

# ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ПОРОЖДЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММ В УСЛОВИЯХ ВНУТРЕННИХ И ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Л.С. ФАЙНЗИЛЬБЕРГ

Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем

В статье рассматриваются два подхода к построению моделей порождения искусственных электрокардиограмм реалистической формы. Первый подход основан на независимых случайных искажениях отдельных фрагментов эталонного сигнала. Второй подход основан на независимых случайных искажениях параметров несимметричных гауссовых функций, порождающих отдельные фрагменты. Предложены модификации моделей, которые обеспечивают генерацию сигналов с нетипичными циклами, а также моделирование эффекта электрической альтернации сердца. Приведены результаты модельных экспериментов, которые подтвердили адекватность предложенных моделей. Искусственные сигналы могут быть использованы для оценки метрологических характеристик цифровых электрокардиографов и эффективности новых алгоритмов компьютерной обработки электрокардиограмм. На основе предложенных моделей может быть реализован эффективный метод передачи сигналов в телемедицинских системах.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Электрокардиография до сих пор остается наиболее распространенным методом функциональной диагностики в кардиологии. Последние десятилетия привнесли революционные преобразования в эту область: в медицинской практике широко используют цифровые электрокардиографы с автоматической интерпретацией электрокардиограмм (ЭКГ). В то же время, по данным клиницистов, традиционные компьютерные алгоритмы анализа и интерпретация ЭКГ не обеспечивает требуемую достоверность результатов диагностики.

Поэтому специалисты постоянно совершенствуют эти алгоритмы, привлекая новые методы извлечения диагностической информации из реальных сигналов, наблюдаемых в условиях возмущений.

Разумеется, в соответствии с современными представлениями о доказательной медицине [1] любой нетривиальный алгоритм анализа и интерпретации ЭКГ, прежде чем он будет рекомендован для применения в медицинской практике, должен быть тщательно проверен на тестовых сигналах, в том числе на таких, которые редко встречаются в реальной жизни. Одним из известных методов такой проверки – тестирование алгоритмов с использованием искусственных сигналах, имитирующих разнообразные реальные ЭКГ нормальной и патологической формы.

Известны различные подходы к построению моделей генерации искусственных ЭКГ. Так, в работах [2-4] предложены алгоритмы, основанные на описании элементов ЭКГ линейными и квадратичными функциями. Однако такие модели не позволяют синтезировать сигнал реалистичной формы и моделировать проявления на ЭКГ некоторых патологических состояний сердечно-сосудистой системы.

Более реалистическую форму цикла ЭКГ обеспечивают модели, в которых сигнал представлен в виде суммы гауссовых функции [5,6]. В то же время, рассмотренные в этих работах алгоритмы не предусматривают порождение последовательности сер-

дечных циклов в условиях действия внутренних и внешних возмущений, что ограничивает их область применения.

В статье [7] исследуется модель ЭКГ, основанная на методах математической реконструкции нелинейной динамической системы. Однако, как указывают сами авторы статьи, для моделирования различных патологий предложенная модель требует существенного усложнения за счет включения дополнительных параметров.

Получила известность также динамическая модель генерации искусственной ЭКГ, которая основана на численном решении системы из трех обыкновенных дифференциальных уравнений, порождающих траекторию в трехмерном пространстве координат  $(x, y, z)$  [8]. Цикличность ЭКГ моделируется движением точки в плоскости  $(x, y)$  по траектории переменной длины, а информативные фрагменты каждого цикла моделируются движением отображающей точки в направлении  $z$ .

Следует, однако, заметить, что авторы работы [8] предусмотрели лишь моделирование *равномерных* изменений продолжительностей циклов, в то время как на реальных ЭКГ при изменении частоты сердечных сокращений (ЧСС) происходят неодинаковые изменения области определения отдельных фрагментов.

Таким образом, для корректного решения задач тестирования новых алгоритмов компьютерной обработки ЭКГ актуальным является усовершенствование моделей порождения искусственных ЭКГ.

**Цель статьи** – разработать математические модели порождения искусственных ЭКГ, которые наиболее полно описывают реальные сигналы, наблюдаемые в условиях действия внутренних и внешних возмущений.

## 2. ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПОРОЖДЕНИЯ ИСКУССТВЕННОЙ ЭКГ

ЭКГ представляет собой графическую запись изменения во времени суммарного электрического потенциала, возникающего в сердечной мышце за счет движением ионов через мышечную мембрану [9]. На каждом сердечном цикле нормальной ЭКГ различают ряд информативных фрагментов – зубцов, сегментов и интервалов (рис. 1), отражающих стадии возбуждения отдельных участков сердечной мышцы.

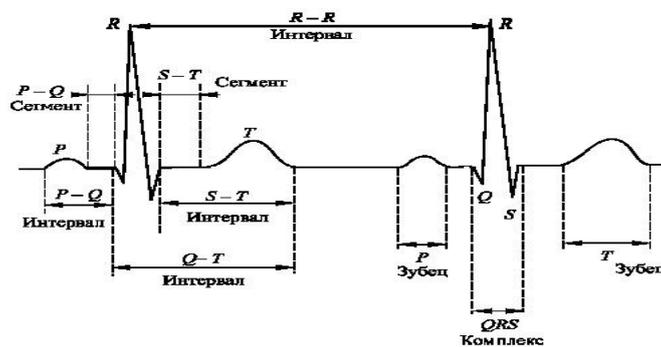


Рис. 1. Информативные фрагменты ЭКГ нормальной формы

Органические поражения и функциональные нарушения сердечно-сосудистой системы отображаются характерными изменениями параметров и формы фрагментов ЭКГ. Поэтому сигналы, наблюдаемые в медицинской практике, весьма далеки от идеализированной ЭКГ, показанной на рис. 1.

