

УДК 531.391:521.93

## ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ В ОПРЕДЕЛЕНИИ ТОЧНОСТИ ДОЛГОСРОЧНЫХ ЭФЕМЕРИДНО-ВРЕМЕННЫХ ПОПРАВК В СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ

© 2015 г. Ю. Г. Марков, В. В. Перепёлкин, В. В. Чазов, А. О. Шемяков

Представлено академиком РАН В.В. Козловым 13.08.2015 г.

Поступило 27.08.2015 г.

Малопараметрическая численно-аналитическая модель вращательно-колебательных движений Земли применяется на длительном интервале времени в обработке высокоточных измерений топоцентрических дальностей до ИСЗ Эталон-1 и Эталон-2. Предполагаемая модель может быть использована в алгоритмах спутниковой навигации.

DOI: 10.7868/S0869565215360116

Достижение высокой точности эфемеридно-временного обеспечения навигационных спутниковых систем продолжает оставаться важнейшей задачей. Одним из способов ее решения является повышение точности прогноза орбит спутников. Эта прикладная задача сопряжена с фундаментальной проблемой определения параметров вращения Земли. Построение высокоточной динамической модели вращательно-колебательных движений деформируемой Земли, идентификация её параметров на основе данных Международной службы вращения Земли (МСВЗ) [1] и надёжный прогноз координат земного полюса весьма важны для решения задач навигации и управления движением космического аппарата.

Параметры вращения Земли – координаты земного полюса  $x_p, y_p$ , разность Всемирного и координированного времен  $UT1 - UTC$  входят в матрицу преобразования от геоцентрической экваториальной системы координат к гринвичской земной системе координат. Такие преобразования являются составной частью алгоритмов фильтрации траекторной информации и определения навигационных параметров, а также орбитальных эфемерид искусственных спутников Земли. В работе представлен численно-аналитический подход к вычислению параметров вращения Земли на длительных интервалах времени, использо-

ванный для обработки высокоточных измерений топоцентрических дальностей до искусственных спутников Земли Эталон-1 и Эталон-2.

Рассматриваемые космические аппараты были выведены на орбиту Земли в 1989 г. Большие полуоси, эксцентриситеты и углы наклона орбит обоих объектов близки к соответствующим параметрам спутников группировки ГЛОНАСС.

Процедура фильтрации высокоточных наблюдений спутников Эталон позволяет отлаживать алгоритмы обработки получаемой на основе спутниковой навигационной системы траекторной информации и контролировать её точность. Отмечается, что в процессе фильтрации наблюдений измеряемыми величинами являются топоцентрические дальности, первые производные от которых по параметрам вращения Земли в линейном приближении позволяют определить ковариационную матрицу и оценить априорную величину остаточных отклонений, обусловленных погрешностями параметров вращения Земли.

Следует заметить, что на основе приведенного алгоритма обработки данных объекта типа Эталон может быть разработана тестовая модель орбитальной группировки малых космических аппаратов, с помощью которой решается задача оперативной синхронизации бортовых шкал времени малых космических аппаратов по межспутниковым измерениям вдоль замкнутой цепочки, охватывающей всю орбитальную группировку с учётом информационного взаимодействия между спутниками. Это позволяет строить надёжные алгоритмы формирования оценок ориентации как в штатном режиме, так и в экстремальных ситуациях.

Московский авиационный институт  
Национальный исследовательский университет  
Государственный астрономический институт  
им. П.К. Штернберга  
E-mail: vadimkin1@yandex.ru

