

**МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОТИВОБОРСТВА
В СОЦИУМЕ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ ФУНКЦИЕЙ
ДЕСТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ**

© 2018 г. *А.П. Михайлов¹, А.П. Петров¹, О.Г. Прончева^{1,2}*

¹ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

² Московский физико-технический институт (Государственный университет)
olga.proncheva@gmail.com

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 16-01-00306, 17-01-00390).

Рассматривается модель информационного противоборства в социуме при отсутствии забывания информации индивидами в случае, когда одна из сторон периодически дестабилизирует систему путем кратковременного скачкообразного повышения интенсивности вещания средств массовой информации. Модель имеет вид системы двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с периодической разрывной правой частью. Построена асимптотика первого порядка по малому параметру, приведен численный пример, иллюстрирующий качественное поведение решения и близость построенной асимптотики к точному решению.

Ключевые слова: математическое моделирование социальных процессов, информационное противоборство, обыкновенные дифференциальные уравнения, асимптотическое решение, численный эксперимент.

**A MODEL OF INFORMATION WARFARE IN A SOCIETY
WITH A PIECEWISE CONSTANT PERIODIC FUNCTION
OF DESSTABILIZING IMPACT**

A.P. Mikhailov¹, A.P. Petrov¹, O.G. Proncheva^{1,2}

¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS olga.proncheva@gmail.com

² Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

The model of information warfare in society is considered in the absence of forgetting information by individuals in the case when one of the parties periodically destabilizes the system by means of a short-term jump in the increase in the intensity of broadcasting of the mass media. The model has the form of a system of two nonlinear ordinary differential equations with periodic discontinuous right-hand side. The asymptotics of the first order in a small parameter is constructed, a numerical example illustrating the qualitative behavior of the solution and the closeness of the constructed asymptotics to the exact solution is given.

Key words: mathematical modeling of social processes, information warfare, ordinary differential equations, asymptotic solution, numerical experiment.

1. Введение

Настоящая работа лежит в русле исследований, начатых в публикациях [1,2], в которых была предложена базовая модель информационного нападения, основанная на следующих положениях. Социум численности N предполагается однородным, и распространение информации в нем происходит через СМИ и путем межличностной коммуникации.

Эмпирическое основание для качественного обоснования данного положения дается в работе [3], посвященной исследованию влияния СМИ на геноцид в Руанде в ходе межэтнических столкновений в 1994 году. В ней было показано, что наиболее интенсивные этнические чистки происходили в деревнях, принимавших радиостанцию RTLM, пропагандирующую насилие, а также в деревнях, соседних с ними. Отсюда был сделан вывод о наличии двух механизмов передачи информации: через радиостанцию и при межличностном общении жителей соседних деревень.

Базовая модель информационного нападения [1,2] имеет вид

$$\frac{dX}{dt} = (\alpha + \beta X)(N - X), \quad X(0) = 0. \quad (1)$$

Здесь $X(t)$ – численность адептов (индивидов, владеющих информацией и распространяющих ее) в момент времени t , параметры α, β характеризуют, соответственно, интенсивность распространения информации через СМИ и путем межличностной коммуникации.

Модель информационного противоборства, построенная на основе модели (1), предполагает, что в социуме присутствуют два источника информации. Они являются антагонистическими в том плане, что индивид, ставший адептом одной из сторон противоборства (далее именуемых партиями), становится в то же время невосприимчив к информации другой партии. Базовая модель информационного противоборства [4,5] имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 X)(N - X - Y), \\ \frac{dY}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 Y)(N - X - Y), \\ X(0) &= X^0, \quad Y(0) = Y^0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь X, Y – численности адептов первой и второй партий, нижние индексы $i = 1, 2$ у параметров α_i, β_i соответствуют номерам этих партий. Основным результатом работ [4,5] состоит в получении так называемого условия по-

беды. Именно, показано, что если параметры модели удовлетворяют неравенству

$$\frac{\beta_1}{\ln[(2\alpha_1 + \beta_1 N) / (2\alpha_1 + 2\beta_1 X(0))]} > \frac{\beta_2}{\ln[(2\alpha_2 + \beta_2 N) / (2\alpha_2 + 2\beta_2 Y(0))]},$$

то $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) > \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t)$, то есть победу в информационном противоборстве одерживает первая партия. Обратный знак у неравенства означает победу второй партии.