Кроме того, в реальных условиях, ЭКГ регистрируется в условиях возмущений, которые далеко не всегда могут быть сведены лишь к аддитивной помехе. При изменении продолжительности  $R-R$  интервалов чаще всего происходят *неодинаковые* изменения продолжительностей отдельных фрагментов на последовательности сердечных циклов, что должно учитываться при построении моделей генерации искусственных сигналов реалистической формы.

Рассмотрим один из возможных механизмов порождения таких сигналов [10, с. 49].

Будем считать, что наблюдаемый сигнал  $z(t)$  представляет собой результат искажения полезного сигнала  $z_0(t)$  об электрической активности сердца внутренними  $\xi(t)$  и внешними  $h(t)$  возмущениями, где  $\Phi(\cdot)$  – некоторая неизвестная функция (рис. 2).

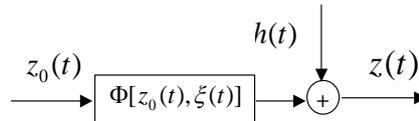


Рис. 2. Механизм порождения ЭКГ по эталону

При этом полагаем, что внутренние возмущения  $\xi(t)$  вызывает сам биологический объект, в частности, система органов дыхания и вегетативная нервная система, а аддитивные возмущения  $h(t)$  обусловлены внешней средой – сетевыми помехами, мышечным тремором в местах наложения электродов и прочее.

Представим полезный сигнал  $z_0(t)$  в виде последовательности функций, описывающих форму отдельных зубцов  $P, Q, R, S, T$ , сегментов  $P-Q$ ,  $S-T$  и элементов базовой линии:

$$z_0(t) = \begin{cases} z_0^{(1)}(t), & 0 \leq t < t_p^{(1)}, \\ \dots & \\ z_0^{(K)}(t), & t_T^{(2)} \leq t < T_0 \end{cases}, \quad (1)$$

где  $t_p^{(1)}, t_p^{(2)}, \dots, t_T^{(1)}, t_T^{(2)}$  – моменты начала и окончания соответствующих зубцов.

Предположим, что в процессе порождения  $m$ -го цикла реальной ЭКГ,  $m=1,2,\dots$  внутреннее возмущение  $\zeta(t)$  приводит к независимым изменениям области определения отдельных фрагментов «эталона»  $z_0^{(i)}(t)$ ,  $i=1,\dots,K$ , а сама функция  $z_0(t)$  линейно растягивается (сжимается) по амплитуде. Иными словами, представим, что процесс искажения  $i$ -го фрагмента  $m$ -го цикла осуществляется на основе операторного преобразования

$$z_m^{(i)}(t) = \psi_m z_0^{(i)}\left(\frac{t - \tau_m^{(i)}}{g_m^{(i)}}\right), \quad m=1,2,\dots, \quad i=1,\dots,K, \quad (2)$$

где  $\psi_m, g_m^{(i)}$  – соответственно параметры линейного растяжения (сжатия) по амплитуде и времени, а  $\tau_m^{(i)}$  – сдвиг по времени.

Допустим далее, что для каждого  $m$ -го цикла параметр  $\psi_m$  принимает фиксированное значение

$$\psi_m = 1 + \xi_m, \quad m=1,2,\dots, \quad (3)$$

где  $\xi_m$  – случайная величина, которая с нулевым математическим ожиданием  $M\{\xi\}=0$  распределена на интервале  $[-\varepsilon_0, \varepsilon_0]$ , ограниченном фиксированным числом  $\varepsilon_0 \in [0,1)$ ,

а параметр  $\mathcal{G}_m^{(i)}$  принимает фиксированное значение в процессе порождения *каждого*  $i$ -го фрагмента  $m$ -го цикла

$$\mathcal{G}_m^{(i)} = 1 + \delta_m^{(i)}, \quad m = 1, 2, \dots, \quad i = 1, \dots, K, \quad (4)$$

где  $\delta_m^{(i)}$  – последовательность *независимых* случайных величин, которые с нулевыми математическими ожиданиями  $M\{\delta\} = 0$  распределены на интервалах  $[-\Delta_0^{(i)}, \Delta_0^{(i)}]$ , ограниченных фиксированными числами  $\Delta_0^{(i)} \in [0, 1)$ .

Таким образом, будем считать, что наблюдаемый сигнал

$$z(t) = \Phi[z_0(t), \zeta(t)] + h(t) \quad (5)$$

– последовательность функций  $z_1(t), z_2(t), \dots, z_m(t), \dots$ , связанных с эталоном  $z_0(t)$  операторным соотношением (2), в котором параметры  $\psi_m$  и  $\mathcal{G}_m^{(i)}$  определяются соотношениями (3) и (4).

Для обеспечения непрерывности сигнала потребуем дополнительно, чтобы  $z_0(0) = 0$ . Последнее требование всегда можно обеспечить, выполнив предварительное центрирование эталона  $\bar{z}_0(t) = z_0(t) - z_0(0)$ .

