оценку **B**. В результате этого многие пункты доказательства следующей Леммы 2.18 проваливаются, и она остается недоказанной.

Докажем аналог леммы Линденбаума.

Лемма 2.19. Если $A \not\vdash_2 B$, то существует множество формул τ такое, что (1) $A \in \tau$, $\sim A \notin \tau$ и $B \notin \tau$, и (2) τ является простой теорией, замкнутой относительно $\vdash_1$.

Доказательство. Наша задача — описать процедуру конструирования максимальной теории.

Аналог леммы Линденбаума не доказан. Ее можно доказать, но то, что предложено в качестве доказательства, доказательством не является. Критическая ошибка заключена в процедуре построения максимальной теории.

Стр.66

Вернемся к более привычной семантике. Итак, обозначим через $\models_x$ следование из Определения 2.23 и через $\models_y$ следование из Определения 2.24. Совершенно очевидно, что эти отношения эквивалентны.

Утверждение 2.25. Для всяких $A, B \in \text{Fom}$ верно, что

$$A \models_x B \Leftrightarrow A \models_y B.$$

Доказательство. Требуется доказать два утверждения: (1) $A \models_x B \Rightarrow A \models_y B$ и (2) $A \models_y B \Rightarrow A \models_x B$. Рассмотрим одно из них. Докажем (1). Методом от противного. Допустим, что $A \models_x B$, но $A \not\models_y B$. Из того, что $A \not\models_y B$, по определению 2.23, получаем, что существует такая оценка v , что $v(B) = \mathbf{F}$ и $v(A) \neq \mathbf{F}$. Из того, что $v(B) = \mathbf{F}$, используя определение функции

Так какому же определению соответствует следование $\models_y$?

Стр.67-71.

Поскольку леммы и теоремы для логики Nfl приводятся без доказательств, то убедиться в их корректности не представляется возможным. Учитывая, что при доказательстве дается ссылка на недоказанный аналог леммы Линденбаума, то полнота Nfl не доказана, хотя это сделать можно.

Стр. 69

Система $L_{\text{нл}}$ представляет из себя упорядоченную тройку $(\mathcal{L}, \vdash_1, \vdash_2)$, где $\mathcal{L}$ — определенный ранее пропозициональный язык, а $\vdash_1$ и $\vdash_2$ — бинарные рефлексивные отношения,

Обозначение отношения $\vdash_2$ уже использовалось в логике Etl. Налицо нарушение закона тождества, что и приводит на Стр.93 к недоразумению.

Следствие 3.26. Система L_{etl} адекватно аксиоматизирует отношение $\models_{\text{ETL}}$, то есть для всяких $A, B \in \text{Form}$ верно, что

$$A \models_{\text{ETL}} B \Leftrightarrow A \vdash_2 B.$$

Следствие 3.27. Система L_{nfl} адекватно аксиоматизирует отношение $\models_{\text{NFL}}$, то есть для всяких $A, B \in \text{Form}$ верно, что

$$A \models_{\text{NFL}} B \Leftrightarrow A \vdash_2 B.$$

Любой логически грамотный человек сделает отсюда вывод, что $A \models_{\text{ETL}} B \Leftrightarrow A \models_{\text{NFL}} B$, а это, разумеется, не верно. А причина, как было уже сказано, в нарушении закона тождества. Знак “ $\vdash_2$ ” на расстоянии всего в три строки употребляется в двух разных смыслах.

Стр.72-74

Напомним, что система **FDE** представляет из себя упорядоченную пару $(\mathcal{L}, \vdash)$, где $\mathcal{L}$ – используемый нами пропозициональный язык, а отношение выводимости $\vdash$ замкнуто относительно соответствующих аксиомных схем и правил вывода. Для получения искомых расширений мы будем расширять её за счет добавления еще одного отношения выводимости, которое замкнуто относительно тех или иных комбинаций аксиомных схем и правил, приведенных выше. Теперь семейство логик первого уровня может быть дополнено новыми логиками следующим образом. (Запись $\{\vdash \mid A_i, R_i, \dots\}$ означает «отношение выводимости, характеризующее аксиомными схемами и правилами $A_i, R_i, \dots$ »).