Указанные базовые модели развивались по ряду направлений. Так, в [6] базовая модель противоборства была усложнена путём включения дополнительных факторов: неполного охвата социума СМИ, двухшагового усвоения информации и забывания информации.

Кратко укажем некоторые другие подходы к моделированию распространения информации в социуме. Ранние модели предложены в [7,8]. В них, в частности, предполагается, что имеется группа индивидов (стифлеры, «глушителы» информационного потока), которые знакомы с информацией, но не передают ее другим. Этот класс возникает вследствие положения о том, что человеку свойственно «уставать» от информации, т.е. модель поведения выглядит следующим образом. Получив некоторое новое для себя информационное сообщение, индивид начинает распространять эту новость далее (в терминах указанных работ он переходит из категории игнорантов в категорию спредеров, т.е. распространителей). Однако, встретив другого индивида, уже ознакомленного с этой информацией, он приходит к выводу, что она уже больше не является новостью, и перестает ее распространять (т.е. переходит в категорию стифлеров). При этом в [7] изучается модель, в которой встреча двух спредеров приводит к тому, что они оба становятся стифлерами, а в [8] – только один из них. Эти работы породили значительную литературу, насчитывающую десятки статей. Основной вопрос этих моделей состоит в том, чтобы определить количество игнорантов в конце процесса. Ответ имеет следующий вид: если начальное количество спредеров равно одному, то конечное (при бесконечно большом времени) количество игнорантов в обеих моделях равно примерно 0.203 от общей численности. В [9,10] для модели работы [7] изучался также вопрос о финальном количестве игнорантов в случае, если начальное количество спредеров больше единицы. Показано, в частности, что если в начальный момент почти все индивиды относятся к классу распространителей, то класс игнорантов в конце процесса составляет примерно 1/e от своей начальной

численности. Социологический смысл данного результата можно пояснить следующим образом. Повседневный опыт говорит, что когда циркуляция слуха в обществе заканчивается, то в нем, как правило, остаются довольно многочисленные игноранты. Модели [7,8] объясняют это тем, что все спредеры, ввиду коммуникаций между собой и со стифлерами, сами становятся стифлерами, не успев передать слух оставшимся игнорантам (так называемый стифлинг-эффект).

На наш взгляд, данное объяснение является неудовлетворительным, поскольку оно объясняет прекращение циркуляции слуха лишь системой коммуникаций между индивидами, полностью игнорируя характер информационного сообщения, которое передается посредством слуха. Другими словами, в соответствии с указанными моделями, каждый из многочисленных и разнообразных слухов должен охватить одну и ту же долю населения. На самом деле, как повседневный опыт, так и эмпирические исследования показывают, что некоторые слухи захватывают более широкую публику (и распространяются гораздо быстрее), чем другие. Более того: некоторые слухи могут охватывать практически все взрослое население какой-нибудь страны, в то время как многие информационные сообщения прекращают циркуляцию уже после второго или третьего спредера, т.е. фактически даже не становятся слухами в обыденном смысле этого слова. Это говорит о том, что влияние стифлинг-эффекта на распространение информации в социуме, на самом деле, довольно мало и им можно пренебречь. По этой причине рассматриваемые в данной работе модели (1),(2) не содержат стифлинг-эффекта.

Наконец, совсем кратко укажем еще на некоторые направления в области математического моделирования в социуме. Изучению процессов распространения информации в социальных сетях, борьбе за влияние и доминирующее мнение в них посвящены многочисленные работы – в качестве примеров можно указать [11-13]. Довольно редкий пример моделирования распространения слухов с опорой на конкретный социальный механизм представляет работа [14]. В ней построена модель распространения информации, акцентированная на механизме «узнал на работе – рассказал в семье, узнал в семье – рассказал на работе». Модели конкурирующих слухов (Competing rumors) известны гораздо меньше, хотя появились также довольно давно, по крайней мере, в 1977 году [15]. Среди современных работ можно указать, например, [16-20]. Модель информационного противоборства [21,22] и основанная на нейрологической схеме традиционной модели подражательного поведения [23,24] предполагает, что противоборствующ-

щие точки зрения уже известны индивиду и ставит в центр внимания процесс выбора той или иной позиции.