При таких предположениях продолжительность  $i$ -го фрагмента  $m$ -го цикла связана с продолжительностью  $\Delta t_m^{(i)} = t_i^{(2)} - t_i^{(1)}$  соответствующего фрагмента эталона (1) соотношением

$$\Delta t_m^{(i)} = (t_i^{(2)} - t_i^{(1)})(1 + \delta_m^{(i)}),$$

а началу  $i$ -го фрагмента  $m$ -го цикла наблюдаемой ЭКГ будет соответствовать момент времени

$$t_m^{(i-1)} = \sum_{l=1}^{i-1} (t_l^{(2)} - t_l^{(1)})(1 + \delta_m^{(l)}). \quad (6)$$

Следовательно, общая продолжительность  $m$ -го цикла порождаемого сигнала  $z(t)$  равна

$$T_m = T_0 + \sum_{i=1}^K (t_i^{(2)} - t_i^{(1)}) \delta_m^{(i)},$$

началу  $m$ -го цикла соответствует момент времени

$$t_m = (m-1)T_0 + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=1}^K (t_i^{(2)} - t_i^{(1)}) \delta_j^{(i)},$$

а началу  $i$ -го фрагмента  $m$ -го цикла – момент времени

$$t_m^{(i-1)} = (m-1)T_0 + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=1}^K (t_i^{(2)} - t_i^{(1)}) \delta_j^{(i)} + \sum_{l=1}^{i-1} (t_l^{(2)} - t_l^{(1)})(1 + \delta_m^{(l)}). \quad (7)$$

Если теперь применить к  $i$ -му фрагменту эталона  $z_0(t)$  операторное преобразование (2), положив параметр сдвига

$$\tau_m^{(i)} = t_m^{(i-1)} - (1 + \delta_m^{(i)})t_i^{(1)}, \quad (8)$$

то в силу (1) с учетом (2) – (7) процесс порождения  $i$ -го фрагмента  $m$ -го цикла наблюдаемой ЭКГ в конечном счете можно представить функцией

$$z_m^{(i)}(t) = (1 + \xi_m^{(i)})z_0^{(i)}(\theta) + h(t), \quad m = 1, 2, \dots, \quad i = 1, \dots, K, \quad (9)$$

аргумент которой  $\theta$  *нелинейно* зависит от времени и определяется выражением

$$\theta = [t - (m-1)T_0 + (1 + \delta_m^{(i)})t_i^{(1)} - \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=1}^K (t_i^{(2)} - t_i^{(1)})\delta_j^{(i)} - \sum_{l=1}^{i-1} (t_l^{(2)} - t_l^{(1)})(1 + \delta_m^{(l)})](1 + \delta_m^{(i)})^{-1} \quad (10)$$

Тем самым обеспечивается моделирование *неравномерных* по времени изменений продолжительностей отдельных фрагментов эталона  $z_0(t)$  на циклах порождаемой ЭКГ (рис. 3).

Рассмотренная модель более пригодна для описания реальных ЭКГ, чем ее упрощенный вариант

$$z_m^{(i)} = (1 + \xi_m) z_0^{(i)} \left[ (t - (m-1)T_0 - T_0 \sum_{j=1}^{m-1} \delta_j) (1 + \delta_m)^{-1} \right] \quad m=1,2,\dots, \quad (11)$$

полученный из (9) и (10) в предположении, что случайный параметр  $\delta$ , фигурирующий в (10) зависит только от номера  $m$  цикла, но не зависит от номера  $i$  фрагмента.

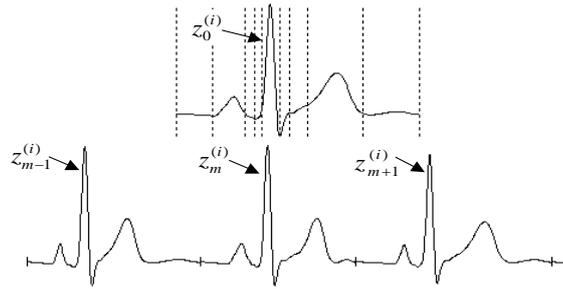


Рис. 3. Последовательность искаженных циклов, порожденных эталоном  $z_0(\cdot)$

Нетрудно показать, что стохастическая модель (9), (10) является прямым обобщением известных моделей строго периодического и почти периодического процессов.

Действительно, если положить в (10)

$$\delta_j^{(i)} = 0 \quad \forall j=1,\dots,m, i=1,\dots,K,$$

то модель (10) можно представить в виде соотношения

$$|z_m[t] - z_0[t - (m-1)T_0]| \leq \varepsilon_0, \quad m=1,2,\dots,$$

которое описывает почти периодический процесс, а при дополнительном условии  $\varepsilon_0 = 0$  модель сводится к строго периодической функции

$$z[t - (m-1)T_0] = z_0[t].$$

С другой стороны, предложенная модель легко может быть обобщена для описания процесса порождения ЭКГ с изменяющейся морфологией отдельных циклов, например, с экстрасистолами. Для этого достаточно ввести в рассмотрение не один, а  $G > 1$  эталонов  $z_{01}(t), \dots, z_{0G}(t)$ , и предположить, что каждый  $m$ -й цикл порождается путем аналогичных искажений одного из этих эталонов, выбираемых случайным образом в соответствии с вероятностями  $P_g$ ,  $\sum_{g=1}^G P_g = 1$  (рис. 4).

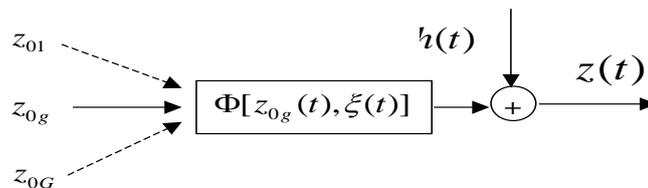


Рис. 4. Механизм порождения ЭКГ по нескольким эталонам

Для имитации внешних возмущений  $h(t) \neq 0$  достаточно к каждому дискретному значению  $z[k]$ ,  $k=1,2,\dots$ , генерируемой последовательности добавить дискретное значение  $h[k]$ , вычисленное в соответствии с той или иной моделью аддитивной помехи.

Хотя рассмотренный подход позволяет синтезировать последовательность искаженных циклов ЭКГ реалистической формы, предложенную модель нельзя в полной мере отнести к генеративным моделям, поскольку модель предполагает известной функцию (1), в качестве которой приходится использовать цикл реальной ЭКГ. К тому же данная модель не позволяет имитировать такой важный диагностический предиктор внезапной сердечной смерти как альтернацию зубца  $T$  [11], поскольку из-за нарушений непрерывности принципиально не допускает независимых искажений амплитуды отдельных фрагментов эталона.

