сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-84-199

В.В.Двоеглазов, Н.Б.Скачков

КОВАРИАНТНОЕ ТРЕХМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ СОСТАВНОЙ СИСТЕМЫ, ОБРАЗОВАННОЙ ФЕРМИОНОМ И БОЗОНОМ

1984

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе излагается математический аппарат релятивистского трехмерного описания связанных систем, образованных из двух частиц со спинами 1/2 и 1 или двух частиц со спинами 1. Аналогичное исследование системы двух фермионов было проведено ранее в [1–3]. Основой нашего подхода служит одновременной квазипотенциальный метод описания систем частиц в квантовой теории поля, предложенный Логуновым и Тавхелидзе [4]. Трехмерные релятивистские двухчастичные уравнения квазипотенциального типа возникают и в рамках гамильтонионовой формулировки квантовой теории поля [5].

Как следует из результатов [6–9], в спиновом случае уравнения для двухчастичных систем, возникающие в обоих подходах, совпадают по форме и для волновой функции /ВФ/, описывающей относительное движение двух спиновых частиц с равными массами, и имеют в импульсном представлении следующий вид:

$$2\Delta^{\circ}_{p,m\lambda\wp}(M - 2\Delta^{\circ}_{p,m\lambda\wp})\,\tilde{\Psi}^{MK}_{\sigma_1\sigma_2}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda\wp}) = \qquad /1.1/$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3}\sum_{\sigma_1',\sigma_2'}\int \frac{d^3\vec{\Delta}_{k,m\lambda\wp}}{2\Delta^{\circ}_{k,m\lambda\wp}}\, V^{\sigma_1'\sigma_2'}_{\sigma_1\sigma_2}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda\wp};\vec{\Delta}_{k,m\lambda\wp};\wp^2)\,\Psi^{MK}_{\sigma_1'\sigma_2'}(\vec{\Delta}_{k,m\lambda\wp}).$$

Здесь $\vec{\Delta}_{p,m\lambda\wp}$ и $\vec{\Delta}_{k,m\lambda\wp}$ - ковариантные обобщения импульсов частиц в с.ц.и. до рассеяния $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p}$ и соответственно после рассеяния $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}$. Они определяются следующим образом:

$$\vec{\Delta}_{p,m\lambda\wp} \equiv \overset{\circ}{\vec{p}} = \overrightarrow{(\Lambda^{-1}_{\lambda\wp}p_1)} = -\overrightarrow{(\Lambda^{-1}_{\lambda\wp}p_2)} = -\vec{\Delta}_{p_2,m\lambda\wp},$$

$$\vec{\Delta}_{k,m\lambda\wp} \equiv \overset{\circ}{\vec{k}} = \overrightarrow{(\Lambda^{-1}_{\lambda\wp}k_1)} = -\overrightarrow{(\Lambda^{-1}_{\lambda\wp}k_2)} = -\vec{\Delta}_{k_2,m\lambda\wp}, \qquad /1.2/$$

причем

$$(\Delta^{\circ}_{p,m\lambda\wp})^2 - (\vec{\Delta}_{p,m\lambda\wp})^2 = m^2, \quad (\Delta^{\circ}_{k,m\lambda\wp})^2 - (\vec{\Delta}_{k,m\lambda\wp})^2 = m^2, \qquad /1.3/$$

то есть в уравнении /1.2/ импульсы всех частиц принадлежат массовому гиперболоиду $p^2 = m^2$; $k^2 = m^2$. Выше $\tilde{\Psi}^{MK}_{\sigma_1 \sigma_2}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_{\mathcal{P}}})$ - ковариантная одновременная ВФ, характеризующая относительное движение в двухчастичной системе с общей массой M и импульсом $\vec{K}$;
$V^{\sigma_1' \sigma_2'}_{\sigma_1 \sigma_2}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_{\mathcal{P}}} ; \vec{\Delta}_{k,m\lambda_{\mathcal{P}}} ; \mathcal{P}^2)$ - квазипотенциал, образованный из инвариантных матричных элементов релятивистской амплитуды рассеяния. Наконец, $\mathcal{P} = p_1 + p_2$; $\lambda^{\mu}_{\mathcal{P}} = \frac{\mathcal{P}_M}{\sqrt{\mathcal{P}^2}}$, а $\Lambda^{-1}_{\lambda_{\mathcal{P}}}$ - оператор чисто лоренцевского преобразования в систему покоя: $\Lambda_{\lambda_{\mathcal{P}}}(M, \vec{0}) = (\mathcal{P}_0, \vec{\mathcal{P}})$.

В настоящей работе в качестве квазипотенциала мы выберем матричные элементы, отвечающие однобозонному обмену. Вычисления этих матричных элементов будут проводиться с использованием $2(2S+1)$ - компонентных ВФ, чтобы иметь возможность проведения аналогии с задачей системы двух фермионов.

2. КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ДЛЯ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ С $2(2S+1)$ -КОМПОНЕНТНЫМИ ВФ

В начале 60-х годов Джюс [10], Вайнберг [11] и Уивер, Хаммер, Гуд [12] дали описание свободных векторных частиц с массой, которое отличалось от предшествующих [13–16] тем, что использовались 6-компонентные ВФ. Если дираковские ВФ для спинорной частицы преобразуются по приводимому представлению $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ группы Лоренца $SL(2, C)$, а широко используемые ВФ $\epsilon_{\mu}(\vec{p})$ для векторной частицы - по векторному представлению $(1/2, 1/2)$ группы Лоренца, то 6-компонентные ВФ преобразуются по более высокому представлению, а именно $(1,0) \oplus (0,1)$.

В более поздних статьях были изучены различные свойства теории свободных векторных частиц. Так, в [17] было найдено явно ковариантное уравнение для свободной векторной частицы и показана связь данного формализма с более ранними формулировками. В [18] рассмотрено уравнение движения векторной частицы во внешнем электромагнитном поле, причем учтено влияние магнитного дипольного и электрического квадрупольного моментов. В [19] выписаны правила Фейнмана для векторных частиц в 6-компонентном формализме. /Мы приводим их в Приложении к нашей работе/.

