



Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет

На правах рукописи

НИКОЛАЕВА Анастасия Васильевна

РАДИАЦИОННОЕ СИЛОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ АКУСТИЧЕСКОГО
ПУЧКА НА УПРУГИЙ ШАР В ЖИДКОСТИ

Специальность: 01.04.06 – акустика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
Олег Анатольевич Сапожников

МОСКВА – 2018

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Глава 1 ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ	19
§ 1.1 <i>Постановка задачи</i>	22
§ 1.2 <i>Теория для расчета радиационной силы</i>	23
1.2.1 Задача рассеяния как первый этап расчета радиационной силы	23
1.2.2 Решение задачи рассеяния плоской волны упругим шаром.....	24
1.2.3 Радиационная сила при падении произвольного пучка на сферический рассеиватель в жидкости.....	25
1.2.4 Численная модель. Зависимость радиационной силы от параметров акустической волны и рассеивателя	26
§ 1.3 <i>Экспериментальное изучение радиационной силы</i>	29
1.3.1 Поле плоского излучателя	29
1.3.2 Акустическая линза	32
1.3.3 Методы крепления рассеивателя	33
1.3.4 Схема экспериментальной установки с оптическим методом измерения смещения рассеивателя.....	34
1.3.5 Зависимость радиационной силы от электрической мощности, подаваемой на акустический преобразователь.....	36
1.3.6 Экспериментальная установка с использованием акустического метода измерения смещения рассеивателя	37
1.3.7 Механическое сканирование поля плоского излучателя.....	40
1.3.8 Генерация колебаний сферического рассеивателя	41
1.3.9 Квадратурная обработка сигнала	43
1.3.10 Результаты определения величины радиационной силы методом измерения смещения по времени задержки сигнала.....	44
§ 1.4 <i>Анализ методов измерения смещения при определении величины радиационной силы со стороны плоской волны</i>	47
§ 1.5 <i>Выводы к Главе 1</i>	48
Глава 2 КВАЗИГАУССОВСКИЙ ПУЧОК. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА НА ВЕЛИЧИНУ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ.....	50
§ 2.1 <i>Особенности численного расчета радиационной силы, действующей на твердотельные рассеиватели со стороны пучков ограниченной ширины</i>	50
§ 2.2 <i>Радиационная сила под воздействием осесимметричных пучков</i>	52
2.2.1 Аналитические соотношения для осесимметричных пучков.....	52
2.2.2 Радиационная сила в случае квазигауссовского пучка	54
2.2.3 Метод расчета радиационной силы, оказываемой квазигауссовским пучком, основанный на использовании углового спектра.....	57

2.2.4	Численные результаты для силы вдоль оси пучка и в фокальной плоскости	58
§ 2.3	Радиационная сила в фокусе квазигатуссовского пучка.....	63
2.3.1	Анализ зависимости величины радиационной силы от соотношения между радиусами пучка и рассеивателя.....	63
2.3.2	Физические причины роста радиационной силы при близости радиусов рассеивателя и пучка	68
2.3.3	Радиационная сила, усредненная по ансамблю рассеивателей разных размеров	70
§ 2.4	Выводы к Главе 2.....	71
Глава 3	РАДИАЦИОННАЯ СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА УПРУГИЙ ШАР СО СТОРОНЫ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА С ПРОИЗВОЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ	73
§ 3.1	Теоретические аспекты численного расчета радиационной силы со стороны произвольных пучков	75
3.1.1	Использование метода углового спектра	75
3.1.2	Радиационная сила в случае источника в виде сферической чаши	77
3.1.3	Поле фокусированного поршневого излучателя	78
3.1.4	Радиационная сила со стороны поршневого фокусирующего излучателя	79
§ 3.2	Экспериментальное применение метода.....	83
3.2.1	Экспериментальная установка	83
3.2.2	Система локализации сферического рассеивателя.....	85
3.2.3	Наведение рассеивателя на фокус поля фокусированного излучателя.....	85
3.2.1	Методика проведения измерений	87
§ 3.3	Обработка экспериментальных данных.....	88
3.3.1	Рассеиватели. Определение плотности и диаметра.....	88
3.3.2	Голография фокусированного излучателя	89
3.3.3	Калибровка акустической мощности.....	94
§ 3.4	Результаты измерений радиационной силы	95
3.4.1	Кривые изменения силы с учетом известной структуры поля.....	95
3.4.2	Измерения на оси излучателя.....	96
3.4.3	Поперечное распределение силы	99
3.4.4	Расчет погрешности измерений.	100
§ 3.5	Выводы к Главе 3.....	101
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		103
БЛАГОДАРНОСТИ		105
ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ		106
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....		109

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

В настоящее время быстро развивающимся направлением волновой физики является изучение вопросов, связанных с использованием ультразвуковых волн в медицинских приложениях [1 – 6]. Широкий круг задач, в которых применяется ультразвук, обусловлен его малыми длинами волн и способностью проникать глубоко внутрь объектов. Ультразвук малой интенсивности часто используется в медицинской диагностике [2, 3, 6]. Более мощные ультразвуковые поля активно внедряются в неинвазивную хирургию [6, 7 – 11], используются для измельчения почечных камней [12 – 15]. Кроме того, акустические поля позволяют осуществлять левитацию микрообъектов, манипулировать ими, приводя их в движение без прямого механического контакта с перемещаемым объектом [16 – 21].

Об одной из возможностей, связанной с акустическими волнами, пойдет речь в данной работе, а именно об аналоге светового давления – радиационном давлении звука или соответствующей этому давлению радиационной силе.

Впервые гипотеза о существовании светового давления была высказана еще в XVII веке И. Кеплером для объяснения отклонения хвостов комет при пролете их вблизи Солнца. Выдвинутая тогда им гипотеза сыграла значительную роль в формировании понимания влияния давления электромагнитных волн в масштабах Вселенной.

В акустике первые упоминания о звуковом давлении датируются двумя столетиями позже. В 1874 г. немецкий ученый А. Кундт экспериментально доказал действие радиационной силы на твердотельные частицы в стоячей волне [22]. В этом эксперименте частички песка помещались в вертикально расположенную стеклянную трубку, внутри

которой создавалось поле стоячей волны. Под действием акустической радиационной силы песок скапливался в узлах волны.

Давление света впервые было экспериментально подтверждено П.Н. Лебедевым в 1899 году [23] (через 30 лет после того, как Д.К. Максвелл теоретически показал, что электромагнитная волна оказывает давление на поверхность в 1871 г.). Примечательно, что при той же мощности излучения величина радиационной силы со стороны акустического пучка на 5 порядков больше, чем для пучка электромагнитных волн, что связано с обратно пропорциональной зависимостью между силой и скоростью распространения волны в среде (скорость света в вакууме $c_{\text{света}} = 3 \cdot 10^8$ м/с, скорость звука в воде $c_{\text{звука}} = 1,5 \cdot 10^3$ м/с).

Акустическая радиационная сила, как хорошо определенное физическое явление, была впервые описана в 1902 г. в работе Рэля [24]. Рэлей дал теоретическое описание акустической радиационной силы, которую он назвал «давлением вибраций». Интерес Рэля к явлению возникновения акустической радиационной силы был вызван результатами, полученными Лебедевым в опытах по давлению света. В то же время сам Лебедев был сильно заинтересован результатами работы Рэля. В 1903 г., немного позже выхода публикации Рэля «О давлении вибраций», один из учеников Лебедева В.Я. Альтберг использовал принципы, предложенные Рэлеем, для измерения давления звуковых волн. Диск крутильного маятника был приспособлен для измерения интенсивности звукового излучения на конце трубки Кундта. Позже, в 1907 г., он предложил метод оценки акустических источников с помощью акустического радиометра, основанного на принципах радиационного давления звука [25]. Этот способ еще очень долго оставался одним из методов оценки и калибровки акустических источников.

Вслед за публикацией Рэля В. Бьеркнес исследовал воздействие акустических пучков на пузырьки [26]. Он показал, что помимо радиационных сил, вызванных первичным акустическим полем, между самими частицами возникают вторичные акустически генерируемые силы, известные теперь как силы Бьеркнеса [27]. Эти силы действуют только тогда, когда частицы находятся в непосредственной близости друг от друга.

Значительный прогресс в развитие теории радиационной силы привнесли Л. Бриллюэн и П. Ланжевэн. Ланжевэн провел комплексный анализ физики радиационных сил и уточнил тензорный характер радиационного напряжения в звуковой волне [28].

Радиационная сила – величина, зависящая от изменения плотности акустической энергии в пространстве в распространяющейся волне. Такое изменение плотности энергии может быть вызвано неоднородностью акустических характеристик среды. Другая

возможность появления градиента плотности энергии связана с рассеянием звука на препятствии или поглощением звука даже в однородной среде. Первым эффектом, наблюдаемым при поглощении звука, стал устойчивый стационарный поток жидкости, возникающий при распространении высокоинтенсивного ультразвука. Это явление, называемое акустическим течением, также связано с радиационной силой. Основные исследования в области акустических течений были сделаны Д. Эккартом. Струи, образующиеся в жидкости в результате поглощения акустической волны, стали называть эккартовскими течениями [29]. Указанное явление в настоящее время используется в многочисленных приложениях.

Одним из ранних и широко известных практических применений радиационной силы является использование этого явления в метрологии ультразвуковых источников [30–33]. Так как радиационная сила в случае плоской волны, падающей на идеальный поглотитель, равна отношению полной акустической мощности падающего пучка к скорости распространения звука, то имеется возможность, используя эту связь, калибровать источники по измерению силы, действующей на протяженный поглотитель.

Другой перспективной областью применения радиационной силы стало воздействие акустического пучка на объекты малых размеров. Активно исследуется воздействие на воздушные [34, 35] и жидкие рассеиватели [36, 37], размеры которых меньше длины волны. В последние десятилетия ведутся исследования в области воздействия на живые биологические клетки и расположенные в биоткани мелкие твердотельные частицы [38 – 44], что позволяет успешно продвигаться в создании акустических пинцетов вслед за оптическими пинцетами, которые разрабатываются для электромагнитных волн [45 – 48].

Если размеры рассеивателей становятся сравнимыми или превышают длину волны, важным условием корректного расчета и измерения радиационной силы становится учет структуры падающего пучка. В более простых случаях абсолютно жесткой или абсолютно мягкой сферы сила определяется параметрами пучка и окружающей среды. Случай твердотельного рассеивателя требует также учета упругих свойств материала рассеивателя.

В области воздействия на малые объекты с размерами, сравнимыми с длиной волны, отдельно развивается направление ультразвукового выталкивания фрагментов почечных камней [49, 50]. Исследования в данной области особенно актуальны, так как на сегодняшний день около 10% населения планеты страдает от урологического заболевания, известного как нефролитиаз (мочекаменная болезнь). При этом человек может годами

жить, не подозревая о наличии камней в почках. Иногда выявить присутствие почечных камней удастся в ходе обследования или при подозрении на другие заболевания. Однако более чем в 80% случаев о наличии конкрементов становится известно, когда они начинают перемещаться из почки через мочеточник в мочевой пузырь. Камни размером меньше 2 – 3 мм выводятся с мочой со слабыми болевыми ощущениями или вовсе без них. Однако крупные камни, перемещаясь, вызывают закупорку мочеточника и тяжелейшие болевые приступы (колики). От момента начала приступа до проведения операции обычно проходит немало времени, в течение которого больные испытывают, как сами они описывают, самую сильную перенесенную ими когда-либо боль. На сегодняшний день существует целый ряд доступных технологий лечения мочекаменной болезни. Самым предпочтительным для большинства пациентов считается метод экстракорпоральной ударноволновой литотрипсии (УВЛ), при которой разрушение камней происходит неинвазивно путем воздействия на камень мощными сфокусированными ударными импульсами [12, 13]. В результате происходит дробление камня на миллиметровые фрагменты, которые самостоятельно выводятся из организма и диагностируются как песок в моче. Литотрипсия особенно рекомендуется пациентам с конкрементами в почке или верхних отделах мочеточника. Хотя появившийся около 30 лет назад метод литотрипсии стал прорывным достижением в области урологии, все еще остается нерешенным ряд проблем. Во-первых, УВЛ обычно назначается при диагностике крупных конкрементов, закупоривших мочеточник. Если же мочекаменная болезнь протекает бессимптомно и конкременты достаточно малы, пациенту предлагается самостоятельно принять решение о целесообразности УВЛ, и чаще всего лечение мочекаменной болезни сводится к профилактике, диете и постоянным наблюдениям у специалиста. Во-вторых, после проведения литотрипсии остается актуальной проблема отхождения мелких фрагментов почечных камней, которые могут остаться в нижней части почки. Эти фрагменты становятся зародышами новых камней, что приводит к развитию рецидива мочекаменной болезни через 1 год у 15% пациентов, через 5 лет – у 35% пациентов, через 10 лет – у 50% пациентов [51, 52]. Обе проблемы могут быть решены при наличии возможности направить малые конкременты, диагностируемые в первом случае и оставшиеся после литотрипсии во втором, к выходу мочеточника.

Не так давно была предложена идея подталкивания малых фрагментов к устью мочеточника посредством акустической радиационной силы [49]. Реализация идеи является перспективной технологией неинвазивного и малотравматичного лечения

заболевания уже на ранних стадиях, уменьшает вероятность рецидива после проведения литотрипсии, а также устраняет необходимость хирургического вмешательства. Данная технология может применяться и при закупорке крупным камнем устья мочеточника, чтобы при необходимости отодвинуть камень внутрь накопительной системы почки для прекращения почечной колики и предотвращения срочной операции. Возможность использования радиационной силы ультразвукового пучка для толкания почечных камней была показана в модельных экспериментах на фантомах почки [49] и в экспериментах *in vivo* на свиньях [50]. Более того, недавно 15 пациентов-добровольцев, в почках которых было зафиксировано перемещение камней [53, 54], опробовали на себе реализацию силового воздействия акустических полей. Толкание камней производилось стандартными диагностическими ультразвуковыми датчиками (Philips), которые работали не в привычном режиме визуализации, а в режиме излучения длинных импульсов. При максимально возможной диагностической мощности датчика наблюдалось уверенное движение камней в диапазоне размеров 2 – 7 мм. Несмотря на успех в реализации перемещения фрагментов разных размеров в почке, вопрос о прецизионных измерениях величины радиационной силы и направлении ее воздействия все еще не до конца изучен.

Теоретические и экспериментальные исследования радиационной силы проводятся несколько десятилетий. Первые работы были посвящены простейшему случаю – воздействию плоской акустической волны на сферический рассеиватель малых волновых размеров [55, 56]. На практике акустические поля имеют более сложную структуру. Если для произвольного пучка размеры рассеивателя существенно меньше ширины пучка, то с хорошим приближением можно применять теорию расчета радиационной силы для плоских волн. Теоретические расчеты для случая плоской волны с высокой точностью подтверждаются экспериментальными исследованиями [56, 57]. Случай узких пучков сложнее для численных расчетов и экспериментальных исследований. Однако в приложениях он более важен, так как позволяет исследовать вопрос воздействия пучков ограниченной ширины на препятствия. Зачастую используются аксиально-симметричные пучки, что приводит к некоторым упрощениям в расчетах. Аналитические решения для расчета радиационной силы в случае сферических рассеивателей и произвольного акустического поля впервые были получены Л.П. Горьковым в 1961 г. [58]. Однако полученные им соотношения были верны лишь для рассеивателей, размеры которых меньше длины волны. Аналитические решения для рассеивателей произвольных размеров были получены относительно недавно [59]. Они позволяют исследовать изменение

величины радиационной силы относительно положения рассеивателя в поле излучателя. Для более точных расчетов силы необходимо знать поле, генерируемое исследуемым излучателем. Поршневое приближение дает лишь качественные оценки. Реальное поле излучателя может быть определено методом акустической голографии [60]. Совместное использование аналитических соотношений и реального поля излучателя необходимы для теоретических расчетов радиационной силы.

Задача определения силы может быть значительно упрощена, если принять во внимание, что для определенных типов пучков существует аналитическое решение задачи рассеяния. К таким относятся квазигауссовские пучки определенного вида [61]. Наряду с упрощенным расчетом радиационной силы они являются хорошей моделью, позволяющей исследовать влияние ширины пучка на эффективность воздействия.

Изучение возможностей прецизионного манипулирования упругими объектами миллиметровых размеров является актуальной задачей физической акустики, обсуждается в ведущих научных журналах, таких как The Journal of Acoustic Society of America, The Journal of Urology, Акустический журнал, Известия РАН, а также на международных и российских научных конференциях.

Стоит отметить, что фундаментальные исследования воздействия акустической радиационной силы на объекты различной структуры актуальны и в задачах медицинской диагностики. Одним из таких ярких примеров является эластография – диагностический метод, основанный на различии модулей сдвига здоровой ткани и патологических новообразований [62, 63]. Этот метод позволяет диагностировать опухолевые патологии даже в случае, когда они не отличаются по плотности и сжимаемости от здоровых тканей и поэтому трудно различимы стандартными методами ультразвуковой диагностики. В эластографии деформация тканей для измерения разностей модулей сдвига производится под действием радиационной силы ультразвукового пучка. Теоретическое рассмотрение воздействия акустической радиационной силы ультразвуковой волны на гелеподобную среду типа биологической ткани было проведено в работе [64]; при этом акустическое поле описывалось в приближении линейной акустики. Разработка методов расчета и измерения акустической радиационной силы в случае линейных акустики может быть продолжена и на расчеты в случае нелинейных полей [65]. Это будет способствовать развитию технологии создания сдвиговых волн путем воздействия на ткань радиационной силой мощного сфокусированного ультразвукового импульса [66 – 68].

В области биомедицинских приложений радиационной силы в последние годы проводятся исследования по оценке вязкоупругих свойств биологических тканей и жидкостей, а также по силовому воздействию на упругие твердые тела. Радиационная сила ультразвукового пучка позволяет дистанционно зондировать внутренние анатомические структуры и при необходимости перемещать их. Также активно развивается область, связанная с манипуляцией биологическими клетками и частицами, жидкими и воздушными объектами в стоячих ультразвуковых полях.

Как отмечалось выше, воздействие радиационной силы на жидкие среды приводит к возникновению акустических течений. Они также находят применение на практике. В медицине, к примеру, акустические течения используются для оценки состояния биологических жидкостей. Примером может служить дифференцирование кистозных и кальциевых (твердых) опухолей, контроль свертывания крови. В промышленности и биотехнологиях акустические течения не менее важны. Перспективным является их применение для перемешивания и смешивания жидкостей различной плотности.

Количество статей об акустической радиационной силе в медицинских приложениях, опубликованных в последнее десятилетие, во много раз выше, чем в течение всего 20-го века, что отражает выросший интерес к рассматриваемому эффекту и необходимость в развитии как математического аппарата численного расчета силы, так и ее экспериментального измерения. Исследования по изучению закономерностей возникновения радиационной силы в вязких биологических средах, в том числе при рассеянии акустических волн на упругих объектах, остаются актуальными. Имеется необходимость в разработке более полной теории в случае нелинейных полей, проведения численных и экспериментальных исследований в различных конфигурациях полей и для различных типов рассеивателей. Отдельного внимания заслуживает исследование воздействия радиационной силы в биологических объектах с учетом всех возможных физических процессов: отражения, поглощения и рассеяния звука на неоднородностях.

Цели и задачи диссертационной работы

Основной целью диссертационной работы является разработка методов экспериментального измерения и теоретического описания акустической радиационной силы для эффективного перемещения упругих рассеивателей в акустическом поле. В качестве объекта воздействия рассматриваются твердотельные шары, имитирующие почечные камни, и их эффективное перемещение достигается путем подбора

оптимальных параметров волнового пучка и пространственного расположения рассеивателя. В соответствии с заявленной целью было намечено решение следующих практически значимых задач:

1. Расчет эффективности силового воздействия фокусированных ультразвуковых полей с различной пространственной структурой на упругие рассеиватели миллиметровых размеров (2 – 6 мм).
2. Определение оптимальной ширины ультразвукового пучка для толкания упругих рассеивателей, расположенных в фокусе пучка.
3. Нахождение наиболее выигрышного по эффективности создаваемой радиационной силы расположения рассеивателя относительно фокусированного пучка с учетом упругих свойств рассеивателей.
4. Анализ влияния физических свойств миллиметровых рассеивателей и характеристик излучателя (рабочая частота, геометрические параметры, амплитуда и длительность сигналов) на величину радиационной силы с целью достижения ее максимальных значений при минимально необходимой для этого мощности излучения.
5. Создание экспериментальной установки и исследование величины радиационной силы, действующей на упругие сферические рассеиватели, в зависимости от их расположения на оси ультразвукового фокусированного пучка.

Методы исследования

В экспериментах по измерению радиационной силы перемещение рассеивателей в поле акустического пучка осуществлялось с использованием системы позиционирования Precision Acoustics LTD, управляемой посредством разработанного программного комплекса. Точность перемещения составляла 0,01 мм. Измерения проводились в воде, которая предварительно дегазировалась системой Precision Acoustics LTD Water Treatment System в течение минимум 4 часов. В качестве источников использовались одноэлементные пьезокерамические излучатели (плоский и фокусированный), управляемые с генератора Agilent 33250 A, который работал в режиме гармонической волны. При необходимости увеличения амплитуды сигнала на излучателе применялся усилитель ENI RF Power Amplifier. Контроль за излучаемым сигналами осуществлялся посредством осциллографа Tektronix TDS5034B. Измерение акустической голограммы источников проводилось игольчатым гидрофоном ONDA HNA 0400 с последующей обработкой результатов методами, разработанными сотрудниками физического факультета.

Численные результаты были получены посредством разработанных автором программных алгоритмов в среде Fortran.

Научная новизна работы

Новизна работы определяется решаемой в ней общей задачей поиска наиболее выигрышных параметров акустических пучков, обеспечивающих максимальное силовое воздействие на рассеиватели различных размеров и упругих свойств при заданной акустической мощности. В рамках поставленной цели были решены следующие новые по достигнутым результатам задачи:

1. Разработана экспериментальная установка для измерения эхо-импульсным методом радиационной силы, действующей на упругие рассеиватели в поле квазиплоской волны мегагерцового диапазона в жидкости. Достигнута точность измерения силы 5 мкН.
2. Для случая квазигауссовского пучка численно исследовано влияние характеристик рассеивателя (скорости продольных и поперечных волн, плотности и диаметра) и акустического пучка (частоты волны и диаметра пучка) на величину радиационной силы в фокусе.
3. Выявлено влияние величины скорости поперечных волн в материале рассеивателя на эффективность генерации радиационной силы со стороны ограниченных пучков.
4. На основе использования модели квазигауссовского пучка численно изучена зависимость величины радиационной силы от положения рассеивателя относительно фокуса.
5. Разработана экспериментальная установка и проведены измерения радиационной силы на рассеиватели в зависимости от их расположения на оси фокусированного ультразвукового пучка. Экспериментальные результаты в постфокальной области в пределах погрешности совпадают с численными расчетами.

Достоверность представленных в диссертационной работе результатов подтверждается проверочными численными и физическими экспериментами, а также соответствием результатов экспериментов априорной информации и теоретическим расчетам.

Практическая значимость работы

1. Предлагаемые экспериментальные схемы для прецизионного измерения радиационной силы, действующей на упругие объекты в поле квазиплоской волны, могут быть использованы при калибровке ультразвуковых источников.
2. Анализ влияния частоты акустического пучка на величину радиационной силы, действующей на рассеиватель заданного радиуса с учетом его упругих свойств, позволяет подбирать эффективные частоты силового воздействия.

3. Численный анализ влияния соотношения радиуса рассеивателя и ширины акустического пучка на величину радиационной силы может быть использован для выбора оптимального способа облучения упругих рассеивателей в задачах, связанных с лечением мочекаменной болезни.
4. Предлагаемая экспериментальная установка и методика определения радиационной силы в поле пучка произвольной структуры позволяет проводить измерения в любой точке на оси излучателя с высокой точностью и повторяемостью результатов.
5. Теоретический анализ влияния степени близости скорости сдвиговых волн в материале рассеивателя и скорости звука в окружающей жидкости на эффективность передачи импульса рассеиваемому объекту имеет характер фундаментальной задачи, имеющей аналоги в различных областях акустики.

Положения, выносимые на защиту

1. Радиационная сила, оказываемая плоской акустической волной на расположенный в жидкости твердотельный шар, заметно зависит от отношения скорости сдвиговых волн в шаре к скорости звука в окружающей жидкости. При стремлении этого отношения к единице сила существенно возрастает и может в несколько раз превысить значение силы для абсолютно мягкого или жесткого рассеивателей того же размера.
2. Эффективность силового воздействия на упругий рассеиватель со стороны акустического пучка заданной мощности немонотонным образом зависит от соотношения диаметров пучка и рассеивателя. Сила максимальна, если диаметр пучка близок к размеру рассеивателя. При использовании фокусированных пучков мегагерцового диапазона частот для силового воздействия на почечные камни увеличение диаметра пучка до размеров камня позволяет добиться роста силы на 30–50%.
3. Направление акустической радиационной силы, создаваемой волновым пучком на твердотельный шар, в общем случае не совпадает с направлением распространения волны. Соответствующая поперечная компонента силы вблизи оси пучка имеет выталкивающий характер (направлена от оси), однако на некотором удалении от оси направление изменяется на противоположное. Тем самым появляется

возможность поперечного захвата твердотельных рассеивателей акустическими пучками.

4. Частотные зависимости сечения рассеяния и радиационной силы при падении акустического пучка на упругий шар носят, как и в случае плоской волны, немонотонный характер с присутствием резонансных пиков. Указанные резонансы чувствительны к величине диаметра пучка, причем при сужении пучка до размера меньше диаметра шара наиболее сильные пики существенно подавляются.
5. При использовании акустических пучков для оказания силового воздействия на упругие рассеиватели все компоненты радиационной силы могут быть количественно определены на основе измерения двумерного распределения амплитуды и фазы акустического давления в поперечном сечении пучка (акустической голограммы).

Апробация работы

Вошедшие в диссертационную работу материалы докладывались на XXVII сессии Российского акустического общества» (16 – 18 апреля 2014 г., Санкт-Петербург), XIV Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» (26 – 31 мая 2014 г., Красновидово), 1-й Всероссийской акустической конференции (сентябрь 2014 г., Москва), 5-й Зимней школе по терапевтическому ультразвуку (8 – 13 марта 2015 г., Лезуш, Франция), 20-м Международном симпозиуме по нелинейной акустике (29 июня – 2 июля 2015 г., Лион, Франция), XV Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова (5 – 10 июня 2016 г., Красновидово), Международном симпозиуме по ультразвуку (18 – 22 сентября 2016 г., Тур, Франция), 6-й Зимней школе по терапевтическому ультразвуку (26 – 31 марта 2017 г., Лезуш, Франция), II Всероссийской акустической конференции, совмещенной с XXX сессией Российского акустического общества (6 – 9 июня 2017 г., Нижний Новгород) и на Международном конгрессе по ультразвуку (18 – 20 декабря 2017 г., Гонолулу, США).

Результаты исследований обсуждались также на научных семинарах кафедры акустики физического факультета МГУ.

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ № НШ-7062.2016.2, РФФИ № 14-02-00426, РФФИ № 95/14-НФ и стипендии Американского акустического общества.

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 19 печатных работах, в том числе в 4-х статьях в реферируемых журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова и в 1 статье из перечня ВАК РФ. Полный список работ автора приведен перед списком литературы.

Личный вклад автора

Все изложенные в диссертационной работе результаты по разработке теоретической модели, численного алгоритма, постановке и выполнении физического эксперимента получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

Структура и объем диссертационной работы

Диссертационная работа состоит из общего вводного раздела, трех глав и заключения. Каждая глава включает в себя короткое введение и выводы. Список цитируемой литературы содержит 138 наименований, общий объем работы составляет 117 страниц текста, включая 48 рисунков.

В диссертационной работе принята двухзначная нумерация формул и рисунков. Обращение к формулам осуществляется в виде, например, (2.12), что означает нахождение данной формулы во 2-й главе под номером 12. Аналогично производится нумерация рисунков.

Содержание диссертационной работы

Во Введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, приведен краткий обзор литературы, сформулированы цели работы и описано ее краткое содержание по главам.

Первая глава диссертационной работы посвящена теоретическому описанию радиационной силы, действующей со стороны плоской волны, и ее экспериментальному исследованию в случае падения квазиплоской волны на сферические рассеиватели, расположенные в жидкости.

Плоская волна хоть и является идеализированным случаем и в действительности не встречается, она удобна для исследования основных закономерностей силового воздействия акустических полей на различные рассеиватели. Более того, теоретические исследования радиационной силы со стороны плоской волны необходимы для дальнейшего развития теории в сторону полей произвольной структуры.

Экспериментальные измерения радиационной силы со стороны квазиплоских волн позволяют исследовать основные экспериментальные проблемы, возникающие в такого рода задачах.

В § 1.1 описана постановка задачи. Задача состоит в том, чтобы рассчитать радиационную силу плоской волны, действующей на шар, с учетом его упругих свойств. В § 1.2 изложена теория такого расчета, связанная с решением линейной задачи рассеяния на сфере. Расчет проводится на основе известных падающего и рассеянного на шаре поля путем интегрирования их вклада по замкнутой поверхности, охватывающей излучатель. Описывается численная модель и на ее основе исследуется влияние упругих характеристик рассеивателя, его размеров и частоты излучения на характер возникновения радиационной силы. В § 1.3 представлена экспериментальная установка с двумя альтернативными методами крепления рассеивателя и результаты визуализации его смещения под действием акустического поля. Рассматриваются два метода измерения радиационной силы: с помощью принципа эхо-локации (акустический) и с применением пробного лазерного луча (оптический). Описывается методика выбора области расположения рассеивателя в поле излучателя для обеспечения плоского характера падающего поля. Получены зависимости радиационной силы от подаваемой акустической мощности на излучатель в каждом из рассматриваемых методов. Также представлен метод измерения упругости нитей путем возбуждения собственных колебаний сферического рассеивателя. В § 1.4 представлен сравнительный анализ 2-х методов крепления рассеивателей и вносимые ими ошибки измерений. Обсуждается влияние мест приклеивания рассеивателя к нитям и резинкам на точность измерения радиационной силы и смещения рассеивателя. В § 1.5 сформулированы выводы Главы 1.

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию радиационной силы в случае фокусированных пучков. Основной задачей Главы 2 является исследование влияния структуры пучка на величину радиационной силы с учетом упругих свойств сферического рассеивателя. В качестве падающего поля выбран квазигауссовский пучок, так как он обладает свойствами направленности и ограниченности, и, следовательно, может моделировать распространение ограниченных акустических пучков.

В § 2.1 обсуждаются основные проблемы численных расчетов радиационной силы на упругие объекты в случае пучков более сложной структуры. В § 2.2 описана методика расчетов, основанная на разложении падающего поля по сферическим гармоникам. Такой метод удобен для ограниченного числа осесимметричных пучков. На его основе получено

аналитическое соотношение для расчета радиационной силы в фокусе квазигауссовского пучка и показано, как учет структуры пучка влияет на вид соотношения. Для расчетов величины радиационной силы не только в фокусе пучка, а в любой точке поля использован альтернативный метод разложения падающего квазигауссовского пучка по плоским волнам. Приведены рассчитанные указанным методом кривые изменения радиационной силы вдоль оси акустического пучка и в его фокальной плоскости. Показано, что при определенных соотношениях между размерами рассеивателя и пучка максимальное значение радиационной силы может достигаться не в фокусе. § 2.3 посвящен исследованию влияния параметров пучка и рассеивателя на эффективность силового воздействия. Получено, что радиационная сила максимальна при близости радиусов рассеивателя и акустического пучка. Объяснены причины роста силы при равенстве диаметров рассеивателя и пучка, которые связаны с близостью скорости сдвиговых волн в материале рассеивателя и скорости звука в окружающей жидкости. При близости указанных скоростей боковые области рассеивателя активно захватывают энергию проходящего пучка, что приводит к более эффективной передаче импульса и соответствующему росту радиационной силы. В § 2.4 представлены выводы Главы 2.

Третья глава диссертационной работы посвящена численному расчету и экспериментальному измерению радиационной силы, действующей со стороны пучков произвольной структуры на упругие сферические объекты. В § 3.1 подробно описан метод разложения падающего поля по плоским волнам применительно к расчету силы, действующей со стороны пучка произвольной структуры на упругий сферический рассеиватель. При таком подходе расчет радиационной силы определяется угловым спектром акустического поля. Приведены результаты в случае силового воздействия со стороны поля одноэлементного фокусированного излучателя в виде сферической чаши и рассеивателей разных размеров и упругих свойств. Угловой спектр излучателя рассчитан в предположении поршневого характера колебаний поверхности излучателя. В § 3.2 описана схема экспериментальной установки по измерению радиационной силы, действующей на рассеиватель в поле произвольных пучков. Описана методика измерения пороговых значений амплитуды электрического напряжения на излучателе, которые впоследствии пересчитываются в безразмерную радиационную силу. Представлен новый метод крепления рассеивателя с использованием системы из трех уровней тонких лесок. Основными преимуществами системы является отсутствие мест склеивания рассеивателя с какими-либо поддерживающими креплениями (нити, резинки) и большое число

степеней свободы, что позволяет в любой точке пространства точно определять направление действия силы. В § 3.3 пошагово описана последовательность проведения расчета, необходимого для прецизионной обработки эксперимента. Расчеты включают в себя калибровку излучателя, снятие акустической голограммы и определение параметров рассеивателей. Для калибровки излучателя используется метод, также основанный на измерениях радиационной силы, действующей на протяженный поглощающий объект. Проводя измерения радиационной силы совместно со снятием акустической голограммы, рассчитывается чувствительность гидрофона. Полученная данным методом чувствительность хорошо согласуется с паспортными данными гидрофона. Измерения акустической голограммы необходимы, в том числе, для численного расчета радиационной силы со стороны акустического поля, генерируемого конкретным излучателем. Для исследуемого одноэлементного излучателя в результате обработки акустической голограммы было восстановлено полное акустическое поле и соответствующий угловой спектр. Показано, что колебание поверхности излучателя отличается от поршневого и, следовательно, величина радиационной силы, рассчитанной с учетом углового спектра, также будет отлична от рассчитанной в § 3.1. В § 3.4 представлены результаты экспериментов, проведенных в разные дни для нейлоновых рассеивателей радиусами 2 – 3 мм, а также для стеклянного рассеивателя радиусом 2 мм в поле фокусированного излучателя с фокусным расстоянием $F = 7$ см, радиусом апертуры 5 см и рабочей частотой $f = 1,072$ МГц. Приведены результаты измерений на оси, которые в пределах погрешности 7 – 10 % совпадают с численными расчетами, полученными в § 3.3. Для рассеивателей радиусом 2 мм экспериментальные и численные расчеты согласуются как в области до фокуса, так и после фокуса. Для рассеивателя радиусом 3 мм в области до фокуса экспериментальные результаты оказались на 15 – 20 % ниже численных данных, сохраняя при этом хорошее согласование в области после фокуса. На результаты экспериментальных измерений в фокусе значительное влияние оказывают стоячие волны, возникающие между поверхностью излучателя и рассеивателя. Предложен метод подавления стоячих волн для измерения радиационной силы в области фокуса, основанный на использовании дополнительного поглотителя на поверхности излучателя. Для рассеивателя из нейлона радиусом 3 мм приведены результаты измерений силы в вдоль одного из направлений, перпендикулярного оси распространения акустического пучка. В § 3.5 представлены основные выводы Главы 3.

