

УДК 550.383

**НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ КРИВЫХ МТЗ  
С УЧЕТОМ СФЕРИЧНОСТИ ЗЕМЛИ**

*Э. Б. Файнберг, Л. П. Лагутинская*

Изучение глубинного строения Земли магнитотеллурическими методами (МТЗ) требует увеличения периодов используемых вариаций естественного электромагнитного поля. Так как длина волн при этом становится соизмеримой с радиусом Земли, возникает необходимость учета влияния сферичности Земли на результаты МТЗ. Оценки показали, что неучет этого влияния в отдельных случаях может вносить значительное искажение в получаемые результаты [1—3].

Наиболее общее решение задачи дано в [2], где рассмотрена Земля в виде многослойного шара в произвольном поле, представленном сферическими гармониками.

и приведены примеры теоретических кривых, рассчитанных для одно- двух- и трехслойного шара и пяти первых пространственных гармоник.

В данной работе рассматривается  $N$ -слойный шар в поле первично-однородной плоской волны, — важный для практики случай, который не получил в [3] должного отражения.

Используя выражения для импеданса  $Z(\omega)$  [3], нетрудно получить простое рекуррентное соотношение, позволяющее рассчитывать теоретические кривые  $\rho_t / \rho_1$  магнитотеллурического зондирования,

$$\frac{\rho_t}{\rho_1} = \left[ \frac{k_1^2 r_1^2 R_1 - k_1 r_1}{k_1^2 r_1^2 - k_1 r_1 R_1 + 1} \right]^2, \quad (1)$$

где

$$R_1 = \operatorname{cth} \left\{ k_1 h_1 + \operatorname{arcth} \left[ \frac{1}{k_1 r_2} (1 - \rho_2 / \rho_1) + \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \operatorname{cth} k_2 h_2 + \dots \right. \right. \\ \left. \left. \dots + \operatorname{arcth} \left[ \frac{1}{k_{N-1} r_N} \left( 1 - \frac{\rho_N}{\rho_{N-1}} \right) + \sqrt{\frac{\rho_N}{\rho_{N-1}}} \operatorname{cth} k_N h_N \right] \dots \right] \right\}. \quad (2)$$

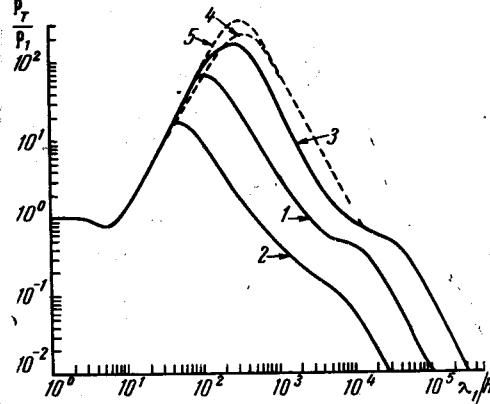
Здесь  $k_N = \sqrt{i\omega\mu / \rho_N}$  — волновое число слоя  $N$ ;  $h_N$ ,  $r_N$ ,  $\rho_N$  — соответственно мощность, радиус кривизны и удельное сопротивление слоя  $N$ . Практически кривая  $\rho_t$  рассчитывается по обычной формуле

$$\frac{1}{\omega\mu} |Z(\omega)|^2. \quad (3)$$

Рассмотрим поведение теоретических кривых  $\rho_t / \rho_1$  на достаточно высоких и низких частотах.

1. Частота  $\omega$  велика, так что  $k_1 r_1$ ,  $k_1 r_2$ ,  $k_2 r_3$ , ...,  $k_{N-1} r_N$ ,  $k_N h_N$  достаточно большие. В этом случае  $\rho_t / \rho_1 \rightarrow [R_1]^2$ , а

$$R_1 = \operatorname{cth} \left\{ k_1 h_1 + \right. \\ \left. + \operatorname{arcth} \left[ \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \operatorname{cth} \left\{ k_1 h_2 + \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots + \operatorname{arcth} \left[ \sqrt{\frac{\rho_N}{\rho_{N-1}}} \right] \dots \right] \right\},$$



Фиг. 1

т. е. кривые совпадают с обычными кривыми МТЗ, рассчитанными для плоской волны, падающей на горизонтально слоистую среду. В пределе, когда  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $\rho_t / \rho_1 \rightarrow 1$ , т. е. на самых высоких частотах кажущееся удельное сопротивление  $\rho_t$  определяется сопротивлением первого слоя.

2. Частота  $\omega \rightarrow 0$ . В этом случае  $\rho_t / \rho_1$  асимптотически стремится к нулю; уравнение асимптоты при этом определяется выражением

$$\frac{\rho_t}{\rho_1} = \left[ \frac{k_1 r_1}{2} \right]^2, \quad (4)$$

т. е. на самых низких частотах величина  $\rho_t$  определяется только частотой  $\omega$  и радиусом Земли  $r_1$ .