Необходимо еще заметить, что в этом формализме широко используются 6x6 матрицы $\gamma^{\mu\nu}$, которые были подробно изучены в [11,20]. По определению

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \delta_{ij} - S_i S_j - S_j S_i \\ \delta_{ij} - S_i S_j - S_j S_i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{i4} = \gamma_{4i} = \begin{pmatrix} 0 & iS_i \\ -iS_i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma_{44} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} . \qquad /2.1/$$

Здесь S_i - обычные спиновые матрицы для векторной частицы:

$$S_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}, \ S_2 = \frac{i}{2}\begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}, \ S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \qquad /2.2/$$

Наконец, согласно /19,21/, аналогом дираковских ВФ в импульсном пространстве являются для состояний с положительной энергией функции

$$U(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} D^s(\alpha(\vec{p}))\ \xi_\sigma \\ D^s(\alpha^{-1+}(\vec{p}))\ \xi_\sigma \end{pmatrix} , \qquad /2.3/$$

и функции

$$V(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} D^s(\alpha(\vec{p})C^{-1})\ \xi^*_\sigma \\ D^s(\alpha^{-1+}(p)C^{-1})(-1)^{2s}\xi_\sigma \end{pmatrix} - \qquad /2.4/$$

для состояний с отрицательной энергией. Выше мы использовали

$$\alpha(\vec{p}) = \frac{m + E + (\vec{\sigma}\vec{p})}{\sqrt{2m\,(E + m)}} , \qquad /2.5/$$

$$C = -i\sigma_2 , \qquad /2.6/$$

а $D^s(A) \equiv D^{(s,0)}(A)$ - представление группы $SL(2, C)$ квадратными матрицами с $2S + 1$ строками.

В нашем случае $(S = 1)$ имеем

$$D^{(1,0)}(\alpha(\vec{p})) = 1 + \frac{\vec{s}\vec{p}}{m} + \frac{(\vec{s}\vec{p})^2}{m(m + E)} . \qquad /2.7/$$

/Методика нахождения $D^{(s,0)}(A)$ приведена в /21/ /, ξ_σ - собственные функции оператора $\hat{S}^2$ и $\hat{S}_z$.

$$\hat{S}^2\xi_\sigma = S(S + 1)\,\xi_\sigma , \qquad \hat{S}_z\,\xi_\sigma = \sigma\xi_\sigma . \qquad /2.8/$$

3. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ 1 В ИМПУЛЬСНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Выберем в уравнении /1.1/ в качестве квазипотенциала фейнмановский матричный элемент, отвечающий однофотонному обмену. Такое приближение, называемое моделью однофотонного обмена, широко используется в физике элементарных частиц.

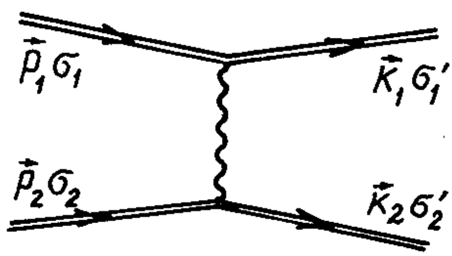
Использование геометрии Лобачевского, как показано в [1–2], позволяет перейти к трехмерной записи квазипотенциала взаимодействия двух фермионов, причем спин частиц описывается σ-матрицами Паули. Мы покажем ниже, что можно перейти к трехмерному формализму и в случае взаимодействия двух частиц со спином 1, при этом спин описывается матрицами /2.2/.

Для этой цели воспользуемся таблицей из Приложения к данной работе. Следуя вышесказанному*,

$$\langle \vec{p}_1, \sigma_1; \vec{p}_2; \sigma_2 / V_{\mathrm{v}}^{(2)} / \vec{k}_1, \sigma_1'; \vec{k}_2, \sigma_2' \rangle =$$

$$= -4\pi e^2 \bar{U}^{\sigma_1}(\vec{p}_1)\, \gamma_{\mu\nu}(p_1 + k_1)_\nu\, U^{\sigma_1'}(\vec{k}_1)\, \delta_{\mu\nu} \bar{U}^{\sigma_2}(\vec{p}_2)\, \gamma_{\mu\nu}(p_2 + k_2) U^{\sigma_2'}(\vec{k}_2), \qquad /3.1/$$

что отвечает фейнмановской диаграмме



---

*Мы не учитываем здесь матричные выражения для вершины, ответственные за магнитный дипольный и электрический квадрупольный моменты. Из первого слагаемого соответствующего выражения таблицы Приложения $- e\,\Gamma_{\alpha\beta}(p + p')_\beta$ мы выбираем лишь $e\gamma_{\alpha\beta}(p + p')_\beta$. Это возможно, так как слагаемое $- e\delta_{\alpha\beta}(p + p')_\beta$ появляется как результат учета условия аксиальности $(p_\mu p^\mu + m^2)\Psi = 0$, налагаемого на 6-компонентную ВФ векторной частицы. У нас же импульсы всех частиц лежат на массовой поверхности, так что данное условие автоматически выполнено.

Совершим в /3.1/ переход к ВФ, определенным в системах покоя частиц /22/:

$$U^{\sigma}(\vec{p}_1) = S_{\vec{p}_1} U^{\sigma}(0) = S_{\vec{\mathcal{P}}} S_{\vec{\mathcal{P}}} S^{-1}_{\vec{p}_1} U^{\sigma}(0), \qquad /3.2/$$

где, согласно /2.3/-/2.7/, шестимерная матрица выражается в виде

$$S_{\vec{p}} = 1 + \frac{\vec{\alpha}\vec{p}}{m} + \frac{(\vec{\alpha}\vec{p})^2}{n(m + p_0)} . \qquad /3.3/$$

В нашей работе матрицы

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} \vec{S} & 0 \\ 0 & -\vec{S} \end{pmatrix}, \qquad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma_5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad /3.4/$$

имеют размерность 6х6.

Нужно отметить, что чисто лоренцевские преобразования не образуют группы. Их произведение содержит дополнительное вращение $V(\Lambda_{\vec{p}}, \vec{k})$, описывающее томассовскую прецессию спина /вигнеровское вращение/:

$$S^{-1}_{\vec{p}} S_{\vec{k}} = S_{\Lambda^{-1}_{\vec{p}} \vec{k}} \cdot I \otimes D^1 \{ V^{-1}(\Lambda_{\vec{p}}, \vec{k}) \}, \qquad /3.5/$$

причем

$$D^1 \{ V^{-1}(\Lambda_{\vec{p}}, \vec{k}) \} = \frac{\{(p_0 + m)(k_0 + m) - \vec{k}\vec{p}\} + [\vec{p}\vec{k}]^2 - 2i\{(p_0 + m)(k_0 + m) - \vec{k}\vec{p}\} \vec{S}[\vec{p}\vec{k}] - 2\{\vec{S}[\vec{p}\vec{k}]\}}{2m(p_0 + m)(k_0 + m)(\Lambda_0 + m)} . \qquad /3.6/$$

/Аналогичное выражение для D функции было получено ранее в других обозначениях Широковым Ю.М./23/ и Чешковым А.А./24//.