2. Постановка задачи

Рассмотрим исходную модель информационного противоборства (2) в случае периодического дестабилизирующего воздействия. Именно, пусть к «фоновой» постоянной интенсивности пропаганды одной из сторон добавляется еще одна, периодическая, компонента. Таким образом, параметр, характеризующий интенсивность распространения информации первой партии через СМИ, имеет вид кусочно-постоянной периодической функции времени:

$$\alpha_1(t) = \begin{cases} \alpha_1^*, & t \in [iT; iT + t_{sw}), \\ \alpha_1^* + h, & t \in [iT + t_{sw}; iT + T), \end{cases} \quad i \in 0 \cup \mathbb{N}, \quad (3)$$

где $\alpha_1^* > 0, h > 0$. Будем также полагать, что интенсивность распространения информации путем межличностной коммуникации – одна и та же для информаций рассматриваемых партий, причем эта интенсивность мала.

Такая ситуация может возникать, когда одна из сторон регулярно переключается с данного противоборства на другие вопросы информационной повестки дня. Например, если оппозиционные СМИ с постоянной интенсивностью освещают вопросы внутренней политики, а провластные СМИ периодически переключают внимание с внутренней политики на внешнюю и обратно. Тогда характер противоборства по вопросам внутренней политики соответствует принятым в данной модели положениям.

Таким образом, изучается система уравнений (2) при $\beta_1 = \beta_2 = \beta \ll 1$, постоянном параметре $\alpha_2 > 0$ и функции $\alpha_1(t)$, задаваемой выражением (3).

Общий план работы состоит в следующем. После предварительной замены переменных решение строится в виде асимптотического разложения по степеням малого параметра β . Для каждого члена асимптотики рассматривается отдельно один период $[kT; kT + T)$ и выводится рекуррентная формула, позволяющая вычислить значения неизвестных функций в первый момент каждого периода через аналогичные значения предыдущего периода. Тем самым, находится искомая асимптотика в нулевом приближении (п.2) и затем – в первом (п.3). Далее в п.4 приводится пример численного исследования модели; при этом, в частности, иллюстрируется близость асимптотики первого порядка к численному решению.

3. Предварительная замена переменных и асимптотика нулевого порядка

Сделаем в системе (2) замену

$$\begin{aligned} X &= -u + \alpha_1^* v, \\ Y &= u + \alpha_2 v. \end{aligned} \quad (4)$$

Цель этой замены состоит в том, чтобы диагонализировать матрицу, выражающую рекуррентную связь между значениями искомым функций в различные моменты времени на промежутке $[kT; kT + t_{sw})$. В результате замены получим из (2) задачу Коши:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1^* + \alpha_2} (\alpha_2 \alpha_1^* - \alpha_1(t) \alpha_2 + \beta (\alpha_1^* + \alpha_2) v) (N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v), \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1^* + \alpha_2} (\alpha_1(t) + \alpha_2 + \beta (\alpha_1^* + \alpha_2) v) (N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v), \\ u(0) &= u^0, \quad v(0) = v^0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $u^0 = (-\alpha_2 X^0 + \alpha_1^* Y^0) / (\alpha_1^* + \alpha_2)$, $v^0 = (X^0 + Y^0) / (\alpha_1^* + \alpha_2)$. Будем искать решение системы (5) в виде асимптотики

$$\begin{aligned} u(t) &= u_0(t) + \beta u_1(t) + o(\beta), \\ v(t) &= v_0(t) + \beta v_1(t) + o(\beta). \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя разложения (6) в систему (5) и приравнивая коэффициенты перед равными степенями β , получим уравнения для нулевого и первого приближения функций $u(t)$ и $v(t)$.

В нулевом приближении имеем

$$\begin{aligned} \frac{du_0}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1^* + \alpha_2} (\alpha_2 \alpha_1^* - \alpha_1(t) \alpha_2) (N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0), \\ \frac{dv_0}{dt} &= \frac{1}{\alpha_1^* + \alpha_2} (\alpha_1(t) + \alpha_2) (N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0), \\ u_0(0) &= u_0, \quad v_0(0) = v_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Ближайшая цель состоит в том, чтобы найти рекуррентные соотношения между значениями функций $u_0(t)$, $v_0(t)$ в моменты времени kT и $kT + T$. Это позволит найти стационарное решение системы (7).