Легко показать, что эти аксиомы позволяют получить те же самые расширения. Тогда множество этих расширений может быть описано следующим образом:

1. $\mathbf{FDE}^+(\sim A \wedge (A \vee B) \vdash \sim B \vee (B \wedge A)) = \mathbf{RM}_{\mathbf{fde}}$;
2. $\mathbf{FDE}^+(\sim A \wedge (A \vee B) \vdash B) = \mathbf{K}_3$;
3. $\mathbf{FDE}^+(B \vdash \sim A \vee (A \wedge B)) = \mathbf{LP}$;
4. $\mathbf{FDE}^+(\sim A \wedge (A \vee B) \vdash B) + (B \vdash \sim A \vee (A \wedge B)) = \mathbf{TV}$.

В чем смысл знака “+”? Наверное, в том, что дополнительные аксиомы добавляются к отношению “ $\vdash$ ” и оно замыкается относительно выводимости. Но в определении **FDE** как пары $\langle L, \vdash \rangle$ нет указания на правила вывода, относительно которых производится замыкание. Более корректным было бы определить FDE как тройку $\langle L, R, Ax \rangle$, и тогда, например, $\mathbf{FDE}^+(\sim A \wedge (A \vee) \vdash B)$ означало просто $\langle L, R, Ax \cup \{(\sim A \wedge (A \vee) \vdash B)\} \rangle$.

этом вопрос, приведем общий список аксиомных схем и правил вывода, которые требуется добавлять к базисной системе **FDE**.

$$(\mathbf{DS}). \sim A \wedge (A \vee B) \vdash B \quad (\mathbf{DDS}). B \vdash \sim A \vee (A \wedge B)$$

$$(\mathbf{MDS}). \sim A \wedge (A \vee B) \vdash \sim B \vee (B \wedge A)$$

$$(\mathbf{R}_t). A \vdash_1 B; B \vdash_1 C / A \vdash_1 C \quad (\mathbf{R}_\wedge). A \vdash_1 B; A \vdash_1 C / A \vdash_1 B \wedge C$$

$$(\mathbf{R}_\vee). A \vdash_1 C; B \vdash_1 C / A \vee B \vdash_1 C \quad (\mathbf{R}_\star). A \vdash_1 B / A \vdash_2 B.$$

Бинарные выводимости DS, DDS, MDS не содержат индексов, а следующие за ними правила требуют, чтобы у выводимостей индексы были.

приведенных выше. Теперь семейство логик первого уровня может быть дополнено новыми логиками следующим образом. (Запись $\{\vdash \mid A_i, R_i, \dots\}$ означает «отношение выводимости, характеризующееся аксиомными схемами и правилами $A_i, R_i, \dots$ »).

1. $\mathbf{FDE} \cup \{\vdash_2 \mid DS, R_t, R_\wedge, R_\star\} = L_{\text{etl}};$
2. $\mathbf{FDE} \cup \{\vdash_2 \mid DDS, R_t, R_\vee, R_\star\} = L_{\text{nfl}};$
3. $\mathbf{FDE} \cup \{\vdash_2 \mid Ab, R_t, R_\wedge, R_\star\} = L_{\text{etl}}^-;$
4. $\mathbf{FDE} \cup \{\vdash_2 \mid Tr, R_t, R_\vee, R_\star\} = L_{\text{nfl}}^-;$

Теперь при задании логик используется другой знак “ $\cup$ ” – знак объединения двух множеств. Если автор использует другой знак, то можно предположить, что в этом скрыт какой-то новый смысл.