Следовательно,

$$U^{\sigma}(\vec{p}_1) = S_{\vec{\mathcal{P}}} S^{\mathcal{P}}_{\vec{p}_1} \cdot D^1 \{ V^{-1}(\Lambda_{\vec{\mathcal{P}}}, \vec{p}_1) \} U^{\sigma}(0). \qquad /3.7/$$

Теперь, если воспользоваться равенством*

$$S^{-1}_{\overset{\circ}{\vec p}}\gamma_{\mu\nu}\overset{\circ}{p}_{\nu}S_{\overset{\circ}{\vec p}} = \beta(\overset{\circ}{p}_{\mu} - \gamma_S W_{\mu}(\overset{\circ}{p})), \qquad /3.8/$$

которое можно получить после несложных, но громоздких вычислений, а также учесть формулы статьи[26]:

$$W_{\mu}(\overset{\circ}{\vec p})\, D(V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{\vec p}},\overset{\circ}{\vec k})) = D(V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{\vec p}},\overset{\circ}{\vec k}))\times \{W_{\mu}(\overset{\circ}{\vec k}) + \frac{\overset{\circ}{p}_{\mu}+\overset{\circ}{k}_{\mu}}{m(m+\overset{\circ}{\Delta}_0)}\}, \qquad /3.9/$$

$$\overset{\circ}{k}_{\mu} W_{\mu}(\overset{\circ}{\vec p})\, D(V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{p}},\overset{\circ}{\vec k})) = -D(V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{p}},\overset{\circ}{\vec k}))\overset{\circ}{p}_{\mu} W_{\mu}(\overset{\circ}{\vec k}) \qquad /3.10/$$

и выражения /3.5/, /3.7/, то, следуя работе[22], можно получить формулу 4-вектора тока частицы со спином 1 в $2(2S+1)$-формализме

$$j^{\mu}_{\sigma\nu}(\vec p,\vec k) = \sum_{\sigma_{\overset{\circ}{p}},\nu_{\overset{\circ}{p}},\nu_{\overset{\circ}{k}}=-1}^{+1} \overset{+}{D}_{\sigma\sigma_{\overset{\circ}{p}}}\{V^{-1}(\Lambda_{\vec{\mathcal{P}}},\vec p)\}\, j^{\mu}_{\sigma_{\overset{\circ}{p}}\nu_{\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec p},\overset{\circ}{\vec k})\, \times$$

$$\times D^{1}_{\nu_{\overset{\circ}{p}}\nu_{\overset{\circ}{k}}}\{V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{\vec p}},\overset{\circ}{\vec k})\}\cdot D^{1}_{\nu_{\overset{\circ}{k}}\nu}\{V^{-1}(\Lambda_{\vec{\mathcal{P}}},\vec k)\}\,, \qquad /3.11/$$

$$j^{\mu}_{\sigma_{\overset{\circ}{p}}\nu_{\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec p},\overset{\circ}{\vec k}) = -e\,\xi_{\sigma_{\overset{\circ}{p}}}\{(\overset{\circ}{p}+\overset{\circ}{k})^{\mu} + \frac{1}{m}W^{\mu}(\overset{\circ}{\vec p})(\vec S\vec\Delta) - \frac{1}{m}(\vec S\vec\Delta)W^{\mu}(\overset{\circ}{\vec p})\}\xi_{\nu_{\overset{\circ}{p}}}\,. \qquad /3.12/$$

Как и в более ранних работах[1-3,22],

$$\overset{\circ}{\vec\Delta} = (\Lambda_{\overset{\circ}{p}}\overset{\circ}{k}) = \overset{\circ}{\vec k} - \frac{\overset{\circ}{\vec p}}{m}(k_0 - \frac{\overset{\circ}{k}\overset{\circ}{p}}{m+p_0}), \qquad /3.13/$$

$$(\overset{\circ}{\Delta})_0 = (\Lambda_{\overset{\circ}{p}}k)_0 = (\overset{\circ}{k}_0\overset{\circ}{p}_0 - \overset{\circ}{\vec k}\overset{\circ}{\vec p})/m. \qquad /3.14/$$

---

* $W^{\mu}(\overset{\circ}{p})$ – 4-вектор релятивистского спина[21,23-26], определенный следующим образом: $W_0(\overset{\circ}{\vec p}) = \vec S\overset{\circ}{\vec p}$, $\vec W(\overset{\circ}{\vec p}) = m\vec S + \frac{\overset{\circ}{\vec p}(\vec S\overset{\circ}{\vec p})}{(\overset{\circ}{p}_0+m)}$.

Далее, учтем /1.2/, а также

$$\frac{1}{(p_1 - k_1)^2} = -\frac{1}{2m(\overset{\circ}{\Delta}_0 - m)} . \qquad /3.15/$$

В результате мы можем записать оператор квазипотенциала в приближении однофотонного обмена:

$$<\overset{\circ}{\vec{p}}; \sigma_1 , \sigma_2 \mid V_{\mathrm{v}}^{(2)} \mid \overset{\circ}{\vec{k}}, \nu_1 , \nu_2 > = \sum_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}}, \nu_{1\overset{\circ}{p}} = -1}^{+1} D^1_{\sigma_1 \sigma_{1\overset{\circ}{p}}} \{ V^{-1}(\Lambda \mathcal{P}, p_1) \} \times$$

$$D^1_{\sigma_2 \sigma_{2\overset{\circ}{p}}} \{ V^{-1}(\Lambda \mathcal{P}, p_2) \} <\overset{\circ}{\vec{p}}, \sigma_{1\overset{\circ}{p}} , \sigma_{2\overset{\circ}{p}} \mid V_{\mathrm{v}}^{(2)} \mid \overset{\circ}{\vec{k}}; \nu_{1\overset{\circ}{p}} , \nu_{2\overset{\circ}{p}} > \times \qquad /3.16/$$

$$\times D^1_{\nu_{1\overset{\circ}{p}} \nu_{1\overset{\circ}{k}}} \{ V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{\vec{p}}}, \overset{\circ}{\vec{k}}) \} D^1_{\nu_{1\overset{\circ}{k}} \nu_1} \{ V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}_1}, k_1) \} \times$$

$$\times D^1_{\nu_{2\overset{\circ}{p}} \nu_{2k}} \{ V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{p}_2}, \overset{\circ}{\vec{k}}_2) \} D^1_{\nu_{2\overset{\circ}{k}}, \nu_2} \{ V^{-1}(\Lambda \mathcal{P}, k_2) \} ,$$