Рассмотрим ее на интервале $[kT; kT + t_{sw})$

$$\begin{aligned} du_0 / dt &= 0, \\ dv_0 / dt &= N - (\alpha_1^* + \alpha_2)v_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь мы предполагаем, что значения $u_0(kT), v_0(kT)$ известны. Решая систему (8), получаем

$$\begin{pmatrix} u_0(t) \\ v_0(t) \end{pmatrix} = P(t - kT) \begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} + D_0(t - kT), \quad kT < t < kT + t_{sw}, \quad (9)$$

где

$$P(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t} \end{pmatrix}, \quad D(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2} \left(1 - e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t} \right) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Следовательно, в точке $kT + t_{sw}$ функции $u_0(t), v_0(t)$ принимают значения

$$\begin{pmatrix} u_0(kT + t_{sw}) \\ v_0(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} = P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} + D_0(t_{sw}). \quad (11)$$

Теперь рассмотрим полуинтервал $[Tk + t_{sw}; Tk + T)$. На нем система (7) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{du_0}{dt} &= h\alpha_2 v_0 - \frac{h\alpha_2 N}{\alpha_1^* + \alpha_2}, \\ \frac{dv_0}{dt} &= -(\alpha_1^* + h + \alpha_2)v_0 + \frac{(\alpha_1^* + h + \alpha_2)N}{\alpha_1^* + \alpha_2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Решая систему (12) на данном промежутке с начальными условиями (11), получаем

$$\begin{pmatrix} u_0(t) \\ v_0(t) \end{pmatrix} = Q(t - t_{sw} - kT) \begin{pmatrix} u_0(kT + t_{sw}) \\ v_0(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} + G_0(t - t_{sw} - kT), \quad (13)$$

$$kT + t_{sw} \leq t < kT + T,$$

где

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{h\alpha_2}{\alpha_1^* + h + \alpha_2} \left(1 - e^{-(\alpha_1^* + h + \alpha_2)t} \right) \\ 0 & e^{-(\alpha_1^* + h + \alpha_2)t} \end{pmatrix},$$

$$G_0(t) = \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2} \left(1 - e^{-(\alpha_1^* + h + \alpha_2)t} \right) \begin{pmatrix} \frac{-h\alpha_2}{\alpha_1^* + h + \alpha_2} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Из (13) нетрудно получить значения функции $u^0(t), v^0(t)$ в точке $kT + T$ и с учетом (11) вывести для них искомое рекуррентное соотношение:

$$\begin{pmatrix} u_0(kT + T) \\ v_0(kT + T) \end{pmatrix} = Q(T - t_{sw})P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} + Q(T - t_{sw})D_0(t_{sw}) + G_0(T - t_{sw}). \quad (15)$$

Таким образом, мы нашли нулевое приближение решения системы (5) и, используя обратную замену к (4), возможно найти нулевое приближение решения системы (2).

Кратко опишем способ нахождения стационарного решения системы (5). Находятся собственные значения λ_1 и λ_2 и соответствующие им собственные векторы ψ_1, ψ_2 матрицы $Q(T - t_{sw})P(t_{sw})$. По базису из этих столбцов проводятся разложения

$$\begin{pmatrix} u^0 \\ v^0 \end{pmatrix} = A_1\psi_1 + A_2\psi_2, \quad Q(T - t_{sw})D_0(t_{sw}) + G_0(T - t_{sw}) = B_1\psi_1 + B_2\psi_2, \quad (16)$$

где коэффициенты A_1, A_2, B_1, B_2 имеют довольно громоздкий вид, но определяются однозначно. Нетрудно получить из (15), (16), что

$$\begin{pmatrix} u_0(kT) \\ v_0(kT) \end{pmatrix} = A_1\lambda_1^k\psi_1 + A_2\lambda_2^k\psi_2 + B_1\psi_1 \sum_{i=0}^{k-1} \lambda_1^i + B_2\psi_2 \sum_{i=0}^{k-1} \lambda_2^i. \quad (17)$$

Переходя в данном выражении к пределу при $k \rightarrow \infty$, получаем

$$\begin{pmatrix} u_0^s \\ v_0^s \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{N}{\left(1 - e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)t_{sw} - (\alpha_1^* + h + \alpha_2)(T - t_{sw})} \right)} \psi_2. \quad (18)$$

Подставив в данное выражение найденные ранее A_1, ψ_2 , произведя замену (4), получим стационарные значения исходных переменных X_0^s, Y_0^s . Они, в частности, обладают свойством $X_0^s + Y_0^s = N$. Таким образом, при $t \rightarrow \infty$ все члены социума становятся распределёнными между соперничающими партиями.