Поэтому рассмотрим другой подход к генерации искусственных ЭКГ реалистической формы.

### 3. ГЕНЕРАТИВНАЯ МОДЕЛЬ ПОРОЖДЕНИЯ ИСКУССТВЕННОЙ ЭКГ

Следуя [6, 8], запишем модель генерации эталона в виде суммы несимметричных гауссовых функций [12]

$$z_0(t) = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}} A_i \exp\left(-\frac{(t - \mu_i)^2}{2[b_i(t)]^2}\right), \quad (12)$$

где  $A_i$ ,  $\mu_i$  – параметры, определяющие соответственно амплитуды и моменты времени, когда  $i$ -й фрагмент эталона достигает максимального значения (при  $A_i > 0$ ) или минимального значения (при  $A_i < 0$ ), а

$$b_i(t) = \begin{cases} b_i^{(1)}, & \text{при } t \leq \mu_i, \\ b_i^{(2)}, & \text{при } t > \mu_i, \end{cases} \quad (13)$$

а  $b_i^{(1)}$ ,  $b_i^{(2)}$  – параметры, определяющие симметрию  $i$ -го фрагмента.

Поскольку гауссова функция главным образом сосредоточена на «трехсигмовом» интервале, можно полагать, что моменты начала  $t_i^{(1)}$  и окончания  $t_i^{(2)}$  каждого  $i$ -го фрагмента,  $i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}$  связаны с параметрами  $b_i^{(1)}$ ,  $b_i^{(2)}$  и  $\mu_i$  следующим образом:

$$\begin{aligned} t_i^{(1)} &= \mu_i - 3b_i^{(1)}, \\ t_i^{(2)} &= \mu_i + 3b_i^{(2)}. \end{aligned}$$

Заметим, что допустимая структура эталонного цикла налагает следующие ограничения на моменты времени  $t_i^{(1)}$ ,  $t_i^{(2)}$ :

$$0 \leq t_P^{(1)} < t_P^{(2)} \leq t_Q^{(1)} < t_Q^{(2)} = t_R^{(1)} < t_R^{(2)} = t_S^{(1)} < t_S^{(2)} = t_{ST}^{(1)} \leq t_{ST}^{(2)} \leq t_T^{(1)} < t_T^{(2)} \leq T_0,$$

где  $T_0$  – общая продолжительность эталона  $z_0(t)$ .

Изменяя значения параметров  $A_i$ ,  $\mu_i$ ,  $b_i^{(1)}$ ,  $b_i^{(2)}$  модели (12), удается генерировать эталонные циклы  $z_0(t)$  самой различной формы, в том числе, со сдвигом сегмента  $S-T$  ниже (депрессия) или выше (элевация) изоэлектрической линии, инверсией зубца  $T$  и другими электрокардиографическими признаками сердечных патологий (рис. 5).

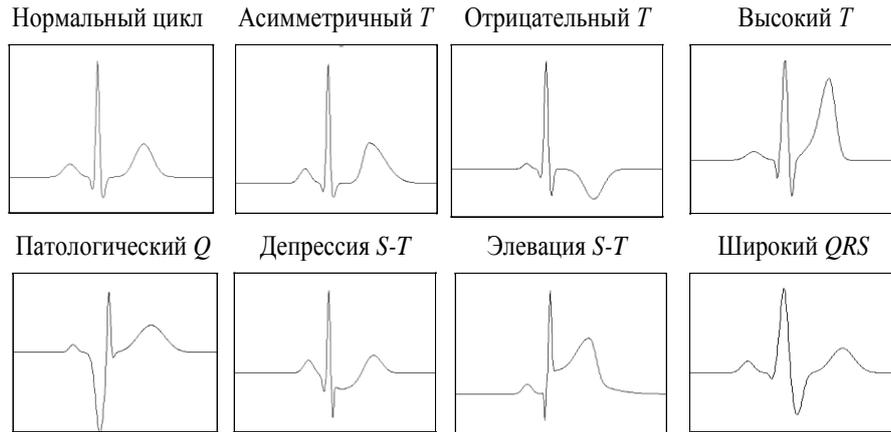


Рис .5. Примеры искусственный циклов ЭКГ

Понятно, что по сформированному таким образом эталону  $z_0(t)$  требуемой формы можно далее генерировать искусственную ЭКГ на основе интерполяционной модели (9), (10). Но разумнее пойти другим путем. Коль скоро в нашем распоряжении теперь уже имеется аналитическое выражение (12), по которому генерируется эталон  $z_0(t)$ , можно породить искаженные циклы искусственной ЭКГ за счет независимых случайных искажений самих параметров  $A_i$ ,  $\mu_i$ ,  $b_i^{(1)}$ ,  $b_i^{(2)}$ , фигурирующих в (12).

Тем самым удастся генерировать последовательность искаженных циклов, у которых неравномерно изменяются *не только* продолжительности, но и амплитуды и даже симметричность отдельных фрагментов .