$$<\vec{p}; \sigma_{1\overset{\circ}{p}}, \sigma_{2\overset{\circ}{p}} \mid V_{\mathrm{v}}^{(2)} \mid \vec{k}; \nu_{1\overset{\circ}{p}} , \nu_{2\overset{\circ}{p}} > = \overset{*}{\xi}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}}} \overset{*}{\xi}_{\sigma_{2\overset{\circ}{p}}} V_{\mathrm{v}}^{(2)} (\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}}, \overset{\circ}{\vec{p}}) \xi_{\nu_{1\overset{\circ}{p}}} \xi_{\nu_{2\overset{\circ}{p}}} , \qquad /3.17/$$

$$V_{\mathrm{v}}^{(2)} (\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}}, \overset{\circ}{\vec{p}}) = -4\pi e^2 \Big\{ \frac{(\overset{\circ}{p} + \overset{\circ}{k})_0^2 + (\overset{\circ}{\vec{p}} + \overset{\circ}{\vec{k}})^2}{2m(\overset{\circ}{\Delta}_0 - m)} + \frac{(\overset{\circ}{p} + \overset{\circ}{k})_0}{m^2} \frac{i(\vec{S}_1 + \vec{S}_2)[\overset{\circ}{\vec{p}} \overset{\circ}{\vec{\Delta}}]}{\overset{\circ}{\Delta}_0 - m} +$$

$$+ \frac{(\vec{S}_1 \overset{\circ}{\vec{\Delta}}) (\vec{S}_2 \overset{\circ}{\vec{\Delta}}) - (\vec{S}_1 \vec{S}_2) \vec{\Delta}^2}{2m(\overset{\circ}{\Delta}_0 - m)} - \frac{1}{m^3} \frac{\vec{S}_1 [\overset{\circ}{\vec{p}} \overset{\circ}{\vec{\Delta}}] S_2 [\overset{\circ}{\vec{p}} \overset{\circ}{\vec{\Delta}}]}{\overset{\circ}{\Delta}_0 - m} \Big\} . \qquad /3.18/$$

Легко видеть, что квазипотенциал для взаимодействия двух векторных частиц /3.17/ имеет определенное сходство с квазипотенциалом взаимодействия двух спинорных частиц [1-3].

$$V_{\mathrm{v}}^{(2)} (\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}}, \overset{\circ}{\vec{p}}) = -4\pi e^3 \Big\{ \frac{2m}{\overset{\circ}{\Delta}_0 - m} + \frac{2}{m^2} \frac{\overset{\circ}{p}_0 (\overset{\circ}{\Delta}_0 + m) + 2\overset{\circ}{p}_0 (\overset{\circ}{\vec{p}} \overset{\circ}{\vec{\Delta}}) - 2m^3}{\overset{\circ}{\Delta}_0 - m} +$$

$$+ \frac{2\overset{\circ}{p}_0}{m^2} \frac{i(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) [\overset{\circ}{\vec{p}} \overset{\circ}{\vec{\Delta}}]}{\overset{\circ}{\Delta}_0 - m} + \frac{(\vec{\sigma}_1 \overset{\circ}{\vec{\Delta}})(\vec{\sigma}_2 \overset{\circ}{\vec{\Delta}}) - (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) \overset{\circ}{\vec{\Delta}}{}^2}{2m(\overset{\circ}{\Delta}_0 - m)} + \frac{2}{m^2} \frac{(\vec{\sigma}_1 \overset{\circ}{\vec{p}})(\vec{\sigma}_1 \overset{\circ}{\vec{\Delta}})(\vec{\sigma}_2 \overset{\circ}{\vec{p}})(\vec{\sigma}_2 \overset{\circ}{\vec{\Delta}})}{\overset{\circ}{\vec{\Delta}}{}^2} \Big\} . \qquad /3.19/$$

Аналогом первого и второго слагаемых в /3.19/ является первое слагаемое в /3.18/; они вносят вклад в орбитальное движение. Второе слагаемое в /3.18/ - аналог третьего слагаемого в /3.19/. Это - релятивистское спин-орбитальное взаимодействие. Третье слагаемое в /3.18/ содержит спин-спиновое взаимодействие и тензорные силы, как и четвертое слагаемое в /3.19/. И, наконец, последнее слагаемое в /3.18/ имеет своим аналогом последнее слагаемое /3.19/.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод: как в случае системы двух спинорных частиц, так и в случае системы двух векторных частиц геометрия Лобачевского позволяет получить квазипотенциалы, которые являются обобщениями соответствующих потенциалов квантовой механики.

Для описываемой нами двухчастичной системы квазипотенциал в нерелятивистском пределе имеет вид

$$V^{(2)}_{\text{nonrel}}(\vec{k}-\vec{p},\vec{p}) = -4\pi e^2\left\{\frac{4m^2}{\vec{\Delta}^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{c^2}\,\frac{3\vec{p}^{\,2}+2\vec{p}\vec{k}+3\vec{k}^2}{\vec{\Delta}^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{4}{c^2}\,\frac{i(\vec{S}_1+\vec{S}_2)[\vec{p}\vec{\Delta}]}{\vec{\Delta}^2} + \frac{1}{c^2}\,\frac{(\vec{S}_1\vec{\Delta})(\vec{S}_2\vec{\Delta}) - (\vec{S}_1\vec{S}_2)\vec{\Delta}^2}{\vec{\Delta}^2}\right\}, \qquad /3.20/$$

где

$$\vec{\Delta} = \vec{k} - \vec{p}. \qquad /3.21/$$

Здесь удержаны лишь члены порядка (v^2/c^2).

Нужно еще заметить, что использование D-функций в выражении /3.16/ позволяет осуществить "пересадку" /по терминологии авторов [26] / спиновых индексов на один импульс $\vec{p}$ в матричном элементе квазипотенциала. Аналогичную "пересадку" нужно сделать и для ВФ уравнения /1.1/:

$$\Psi^{MK}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}},\sigma_{2\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{p}}) = \sum_{\sigma_1,\sigma_2=-1} D^{1}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}}\sigma_1}\{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, p_1)\} \times$$

$$\times D^{1}_{\sigma_{2\overset{\circ}{p}},\sigma_2}\{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, p_2)\}\,\Psi^{MK}_{\sigma_1\sigma_2}(\overset{\circ}{\vec{p}}). \qquad /3.22/$$

4. ПАРЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ В СИСТЕМЕ С ПОЛНЫМ СПИНОМ S = 0

В этом разделе мы получим парциальное уравнение, следуя методу статьи [27].