В Заключение сформулированы основные результаты и выводы работы.

Глава 1

ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Простейшим типом падающей волны при исследовании радиационной силы является плоская акустическая волна. Безусловно, плоские волны – лишь удобная модель акустического поля, и в реальности не существует источников, генерирующих поля с равной всюду амплитудой и фазой. Однако для выявления основ радиационного воздействия акустических полей плоские волны наиболее предпочтительны. Более того, существуют источники, генерирующие квазиплоские поля, к которым с некоторыми ограничениями и предположениями можно применять теорию для плоских волн. Исследование радиационной силы в случае плоской волны началось в 30-х годах XX века и продолжают до сих пор [69 – 72]. Окружающая рассеиватель среда обычно считается идеальной жидкостью, явления теплопроводности и вязкости не берутся в расчет. Систематическое изучение началось с работы [69], в которой описывается метод расчета радиационной силы, действующей на жесткий шар произвольного диаметра в плоской бегущей или стоячей волне. Метод состоит в точном решении задачи об обтекании шара жидкостью или газом в поле звуковой волны. Величина радиационной силы оказывается функцией плотности рассеивателя и окружающей жидкости, а также зависит от величины потенциала колебательной скорости. В плоской бегущей волне радиационная сила всегда имеет положительное значение, которое прямо пропорционально плотности энергии в падающей волне. В стоячей волне радиационная сила периодически изменяется в пространстве, оставаясь при этом прямо пропорциональной плотности энергии.

Последующие работы используют более усложненную модель. Так, в работах [72, 73] в качестве модели рассеивателя рассматривается сжимаемый жидкий шар произвольных размеров или упругий рассеиватель. Выражение для радиационной силы

имеет различный характер при воздействии силы на эластичную сжимаемую сферу, рассеиватель малых размеров или пузырьки воздуха.

Значительное число работ посвящено случаю сферических рассеивателей в вязкой окружающей среде [74, 75, 76]. Показано, что диссипативные процессы значительно влияют на силу радиационного давления, действующего на сферу. В вязких средах меняются соотношения между фазовыми характеристиками падающего и рассеянного полей, а также амплитуда рассеянного поля. Для малых рассеивателей учет вязкости окружающей жидкости приводит к росту радиационной силы, как в режиме стоячих волн, так и в режиме бегущей плоской волны. Причем в случае бегущей волны рост радиационной силы значительно превышает соответствующий рост силы в стоячей волне.

Если рассеиватель является упругим твердотельным объектом, то в некоторых случаях необходимо учитывать поглощение в материале рассеивателя. Так, к примеру, такие вязкие материалы как резина, свинец и другие обладают значительным коэффициентом поглощения сдвиговых и продольных волн на частотах порядка 1 МГц. Учет поглощения в расчете радиационной силы обеспечивается введением мнимой части волнового числа [77, 78]. В общем случае коэффициент поглощения частотно зависим. Если не брать во внимание частотную зависимость, то учет поглощения в рассеивателе приводит к уменьшению радиационной силы для малых волновых размеров и к росту ее в среднем в случае больших волновых размеров.

Наряду с рассмотрением радиационной силы, действующей со стороны плоской волны на сферические рассеиватели, проводились исследования о воздействии поля плоской волны на цилиндрические препятствия [79, 80, 81]. В плоской бегущей волне характерные кривые изменения радиационной силы с частотой в случае цилиндрического упругого рассеивателя в целом имеют тот же характер зависимости, что и для сферы.

Следующим этапом стало рассмотрение в работах [55, 56] воздействия на рассеиватель сферической волны. Автор работы [55] рассмотрел действие акустической радиационной силы на рассеиватель с учетом вязкости окружающей жидкости. В основе расчета силы было основное выражение, полученное при рассмотрении плоской волны, так как оно справедливо для любого осесимметричного поля, в том числе и сферического. При учете вязкости возникают новые эффекты, такие как возможность вынудить более плотные, чем окружающая их жидкость, сферы левитировать в жидкости под действием расходящейся сферической волны. Особенность эффекта в том, что он не наблюдается при распространении сферической волны в идеальной жидкости, а также при рассмотрении бегущей плоской волны как в идеальной, так и в вязкой среде.

Попытки провести экспериментальное измерение радиационной силы начались с работы [72], в которой описан один из первых экспериментов по измерению силы, оказываемой плоской бегущей волной на упругую сферу. Все измерения проводились в диапазоне рабочих частот 450 кГц – 1 МГц. Полученные экспериментальные точки совпали в пределах погрешности 3% с теоретическими результатами, полученными авторами в работе [70] с учетом упругости рассеивателя. Работы [73] и [70] показывают, что для определения интенсивности акустической волны по радиационной силе нежелательно использовать рассеиватели, для которых величина ka близка к значению, при котором происходит возбуждение резонансных колебаний рассеивателя. Похожий эксперимент описывается в работе [33]. В нем используется метод подвеса рассеивателя на тонких нерастяжимых нитях и проводится сравнение измеренных данных в случае упругого и абсолютно жесткого рассеивателей. Показано, что величина силы зависит от температуры окружающей жидкости. Результаты работы [33] полезны тем, что указывают на пригодность метода радиационной силы для определения интенсивности акустической волны. Для сферической волны также проводились экспериментальные исследования. Они показали неплохое совпадение с теоретическими данными [82]. Метод экспериментального измерения статической и динамической радиационной силы подробно описан в работе [83]. В случае интерференции двух акустических пучков со слабо различающимися частотами радиационная сила имеет обе рассматриваемые компоненты. При этом статическая сила отклоняет рассеиватель, а динамическая отвечает за его колебания относительно нового положения равновесия. Рассматриваемый в статье метод основан на измерении статической радиационной силы по отклонению рассеивателя от положения равновесия, в то же время динамическую компоненту предлагается измерять с помощью лазерного виброметра. Для определения смещения от положения равновесия используется дополнительный лазерный луч, направленный перпендикулярно ультразвуковому пучку, который смещается соответственно смещению шарика. Такой способ позволяет проводить измерения смещения с точностью 10 мкм. Эксперимент показал, что, как и предсказывала теория в работе [84], динамическая и статическая сила имеют один порядок величины, хорошо согласующийся с теоретическими значениями. Для рассеивателей больших радиусов значения, полученные в разных измерениях, оказались довольно близки друг к другу. Однако данный метод имеет ряд приближений. Во-первых, при измерении силы никак не учтено влияние нити подвеса, а также места склеивания с шариком. Этим можно объяснить проблему в получении корректных значений для рассеивателей, размеры которых меньше длины волны. Во-вторых, не учтено образование акустических течений [85, 86], которые также

вливают на смещение рассеивателя. Несмотря на эти приближения, рассматриваемый в работе [84] метод может быть применен к измерению силы, действующий на рассеиватели с другой геометрией.

Многочисленные экспериментальные измерения радиационной силы в большинстве своем основывались на методе подвешивания рассеивателя на тонких нитях и измерении его смещения лазерным лучом. В настоящей главе описана указанная методика в случае квазиплоской волны. Наряду с ней рассматривается реализация предложенного нового метода измерения смещения под действием силы, в котором нет необходимости использования дополнительного лазерного луча.

§ 1.1 *Постановка задачи*

Рассмотрим задачу о расчете величины радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель. При определении радиационной силы на некоторое препятствие следует учитывать изменение импульса волны из-за рассеяния волны на нем [87 – 89]. В связи с этим алгоритм расчета состоит из двух основных этапов: сначала решается задача о рассеянии звука на сфере, а затем полученные данные для рассеянной волны используются для расчета радиационной силы.

Первым этапом расчетов является решение задачи рассеяния. В качестве рассеивателя для начала будем рассматривать абсолютно жесткую сферу.

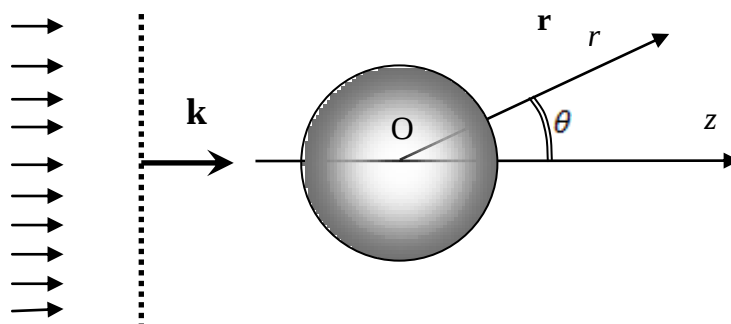


Рис. 1.1. Геометрия задачи рассеяния плоской волны на сфере

Будем полагать, что окружающая рассеиватель среда является идеальной жидкостью с плотностью ρ и скоростью распространения звука в ней c . Поместим в жидкость абсолютно жесткую сферу радиуса a и введем сферическую систему координат с началом в центре сферы (рис. 1.1).

§ 1.2 Теория для расчета радиационной силы

1.2.1 Задача рассеяния как первый этап расчета радиационной силы

Пусть на сферу (рис. 1.1) падает плоская гармоническая волна. В этом случае акустическое давление $p'(\mathbf{r}, t)$ и колебательная скорость частиц $\mathbf{v}'(\mathbf{r}, t)$ запишутся:

$$p' = \frac{P}{2} e^{-i\omega t} + \frac{P^*}{2} e^{i\omega t}, \quad \mathbf{v}' = \frac{\mathbf{V}}{2} e^{-i\omega t} + \frac{\mathbf{V}^*}{2} e^{i\omega t}, \quad (1.1)$$

где $P, \mathbf{V}$ – комплексные амплитуда волны, $f = \omega/(2\pi)$ – ее частота.

Комплексная амплитуда давления P является решением уравнения Гельмгольца $\Delta P + k^2 P = 0$, где $k = \omega/c$ – волновое число. Ее можно представить в виде суммы комплексных амплитуд падающей и рассеянной волн: $P = P_{na\partial} + P_{pacc}$. В случае плоской падающей волны величина $P_{na\partial}$ представима в виде следующего разложения [72]:

$$P_{na\partial} = p_0 e^{ikr \cos \theta} = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta), \quad (1.2)$$

где r и θ – сферические координаты (рис. 1.1), $j_n(\zeta) = \sqrt{\pi/(2\zeta)} J_{n+1/2}(\zeta)$ – сферическая функция Бесселя, $P_n(\cos \theta)$ – полином Лежандра. Рассеянное поле представимо в виде похожего разложения [90]:

$$P_{pacc} = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta), \quad (1.3)$$

где $h_n^{(1)}(kr) = j_n(kr) + iy_n(kr)$ – функция Ханкеля 1-го рода, $y_n(\zeta) = \sqrt{\pi/(2\zeta)} Y_{n+1/2}(\zeta)$, $Y_n(\zeta)$ – функция Неймана. Коэффициенты c_n находятся из граничных условий на поверхности рассеивателя. Поскольку жидкость считается невязкой, указанные условия заключаются в непрерывности нормальных компонент скорости и напряжений, а также отсутствии касательного напряжения на поверхности рассеивателя. В частном случае абсолютно жесткого рассеивателя граничные условия упрощаются и сводятся к одному условию равенства нулю нормальной компоненты скорости $V_n = 0$. В случае сферы нормальной компонентой скорости является ее радиальная компонента $V_r = 0$.

Граничное условие при $r = a$ запишется так:

$$V_r = \frac{1}{i\omega\rho} \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r=a} = 0. \quad (1.4)$$

Используя соотношения (1.2), (1.3), (1.4) получим:

$$c_n = -i^n (2n+1) \frac{j'_n(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)}. \quad (1.5)$$

Здесь штрих означает производную по аргументу соответствующей функции. Из (1.1) – (1.5) получим, что амплитуда полного поля равна:

$$P = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) \left[j_n(kr) - \frac{j'_n(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)} h_n^{(1)}(kr) \right] P_n(\cos\theta). \quad (1.6)$$

Аналогично найдем выражения для комплексных амплитуд радиальной V_r и угловой V_θ компонент:

$$V_r = \frac{1}{i\rho c} p_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\theta) (2n+1) i^n \left[j'_n(kr) - \frac{j'_n(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)} h_n^{(1)}(kr) \right], \quad (1.7)$$

$$V_\theta = \frac{1}{i\rho\omega r} p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial\theta} (P_n(\cos\theta) (2n+1) i^n \left[j'_n(kr) - \frac{j'_n(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)} h_n^{(1)}(kr) \right]). \quad (1.8)$$

Выражения (1.6), (1.7) и (1.8) полностью описывают поле звуковой волны, рассеиваемой на абсолютно жесткой сфере радиуса a .

1.2.2 Решение задачи рассеяния плоской волны упругим шаром

Решение задачи рассеяния для упругих рассеивателей отличается от аналогичной задачи для абсолютно жесткого рассеивателя (как и для абсолютно мягкого) условиями непрерывности на границе раздела жидкость – упругое тело, что приводит к появлению новых особенностей [91].

Рассмотрим упругий сферический рассеиватель с плотностью ρ_s , продольной и поперечной скоростью распространения звука в материале рассеивателя c_l и c_t . Отличием от случая абсолютно жесткого рассеивателя является изменение неизвестного коэффициента c_n , характеризующего рассеяние, в выражении для рассеянного поля (1.3). С учетом упругих свойств получим выражение для полного поля при рассеянии на упругой сфере плоской волны, учитывающее возбуждение продольных и сдвиговых волн внутри рассеивателя [91]:

$$P = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) \left[j_n(kr) + c_n h_n^{(1)}(kr) \right] P_n(\cos\theta), \quad (1.9)$$

$$c_n = - \frac{F_n j_n(ka) - ka j'_n(ka)}{F_n h_n^{(1)}(ka) - ka h_n^{(1)'}(ka)}, \quad (1.10)$$

где F_n – функция, зависящая от соотношений ρ_s/ρ , c_l/c и c_t/c . Полное представление функции F_n приведено в работе [72]. В частном случае абсолютно жесткого рассеивателя $F_n = 0$, что и приводит к уже известному нам коэффициенту при рассеянии плоской волны на жесткой сфере $c_n = -\frac{j'_n(ka)}{h_n^{(1)}(ka)}$. Соответствующим образом изменяются соотношения (1.7) и (1.8) для комплексных амплитуд радиальной V_r и угловой V_θ компонент:

$$V_r = \frac{1}{i\rho c} p_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\theta)(2n+1)i^n [j'_n(kr) - c'_n h_n^{(1)}(kr)], \quad (1.11)$$

$$V_\theta = \frac{1}{i\rho\omega r} p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial\theta} (P_n(\cos\theta)(2n+1)i^n [j'_n(kr) - c'_n h_n^{(1)}(kr)]). \quad (1.12)$$

1.2.3 Радиационная сила при падении произвольного пучка на сферический рассеиватель в жидкости

Вторым этапом является непосредственный расчет радиационной силы на базе решенной задачи рассеяния. Радиационная сила в линейной акустике является квадратичной величиной от акустических возмущений. При ее определении необходимо учитывать величины 2-го порядка малости, не обращающиеся в нуль после усреднения по времени.

В квадратичном приближении радиационная сила записывается в виде интеграла по замкнутой поверхности S , содержащей в себе исследуемый рассеиватель [72, 92, 93]:

$$\mathbf{F} = \langle \oint [L\mathbf{n} - \rho\mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})] dS \rangle, \quad (1.13)$$

где $L = K - U = \rho\mathbf{v}'^2/2 - p'^2/(2\rho c^2)$, K – плотность кинетической энергии, U – плотность потенциальной энергии, $\mathbf{n}$ – вектор внешней нормали к элементу поверхности dS , $\mathbf{v}'$ и p' – колебательная скорость и акустическое давление, найденные из решения задачи рассеяния, скобки $\langle \cdot \rangle$ означают усреднение по периоду волны. В случае гармонической волны (1.1) выражение (1.11) переписывается через комплексные амплитуды давления P и скорости $\mathbf{V} = \nabla P/(i\rho\omega)$:

$$\mathbf{F} = \oint \left[\left(\frac{\rho|\mathbf{V}|^2}{4} - \frac{|P|^2}{4\rho c^2} \right) \mathbf{n} - \frac{\rho}{2} \text{Re}[\mathbf{V}^*(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})] \right] dS. \quad (1.14)$$

В случае сферического рассеивателя, расположенного в поле плоской волны, искомая радиационная сила $\mathbf{F}$ действует вдоль оси распространения волны z и имеет единственную компоненту F_z , которая с учетом соотношений (1.9) – (1.12) записывается так:

$$F_z = -\frac{2\pi|p_0|^2}{\rho c^2 k^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \operatorname{Re} \{ c_n + c_{n+1}^* + 2c_n c_{n+1}^* \}. \quad (1.15)$$

1.2.4 Численная модель. Зависимость радиационной силы от параметров акустической волны и рассеивателя

Для численного расчета в среде Fortran была написана программа по определению радиационной силы, действующей на упругий сферический рассеиватель в жидкости. Параметры рассеивателя, такие как плотность, радиус, скорости продольных и поперечных волн в материале рассеивателя, а также параметры окружающей жидкости задаются в интерфейсе программы. При расчетах считается, что окружающая жидкость идеальная, т.е. не учитывается вязкость и теплопроводность среды. Для нахождения силы используются выражения (1.9), (1.10) и (1.12), записанные для компоненты силы F_z . При численном расчете амплитуды давлений и колебательных скоростей суммирование производится от 0 до некоторого конечного числа $N = (3 \div 5)ka$.

Кроме того, при расчете силы в численном исследовании используется следующее утверждение [4]: «Если импульс волны меняется в некотором замкнутом объеме V_1 ограниченном поверхностью S_1 , то радиационная сила на поверхность S_2 , ограничивающую объем V_2 , внутри которого находится V_1 , равна радиационной силе, действующей на поверхность S_1 , если импульс не меняется в объеме $V' = V_2 - V_1$.» Это утверждение может быть использовано при расчетах, так как жидкость считается идеальной, а значит импульс не меняется в некотором объеме V' .

С использованием написанной программы рассчитывается радиационная сила, оказываемая плоской акустической волной, параметры которой остаются неизменными на любом расстоянии от источника. Исследуется зависимость силы от частоты излучателя, а также от линейных размеров и свойств материала сферического рассеивателя. Параметры окружающей жидкости: $c = 1485$ м/с, $\rho = 1000$ кг/м³ (вода).

Так как радиационная сила, действующая на рассеиватель, пропорциональна интенсивности падающей волны, то для удобства анализа в расчетах вводится безразмерная величина Y_p – удельная радиационная сила, которая определяется как

$Y_p = F_z c / (I \pi a^2)$, где $I = \frac{p_0^2}{2\rho c^2}$ – интенсивность падающей плоской волны, c – скорость звука в жидкости, a – радиус рассеивателя [31, 94]. Индекс p в обозначении Y_p помечает тот факт, что рассматривается плоская волна (plane wave) [31]. Для плоской падающей волны и упругого сферического рассеивателя указанный безразмерный параметр записывается следующим образом:

$$Y_p = -\frac{4c_0}{(ka)^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \operatorname{Re} \{ c_n + c_{n+1}^* + 2c_n c_{n+1}^* \}. \quad (1.16)$$

Полученное соотношение (1.16) используется в программе для численных расчетов радиационной силы, оказываемой плоской волной. Расчёты проводились для упругих шаров из разных материалов.

На рис. 1.2 представлены полученные кривые. Они показывают зависимость нормированной величины Y_p от частоты излучателя при фиксированном радиусе рассеивателя для шаров из стали, стекла, а также для абсолютно жесткого рассеивателя. В данном расчете радиус шарика принимался равным $a = 1$ мм. Параметры материалов, использованные в расчетах, были следующими: для стали скорость продольных волн $c_l = 5420$ м/с, скорость сдвиговых волн $c_t = 2978$ м/с, для стекла $c_l = 5570$ м/с, $c_t = 3515$ м/с [95].

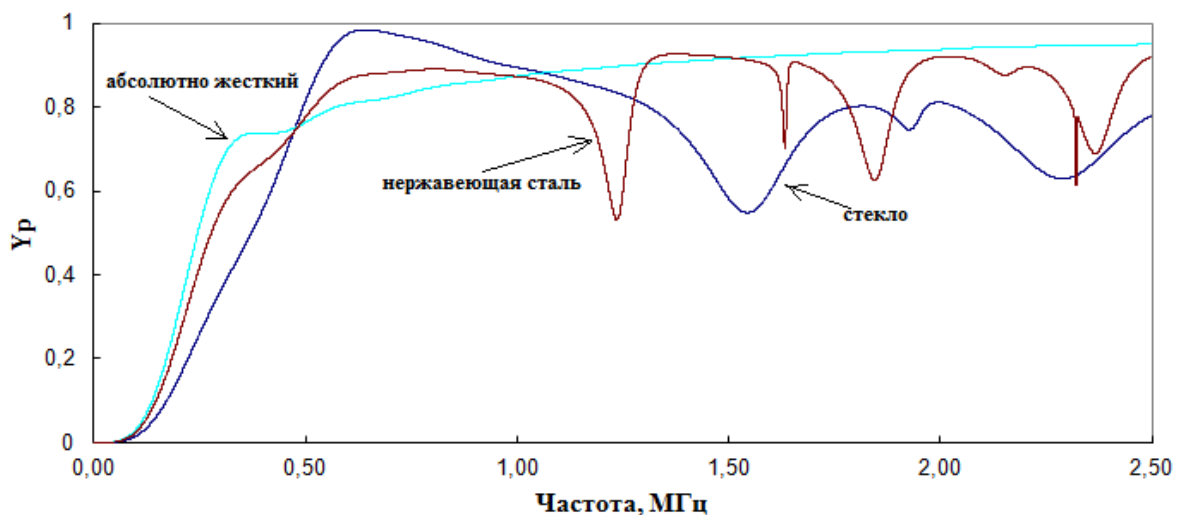


Рис. 1.2. Зависимость удельной радиационной силы от частоты для различных рассеивателей

Согласно кривым на рис. 1.2, в случае абсолютно жесткого рассеивателя с увеличением частоты удельная радиационная сила быстро растет на низких частотах ($f = 0 - 40$ кГц для рассеивателя радиуса $a = 1$ мм). Однако после достижения частотой значения, при котором радиус рассеивателя становится порядка длины волны, рост

замедляется и наступает насыщение – величина Y_p практически не зависит от частоты падающей плоской волны. Для стекла и нержавеющей стали картина несколько иная. Для них можно отчетливо наблюдать локальные провалы кривой $Y_p(f)$, которые соответствуют резонансным колебаниям шарика на указанных частотах.

Такая же зависимость построена на рис. 1.3. для стального рассеивателя двух отличающихся радиусов $a_1 = 1$ мм и $a_2 = 2,8$ мм.

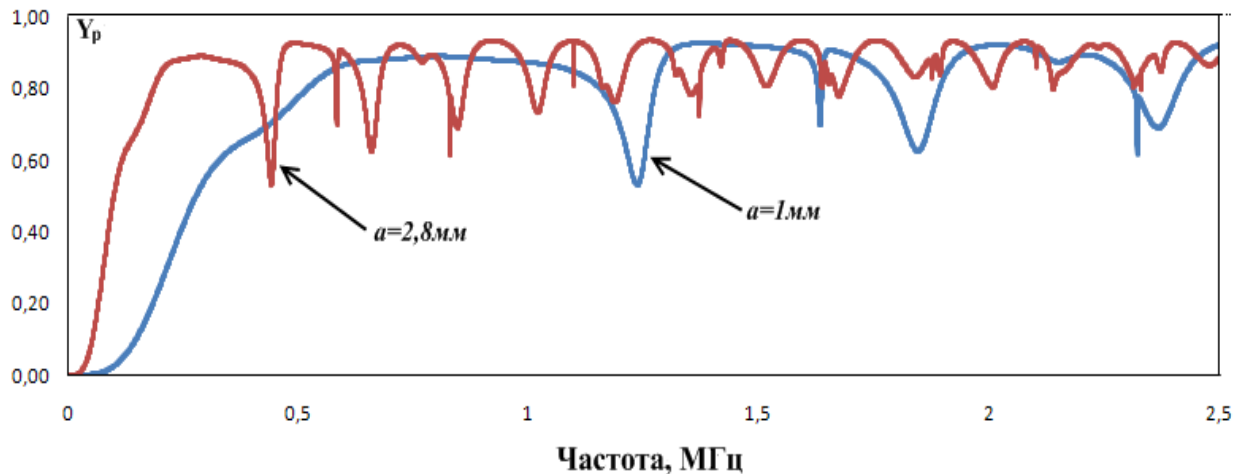


Рис. 1.3. Зависимость удельной радиационной силы от частоты для стального рассеивателя разных радиусов

Как можно заметить, с увеличением радиуса рассеивателя количество резонансных провалов растет. При этом выход на насыщение в среднем происходит также при достижении длиной волны радиуса рассеивателя, как и в случае абсолютно жесткого рассеивателя.

В эксперименте, описанном ниже в параграфе 1.3, будет рассматриваться стальной рассеиватель радиусом 2,8 мм, для которого по графику, представленному на рис. 1.3, во-первых, можно определить величину нормированной величины радиационной силы для любой частоты источника акустических волн. Во-вторых, можно подобрать частоту плоской волны так, чтобы избежать попадания на область резонансных провалов.

Зависимости удельной радиационной силы от частоты (рис. 1.2.), полученные на основе известных уравнений численным моделированием в среде Fortran, совпадают с подобными зависимостями, полученными ранее авторами других работ [31, 94].

Отметим, что в общем случае радиационная сила зависит не от конкретного значения частоты излучения f , а от волнового размера рассеивателя ka . Аналогичным образом можно построить кривые изменения силы с ростом радиуса рассеивателя a при фиксированной частоте излучения плоской волны. Выбор параметра, относительно которого строятся кривые, зависит от целей исследования.

Таким образом, полученная в среде Fortran программа позволяет рассчитывать величину радиационной силы для сферических рассеивателей любого радиуса и упругих свойств при известных параметрах плоской акустической волны, таких как частота и интенсивность излучения.

§ 1.3 *Экспериментальное изучение радиационной силы*

В данном параграфе описаны две созданные экспериментальные методики, позволяющие измерять величину радиационной силы, действующей на упругий сферический рассеиватель в жидкости, по его отклонению от положения равновесия в системе с упругим креплением.

1.3.1 Поле плоского излучателя

Так как цель работы состоит в разработке методов прецизионного измерения акустической радиационной силы, действующей на стальной сферический рассеиватель, то необходимо экспериментально обеспечить условия плоской волны. Как известно, плоские волны – идеализированный случай волн, рассматриваемых во многих задачах.

Поля реальных излучателей не являются плоскими волнами. Вблизи излучателя, диаметр которого намного превышает длину волны, акустическое поле сильно неоднородно из-за дифракционных эффектов ближнего поля. На больших расстояниях неоднородности сглаживаются, но волна становится расходящейся и принимает вид сферической волны. Тем не менее, в некоторых выделенных областях пространства – в участках, где амплитуда волны пространственно однородна – акустическое поле с хорошим приближением можно считать плоской волной. Чтобы найти такие области, т.е. чтобы точно определить, куда следует поместить рассеиватель, необходимо знать пространственное распределение амплитуды акустического давления в широком диапазоне расстояний от источника.

С этой целью может быть использован метод акустической голографии [60]. Он основан на восстановлении нормальной компоненты колебательной скорости на поверхности излучателя на основе измерения акустического давления вдоль некоторой контрольной плоскости Σ_H . При гармоническом возбуждении источника измерение сводится к регистрации амплитуды и фазы акустического давления в точках указанной контрольной поверхности, что позволяет построить двумерное распределение комплексной амплитуды давления $P_H(\mathbf{r}'')$, где $\mathbf{r}''$ – координаты точек поверхности Σ_H , в

которых проводилось измерение. Найденное распределение $P_H(\mathbf{r}'')$ является голограммой, т.е. полной записью поля. С его помощью, в частности, может быть восстановлено распределение комплексной амплитуды нормальной компоненты колебательной скорости на поверхности излучателя $V(\mathbf{r}')$, где $\mathbf{r}'$ – координаты точек поверхности. Указанное восстановление осуществляется на основе интеграла вида $V(\mathbf{r}') = \int_{\Sigma_H} P_H(\mathbf{r}'') K(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') d\Sigma_H$, где ядро $K(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ выражается через функцию Грина свободного пространства для уравнения Гельмгольца [60].

Зная распределение скорости на поверхности излучателя, $V(\mathbf{r}')$, на основе интеграла Рэлея могут быть рассчитаны характеристики поля в любой точке пространства:

$$P(\mathbf{r}) = -\frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \int V(\mathbf{r}') \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS', \quad (1.17)$$

где $P(\mathbf{r})$ – комплексная амплитуда акустического давления в точке $\mathbf{r}$, а интегрирование проводится по поверхности излучателя.

Изложенный выше метод был использован для определения поля плоского излучателя, необходимого в эксперименте по определению радиационной силы. Плоский пьезокерамический преобразователь с резонансной частотой 1,119 МГц и диаметром 10 см помещался в ванну с отстоявшейся водой.

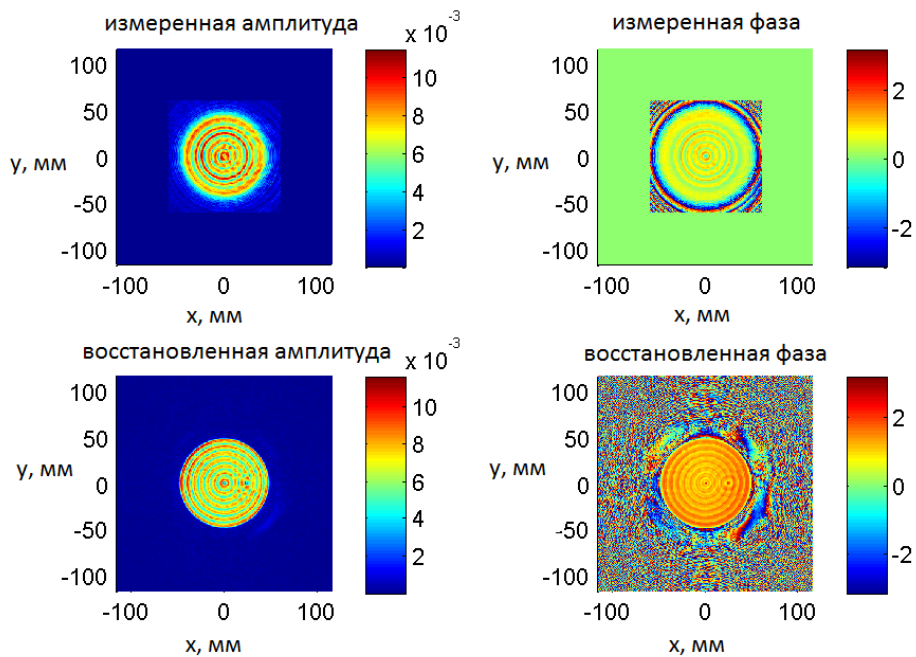


Рис. 1.4. Двумерные распределения нормированной амплитуды и фазы акустического давления в поперечных координатах (x, y) : сверху – в контрольной плоскости, снизу – на поверхности излучателя

Акустическое давление вдоль контрольной плоскости измерялось игольчатым гидрофоном, который мог перемещаться в трех ортогональных осях. Процедура измерения поля подробно изложена в работе [60].

Измеренная гидрофоном амплитуда и фаза поля в некоторой плоскости, а также результаты распределения на поверхности излучателя, полученные с использованием интеграла Рэлея, приведены на рис. 1.4. Двумерные изображения показывают характер распределения амплитуды и фазы акустического давления. Фаза измерялась относительно сигнала, подаваемого на излучатель с генератора. Из измеренных распределений видно, что поле обладает аксиальной симметрией, что также наблюдается на двумерном распределении амплитуды и фазы на поверхности излучателя.

Используя интеграл Рэлея и полученное распределение на поверхности излучателя, может быть рассчитано поле в любой точке пространства. На рис. 1.5 приведены двумерные распределения в плоскостях (x,z) , (y,z) для плоского источника с распределением давления и фазы на поверхности, приведенным на рис. 1.4, а также нормированная амплитуда акустического давления на оси излучателя.

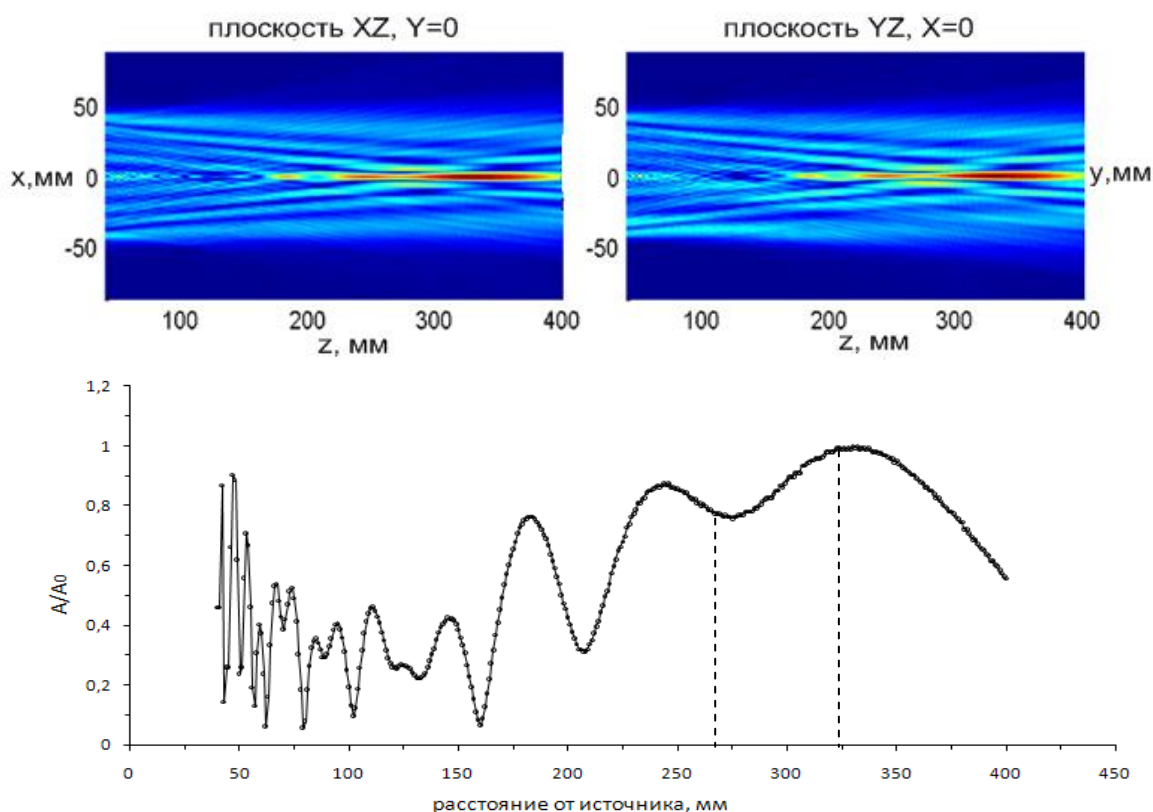


Рис. 1.5. Верхний рисунок – амплитуда акустического давления поля плоского источника в двух плоскостях (x,z) , (y,z) до расстояния 400 мм от источника. Нижний рисунок – измеренная нормированная амплитуда давления на оси излучателя до 400 мм от плоского источника

Как уже отмечалось выше, для проведения эксперимента по измерению акустической радиационной силы необходимо выбрать наиболее однородную область

пучка, которую можно считать полем плоской волны. Распределения поля, представленные на рис. 1.5, позволяют найти такие области поля. Измерения радиационной силы проводились в двух наиболее однородных областях: $z = 260$ мм и $z = 325$ мм.

