

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Косова Егора Дмитриевича
на тему: «Полиномиальные образы и сдвиги мер
на линейных пространствах»
по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и
функциональный анализ»

Диссертационная работа Е.Д.Косова представляет собой исследование в области функционального анализа, относящееся к теории меры. Основные задачи связаны с изучением преобразований мер в бесконечномерных пространствах и соответствующих свойств мер. Тематика диссертации лежит в русле интенсивно развивающегося направления функционального анализа на стыке с теорией меры и теорией вероятностей, а также с нелинейным анализом и стохастическим анализом. Близкими проблемами занимались и занимаются многие известные специалисты во всем мире. Достаточно упомянуть здесь А.М.Вершика, Ю.А.Давыдова, Р.Дадли, В.И.Богачева, М.А.Лифшица, П.Маллявэна, А.В.Скорехода, О.Г.Смолянова, Н.В.Сморозину, В.Н.Судакова, А.В.Угланова и Л.А.Шеппа.

Оценки распределений многочленов – важная задача теории меры и теории вероятностей, актуальная для приложений. В этой области постоянно возникают новые задачи и делаются интересные открытия даже в сравнительно базовых вопросах. Среди ярких недавних новых достижений укажем Ю.В.Прохорова, Ф.Гётце, Ж.Бургэна, А.Карбери, Дж.Райта, А.Л.Вольберга, Ф.Л.Назарова, М.Л.Содина, И.Нурдина, Д.Нуаларта и Дж.Пекати.

Весьма популярны сейчас и выпуклые меры, исследуемые в диссертации. Этой тематикой занимаются Л.Амброзио, С.Г.Бобков, К.Бол, К.Борелл, Б.Клартаг, А.В.Колесников, Е.П.Кругова, Р.Латала, Э.Мильман, А.С.Устюнель и другие известные специалисты.

Высокая актуальность исследуемых в диссертации свойств мер на бесконечномерных пространствах, в том числе свойств их носителей, нелинейных образов и сдвигов объясняется активным применением таких свойств в бесконечномерном анализе, математической физике, финансовой математике.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Введение содержит исторический обзор по теме работы, кроме того, здесь приведены основные результаты диссертация.

Глава 1 носит вспомогательный характер, здесь приведены некоторые предварительные сведения и понятия, а также используемые в доказательствах результаты.

В главе 2 исследуются носители мер на банаховых пространствах. Основные результаты главы – необходимые и достаточные условия на меру со слабым моментом фиксированного порядка, при которых существует компактно вложенное сепарабельное рефлексивное подпространство полной меры, на котором данная мера также имеет слабый момент исходного порядка. В отличие от случая сильных моментов эти условия выполнены не всегда, что подтверждается построенным примером.

Глава 3 посвящена свойствам множеств допустимых сдвигов мер (так называются векторы, при сдвиге на которые данная мера не сингулярна или даже эквивалентна). Классический результат Л.Шеппа дает критерий того, что сдвиги на все векторы из l^2 счетной степени меры на прямой эквивалентны исходной мере. В диссертации получены интересные и нетривиальные обобщения этого результата. А именно, найдены просто формулируемые необходимые и достаточные условия эквивалентности сдвига на всякий вектор из l^q . Эти условия состоят в принадлежности корня из плотности сомножителя определенному пространству Никольского функций дробной дифференцируемости. Для логарифмически вогнутых мер (теперь уже не являющихся произведениями) в диссертации доказано, что

множество их несингулярных сдвигов выпукло, а множество эквивалентных сдвигов является линейным пространством.

В главе 4 исследуются измеримые многочлены на пространствах с гауссовскими и более общими логарифмически вогнутыми мерами. Для теоретических и прикладных задач особое значение имеет информация об асимптотическом поведении полиномиальных случайных величин и оценках вероятностей больших и малых отклонений. Для многочленов на пространствах с логарифмически вогнутыми мерами такие оценки были получены Ф.Л.Назаровым, М.Л.Содиным, А.Л.Вольбергом, А.Карбери и Дж.Райтом. В диссертации продолжено исследование подобных оценок и получены важные нижние оценки на меру отклонения многочлена от его математического ожидания, что является в некотором смысле обратным неравенством к известному неравенству Карбери-Райта.

Перечислим основные результаты диссертации.

1. Для ограниченной борелевской меры на сепарабельном банаховом пространстве со слабым моментом порядка p получены необходимые и достаточные условия существования компактно вложенного в исходное пространство рефлексивного сепарабельного банахова подпространства полной меры, сужение исходной меры на которое также обладает слабым моментом порядка p .

2. Получены обобщения классического результата Л.Шеппа для произведений мер на случай сдвигов на вектора из пространства l^q .

3. Доказано, что для логарифмически вогнутой меры множество несингулярных сдвигов всегда выпукло, а множество эквивалентных сдвигов есть линейное пространство.

4. В случае гауссовских мер получены нижние оценки мер отклонений многочленов произвольной степени от их математических ожиданий. Для логарифмически вогнутых мер такие оценки получены для многочленов второй степени.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и полностью обоснованы в виде строгих математических доказательств. По теме диссертации опубликованы 5 статей в журналах из списка ВАК.

Содержащиеся в диссертации результаты регулярно докладывались на профильных научных семинарах и представительных научных конференциях в России и за рубежом, в том числе на научно-исследовательском семинаре «Бесконечномерный анализ и стохастика» в МГУ (руководители: В.И. Богачев, Н.А.Толмачев, С.В.Шапошников), международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (Москва, МГУ), научно-исследовательском семинаре по теории функций действительного переменного в МГУ (руководители: академик РАН Б.С.Кашин и академик РАН С.В.Конягин), международном научно-исследовательском семинаре «Infinite-dimensional stochastic analysis» в университете г. Билефельда (Германия), научно-исследовательском семинаре в Пекинском Нормальном университете (Китай), международных конференциях «Вероятность, анализ и геометрия» в МГУ и в университете города Ульм (Германия), международной конференции «Infinite-dimensional analysis (the 19th ISE)», Казальмаджоре (Италия).

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в различных вопросах теории меры, бесконечномерного анализа, теории вероятностей и стохастического анализа. Результаты и методы диссертационной работы Е.Д.Косова будут востребованы в научных исследованиях, ведущихся в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, Математическом институте имени В.А.Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института имени В.А.Стеклова РАН, Институте проблем передачи информации РАН имени А.А.Харкевича, Санкт-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Национальном исследовательском университете «Высшая школа экономики».

К тексту диссертации и автореферата есть ряд замечаний. Например, в теореме 3.1.3 вместо v следовало написать dv , в формулировке теоремы 4.1.3 и в последней строке ее доказательства следовало исключить случай $s = 0$.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. В диссертационной работе Е.Д.Косова «Полиномиальные образы и сдвиги мер на линейных пространствах» решены важные и трудные проблемы теории меры и функционального анализа. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Косов Егор Дмитриевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математической статистики
факультета вычислительной математики и кибернетики
ФГБОУВО «Московский государственный университет имени
М.В.Ломоносова»

УЛЬЯНОВ Владимир Васильевич


07.05.2018

Контактные данные:

тел.: 7(495)9395394, e-mail: vulyan@gmail.com

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

Адрес места работы:

119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова, 2-й
учебный корпус,
МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК
Тел.: 7(495)9395394; e-mail: vulyanov@cs.msu.su

Подпись профессора кафедры математической статистики
факультета ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова
В.В. Ульянова удостоверяю:

Декан факультета ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова

Академик РАН



Е.И.Моисеев