4. Члены асимптотики первого порядка

Вернемся к подстановке асимптотических разложений (6) в систему (5). Задача Коши для функций первого приближения получается путем приравнивания коэффициентов при первой степени малого параметра β . Общая стратегия, как и в случае с нулевым приближением, состоит в нахождении рекуррентной связи между значениями функций первого приближения в моменты времени kT и $kT + T$.

На промежутке $[kT; kT + t_{sw})$ уравнения для функций $u_1(t)$, $v_1(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= u_0(kT) \left(N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0(kT) \right) e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)(t - kT)}, \\ \frac{dv_1}{dt} &= -(\alpha_1^* + \alpha_2) v_1 + \frac{N \left(N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0(kT) \right)}{\alpha_1^* + \alpha_2} e^{-(\alpha_1^* + \alpha_2)(t - kT)} + \\ &+ \left(v_0(kT) - \frac{N}{\alpha_1^* + \alpha_2} \right) \left(N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0(kT) \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Решение системы (19) имеет вид

$$\begin{pmatrix} u_1(t) \\ v_1(t) \end{pmatrix} = P(t - kT) \begin{pmatrix} u_1(kT) \\ v_1(kT) \end{pmatrix} + D_1(t - kT), \quad kT < t < kT + t_{sw},$$

где вектор $D_1(t)$ явным образом выражается через найденные выше функции нулевого приближения. Тогда на конце данного интервала имеем

$$\begin{pmatrix} u_1(kT + t_{sw}) \\ v_1(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} = P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT) \\ v_1(kT) \end{pmatrix} + D_1(t_{sw}). \quad (20)$$

Система уравнений для функций $u_1(t)$, $v_1(t)$ на интервале $[kT + t_{sw}; kT + T)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= h\alpha_2 v_1 + u_0 \left(N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0 \right), \\ \frac{dv_1}{dt} &= -(\alpha_1^* + h + \alpha_2) v_1 + v_0 \left(N - (\alpha_1^* + \alpha_2) v_0 \right). \end{aligned}$$

Ее решение имеет вид

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ v_1(t) \end{pmatrix} &= Q(t - kT - t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT + t_{sw}) \\ v_1(kT + t_{sw}) \end{pmatrix} + G_1(t - kT - t_{sw}), \\ kT + t_{sw} &\leq t < kT + T, \end{aligned}$$

где вектор $G_1(t)$ явным образом выражается через найденные выше функции нулевого приближения. На конце данного интервала имеем

$$\begin{pmatrix} u_1(kT+T) \\ v_1(kT+T) \end{pmatrix} = Q(T-t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT+t_{sw}) \\ v_1(kT+t_{sw}) \end{pmatrix} + G_1(T-t_{sw}). \quad (21)$$

Из (20) и (21) получаем искомую рекуррентную зависимость:

$$\begin{pmatrix} u_1(kT+T) \\ v_1(kT+T) \end{pmatrix} = Q(T-t_{sw})P(t_{sw}) \begin{pmatrix} u_1(kT) \\ v_1(kT) \end{pmatrix} + Q(T-t_{sw})D_1(t_{sw}) + G_1(T-t_{sw}).$$

Как и в нулевом приближении, мы получили рекуррентную зависимость. Таким образом мы можем найти значения функций $u_1(t), v_1(t)$ в каждый момент времени $t > 0$.

5. Численный пример

В настоящем разделе рассмотрим численный пример решения системы (2),(3). Цель состоит в том, чтобы продемонстрировать качественные свойства решения, а также оценить качество построенной асимптотики. Положим

$$\alpha_1^* = 0.06; \quad h = 0.11; \quad \alpha_2 = 0.1; \quad t_{sw} = 1.5; \quad T = 3; \quad \beta_1 = \beta_2 = 0.002; \quad N = 100.$$

При этом при данных значениях параметров механизмы распространения информации сопоставимы.

В [6] получено, что для конкретного, пока не знакомого с информацией ни одной из партий индивида, вероятность p_α получить информацию от СМИ за единичное время связана с параметром α соотношением $\alpha = \ln(1-p_\alpha)^{-1}$. Таким образом, $\alpha_2 = 0.1$ соответствует вероятности $p_2 = 0.095$. Для СМИ первой партии: значения $\alpha_1^* = 0.06$ и $\alpha_1^* + h = 0.17$ соответствуют вероятностям 0.058 и 0.156.