Эти области находятся в ближнем зоне излучателя (расчетная длина ближней зоны составляет $z_0 = 1900$ мм). Расстояние $z = 325$ мм более предпочтительно, так как область однородности в этом месте шире как в продольном, так и в поперечном направлении.

Таким способом было выбрано расстояние, на котором следует поместить сферический упругий рассеиватель в эксперименте по определению акустической радиационной силы в поле плоской волны.

1.3.2 Акустическая линза

В одном из описанных ниже экспериментов по определению величины радиационной силы был использован дополнительный ультразвуковой преобразователь, который позволял следить за смещением исследуемого шарика на основе принципа эхолокации. Расстояние от шарика, на котором мог быть расположен этот преобразователь, в эксперименте не могло быть сделано менее (16 – 18) см, т.к. при меньшем расстоянии корпус преобразователя попадал в поле толкающего излучателя и тем самым искажал его. При зондировании излучением от плоского импульсного преобразователя отраженный эхо-сигнал на таком расстоянии оказывался очень слабым и плохо различимым на фоне шумов. Усиление эхо-сигнала путём увеличения амплитуды зондирующего импульса могло привести к тому, что этот импульс мог начать оказывать ощутимое радиационное силовое воздействие на рассеиватель. В нашей же задаче его назначением было лишь измерение смещения рассеивателя под действием другого силового излучателя. В связи с этим появилась необходимость использования акустической линзы для более чувствительного приема эхо-импульсов, имеющих вид расходящейся от шарика сферической волны.



Рис. 1.6. Акустическая линза из оргстекла, обеспечивающая фокусное расстояние излучателя $F = 19,5$ см

мог начать оказывать ощутимое радиационное силовое воздействие на рассеиватель. В нашей же задаче его назначением было лишь измерение смещения рассеивателя под действием другого силового излучателя. В связи с этим появилась необходимость использования акустической линзы для более чувствительного приема эхо-импульсов, имеющих вид расходящейся от шарика сферической волны.

Акустическая линза – устройство, осуществляющее фокусировку звука посредством изменения длины пути, проходимого в ней акустической волной, и преломления звука на его граничных поверхностях. Подобно оптическим линзам, акустические линзы

ограничены двумя рабочими поверхностями и изготавливаются из материала, скорость звука в котором c_2 отлична от скорости звука в окружающей среде c_1 . Важно, чтобы поглощение звука в материале линзы было мало, а также волновое сопротивление материала мало отличалось от волнового сопротивления среды.

Была изготовлена акустическая линза из оргстекла (рис. 1.6). Одна из её поверхностей была плоской, а вторая – сферической. Радиус этой поверхности подбирался таким образом, чтобы проходящий через линзу ультразвуковой пучок фокусировался на расстоянии 20 см от излучающей поверхности преобразователя. Геометрические размеры линзы были следующими: диаметр 8,8 см, толщина на краю 1,3 см, толщина в центре 0,8 см. При такой толщине гарантировалось малое затухание акустической волны при ее прохождении через линзу. Зависимость фокусного расстояния от радиуса кривизны вогнутой поверхности линзы и скоростей распространения звука в материале линзы и окружающей среде задается формулой $F = R/(1 - c_1/c_2)$, где F – фокусное расстояние, R – радиус кривизны поверхности линзы, $c_1 = 1500$ м/с – скорость звука в воде, $c_2 = 2600$ м/с – скорость звука в материале линзы [95]. Экспериментально измеренное фокусное расстояние линзы оказалось равным 19,5 см, т.е. довольно близким к расчетной величине 20 см. Для обеспечения лучшего акустического контакта плоской поверхности линзы с плоской поверхностью излучателя использовался гель средней вязкости.

1.3.3 Методы крепления рассеивателя

Для проведения экспериментального исследования по воздействию акустической волны на сферический рассеиватель необходимо было закрепить его в жидкости таким образом, чтобы способ минимально влиял бы на сферичность рассеивателя, и при этом позволял бы проводить измерения смещения от положения равновесия. В работе использовались два метода крепления рассеивателя в жидкости: метод подвешивания на нерастяжимой нити и метод крепления на четырех упругих нитях.

В методе подвешивания на нерастяжимой нити тонкая нить крепилась к исследуемому твердотельному шарiku с помощью клея. Приклеивание делалось таким образом, чтобы участок приклейки по возможности занимал как можно меньшую площадь поверхности рассеивателя. Для того, чтобы отклонение шарика происходило лишь вдоль одного направления, подвес осуществлялся на нити, сложенной в виде буквы V. При этом нижняя точка V приклеивалась к верхней точке исследуемого шарика.

Такой способ крепления позволяет добиться высокой чувствительности к малым смещениям шарика от положения равновесия. Однако имеется и недостаток. Как говорилось выше, при экспериментальном исследовании очень важно знать область поля, в которой находится рассеиватель. Достаточно просто следить за полем, если рассеиватель при любом смещении находится на оси излучателя. Рассеиватель, подвешенный на тонких нитях, при отклонении от положения равновесия начинает подниматься относительно уровня оси, причем чем больше величина радиационной силы, тем сильнее смещение с оси (рис. 1.7).

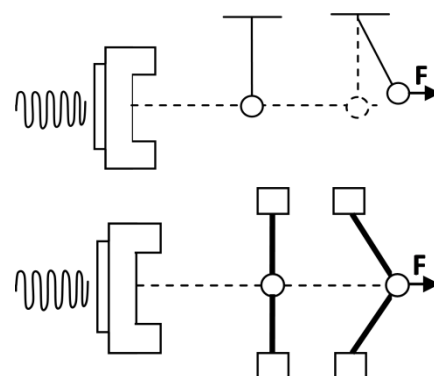


Рис. 1.7. Методы крепления рассеивателя: верхний рисунок – метод на тонких нитях, нижний – метод на упругих резинках

Другой метод состоял в том, что шарик подвешивался не на тонких нерастяжимых нитях, а закреплялся на четырех (растяжимых) резиновых нитях (рис. 1.7). Резиновые нити крепились к рассеивателю с 4-х сторон на тонкий клеевой слой. Вся система была заключена в крепление в виде кольца, которое могло перемещаться контролируемым образом системой позиционирования. В такой системе сферичность рассеивателя была нарушена немного больше, чем в рассмотренной ранее, так как количество мест склеивания увеличилось. Метод крепления на 4-х резиновых нитях также обладает высокой чувствительностью к малым смещениям рассеивателя при использовании достаточно мягких резинок. Кроме того, преимуществом является отсутствие смещения рассеивателя с оси излучателя под воздействием акустической силы и, следовательно, гарантируется выполнение режима плоской волны.

В работе проведены эксперименты, в которых использовались оба метода крепления рассеивателя.

1.3.4 *Схема экспериментальной установки с оптическим методом измерения смещения рассеивателя*

Экспериментальная установка с оптическим методом измерения смещения рассеивателя состоит из следующих элементов (рис. 1.8):

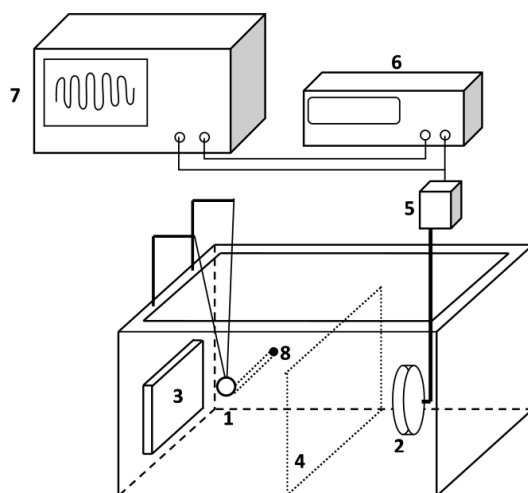


Рис. 1.8. Схема экспериментальной установки с методом измерения смещения рассеивателя с помощью лазерного луча

- 1 – упругий рассеиватель
- 2 – акустический преобразователь
- 3 – поглотитель
- 4 – тонкая звукопрозрачная пленка
- 5 – усилитель сигналов
- 6 – генератор сигналов
- 7 – осциллограф
- 8 – лазер

В эксперимента рассеиватель, подвешенный на тонких нерастяжимых нитях, погружается в воду. В эксперименте в качестве рассеивателя взят стальной шарик радиусом 2,8 мм. На расстоянии 260 мм от него расположен пьезокерамический преобразователь с центральной частотой 1,119 МГц и диаметром 100 мм. Расстояние $z = 260$ мм выбрано из соображений, описанных в пункте 1.3.1. Известно, что в интенсивном звуковом поле возникают акустические течения, которые также оказывают силовое воздействие на рассеиватель. Чтобы ограничить влияние акустических течений на смещение рассеивателя, непосредственно перед шариком была расположена тонкая звукопрозрачная пленка. Нежелательным было также воздействие на шарик акустических волн, отраженных от задней стенки бассейна. В связи с этим использовался резиновый поглотитель, который имел высокий коэффициент поглощения звука, и можно было считать, что отраженные волны отсутствуют.

Генератор сигналов и усилитель нужны для создания необходимого акустического поля с достаточной интенсивностью, чтобы было возможным воздействие на шарик. В эксперименте использовался генератор Agilent 33250A, выдающий непрерывный гармонический сигнал, и усилитель мощности с максимальной выходной мощностью 9 Вт с рабочим диапазоном частот (1 – 5,5) МГц. Для контролирования сигнала, подаваемого на преобразователь, использовался осциллограф Tektronix TDS 520 A.

Сдвиг рассеивателя от положения равновесия под действием радиационной силы определялся оптическим методом с помощью фиксации положения рассеивателя по лазерному лучу и использования системы позиционирования для перемещения рассеивателя с исходное положение (то, в котором он находился до приложения силы).

Последовательность измерений была следующей. Генератор сигналов посылал электрический гармонический сигнал на усилитель, который, в свою очередь, посылал усиленный сигнал на акустический преобразователь. Тем самым в воде генерировалась акустическая гармоническая волна, которая при распространении оказывала силовое воздействие на рассеиватель. Рассеиватель под действием силы смещался от положения равновесия на некоторое расстояние. Предварительно на шарик, еще находящийся в положении равновесия, наводился лазерный луч, так, чтобы световое пятно попадало на край рассеивателя (луч перекрывается рассеивателем). При отклонении шарика от положения рассеивателя лазерный луч оставался на прежнем месте и поэтому уже переставал попадать на шарик. Далее с помощью системы позиционирования крепежное устройство с шариком перемещалось так, чтобы шарик (на который при этом продолжала действовать радиационная сила) возвращался в исходное положение, т.е. в то положение, при котором лазерный луч вновь касался края рассеивателя. По показаниям системы позиционирования определялось смещение шарика от положения равновесия. При этом радиационная сила могла быть определена по простой формуле, учитывающей действие всех сил на рассеиватель (см. ниже).

1.3.5 *Зависимость радиационной силы от электрической мощности, подаваемой на акустический преобразователь*

На установке, описанной в п. 1.3.4, была проведена серия экспериментов по зависимости радиационной силы при падении плоской акустической волны на стальной сферический рассеиватель [96]. По измеренным значениям отклонения рассеивателя радиационная сила рассчитывается по простой формуле:

$$F_{рад} = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho - \rho_{жс}) g \frac{\Delta x}{l} \quad (1.18)$$

где a – радиус рассеивателя, ρ – плотность рассеивателя, $\rho_{жс}$ – плотность жидкости, Δx – смещение, l – длина нитей.

Результаты расчетов представлены на рис. 1.9. Теория предсказывает, что зависимость радиационной силы от электрической мощности линейна, что хорошо подтверждается экспериментальными измерениями. Порядок величины радиационной

силы, полученный при данных мощностях и данном радиусе рассеивателя, оказался равным 10^{-5} Н, что соотносится с теоретическими значениями. Величины смещения измерялись с точностью, достигавшей 10 мкм, что соответствует погрешности измерения силы в $0,1 \times 10^{-5}$ Н.

Результаты, представленные на графике, получены при проведении экспериментов в разные дни, в каждый из которых установка собиралась заново.

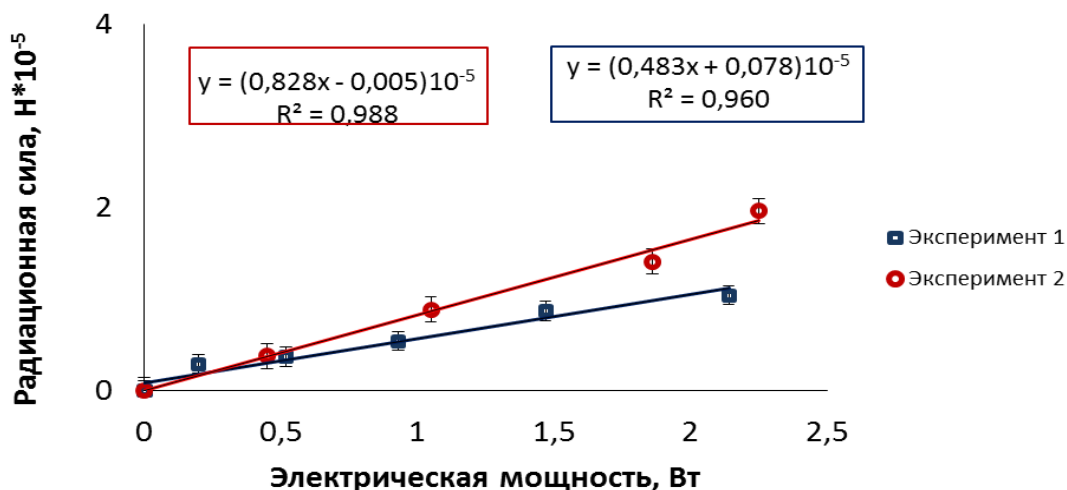


Рис. 1.9. Зависимость акустической радиационной силы от электрической мощности, подаваемой на акустический преобразователь (измерение смещения с помощью лазерного луча). Эксперименты проведены в разные дни

Так как никакие другие характеристики эксперимента при повторном его проведении не изменились, разница почти в 2 раза между наклонами двух линейных зависимостей может быть объяснена лишь тем, что в разных сериях измерений рассеиватель был помещен в разные области ультразвукового поля. Таким образом, основным недостатком такой системы экспериментального исследования является то, что при каждом повторном сборе всех составляющих экспериментальной установки не удастся гарантировать одно и то же расположение рассеивателя в поле плоского излучателя, а значит и предсказывать величину радиационной силы. Чтобы избежать указанного источника плохой повторяемости измерений, была проведена описанная далее модификация метода.

1.3.6 Экспериментальная установка с использованием акустического метода измерения смещения рассеивателя

Экспериментальная установка с акустическим методом измерения смещения отличалась от вышеописанной установки следующими блоками:

- 1) крепление рассеивателя в жидкости – на четырех упругих нитях;

2) измерение смещения рассеивателя под действием силы акустическим методом.

Схема установки изображена на рис. 1.10.

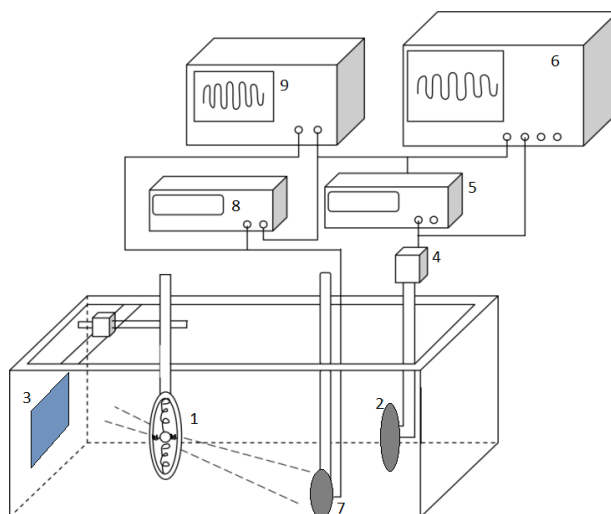


Рис. 1.10 Схема экспериментальной установки по измерению радиационной силы с использованием вспомогательного эхо-импульсного ультразвукового датчика

- 1 – упругий рассеиватель
- 2 – акустический преобразователь
- 3 – поглотитель
- 4 – усилитель сигналов
- 5 – генератор «толкающих» сигналов Agilent 33250A
- 6 – осциллограф Tektronix TDS 520A
- 7 – диагностический датчик Panametrics
- 8 – генератор диагностирующих сигналов Hewlett Packard 33120
- 9 – осциллограф Tektronix TDS 5034B

Измерение смещения проводилось диагностическим преобразователем Panametrics с центральной частотой 5 МГц. Было необходимо обеспечить достаточно длинное фокусное расстояние диагностического преобразователя, которое позволило бы разместить его так, чтобы поля диагностического и силового излучателей не искажали друг друга. Исходя из этого, фокусное расстояние было выбрано равным 19,5 см. Фокусировка обеспечивалась акустической линзой, действие которой описывалось в п. 1.3.2.

Рассмотрим подробнее блок управления диагностическим преобразователем. В эксперименте диагностический преобразователь управлялся дополнительным генератором Hewlett Packard 33120A, который обеспечивал выбранную задержку между синхроимпульсом силового излучателя и диагностическими импульсами. Визуальный контроль посылаемых сигналов проводился на осциллографе Tektronix TDS 5034B.

Смещение рассеивателя под действием «толкающего» импульса регистрировалось по времени задержки на осциллографе Tektronix TDS 520A.

Принцип работы экспериментальной установки был следующим. В бассейн с водой помещался рассеиватель, закрепленный в пальцах на четырех упругих нитях. Пальцы жестко крепились к механической системе позиционирования. На расстоянии 325 мм от рассеивателя находился излучатель «толкающего» пучка, работавший на частоте 1,119 МГц. Под некоторым углом к рассеивателю на расстоянии 195 мм был расположен диагностирующий излучатель, соединенный с автоматической системой позиционирования. Генератор сигналов Hewlett Packard 33120 посылал короткий радиоимпульс, состоявший из 10 периодов синусоидального сигнала частоты 5 МГц, и на диагностирующий преобразователь, и на осциллограф Textronix TDS 520A. На этот же осциллограф подавался синхроимпульс с генератора, который также направлялся на генератор Agilent 33250A, тем самым обеспечивая запуск силового импульса в необходимый промежуток времени и необходимой длительности. Время задержки диагностирующего сигнала при отклонении рассеивателя измерялось на осциллографе Tektronix TDS 520A.

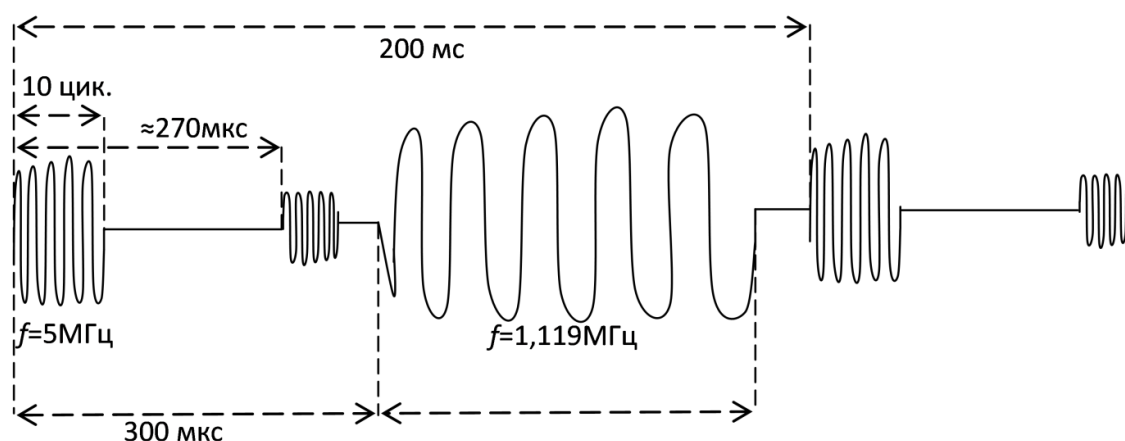


Рис. 1.11. Один цикл работы экспериментальной установки по измерению смещения акустическим методом. Диагностирующий импульс состоит из 10 циклов, на расстоянии 270 мкс от него – отраженный от рассеивателя импульс. Силовой импульс состоит из 212610 циклов

Таким образом, один цикл работы системы состоял из следующих элементов (рис. 1.11). Циклы следовали с частотой 5 Гц, что соответствует длительности 200 мс. Из них 190 мс излучался импульс с частотой 1,119 МГц, оказывающий силовое воздействие на рассеиватель. В течение последующих 300 мкс работал диагностирующий излучатель, посылавший короткий импульс и принимавший соответствующий эхо-сигнал (отражение от шарика). Этого времени было достаточно, чтобы рассеиватель не успевал смещаться относительно своего положения.

1.3.7 Механическое сканирование поля плоского излучателя

В эксперименте с подвешиванием рассеивателя на тонких нитях и определением смещения рассеивателя с помощью пробного лазерного луча, как уже упоминалось, возникла проблема с расположением рассеивателя в одной и той же области поля при каждом повторном проведении эксперимента. В связи с этим, для повышения точности измерения величины радиационной силы, в экспериментальной установке с методом измерения смещения по задержке диагностирующего импульса при каждом повторном эксперименте проводилось механическое сканирование поля вокруг оси излучателя.

Сначала рассеиватель размещался на некотором расстоянии от излучателя, ориентируясь на механический указатель с конусообразным заостренным концом, которым был снабжен силовой преобразователь. Указатель своим концом задавал точку на оси на расстоянии $z = 325$ мм от излучателя. Затем, после снятия механического указателя с излучателя, проводилось сканирование.

Сканирование поля заключалось в измерении смещения рассеивателя при его сдвиге от первоначального положения по трем ортогональным координатам. Сдвиг рассеивателя и диагностирующего преобразователя осуществлялся системой позиционирования. С учетом аксиальной симметрии поля плоского круглого источника, по данным сканирования возможно было определить координаты оси излучателя. На рис. 1.12 представлены графики зависимости измеренной времени задержки эхо-импульса от координаты рассеивателя относительно оси излучателя.

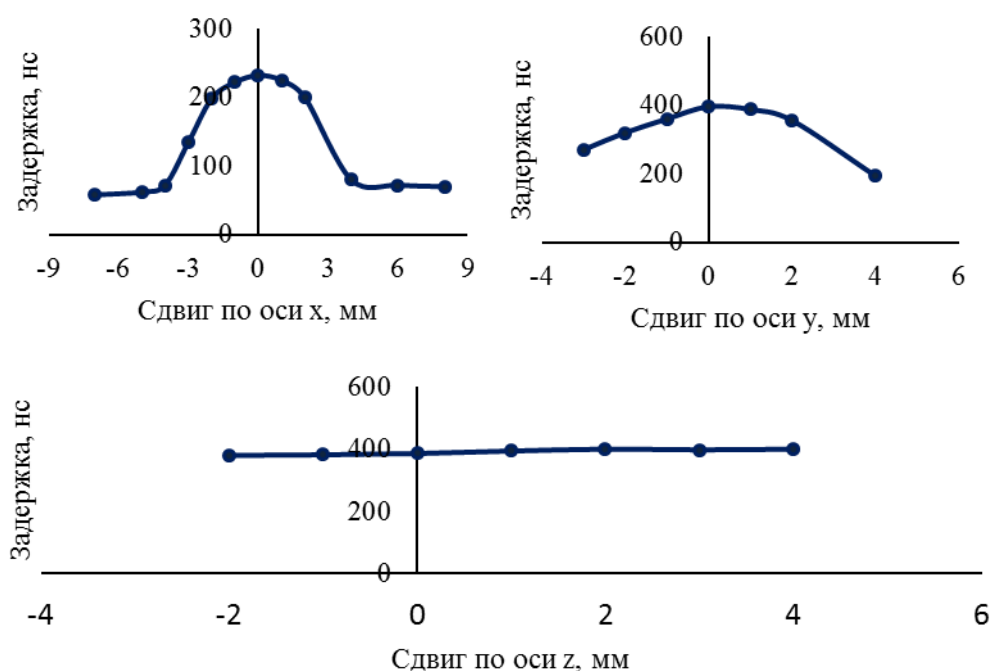


Рис. 1.12. Зависимость времени задержки зондирующего импульса от смещения рассеивателя радиусом $a = 2.8$ мм от оси излучателя. Электрическая мощность на излучателе – 4Вт. На верхних графиках в перпендикулярных оси направлениях, на нижнем – вдоль оси

При радиусе рассеивателя 2,8 мм сканирование в поперечных направлениях показывает, что изменение величины поля составляет порядка 10%, а в продольном направлении – 3%. Такое поле можно считать достаточно однородным, т.е. хорошо имитирующем плоскую волну. Проводя при каждом эксперименте подобное сканирование поля, можно было расположить рассеиватель точно на оси. Так обеспечивалась неизменность области поля при каждом повторном эксперименте.

1.3.8 Генерация колебаний сферического рассеивателя

Акустический метод позволяет по времени задержки отраженного от рассеивателя сигнала рассчитать смещение шарика от положения равновесия по простой формуле $d = c\Delta t/2$, где Δt – время задержки, c – скорость звука в воде, d – смещение рассеивателя.

Величина радиационной силы при креплении рассеивателя на упругих нитях определялась исходя из закона Гука $F_{rad} = -kd$, где k – эффективный коэффициент жесткости всех 4-х нитей.

Определение неизвестного параметра k проводилось путем импульсного возбуждения колебаний рассеивателя под действием радиационной силы. Частота собственных колебаний рассеивателя связана с эффективной жесткостью соотношением $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. По найденной частоте и известной массе рассеивателя находится величина эффективной жесткости k .

Отметим следующий факт. При неустановившемся поступательном движении тела даже в идеальной жидкости возникает сопротивление жидкости (в отличие от установившегося движения). В пренебрежении вязкостью сила сопротивления пропорциональна ускорению движения тела и обусловлена увлечением среды, окружающей тело. Этот эффект может быть учтен прибавлением к исходной массе тела m_0 некоторой дополнительной массы жидкости Δm , вовлеченной в движение. Соответствующая добавка к массе называется присоединенной массой [89].

Значение присоединенной массы для тел разной формы различно и зависит от ориентации тела относительно направления его движения. Например, для кругового цилиндра присоединенная масса равна массе жидкости в объеме цилиндра. Для шара (рассматриваемый в настоящей работе случай) присоединенная масса равна половине массы жидкости в объеме шара. Поэтому эффективная масса колеблющегося шарика равна величине $m = m_0 + \Delta m = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho + \frac{\rho_0}{2})$, где ρ – плотность материала шарика, ρ_0 –

плотность воды. Диаметр шарика измерялся штангенциркулем и составил 2,8 мм с точностью 0,05 мм. Расчет с использованием табличных параметров для использованного в эксперименте стального шарика и воды дает значение присоединенной массы $\Delta m = (45,97 \pm 5,46)$ мг, а собственной массы шарика $m_0 = 726$ мг. Собственная масса шарика также измерялась на электронных весах; ее величина оказалась равной $m_0 = (710 \pm 5)$ мг, что соответствует плотности стали $\rho = (7721 \pm 135)$ кг/м³. Если использовать это значение m_0 вместо полученной на основе табличных данных, то эффективная масса оказывается равной $m = (756 \pm 11)$ мг. Эта величина и использовалась в расчетах.

Возбуждение колебаний рассеивателя осуществлялось следующим образом. Силовой излучатель, работающий на частоте $f = 1,119$ МГц, посылал импульсы длительностью 50 мс с частотой 1 Гц, возбуждая при этом колебания рассеивателя (рис. 1.13).

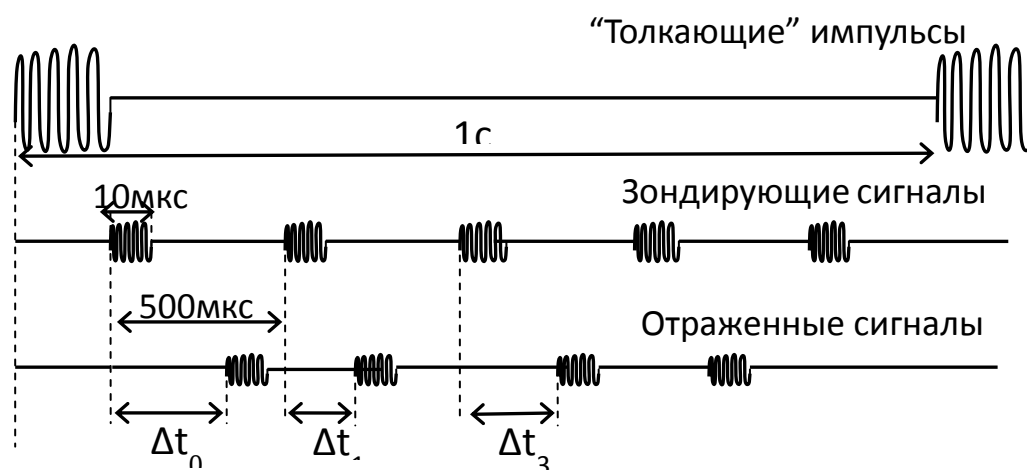


Рис. 1.13. Схема генерации колебаний рассеивателя. Колебания возбуждаются «толкающими импульсами», регистрация смещений при колебаниях – зондирующими импульсами

В промежутках между «толкающими» импульсами диагностирующий излучатель посылал серию зондирующих импульсов длительностью по 10 мкс с частотой повторения 2 кГц и регистрировал отраженные от рассеивателя импульсы. Все сигналы, как зондирующие, так и отраженные, считывались с осциллографа и записывались в виде массива данных. Время записи сигнала в эксперименте составляло (0 – 1) с. Для получения информации о частоте колебаний рассеивателя по записанным данным использовалась квадратурная обработка сигналов.

1.3.9 Квадратурная обработка сигнала

Аналитический сигнал – это двухмерный сигнал, значение которого в некоторый момент времени может быть задано одним комплексным числом, содержащим действительную и мнимую части. Поскольку математические термины «действительная» и «мнимая» в повседневной речи имеют несколько иной смысл, в задачах обработки сигналов инженеры систем связи вместо этого часто используют термины «синфазная и квадратурная составляющие». Тогда в соответствие сигналу $U(t)$ ставится сигнал $V(t)$, который является прямым преобразованием Гильберта

сигнала $U(t)$: $V(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(\tau)}{t - \tau} d\tau$. Этот сигнал называется квадратурным дополнением к исходному сигналу, а совокупный комплексный сигнал $W(t) = U(t) + iV(t)$ называют аналитическим сигналом.

Квадратурная обработка сигнала использовалась для вычисления сдвига сферического рассеивателя [97]. В эксперименте использовался узкополосный диагностический сигнал $U(t)$. Ему в соответствие можно поставить квадратурный сигнал $W(t)$ вышеописанным способом. Так как сигнал узкополосный, то его можно записать в виде $W(t) = U(t) + iV(t) = A(t)e^{-i(\omega_0 t - \varphi)} = B(t)e^{-i\omega_0 t}$, где $B(t) = A(t)e^{i\varphi}$, $A(t)$, $\varphi(t)$ – медленно изменяющиеся действительная амплитуда и фаза квадратурного сигнала.

Для того, чтобы найти неизвестную амплитуду $A(t)$, достаточно взять модуль квадратурного сигнала $W(t)$: $|W(t)| = A(t)$. В то же время неизвестная фаза $\varphi(t)$ определяется как $\varphi(t) - \omega_0 t = \arctg(\frac{V(t)}{U(t)})$, $\varphi(t) = \arctg(\frac{V(t)}{W(t)}) + \omega_0 t$.

В качестве измерительного параметра для отслеживания смещения шарика под действием звуковой волны используется фаза, так как при смещениях рассеиватель выходит из фокальной области диагностического датчика и переменная амплитуда $A(t)$ не является достаточно достоверным параметром. Колебания фазы $\varphi(t)$ фактически дают нам информацию о времени задержки между излученным и отраженным сигналами: $\tau = \varphi(t)/\omega_0$, что в свою очередь позволяет определить частоту колебаний рассеивателя под действием силового импульса.

Квадратурная обработка сигнала, полученного при генерации колебаний рассеивателя в описанной выше экспериментальной установке, дала для частоты колебаний результат $\omega_0/2\pi = 2,68$ Гц с точностью 0,15 Гц. Результат получен с использованием программы по квадратурной обработке данных в среде Matlab. Таким

образом, эффективная жесткость k упругих нитей, на которых крепится рассеиватель, получилась равной $k = \omega_0^2 m = (0,215 \pm 0,007) \text{ кг/с}^2$. Известное значение жесткости дает возможность рассчитать величину радиационной силы.

1.3.10 Результаты определения величины радиационной силы методом измерения смещения по времени задержки сигнала

В результате измерений были определены значения радиационной силы, полученные как произведение эффективной жесткости упругих нитей на величину смещения от положения равновесия под действием силы. С разницей в несколько дней на установке с акустическим методом измерения смещения были проведены два эксперимента. Одновременно с ними были сгенерированы колебания рассеивателя для определения эффективной жесткости нитей. По измеренным значениям смещения, а также величине жесткости, полученной путем квадратурной обработки сигналов, была построена зависимость акустической радиационной силы от электрической мощности, подаваемой на излучатель.