Вопрос – что такое $\{\vdash_2 \mid DS, R_t, R_\wedge, R_\star\}$? Можно предположить, что это множество $\{\sim A \wedge (A \vee B) \vdash_2 B\}$, замкнутое относительно правил $R_t, R_\wedge$ и $R_\star$, но ни одно из этих правил к $\sim A \wedge (A \vee B) \vdash_2 B$ неприменимо, так как в посылках правил фигурирует отношение $\vdash_1$.

По-видимому, в правилах R_t и $R_\wedge$ отношение $\vdash_1$ нужно заменить на $\vdash_2$, а в правиле $R_\star$ все оставить без изменения. Но это лишь догадки.

И даже в этом случае бессмысленно говорить о простом объединении двух множеств $\mathbf{FDE} \cup \{\vdash_2 \mid DS, R_t, R_\wedge, R_\star\}$, которое автор, возможно, понимает как $\langle L, \vdash_1 \cup \{\vdash_2 \mid DS, R_t, R_\wedge, R_\star\} \rangle$. Желаемого результата не получится. Нужно еще очень аккуратно определить замыкание множества $\vdash_1 \cup \{\vdash_2 \mid DS, R_t, R_\wedge, R_\star\}$.

Классическим описанием состояний будем называть такое описание состояний α , которое удовлетворяет следующим условиям:

I. $\forall p_i \in Prop (p_i \in \alpha \text{ или } \sim p_i \in \alpha)$;

II. $\forall p_i \in Prop \neg(p_i \in \alpha \text{ и } \sim p_i \in \alpha)$.

Обобщенным описанием состояний будем называть такое описание состояний α , которое не удовлетворяет условиям (I) и (II), то есть может быть пустым и противоречивым.

Согласно данному определению, мн-во обобщенных описаний состояний – это

$$\{\alpha \mid \text{не-(I), не-(II), } \alpha \subseteq \text{Literals}\}$$

1) Если обобщенное описание состояний не удовлетворяет (II), то оно противоречиво и потому **не может быть пустым**.

2) Если эти описания состояния названы *обобщенными*, то **обобщением чего они являются?** Напомню, что обобщение понятия – это переход от понятия меньшего объема к понятию большего объема. У Е.К. Войшвилло совсем другое понимание множества обобщенных описаний состояний:

$$\{\alpha \mid (I), (II), \alpha \subseteq \text{Literals}\} \subseteq \{\alpha \mid (I), \alpha \subseteq \text{Literals}\} \subseteq \{\alpha \mid \alpha \subseteq \text{Literals}\}$$

классические

$\perp$ -*обобщенные*

обобщенные

или

$$\{\alpha \mid (I), (II), \alpha \subseteq \text{Literals}\} \subseteq \{\alpha \mid (II), \alpha \subseteq \text{Literals}\} \subseteq \{\alpha \mid \alpha \subseteq \text{Literals}\}$$

классические

T-*обобщенные*

обобщенные

Переход от классических к обобщенным описаниям состояния происходит не за счет замены условий (I) и (II) их отрицаниями, а за счет отбрасывания этих условий.

При использовании сложного термина его составные части несут дополнительную информацию о значении этого термина. В данном случае мы имеем дело с использованием сложного термина “*обобщенное описание состояния*”, составные части которого лишь вводят в заблуждение о возможном значении.

Стр.80.

Для удобства восприятия последующих доказательств введем соответствующую нотацию. Пусть запись $|A|_\alpha = t$ является сокращением для $(t \in v_\alpha(A) \text{ и } f \notin v_\alpha(A))$, а запись $|A|_\alpha = f$ – для $(t \notin v_\alpha(A) \text{ и } f \in v_\alpha(A))$. Принятые обозначения позволяют сформулировать условия истинности для наших логик в виде следующей леммы.

Очень неудачное обозначение. Благодаря использования знака равенства « $=$ » оно создает иллюзию, что $|A|_\alpha$ – это функция. На самом деле это не функция, а именно типографское *сокращение* для более длинного выражения.