Аналогично, для неосведомленного индивида вероятность p_β получить информацию от другого индивида за единичное время связана с параметром β соотношением $\beta = \ln(1-p_\beta)^{-1}$. Значение $\beta_1 = 0.002$ соответствует вероятности $p_\beta = 0.001998$. Таким образом, если, например, в некоторый момент времени информацию первой партии распространяют 20 индивидов, а информацию второго типа – 50 индивидов (ровно половина рассматриваемой группы), то для каждого из 30 пока неохваченных индивидов вероятность

получить информацию первой партии путем межличностной коммуникации равна $1 - (1 - p_2)^{20} = 0.039$, а информацию второй партии: $1 - (1 - p_2)^{50} = 0.095$.

Заметим, что параметр β является малым по своему содержательному смыслу, так как в реальном социуме индивид имеет возможность получить информацию при межличностном контакте лишь от небольшого количества индивидов, в то время как модель (2) предполагает однородность социума, проводя, тем самым, неявное усреднение по всем индивидам.

На рис.1 представлен график решения задачи Коши (2) при указанных значениях параметров, полученный численно. В целом, ход противоборства можно описать следующим образом: при $0 < t < 1.5$ формируется и нарастает отставание первой партии, при $1.5 < t < 3$ оно сокращается почти до нуля, при $3 < t < 4.5$ снова нарастает, после чего первая партия не только сокращает разрыв, но и выходит вперед. Достижимые при больших значениях времени численности сторонников партий: $X^S = 50.1$, $Y^S = 49.9$.

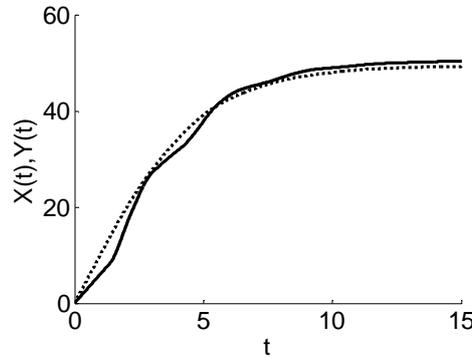


Рис.1. Сплошная линия: $X(t)$; пунктирная линия: $Y(t)$.

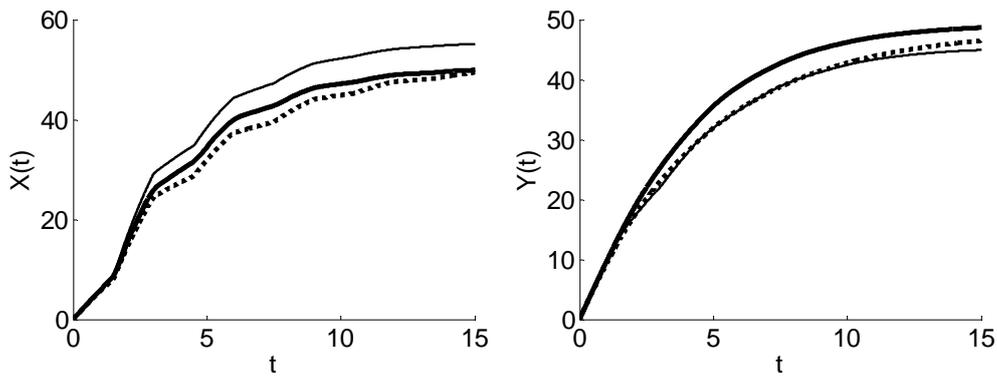


Рис.2. Сплошная толстая линия – решение, полученное численно, сплошная тонкая линия – асимптотика нулевого порядка, пунктир – асимптотика первого порядка.

Эксперименты с другими значениями β показывают, что при увеличении этого параметра колебания кривой $X(t)$ вокруг ее основного тренда становятся менее резкими. Содержательная причина состоит в том, что возрастание β приводит к тому, что большее количество индивидов получает информацию путем межличностной коммуникации и меньшее – от СМИ; тем самым, колебания интенсивности вещания СМИ играют меньшую роль.

На рис.2. представлено сравнение построенной асимптотики с решением, полученным численно. Очевидно, кривые достаточно близки, причем асимптотика (даже нулевого порядка) правильно описывает качественные свойства решения.