При проведении экспериментов величина электрической мощности, подаваемой на излучатель после прохождения сигнала через усилитель, снималась с измерителя проходящей мощности (Precision Acoustics, США) в режиме непрерывного гармонического сигнала. Так как в рассматриваемом нами методе использовался импульсный режим излучения силового преобразователя, мощность оказывалась отличной от режима непрерывного сигнала. Определение величины электрической мощности, подаваемой на излучатель в импульсном режиме, проводилось следующим образом. При измерении смещения рассеивателя импульсы длительностью 190 мс излучались с частотой повторения 5 Гц. В промежутке между двумя последовательными импульсами в течение 10 мс работал диагностирующий излучатель. Реальная электрическая мощность W_{real} , излучаемая в импульсном режиме, рассчитывается как $W_{real} = W_0 \cdot Q$, где W_0 – мощность, измеренная в непрерывном режиме, Q – скважность.

Скважность Q определяется как отношение длительности импульса к длительности одного периода, т.е. $Q = \frac{190 \text{ мс}}{200 \text{ мс}} = 0,95$, что соответствует уменьшению электрической мощности на 5 %.

Поправку в величину радиационной силы вносит геометрия эксперимента (рис. 1.14). Так как диагностический излучатель был расположен под некоторым углом α к направлению распространения волны, то величина смещения, измеряемая им, была

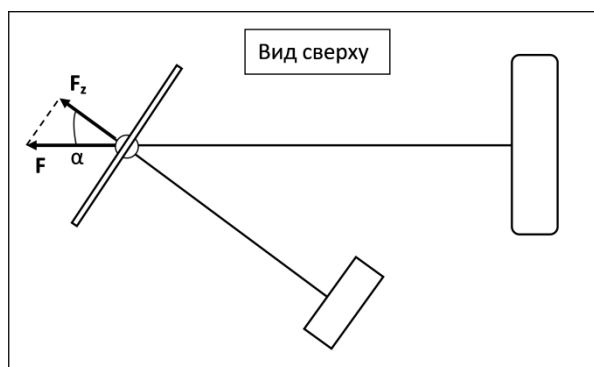


Рис. 1.14. Геометрия установки

пропорциональна некоторой компоненте радиационной силы, действующей на шарик. В общем случае восстановление реальной величины радиационной силы может оказаться достаточно сложной задачей. Однако в случае плоской волны задача упрощается. Радиационная сила, действующая на рассеиватель, находится из соотношения $F = F_z / \cos \alpha$, где F_z – сила,

полученная вышеописанным способом, как произведение жесткости на величину смещения рассеивателя. Определение угла α в эксперименте проводилось путем фотографирования установки сверху и измерению соответствующего угла. Он оказался равным $\alpha_1 = (33,0 \pm 0,5)^\circ$ при проведении первого эксперимента и $\alpha_2 = (36,5 \pm 0,5)^\circ$ во втором эксперименте.

На рис. 1.15 приведены результаты расчета радиационной силы в зависимости от электрической мощности на излучателе, рассчитанной для двух экспериментов, проведенных в разные дни.

Как и следовало ожидать, эта зависимость имеет линейный характер. Экспериментальные точки с высокой точностью аппроксимируются прямой с коэффициентом достоверности аппроксимации $R^2 = 0,998$.

Кроме того, в отличие от предыдущего метода подвеса рассеивателя на тонких нитях, удалось достичь повторяемости результатов при каждом новом проведении эксперимента путем сканирования поля. Отличие в величинах силы, полученных в двух различных измерениях, составляет 5 – 10%. Также отметим, что коэффициент наклона прямой, полученный при измерении смещения рассеивателя акустическим методом, а также при подвесе на 4 упругих нитях, оказался очень близок к коэффициенту, полученному при измерениях смещения рассеивателя на тонких нитях оптическим способом.

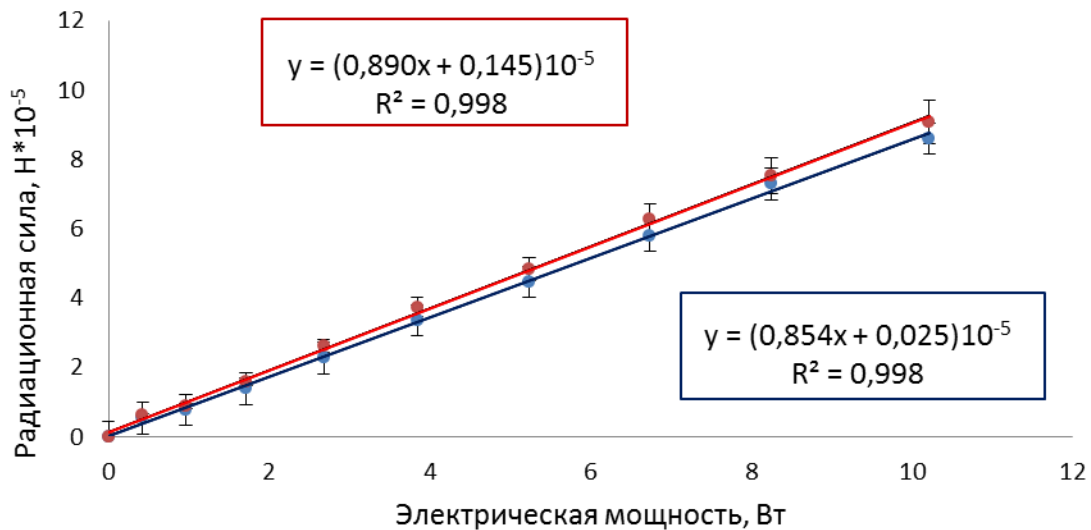


Рис. 1.15. Зависимость радиационной силы от электрической мощности, подаваемой на преобразователь (измерение смещения акустическим способом). Эксперименты проведены в разные дни

Небольшое расхождение объясняется тем, что в предыдущем методе измерения проводились на расстоянии $z = 260$ мм от рассеивателя, а в последних на расстоянии $z = 325$ мм. На этом расстоянии поле плоского источника отличается от поля при $z = 260$ мм (рис. 1.5).

Радиационная сила, действующая на шарик при электрической мощности $W \approx 11$ Вт, соответствует смещению рассеивателя $\Delta x \approx 0,3$ мм.

Возможность прецизионно измерять значения радиационной силы также можно использовать для калибровки излучателей. Для этой цели, в том числе, могут быть использованы и результаты, приведенные на рис. 1.15. Как известно, из-за неизбежных потерь при электромеханическом преобразовании акустическая мощность волны отлична от электрической мощности, подаваемой на излучатель. Она зависит линейно с некоторым неизвестным коэффициентом пропорциональности: $W_{acoustic} = a W_{electric}$, в свою очередь радиационная сила, действующая на шарик, также находится в некоторой линейной зависимости от электрической мощности на излучателе (рис. 1.15) $F_{rad} = b W_{electric}$. Тогда

$W_{acoustic} = \frac{a}{b} F_{rad}$, т.е. по измерениям величины радиационной силы, действующей на сферический упругий рассеиватель, можно провести калибровку преобразователя.

Таким образом, проделанная работа позволила создать установку, которая дает возможность проводить прецизионные измерения радиационной силы, действующей на упругий сферический рассеиватель в жидкости. Использование принципа эхо-локации позволило повысить точность измерения смещения рассеивателя. При этом проведение

механического сканирования поля непосредственно перед каждым экспериментом позволило располагать рассеиватель на оси излучателя и на некотором заранее заданном расстоянии. Тем самым обеспечивалась неизменность области поля, в которой был расположен сферический рассеиватель, что очень важно при проведении экспериментов по определению величины радиационной силы.

§ 1.4 *Анализ методов измерения смещения при определении величины радиационной силы со стороны плоской волны*

Выше были рассмотрены две экспериментальные установки, отличающиеся как методом измерения смещения рассеивателя, так и методом его крепления в жидкости. Первоначальные измерения, проведенные на установке с подвесом рассеивателя на двух тонких нитях и измерением смещения с помощью лазера, имеют преимущество в простоте обработки данных. Для определения силы по измеренным значениям смещения достаточно лишь воспользоваться достаточно простой формулой.

В установке с креплением на 4-х нитях и принципом эхо-локации для измерения отклонений недостаточно использования простой формулы. Возникает необходимость измерения эффективной жесткости всех пружин путем генерации колебаний. Конечно, существуют и другие более простые способы определения коэффициента жесткости. Такие как, к примеру, стандартный метод измерения удлинения пружин при увеличении нагрузки на них. Однако метод генерации колебаний с последующей квадратурной обработкой является более точным.

Существенным преимуществом метода подвеса на тонких нитях является то, что в нем всего одна точка соприкосновения рассеивателя и нити, а значит участок приклейки, необходимый для крепления, минимальным образом влияет на сферичность шарика. В методе крепления на четырех нитях таких точек соприкосновения четыре, что конечно же сказывается на сферичности рассеивателя.

Каждый из предложенных методов имеет еще одно ограничение. В результате крепления рассеивателей тем или иным способом мы ограничиваем число степеней свободы в движении рассеивателя. В случае плоской волны это является плюсом, так как уход в другую область поля рассеивателя может привести к его выходу из области квазиплоской волны. Однако если говорить об измерении силы, создаваемой акустическими пучками, то в поле пучка в каждой точке поле сила может менять свое направление и поэтому искусственное уменьшение степеней свободы будет являться скорее недостатком.

Что касается результатов измерения, то они оказались точнее в последнем из описанных методов, так как само измерение смещения было более точным и имело меньшую погрешность. В этом методе экспериментальные точки с большим коэффициентом аппроксимации, чем в методе на тонких нитях, ложатся на прямую. Кроме того, благодаря проведению предварительного сканирования поля удалось получить повторяемые измерения радиационной силы, что в конечном итоге являлось одной из целей данной диссертационной работы.

§ 1.5 *Выводы к Главе 1*

- 1) На основе классического решения задачи об акустической радиационной силе, оказываемой на упругий сферический рассеиватель, создан алгоритм на языке Fortran для расчета силового воздействия на металлические шарики. Показано, что зависимость безразмерной величины радиационной силы от частоты акустической волны хорошо согласуется с подобными графиками для конкретных материалов, полученных ранее другими авторами
- 2) Создана экспериментальная установка по определению акустической радиационной силы, основанная на методе, используемом другими авторами. Метод заключается в подвесе рассеивателя на тонкой нити и измерению его смещения с помощью лазерного луча. Показано, что в указанном методе имеется источник погрешности, связанный с изменением положения рассеивателя из-за его смещения в процессе измерения силы.
- 3) Разработан новый метод прецизионного измерения акустической радиационной силы для мишеней в виде твердотельных шариков, основанный на измерении смещения рассеивателя с помощью эхо-зондирования ультразвуковыми импульсами.
- 4) Создана экспериментальная установка для исследования силового воздействия на сферические мишени миллиметровых размеров с помощью разработанного метода. В экспериментах со стальными шариками миллиметрового размера в воде достигнута точность измерения силы 5 мкН.
- 5) Предложен метод определения эффективного коэффициента упругости нитей путем возбуждения колебаний системы из нитей и рассеивателя. В результате силового воздействия акустическим импульсом система совершает колебания на собственной частоте. Определение частоты колебаний методом эхо-зондирования позволяет получить величину упругости нитей.

- 6) Экспериментально подтвержден предсказываемый теорией линейный характер зависимости радиационной силы от интенсивности акустического поля, который может быть применен для калибровки ультразвуковых излучателей.

Глава 2

КВАЗИГАУССОВСКИЙ ПУЧОК. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА НА ВЕЛИЧИНУ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ

§ 2.1 *Особенности численного расчета радиационной силы, действующей на твердотельные рассеиватели со стороны пучков ограниченной ширины*

Теоретические расчеты радиационной силы в случае плоских волн с высокой точностью подтверждаются экспериментами. В них ширина пучка выбирается существенно превышающей размеры рассеивателя, чтобы гарантировать плоский характер падающей волны, а рассеиватель располагается только в определенных зонах поля, которые соответствуют приближению плоской волны [72, 96]. Режиму плоской волны была посвящена предыдущая глава. На практике акустические поля имеют более сложную структуру, и поэтому анализ радиационной силы аналитическими методами затруднен. Исключение составляет случай рассеивателей, размеры которых много меньше длины акустической волны. Тогда теоретические выкладки становятся проще, и радиационная сила может быть представлена в виде градиента потенциальной энергии, которая выражается известным образом через локальные значения акустического давления и колебательной скорости, а также упругие параметры материала частицы [58].

Случай рассеивателей размером порядка или больше длины волны и неплоском характере падающего волнового поля сложен и для теоретического описания, и для проведения эксперимента. Однако в ряде приложений, к которым в том числе относится и выталкивание почечных камней, он наиболее важен.

Для выявления основных закономерностей силового воздействия во многих случаях достаточно ограничиться рассмотрением рассеивателей сферической формы. В таком случае расчет радиационной силы оказывается возможным на основе теории, развитой в работе [98]. Она позволяет при произвольном размере рассеивателя аналитически

записать компоненты радиационной силы, оказываемой акустическим пучком произвольной структуры. Расчет сводится к вычислению углового спектра падающей волны (или использованию заданного углового спектра) и суммированию хорошо сходящихся рядов. Указанная теория использована для расчета силы в некоторых ситуациях, проанализированных в настоящей главе.

Исследование радиационной силы в случае ограниченных пучков удобно проводить на примере модельного пучка. Для этого часто используют гауссовские пучки [98, 99]. Они обладают свойствами направленности и ограниченности в пространстве, и, следовательно, с хорошим приближением могут моделировать взаимодействие бегущих пучков с упругими рассеивателями.

Гауссовские пучки применяются для исследования рассеяния ограниченных пучков на упругих объектах, свойств акустических пинцетов и возможности захвата частиц, в акустической микроскопии [100] и медицинской диагностике [101], а также в методах неразрушающего контроля материалов [102].

В волновой теории гауссовские пучки возникают в теории дифракции при решении параболического уравнения. Стоит отметить, что параболическое уравнение описывает волновые поля лишь в параксиальном приближении. Если ширина пучка значительно превышает длину акустической волны, то для корректного описания волнового поля необходимо рассматривать уравнение Гельмгольца без источника. Гауссовские пучки не удовлетворяют уравнению Гельмгольца и не могут быть использованы для точного описания сильно фокусированных акустических полей. В связи с этим вводятся пучки, свойства которых в некотором приближении близки к свойствам гауссовских пучков, но при этом они являются решениями уравнения Гельмгольца [103 – 106]. Такие пучки называются квазигауссовскими.

Аналитическое представление квазигауссовского пучка может быть записано разными способами. Для конкретности ниже при исследовании силового воздействия ограниченных пучков на сферический рассеиватель в качестве падающей волны использован описанный в статье [107] квазигауссовский пучок, являющийся точным решением уравнения Гельмгольца. Более того, такой пучок удобен тем, что его угловой спектр имеет аналитическое выражение. А поскольку пучок является осесимметричным, на его оси радиационная сила имеет лишь аксиальную компоненту, имеющую более простое выражение по сравнению с общим случаем. Еще одним удобным свойством квазигауссовского пучка является возможность компактной записи радиационной силы в точке фокуса, что позволяет быстро проводить анализ величины силы в широком диапазоне параметров задачи.

Основной проблемой, рассматриваемой в данной главе, является исследование влияния ширины ограниченного пучка на величину возникающей радиационной силы. Учитывая, что радиационная сила возникает в результате передачи количества движения падающей волны рассеивающему объекту, естественно предположить, что для достижения максимального значения силы необходимо использовать сильнофокусированные пучки, когда радиус пучка сильно меньше радиуса сферического рассеивателя. Ожидается, что в этом случае вся энергия и импульс падающего пучка попадает на рассеиватель, что должно привести к более эффективной передаче импульса и, следовательно, росту радиационной силы. Однако в дальнейшем будет показано, что это не совсем верно, и максимум радиационной силы достигается при взаимодействии акустического пучка с боковыми поверхностями рассеивателя. Такое взаимодействие может достигаться как в случае более широкого пучка по сравнению с рассеивателем, и тогда в захвате энергии и импульса участвуют обе боковые поверхности, так и в случае касания пучком одной из боковых поверхностей рассеивателя.

§ 2.2 *Радиационная сила под воздействием осесимметричных пучков*

2.2.1 *Аналитические соотношения для осесимметричных пучков*

Напомним соотношение, полученное в п. 1.2.3 и справедливое для любых гармонических волн. В этом случае радиационная сила может быть найдена:

$$\mathbf{F} = \oint \left\{ \left(\frac{\rho |\mathbf{V}|^2}{4} - \frac{|P|^2}{4\rho c^2} \right) \mathbf{n} - \frac{\rho}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{V}^* (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})] \right\} dS. \quad (2.1)$$

Так как радиационная сила возникает вследствие рассеяния акустической волны, входящие в (2.1) акустические величины представляют суперпозицию падающего и рассеянного полей: $P = P_{inc} + P_{scat}$, $\mathbf{V} = \mathbf{V}_{inc} + \mathbf{V}_{scat}$, где индекс «*inc*» относится к падающему полю, а «*scat*» – к рассеянному. Следовательно, для расчета величины радиационной силы, действующей на некоторое тело, в первую очередь необходимо решить соответствующую задачу рассеяния. Характерные закономерности рассеяния и возникающей при этом радиационной силы удобно исследовать для тел простой формы. В настоящей работе используется именно такой подход: в качестве рассеивателя рассматривается шар из изотропного упругого материала. В этом случае имеется аналитическое решение задачи рассеяния, которое может быть использовано для построения алгоритма нахождения радиационной силы [59]. Метод расчета основан на

использовании представления падающего акустического пучка $P_{inc}(x, y, z)$ в виде разложения по плоским волнам:

$$P_{inc}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y S(k_x, k_y) e^{ik_x x + ik_y y + i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z}, \quad (2.2)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число в жидкости, $S(k_x, k_y)$ – угловой спектр падающей волны:

$$S(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy P_{inc}(x, y, 0) e^{-ik_x x - ik_y y} \quad (2.3)$$

Согласно [59], угловой спектр используется для вычисления вспомогательных матричных коэффициентов $H_{nm} = H_{nm} \{S(k_x, k_y)\}$, которые, в свою очередь, позволяют напрямую записать компоненты радиационной силы $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$. Так, к примеру, осевая компонента силы имеет следующее выражение:

$$F_z = -\frac{1}{4\pi^2 \rho c^2 k^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n B_{nm} H_{nm} H_{n+1,m}^* \right\}, \quad (2.4)$$

где коэффициенты B_{nm} зависят лишь от индексов суммирования n и m , а величины Ψ_n определяются коэффициентами рассеяния c_n сферических гармоник на упругом шаре:

$$\Psi_n = (1 + 2c_n)(1 + 2c_{n+1}^*) - 1. \quad (2.5)$$

Здесь коэффициенты c_n известным образом выражаются через параметры рассеивателя и жидкости: $c_n = c_n \{ka, k_l a, k_t a, \rho, \rho_s\}$, где a – радиус шара, $k_l = \omega/c_l$ и $k_t = \omega/c_t$ – волновые числа, c_l и c_t – скорости продольных и поперечных волн в материале рассеивателя, ρ_s – плотность указанного материала. Явный вид выражений для коэффициентов H_{nm} , B_{nm} и c_n , а также соответствующие соотношения для поперечных компонент силы $F_{x,y}$ будут подробно представлены в Главе 3.

На практике часто используются осесимметричные ультразвуковые пучки. В таком случае расчет радиационной силы для расположенного на оси сферического рассеивателя может быть значительно упрощен. Рассмотрение удобно проводить в сферических координатах. Комплексная амплитуда давления в падающем пучке может быть записана в виде разложения по сферическим гармоникам, не зависящим от азимутального угла:

$$P_{inc} = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n j_n(kr) P_n(\cos\theta), \quad (2.6)$$

где r – расстояние от начала координат, θ – зенитный угол, j_n – сферические функции Бесселя, P_n – полиномы Лежандра, а коэффициенты Q_n описывают структуру падающего акустического поля. В частности, в важном частном случае плоской падающей волны вида $P_{inc} = P_0 e^{ikz} = P_0 e^{ikr \cos \theta}$ коэффициенты разложения (2.6) равны $Q_n = P_0 i^n (2n+1)$. Поэтому для квазиплоской волны (волнового пучка) удобно величины Q_n представить в виде

$$Q_n = g_n P_0 i^n (2n+1), \quad (2.7)$$

где новые коэффициенты g_n задают отличие акустического поля от плоской волны (для которой все $g_n = 1$). При известных g_n радиационная сила, действующая на расположенный в начале координат сферический рассеиватель, выражается в виде простой суммы [108]:

$$F_z = -\frac{\pi |P_0|^2}{\rho c^2 k^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \operatorname{Re} \{ g_n g_{n+1}^* \Psi_n \}, \quad (2.8)$$

где величины Ψ_n определяются формулой (2.5).

2.2.2 Радиационная сила в случае квазигауссовского пучка

Для исследования процессов в волновых пучках в теории волн часто используются пучки с гауссовским поперечным распределением амплитуды, которые являются решением волнового уравнения в параксиальном приближении. Описание сильно фокусированных полей требует использования пучков, которые описываются точными решениями уравнения Гельмгольца. Как уже отмечалось выше, среди них интерес представляют квазигауссовские пучки, т.е. те пучки, которые похожи на гауссовские и переходят в них в параболическом приближении. Различные варианты квазигауссовских пучков предлагались в ряде публикаций [104, 105, 106]. Ниже в качестве квазигауссовского пучка будет использовано точное решение уравнения Гельмгольца, предложенное и проанализированное в работе [107]. Пучок представляется в виде двух пар источников и стоков с комплексными координатами.

$$p = p_0 \frac{z_d}{2 \operatorname{sh}^2(kz_d)} \left[e^{kz_d} \frac{\sin(\sqrt{r_{\perp}^2 + (z - iz_d)^2})}{\sqrt{r_{\perp}^2 + (z - iz_d)^2}} - e^{-kz_d} \frac{\sin(\sqrt{r_{\perp}^2 + (z + iz_d)^2})}{\sqrt{r_{\perp}^2 + (z + iz_d)^2}} \right], \quad (2.9)$$

где p – комплексная амплитуда давления, $r_{\perp}^2 = x^2 + y^2$, $z_d = \frac{ka_0^2}{2}$ – дифракционная длина, a_0 – радиус перетяжки пучка. Такое представление описывает пучки при произвольной степени их сфокусированности, в том числе при фокальной перетяжке размером порядка

дифракционного предела ($ka_0 \lesssim 1$). При $kz_d \gg 1$ решение (2.9) переходит в решение для гауссовского пучка $z_d = \frac{p_0}{1 + i z/z_d} e^{ikz} \exp\left[-\frac{r_\perp^2/a_0^2}{1 + i z/z_d}\right]$.

На рис. 2.1 представлено распределение полного акустического давления $\bar{p} = (pe^{-i\alpha t} + p^* e^{i\alpha t})/2$ в пучке при фиксированном радиусе перетяжки a_0 , но при разных значениях ka_0 , полученные на основании представления (2.9). С ростом ka_0 пучок становится все более узконаправленным, т.е. уменьшается его расходимость.

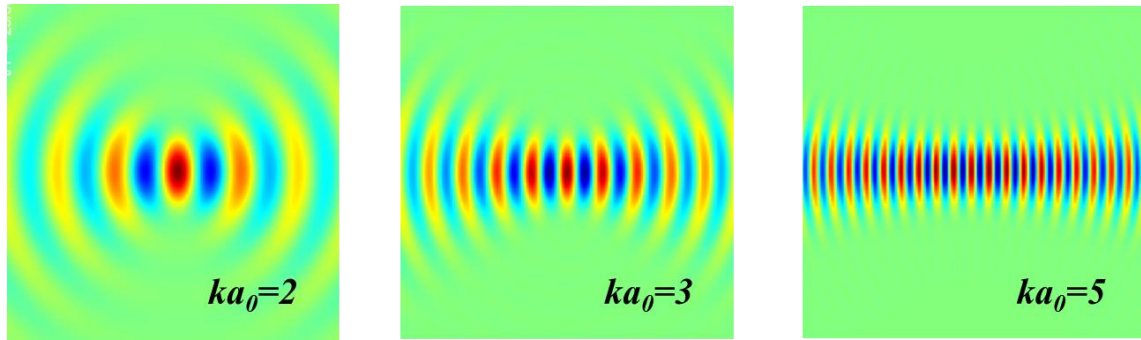


Рис. 2.1. Мгновенное распределение полного акустического давления в квазигaussianовском пучке при одинаковом радиусе перетяжки, но различных ka_0 . С ростом ka_0 расходимость пучка уменьшается. Ось z направлена слева направо [107]

Возможность называть пучок, математическое описание которого определяется выражением (2.9), «квазигaussianовским» показана в работе [107]. В целом, начиная с параметра $ka_0 = 5$, поперечный профиль пучка практически не отличается от профиля gaussianовского пучка как при $z = 0$, так и на длине дифракционной расходимости.

Для квазигaussianовского пучка коэффициенты g_n выражаются следующим образом:

$$g_n = \frac{1 - (-1)^n e^{-2kz_d}}{(1 - e^{-2kz_d})^2} \cdot e^{-kz_d} \sqrt{2\pi kz_d} I_{n+1/2}(kz_d), \quad (2.10)$$

где $I_{n+1/2}(kz_d)$ – функции Инфельда, которые являются функциями Бесселя от мнимого аргумента:

$$j_n(ix) = i^n \sqrt{\frac{\pi}{2x}} I_{n+1/2}(x), \quad j_n(-ix) = (-1)^{n+1} i^n \sqrt{\frac{\pi}{2x}} I_{n+1/2}(x),$$

где $z_d = ka_0^2/2$ – характерная длина дифракционной расходимости пучка, a_0 – поперечный радиус фокальной перетяжки квазигaussianовского пучка. Для квазигaussianовского пучка вида (2.9) в среде без потерь полная акустическая мощность, проходящая через сечение $z = 0$, рассчитывается как интеграл по площади сечения от

интенсивности $J = \frac{\text{Re}(pv_z^*)}{2}$, где, в свою очередь, $v_z = \frac{1}{ik\rho c} \frac{\partial p}{\partial z}$. Тогда при $z = 0$ акустическое давление, компонента колебательной скорости и соответствующая акустическая мощность записываются следующим образом:

$$p(z=0) = P_0 \frac{kz_d}{\text{sh}(kz_d)} \frac{\sin\left(\sqrt{(kr_\perp)^2 - (kz_d)^2}\right)}{\sqrt{(kr_\perp)^2 - (kz_d)^2}}, \quad (2.11)$$

$$v_z(z=0) = P_0 \frac{1}{\rho c} \frac{\text{cth}(kz_d)}{\text{sh}(kz_d)} \frac{(kz_d)^2}{(kr_\perp)^2 - (kz_d)^2} \left[\frac{\sin\left(\sqrt{(kr_\perp)^2 - (kz_d)^2}\right)}{\sqrt{(kr_\perp)^2 - (kz_d)^2}} - \cos\left(\sqrt{(kr_\perp)^2 - (kz_d)^2}\right) \right], \quad (2.12)$$

$$W_0 = \frac{\pi a_0^2 |P_0|^2}{4\rho c} \text{cth}(kz_d). \quad (2.13)$$

Эти выражения позволяет выразить радиационную силу (2.8) в безразмерном виде. Нормируя ее на характерное значение W_0/c , получим:

$$Y = \frac{cF_z}{W_0} = - \frac{8\pi kz_d e^{-2kz_d}}{(ka_0)^2 \text{cth}(kz_d)} \frac{1 - e^{-4kz_d}}{(1 - e^{-2kz_d})^4} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) I_{n+1/2}(kz_d) I_{n+3/2}(kz_d) \text{Re}(\Psi_n). \quad (2.14)$$

С учетом соотношений $\text{cth}(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$, $(ka_0)^2 = 2kz_d$ и (2.5) получим два эквивалентных аналитических выражения для безразмерного параметра:

$$Y = \frac{cF_z}{W_0} = - \frac{8\pi e^{-2kz_d}}{(1 - e^{-2kz_d})^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) I_{n+1/2}(kz_d) I_{n+3/2}(kz_d) \text{Re}(c_n + c_{n+1}^* + 2c_n c_{n+1}^*), \quad (2.15)$$

$$Y = \frac{cF_z}{W_0} = - \frac{8\pi e^{-(ka_0)^2}}{(1 - e^{-(ka_0)^2})^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) I_{n+1/2}\left(\frac{(ka_0)^2}{2}\right) I_{n+3/2}\left(\frac{(ka_0)^2}{2}\right) \text{Re}(c_n + c_{n+1}^* + 2c_n c_{n+1}^*). \quad (2.16)$$

Выражения (2.15) и (2.16) позволяют проводить быстрые расчеты радиационной силы, оказываемой квазигауссовским пучком на упругий шар в широком диапазоне параметров задачи: упругих характеристик рассеивателя, ширины пучка, размера рассеивателя, частоты и амплитуды акустического поля. В зависимости от удобства расчетов используется одно из двух соотношений: (2.15) при исследовании изменения силы с длиной дифракционной расходимости и (2.16) при рассмотрении влияния ширины пучка на величину акустической радиационной силы.

Стоит отметить, что в приведенное в предыдущей главе соотношение (1.16) для безразмерного параметра $Y=Y_p$ в случае плоской волны входят слагаемые, связанные с упругими свойствами рассеивателя. При этом в соотношении (2.15) появляются дополнительные члены, связанные со структурой пучка. В случае квазигауссовского пучка ими являются члены, зависящие от длины дифракционной расходимости z_d , которые могут существенно повлиять на величину радиационной силы.

2.2.3 Метод расчета радиационной силы, оказываемой квазигауссовским пучком, основанный на использовании углового спектра

Соотношения (2.15) и (2.16) удобны для исследования всех закономерностей силового воздействия в фокусе квазигауссовского пучка. Иногда необходимо исследовать силу, оказываемую пучком, в каждой точке пространства. Для этого удобно использовать описанный выше метод пространственного спектра. Для квазигауссовского пучка спектр $S(k_x, k_y) = S^+(k_x, k_y) + S^-(k_x, k_y)$, где $S^\pm(k_x, k_y)$ соответствует распространяющимся вправо и влево относительно плоскости $z = 0$ пучкам:

$$S^\pm(k_x, k_y) = \frac{P_0 \pi z_d}{\text{sh}^2(kz_d)} \frac{\text{sh}\left[z_d(k \pm \sqrt{k^2 - k_r^2})\right]}{\sqrt{k^2 - k_r^2}}. \quad (2.17)$$

Здесь $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Соотношение (2.17) получено из представления (2.3) с учетом того, что

$$P_{inc}(x, y, 0) = P_0 \frac{z_d}{\text{sh}(kz_d)} \frac{\sin(\sqrt{x^2 + y^2 - z_d^2})}{\sqrt{x^2 + y^2 - z_d^2}}. \quad (2.18)$$

При известном угловом спектре сила F_z рассчитывается на основе формулы (2.4), а соответствующие выражения для $F_{x,y}$ подробнее представлены в Главе 3.

Как и прежде, удобно проводить исследование радиационной силы, вводя безразмерный параметр Y . Для радиационной силы в фокусе пучка он может быть рассчитан согласно (2.15) и (2.16). Если говорить о силе на оси пучка, то, к примеру, осевая компонента безразмерной радиационной силы Y_z будет рассчитываться как:

$$Y_z = -\frac{2}{ck} \text{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n B_{nm} H_{nm} H_{n+1,m}^* \right\} \bigg/ \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}} |S(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y, \quad (2.19)$$

$$H_{nm} = H_{nm}^+ + H_{nm}^- = \frac{P_0 \pi z_d}{\text{sh}^2(kz_d)} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} dk_x dk_y \frac{\text{sh} \left[z_d (k \pm \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}) \right]}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} Y_{nm}^*(\theta_k, \phi_k). \quad (2.20)$$

2.2.4 Численные результаты для силы вдоль оси пучка и в фокальной плоскости

Мы упоминали, что вдоль оси распространения z осесимметричного пучка радиационная сила имеет лишь одну компоненту F_z , а компоненты $F_{x,y}$ равны нулю. Однако в любой другой точке поля они могут вносить существенный вклад в направление и величину силы, и, следовательно, должны быть учтены. Так как для осесимметричных пучков $F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$, то величина радиационной силы в любой точке поля в сферических координатах будет рассчитываться как $F = \sqrt{F_z^2 + F_r^2}$.

На рис. 2.2 представлены кривые изменения безразмерной радиационной силы $Y = Fc/W$. В качестве рассеивателя рассматриваются упругие сферы радиуса $a = 2$ мм, расположенные в воде. Представлены кривые изменения силы вдоль оси распространения пучка z ($z = 0$ соответствует фокусу) и в поперечном направлении r в фокальной плоскости. Сила при этом рассчитывается с использованием соотношений (2.19), (2.20) и соответствующих выражений для радиальной компоненты. Частота квазигауссовского пучка при этом предполагалась равной $f = 1$ МГц. Было выбрано два упругих материала: оксалат кальция моногидрат (материал одного из типов почечных камней) и гипсовый цемент марки U-30. Эти материалы используются в клинических испытаниях по выталкиванию почечных камней [109]. Их характеристики следующие: для материала СОМ $\rho = 2038 \text{ кг/м}^3$, $c_l = 4535 \text{ м/с}$; $c_t = 2132 \text{ м/с}$; для материала U-30 $\rho = 1700 \text{ кг/м}^2$, $c_l = 2630 \text{ м/с}$, $c_t = 1330 \text{ м/с}$.

Были рассмотрены квазигауссовские пучки, ширина которых не превышает радиус рассеивателя: $a_0 = 0,6$ мм и $a_0 = 1$ мм. Получено, что в зависимости от соотношения между радиусом рассеивателя ($a = 2$ мм) и пучка ($a_0 = 0,6$ мм и $a_0 = 1$ мм) безразмерная сила Y вдоль оси распространения z может достигать максимальной величины как в фокусе пучка, так и за ним (рис. 2.2). При этом на характер изменения радиационной вдоль оси распространения влияет как соотношение между размером рассеивателя и пучка, так и упругие свойства рассеивателя. Чем меньше радиус пучка по сравнению с радиусом рассеивателя, тем сильнее сдвигается максимум в более широкую область пучка.