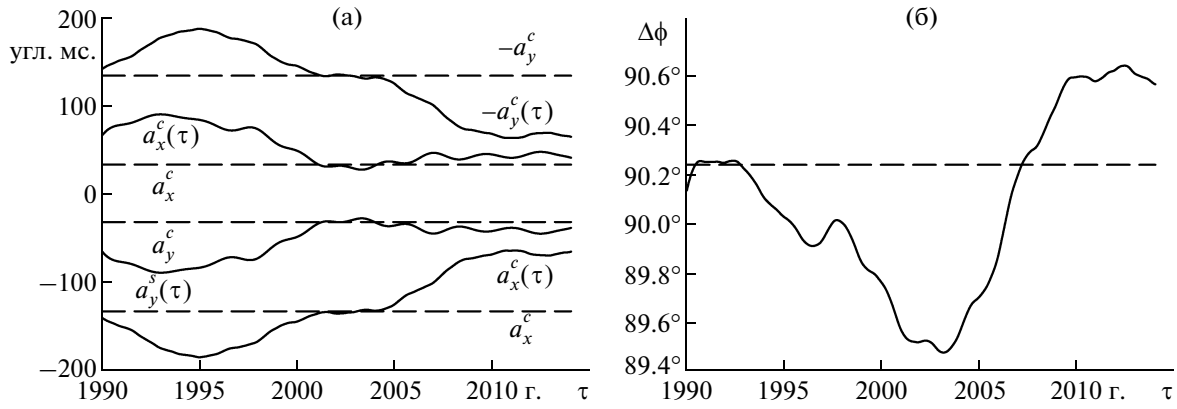


Рис. 1а. Коэффициенты основной (штриховая линия) и уточненной (сплошная линия) моделей на интервале времени с 1990 по 2012 г. (а) и сдвиг фазы чандлеровского колебания координат  $x_p, y_p$  основной (штриховая линия) и уточненной (сплошная линия) моделей (б).

1. С применением методов небесной механики интегрированием динамических уравнений Эйлера—Лиувилля удается построить приближенную малопараметрическую модель вращательно-колебательных движений Земли, обусловленных воздействием гравитационно-приливных сил от Солнца и Луны [2–4]. Она содержит небольшое число неизвестных параметров, подверженных изменениям вследствие влияния возмущающих факторов (обусловленных вариациями геопотенциала и внешними возмущениями гравитационно-приливного и геофизического характера).

Структуру численно-аналитической модели движения земного полюса можно представить в следующем удобном для численных расчетов виде

$$\begin{aligned}
 x_p &= c_x(\tau) - a_x^c(\tau) \cos 2\pi \tilde{\psi}_{ch}(\tau) + \\
 &\quad + a_x^s(\tau) \sin 2\pi \tilde{\psi}_{ch}(\tau) - \\
 &\quad - N d_x^c(\tau) \cos 2\pi \tau - d_x^s(\tau) \sin 2\pi \tau, \\
 y_p &= c_y(\tau) + a_y^c(\tau) \cos 2\pi \tilde{\psi}_{ch}(\tau) + \\
 &\quad + a_y^s(\tau) \sin 2\pi \tilde{\psi}_{ch}(\tau) - \\
 &\quad - N d_y^c(\tau) \cos 2\pi \tau + d_y^s(\tau) \sin 2\pi \tau, \\
 \tilde{\psi}_{ch}(\tau) &= N^* \tau - \delta \psi(\tau) - \Delta \psi(\tau).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $\tau$  — время, измеряемое стандартными годами. Величины чандлеровской и годичной частот выбирались на основе спектрального анализа ряда наблюдений координат земного полюса на интервале времени с 1970 по 2012 гг. Для  $N^*$  принимается значение 0.843 цикла в год, а частота годичных колебаний выбрана постоянной. При рассмотрении модели возмущенного движения деформируемой Земли изменение частоты чандлеровского колебания  $\delta \psi_{ch}$  определяется деформациями вращающегося геоида, а вариация  $\Delta \psi_{ch}$

обусловлена внешним возмущением на спектре частот, близком к частоте  $N^* + \delta \psi_{ch}$ .

Отметим, что для коэффициентов модели (1) должны выполняться приближенные равенства

$$a_x^{c,s}(\tau) \approx a_y^{s,c}(\tau), \quad d_x^{c,s}(\tau) \approx d_y^{s,c}(\tau), \tag{2}$$

являющиеся структурным свойством модели (1).

Для обработки измерений топоцентрических дальностей до ИСЗ Эталон-1 и Эталон-2 в работе использовалось приближение модели (1) к основной двухчастотной модели колебательного процесса земного полюса [2], содержащей осредненные годичную и чандлеровскую составляющие.

Оценки параметров чандлеровского колебания модели (1) приведены на рис. 1а (коэффициенты даны в миллисекундах для основной (штриховая линия) и уточненной (сплошная линия) моделей на интервале времени с 1990 по 2012 гг. соответственно). Сдвиги фаз чандлеровского колебания координат  $x_p, y_p$  основной (штриховая линия) и уточненной (сплошная линия) моделей, измеряемых в градусах даются на рис. 1б. На графике штриховая прямая линией отмечено постоянное значение сдвига фазы для основной модели и сплошной кривой нанесен переменный сдвиг фазы  $\Delta \phi = \varepsilon(\tau)$  модели (1).