Формально такая модель имеет вид:

$$z_m(t) = \sum_{i \in \{Q,R,S,ST,T\}} \tilde{A}_{im} \exp\left[-\frac{(t - \tilde{\mu}_{im})^2}{2\tilde{b}_{im}^2}\right] + h(t), \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (14)$$

где  $M$  – число циклов искусственной ЭКГ, а

$$\tilde{A}_{im} = A_i(1 + \alpha_{im}), \quad (15)$$

$$\tilde{\mu}_{im} = \mu_i(1 + \delta_{im}), \quad (16)$$

$$\tilde{b}_{im} = \begin{cases} b_i^{(1)}(1 + \varepsilon_{im}^{(1)}) & \forall t \leq \mu_{im}, \\ b_i^{(2)}(1 + \varepsilon_{im}^{(2)}) & \forall t > \mu_{im}. \end{cases} \quad (17)$$

В соответствии с (14)-(17) внутренние возмущения моделируют искажения параметров  $A_i$ ,  $\mu_i$ ,  $b_i^{(1)}$ ,  $b_i^{(2)}$  эталона на каждом  $m$ -м цикле искусственной ЭКГ на основе реализаций независимых случайных величин  $\alpha_{im}$ ,  $\delta_{im}$ ,  $\varepsilon_{im}^{(1)}$ ,  $\varepsilon_{im}^{(2)}$ , которые с нулевыми математическими ожиданиями распределены на ограниченных интервалах:

$$\alpha_{im} \in [-\alpha_i^0, \alpha_i^0], \quad \delta_{im} \in [\delta_i^0, -\delta_i^0], \quad \varepsilon_{im}^{(1)} \in [-\varepsilon_i^0, \varepsilon_i^0], \quad \varepsilon_{im}^{(2)} \in [-\varepsilon_i^0, \varepsilon_i^0], \quad (18)$$

где  $\alpha_i^0$ ,  $\delta_i^0$ ,  $\varepsilon_i^0$  – фиксированные числа.

Функция

$$h(t) = h_G(t) + h_R(t) + h_D(t), \quad (19)$$

фигурирующая в (14), моделирует внешние аддитивные возмущения различного типа. Сетевые помехи моделируются полигармонической функцией  $h_G(t)$  с заданными амплитудами и частотами, мышечный тремор – ограниченной по уровню случайной по-

мехой  $h_R(t)$  с заданным законом распределения, а дрейф изоэлектрической линии – низкочастотной функцией  $h_D(t)$  желаемого уровня.

Для генерации искусственных ЭКГ с нетипичными циклами (экстрасистолами и артефактами) предлагается случайным образом сформировать два подмножества упорядоченных индексов  $I_E \subset \{1, \dots, M\}$  и  $I_F \subset \{1, \dots, M\}$ ,  $I_E \cap I_F = \emptyset$  и перейти от (14) к усовершенствованной модели

$$z_m(t) = \begin{cases} \sum_{i \in \{Q, R, S, ST, T\}} \tilde{A}_{im} \exp\left(-\frac{(t - \tilde{\mu}_{im})^2}{2\tilde{b}_{im}^2}\right) + h(t), & \forall m \in \{1, \dots, M\} / (I_E \cup I_F), \\ z_E(t) + h(t), & \forall m \in I_E, \\ z_F(t) + h(t), & \forall m \in I_F. \end{cases} \quad (20)$$

Здесь  $z_E(t) \in Z_E$  – функция, имитирующая экстрасистолу, которая случайным образом выбирается из конечного множества  $Z_E = \{Z_E^{(1)}(t), \dots, Z_E^{(K_E)}(t)\}$  заранее сгенерированных функций, а  $z_F(t) \in Z_F$  – функция, имитирующая артефакт, которая случайным образом выбирается из другого конечного множества  $Z_F = \{Z_F^{(1)}(t), \dots, Z_F^{(K_F)}(t)\}$  заданных реальных или модельных функций.

Незначительные модернизации (20) позволили построить математическую модель имитации электрической альтернации сердца, которая выражается в характерном чередовании формы зубца  $T$ . В общем случае альтернация сводится к чередованию амплитуд, симметрии и продолжительности зубцов  $T$ , причем в случайные моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_L$  порядок чередования зубцов может быть нарушен [13].

Будем полагать, что число  $L$  таких моментов намного меньше числа  $M$  генерируемых циклов. При таком предположении порождение искусственной ЭКГ осуществляется на основе модели (20), но для определения параметров  $\tilde{A}_{im}$  и  $\tilde{b}_{im}$  используются рекуррентные соотношения

$$\tilde{A}_{im} = \begin{cases} A_i(1 + \alpha_{im}) & \forall i \in \{P, Q, R, S, ST\}, \\ A_T \lambda_m^{(A)}(1 + \alpha_{Tm}) & \text{при } i = T, \end{cases} \quad (21)$$

и

$$\tilde{b}_{im} = \begin{cases} b_i^{(1)}(1 + \varepsilon_{im}^{(1)}) \quad \forall t \leq \mu_{im}, \quad \forall i \in \{P, Q, R, S, ST\}, \\ b_i^{(2)}(1 + \varepsilon_{im}^{(2)}) \quad \forall t > \mu_{im}, \quad \forall i \in \{P, Q, R, S, ST\}, \\ b_T^{(1)} \lambda_m^{(b1)}(1 + \varepsilon_{Tm}^{(1)}) \quad \forall t \leq \mu_{Tm}, \quad i = T, \\ b_T^{(2)} \lambda_m^{(b2)}(1 + \varepsilon_{Tm}^{(2)}) \quad \forall t > \mu_{Tm}, \quad i = T, \end{cases} \quad (22)$$