Выше была проведена "пересадка" спиновых индексов ВФ и квазипотенциала на один импульс /это соответствует переходу к квантованию спина на одну и ту же ось, выбранную вдоль вектора $\overset{\circ}{\vec{p}}$ /. После этого можно совершить ковариантное суммирование спинов /25,24/:

$$\Psi_{S\sigma_{\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{p}}) = \sum_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}},\, \sigma_{2\overset{\circ}{p}}=-1}^{1} \langle 1, 1; \sigma_{1\overset{\circ}{p}},\, \sigma_{2\overset{\circ}{p}} \mid S\sigma_{\overset{\circ}{p}} \rangle\, \Psi_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}},\sigma_{2\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{p}}). \qquad /4.1/$$

В дальнейшем мы ограничимся случаем $S = 0$, $\sigma_{\overset{\circ}{p}} = 0$, которому соответствует ВФ:

$$\Psi_{00}(\overset{\circ}{\vec{p}}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \{\Psi_{1\overset{\circ}{p},-1\overset{\circ}{p}}(\overset{\circ}{\vec{p}}) + \Psi_{-1\overset{\circ}{p},1\overset{\circ}{p}}(\overset{\circ}{\vec{p}}) - \Psi_{0\overset{\circ}{p},0\overset{\circ}{p}}(\overset{\circ}{\vec{p}})\} = \Psi_{S=0}(\overset{\circ}{\vec{p}}). \qquad /4.2/$$

Уравнение, описывающее состояние с полным спином $S = 0$ для ВФ /4.2/, согласно работе /8/, имеет вид

$$2\overset{\circ}{p}_0 (M - 2\overset{\circ}{p}_0)\, \Psi_{S=0}(\overset{\circ}{\vec{p}}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\overset{\circ}{\vec{k}}}{2\overset{\circ}{k}_0}\, V_{S=0}(\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}},\, \overset{\circ}{\vec{p}})\, \Psi_{S=0}(\overset{\circ}{\vec{k}}), \qquad /4.3/$$

где

$$V_{S=0}(\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}},\, \overset{\circ}{\vec{p}}) = \sum_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}},\sigma_{2\overset{\circ}{p}}=-1}^{1} \; \sum_{\nu_{1\overset{\circ}{p}},\nu_{2\overset{\circ}{p}}=-1} \langle 11\, \sigma_{1\overset{\circ}{p}}\, \sigma_{2\overset{\circ}{p}} \mid 00 \rangle \times$$

$$\times\, V^{\nu_{1\overset{\circ}{p}}\nu_{2\overset{\circ}{p}}}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}}\sigma_{2\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}},\, \overset{\circ}{\vec{p}}) \langle 11\, \nu_{1\overset{\circ}{p}}\, \nu_{2\overset{\circ}{p}} \mid 00 \rangle. \qquad /4.4/$$

После несложных вычислений находим

$$V_{S=0}(\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}},\overset{\circ}{\vec{p}}) = -4\pi e^2 \left\{ \frac{2(\overset{\circ}{\Delta}_0 + m)}{3m} + \frac{2[\overset{\circ}{\vec{p}}\,\overset{\circ}{\vec{\Delta}}]^2}{3m^3(\overset{\circ}{\Delta}_0 - m)} - \frac{(\overset{\circ}{p} + \overset{\circ}{k})_0 + (\overset{\circ}{\vec{p}} + \overset{\circ}{\vec{k}})^2}{2m(\overset{\circ}{\Delta}_0 - m)} \right\}. \qquad /4.5/$$

После разложения $\Psi_{S=0}(\overset{\circ}{\vec{p}})$ на парциальные волны мы приходим к парциальному уравнению

$$2\mathring{p}_0(M-2\mathring{p})\frac{1}{\mathring{p}}\Phi_\ell(\mathring{\vec p})=\frac{1}{2\pi^2}\int\frac{k^0dk^0}{2\mathring{k}_0}V_\ell(\mathring{x},\mathring{p})\,\Phi_\ell(\mathring{k}). \qquad /4.6/$$

Здесь $\mathring{k}=|\mathring{\vec k}|$, $\mathring{p}=|\mathring{\vec p}|$, а

$$V_\ell(k,p)=-4\pi e^2\{[\frac{2(\mathring{k}_0+\mathring{p}_0)-4m^2}{\mathring{k}\mathring{p}}-\frac{4(\mathring{k}-\mathring{p}_0)^2}{3\mathring{k}\mathring{p}}]Q_\ell(\frac{\mathring{k}_0\mathring{p}_0-m^2}{\mathring{k}\mathring{p}})+$$
$$+(\frac{8\mathring{k}_0\mathring{p}_0}{3m^2}-2)\delta_{\ell 0}\}. \qquad /4.7/$$

В нерелятивистском пределе $\mathring{k}_0\to mc^2+\frac{\vec k^2}{2m}$, $\mathring{p}_0\to mc^2+\frac{\vec p^2}{2m}$,

$$Q_\ell(\frac{\mathring{k}_0\mathring{k}_0-m^2}{\mathring{k}\mathring{p}c^2})\to Q_\ell(\frac{\vec k^2+\vec p^2}{2kp}), \qquad /4.8/$$

и уравнение /4.6/ преобразуется в уравнение типа Шредингера

$$(\frac{\vec p^2}{2m}+E_{\text{св}})\,\Phi_\ell(p)=-\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty dk\,V_{\ell_{\text{nonrel}}}(k,p)\,\Phi_\ell(k), \qquad /4.9/$$

где

$$V_{\ell_{\text{nonrel}}}(k,p)=\frac{1}{kp}Q_\ell(\frac{k^2+p^2}{2kp})+\frac{k^2+p^2}{kpm^2c^2}Q_\ell(\frac{k^2+p^2}{2kp})+\frac{2}{3m^2c^2}\delta_{\ell 0}. \qquad /4.10/$$

§5. ОДНОВРЕМЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВФ СВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ ФЕРМИОНА И БОЗОНА СО СПИНОМ 1

Уравнение для одновременной ВФ связанной системы фермиона и бозона было записано в импульсном пространстве в [28,29] и оно имеет вид

$$2\Delta^0_{p,m_2\lambda}(M-\Delta^0_{p,m_1\lambda}-\Delta^0_{p,m_2\lambda})\,\tilde\Psi_{\sigma_1\sigma_2}(\vec\Delta_{p,\lambda})=$$
$$=\frac{1}{(2\pi)^3}\sum_{\nu_1\nu_2}\int\frac{d\,\vec\Delta_{k,\lambda}}{2\Delta^0_{k,m_1\lambda}}V^{\nu_1\nu_2}_{\sigma_1\sigma_2}(\vec\Delta_{p,\lambda}(-)\vec\Delta_{k,\lambda};\mathcal{P}^2)\,\tilde\Psi^{MK}_{\nu_1\nu_2}(\vec\Delta_{k,\lambda}). \qquad /5.1/$$