Похожий эффект наблюдается и в фокальной плоскости. Изменение радиационной силы вдоль радиальной оси r также носит немонотонный характер. На первый взгляд, максимальное значение радиационной силы всегда должно достигать на оси пучка. Однако, если радиус рассеивателя становится ощутимо меньше ширины пучка ($a_0/a < 0,5$), максимальное силовое воздействие на рассеиватель со стороны пучка достигается тогда, когда узкий пучок касается боковой поверхности рассеивателя. Так, в случае рассеивателей из материалов COM и U-30 (рис. 2.2) радиусом $a = 2$ мм и квазигауссовского пучка радиусом $a_0 = 0,6$ в фокальной плоскости максимум силы достигается при сдвиге рассеивателя на $r = 0,6$ мм от оси пучка.

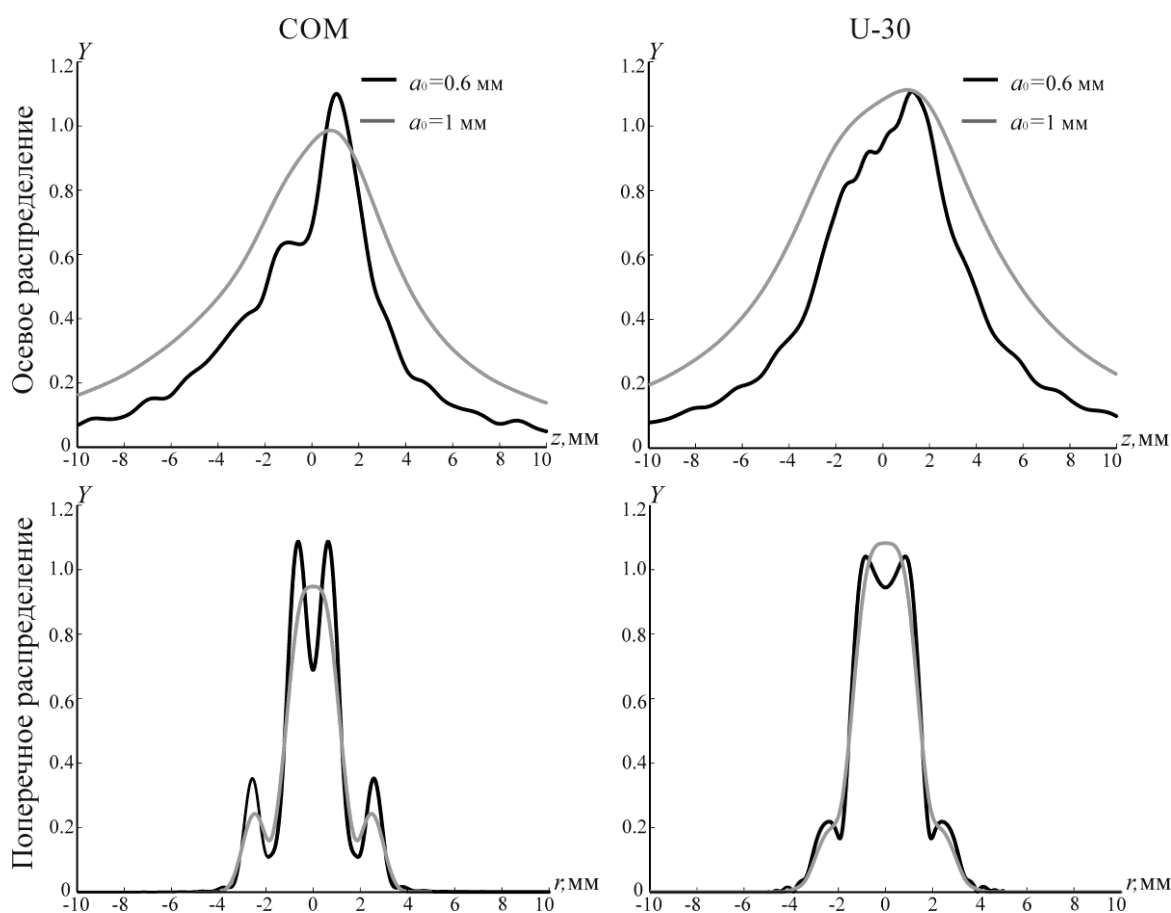


Рис. 2.2. Изменение нормированной радиационной силы $Y = Fc/W$ вдоль оси пучка и в фокальной плоскости для рассеивателей COM и U-30 радиуса $a = 2$ мм. Частота квазигауссовского пучка $f = 1$ МГц. Черные кривые соответствуют пучку с шириной $a_0 = 1$ мм, для серых $a_0 = 0,6$ мм. Фокус пучка находится в точке $z = 0, r = 0$. Чем уже пучок по сравнению с рассеивателем, тем сильнее максимальное значение силы достигается не в фокусе пучка

Из кривых, представленных на рис. 2.2, можно предположить, что для более эффективной генерации радиационной силы необходимо участие во взаимодействии боковой поверхности рассеивателя. Указанное предположение будет подробнее исследовано в последующих параграфах. Учет такого рода кривых (рис. 2.2) важен для

определения наиболее эффективных областей силового выталкивания сферических рассеивателем ультразвуковым пучком в режиме бегущей волны.

Как уже упоминалось выше, радиационная сила, действующая на рассеиватель, расположенный на оси пучка, всегда направлена вдоль оси пучка. При этом в любой другой точке поля направление действия силы может меняться, так как свой вклад начинает вносить поперечная компонента F_r .

Рассмотрим влияние поперечной компоненты на величину и направление действия силы на примере квазигауссовского пучка и рассеивателя СОМ радиуса 2 мм. Будем рассматривать пучок, ширина которого значительно меньше радиуса рассеивателя (рис. 2.3, $a_0 = 0,6$ мм) и ширина которого превышает радиус рассеивателя (рис. 2.4, $a_0 = 2,2$ мм).

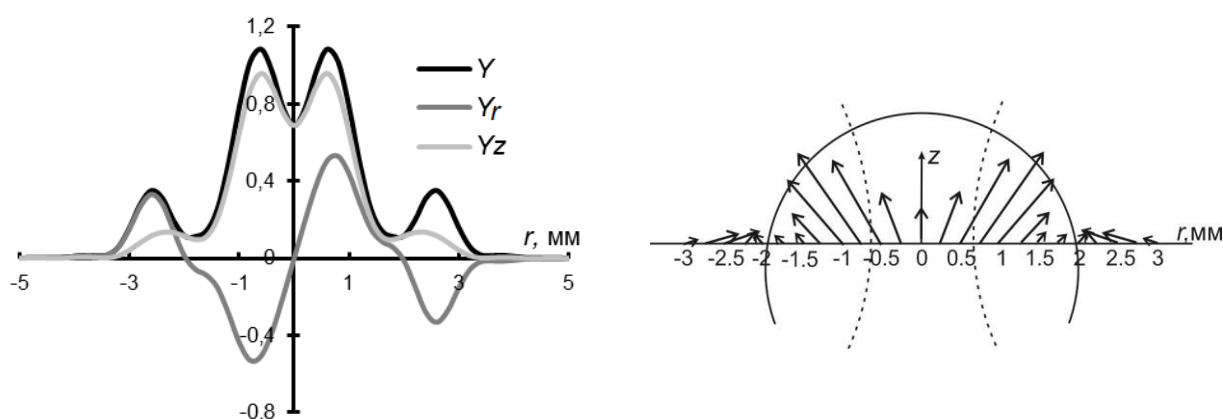


Рис. 2.3. Изменение безразмерной радиационной силы $Y=F_c/W$ вдоль поперечной координаты r в фокальной плоскости для рассеивателя СОМ радиуса $a = 2$ мм. Частота квазигауссовского пучка $f = 1$ МГц. Слева показаны кривые изменения компонент силы и суммарной величины силы в пучке с шириной $a_0 = 0,6$ мм. Фокус пучка находится в точке $r = 0$. Справа стрелками показано направление действия силы. Дуга окружности соответствует поверхности сферического рассеивателя с центром в точке $z = 0, r = 0$

Если рассеиватель расположен в поле узкого квазигауссовского пучка, то изменение радиационной силы вдоль поперечной координаты в фокальной плоскости носит сильно немонотонный характер. На рис. 2.3 слева представлены кривые изменения величины безразмерной радиационной силы вдоль поперечной координаты r . Видно, что модуль силы Y существенно зависит от величины боковой компоненты Y_r . Значения на черной кривой Y численно превышают значения самой светлой кривой Y_z , характеризующей осевую компоненту силы, в результате вклада, вносимого боковой компонентой. Осевая компонента радиационной силы всегда имеет положительное значение (т.е. сила всегда направлена в одну сторону). Поперечная же компонента меняет свой знак, что соответствует изменению направления действия силы на противоположное.

Рассмотрим, как при таком соотношении радиуса рассеивателя и ширины пучка меняется направление действия силы при перемещении рассеивателя в поперечном направлении в фокальной плоскости. На рис. 2.3 справа стрелками показано направление действия радиационной силы при помещении центра рассеивателя в точку с координатой r . Длина стрелок соответствует величине силы Y . Ось z – ось пучка. Как и ожидалось, при $r = 0$ сила действует вдоль оси пучка. При смещении рассеивателя с оси вплоть до расстояния $r \approx 2$ мм акустическое поле выталкивает рассеиватель от оси пучка, причем максимум силового воздействия приходится на положение центра шара в точке $r = 0,6$ мм. Начиная с $r \approx 2$ мм, акустическое поле меняет направление действия силы и толкает рассеиватель обратно к оси акустического пучка.

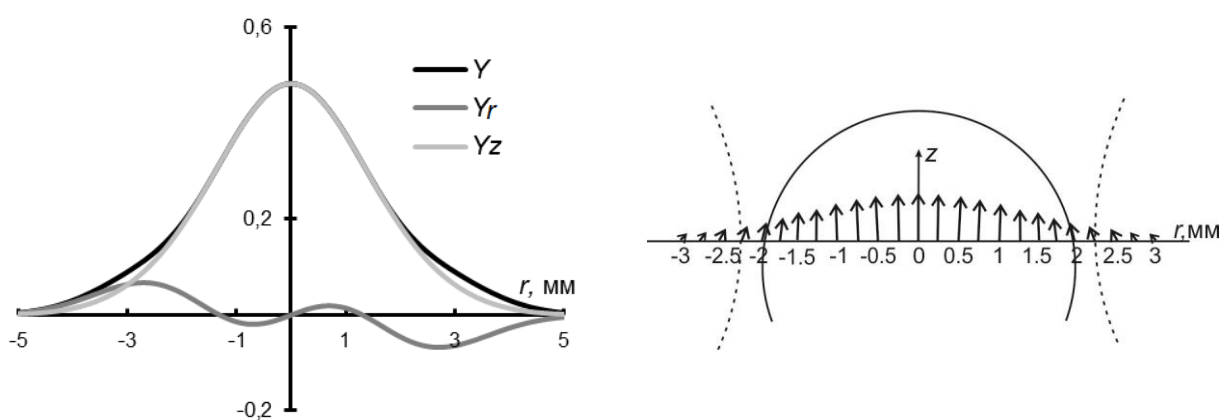


Рис. 2.4. Изменение безразмерной радиационной силы $Y = Fc/W$ вдоль поперечной координаты r в фокальной плоскости для рассеивателя СОМ радиуса $a = 2$ мм. Частота квазигауссовского пучка $f = 1$ МГц. Слева показаны кривые изменения компонент силы и суммарной величины силы в пучке с шириной $a_0 = 2.2$ мм. Фокус пучка находится в точке $r = 0$. Справа стрелками показано направление действия силы. Дуга окружности соответствует поверхности сферического рассеивателя с центром в точке $z = 0, r = 0$

Рассмотрим характер направления действия силы, если пучок имеет ширину большую радиуса рассеивателя (рис. 2.4). Видно, что влияние поперечных компонент силы в этом случае значительно меньше, чем при рассмотрении узкого пучка. Кривые изменения радиационной силы Y и Y_z вдоль поперечной компоненты мало отличаются друг от друга. Однако, начиная с $r = 2$ мм, боковые компоненты начинают вносить вклад как в величину, так и в направление действия радиационной силы. Справа представлено изменение направления действия силы в широком пучке. Отметим, что в этом случае вплоть до $r = 2$ мм сила почти не меняет направления действия. Отклонение направления от оси пучка не превышает 10° . Начиная с $r = 2$ мм, поперечные компоненты силы начинают толкать рассеиватель к оси акустического пучка.

На рис. 2.5 для рассеивателя СОМ показано направление и величина силы в двух рассмотренных выше случаях: радиус пучка $a_0 = 0,6$ мм (верхний ряд) и $a_0 = 2,2$ мм

(нижний ряд) в соответствии с рис. 2.3 и рис. 2.4. И для узкого, и для широкого пучков характер изменения направления силы одинаков. Соответствующая поперечная компонента силы Y_r вблизи оси пучка имеет выталкивающий характер (направлена от оси), однако на некотором удалении от оси направление изменяется на противоположное.

В случае пучка, ширина которого меньше радиуса рассеивателя, сила, направленная к оси, сравнима по величине с силой на оси пучка ($r = 2,5$ мм). Тем самым появляется возможность поперечного захвата твердотельных рассеивателей акустическими пучками.

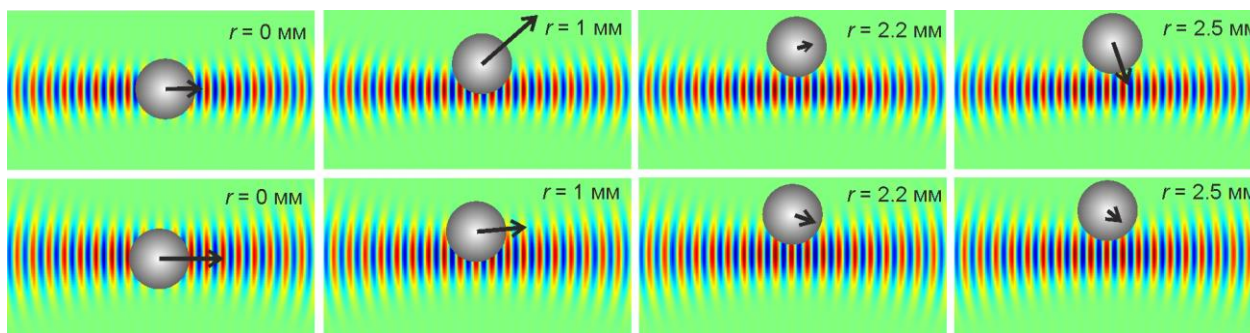


Рис. 2.5. Величина и направление радиационной силы $Y = Fc/W$ при смещении рассеивателя вдоль поперечной координаты r в фокальной плоскости для рассеивателя СОМ радиуса $a = 2$ мм. Частота квазигaussianовского пучка $f = 1$ МГц. Верхний ряд соответствует квазигaussianовскому пучку шириной $a_0 = 0,6$ мм, нижний – пучку с шириной $a_0 = 2,2$ мм. Фокус пучка находится в точке $r = 0$. В правом верхнем углу показана поперечная координата, в которую помещается центр шара

Используя соотношения из пункта 2.2.2, можно рассчитать радиационную силу в любой точке квазигaussianовского пучка. Полученные кривые вдоль оси пучка и вдоль радиальной оси r подтверждают необходимость учета ширины пучка при расчетах радиационной силы. Показано, что радиационная сила всегда максимальна, когда сферический рассеиватель расположен в той области поля, где так или иначе происходит взаимодействие акустического пучка с боковой поверхностью рассеивателя. С точки зрения практического применения сфокусированных пучков, отдельный интерес вызывает случай рассеивателя, расположенного в фокусе ограниченного пучка. В частности, интересен вопрос, можно ли достичь усиления силового воздействия на сферический рассеиватель, если он расположен непосредственно в фокусе акустического пучка за счет изменения параметров излучения. Этому вопросу будет посвящен следующий параграф.

§ 2.3 Радиационная сила в фокусе квазигaussianовского пучка

2.3.1 Анализ зависимости величины радиационной силы от соотношения между радиусами пучка и рассеивателя

Как было показано в п. 1.2.4, когда на объект падает плоская волна с частотой f , размеры и упругие свойства рассеивателя влияют на величину радиационной силы. Плоская волна – идеализированный случай. В действительности пучки имеют некоторую конечную ширину.

Рассмотрим, как учет ширины пучка влияет на резонансные кривые, полученные при рассмотрении плоской волны ($a_0 \gg a$). Так же как и в предыдущем параграфе, будем рассматривать упругие рассеиватели из материалов СОМ и U-30. В зависимости от типа материала рассеивателя резонансы, возникающие при падении плоской волны, могут усиливаться или подавляться при падении пучка ограниченной ширины (рис. 2.6). Причем эти отличия начинают проявляться тем сильнее, чем меньше отношение ширины пучка a_0 к радиусу рассеивателя a . Когда радиус пучка a_0 начинает превышать a , зависимость все больше становится похожей на случай плоской волны. В случае пучка, ширина которого в 2 раза превышает ширину рассеивателя ($a_0/a = 2$), кривая $Y(ka)$ наиболее приближена к случаю плоской волны.

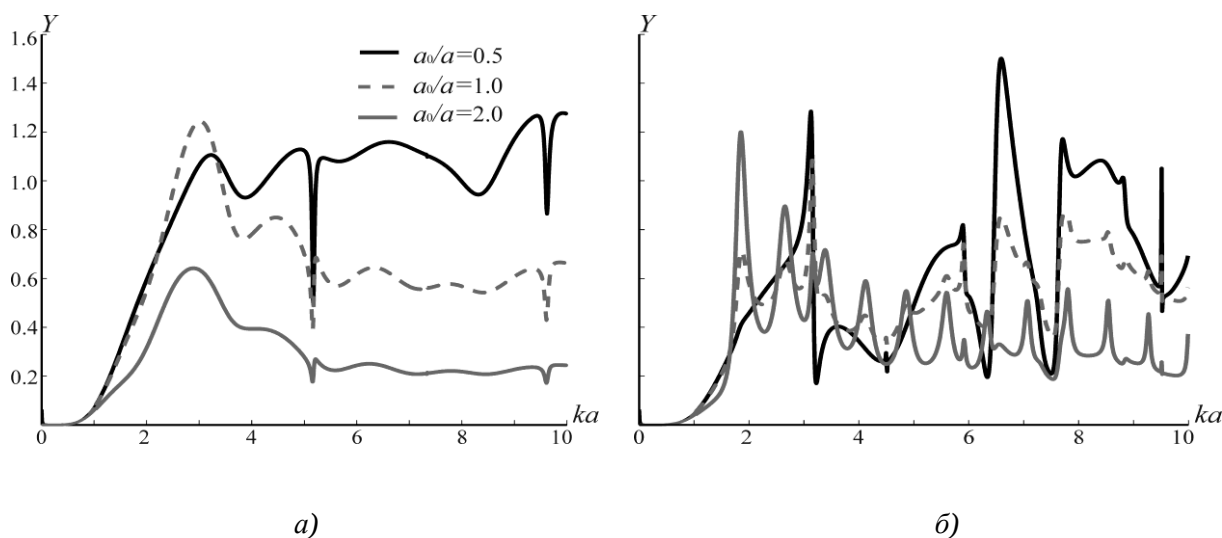


Рис. 2.6. Кривые изменения нормированной радиационной силы Y с ростом волнового размера рассеивателя ka для СОМ рассеивателя (слева) и U-30 рассеивателя (справа). Рассматриваются три случая: радиус пучка в два раза меньше радиуса рассеивателя ($a_0/a = 0,5$), равен радиусу рассеивателя ($a_0/a = 1$) и в два раза превышает его ($a_0/a = 2$). Резонансные свойства проявляются в разной степени при конкретных значениях ka в зависимости от соотношения a_0/a

По рис. 2.6 видно, что для каждого конкретного значения ka радиационная сила может существенно меняться в зависимости от степени сфокусированности падающего пучка. При этом для рассеивателя U-30 указанные изменения в резонансном характере

силы с уменьшением ширины пучка проявляются интенсивнее, чем для рассеивателя СОМ. Это факт, вероятнее всего, связан с близостью скорости звука в воде ($c = 1490$ м/с) к скорости сдвиговых волн в материале рассеивателя U-30 ($c_t = 1330$ м/с).

Вообще, чем ближе указанные скорости, тем сильнее выражен резонансный характер изменения радиационной силы с ростом волнового размера рассеивателя ka . Убедиться в данном предположении позволяет моделирование, проведенное в режиме плоской волны для рассеивателя СОМ (рис. 2.7).

В результате моделирования были построены зависимости радиационной силы от радиуса рассеивателя и частоты падающего пучка для трех различных значений скорости поперечных волн в материале рассеивателя: 1400, 1600 и 2132 м/с. Отметим, что 2132 м/с – истинная скорость продольных волн в материале СОМ. Видно, что частотная зависимость силы в случаях, когда скорости звука в жидкости (1490 м/с) близка к скорости сдвиговых волн в рассеивателе (1400 и 1600 м/с), такова, что появляются ярко выраженные резонансные пики.

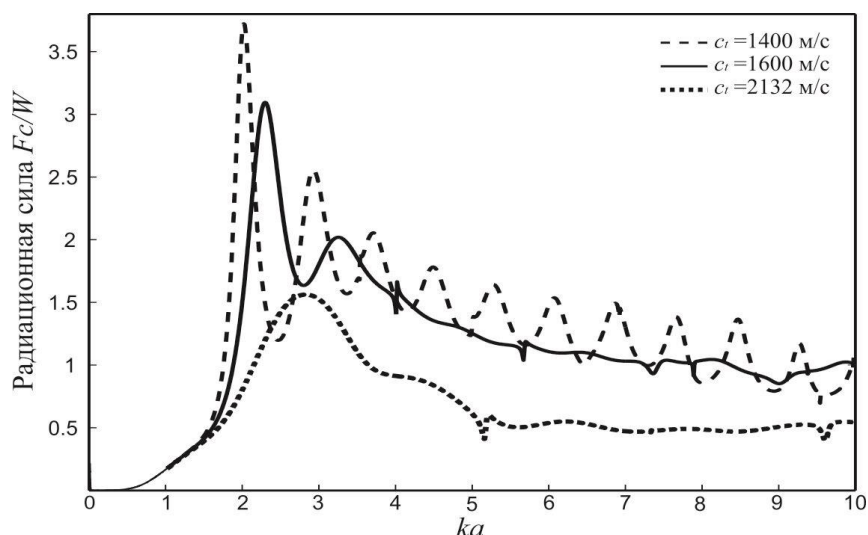


Рис. 2.7. Зависимость нормированной радиационной силы, создаваемой плоской волной в воде, от волнового размера сферического рассеивателя ka при скорости распространения поперечных волн в рассеивателе $c_t = 1400$ м/с; 1600 м/с и 2132 м/с. Скорость продольных волн в рассеивателе $c_l = 2132$ м/с, скорость звука в воде $c = 1490$ м/с, соответствующие плотности равны 2040 и 1000 кг/м³

Указанная особенность рассеяния может быть вызвана тем, что при близости скоростей происходит более эффективное проникновение энергии падающей волны в рассеиватель, что приводит к резонансному возбуждению упругих колебаний рассеивателя на определенных частотах. Данный эффект будет более подробно рассматриваться и объясняться ниже. Он объясняет, почему для рассеивателя U-30 резонансная зависимость проявляется гораздо сильнее, чем для СОМ. По той же причине

уменьшение радиуса пучка для рассеивателя U-30 ведет к более резким изменениям в характере резонансной кривой.

Влияние ширины пучка на характер резонансной кривой необходимо учитывать при выборе оптимальных частот излучения с учетом упругих свойств сферического рассеивателя.

Исследуем более подробно эффект влияния ширины квазигауссовского пучка на величину радиационной силы. Рассмотрим однородный упругий сферический рассеиватель радиуса a , расположенный в фокусе квазигауссовского пучка с радиусом перетяжки a_0 . При этом на рассеиватель со стороны пучка будет действовать радиационная сила. На первый взгляд, в случае очень узкого пучка радиационная сила будет максимальна, а затем с ростом радиуса перетяжки пучка сила будет монотонно убывать, так как все большая часть энергии и импульса волны будет проходить мимо рассеивателя, не оказывая на него никакого воздействия.

Таким образом, максимальную величину радиационной силы Y предполагается получить при радиусе перетяжки гораздо меньше радиуса рассеивателя ($a_0 \ll a$), когда вся энергия рассеивателя попадает в центр сферы, оказывая на него максимальное силовое воздействие. Однако численные расчеты показывают, что это предположение не до конца верно.

Для рассеивателя U-30 была на основе аналитических соотношений (2.15) и (2.16) была построена зависимость радиационной силы в фокусе квазигауссовского пучка от радиуса рассеивателя и ширины пучка $Y(ka, ka_0)$ (рис. 2.8). Частота силового квазигауссовского пучка при этом оставалась неизменной и равной $f = 1$ МГц. Изменение радиуса пучка показано по горизонтальной оси, изменение радиуса рассеивателя по вертикальной. Цветом определяется величина радиационной силы.

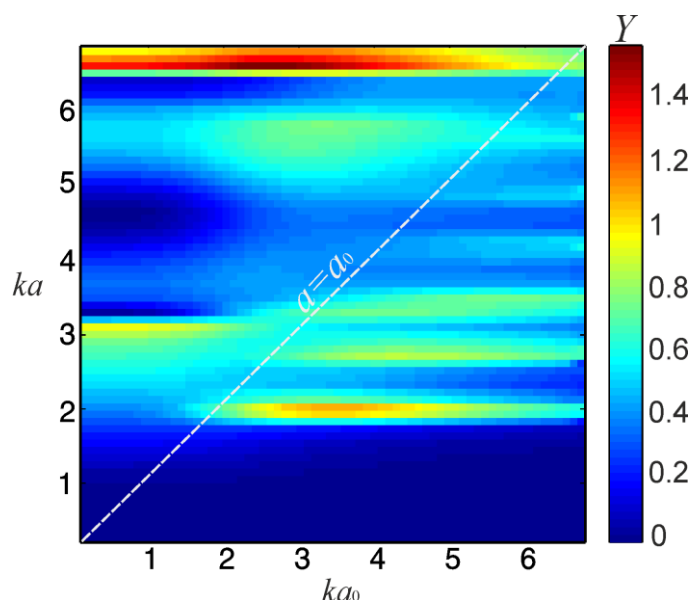


Рис. 2.8. Двумерное распределение радиационной силы Y в зависимости от соотношения между радиусом рассеивателя a и шириной квазигaussianовского пучка a_0 для упругого рассеивателя U-30. Частота гармонической волны $f = 1$ МГц

Изменение радиационной силы вдоль вертикальной оси ka , т.е. с увеличением радиуса рассеивателя, носит немонотонный характер, что соответствует кривым, полученным на рис. 2.6 для рассеивателя U-30. Пунктирная белая линия $a = a_0$, проходящая по диагонали, разделяет область на две части. Область под прямой соответствует пучкам шире рассеивателя. Область над прямой описывает пучки с шириной меньшей радиуса рассеивателя. При этом в области, расположенной ниже прямой $a = a_0$, четко просматривается резонансная структура, соответствующая плоской волне.

Вдоль горизонтальной оси, т.е. с увеличением радиуса пучка a_0 при неизменном радиусе рассеивателя a , характер изменения силы иной. Начиная с $ka \approx 2$ (рис. 2.7), изменение радиационной силы с ростом ka_0 носит следующий характер: сначала происходит рост силы Y до некоторого значения ka_0 , а затем начинается ее монотонный спад. Стоит отметить, что такой характер изменения силы с увеличением радиуса пучка наблюдается не всегда. Для малых значений $ka < 2$ наблюдается монотонное уменьшение силы с увеличением ka_0 . Кроме того при определенных значениях $ka > 2$ также происходит монотонный спад силы связанных с резонансными свойствами рассеивателей. Так, к примеру, для U-30 рассеивателя происходит при $ka = 6$.

Для более детального представления изменения безразмерной силы с ростом ширины пучка построим кривые при некотором фиксированном радиусе рассеивателя. Примем $ka = 5$ и получим кривые $Y(ka_0, ka = 5)$ как для рассеивателя U-30, так и для COM (рис. 2.9).

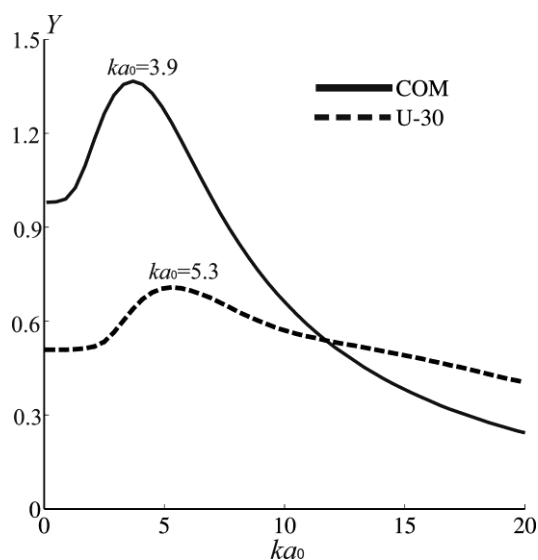


Рис. 2.9. Кривые изменения радиационной силы Y , действующий на сферу радиуса $a = 2$ мм в поле квазигауссовского пучка в зависимости от радиуса пучка a_0 для упругих рассеивателей COM и U-30. Волновой размер рассеивателей $ka = 5$. Показаны значения радиуса пучка, при которых радиационная сила максимальна

Как и ожидалось, в той части кривых, где радиус перетяжки значительно превышает радиус пучка ($a_0 \gg a$), часть энергии пучка проходит мимо рассеивателя, никак не взаимодействуя с ним, что приводит к постепенному монотонному уменьшению радиационной силы Y . В данной области взаимодействие квазигауссовского пучка и рассеивателя все больше приближается к взаимодействию с плоской волной. При этом, казалось бы, максимум силы должен достигаться в начальной части кривых, где $a_0 \ll a$. Получено, что в действительности максимальное значение радиационной силы достигается при радиусе перетяжки сравнимом с радиусом пучка ($a_0 \approx a$), когда пучок как бы «обтекает» рассеиватель. Таким образом, хотя некоторая часть энергии проходит мимо рассеивателя, оказываемая на него при этом сила возрастает по сравнению со случаем узкого пучка. При этом выигрыш в силе может достигать нескольких десятков процентов в зависимости от типа материала рассеивателя и его волнового размера. Так, для рассеивателя COM при волновом размере $ka = 5$ рост силы составляет 39%, а для рассеивателя U-30 при том же волновом размере достигается выигрыш в силе до 35% по сравнению со случаем сильно фокусированного пучка.

Таким образом, получено, что не всегда использование сильнофокусированных пучков является преимуществом в эффективности силового воздействия. За исключением отдельных случаев максимум радиационной силы в фокусе пучка при неизменной подводимой акустической мощности достигается при использовании пучков, сравнимых по ширине с размером рассеивателя. Численный расчет позволяет предсказывать

возможный выигрыш в силе и рассчитывать наиболее эффективные области расположения рассеивателя в поле акустического пучка.

О причинах необычного, на первый взгляд, вывода о необходимости близости размеров рассеивателя и пучка речь пойдет в следующем параграфе.

2.3.2 Физические причины роста радиационной силы при близости радиусов рассеивателя и пучка

Результат, полученный в пункте 2.3.1, показывает, что для достижения максимального значения радиационной силы помимо учета резонансных свойств рассеивателя необходимо учитывать ширину акустического пучка. Тот факт, что при близости радиусов рассеивателя и пучка сила растет, говорит, что боковые области рассеивателя активно участвуют в процессе передачи импульса объекту. Более того, в пункте 2.2.4 также говорилось о росте силы при взаимодействии пучка с боковой областью рассеивателя: сила росла, если рассеиватель располагался в постфокальной области, где пучок уширяется, или в том случае, когда узкий пучок касается хотя бы одной из боковых областей.

Похожий эффект наблюдался в работе [110]. В ней исследовалось распространение ультразвуковых волн в упругих рассеивателях цилиндрической формы в применении к задаче разрушения почечных камней. Было получено, что при использовании ультразвуковых импульсов шириной большей диаметра рассеивателя для разрушения цилиндрических фантомов почечных камней первые повреждения образовывались на боковой поверхности цилиндра, что в результате приводило к отколу задней части камня. При этом «выключение» боковых областей камня из процесса «озвучивания» путем закрытия их специальными пластинами при неизменных условиях излучения приводило к отсутствию видимых повреждений. Фрагментация почечных камней, как и радиационная сила, связана с возникающими в результате воздействия акустической волны напряжениями внутри камня и на его поверхности. При этом наибольший вклад вносят напряжения, возникающие на боковых поверхностях твердотельного рассеивателя. При воздействии узкого пучка на рассеиватель боковая поверхность оказывается «неозвученной», и поэтому радиационная сила оказывается меньше, чем в случае более широкого пучка.

В свою очередь, возникающие напряжения напрямую зависят от генерируемых в рассеивателе поперечных волн. Возбуждение волн источниками происходит наиболее эффективно при близости скорости источника к скорости волны (явление волнового резонанса). В исследуемом нами случае источником звука служит падающий

квазигауссовский пучок, распространяющийся вдоль поверхности рассеивателя, а возбуждаемыми волнами являются продольные и поперечные волны в рассеивателе. Отметим, что скорость продольных волн в твердых телах обычно в несколько раз превышает скорость звука в жидкостях, т.е. условие волнового резонанса для продольных волн, как правило, не выполняется. С другой стороны, поперечные волны примерно вдвое медленнее скорости продольных волн и, следовательно, ближе по значению к скорости звука в воде. Более того, если говорить о свойствах почечных камней, то для наиболее часто встречающихся типов камней скорость сдвиговых волн отличается от скорости звука в воде совсем незначительно, т.е. в них возбуждение и распространение сдвиговых волн может происходить наиболее эффективно.

Следовательно, можно предположить, что близость скорости поперечных волн внутри рассеивателя к скорости звука в окружающей среде должна приводить к росту радиационной силы в результате более эффективной передачи импульса рассеивателю от акустического пучка.

Для проверки гипотезы был проведен численный расчет силы для тех же рассеивателей (СОМ и U-30) радиуса $a = 4$ мм в зависимости от соотношения между скоростью поперечных волн и скоростью звука $c_0 = 1490$ м/с (рис. 2.10 а). При этом

радиационная сила Y усреднялась по параметру ka : $\langle Y \rangle = \frac{1}{\Delta(ka)} \int_{(ka)_1}^{(ka)_2} Y(ka) d(ka)$, где

$\Delta(ka) = (ka)_2 - (ka)_1$. При усреднении использовались значения $(ka)_1 = 0$ и $(ka)_2 = 10$. Скорость продольной волны выбиралась равной соответствующей скорости для конкретного материала, а скорость поперечной волны изменялась в широком диапазоне (рис. 2.10). Зависимости были построены для узкого пучка ($a_0 = 1$ мм), пучка, сравнимого с рассеивателем ($a_0 = 4$ мм) и случая плоской волны ($a_0 = \infty$).