Оптимальные значения параметров основной модели определяли с помощью метода наименьших квадратов [2–5] на основе статистической обработки астрометрических результатов высокоточных измерений угловых параметров движения Земли [1]. Обработка наблюдений выполнялась независимо для переменных  $x_p, y_p$  в виде шестимерных аппроксимаций:

$$\begin{aligned} x_p(\tau) &= (\xi, f(\tau)), \quad y_p(\tau) = (\eta, f(\tau)), \\ \xi &= (\xi_1, \dots, \xi_6)^T, \quad \eta = (\eta_1, \dots, \eta_6)^T, \\ f(\tau) &= (1, \tau, \cos 2\pi N^* \tau, \sin 2\pi N^* \tau, \\ &\quad \cos 2\pi \tau, \sin 2\pi \tau)^T. \end{aligned} \quad (3)$$

В ходе численных расчетов медленный дрейф (тренд) полюса может быть представлен квадратичной функцией времени

$$c_{x,y} = c_{x,y}^0 + c_{x,y}^1 \tau + c_{x,y}^2 \tau^2.$$

Численное моделирование по разработанной модели (1) осуществлялось согласно идентичной процедуре, основанной на методе наименьших квадратов [5], однако она не приводится из-за громоздкости компонент вектора опорных функций.

Из результатов численного моделирования, согласно основной и уточненной моделям, следует выполнение приближенных равенств (2) коэффициентов чандлеровской компоненты для обеих моделей (рис. 1). Однако средние значения параметров этих моделей в точности не совпадают. В большей степени это обусловлено спецификой методов оценки параметров. Для интервала обработки измерений топоцентрических дальностей более корректно приближение модели (1) к основной двухчастотной модели посредством осреднения переменных параметров на выбранном интервале и коррекции чандлеровской частоты.

Также для приложений существенное значение имеет прогноз неравномерности осевого вращения Земли на длительных интервалах времени. Флуктуации скорости осевого вращения Земли приводят к колебаниям шкалы Всемирного времени  $UT1$ . Модель внутригодовых вариаций длительности суток  $l. o. d.$  (length of the day changes) основывается на классических динамических уравнениях Эйлера–Лиувилля с переменным тензором инерции и дается выражением

$$\begin{aligned} l.o.d.(\tau) &= c + a_c^T \cos(2\pi\tau) + a_s^S \sin(2\pi\tau) + \\ &\quad + b_c^S \cos(4\pi\tau) + b_s^S \sin(4\pi\tau) + \\ &\quad + a_c^L \cos(2\pi\nu_m \tau) + a_s^L \sin(2\pi\nu_m \tau) + \\ &\quad + b_c^L \cos(2\pi\nu_\tau \tau) + b_s^L \sin(2\pi\nu_\tau \tau). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\nu_1 = 13.28$ ,  $\nu_2 = 13.28$ ,  $\nu_3 = 1$ ,  $\nu_4 = 2$  – частоты месячного, двухнедельного, годового, полугодового колебаний, обусловленных лунно-солнечным гравитационно-приливным возмущением. Неизвестные  $c$ ,  $a_{c,s}^{S,L}$ ,  $b_{c,s}^{S,L}$  – величины, подлежащие вычислению с помощью метода наименьших квадратов по измерениям МСВЗ.

Используемая на длительных интервалах времени (от нескольких лет и более) модель параметров

вращательного движения Земли (вариаций длительности суток  $l. o. d.$  и поправки  $dUT1 = UT1 - TAI$  [1]) учитывает долгопериодические приливные возмущения. Для определения неизвестных коэффициентов модели рассматривается система

$$\begin{aligned} l.o.d.(\tau) &= \frac{d}{d\tau} \langle dUT1(\tau) \rangle_{\nu_1, \dots, \nu_4} + \\ &\quad + \sum_{i=1}^4 [a_i \cos 2\pi\nu_i \tau + b_i \sin 2\pi\nu_i \tau], \\ dUT1(\tau) &= UT1(\tau_0) + \int [l.o.d.(\tau) - \\ &\quad - \langle l.o.d.(\tau) \rangle_{\nu_1, \dots, \nu_4}] d\tau + \\ &\quad + \sum_{i=5}^8 [A_i \cos 2\pi\nu_i \tau + B_i \sin 2\pi\nu_i \tau]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь величины  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $A_i$ ,  $B_i$  – неизвестные параметры колебаний, подлежащие определению на основе данных наблюдений. Численные расчеты проводили на основе базового набора опорных функций модели (5) с основными частотами лунно-солнечных гравитационно-приливных возмущений – короткопериодических ( $i = 1, \dots, 4$ ) с периодами от двух недель до года и долгопериодических ( $i = 5, \dots, 8$ ) с периодами движения лунной орбиты; скобки  $\langle \dots \rangle_{\nu_1, \dots, \nu_4}$  в (5) означает исключение колебаний с частотами  $\nu_1, \dots, \nu_4$ . При определении неизвестных коэффициентов системы (5) на длительных интервалах времени выражения  $l. o. d.$  и  $UT1 - TAI$  рассматриваются совместно.