Следуя [1-3],

$$V^{\nu_1 \nu_2}_{\sigma_1 \sigma_2}(\vec{\Delta}_{p,\lambda};\vec{\Delta}_{k,\lambda}\cdot\mathcal{P}^2) \equiv \langle \overset{\circ}{\vec{p}}, \sigma_1, \sigma_2 | V^{(2)}_{v} | \overset{\circ}{\vec{k}}, \nu_1, \nu_2 \rangle =$$

$$= \sum_{\sigma_{i\overset{\circ}{p}}\ \nu_{i\overset{\circ}{p}}} \overset{+}{D}{}^{1}_{\sigma_1 \sigma_{1\overset{\circ}{p}}}\{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, p_1)\} \overset{+}{D}{}^{1/2}_{\sigma_2 \sigma_{2\overset{\circ}{p}}}\{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, p_2)\}\times \qquad /5.2/$$

$$\times \langle \overset{\circ}{\vec{p}}, \sigma_{1\overset{\circ}{p}}, \sigma_{2\overset{\circ}{p}} | V^{(2)}_{v} | \overset{\circ}{\vec{k}}, \nu_{1\overset{\circ}{p}}, \nu_{2\overset{\circ}{p}} \rangle D^{1}_{\nu_{1\overset{\circ}{p}} \nu_{1\overset{\circ}{k}}}\{V^{-1}(\Lambda_{\overset{\circ}{\vec{p}}}, \overset{\circ}{\vec{k}}_1)\}\times$$

$$\times D^{1}_{\nu_{1\overset{\circ}{k}} \nu_1}\{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, k)\} D^{1/2}_{\nu_{2\overset{\circ}{p}} \nu_{2\overset{\circ}{k}}}\{V^{-1}(\Lambda_{\vec{p}_2}, \vec{k}_2)\} D^{1/2}_{\nu_{2\overset{\circ}{k}} \nu_2}\{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, k_2)\},$$

$$\langle \overset{\circ}{\vec{p}}, \sigma_{1\overset{\circ}{p}}, \sigma_{2\overset{\circ}{p}} | V^{(2)}_{v} | \overset{\circ}{\vec{k}}, \nu_{1\overset{\circ}{p}}, \nu_{2\overset{\circ}{p}} \rangle = \overset{*}{\xi}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}}} \overset{*}{\xi}_{\sigma_{2\overset{\circ}{p}}} V^{(2)}_{v}(\overset{\circ}{\vec{k}}(-)\overset{\circ}{\vec{p}}, \overset{\circ}{\vec{p}}) \xi_{\nu_{1\overset{\circ}{p}}} \xi_{\nu_{2\overset{\circ}{p}}}. \qquad /5.3/$$

Нужно отметить, что $\xi_{\sigma_{2\overset{\circ}{p}}}$, $\xi_{\nu_{2\overset{\circ}{p}}}$ - обычные двухкомпонентные паулевские спиноры, нормированные условием $\overset{*}{\xi}_{\sigma} \xi^{\sigma'} = \delta^{\sigma'}_{\sigma}$, а $\xi_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}}}$, $\xi_{\nu_{1\overset{\circ}{p}}}$ - трехкомпонентные аналоги паулевских спиноров для частиц со спином 1.

Используем полученные ранее выражения для векторов тока векторных /3.12/

$$j^{\mu}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}} \nu_{1\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{p}}, \overset{\circ}{\vec{k}}) = -e\overset{*}{\xi}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}}}\{(\overset{\circ}{p} + \overset{\circ}{k})^{\mu} + \frac{1}{m_1} W^{\mu}_{1}(\overset{\circ}{\vec{p}})(\vec{S}_1 \overset{\circ}{\vec{\Delta}}) - \frac{1}{m}(\vec{S}_1 \overset{\circ}{\vec{\Delta}}) W^{\mu}_{1}(\overset{\circ}{\vec{p}})\}\xi_{\nu_{1\overset{\circ}{p}}} \qquad /5.4/$$

и спинорных[3] частиц

$$j^{\mu}_{\sigma_{2\overset{\circ}{p}}, \nu_{2\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{p}}, \overset{\circ}{\vec{k}}) = -e\frac{2}{\sqrt{2m(\overset{\circ}{\Delta}_{20}+m)}} \xi_{\sigma_{2\overset{\circ}{p}}}\{\overset{\circ}{p}{}^{\mu}_{2}(\overset{\circ}{\Delta}_{20}+m) + 2\vec{W}^{\mu}_{2}(\overset{\circ}{\vec{p}})(\vec{\sigma}_2 \overset{\circ}{\vec{\Delta}}_2)\}\xi_{\nu_{2\overset{\circ}{p}}}, \qquad /5.5/$$

а также

$$\langle \overset{\circ}{\vec{p}}_1, \sigma_{1\overset{\circ}{p}}; \overset{\circ}{\vec{p}}_2\, \sigma_{2\overset{\circ}{p}} | V^{(2)}_{v} | \overset{\circ}{\vec{k}}, \nu_{1\overset{\circ}{p}}; \vec{k}_2, \nu_{2\overset{\circ}{p}} \rangle =$$

$$= \frac{-4\pi\, j^{\mu}_{\sigma_{1\overset{\circ}{p}} \nu_{1\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{p}}_1, \overset{\circ}{\vec{k}}_1)\, \delta_{\mu\nu}\, j^{\nu}_{\sigma_{2\overset{\circ}{p}} \nu_{2\overset{\circ}{p}}}(\overset{\circ}{\vec{p}}_2, \overset{\circ}{\vec{k}}_2)}{(p_1 - k_1)^2}, \qquad /5.6/$$

причем $\overset{\circ}{\vec{p}} = \overset{\circ}{\vec{p}}_1 = -\overset{\circ}{\vec{p}}_2$; $\overset{\circ}{\vec{k}} = \overset{\circ}{\vec{k}}_1 = -\overset{\circ}{\vec{k}}_2$.