Оказалось, что и для СОМ, и для U-30 рассеивателя, максимальная величина радиационной силы достигается при близости скорости поперечных волн к скорости звука в жидкости (1490 м/с). Однако такой локальный рост силы наблюдается лишь для плоской волны и соизмеримого пучка. Когда во взаимодействии объекта и пучка не участвуют боковые области рассеивателя ($a_0/a = 0,25$) эффект перестает проявляться, и сила очень слабо зависит от скорости поперечных волн в рассеивателе. Для рассеивателя U-30 был проведен более подробный анализ влияния близости скорости поперечных волн к скорости звука в жидкости (рис. 2.9 б). Для простоты численный расчет проводился для случая плоской волны. Основные закономерности при этом сохраняются, а эффект выражается ярче, чем в случае пучков. Здесь при падении плоской волны одновременно варьировались и скорость звука c_0 , и скорость поперечных волн c_t . Цветом показано

значение усредненной безразмерной радиационной силы. Красная полоса на диагонали соответствует случаю $c_t = c_0$. Как видно из рис. 2.10 б, радиационная сила на этой прямой максимальна. Таким образом, подтверждается связь роста силы при приближении друг к другу значений скорости сдвиговых волн в рассеивателе и скорости звука в окружающей жидкости.

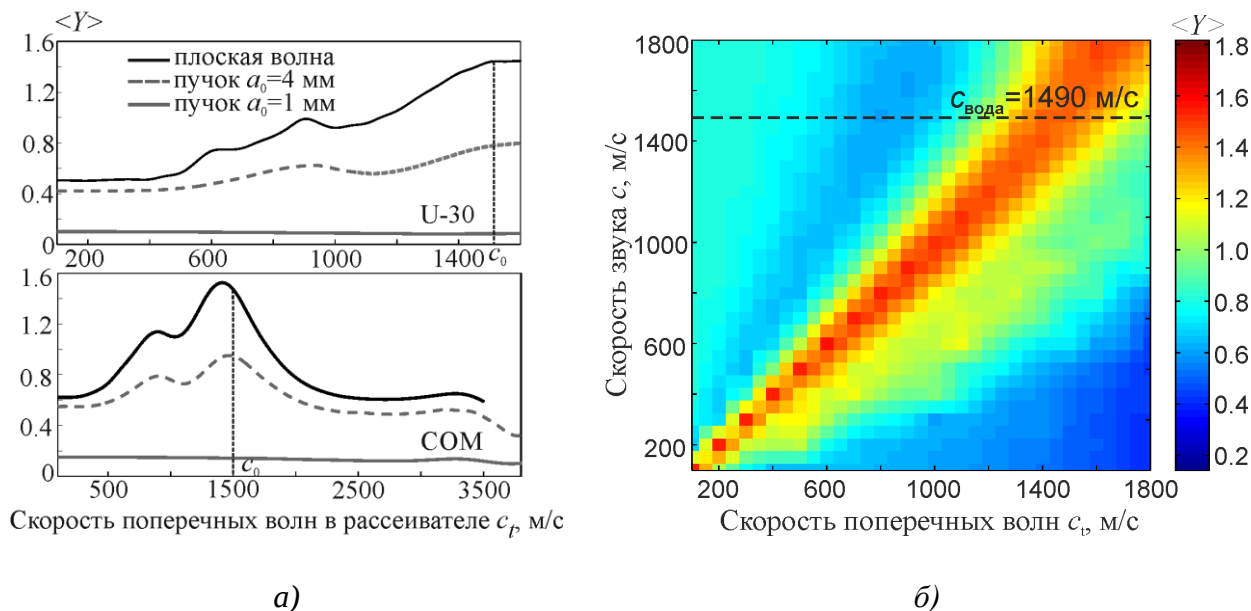


Рис. 2.10. Усредненная по интервалу ka радиационная сила $\langle Y \rangle$ для рассеивателей COM и U-30 радиуса $a = 4$ мм. а): зависимость от скорости поперечных волн в рассеивателе 100 – 1600 м/с (U-30, $c_l = 2630$ м/с) и $c_l = 100$ – 3500 м/с (COM, $c_l = 4535$ м/с) при скорости звука в воде $c = 1490$ м/с. Кривые построены для узкого пучка ($a_0 = 1$ мм), сравнимого с рассеивателем ($a_0 = 4$ мм) и плоской волны ($a_0 = \infty$). б): картина изменения усредненной силы $\langle Y \rangle(c_p, c)$ для рассеивателя U-30 при падении плоской волны. Максимум силы всегда достигается при скорости c_t близкой к c , что соответствует красному цвету на диагонали

2.3.3 Радиационная сила, усредненная по ансамблю рассеивателей разных размеров

Если говорить о практической задаче выталкивания почечных камней, то наряду с толканием одиночных объектов иногда необходимо выталкивать целые скопления объектов разных размеров. В связи с этим, важно знать, как действует акустический пучок в среднем на некоторых интервалах ka , т.е. рассчитать усредненные по ансамблю камней значения силы. Будем интересоваться качественной картиной рассеивающей способности упругих материалов. С этой целью расчеты достаточно проводить для случая плоской волны. При этом стоит помнить, что при рассмотрении ограниченных пучков воздействие на рассеиватели одних размеров будет происходить эффективнее воздействия на рассеиватели других размеров. Причем эффективность будет зависеть как от соотношения

размеров конкретного рассеивателя и пучка, так и от расположения рассеивателя в акустическом поле.

Расчет усредненной радиационной силы при падении плоской волны проводился как для исследуемых материалов СОМ и U-30, так и для некоторых других (рис. 2.11). Рассматривалось два интервала ka : $(0 \div 10)$ и $(20 \div 30)$. Так, при рабочей частоте $f = 1$ МГц это соответствует воздействию плоской волны на ансамбль рассеивателей в диапазонах $(0 - 2,5)$ мм и $(2,5 - 5)$ мм, что приближенно к размерам почечных камней.

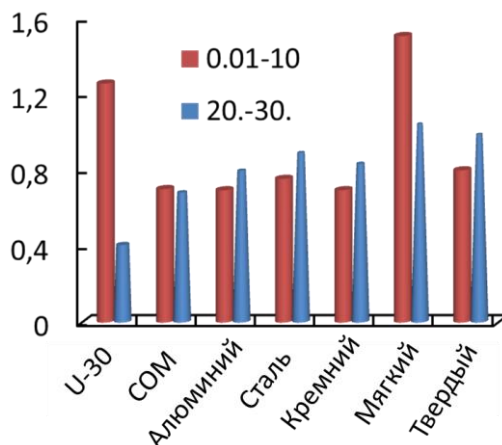


Рис. 2.11. Усредненные по ансамблю рассеивателей значения радиационной силы для различных материалов, характеризующие их отражательные способности. Усреднение проводилось для случая рассеяния плоской волны в промежутках ka $(0 \div 10)$ и $(20 \div 30)$

Выяснилось, что в целом все рассеиватели отражают плоскую волну примерно одинаково. Интересующий нас СОМ по отражательным способностям похож на стальной или абсолютно твердый камень (что позволяет в дальнейшем в экспериментах использовать стальные рассеиватели в отсутствие СОМ рассеивателей). Однако, в этом же интервале рассеиватели из материала U-30 ведут себя совершенно иначе и отражают звук гораздо эффективнее. Такие особенности также связаны с соотношением между скоростью поперечной волны в рассеивателе и скоростью в окружающей среде [108]. Поскольку скорость сдвиговых волн в материале U-30 близка к скорости звука в жидкости, то полученный рост усредненной силы вполне закономерен.

§ 2.4 Выводы к Главе 2

Зачастую для поиска основных физических закономерностей взаимодействия акустических волн с различными препятствиями достаточно рассматривать идеализированные случаи. Если объектом интереса являются фокусированные пучки, то допустимой моделью являются пучки с гауссовским или квазигауссовским поперечным

распределением. В случае взаимодействия фокусированных пучков со сферическими упругими объектами в качестве модели для исследования был выбран квазигауссовский пучок, математическое описание которого позволяет описывать фокусированные пучки с любыми углами расходимости. Выяснилось следующее:

- 1) Помимо упругих свойств рассеивателя и характеристик акустического пучка на величину возникающей радиационной силы существенное влияние оказывает расположение рассеивателя в поле пучка, а также соотношение между радиусом рассеивателя и пучка. Не всегда максимум силы достигается в фокусе пучка. В зависимости от характеристик рассеивателя максимальное значение силы может достигаться при некотором поперечном сдвиге от оси.
- 2) Было получено, что при воздействии квазигауссовского пучка на сферический упругий рассеиватель в жидкости, расположенный в фокусе пучка, величина радиационной силы достигает максимального значения при радиусе пучка сравнимом с радиусом рассеивателя, причем выигрыш в силе по сравнению с узким пучком достигает 39% (для U-30 рассеивателя) или 34% (для СОМ-рассеивателя).
- 3) Физическая причина эффекта заключается в проникновении падающей волны в объект через боковые области захвата. Под действием акустических волн внутри рассеивателя возникает два типа волн: продольные и сдвиговые. Скорость продольных волн обычно значительно превышает скорость звука в жидкости и происходит быстрая утечка энергии из объема рассеивателя. При этом скорость сдвиговых волн, которая для твердых изотропных тел обычно в 2 раза меньше скорости продольных волн, по величине ближе к скорости звука в окружающей среде. Тогда возникает возможность энергии не утекать из объема рассеивателя, тем самым повышая эффективность генерации силового воздействия.
- 4) Было показано, что чем ближе скорость следа продольной волны в жидкости к скорости сдвиговых волн в рассеивателе, тем более эффективно происходит проникновение энергии, а максимальная величина силы достигается при $c_t \approx c$.

Глава 3

РАДИАЦИОННАЯ СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА УПРУГИЙ ШАР СО СТОРОНЫ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА С ПРОИЗВОЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

Поля ультразвуковых источников в реальности имеют структуру, отличную от идеализированных полей, таких как плоская волна и квазигауссовский пучок. На практике часто применяются многоэлементные системы с электронно управляемым фокусом, цилиндрические излучатели, источники специальной формы [111 – 114]. Более того, одноэлементные излучатели, направленные на создание плоских волн или фокусированных пучков, также в действительности создают поля с неоднородной структурой. Поэтому и радиационная сила, создаваемая применяемыми на практике излучателями, существенно зависит от истинной структуры поля. Как было показано, расчет радиационной силы, в первую очередь, это решение задачи рассеяния, которая не всегда имеет очевидное решение для полей с произвольной структурой. Во многих работах исследовалась радиационная сила, создаваемая различными специальными типами пучков, такими как квазигауссовские пучки [115 – 120] (см. также Глава 2), бесселевы пучки [121, 122, 123], закрученные пучки [124 – 127]. Проведение экспериментов, подтверждающих достоверность теории для таких типов пучков, всегда сопровождается какими-либо ограничениями. В Глава 1 были представлены две различные методики измерения радиационной силы в приближении плоской волны. Как уже упоминалось в выводах к Главе 1, некоторым недостатком предложенных систем можно считать методы крепления рассеивателя. Так как на величину радиационной силы влияет много факторов, в том числе и геометрия рассеивателя, появление различных мест склеивания (с нитями или резинками) может приводить к ошибкам измерения. Кроме того, в случае плоской волны радиационная сила всегда направлена вдоль распространения пучка, и нет необходимости в обеспечении возможности изменения всех

степеней свободы при движении рассеивателя. Поэтому в плоской волне применение методов крепления, которые сохраняют лишь одну степень свободы, оправдано. Для пучков произвольной структуры и даже для модельных ограниченных пучков (в частности, рассмотренных в Глава 2 квазигауссовских пучков) такая методика неприменима. Как было показано в предыдущей главе, в зависимости от расположения рассеивателя в поле пучка направление действия силы меняется, и экспериментальные методы должны учитывать указанный факт.

Более того, для пучков с произвольной структурой поля необходимы теоретические и численные методы, которые будут работать для любых типов пучков с учетом их истинной структуры поля и для любых рассеивателей. Сложные формы рассеивателей в большинстве своем требуют применения конечно-разностных численных методов [128, 129]. В случае симметричных рассеивателей, таких как сфера или цилиндр, расчеты могут быть значительно упрощены, не потеряв при этом своей практической значимости. В случае сферического рассеивателя, который удобен и с точки зрения расчетов, и с точки зрения экспериментальных рассеивателей, не так давно был разработан теоретический подход, применимый к любым типам пучков [59]. В нем акустическое поле полностью определяется угловым спектром, который может быть рассчитан для любого излучателя методом акустической голографии и о котором мы уже упоминали в Главе 2.

Любой теоретический подход не будет до конца убедительным при отсутствии экспериментальных данных, подтверждающих теоретические прогнозы. Для произвольного акустического поля проведение прецизионных измерений силы в случае рассеивателей миллиметровых размеров всегда сопровождалось определенными трудностями. Поэтому в большинстве работ ограничиваются случаем либо микро- и нанообъектов, размеры которых значительно меньше длины волны излучения [130], либо протяженными рассеивающими и поглощающими препятствиями [131].

Возможность экспериментального измерения радиационной силы, действующей на миллиметровые и сантиметровые объекты, представляет интерес для разрабатываемых сейчас медицинских приложений радиационной силы, особенно в урологии (упомянутое выше выталкивание камней из почки). Наряду с экспериментальным измерением радиационной силы, не менее важно уметь рассчитывать траекторию движения упругих рассеивателей под действием указанной силы. От скорости движения частицы в окружающей среде и ее смещения под действием одиночного ультразвукового импульса зависит протокол облучения для выведения каждого конкретно камня из почки. В цикле работ [132, 133] теоретически и экспериментально исследовалось движение упругих рассеивателей миллиметрового размера в вязкоупругой среде, имитирующей

биологические ткани. Исследование проводилось в осесимметричном поле для импульсов различной длительности и амплитуды. Была получена хорошая согласованность в численных и экспериментальных результатах для рассеивателей разных размеров и упругих свойств. При этом величина радиационной силы, действовавшей на сферу, считалась известной из численных расчетов. Соответственно, если численный расчет окажется неточным, то и соответствующие расчеты траектории также будут требовать коррекции.

В связи с этим, важной частью комплексного исследования радиационной силы со стороны произвольных полей является численный расчет радиационной силы в любой точке акустического поля каждого конкретного излучателя и его экспериментальная верификация.

В настоящей главе представлена разработанная экспериментальная установка по измерению радиационной силы, действующей на сферические рассеиватели миллиметровых размеров, в поле произвольного пучка. Предложенный метод лишен недостатков экспериментальной установки, описанной в Главе 1. Разработана методика крепления, не изменяющая геометрию рассеивателя и сохраняющая для рассеивателя все степени свободы в выборе направления перемещения. Для достоверности экспериментальных измерений проведена характеристика поля методом акустической голографии. Результаты голографии также применены к численному расчету радиационной силы. Для рассеивателей разных размеров и упругих свойств проведено сравнение экспериментальных и численных результатов.

Разработка метода численного расчета радиационной силы с учетом истинной структуры поля и ее экспериментальная верификация наряду с исследованием траектории перемещения упругих сфер может быть полезна для составления протокола облучения почечных камней при лечении мочекаменной болезни.

§ 3.1 *Теоретические аспекты численного расчета радиационной силы со стороны произвольных пучков*

3.1.1 Использование метода углового спектра

В пункте 2.2.1 уже кратко давались выражения для расчета радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель радиуса a со стороны акустического поля с произвольной структурой и частотой $\omega = 2\pi f$. Рассмотрим их более подробно. Если

угловой спектр $S(k_x, k_y)$ падающего на рассеиватель пучка известен, то амплитуда давления $P = P_i + P_s$ может быть записана в следующем виде [59]:

$$P = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} i^n \left[j_n(kr) + c_n h_n^{(1)}(kr) \right] \sum_{m=-n}^n H_{nm} Y_{nm}(\theta, \varphi). \quad (3.1)$$

Здесь, как и ранее, r – расстояние от начала координат, $\theta = \arccos\left(\frac{z}{r}\right)$ – зенитный угол, $\varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ – азимутальный угол, j_n – сферические функции Бесселя, Y_{nm} – сферические функции, матричные коэффициенты H_{nm} определяются угловым спектром как: $H_{nm} = \int \int_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} dk_x dk_y S(k_x, k_y) Y_{nm}^*(\theta_k, \varphi_k)$. Коэффициенты $c_n = c_n(ka, k_l a, k_t a, \rho_w, \rho_s)$ зависят только от упругих свойств рассеивателя и свойств окружающей среды. Здесь $k_l = \omega/c_l$, $k_t = \omega/c_t$, c_l, c_t – скорость продольных и поперечных волн в материале рассеивателя соответственно, ρ_w, ρ_s – плотность окружающей среды и рассеивателя:

$$c_n = -\frac{\Gamma_n j_n(ka) - ka j_n'(ka)}{\Gamma_n h_n^{(1)}(ka) - ka h_n^{(1)'}(ka)}, \quad (3.2)$$

$$\Gamma_n = \frac{\rho_w (k_t a)^2}{2\rho_s} \frac{\alpha_n \delta_n + \beta_n \chi_n}{\alpha_n \eta_n + \beta_n \varepsilon_n}, \quad \alpha_n = j_n(k_l a) - k_l a j_n'(k_l a), \quad (3.3)$$

$$\beta_n = (n^2 + n - 2) j_n(k_t a) - k_t^2 a^2 j_n''(k_t a), \quad \chi_n = k_l a j_n'(k_l a), \quad \delta_n = 2n(n+1) j_n(k_t a), \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_n = k_l^2 a^2 \left[j_n(k_l a) \frac{\sigma}{(1-2\sigma) - j_n''(k_l a)} \right], \quad \eta_n = 2n(n+1) [j_n(k_t a) - k_t a j_n'(k_t a)] \quad (3.5)$$

$$\sigma = \frac{\frac{c_l^2}{2} - c_t^2}{c_l^2 - c_t^2}. \quad (3.6)$$

С учетом того, что радиационная сила определяется соотношением (2.4), а в гармонической волне колебательная скорость частиц $\mathbf{V} = \nabla P / (i\rho_w \omega)$, численный расчет всех трех компонент радиационной силы $\mathbf{F}_{\text{рад}} = (F_x, F_y, F_z)$ может быть осуществлен по следующим выражениям:

$$F_x = \frac{1}{8\pi^2 \rho_w c^2 k^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n A_{nm} (H_{nm} H_{n+1, m+1}^* - H_{n, -m} H_{n+1, -m-1}^*) \right\}, \quad (3.7)$$

$$F_y = \frac{1}{8\pi^2 \rho_w c^2 k^2} \text{Im} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n A_{nm} (H_{nm} H_{n+1,m+1}^* - H_{n,-m} H_{n+1,-m-1}^*) \right\}, \quad (3.8)$$

$$F_z = -\frac{1}{4\pi^2 \rho_w c^2 k^2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n B_{nm} H_{nm} H_{n+1,m}^* \right\}, \quad (3.9)$$

в которых используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Psi_n &= (1 + 2c_n)(1 + 2c_{n+1}^*) - 1, \\ A_{nm} &= \sqrt{\frac{(n+m+1)(n+m+2)}{(2n+1)(2n+3)}}, \\ B_{nm} &= \sqrt{\frac{(n+m+1)(n-m+1)}{(2n+1)(2n+3)}}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Частный случай метода разложения падающего пучка по плоским волнам был описан в пункте 2.2.3 применительно к квазигауссовским пучкам. Там было показано, что в зависимости от типа и размеров рассеивателя радиационная сила оказывается максимальной не всегда в фокусе акустического пучка. Особенно этот эффект заметен в случае рассеивателей с размерами меньше ширины акустического пучка. Физические причины также были рассмотрены в пункте 2.3.2. При этом, несмотря на простоту в расчетах силы для квазигауссовского пучка, он все же остается модельным пучком, позволяющим выявить основные закономерности.

Рассмотрим, насколько закономерности изменения силы в случае квазигауссовского пучка моделируют реальные фокусированные пучки. Для этого применим изложенную выше теорию к источнику в виде сферической чаши, генерирующему фокусированный пучок.

3.1.2 Радиационная сила в случае источника в виде сферической чаши

Рассмотрим излучатель в виде сферической вогнутой чаши с фокусным расстоянием z_f и радиусом апертуры r_a . Пусть в некоторой точке перед излучателем расположен сферический рассеиватель радиуса a , центр которого задается координатами $\{x_a, y_a, z_a\}$, при этом акустическая ось излучателя направлена вдоль оси z (рис. 3.1).

Будем считать, что поверхность излучателя колеблется равномерно, т.е. излучатель работает как поршень. Падающее поле такого излучателя может быть рассчитано на основе интеграла Рэлея:

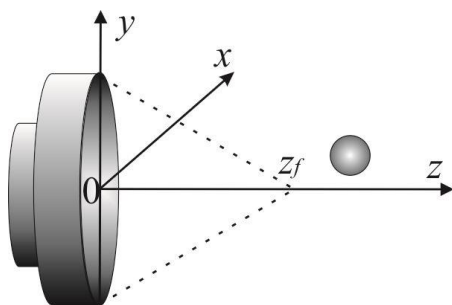


Рис. 3.1. Фокусированный одноэлементный излучатель в виде вогнутой сферической чаши

$$P_i(\mathbf{r}) = \frac{k\rho_w c}{2\pi i} \int_{\Sigma} \frac{U(\mathbf{r}') e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\Sigma', \quad (3.11)$$

где $U(\mathbf{r}')$ – комплексная амплитуда скорости колебания поверхности излучателя. Эта формула в нескольких других обозначениях приводилась в Главе 1 (формула (1.17)). Расчет радиационной силы (3.7) – (3.9) включает в себя матричные коэффициенты H_{nm} , которые определяются угловым спектром. Для расчета углового спектра, во-первых,

необходимо найти распределение поля в некоторой плоскости, перпендикулярной оси распространения. Распределение комплексной амплитуды давления $P_i(x, y, z_0)$ на расстоянии $z = z_0$ находится по формуле (3.11).

Соответствующий угловой спектр имеет следующее выражение:

$$S(k_x, k_y) = e^{-iz_0 \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy P_i(x, y, z_0) e^{-i(k_x x + k_y y)}. \quad (3.12)$$

3.1.3 Поле фокусированного поршневого излучателя

Рассмотрим фокусированный излучатель с заданными параметрами: $z_f = 7$ см, $r_a = 5$ см. Частота гармонического сигнала $f = 1$ МГц, окружающая среда – вода с плотностью $\rho_w = 1000$ кг/м³ и скоростью звука $c = 1485$ м/с.

На рис. 3.2 представлено распределения поля на оси излучателя (а) и в его фокальной плоскости (б) [134, 135]. Так как поле осесимметрично, то распределение поля вдоль оси x идентично распределению вдоль оси y .

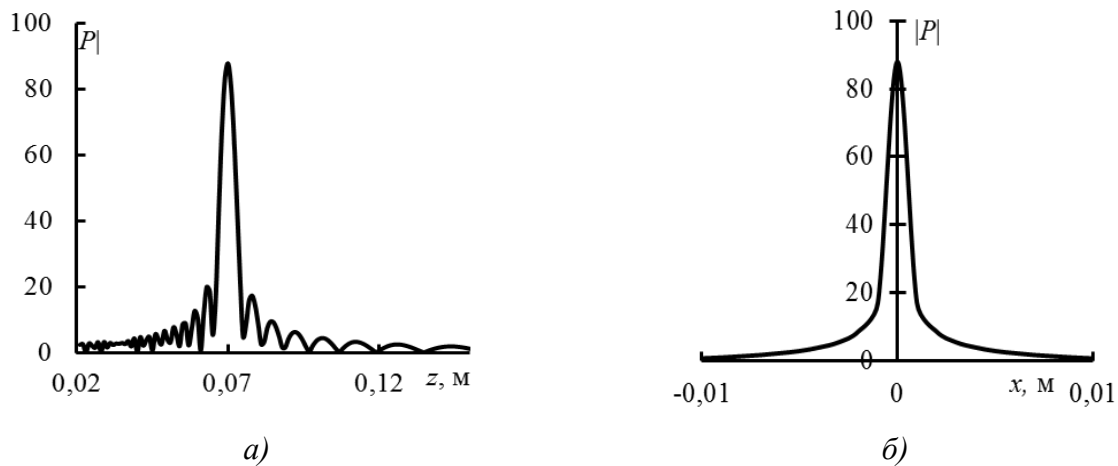


Рис. 3.2. Распределение амплитуды давления поршневого фокусирующего излучателя на оси распространения (а) и в фокальной плоскости (б)

3.1.4 Радиационная сила со стороны поршневого фокусирующего излучателя

Соотношения (3.7) – (3.9) применяются для расчета радиационной силы в случае фокусированного излучателя, при этом угловой спектр рассчитывается по формуле (3.12).

Построим кривые изменения радиационной силы вдоль оси излучателя и в поперечном направлении для разных материалов и размеров рассеивателей. Напомним, что удобно исследовать параметр $Y = \frac{Fc}{W}$, где W – полная акустическая мощность излучателя, которая также может быть рассчитана, если известен угловой спектр [59]:

$$W = \frac{1}{8\pi^2 \rho_w c} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \sqrt{\left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}\right)} |S(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y.$$

Рассмотрим два рассеивателя, которые использовались нами ранее: СОМ (оксалат кальция моногидрат) и гипсовый цемент U-30. Они обладают следующими параметрами, характеризующими их упругие свойства.

$$\text{СОМ: } \rho_s = 2038 \text{ кг/м}^3, c_l = 4535 \text{ м/с}, c_t = 2132 \text{ м/с}.$$

$$\text{U-30: } \rho_s = 1700 \text{ кг/м}^3, c_l = 2630 \text{ м/с}, c_t = 1330 \text{ м/с}.$$

При заданных параметрах излучателя ширину фокусированного пучка в фокальной плоскости можно оценить по ближайшим нулям поперечного распределения интенсивности: $a_0 = 0,61 \frac{c}{f} \frac{z_f}{r_a} \approx 1,3 \text{ мм}$. Используя соотношения (3.7) – (3.9), можно рассчитывать величину всех компонент силы в любой точке пространства. На рис. 3.3 представлены распределения нормированной радиационной силы Y вдоль оси распространения акустического пучка z для рассеивателей СОМ и U-30 с радиусами

0,5 мм ($a_0/a = 6,5$ – широкий пучок), 3 мм ($a_0/a = 0,43$ – узкий пучок) и 6 мм ($a_0/a = 0,2$ – очень узкий пучок).

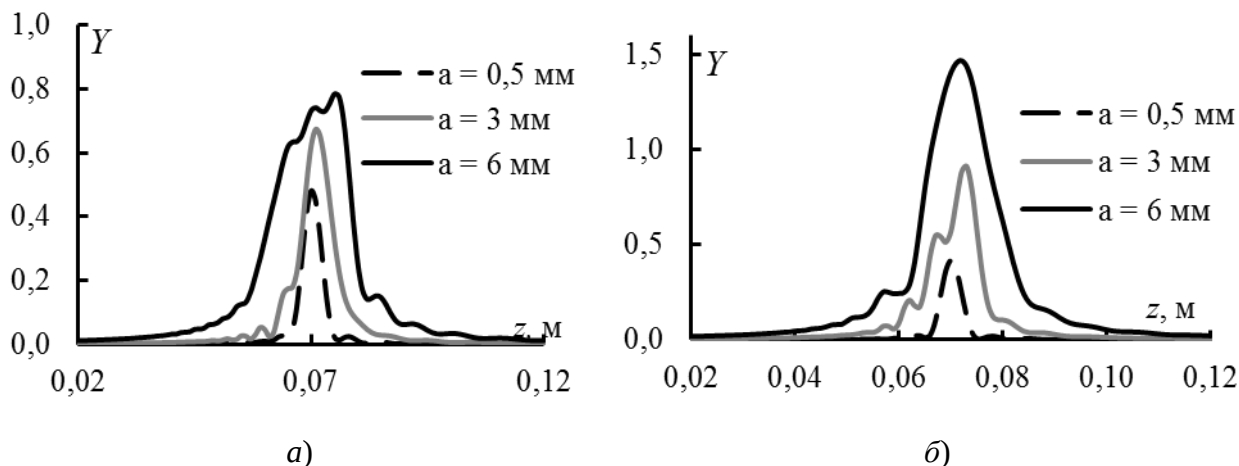


Рис. 3.3. Изменение нормированной радиационной силы Y вдоль оси распространения акустического пучка z для рассеивателей с радиусами $a = 0,5$ мм, 3 мм, 6 мм. а) рассеиватель U-30 б) рассеиватель COM

В случае широкого пучка, когда радиус рассеивателя $a = 0,5$ мм, максимальное значение силы для обоих рассеивателей достигается в фокусе. Здесь пучок однороден в области рассеивателя и поэтому близок по своей структуре к плоской волне. По мере увеличения размера рассеивателя точка достижения максимального значения силы начинает сдвигаться в сторону более широкой части пучка.

Чтобы выяснить, что при этом происходит в поперечном направлении относительно оси распространения, для рассеивателей с радиусом 3 мм были построены кривые изменения силы и ее компонент в фокальной плоскости (рис. 3.4). Для рассматриваемых рассеивателей радиационная сила становится ничтожно малой на расстоянии 5 мм от оси излучателя (в фокальной плоскости).

При этом в зависимости от материала рассеивателя изменения в поперечном направлении могут носить различный характер. Так, для U-30 рассеивателя (рис. 3.4 а) происходит плавный спад силы в поперечном направлении.

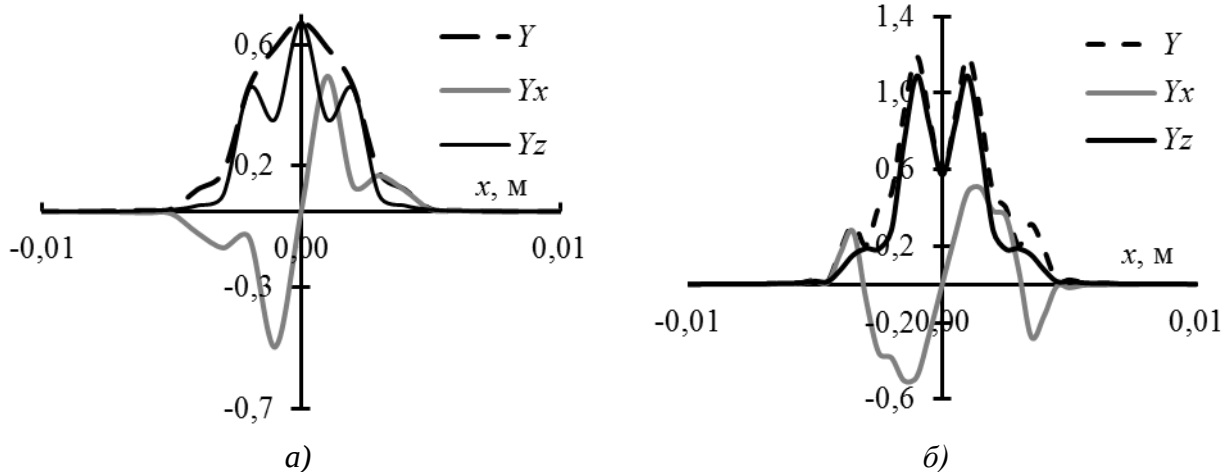


Рис. 3.4. Изменение нормированной радиационной силы Y , а также компонент силы Y_x и Y_z в фокальной плоскости $z = z_f$ вдоль поперечной координаты x . а) Рассеиватель U-30, $a = 3$ мм; б) рассеиватель COM, $a = 3$ мм

В случае COM рассеивателя (рис. 3.4 б) в поперечном направлении возникают дополнительные максимумы на расстоянии 1 мм от оси излучателя, что соответствует случаю, когда узкий пучок проходит, касаясь боковой части рассеивателя. Более того, величина этой силы ($Y = 1,2$) превышает максимально возможную силу на оси ($Y = 0,88$, рис. 3.4 б) на 40%.

На рис. 3.5 представлены двумерные распределения силы и ее поперечной компоненты для COM рассеивателя с радиусом $a = 3$ мм в плоскости XZ , которая вследствие осесимметричности пучка аналогична плоскости YZ .

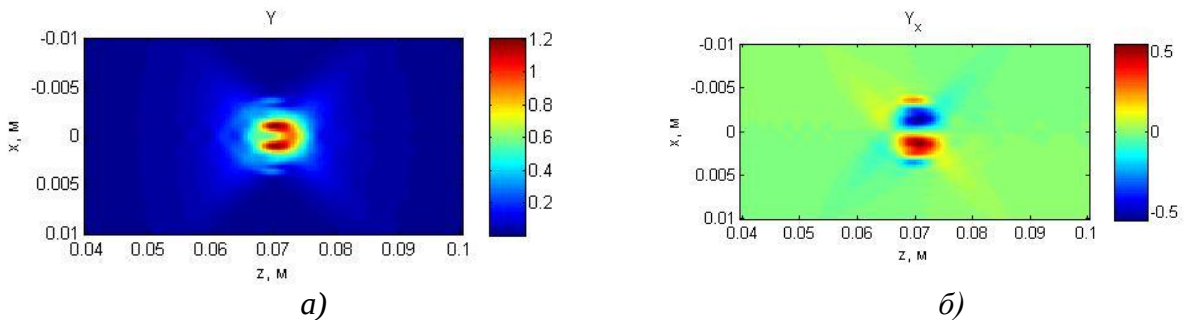


Рис. 3.5 Двумерное распределение радиационной силы Y (а) и ее поперечной компоненты Y_x (б) в плоскости XZ для рассеивателя COM с радиусом $a = 3$ мм

Максимальное значение силы для рассматриваемого излучателя на частоте 1,072 МГц достигается в фокальной области, но не на оси. Более того, в фокальной плоскости боковая компонента силы Y_x при небольшом сдвиге с оси излучателя направлена от оси, выталкивая рассеиватель. Но если сдвинуться еще на некоторое расстояние, то направление воздействия боковой компоненты силы изменяется на противоположное, толкая рассеиватель к оси излучателя.

В § 3.3 будет описано экспериментальное исследование радиационной силы в поле фокусированного пучка. Материалом рассеивателя выбран нейлон, диаметр рассеивателя $d = 6$ мм. В первом приближении поле излучателя можно считать поршневым, для которого распределение давления рассчитывалось выше (рис 3.2). Соответствующее двумерное распределение радиационной силы, действующий на рассеиватель, представлено на рис. 3.6 а.