Для практических расчетов теоретических кривых  $\rho_t / \rho_1$  целесообразно представить выражение (2) в виде

$$R_1 = \operatorname{cth} \left\{ \frac{2\pi}{\lambda_1 / h_1} (1 - i) + \operatorname{arcth} \left[ \frac{1 - \rho_2 / \rho_1}{\frac{2\pi}{\lambda_1 / h_1} r_2 (1 - i)} + \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \operatorname{cth} \left\{ \frac{2\pi}{\lambda_1 / h_1} h_2 \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} (1 - i) + \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots + \operatorname{arcth} \left[ \frac{1 - \rho_N / \rho_{N-1}}{\frac{2\pi}{\lambda_1 / h_1} r_N} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_N}} (1 - i)} + \sqrt{\frac{\rho_N}{\rho_{N-1}}} \operatorname{cth} \frac{2\pi}{\lambda_1 / h_1} \frac{r_N}{r_1} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_N}} (1 - i) \right] \dots \right] \right\}.$$

Исходными величинами при расчетах являются значения  $\lambda_1 / h_1$ ; густота точек выбирается с таким расчетом, чтобы значения  $\rho_T / \rho_1$  можно было уверенно интерполировать между двумя соседними значениями  $\lambda_1 / h_1$ . Для расчетов  $\operatorname{cth} Z$  и  $\operatorname{arcth} Z$  могут быть использованы специальные таблицы, а также известные разложения прямых и обратных гиперболических функций в ряды [4].

Примеры теоретических двух- и трехслойных амплитудных кривых с учетом сферичности Земли, рассчитанных для трех районов Туркмении (1 — пос. Бахардок, 2 — Юго-Западная Туркмения, 3 — Серный завод), приведены на фиг. 1. Кривые построены для разрезов с параметрами

- 1 —  $h_2 / h_1 = 150$ ,  $\rho_2 / \rho_1 = 1250$ ,  $\rho_3 / \rho_1 = 0,375$ ,  $r_2 / r_1 = 0,99953$ ,  $r_3 / r_1 = 0,9292$ ,
- 2 —  $h_2 / h_1 = 30,0$ ,  $\rho_2 / \rho_1 = 1000,0$ ,  $\rho_3 / \rho_1 = 0,30$ ,  $r_2 / r_1 = 0,9984$ ,  $r_3 / r_1 = 0,9520$ ,
- 3 —  $h_2 / h_1 = 500$ ,  $\rho_2 / \rho_1 = 1000,0$ ,  $\rho_3 / \rho_1 = 0,30$ ,  $r_2 / r_1 = 0,99994$ ,  $r_3 / r_1 = 0,9217$ ,
- 4 —  $\rho_2 / \rho_1 = 375$ ,  $r_2 / r_1 = 0,99953$ ,
- 5 —  $\rho_2 / \rho_1 = 1250$ ,  $r_2 / r_1 = 0,99953$ .

Интересной особенностью двухслойных теоретических кривых (кривые 4, 5) является наличие нисходящей ветви, вызванной влиянием сферичности; ее положение определяется формулой (4). На трехслойных амплитудных кривых  $\rho_T / \rho_1$  влияние сферичности отмечено характерным перегибом в области  $\lambda_1 / h_1 \approx 3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$ . Анализ показывает, что этот перегиб наступит раньше перегиба, вызванного наличием в основании разреза хорошо проводящего слоя верхней мантии, если глубина залегания проводящего слоя будет превышать половину радиуса Земли. На высоких частотах кривые незначительно отличаются от обычных теоретических кривых, рассчитанных для плоской волны, падающей на горизонтально-слоистую среду.

Характер влияния сферичности на кривые  $\operatorname{Arg} \rho_T / \rho_1$  представлен на фиг. 2, где произведен расчет для разрезов 1, 2, 3, параметры которых приведены выше. Подобно амплитудным кривым  $\operatorname{Arg} \rho_T / \rho_1$  на высоких частотах совпадают с кривыми, рассчитанными для плоской волны. Проведенный анализ особенностей теоретических кривых  $\rho_T / \rho_1$  с учетом сферичности показывает, что в большинстве случаев глубина залегания проводящего вещества верхней мантии может оцениваться по формулам плоской волны.

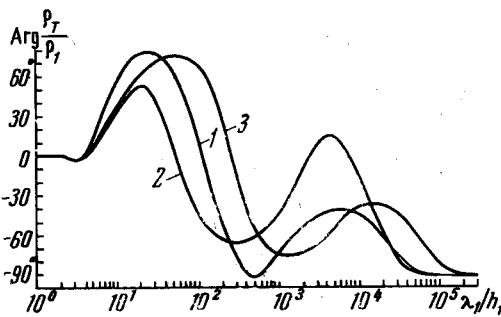
Учет влияния сферичности становится необходимым при интерпретации практических кривых  $\rho_T$  с целью определения удельного сопротивления подстилающего основания или при более точном определении глубины залегания проводящей кромки верхней мантии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. Б. Гохберг. Сб. «Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии». Межведомственный геофизический комитет. «Наука», 1968. Темплан 1968 г. I полугодие, № 260 (в печати).
2. S. P. Srivastava. J. Geophys. Roy. Astron. Soc. 1966, 11, 373.
3. В. В. Сочельников. Изв. АН СССР. Физика Земли, 1968, № 7, 65.
4. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. Изд-во АН СССР, 1964.

Институт физики Земли и атмосферы  
АН ТуркмССР

Статья поступила  
4 января 1968 г.



Фиг. 2

На трехслойных амплитудных кривых  $\rho_T / \rho_1$  влияние сферичности отмечено характерным перегибом в области  $\lambda_1 / h_1 \approx 3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$ . Анализ показывает, что этот перегиб наступит раньше перегиба, вызванного наличием в основании разреза хорошо проводящего слоя верхней мантии, если глубина залегания проводящего слоя будет превышать половину радиуса Земли. На высоких частотах кривые незначительно отличаются от обычных теоретических кривых, рассчитанных для плоской волны, падающей на горизонтально-слоистую среду.