В результате можно записать оператор квазипотенциала следующим образом:

$$V^{(2)}(\vec{\mathring{k}}, \vec{\mathring{p}}) = -4\pi e^2 \frac{\mathring{p}_{20}(\mathring{p}_{10}+\mathring{k}_{10}+\mathring{p}_{20}+\mathring{k}_{20}) - 2m_2^2}{m_1(\mathring{\Delta}_{10}-m_1)} \sqrt{\frac{\mathring{\Delta}_{20}+m_2}{2m_2}} -$$

$$-4\pi e^2 \frac{(\mathring{p}_{10}+\mathring{k}_{10}+\mathring{p}_{20}+\mathring{k}_{20})(\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}_2)}{m_1(\mathring{\Delta}_{10}-m_1)\sqrt{2m_2(\mathring{\Delta}_{20}+m_2)}} - 4\pi e^2 \frac{(\vec{S}_1\vec{\mathring{\Delta}}_2)(\vec{\sigma}_2\vec{\mathring{\Delta}}_1)-(\vec{S}_1\vec{\sigma}_2)(\vec{\mathring{\Delta}}_1\vec{\mathring{\Delta}}_2)+i\vec{S}_1[\vec{\mathring{\Delta}}_2\vec{\mathring{\Delta}}_1]}{m_1(\mathring{\Delta}_{10}-m_1)} \times \qquad /5.7/$$

$$\times\sqrt{\frac{m_2}{2(\mathring{\Delta}_{20}+m_2)}} - 4\pi e^2 \frac{i\vec{S}_1[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}_1](\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}_2)(m_1+m_2+\mathring{p}_{10}+\mathring{p}_{20})^2}{2m_1^2(\mathring{\Delta}_{10}-m_1)(m_1+\mathring{p}_{10})(m_2+\mathring{p}_{20})} \times \frac{1}{\sqrt{2m_2(\mathring{\Delta}_{20}+m_2)}} -$$

$$-4\pi e^2 \frac{i\vec{S}_1[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}_1](\mathring{p}_{20}+\mathring{p}_{10})}{m_1^2(\mathring{\Delta}_{10}-m_1)^2}\sqrt{\frac{\mathring{\Delta}_{10}+m_2}{2m_2}} - 4\pi e^2 \frac{i\vec{\sigma}_2[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}_2](\mathring{p}_{10}+\mathring{k}_{10}+\mathring{p}_{20}+\mathring{k}_{20})}{m_1(\mathring{\Delta}_{10}-m_1)\sqrt{2m_2(\mathring{\Delta}_{20}+m_2)}} +$$

$$+4\pi e \frac{\vec{S}_1[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}_1]\sigma_2[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}_2](m_1+m_2+\mathring{p}_{10}+\mathring{p}_{20})^2}{2m_1^2(\mathring{\Delta}_{10}-m_1)(m_1+\mathring{p}_{10})(m_2+\mathring{p}_{20})} \cdot \frac{1}{\sqrt{2m_2(\mathring{\Delta}_{20}+m_2)}}.$$

Здесь

$$\vec{\mathring{\Delta}}_1 = \vec{\mathring{k}} - \frac{\vec{\mathring{p}}}{m_1}\left(\mathring{k}_0 - \frac{\vec{\mathring{k}}\vec{\mathring{p}}}{m_1+\mathring{p}_0}\right), \qquad \mathring{\Delta}_{10} = \sqrt{m_1^2+\vec{\mathring{\Delta}}_1^2} \qquad /5.8/$$

$$\vec{\mathring{\Delta}}_2 = \vec{\mathring{k}} - \frac{\vec{\mathring{p}}}{m_2}\left(\mathring{k}_0 - \frac{\vec{\mathring{k}}\vec{\mathring{p}}}{m_1+\mathring{p}_0}\right), \qquad \mathring{\Delta}_{20} = \sqrt{m_2^2+\vec{\mathring{\Delta}}_2^2}\ , \qquad /5.9/$$

$$\mathring{p}_{20} = \sqrt{m_2^2+\vec{\mathring{p}}^2}, \qquad \mathring{k}_{20} = \sqrt{m_2^2+\vec{\mathring{k}}^2}, \qquad /5.10/$$

$$\mathring{p}_{10} = \sqrt{m_1^2+\vec{\mathring{p}}^2}, \qquad \mathring{k}_{10} = \sqrt{m_1^2+\vec{\mathring{k}}^2}. \qquad /5.11/$$

В квазирелятивистском пределе /5.7/ переходит в

$$V_v^{(2)}(\vec{k}, \vec{p}) = -4\pi e^2 \frac{4m_1 m_2}{\vec{\Delta}^2} - 4\pi e^2 \frac{1}{c^2}\left(\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_1}\right) -$$

$$-4\pi e^2 \frac{2\vec{p}^{\,2}}{\vec{\Delta}^2}\,\frac{1}{c^2}\left(\frac{m_1+m_2}{m_2}\right) - 4\pi e^2 \frac{1}{c^2}\left(\frac{m_1+m_2}{m_1}\right)\frac{\vec{p}^{\,2}+\vec{k}^2}{\vec{\Delta}^2} -$$

$$-4\pi e^2 \frac{1}{c^2}\,\frac{2(\vec{p}\vec{\Delta})}{\vec{\Delta}^2}\,\frac{m_1+m_2}{m_1} - 4\pi e^2 \frac{2}{c^2}\,\frac{m_1+m_2}{m_1}\,\frac{i\vec{S}_1[\vec{p}\vec{\Delta}]}{\vec{\Delta}^2} -$$

$$-4\pi e^2 \frac{2}{c^2}\,\frac{m_1+m_2}{m_2}\,\frac{i\vec{\sigma}_2[\vec{p}\vec{\Delta}]}{\vec{\Delta}^2} - 4\pi e^2 \frac{1}{c^2}\,\frac{(\vec{S}_1\vec{\Delta})(\vec{\sigma}_2\vec{\Delta}) - (\vec{S}_1\vec{\sigma}_2)\vec{\Delta}^2}{\vec{\Delta}^2},$$

где $\vec{\Delta} = \vec{k} - \vec{p}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

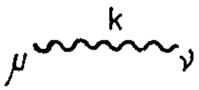
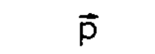
В настоящей работе нами получено трехмерное выражение для оператора квазипотенциала, входящего в ковариантное двухчастичное уравнение, для волновой функции, описывающей взаимодействие векторной частицы и фермиона. Аналогичный квазипотенциал получен и для системы двух частиц со спинами 1, для которой выведено парциальное уравнение. Переход к трехмерному описанию был достигнут благодаря применению импульсных переменных, определенных в пространстве Лобачевского, а не разложением по степеням v^2/c^2.