Заключение

В настоящей работе рассмотрена модель информационного противоборства в социуме в случае, когда одна из сторон периодически увеличивает интенсивность своей пропаганды на некоторое время, по прошествии которого возвращает его на исходный уровень. В частности, возможна ситуация, когда одну часть каждого периода преимущество в интенсивности пропаганды имеет первая партия, другую часть периода – вторая партия.

Для данной модели построено асимптотическое решение первого порядка по степеням малого параметра, имеющего смысл интенсивности «вещания» одного члена общества (данный параметр мал по сравнению с интенсивностью вещания средства массовой информации). Для каждого члена асимптотики рассматривается отдельный период и выводится рекуррентная формула, позволяющая вычислить значения неизвестных функций в начале каждого периода через аналогичные значения в начале предыдущего периода. Также приведен пример численного исследования модели; при этом, в частности, проиллюстрирована близость построенной асимптотики к численному решению.

Постановка задачи, близкая к данной, рассматривалась в [25], в которой также изучалось влияние периодического дестабилизирующего воздействия вида (3) на ход информационного противоборства. Различие состоит в том, что в указанной работе предполагалось, что индивиды, примкнувшие к какой-либо из противоборствующих сторон и распространяющие ее информацию, могут возвращаться в статус нейтралов. В противоположность этому, в настоящей работе предполагается, что если индивид примкнул к одной из партий, то остается с ней до конца противоборства. Соответствующее различие в результатах состоит в том, что в данной модели численности сторонников партий имеют пределы при $t \rightarrow \infty$, в то время как в [25]

эти численности выходили на периодический режим; в частности, могла возникнуть ситуация, когда одну часть каждого периода преимущество в количестве сторонников имела первая партия, другую часть – вторая партия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.А. Самарский, А.П. Михайлов.* Математическое моделирование. – М.: Физматлит, 1997.
A.A. Samarskii, A.P. Mikhailov. Matematicheskoe modelirovanie. – М.: Fismatlit, 1997.
2. *А.П. Михайлов, Н.В. Ключов.* О свойствах простейшей математической модели пространства информационной угрозы // Математическое моделирование социальных процессов, вып. 4. – М.: МАКС Пресс, 2002, с.115–123.
A.P. Mikhailov, N.V. Kliusov. O svoistvakh prosteishei matematicheskoi modeli rasprostraneniia informatsionnoi ugrozy // Matematicheskoe modelirovanie sotsialnykh protsessov, vyp. 4. – М.: Maks Press, 2002, с.115-123.
3. *D. Yanagizawa-Drott.* Propaganda and Conflict: Evidence from the Rwandan Genocide // The Quarterly Journal of Economics, 2014, 129(4), p.1947–1994. doi: 10.1093/qje/qju020.
4. *Н.А. Маревцева.* Простейшие математические модели информационного противоборства. Серия "Математическое моделирование и современные информационные технологии", вып. 8 // Сборник трудов Всероссийских научных молодежных школ. – Ростов-на-Дону: изд. Южного федерального университета, 2009, с.354–363.
N.A. Marevtseva. Prosteishie matematicheskie modeli informatsionnogo protivoborstva. Serii "Matematicheskoe modelirovanie i sovremennye informatsionnye tekhnologii", vyp.8 // Sbornik trudov Vrerossiiskikh nauchnykh molodezhnykh shkol. – Rostov-na-Donu: izd. Iuzhnogo federalnogo universiteta, 2009, с.354-363.
5. *А.П. Михайлов, Н.А. Маревцева.* Модели информационной борьбы // Математическое моделирование, 2011. т.23, № 10, с.19–32.
англ. пер.: *A.P. Mikhailov, N.A. Marevtseva.* Models of information warfare // Mathematical Models and Computer Simulations, 2011, v.4, №3, p.251–259.
6. *А.П. Петров, О.Г. Прончева.* Исследование моделей информационного нападения и информационного противоборства в структурированном социуме / Математическое моделирование социальных процессов, вып.17. Под ред. А.П. Михайлова. – М.: Эконинформ, 2015, с.136-149.
A.P. Petrov, O.G. Proncheva. Issledovanie modeley informatsionnogo napadeniya i informatsionnogo protivoborstva v strukturirovannom sotsiуме / Matematicheskoe modelirovanie sotsialnykh protsessov, vyp.17. Pod red. A.P. Mikhaylova. – М.: Ekoninform, 2015, s.136-149.
7. *D.J. Daley, D.G. Kendall.* Stochastic Rumors // Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 1964, v.1, p.42–55.
8. *D.P. Maki, M. Thompson.* Mathematical Models and Applications. – Prentice-Hall. Englewood Cliffs, 1973.
9. *S. Belen.* The behaviour of stochastic rumours // PhD Thesis, The University of Adelaide, 2008.
10. *S. Belen, C.E.M. Pearce.* Rumours with general initial conditions. ANZIAM J., 4, 2004, p.393-400.
11. *M. Nekovee, Y. Moreno, G. Bianconi, M. Marsili.* Theory of Rumor Spreading in Complex Social Networks // Physica A, 2007, 374, p.457–470.
12. *M. Kitsak et al.* Identification of influential spreaders in complex networks // Nature physics, 2010, v.6, №11, p.888.

