

**О Т З Ы В**  
**официального оппонента о диссертации**  
**КОСОВА ЕГОРА ДМИТРИЕВИЧА**  
**«Полиномиальные образы и сдвиги мер на линейных пространствах»**  
**представленной на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**по специальности 01.01.01 – вещественный,**  
**комплексный и функциональный анализ**

Диссертационная работа Е. Д. Косова — это исследование в области функционального анализа. Центральные проблемы диссертации относятся к изучению преобразований мер в бесконечномерных пространствах и соответствующих свойств мер. Данная тематика находится на стыке функционального анализа с теорией меры и стохастическим анализом. В настоящее время в этой области ведутся активные исследования во всем мире. Среди крупных специалистов, работавших или продолжающих работать в смежных направлениях можно назвать Р. Дадли и Л. А. Шепша, а из отечественных математиков А. М. Вершика, Ю. А. Давыдова, М. А. Лифшица, О. Г. Смолянова, Н. В. Смородину, В. Н. Судакова, С. В. Фомина.

В работе выделяются три основных направления: свойства носителей мер на банаховых пространствах, сохраняющих слабые моменты мер, оценки распределений многочленов и подпространства допустимых сдвигов. Специфика первой темы связана с тем обстоятельством, что типичные меры на бесконечномерном пространстве не имеют «наименьшего» естественного линейного носителя, т.е. во всяком линейном подпространстве полной меры можно найти строго меньшее линейное подпространство полной меры. Для приложений интересна ситуация, когда такое меньшее подпространство можно оказывается компактно вложенным банаховым пространством. Оценки распределений многочленов — классическая задача нелинейного анализа, теории меры и теории вероятностей. В этой области известны работы Ю. В. Прохорова, В. В. Ульянов, А. Л. Вольберга, Ф. Л. Назарова, М. Л. Содина, а из иностранных ученых можно упомянуть Ж. Бургейна, А. Карбери, Дж. Райта, И. Нурдина, Д. Нуаларта, Дж. Пекати. Рассматриваемые в диссертации логарифмически вогнутые меры исследуются также многими известными специалистами, среди которых Л. Амброзио, С. Г. Бобков, К. Бол, К. Борелл, Б. Клартаг, А. В. Колесников, Е. П. Кругова, Р. Латала, Э. Мильман.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Введение дает обзор основных результатов диссертации. По содержанию оно близко автореферату.

Глава 1 имеет технический характер, она содержит необходимые вспомогательные результаты.

Глава 2 посвящена носителям мер на банаховых пространствах. Основной результат второй главы (теоремы 2.1.1 и 2.2.1) — это критерий того, что мера со слабым моментом фиксированного порядка имеет компактно вложенное сепарабельное рефлексивное подпространство полной меры, на котором она также имеет слабый момент исходного порядка. В отличие от случая сильных моментов эти условия выполнены не всегда, что показывают приведенные автором примеры (примеры 2.1.2 и 2.2.3). В случае мер со слабым моментом порядка два соответствующее свойство связано с компактностью ковариационного оператора (теоремы 2.2.4 и 2.3.1).

Глава 3 содержит результаты о свойствах так называемых множеств допустимых сдвигов мер. Известная теорема Л. Шеппа, полученная более полувека назад, дает критерий того, что сдвиги на все векторы из  $l^2$  счетной степени меры на прямой эквивалентны исходной мере. В данной главе изложены интересные обобщения этого результата. Здесь установлены необходимые и достаточные условия эквивалентности сдвига на всякий вектор из  $l^q$ . Они описаны как включение корня из плотности сомножителя в подходящее пространство Никольского функций дробной дифференцируемости (теорема 3.1.3). Для логарифмически вогнутых мер в диссертации доказано, что множество их несингулярных сдвигов всегда выпукло, а множество эквивалентных сдвигов линейно (теоремы 3.2.1, 3.2.2 и 3.2.3, а также следствие 3.2.4).