в которых

$$\lambda_m^{(A)} = \begin{cases} 1 + \frac{\Delta_A}{A_T}, & \text{если } \lambda_{m-1}^{(A)} = 1 \quad \forall m \in \{1, \dots, M\} / I_L, \\ 1, & \text{если } \lambda_{m-1}^{(A)} = 1 + \frac{\Delta_A}{A_T} \quad \forall m \in \{1, \dots, M\} / I_L, \\ \lambda_{m-1}^{(A)}, & \forall m \in I_L. \end{cases} \quad (23)$$

$$\lambda_m^{(b1)} = \begin{cases} 1 + \frac{\Delta_\beta}{b_T^{(1)}} + \frac{\Delta_\tau}{6b_T^{(1)}}, & \text{если } \lambda_{m-1}^{(b1)} = 1 \quad \forall m \in \{1, \dots, M\} / I_L, \\ 1, & \text{если } \lambda_{m-1}^{(b1)} = 1 + \frac{\Delta_\beta}{b_T^{(1)}} + \frac{\Delta_\tau}{6b_T^{(1)}} \quad \forall m \in \{1, \dots, M\} / I_L, \\ \lambda_{m-1}^{(b1)}, & \forall m \in I_L, \end{cases} \quad (24)$$

$$\lambda_m^{(b2)} = \begin{cases} 1 - \frac{\Delta_\beta}{b_T^{(2)}} + \frac{\Delta_\tau}{6b_T^{(2)}}, & \text{если } \lambda_{m-1}^{(b2)} = 1 \quad \forall m \in \{1, \dots, M\} / I_L, \\ 1, & \text{если } \lambda_{m-1}^{(b2)} = 1 - \frac{\Delta_\beta}{b_T^{(2)}} + \frac{\Delta_\tau}{6b_T^{(2)}} \quad \forall m \in \{1, \dots, M\} / I_L, \\ \lambda_{m-1}^{(b2)}, & \forall m \in I_L, \end{cases} \quad (25)$$

при начальном условии  $\lambda_0^{(A)} = \lambda_0^{(\beta_1)} = \lambda_0^{(\beta_2)} = 1$ .

В выражениях (21)-(25) величины  $\Delta_\tau$ ,  $\Delta_\beta$  и  $\Delta_\tau$  определяют заданные уровни альтернации по амплитуде, симметрии и продолжительности зубцов  $T$ , причем для генерации искусственных ЭКГ с  $L$ -кратным изменением фаз чередования зубцов  $T$  ( $L \ll M$ ) случайным образом формируется дополнительное подмножество  $I_L \subset \{1, \dots, M\}$  из  $L$  упорядоченных индексов, такое, что  $I_L \cap (I_E \cup I_F) = \emptyset$ , где  $I_E \subset \{1, \dots, M\}$  и  $I_F \subset \{1, \dots, M\}$  – подмножества упорядоченных индексов, фигурирующих в модели (20) и определяющих номера циклов, на которых генерируются экстрасистолы и артефакты.

#### 4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИСКУССТВЕННЫХ И РЕАЛЬНЫХ ЭКГ

Современные средства Интернет-технологий позволяют провести оценку качества предложенных моделей на основе сравнения искусственных ЭКГ с записями реальных ЭКГ, хранимым в специализированных базах данных. Один из популярных ресурсов – Интернет-портал PhysioNet [14], который создан под эгидой трех институтов США – National Institute of Biomedical Imaging and Bioengineering, National Institute of General Medical Sciences и National Institutes of Health и содержит большой архив цифровых записей физиологических сигналов, в том числе, 26 специализированных баз ЭКГ.

Для проверки адекватности предложенных моделей оценивалась их возможность породить искусственные ЭКГ, визуальный анализ которых идентичен интерпретации реальных записей.

На рис. 6 представлены результаты сравнения ЭКГ № 201 базы MIT-BIH Arrhythmia Database, которая зарегистрирована у мужчины 68 лет с диагнозом мерцательная аритмия, и искусственной ЭКГ, сгенерированная на основе модели (14).

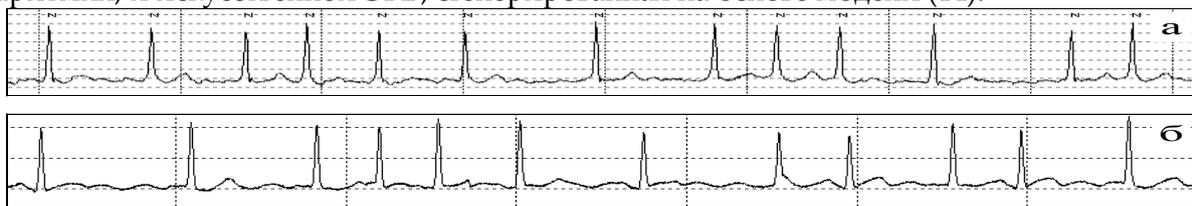


Рис. 6. ЭКГ больного с диагнозом мерцательная аритмия (а) и модельная ЭКГ(б)

Легко видно, что искусственная ЭКГ по своей форме достаточно близка к реальной записи, а ее визуальный анализ однозначно приводит к постановке истинного диагноза – мерцательная аритмия.

На рисунке 7 представлен фрагмент записи ЭКГ с экстрасистолами, принадлежащей женщине 51 года из записи № 119 базы MIT-BIH Arrhythmia Database, а внизу – модельная ЭКГ, сгенерированная на основе модели (20).

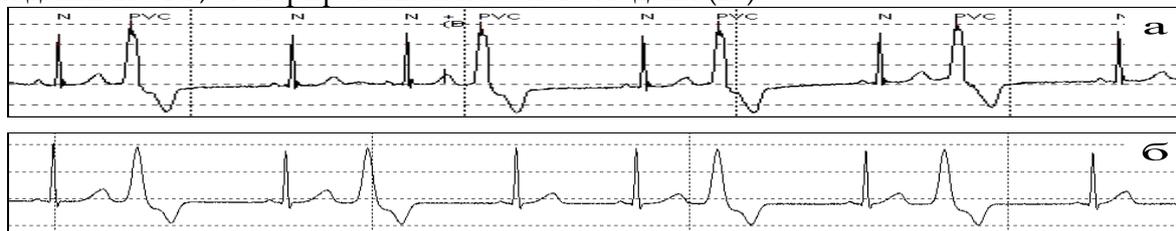


Рис. 7. Реальная (а) и модельная (б) ЭКГ с экстрасистолами

Как видно и в данном случае визуальный анализ искусственной ЭКГ аналогичен визуальной оценке реальной записи и приводит к однозначному заключению о наличии желудочковых экстрасистол.