13. *L. Zhao et al.* SIHR rumor spreading model in social networks // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2012, v.391, №7, p.2444-2453.
14. *В.А. Шведовский.* Моделирование распространения информации в смежных социальных группах / *Математические методы в социологическом исследовании.* – М.: Наука, 1981, с.207–214.
V.A. Shvedovskii. Modelirovanie rasprostraneniia informatsii v smezhnykh sotsialnykh gruppakh / *Matematicheskie metody v sotsiologicheskom issledovanii.* – М.: Nauka, 1981, s.207-214.
15. *G.K. Osei, J.W. Thompson.* The supersession of one rumour by another // *J. of Applied Probability*, 1977, v.14, №1, p.127-134.
16. *Д.А. Губанов, Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. – М. Физматлит, 2010, 228 с.
D.A. Gubanov, D.A. Novikov, A.G. Chkhartishvili. Sotsialnye seti: modeli informatsionnogo vliianiia, upravleniia i protivoborstva. М. – Fizmatlit, 2010, 228 s.
17. *A.G. Chkhartishvili, D.A. Gubanov.* Analysis of User Influence Types in Online Social Networks: An Example of VKontakte // *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017, Moscow).* – М.: IEEE, 2017, v.1, p.3-5.
18. *V.V. Breer, D.A. Novikov, A.D. Rogatkin.* Mob Control: Models of Threshold Collective Behavior. – Springer, 2017, v.85.
19. *C. Kaligotla, E. Yücesan, S.E. Chick.* An agent based model of spread of competing rumors through online interactions on social media // *Proceedings of the 2015 Winter Simulation Conference*, IEEE Press, 2015, p.3985-3996.
20. *R. Escalante, M.A. Odehna.* Deterministic mathematical model for the spread of two rumors. arXiv:1709.01726 [physics.soc-ph]
21. *А.П. Петров, А.И. Маслов, Н.А. Цаплин.* Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме // *Мат. мод.*, 2015, т.27, № 1, с.137–148. англ. пер.: *A.P. Petrov, A.I. Maslov, N.A. Tsaplin.* Modeling Position Selection by Individuals during Information Warfare in Society // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2016, v.8, №4, p.401–408, doi:10.1134/S2070048216040141. <http://link.springer.com/article/10.1134/S2070048216040141>
22. *A.P. Mikhailov, A.P. Petrov, O.G. Proncheva.* Modeling the effect of political polarization on the outcome of propaganda battle // *Computational mathematics and information technologies*, 2017, №1, p.65–81. <http://cmit-journal.ru/publications/1-2017/>
23. *N. Rashevsky.* Outline of a Physico-mathematical Theory of Excitation and Inhibition // *Protoplasma*, 1933.
24. *N. Rashevsky.* Mathematical Biophysics: Physico-Mathematical Foundations of Biology. – Univ. of Chicago: Chicago Press, 1938.
25. *А.П. Михайлов, А.П. Петров, О.Г. Прончева, Н.А. Маревцева.* Модель информационного противоборства в социуме при периодическом дестабилизирующем воздействии // *Матем. моделирование*, 2017, т.29, №2, с.23–32;
A.P. Mikhailov, A.P. Petrov, O.G. Proncheva, N.A. Marevtseva. A Model of Information Warfare in a Society Under a Periodic Destabilizing Effect // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2017, v.9, №5, p.580–586. DOI: 10.1134/S2070048217050106.

Поступила в редакцию 12.02.2018.