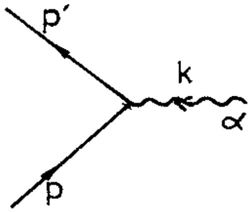
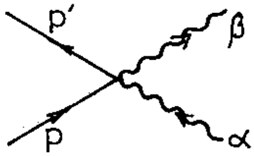
Авторы благодарны А.В.Сидорову и Ю.Н.Тюхтяеву за интерес к работе и полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица

Фейнмановские правила для векторной электродинамики

Элемент	Граф	Значение
Внутренняя фотонная линия		$D_{\mu\nu} = -\frac{4\pi\delta_{\mu\nu}}{k^2 - i\epsilon}$
Внутренняя мезонная линия		$G(p) = \frac{[2M^2 - p_\mu p_\nu(\gamma_{\mu\nu} - \delta_{\mu\nu})]}{4M^2(p^2 + M^2 - i\epsilon)}$ –

1	2	3
Однофотонная вершина		$-e\Gamma_{\alpha\beta}(p+p')_\beta - \frac{ie\lambda}{6}\gamma_{5,\alpha\beta}k_\beta + \frac{eq}{6M^2}\gamma_{6,\alpha\beta,\mu\nu}k_\beta k_\mu (p+p')_\nu$
Двухфотонная вершина		$e^2\,\Gamma_{\alpha\beta} + \frac{e^2 q}{6M^2}(k_\mu k_\nu + k'_\mu k'_\nu)\gamma_{6,\mu\alpha,\nu\beta}$

Здесь:

$$\Gamma_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha\beta} + \delta_{\alpha\beta}\,, \qquad /П.1/$$

$$\gamma_{5,\alpha\beta} = i[\gamma_{\alpha\mu}\,,\,\gamma_{\beta\mu}]_-\,, \qquad /П.2/$$

$$\gamma_{6,\alpha\beta,\mu\nu} = [\gamma_{\alpha\mu}\,,\,\gamma_{\beta\nu}]_+ + 2\delta_{\alpha\mu}\delta_{\beta\nu} - [\gamma_{\beta\mu}\,,\,\gamma_{\alpha\nu}]_+ - 2\delta_{\beta\mu}\delta_{\alpha\nu}\,. \qquad /П.3/$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Skachkov N.B. JINR, E2-7159, Dubna, 1973.
2. Skachkov N.B. JINR, E2-7333, Dubna, 1973.
3. Скачков Н.Б. ТМФ, 1975, т. 22, №2, с. 213-222.
4. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, No 2, p. 380-400.
5. Kadyshevsky V.G. Nucl.Phys.B, 1968, v. 6, p. 125. Kadyshevsky V.G., Matveev M.D. Nuovo Cim., 1968, v. 55A, p. 275.
6. Kvinikhidze A.N., Stoyanov D.Ts. JINR, E2-5746, Dubna, 1971.
7. Логунов А.А. и др. ТМФ, 1971, т. 6, №2, с. 157-165.
8. Faustov R.N. Annals of Phys., 1973, v. 78, No 1, p. 176-189.
9. Линкевич А.Д., Саврин В.И., Скачков Н.Б. ТМФ, 19 , т. 53, № 1, с. 20-31.
10. Joos H. Fortschr. Physik, 1962, v. 10, p. 65.
11. Weinberg S. Phys.Rev. B, 1964, v. 133, p. 1318.

12. Weaver D.L., Hammer C.L., Good R.H. Phys.Rev.B, 1964, v. 135, No 1, p. 241.
13. Kemmer N. Proc. Roy.Spc. (London),, 1939, v. A173, p. 91.
14. Proca A. Compt.Rend, 1936, v. 202, p. 1490.
15. Dirac P.A.M. Proc.Roy.Soc.(London), 1936, vol. A155, p. 447.
16. Fierz M. Helv.Phys.Acta, 1939, vpl. 12, p. 3; Fierz M., Pauli W. Proc.Roy Soc. (London), 19390 vol. A173, p. 211.
17. Sankaranarayanan A., Good R.H. Nuovo Cim., 1965, vol. 36, No. 4, p. 1303.
18. Shay D., Good R.H. Phys.Rev., 1969, vol. 179, No. 5, p.1410.
19. Tucker R.H., Hammer C.L. Phys.Rev.D, 1971, vol. 3, No. 10, p. 2448.
20. Barut A.O., Muzinch I., Williams D.N. Phys.Rev., 1963, vol. 130, p. 442.
21. Новожилов Ю.В. Введение в теорию элементарных частиц. "Наука", М., 1972.
22. Скачков Н.Б. ОИЯИ, Р2-12152, Дубна, 1979.
23. Широков Ю.М. ЖЭТФ, 1958, т. 35, вып. 4, с. 1005.
24. Чешков А.А. ЖЭТФ, 1966, т. 50, вып. 1, с. 144.
25. Широков Ю.М. ЖЭТФ, 1951, т. 21, с. 748; 1957, т. 33, с. 1198.
26. Чешков А.А., Широков Ю.М. ЖЭТФ, 1963, т. 44, вып. 6, с.1982.
27. Skachkov N.B. JINR, E2-81-399, Dubna, 1981.
28. Линкевич А.Д., Саврин В.И., Скачков Н.Б. ЯФ, 1983, т. 37, № 2, с. 391-399.
29. Линкевич А.Д. и др. ОИЯИ, Р2-82-562, Дубна, 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 марта 1984 года.

Двоеглазов В.В., Скачков Н.Б. P2-84-199
Ковариантное трехмерное уравнение для составной системы, образованной фермионом и бозоном

Настоящая работа посвящена описанию взаимодействия бозонов с фермионами. Целью работы является развитие аппарата описания связанных состояний бозона и фермиона и двух векторных частиц. Для этого применен релятивистский квазипотенциальный метод. В результате получен вид трехмерных квазипотенциалов, описывающих взаимодействие в связанной системе фермиона и векторной частицы и в системе двух векторных частиц.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов.

Dvoeglazov V.V., Skachkov N.B. P2-84-199
Three-Dimensional Covariant Equation for a Composite System Formed with a Fermion and a Boson

Interaction of bosons with fermions is described. The aim of the work is to find a formalism for describing bound states of a boson and a fermion as well as the bound states of two vector particles. For this purpose a relativistic quasipotential method is applied. As a result a form of three-dimensional quasipotential is found, that describes an interaction in bound states of fermion and vector particle and an interaction in a system of two vector particles.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984

21 коп.

Редактор М.И.Зарубина. Макет Н.А.Киселевой.
Набор Н.П.Боголюбовой, В.С.Румянцевой.

Подписано в печать 26.04.84.
Формат 60x90/16. Офсетная печать. Уч.-изд.листов 1,37.
Тираж 545. Заказ 34586.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Дубна Московской области.