Глава 4 посвящена исследованию многочленов на пространствах с гауссовскими и более общими логарифмически вогнутыми мерами. Основные вопросы связаны с оценками вероятностей больших и малых отклонений. Ранее некоторые важные результаты в этом направлении получили Ф. Л. Назаров, М. Л. Содин, А. Л. Вольберг, А. Карбери, Дж. Райт. В диссертации найдены полезные нижние оценки мер отклонений многочленов от их средних. Один из результатов является обратным неравенством к известному неравенству Карбери–Райта. Так, теорема 4.1.3 диссертации состоит в следующем: пусть  $\gamma$  — стандартная гауссовская мера на  $\mathbb{R}^n$ ; для любого  $d \in \mathbb{N}$  найдется такое число  $L = L(d) > 0$ , что для всякого многочлена  $f$  степени  $d$  выполнено

$$\gamma(\{x: |f(x) - m_f| \leq s\sigma_f\}) \geq Ls |\ln s|^{-d/2}$$

при  $0 \leq s \leq 1/2$ , где  $m_f$  и  $\sigma_f^2$  — это математическое ожидание и дисперсия  $f$ .

Подведем итоги. К основным результатам диссертации можно отнести следующие:

- 1) Для ограниченной борелевской меры на сепарабельном банаховом пространстве со слабым моментом некоторого порядка найдены необходимые и достаточные условия существования компактно вложенного в исходное пространство рефлексивного сепарабельного банахова подпространства полной меры, сужение исходной меры на которое также обладает слабым моментом того же порядка.
- 2) Дано обобщение классического результата Л. Шеппа о продакт-мерах на случай сдвигов на элементы пространства  $l^q$ .
- 3) Показано, что множество несингулярных сдвигов логарифмически вогнутой меры выпукло, а множество эквивалентных сдвигов линейно.
- 4) Для гауссовских мер получены нижние оценки мер отклонений многочленов произвольной степени от их средних. Для логарифмически вогнутых мер такие оценки получены для многочленов второй степени.

Все результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и полностью обоснованы.

Все результаты диссертации своевременно и в полном объеме опубликованы автором в 5 работах (в журналах, индексируемых системами Web of Science и Scopus, и входящих в список ВАК). Все основные результаты диссертации были представлены на ряде семинаров и международных конференций. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Полученные в диссертации результаты имеют теоретический характер, они будут полезны в различных задачах теории меры, бесконечномерного анализа, теории вероятностей и стохастического анализа. Результаты и методы диссертационной работы

Е. Д. Косова могут найти применения в исследованиях, которые проводятся в МГУ им. М. В. Ломоносова, СПбГУ, МИАН им. В. А. Стеклова, ПОМИ РАН, в ИППИ РАН им. А. А. Харкевича, в НИУ «Высшая школа экономики», а также в МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Замечания, которые возникают при чтении диссертации — это, в основном, опечатки и погрешности редакционного характера, которые неизбежны в работах достаточно большого объема. Эти замечания не влияют на положительную оценку диссертационной работы и, тем более, на научную значимость полученных в диссертации результатов.

Таким образом считаю, что в диссертационной работе Е. Д. Косова «Полиномиальные образы и сдвиги мер на линейных пространствах» решен ряд важных задач теории меры и функционального анализа. Данная работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор Косов Егор Дмитриевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

**Официальный оппонент:**

доктор физико-математических наук, доцент,  
главный научный сотрудник НИЧ НУК ФН  
и профессор кафедры прикладной математики  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего  
профессионального образования «Московский  
государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана»

  
03.05.2018

/ Федоровский Константин Юрьевич /

Почтовый адрес: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр. 1.

Телефон: (499) 263-63-26

Адрес электронной почты: fn2@bmstu.ru



ПОДПИСЬ ЗАВЕРЯЮ 

ЗАМ. НАЧАЛЬНИКА УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ  
ИЗАРОВА О. В.

ТЕЛ. 8-499-263-60-48