Стр.82.

Определение 3.7. Для всякой $p_i \in \text{Prop}$, и для всякой простой теории β в логике L определим каноническую оценку $|\cdot|_\beta^c$:

$$1. |p_i|_\beta^c = t \Leftrightarrow p_i \in \beta \text{ и } \sim p_i \notin \beta;$$

$$2. |p_i|_\beta^c = f \Leftrightarrow p_i \notin \beta \text{ и } \sim p_i \in \beta.$$

Что такое каноническая оценка $|\cdot|_\beta^c$? Функция оценки на стр.79 – это функция определенная на всех переменных из Prop и на всех описаниях состояния, принимающая значения в $\{\emptyset, \{t\}, \{f\}, \{t, f\}\}$.

1. В определении 3.7 каноническая оценка $|\cdot|_\beta^c$ не определена на переменных, для которых имеет место $(p_i \in \beta \text{ и } \sim p_i \in \beta)$ или $(p_i \notin \beta \text{ и } \sim p_i \notin \beta)$. Понятно, что для доказательства следующей леммы этот случай не играет никакой роли, но определение функции в любом случае остается неправильным.
2. Для функции канонической оценки используется то же обозначение, которое ранее использовалось в качестве типографского сокращения.

Лемма 3.9. Если $A \not\vdash_{K_3} B$, то существует такое множество формул τ , что (1) $A \in \tau$ и $\sim A \notin \tau$, и $B \notin \tau$, и (2) τ есть непротиворечивая простая теория, замкнутая относительно $\vdash_{K_3}$.

Это аналог леммы Линденбаума для логики КЗ. Как и в предыдущих случаях для Логик EtI и NfI, лемма не доказана, хотя ее и можно доказать. Критическая ошибка заключена в процедуре построения простых теорий.

Без этой леммы теорема 3.10 о полноте КЗ не доказана, хотя имеет место.

Лемма 3.15. Если $A \not\vdash_{LP} B$, то существует такое множество формул τ , что (1) $B \notin \alpha$ и $\sim B \in \alpha$, и $A \in \alpha$, и (2) τ является простой теорией, замкнутой относительно $\vdash_{LP}$.

Доказательство. Аналогично лемме 3.9

□

Это аналог леммы Линденбаума для логики LP. Как и в предыдущих случаях для Логик EtI и NfI, лемма не доказана, хотя ее и можно доказать. Критическая ошибка заключена в процедуре построения простых теорий.

Без этой леммы теорема 3.17 о полноте LP не доказана, хотя имеет место.

Как видим, диссертационное исследование не лишено недостатков. Но требовать абсолютной безупречности было бы несправедливо по отношению к будущему кандидату наук. Более глубокое понимание различных разделов логики, опора не только на интуицию, но в первую очередь на грамотное использование методов логики в метаязыке приходит со временем. И на Солнце есть пятна. Хотелось бы пожелать автору учесть все сделанные замечания, проанализировать их и в будущем быть более точным и аккуратным при изложении своих мыслей. Ведь именно в этом и заключается одна из основных целей логики как науки.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 09.00.07 – «Логика»

(по философским наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Александр Александрович Беликов заслуживает присуждения ученой степени кандидата философских наук по специальности 09.00.07 – «Логика».

Официальный оппонент:

Доктор философских наук,
ведущий научный сотрудник
Института философии РАН
Шалак Владимир Иванович



6 сентября 2018 г.

Контактные данные:

тел.: 7 (919) 779-08-31

e-mail: shalack@mail.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация: 09.00.07 – Логика

Адрес места работы:

109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1

Институт философии РАН

Тел.: 7 (495) 697-91-09

e-mail: iph@iph.ras.ru



Подпись Шалака В.И.
ЗАВЕРЯЮ:
Зав. отделом кадров Института
философии РАН Е.Кравец