На оси максимум силы Y (рис. 3.6 в) достигается перед фокусом и за фокусом ($z = 64$ мм и $z = 73$ мм). При этом абсолютный максимум силы ($Y = 0,86$) достигается в фокальной плоскости на расстоянии 1.6 мм от оси излучателя (рис. 3.6 б) и на 26% превышает максимально достижимое значение на оси ($Y = 0,68$). Нейлоновый рассеиватель в силу нетривиального изменения силы вдоль оси и в поперечном направлении интересен для экспериментального исследования.

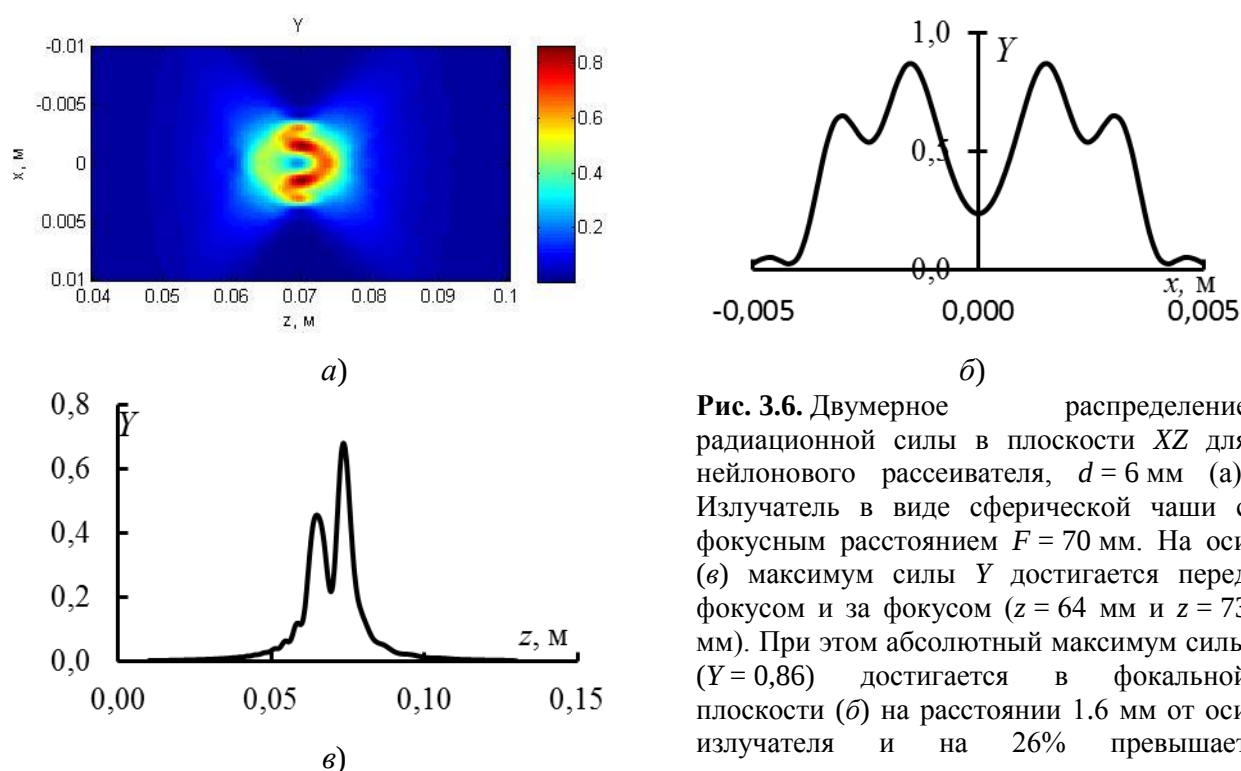


Рис. 3.6. Двумерное распределение радиационной силы в плоскости XZ для нейлонового рассеивателя, $d = 6$ мм (а). Излучатель в виде сферической чаши с фокусным расстоянием $F = 70$ мм. На оси (в) максимум силы Y достигается перед фокусом и за фокусом ($z = 64$ мм и $z = 73$ мм). При этом абсолютный максимум силы ($Y = 0,86$) достигается в фокальной плоскости (б) на расстоянии 1.6 мм от оси излучателя и на 26% превышает максимально достижимое значение на оси ($Y=0,68$)

Однако для сравнения экспериментальных и численных результатов предположение о поршневом характере источника справедливо лишь приближенно. Реальная структура поля все же отличается от поля идеально колеблющегося поршня, в связи с чем необходимо проводить численные расчеты с учетом истинной структуры пучка. Подробнее об этом будет рассказано в следующем параграфе.

§ 3.2 Экспериментальное применение метода

3.2.1 Экспериментальная установка

Для измерения радиационной силы, действующей на упругий рассеиватель в воде, была разработана экспериментальная установка, схема и фотография которой представлены на рис. 3.7.

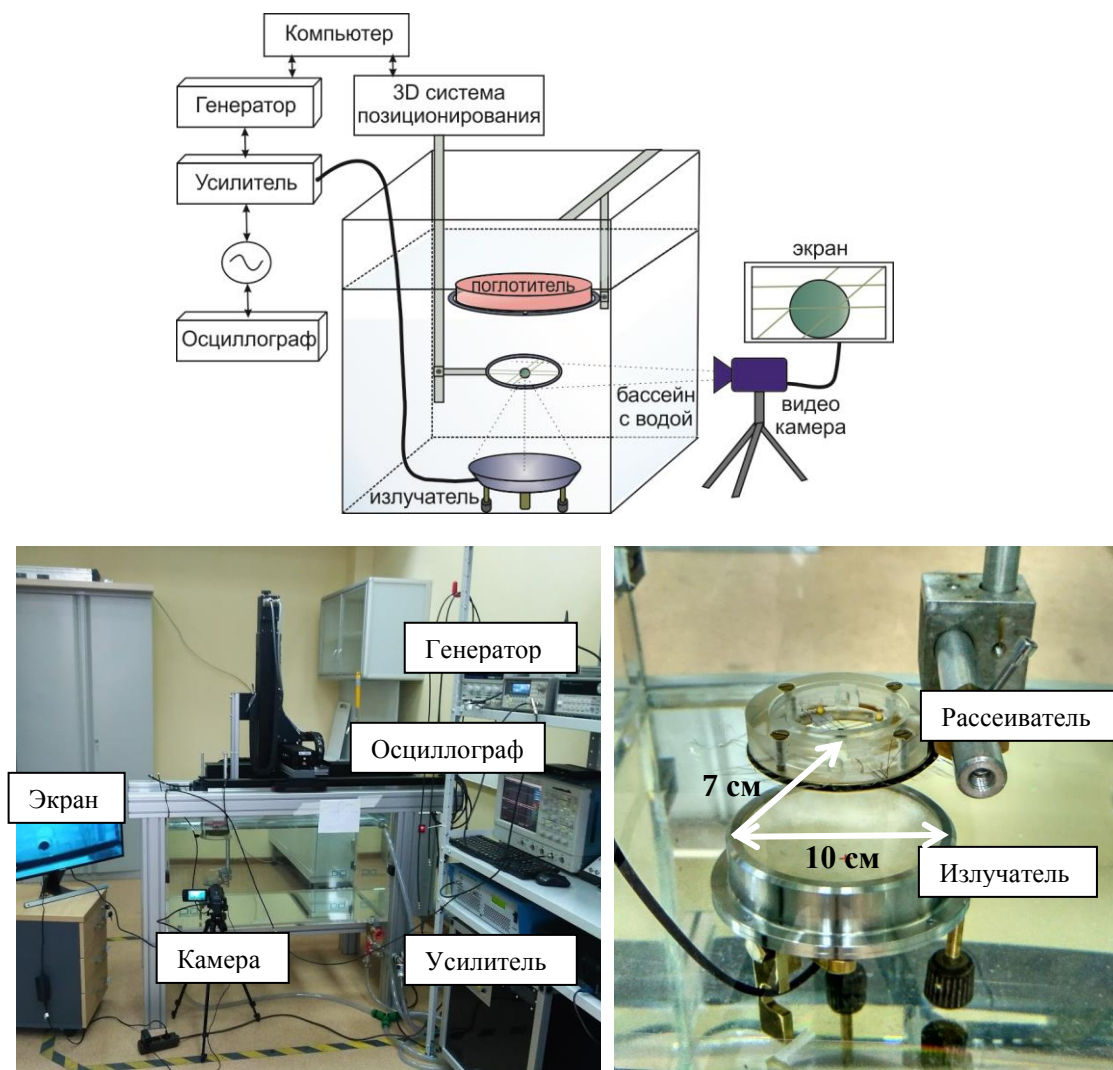


Рис. 3.7 Экспериментальная установка, созданная для измерений акустической радиационной силы. Схема и фото

В бассейн, заполненный дегазированной водой (система дегазации Precision Acoustics LTD Water Treatment System), на дно устанавливался одноэлементный фокусированный излучатель. Он представлял собой сферическую пьезокерамическую чашу (рис. 3.7) с радиусом апертуры $r = 5$ см и фокусным расстоянием $F = 70$ мм. Резонансная частота $f = 1,072$ МГц. Излучатель располагался на трех опорах («ножках»), высоту которых можно было менять. Изменение высоты ножек позволяло выставлять

излучатель по уровню так, чтобы ось излучателя была направлена вертикально вверх. Сигнал на излучатель подавался с генератора (Agilent 33250A) напрямую или через усилитель (ENI RF Power Amplifier), если в этом была необходимость. Для рассматриваемого излучателя коэффициент усиления по амплитуде сигнала с генератора был равен $k = 198,4$.

Упругий сферический рассеиватель, расположенный в специальной ловушке, размещался на оси излучателя так, чтобы плоскость ловушки была параллельна плоскости излучателя.

Перемещение ловушки происходило с помощью системы позиционирования (Precision Acoustics LTD) с точностью перемещения 0.01 мм. Система позиционирования управлялась посредством программного комплекса. У поверхности воды, над излучателем и ловушкой располагался поглотитель цилиндрической формы (рис. 3.8) диаметром $d = 10$ см и высотой $h = 3,5$ см.

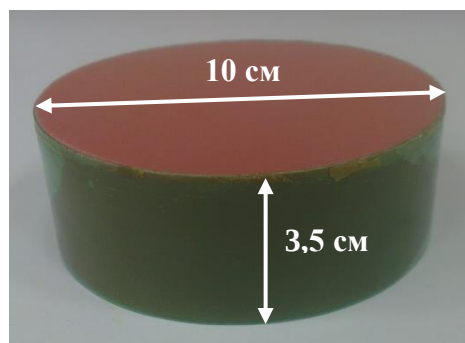


Рис. 3.8. Резиновый поглотитель, используемый в эксперименте

Контроль за излучаемыми сигналами осуществлялся посредством осциллографа Tektronix TDS5034B. В процессе измерения использовались два режима работы генератора:

- 1) При первоначальном наведении рассеивателя на фокус акустического пучка использовался импульсный режим: 30 циклов гармонического импульса с частотой следования $f_{\text{повт}} = 100$ Гц и амплитудой сигнала $V_{\text{pp}} = 10$ В. Усилитель не использовался.
- 2) При измерениях радиационной силы использовался непрерывный гармонический режим излучения. Сигнал с генератора подавался на усилитель и лишь затем на излучатель. Амплитуды излучаемых с генератора сигналов находились в пределах $V_{\text{pp}} = (20 - 1000)$ мВ, что соответствовало $V_{\text{pp}} = (3 - 200)$ В на излучателе.

Смещение рассеивателя под действием радиационной силы регистрировалось с помощью видеокамеры, наведенной на шарик. Увеличенное изображение шарика выводилось на подсоединенный к камере компьютерный монитор.

3.2.2 Система локализации сферического рассеивателя

Система, в которой располагался исследуемый сферический рассеиватель, представляла собой трехуровневую ловушку из туго натянутых рыболовных лесок (рис. 3.9). Лески располагались внутри оргстеклянного кольца. Каждый уровень представлял собой две перпендикулярные друг другу пары параллельных лесок, расположенных в одной горизонтальной плоскости. В области пересечения лески образовывали квадрат, размер стороны которого определялся расстоянием между параллельно натянутыми лесками. На самом нижнем уровне использовались лески диаметром 0,2 мм, причем сторона соответствующего квадрата была меньше диаметра исследуемого шарика, что делало этот квадрат устойчивой опорой для установки рассеивателя в положении равновесия, когда на него не действовала радиационная сила. Второй уровень лесок (они имели диаметр 0,08 мм) располагался выше нижнего уровня на расстоянии немного меньше половины диаметра шарика. При этом зазор между параллельными лесками выбирался больше диаметра шарика – так, чтобы соответствующий квадрат из лесок служил ограничителем против скатывания шарика вбок, но не касался шарика в процессе его перемещения. Верхний уровень лесок (диаметр лесок был также равен 0,08 мм) был натянут так, чтобы соответствующий квадрат располагался несколько выше верхнего края шарика и имел сторону меньше диаметра шарика. Тем самым создавался верхний ограничитель, в который упирался рассеиватель при воздействии на него радиационной силы пучка. Снизу под описанной ловушкой горизонтально натягивалась тонкая (толщиной менее 30 мкм) звукопрозрачная полиэтиленовая пленка, которая устраняла влияние на рассеиватель возникающих гидродинамических потоков жидкости. На боковой поверхности кольцевого корпуса ловушки были сделаны два круглых отверстия, выполняющих роль окон для наблюдения за движением шарика.

3.2.3 Наведение рассеивателя на фокус поля фокусированного излучателя

При измерениях радиационной силы, в первую очередь, необходимо расположить рассеиватель в фокусе акустического пучка. Для исследуемого излучателя на частоте $f = 1,072$ МГц, ширина и длина фокальной области, определенных по ближайшим к фокусу нулям интенсивности, составляют соответственно $r_0 = 1,2$ мм и $l = 10$ мм. Для наиболее точного наведения на фокус использовалась система позиционирования. Последовательность измерений состояла из нескольких шагов.

Шаг 1: ловушка с рассеивателем вручную перемещалась так, чтобы она оказалась примерно на оси излучателя на расстоянии $F = 7$ см.

Шаг 2: излучатель, работающий в описанном в п. 3.2.1 режиме (1), посылал зондирующие импульсы, которые отражались от исследуемого шарика и порождали эхо-сигналы, принимаемые тем же преобразователем. Выставляя на осциллографе начало развертки, соответствующее времени задержки отраженного сигнала $t = 95$ мкс, на экране осциллографа регистрировался эхо-импульс.

Шаг 3: запускалась программа, управляющая системой позиционирования, и проводилось сканирование поля в горизонтальной плоскости с заданным шагом. При этом в каждой точке поля программа считывала с экрана осциллографа амплитуду отраженного сигнала и строила цветное поле распределения амплитуды отраженного сигнала в заданной плоскости. Сканирование производилось 2–3 раза в поперечной оси распространения плоскости, сначала с более крупным шагом для поиска оси пучка, потом с более мелким шагом для уточнения положения фокуса. На рис. 3.10 показаны результаты сканирования с шагом 1 мм (рис. 3.10 а) и с более мелким шагом 0,25 мм (рис. 3.10 б). Тем самым наведение на ось оказывается наиболее точным. Затем аналогичным образом происходит сканирование вдоль оси распространения.

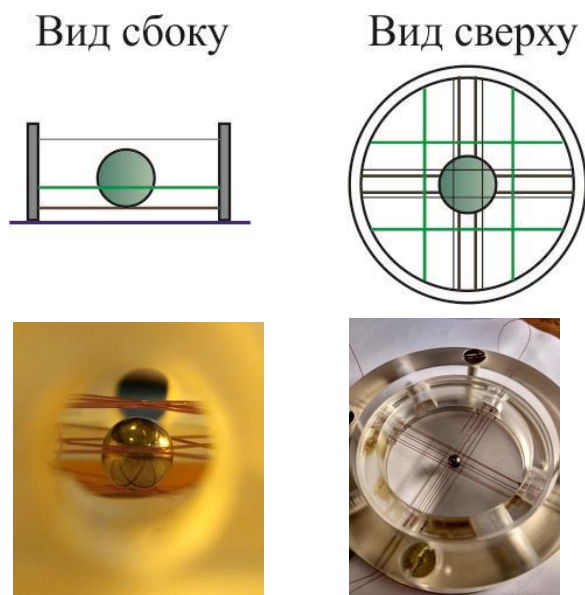


Рис. 3.9. Система крепления рассеивателя в акустическом поле, состоящая из 3-х уровней параллельно натянутых лесок

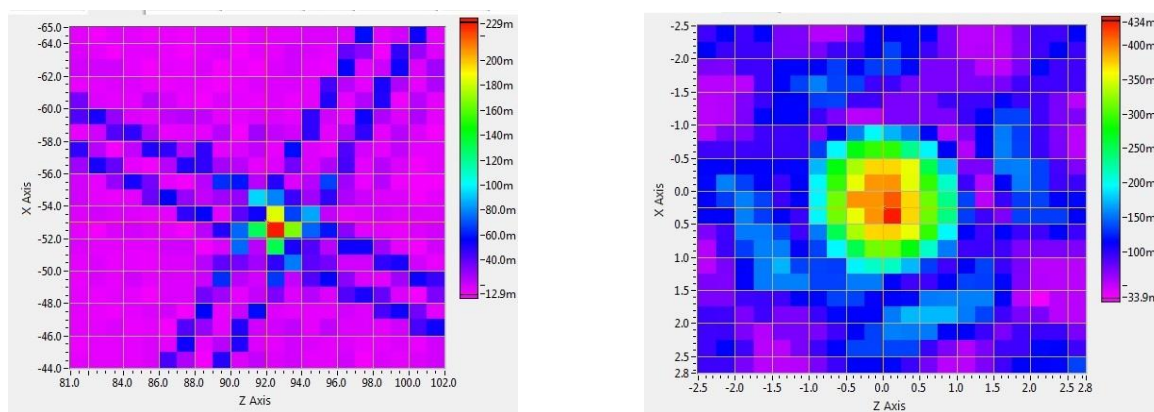


Рис. 3.10. Отражение короткого импульса от рассеивателя в плоскости 40×40 мм с шагом 1 мм (слева) и 5×5 мм с шагом 0,25 мм (справа)

Характерное поле распределения амплитуды отраженного сигнала в фокальной плоскости приведено на рис. 3.10. для рассеивателя с диаметром $d = 6$ мм. Отметим, что описанная процедура поиска сканирования отраженного поля достаточно чувствительна. Как видно, наряду с сильным отражением от шарика, достаточно четко проявляется отражение импульса от нижних лесок. Отметим, что уровень отражённых от лесок сигналов намного ниже уровня сигнала, отраженного от исследуемого шарика, что подтверждает малое влияние лесок на акустическое поле.

3.2.1 Методика проведения измерений

Измерения радиационной силы проводились как вдоль оси акустического пучка, так и в поперечном направлении. На излучатель подавался сигнал на резонансной частоте в режиме непрерывной гармонической волны с генератора через усилитель. В каждой точке оси проводилось от 3 до 5 измерений, полученные результаты усреднялись. Одно измерение состояло из следующих этапов (рис. 3.11).

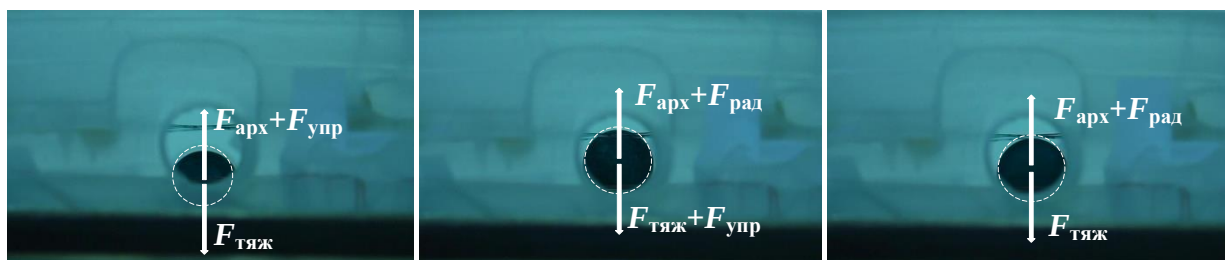


Рис. 3.11. Этапы проведения измерений пороговых значений входной амплитуды излучателя для измерения удельной величины радиационной силы

- 1) Рассеиватель покоится на нижних лесках. В этом случае на него действуют три силы: сила тяжести $F_{тяж}$, сила Архимеда $F_{арх}$ и сила реакции опоры со стороны нижних лесок $F_{упр}$. При этом справедливо следующее: $F_{тяж} = F_{арх} + F_{упр}$.
- 2) На излучатель с генератора подается напряжение такой амплитуды V_0 , чтобы рассеиватель уверенно переместился в верхнюю ловушку. При этом справедливо соотношение $F_{тяж} + F_{упр} = F_{арх} + F_{рад}$, $F_{упр}$ – сила, действующая со стороны верхних лесок, $F_{рад}$ – радиационная сила, действующая на рассеиватель со стороны акустического пучка. Если измерения происходят строго на оси, то $F_{рад} = F_{z,рад}$.
- 3) Плавно уменьшая амплитуду сигнала, подаваемого с генератора (по 1 мВ на фоне 20 – 1000 мВ), фиксировалась амплитуда $V^* < V_0$, когда рассеиватель начинал скатываться из своего верхнего положения и «зависал» между нижним и верхним уровнями лесок. В таком положении сила реакции опоры исчезает, и

справедливым становится соотношение $F_{\text{тяж}} = F_{\text{арх}} + F_{\text{рад}}$. Отсюда получается $F_{\text{рад}} = gV(\rho_s - \rho_w)$, где $g = 9,806 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения, V – объем рассеивателя, ρ_s, ρ_w – плотность рассеивателя и воды соответственно, $F_{\text{рад}}$ – радиационная сила, необходимая для уравнивания силы тяжести и силы Архимеда. В каждой точке поля она неизменна и зависит от характеристик рассеивателя и жидкости. Меняется же амплитуда сигнала V^* на генераторе, необходимая для достижения в заданной точке поля величины $F_{\text{рад}}$.

- 4) В каждой точке поля на оси проводилось по 3 – 5 измерения величины V^* . Измерения вдоль оси проводились с шагом по z от 0,2 мм до 0,5 мм в зависимости от области оси. В районе фокуса измерения велись с шагом 0,2 мм, за фокусом и в предфокальной области с шагом 0,5 мм.
- 5) В поперечных направлениях измерения проводились с шагом 0,25 мм до тех пор, пока боковая компонента радиационной силы была еще недостаточно велика и позволяла рассеивателю захватываться ловушкой из верхних лесок.
- 6) Измеренные пороговые значения амплитуды V^* использовались для определения соответствующей акустической мощности пучка $W_{\text{ак}}$, и расчета удельной величины радиационной силы $cF_{\text{рад}}/W_{\text{ак}}$ в зависимости от расположения рассеивателя в поле излучателя.

В каждой точке поля разброс значений V^* при проведении серии измерений не превышал 10%. Для каждого рассеивателя проводилось несколько измерений в разные дни для проверки повторяемости эксперимента.

§ 3.3 *Обработка экспериментальных данных*

3.3.1 *Рассеиватели. Определение плотности и диаметра*

Эксперименты по измерению радиационной силы проводились для рассеивателей из нейлона (полиамид 6.6), стекла (натриево-кальциево-силикатное стекло с химическим составом $\text{SiO}_2(67\%)\text{-Na}_2\text{O}(16\%)\text{-CaO}(7\%)\text{-Al}_2\text{O}_3(5\%)\text{-B}_2\text{O}_3(3\%)\text{-MgO}(2\%)$) и нержавеющей стали (марка 95х18-Ш). Диаметры рассеивателей составляла 2 – 8 мм.

Для расчета как теоретических значений радиационной силы, так и экспериментальных необходимо знать радиус рассеивателя, его плотность и скорость распространения в нем продольных и сдвиговых акустических волн, характеризующих его упругие свойства.

Определение диаметра рассеивателей проводилось микрометром с точностью измерения $\Delta d = 0,01$ мм. Масса рассеивателя определялась на электронных весах ACCILAB VI-3mg с точностью измерения $\Delta m = 0,001$ г. Тогда соответствующая плотность

рассеивателя $\rho_s = \frac{6m}{\pi d^3}$ определялась с точностью $\Delta \rho_s = \frac{6m}{\pi d^3} \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta d}{d}\right)^2}$. Так, к примеру, для нейлонового рассеивателя: $m = (0,124 \pm 0,001)$ г, $d = (5,95 \pm 0,01)$ мм и соответственно $\rho_s = (1124 \pm 11)$ кг/м³.

Скорость продольных и поперечных волн в первом приближении бралась из табличных данных, предоставленным продавцом (<http://www.prom-shari.ru/>).

3.3.2 Голография фокусированного излучателя

Акустическое поле рассматриваемого фокусированного одноэлементного излучателя в первом приближении может быть рассчитано методом интеграла Рэлея, если предположить, что преобразователь колеблется как поршень, т.е. распределение нормальной компоненты колебательной скорости на поверхности преобразователя является равномерным. При этом на практике истинное распределение поля вдоль поверхности излучателя не является однородным, что приводит к отличию результатов измерений в «поршневом» приближении от истинных. Такие параметры как интенсивность в определенных точках, диаграмма направленности, положение фокуса, степень симметрии поля и другие, могут заметно отличаться от действительных, что приводит к ошибкам во многих приложениях, в том числе в определении величины радиационной силы в разных точках поля.

Полная излучаемая акустическая мощность также крайне важна для точных измерений радиационной силы. Обычно она рассчитывается измерением радиационной силы, действующей на протяженный поглотитель – методом «взвешивания» пучка [136, 137]. Для плоских поршневых излучателей радиационная сила F пропорциональна акустической мощности W и обратно пропорциональна скорости звука в жидкости c . В случае фокусированных излучателей необходим учет дополнительного коэффициента γ : $W = \gamma Fc$. Такой подход удобен и достаточно прост в исполнении, однако оказывается неточным, если поверхность излучателя колеблется не совсем как поршень.

Как уже упоминалось в п. 1.3.2, эффективным методом определения истинной структуры акустического поля является метод акустической голографии. Знание распределения поля позволяет точно рассчитывать как радиационную силу, действующую на рассеиватель в каждой точке поля, так и излучаемую акустическую мощность.

Сравнивая вычисленную из голограммы акустическую мощность, с результатами «взвешивания», с высокой точностью можно найти коэффициент γ . Обычно этот коэффициент принимает значение немного большее 1.

Недавно был предложен метод использования совместных измерений голограммы поля и методы «взвешивания» для калибровки гидрофона, которым производится снятие голограммы [111].

Акустической голограммой поля называют двумерное распределение комплексной амплитуды давления на некотором участке поверхности (обычно плоском), поперечном акустической оси излучателя z , на некотором расстоянии $z = z^*$. Здесь коротко будут представлены основные соотношения, позволяющие восстановить истинную структуру поля.

По известному угловому спектру $S(k_x, k_y)$ можно рассчитать все компоненты поля колебательной скорости v_x, v_y, v_z , соответствующее значение радиационной силы, действующей со стороны рассматриваемого пучка на протяженный поглотитель, и полную акустическую мощность пучка [111]:

$$F = \frac{1}{8\pi^2 \rho_w c^2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}\right) |S(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y, \quad (3.13)$$

$$W = \frac{1}{8\pi^2 \rho_w c} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}} |S(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y. \quad (3.14)$$

Двумерная голограмма поля измеряется гидрофоном, который дает значение электрического напряжения U , созданного под действием давления p в поле акустического пучка. Угловой спектр, рассчитанный по измеренному электрическому напряжению на выходе гидрофона, имеет вид:

$$S_u(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy U(x, y, z^*) e^{-ik_x x - ik_y y} = M \cdot S(k_x, k_y), \quad (3.15)$$

где $M = U/p$ – чувствительность гидрофона (которая, вообще говоря, неизвестна), $S(k_x, k_y)$ – угловой спектр акустического давления. Как видно из (3.13) и (3.14), величина $\gamma = W/Fc$ от чувствительности гидрофона не зависит и, тем самым, может быть найдена непосредственно из измеряемого по сигналу гидрофона углового спектра $S_u(k_x, k_y)$:

$$\gamma = \frac{\iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \sqrt{\left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}\right)} |S_u(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y}{\iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}\right) |S_u(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y}. \quad (3.16)$$

Для получения количественных данных о величине радиационной силы в поле исследуемого излучателя необходимо учитывать чувствительность гидрофона M , чтобы рассчитать угловой спектр давления $S(k_x, k_y) = \frac{1}{M} S_u(k_x, k_y)$. Величина M , согласно [111] может быть рассчитана комбинацией данных голографии и результатов «взвешивания» пучка:

$$|M| = \sqrt{\frac{1}{8\pi^2 \rho_w c^2 F} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}\right) |S_u(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y}, \quad (3.17)$$

где F – радиационная сила, оказываемая пучком на протяженный поглотитель.

Для исследуемого пьезокерамического фокусированного излучателя с центральной частотой $f = 1,072$ МГц, фокусным расстоянием $F = 70$ мм и радиусом апертуры 50 мм, были записаны данные акустической голограммы на расстоянии $z^* = 55$ мм от центра излучателя в сетке 121×121 точек с шагом 0,5 мм. При этом амплитуда напряжения на излучателе была равна $V_{pp} = 4,37$ В.

Измерения голограммы проводились игольчатым гидрофоном ONDA HNA 0400 (рис. 3.12).

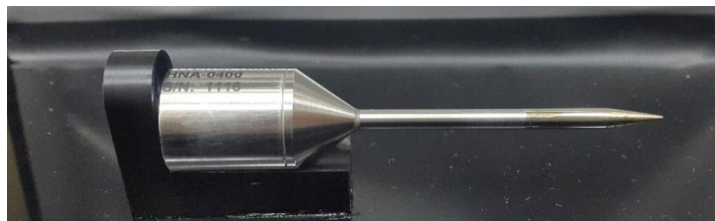
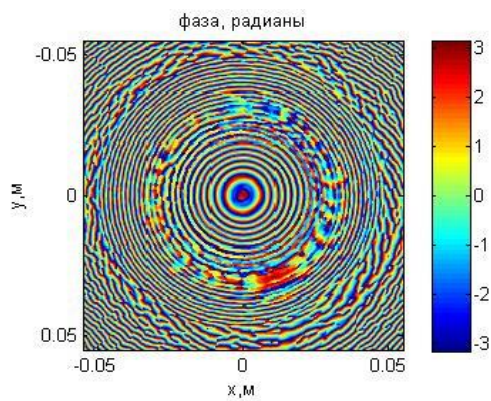
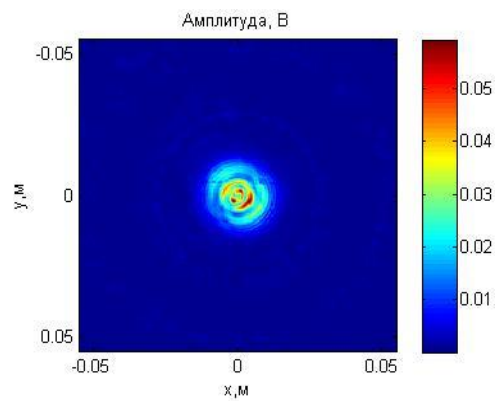


Рис. 3.12. Игольчатый гидрофон ONDA HNA 0400

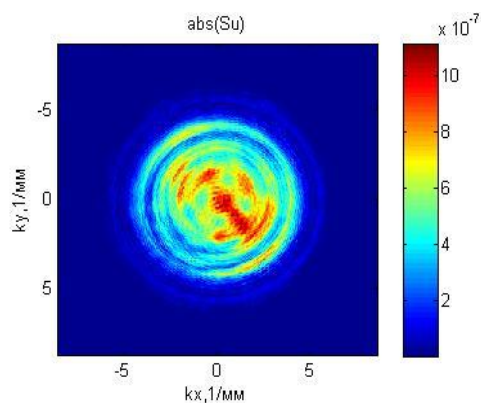
Измеренная гидрофоном фаза (а) и амплитуда поля (б) представлены на рис. 3.13.



а)



б)



в)

Рис. 3.13. Данные измерений акустической голограммы на расстоянии $z^* = 55$ мм от центра излучателя. а) фаза сигнала; б) амплитуда сигнала; в) амплитуда углового спектра пучка, полученного из измеренного электрического сигнала гидрофона $|S_u(k_x, k_y)|$

Соответствующий угловой спектр $S_u(k_x, k_y)$, рассчитанный согласно (3.17) представлен на рис. 3.13 в.

Поправочный коэффициент в соотношении $W = Fc \cdot \gamma$, рассчитанный согласно (3.16), оказался равным $\gamma = 1,215$.

Как упоминалось выше, на основе комбинированных измерений можно также рассчитать чувствительность гидрофона M . Эксперименты с взвешиванием акустического пучка проводились с использованием специального поглотителя (НАМ А Absorber, Precision Acoustics LTD, UK, толщина 14 мм), который был расположен на прецизионных весах (Precisa 310C).

Схема эксперимента с взвешиванием пучка показана на рис. 3.14. Результаты взвешивания рассчитываются автоматически программным пакетом, написанным в среде LabView. Программа считывает данные весов до включения генератора и после включения, вычисляя разницу Δm и соответствующее значение радиационной силы $F = \Delta m \cdot g$. При длительном воздействии ультразвукового пучка на поглотитель, он вследствие нагрева расширяется. В результате возникающая дополнительная сила Архимеда вносит ошибку в точность измерение массы.

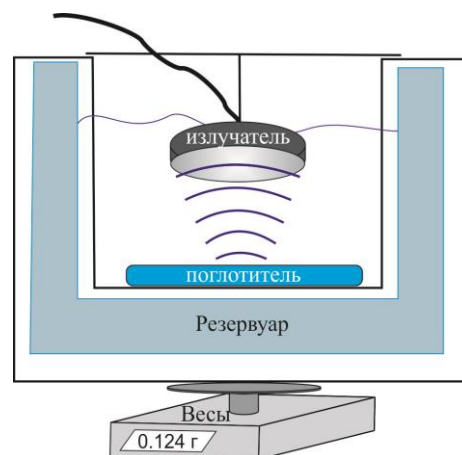


Рис. 3.14. Схема эксперимента по взвешиванию акустического пучка фокусированного источника.

Чтобы избежать некорректных показаний на весах, между двумя последовательными измерениями некоторое время излучатель не работал, давая возможность поглотителю остыть. Полученные в результате взвешивания пучка значения силы F использовались для расчета чувствительности гидрофона согласно (3.17). Соответствующее значение составило $M = 0,965$ В/МПа без предусилителя, а с учетом предусилителя $M = 0,745$ В/МПа. Согласно паспортным данным, чувствительность гидрофона на частоте $f = 1,072$ МГц составляет $M = 0,75$ В/МПа. По паспортным данным чувствительность гидрофона на частоте $f = 1,075$ МГц имеет практически такое же значение, $M = 0,745$ В/МПа.