Искусственная ЭКГ с отрицательным зубцом  $T$ , внешне достаточно близка к реальной ЭКГ № 100 базы данных MIT-BIH Arrhythmia Database, зарегистрированной у мужчины 69 лет, что хорошо видно из сравнения этих графиков (рис. 8).



Рис. 8. Реальная (а) и модельная (б) ЭКГ с инверсным зубцом  $T$

Генеративная модель (14) позволяет синтезировать искусственную ЭКГ с депрессией сегмента  $ST$ , которая при визуальном анализе практически неотличима от реальной записи ЭКГ, приведенной в работе [15] (рис.9).

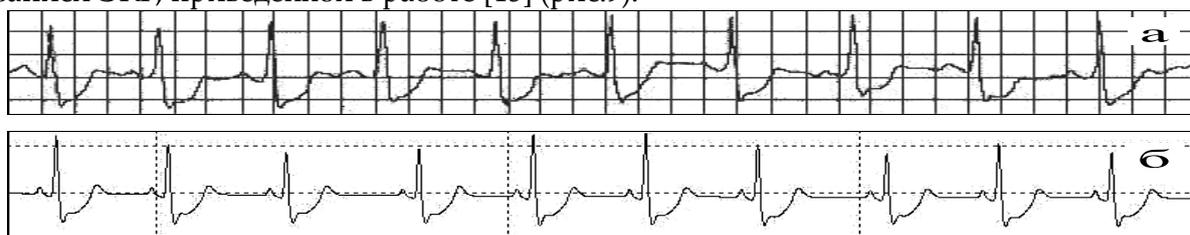


Рис. 9. Реальная (а) и модельная (б) ЭКГ с депрессией сегмента  $S-T$

Аналогичные результаты получены при визуальном сравнении реальных записей ЭКГ с альтернативой зубца  $T$  и искусственных ЭКГ, сгенерированных моделью (20)-(25).

Для количественной оценки точности предложенных моделей проводилась реконструкция циклов ЭКГ по совокупности оптимальных параметров

$$G = (a_p, b_p^{(1)}, b_p^{(2)}, \mu_p, \dots, a_T, b_T^{(1)}, b_T^{(2)}, \mu_T, t_0), \quad (26)$$

обеспечивающих наилучшее приближение искусственного цикла  $z_0(k)$  к реальному циклу  $z_r(k)$  с точки зрения критерия

$$Cr = \sum_{k=0}^{K_r-1} [z_0(k) - z_r(k)]^2 \rightarrow \min, \quad (27)$$

где  $K_r$  – число дискретных отсчетов  $z_r(k)$ .

Эксперименты подтвердили, что с помощью модели (12) удастся достаточно точно реконструировать реальные циклы различной формы (рис. 10).

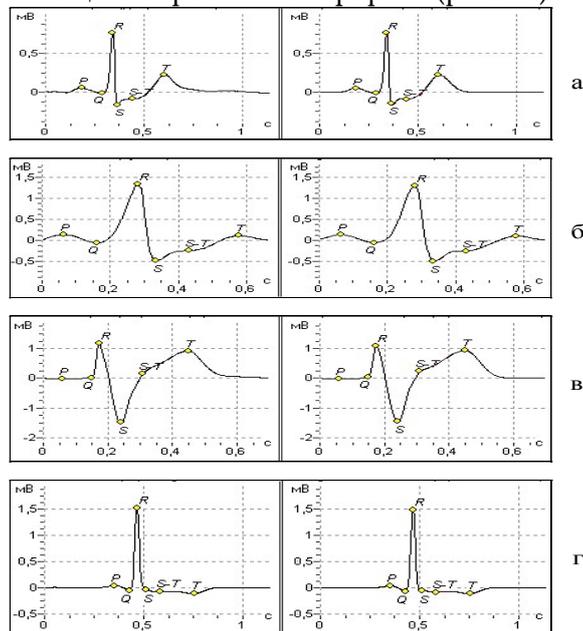


Рис. 10. Реальные (слева) и модельные (справа) циклы ЭКГ различной формы

В большинстве случаев при оптимальных значениях параметров (26) отклонения основных электрокардиографических признаков искусственных и реальных циклов находились в пределах, позволяющих проводить правильную интерпретацию сигнала. Например, при реконструкции цикла с отрицательным зубцом  $T$  (рис. 11) расхождение  $z_0(k)$  и  $z_r(k)$  на сегменте  $S-T$  было в пределах 8 мкВ (менее 1% диапазона изменения сигнала) при уровне депрессии  $S-T$  равной  $-0,125$  мВ.

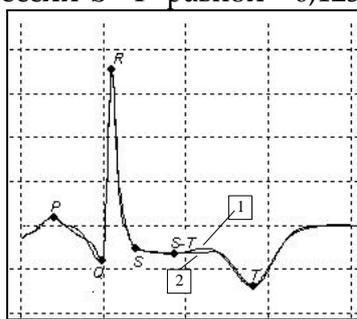


Рис. 11. Сравнение формы реального (1) и модельного (2) циклов

Незначительная модификация модели (12)

$$z_0(t) = \sum_{i \in \{P, Q, R, R', S, ST, T\}} A_i \exp\left(-\frac{(t - \mu_i)^2}{2[b_i(t)]^2}\right) \quad (28)$$

позволила улучшить качество реконструкции циклов более сложной формы (рис. 12), в частности, моделировать реальный цикл с раздвоенным зубцом  $R$  (рис. 12, а) за счет

аппроксимации этого зубца не одной (рис. 12 б), а двумя гауссовыми функциями  $R$  и  $R'$  (рис. 12, в).