Следует отметить, что учет дополнительных слагаемых модели может привести к уменьшению точности краткосрочного прогноза вследствие возросшего числа неизвестных коэффициентов и наличия опорных функций с близкими частотами, а также потребует увеличения длины интервала интерполяции.

2. Предлагаемая долгосрочная модель колебаний земного полюса и неравномерности осевого вращения Земли проверена на примере обработки лазерных наблюдений спутников Эталон-1 и Эталон-2. Измерения топоцентрических дальностей до этих и многих других объектов, снабжённых светоотражателями, выполняются постоянно на обсерваториях, входящих в сеть международных станций наблюдений [6].

В данной работе использованы результаты наблюдений с января 2013 по июнь 2015 года. Обработка измерений топоцентрических дальностей выполнена с помощью теории движения искусственных спутников Земли и пакета вычислительных модулей, представленных в [6].

На рис. 2 приведена графики разностей между измеренными и вычисленными значениями то-

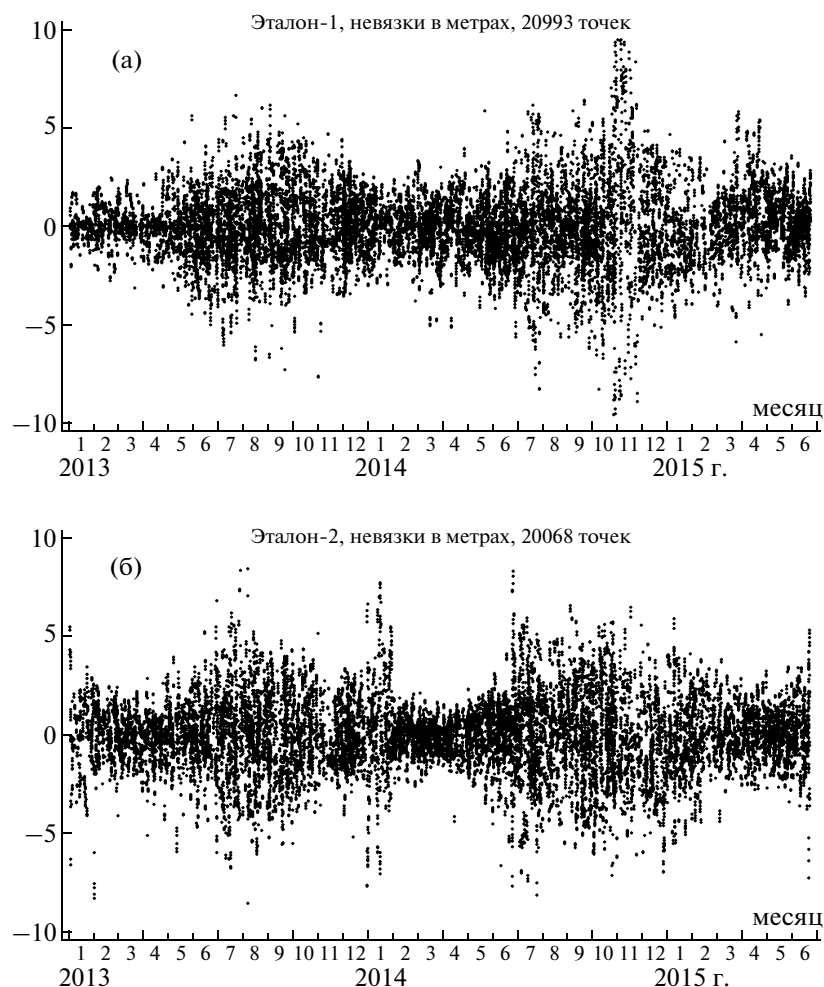


Рис. 2. Остаточные отклонения значений топоцентрических дальностей в метрах до аппаратов Эталон-1 (а) и эталон-2 (б).