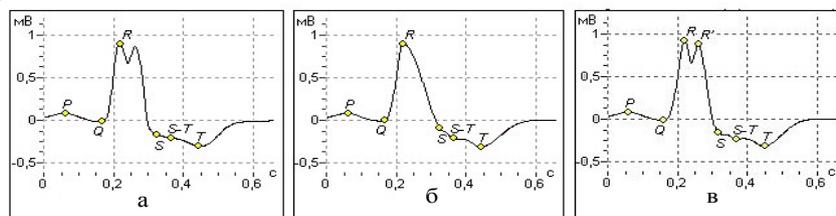


Рис. 12. Аппроксимация реального цикла (а) основной (б) моделью (12) и усовершенствованной (в) моделью (28)

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отличительная особенность интерполяционной модели (9),(10) и генеративной модели (14)-17) – возможность порождать в условиях действия внутренних и внешних возмущений искусственные сигналы с неравномерными изменениями формы отдельных фрагментов, визуальный анализ которых идентичен интерпретации реальных записей электрокардиограмм (рис. 6 - рис. 9).

Незначительная модификация модели позволили генерировать искусственные ЭКГ с экстрасистолами и артефактами (20), а при использовании рекуррентных соотношений (21)-25) – моделировать альтернацию зубца  $T$ , анализ которой проводится в современных медицинских компьютерных технологиях для оценки риска внезапной сердечной смерти.

При оптимальных значениях параметров (26) удастся реконструировать искусственные циклы ЭКГ различной формы (рис. 10) с отклонениями основных электрокардиографических признаков, которые не превышают допустимые пределы, необходимые для правильной интерпретации сигнала.

Искусственные ЭКГ реалистической формы, для которых известны точные значения параметров эталона, могут быть использованы в системах контроля метрологических характеристик цифровых электрокардиографов и в научных исследованиях при разработке новых алгоритмов анализа и интерпретации ЭКГ.

Предложенные модели окрывают путь к реализации эффективного метода сжатия информации при передаче сигналов в телемедицинских системах дистанционной обработки ЭКГ [17].

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Власов. Введение в доказательную медицину, М., Медиа Сфера, 392 с., 2001.
2. М.В Вайсман., Д.А., Прилуцкий С.В. Селищев. Алгоритм синтеза имитационных электрокардиосигналов для испытания цифровых электрокардиографов, Электроника, № 4, с. 21-24, 2000.
3. Д.А.Ладяев, С.А. Федосин. Моделирование ЭКГ-сигнала, Информационные технологии моделирования и управления, № 6 (31), с. 702-709, 2006.
4. О.М. Белоцерковский, А.В. Виноградов, Э.Э. Галатян, А.С. Тарасов, С.В. Шейко. Способ кодирования данных ЭКГ в модели контурного и динамического анализа ЭКГ, Компьютер и мозг. Новые технологии, М., Наука., с. 241-255, 2005.
5. П.Л. Никифоров. Модель электрокардиографического сигнала на основе совокупности колокольных импульсов, Вестник молодых ученых. Сер. Техн. Наук, № 1, с. 64-68, 1998.
6. М.В. Абрамов. Аппроксимации экспонентами временного кардиологического ряда на основе ЭКГ, Вестник кибернетики, Тюмень, ИПОС СО РАН, № 9, с. 85-91, 2010.

7. В.В. Пипин, Рагульская М.В., С.М. Чибисов. Анализ динамических моделей и реконструкций ЭКГ при воздействии космо- и геофизических факторов, *Международ. журн. прикладных и фундаментальных исследований*, № 5, с. 17-24, 2009.
8. P.E. McSharry, G. Clifford, L.Tarassenko, L.A. Smith. A Dynamical Model for Generating Synthetic Electrocardiogram Signals, *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, No. 3, p. 289-294, 2003.
9. В.В. Мурашко, А.В. Струтинский. *Электрокардиография*, М., Медицина, 288 с., 1991.
10. Л.С. Файнзильберг. Компьютерная диагностика по фазовому портрету электрокардиограммы, Киев, Освита Украины, 191 с., 2013.
11. M.J. Raatikainen, V. Jokinen, V. Virtanen. Microvolt T-wave Alternans During Exercise and Pacing in Patients with Acute Myocardial Infarction, *Pacing and Clinical Electrophysiology*, No. 28, p. 193-197, 2005.
12. L.S. Fainzilberg, T.Yu. Bekler, G.A. Glushauskene. Mathematical Model for Generation of Artificial Electrocardiogram with Given Amplitude-Time Characteristics of Informative Fragments, *Journal of Automation and Information Sciences*, Vol. 43, Issue 9, p. 20-33, 2011.
13. L.S. Fainzilberg, T.Yu. Bekler. T-Wave Alternans Modeling on Artificial Electrocardiogram with Internal and External Perturbation, *Journal of Automation and Information Sciences*, Vol. 44, Issue 7, p. 1-14, 2012.
14. PhysioNet: The Research Resource for Complex Physiologic Signals. – [www.physionet.org](http://www.physionet.org).
15. М.И. Лутай, И.П. Голикова, Е.А. Немчина. Стабильная стенокардия напряжения и методы ее диагностики, *Здоровье Украины*, № 11, с. 18-21, 2008.
16. Small Animal Cardiology. – <http://research.vet.upenn.edu/smallanimalcardiology/ECGTutoria/AbnormalECGs/tabid/4960/Default.as>
17. Л.С. Файнзильберг. Технология построения телемедицинской системы на основе генеративной модели порождения искусственной ЭКГ реалистической формы, *Клиническая информатика и телемедицина*, Т. 8, Вып. 9, с. 89-98, 2012.