поцентрических дальностей в метрах до объектов Эталон-1 и Эталон-2.

В наблюдениях участвовало около 30 обсерваторий. Один сеанс измерений дальности на различных пунктах составлял от 10 мин до 2.5 ч. Для оптимизации объёма данных, исключения ошибочных наблюдений и увеличения точности выполняется первичная обработка. Несколько сотен единичных измерений интервалов прохождения светового луча от телескопа до спутника и обратно, полученных на интервалах времени до 3 мин, на пунктах первичной обработки информации методом осреднения преобразуются в одну “нормальную” точку. Именно массив “нормальных” точек был использован в предлагаемом исследовании. Минимальная средняя квадратическая погрешность одного измерения оказалась равной 0.7 м. Максимальная средняя квадратическая погрешность одного измерения составила 2.1 м.

В табл. 1 представлены результаты обработки лазерных наблюдений спутников Эталон-1 и Эталон-2. Наблюдения были выполнены сетью международных обсерваторий с января по август 2013 года [7]. Первое число в каждой колонке табл. 1 относится к объекту Эталон-1, а второе значение соответственно к объекту Эталон-2. Вторая колонка содержит количество топоцентрических дальностей. В третьей и четвёртой колонках даны минимальные и максимальные разности между измеренными и вычисленными значениями дальностей. Пятая колонка содержит оценки средней квадратической погрешности одного измерения.

Использованная в расчётах долгосрочная модель параметров вращения Земли включает в себя оценки средних квадратических погрешностей каждого из параметров модели. В процессе фильтрации наблюдений измеряемыми параметрами являются топоцентрические дальности. В линейном приближении первые производные от вычисленных дальностей по параметрам вращения

Таблица 1

Месяц	<i>N</i>	$\Delta\rho_{\min}$ , м	$\Delta\rho_{\min}$ , м	$\sigma$ , м
Январь	527	-2.02	1.73	0.495
	354	-5.31	5.46	1.687
Февраль	588	-2.73	2.47	0.744
	514	-2.76	2.50	1.040
Март	766	-3.11	2.37	0.539
	624	-4.12	2.21	0.884
Апрель	601	-3.09	3.05	0.740
	615	-5.09	2.87	0.980
Май	648	-4.42	5.63	1.182
	611	-5.93	3.93	1.253
Июнь	637	-4.40	4.28	1.263
	659	-4.68	5.22	1.328
Июль	844	-6.00	6.67	1.671
	699	-6.05	6.35	1.697
Август	879	-6.70	6.06	1.792
	838	-6.47	6.74	1.787

Земли позволяют вычислить ковариационную матрицу и оценить априорную величину средней квадратической погрешности остаточных отклонений, обусловленных погрешностями параметров вращения Земли, вычисляемых на основе модели. Оценка априорной величины для наблюдений спутника Эталон составила приблизительно 1.8 м. Результаты обработки показывают, что апостериорные оценки находятся на одном уровне с априорной оценкой.

Этот же набор наблюдений был использован для обработки ещё в двух различных вариантах.

В первом варианте значения координат земного полюса и вариация длительности суток были заданы равными нулю. Минимальная средняя квадратическая погрешность одного измерения оказалась на уровне 6.5 м. Во втором варианте были использованы оценки параметров вращения Земли, вычисляемые и публикуемые МСВЗ [1]. На различных месячных интервалах оценки средних квадратических погрешностей не превысили 0.1 м.

Разработанная долгосрочная модель вращательно-колебательного движения Земли может быть использована в алгоритмах спутниковой навигации для решения ряда прикладных задач при максимальной допустимой ошибке вычисления положений порядка 6 м.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-02-00434) и гранта Президента РФ по государственной поддержке молодых российских ученых-кандидатов наук (МК-7938.2015.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. IERS Annual Reports <http://www.iers.org>.
2. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Кумакшев С.А. // ДАН. 2002. Т. 449. № 6. С. 661–665.
3. Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Крылов С.С. // ДАН. 2015. Т. 463. № 6. С. 664–668.
4. Крылов С.С., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. // ДАН. 2014. Т. 459. № 3. С. 303–308.
5. Губанов В.С. Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрометрии. С-Пб.: Наука, 1997. 318 с.
6. Бахтигараев Н.С., Чазов В.В. // Косм. исслед. 2005. Т. 43. № 5. С. 386–389.
7. Pearlman M.R., Degnan J.J., Bosworth J.M. // Adv. Space Res. 2002. V. 30. № 2. P. 135–143.