Полученные в результате записи акустической голограммы данные с последующей их обработкой позволили восстановить истинную структуру поля. На рис. 3.15 представлено распределение поля давления в плоскости XZ вдоль оси излучения, распределение в фокальной плоскости XY ($z = 70$ мм) и распределение в поперечной плоскости XY на расстоянии $z = 90$ мм от излучателя.

Согласно рис. 3. 15, поле исследуемого излучателя не является идеально осесимметричным. Радиус фокальной перетяжки $r \approx 1,25$ мм, а его длина $l \approx 10$ мм, если считать по спаду интенсивности в 2 раза, что близко соотносится с оценочными данными размеров перетяжки, полученными из поршневого приближения.

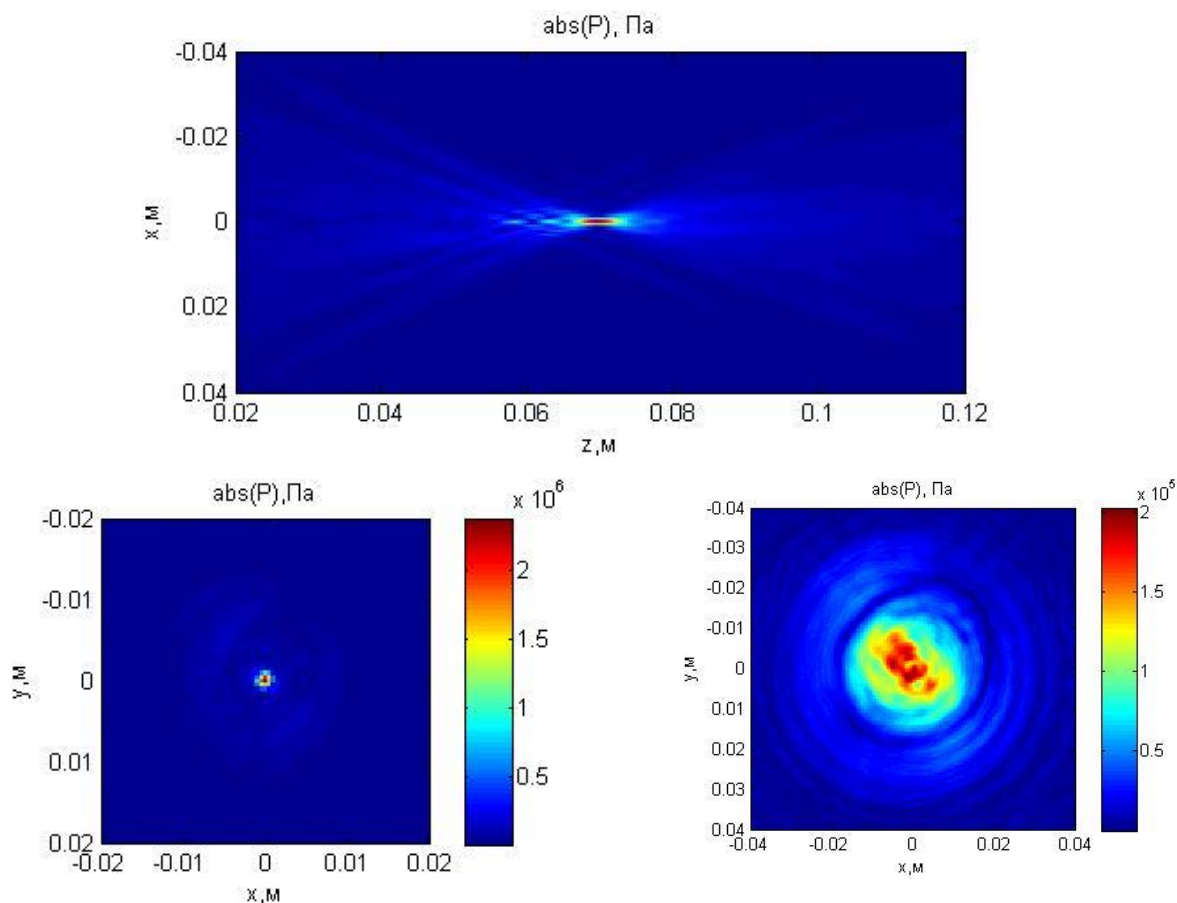


Рис. 3. 15. Восстановленное распределение поля давления в плоскости распространения пучка XZ (верхний рисунок), в фокальной плоскости XY (слева) и на расстоянии $z = 20$ мм от фокуса (справа)

3.3.3 Калибровка акустической мощности

При исследовании зависимости радиационной силы от каких-либо параметров обычно пользуются понятием удельной радиационной силы $Y = \frac{F \cdot c}{W}$.

Соответственно, важно знать, как соотносятся подаваемая на излучатель амплитуда электрического сигнала и соответствующая акустическая мощность. Выше был рассчитан поправочный коэффициент γ . Зависимость акустической мощности от напряжения на излучателе должна быть квадратичной, т.е. от квадрата напряжения – линейной. Результаты расчета с учетом поправочного коэффициента γ представлены на рис. 3. 16. Зависимость $W(V^2)$

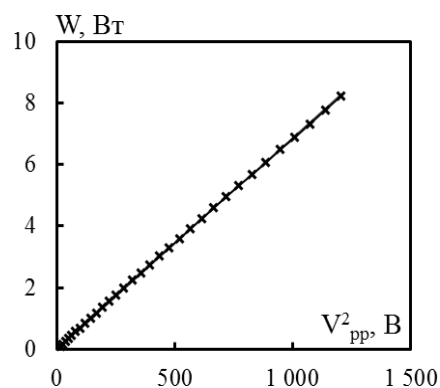


Рис. 3.16. Калибровка кривая зависимости акустической мощности от квадрата напряжения на излучателе. $W = kV^2$

аппроксимируется линейной зависимостью $W = 6,87 \cdot 10^{-3} V_{pp}^2$ с коэффициентом достоверности аппроксимации $R^2=0,999$. Если при этом измерить соответствующую электрическую мощность, то окажется, что $W_{ак} \approx 0,85 \cdot W_{эл}$, т.е. эффективность преобразования электрической мощности в акустическую в использованном пьезокерамическом преобразователе составляет 85%.

§ 3.4 Результаты измерений радиационной силы

3.4.1 Кривые изменения силы с учетом известной структуры поля

Поршневое приближение, для которого была получена картина распределения силы, действующей на нейлоновый рассеиватель с радиусом 3 мм (рис. 3.6), неприменимо к исследуемому излучателю. Угловой спектр, полученный из результатов голографии, позволяет рассчитать величину силы с большей точностью. В силу несимметричности акустического пучка, компоненты радиационной силы вдоль осей x и y могут существенно отличаться.

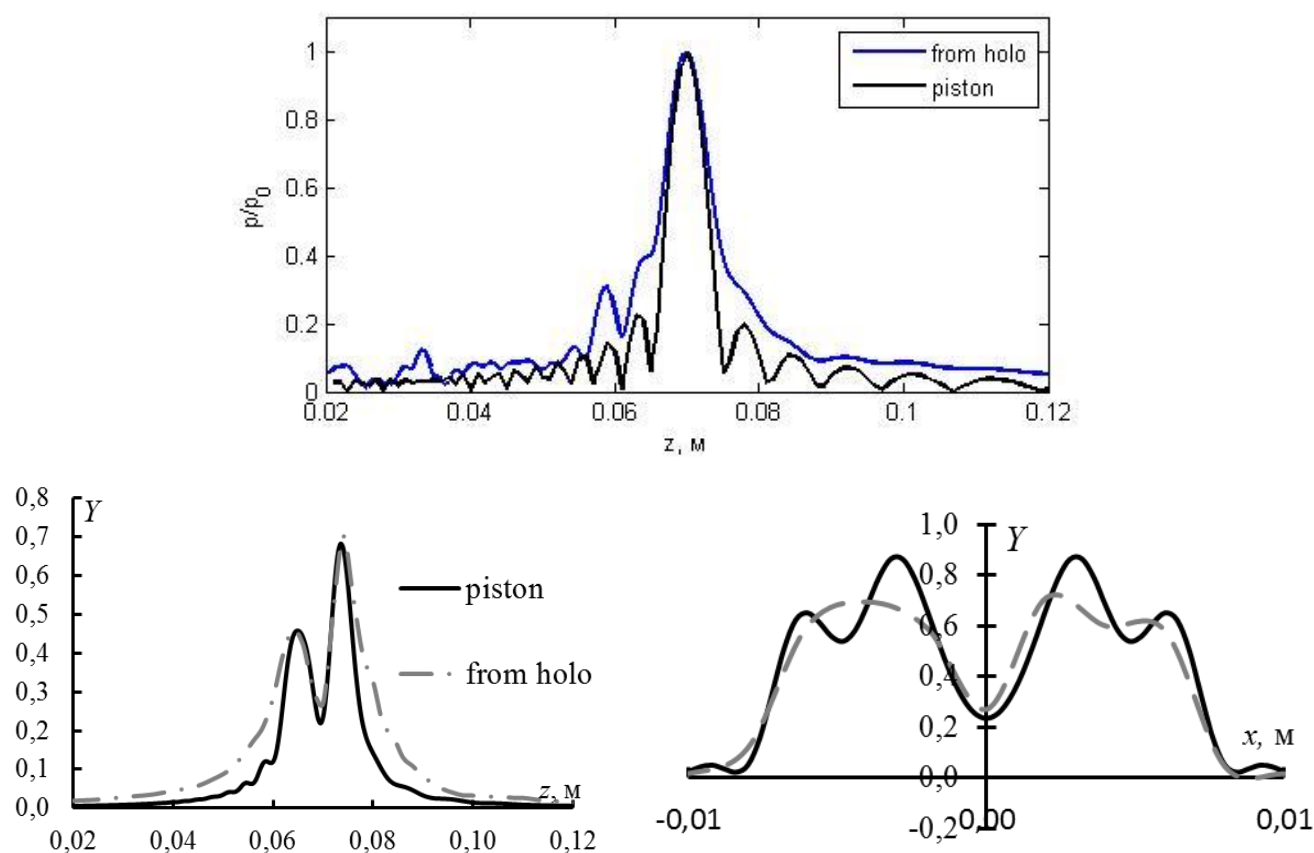


Рис. 3.17. Нормированное распределение давления вдоль оси излучателя, рассчитанное из голограммы и в поршневом приближении (сверху). Радиационная сила на оси (слева) и в поперечном направлении (справа) в случае поршневого приближения и рассчитанная из голограммы

Кривые изменения радиационной силы вдоль оси и одной из поперечных координат и соответствующие кривые, полученные в поршневом приближении, показаны на рис. 3.17. Видно, что несмотря на внешнюю похожесть, кривые заметно отличаются. Это еще раз указывает на важность использования голограммы для точного описания радиационной силы.

3.4.2 Измерения на оси излучателя

Эксперимент был проведен для сферического рассеивателя диаметром $d = 5,95$ мм и плотностью $\rho_s = (1124 \pm 11)$ кг/м³. Измерения проводились с перерывами в течение несколько дней, как на оси излучателя, так и поперек на расстоянии $z = 1$ см от фокуса.

Искомая радиационная сила равна разности силы тяжести и силы Архимеда $F_{\text{рад}} = gV(\rho_s - \rho_w) = 106,88$ мкН, где $\rho_w = 1000$ кг/м³ – плотность воды. В каждой точке поля измерялось пороговое значение подаваемого на излучатель напряжения $V_{\text{пр}}$, согласно описанной выше методике, затем рассчитывалась соответствующая ей акустическая мощность W и, наконец, определялась величина $Y = \frac{F_{\text{рад}} \cdot c}{W}$ где $c = 1485$ м/с – скорость звука в воде. Полученные точки наносились на кривую, построенную на основе теоретических соотношений (3.7 – 3.9), в которых в качестве углового спектра $S(k_x, k_y)$ брался спектр, полученный в результате голографии. Данные, полученные в ходе двух дней экспериментов с нейлоновым сферическим рассеивателем, представлены на рис. 3.18.

Результаты экспериментов, проведенные в разные дни, в пределах погрешности согласуются между собой. Можно говорить о повторяемости измерений, погрешность которых в среднем составила 15 % в каждой экспериментальной точке. Значения в постфокальной области хорошо согласуются и с результатами численного моделирования на оси излучателя. В районе фокуса измерения велись с шагом 0,2 мм, и было замечено появление осцилляций силы с размахом по амплитуде примерно в 20%. Предполагалось, что наличие осцилляций связано с возникновением стоячих волн между рассеивателем и поверхностью излучателя. В области за фокусом и перед фокусом на расстоянии около 10 мм влияние стоячих волн уже не так существенно.

Аналогичные измерения радиационной силы вдоль оси исследуемого излучателя проводились для нейлонового и стеклянных рассеивателей радиусом $r = 2$ мм (рис. 3.19). Экспериментальные результаты хорошо согласуются с численными расчетами

как за фокусом, так перед ним. При этом в области фокуса, как и в случае нейлонового рассеивателя с $r = 3$ мм, возникают осцилляции.

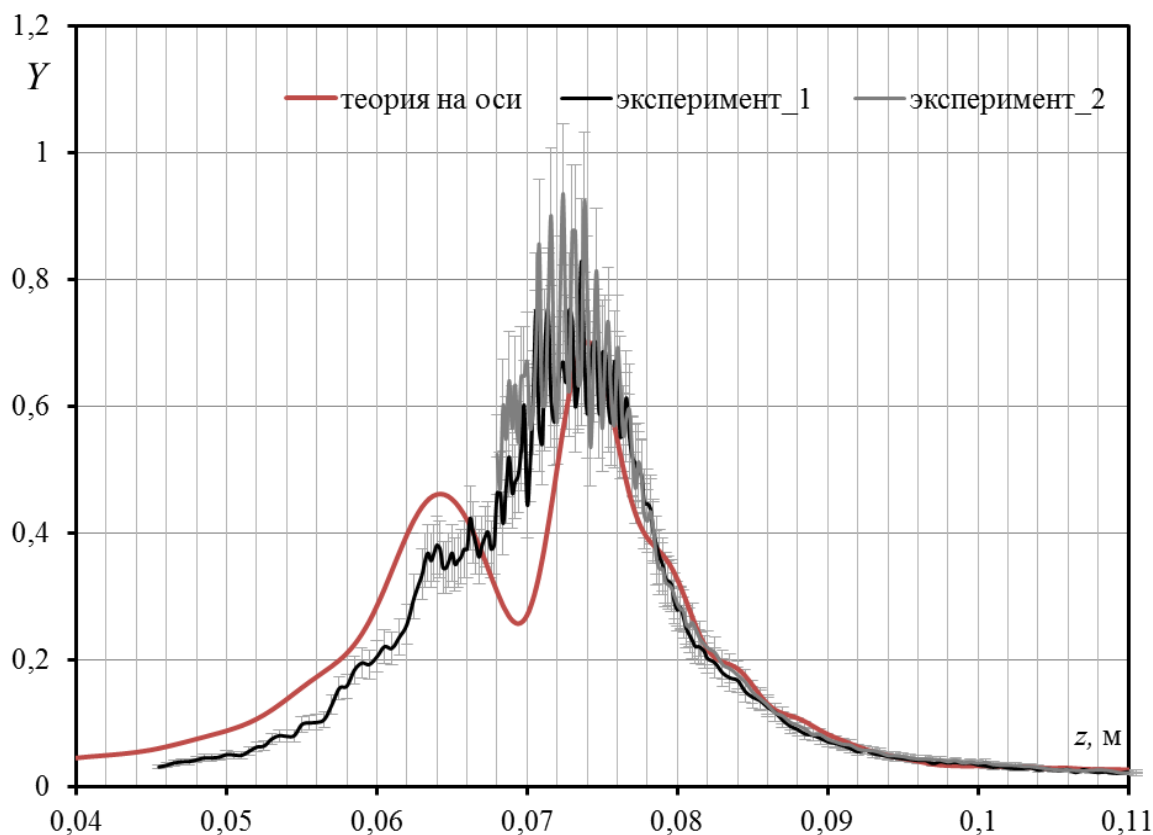


Рис. 3.18. Экспериментальные и теоретическая кривая зависимости нормированной радиационной силы от положения на оси излучателя

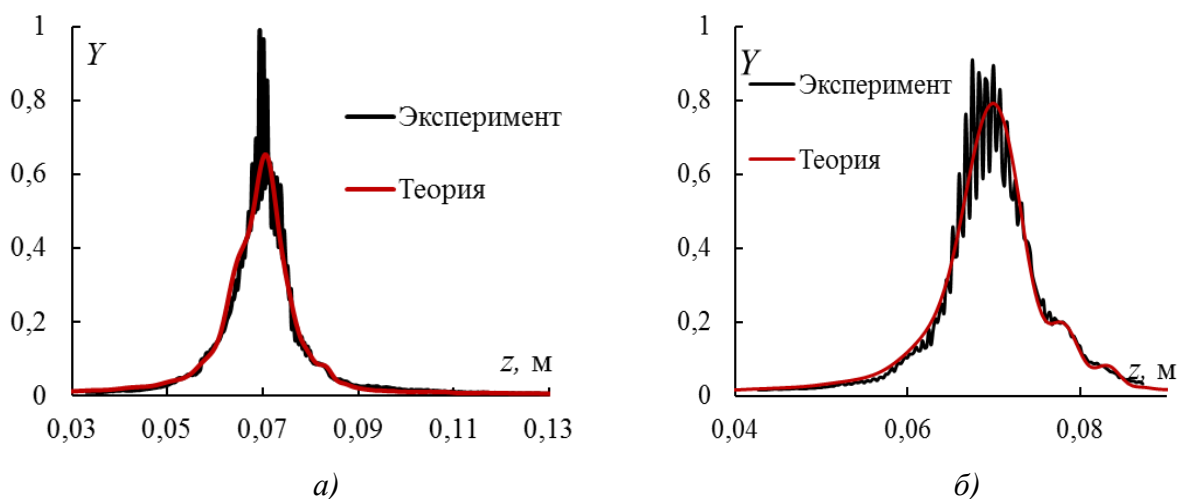


Рис. 3.19. Экспериментальная и теоретическая кривая зависимости нормированной радиационной силы от положения на оси излучателя для а) нейлонового рассеивателя: $r=2$ мм, $\rho=1125$ кг/м³, $c_l=2620$ м/с, $c_t=1080$ м/с б) стеклянного рассеивателя $r=2$ мм, $\rho=2500$ кг/м³, $c_l=5920$ м/с, $c_t=3420$ м/с

Рассмотрим более детально область фокуса (рис. 3.20). Осцилляции силы имеют период равный 0,75 мм, что соответствует половине длины волны излучаемого

гармонического сигнала на частоте $f = 1,072$ МГц, т.е. осциллирующие изменения силы происходят каждые полдлины волны, что подтверждает предположение о влиянии стоячих волн.

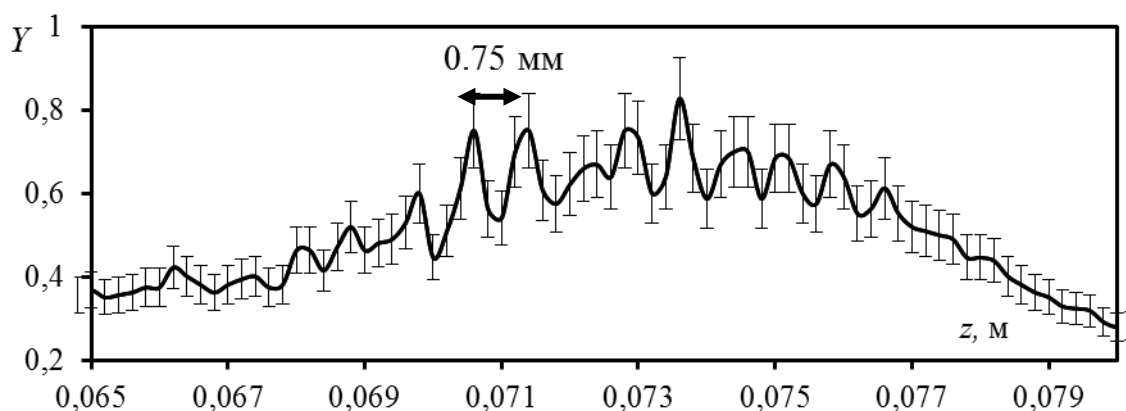


Рис. 3. 20. Осцилляции экспериментальных данных в интервале $F \pm 10$ мм. Размах по амплитуде составляет около 20%

Для подавления стоячих волн, возникающих в результате отражения сигналов от поверхности преобразователя и от самого рассеивателя, в отдельном эксперименте использовался дополнительный поглотитель в виде тонкого резинового слоя. Поглотитель размещался непосредственно на поверхности излучателя так, чтобы излученный сигнал частично поглощался, а частично проходил далее в среду. При этом для формирования стоячих волн этому же сигналу пришлось бы пройти через поглотитель трижды. Был опробован поглотитель, изготовленный из резины типа двухкомпонентного силиконового эластомера RTV-2 плотностью $\rho_n = 1,45$ г/см³, толщиной 5 мм и диаметром 150 мм и акустическим импедансом, близким к импедансу воды.

Результаты измерений представлены на рис. 3.21. Здесь первая кривая – результаты измерений без поглотителя, вторая – с поглотителем и третья – с поглотителем, умноженным на некоторый коэффициент k , являющийся фактически обратным коэффициентом пропускания поглотителя по мощности. Для нейлонового рассеивателя коэффициент $k = 1,45$. Первые два эксперимента сделаны в разные дни.

Экспериментальные точки, измеренные с поглотителем, лежат ниже измерений без поглотителя и, соответственно, ниже теоретических расчетов. На первый взгляд, поглотителю удалось погасить осцилляции в районе фокуса. При умножении кривой без поглотителя на подобранный коэффициент $k = 1,5$ экспериментальные кривые совпали в пределах погрешности, что снова подтверждает повторяемость эксперимента. Однако, погашенные, на первый взгляд, осциллирующие пики в фокусе после умножения снова

достигли той же амплитуды разброса, что и без поглотителя. Вероятно, что толщина поглотителя в 5 мм оказалось недостаточна для предотвращения осцилляций.

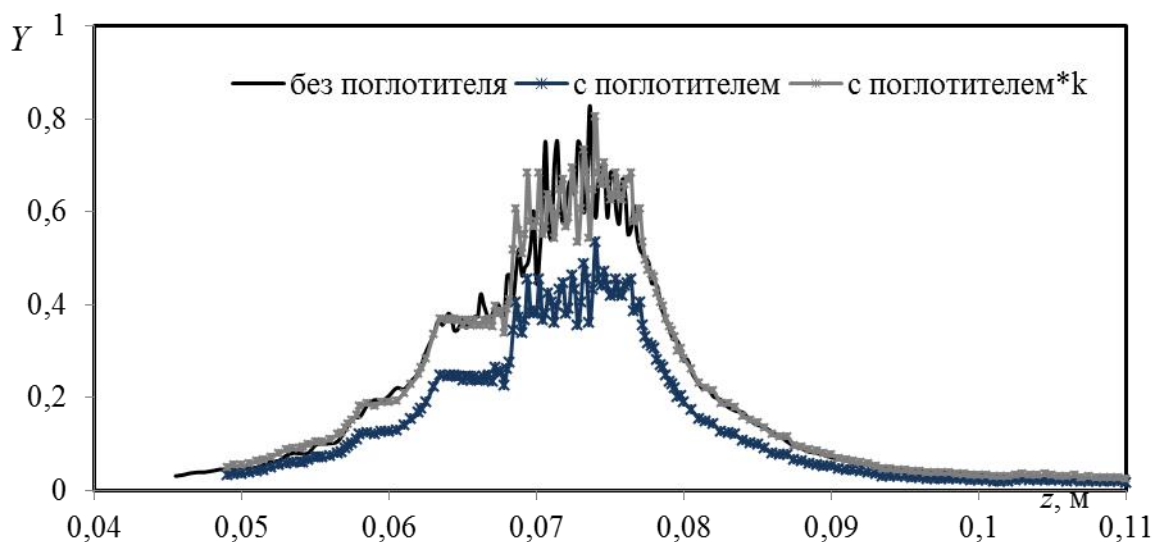


Рис. 3. 21. Измерения радиационной силы с дополнительным поглотителем для гашения стоячих волн

При этом с уверенностью можно сказать, что используемый материал поглотителя не меняет структуры акустического поля излучателя. Предполагается в дальнейших экспериментах использование поглотителя большей толщины из того же материала для уверенного измерения экспериментальных значений в фокусе акустического пучка.

Отметим некоторую особенность результатов, показанных ранее на рис. 3.19. При том, что за фокусом согласие теории и эксперимента оказалось почти идеальным, данные эксперимента в предфокальной области оказались занижены по сравнению с численными расчетами. Одним из возможных факторов такого расхождения может быть расхождение акустической оси излучателя и механической оси системы позиционирования. С другой стороны, на вид кривой, полученной из численных расчетов, существенно может повлиять изменение упругих характеристик рассеивателя, которые в нашем случае описываются скоростью продольных и поперечных волн.

3.4.3 Поперечное распределение силы

Экспериментальное измерение радиационной силы в поперечном направлении акустической оси излучателя проводилось на расстоянии 10 мм от фокуса излучателя. В этой точке стоячие волны уже не оказывали заметного влияния на силу. Наиболее интересные эффекты были связаны с поперечным распределением силы в области $(F \pm 2)$ мм. Здесь в теории (рис. 3.22) сила значительно возрастает при отдалении от оси излучателя. Однако на данном этапе проведение корректных измерений в фокальной

плоскости невозможно из-за влияния стоячих волн. Другой трудностью в измерениях силы поперек стала конструкция ловушки на 3-ем уровне лесок. Изначально она устроена так, что рассеиватель попадает в нее под действием осевой компоненты силы. Так как на оси излучателя боковые компоненты силы существенно малы по сравнению с осевой, проблем с попаданием рассеивателя в ловушку не возникает. Однако чем дальше от оси перемещается рассеиватель, тем более существенным становится влияние боковых компонент. Так, на расстоянии 10 мм от фокуса осевую компоненту силы удалось промерить в диапазоне от -3 мм до 3 мм. Экспериментальные и численные результаты для одного из поперечных распределений приведены на рис. 3.23.

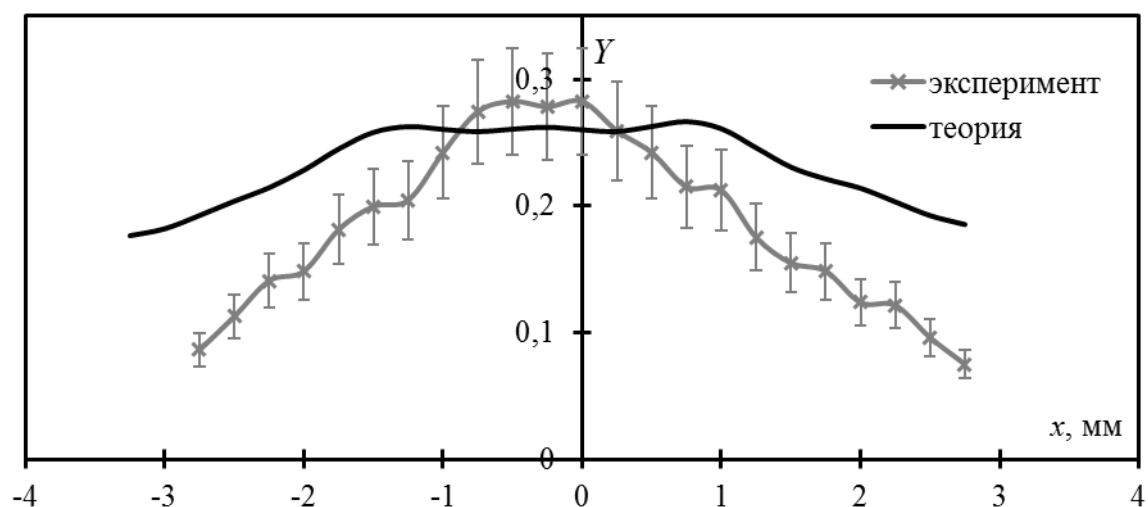


Рис. 3.22. Экспериментальные точки в поперечном направлении оси распространения на расстоянии $z = 80$ мм от поверхности излучателя

Видно, что по мере увеличения расстояния от акустической оси ошибка в экспериментальных и численных результатах увеличивается, хотя качественный характер спада силы в случае экспериментальных значений близок к численным расчетам.

Отметим в заключение этого раздела, что более точное измерение силы в поперечных направлениях оси требует усовершенствования экспериментальной установки.

3.4.4 Расчет погрешности измерений.

- 1) Погрешность определения плотности рассеивателя и радиационной силы [138]

При заданных погрешностях измерения массы Δm и диаметра Δd рассеивателя погрешность плотности определялась следующим

соотношением $\Delta\rho_s = \frac{6m}{\pi d^3} \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta d}{d}\right)^2}$. Погрешность в расчете радиационной силы

$$F_{\text{рад}} = gV(\rho_s - \rho_w): \Delta F_{\text{рад}} = \sqrt{\left(mg \frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\rho_w gV \frac{3\Delta d}{d}\right)^2}$$

2) Погрешность в экспериментальных результатах

В каждой исследуемой точке 3 раза измерялось пороговое значение амплитуды напряжения на генераторе $V_{\text{изл},i}$. Соответствующее стандартное отклонение измерений:

$$S_V = \sqrt{\frac{1}{6} \sum (V_i - \bar{V})^2}. \text{ Каждому значению амплитуды напряжения на генераторе}$$

соответствует амплитуда напряжения на излучателе: $U_{\text{изл}} = 198,2 \cdot \bar{V}_{\text{ген}}$ с ошибкой

определения $S_U = 198,2 \cdot S_V$. Полная излучаемая акустическая мощность W связана с

амплитудой сигнала на излучателе, как $W = 66,74 \cdot 10^{-4} \cdot U_{\text{изл}}^2 + 54,74 \cdot 10^{-4} \cdot U_{\text{изл}}$ с ошибкой

определения $S_w = W \frac{S_U}{U}$.

3) Погрешность определения экспериментальных значений $Y = \frac{F_{\text{рад}} \cdot c}{W}$

В экспериментальных расчетах скорость распространения звука бралась равной $c = (1485 \pm 5)$ м/с. Тогда ошибка определения величины безразмерно параметра Y :

$$S_Y = \frac{F_{\text{рад}} \cdot c}{W} \sqrt{\left(\frac{\Delta F_{\text{рад}}}{F_{\text{рад}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{S_w}{W}\right)^2} \text{ или в процентном соотношении } \frac{S_Y}{Y} \cdot 100\%.$$

§ 3.5 Выводы к Главе 3

- 1) В результате работы создана экспериментальная установка для измерения радиационной силы, действующей на сферический упругий рассеиватель, расположенный в воде. Экспериментальные результаты сравнивались с численными расчетами, полученными методом разложения падающего поля по плоским волнам с соответствующими амплитудами.
- 2) Для большей достоверности рассчитываемых значений радиационной силы необходимо знание истинной структуры падающего поля. Было восстановлено полное поле давления для одноэлементного пьезокерамического фокусированного излучателя. Показано, что в некоторых поперечных направлениях оно несимметрично, а значит, сила будет зависеть от угла

поворота рассеивателя. Избежать такой проблемы при проведении экспериментов можно, если работать на оси излучателя.

- 3) Проведено несколько серий экспериментов на оси излучателя для нейлонового рассеивателя диаметром $d = 6$ мм. Излучатель генерировал гармоническое поле на частоте 1,072 МГц. Результаты экспериментов, полученные в разные дни, хорошо согласуются друг с другом, что говорит о повторяемости измерений. При этом в области за фокусом численные и экспериментальные результаты также совпадают в пределах погрешности, которая составила 10 – 13 %.
- 4) Экспериментальные результаты для нейлонового и стеклянного рассеивателя диаметром $d = 4$ мм также согласуются с численными расчетами в пределах погрешности как в предфокальной, так и в постфокальной области акустического поля.
- 5) В районе фокуса экспериментальное измерение силы осложняется геометрией эксперимента, а именно генерацией стоячих волн между поверхностью рассеивателя и излучателя. Стоячие волны вносят существенный вклад в итоговую радиационную силу, но никак не учтены в теоретических расчетах. Исследуются экспериментальные методы ограничения влияния стоячих волн путем модернизации экспериментальной установки.
- 6) В ходе эксперимента также показано, что для нейлонового рассеивателя в фокусе излучателя акустическая мощность, требуемая для силового толчка, в результате которого рассеиватель бы начал движение в воде, не превышает 1 Вт. В некоторых точках на оси излучателя необходимая акустическая мощность, требуемая для начала движения рассеивателя достигала 0,2 Вт. Для стеклянной сферы $d = 4$ мм минимальная необходимая акустическая мощность составляла 1.2 Вт. Полученные данные показывают потенциальную практическую возможность силового воздействия на упругие рассеиватели и почечные камни диагностическими датчиками.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе использования разработанной экспериментальной установки для измерения радиационной силы, действующей на упругие рассеиватели со стороны плоской волны, проведен сравнительный анализ оптического метода измерения силы с креплением рассеивателя на тонкой нерастяжимой леске и акустического с креплением на 4-х упругих нитях. В экспериментах со стальными шариками миллиметрового размера в воде достигнута точность измерения силы 5 мкН. Экспериментально подтвержден предсказываемый теорией линейный характер зависимости радиационной силы от интенсивности акустического поля, что упрощает калибровки квазиплоских источников.
2. На основе численной модели исследованы различные аспекты силового воздействия квазигауссовского пучка на сферические упругие рассеиватели. Показано, что в фокусе пучка величина радиационной силы достигает максимального значения при радиусе пучка сравнимом с радиусом рассеивателя, причем выигрыш в силе по сравнению с узким пучком может достигать 40% (для U-30 рассеивателя) или 35% (для СОМ-рассеивателя).
3. Исследованы физические причины роста радиационной силы при близости размеров рассеивателя и пучка. Эффект связан с проникновением падающей волны в объект через боковые области рассеивателя. Было показано, что чем ближе скорость следа продольной волны в жидкости к скорости сдвиговых волн в рассеивателе, тем более эффективно происходит проникновение энергии.
4. Исследовано влияние расположения упругого рассеивателя в поле квазигауссовского пучка и фокусированного пучка общего вида на величину радиационной силы. Показано, что в случае очень узких пучков (в 4 раза уже рассеивателя), максимальное значение радиационной силы достигается в

постфокальной области на оси либо в фокальной плоскости на некотором расстоянии от оси, где происходит касание пучком боковой области рассеивателя.

5. На основе созданной экспериментальной установки по измерению радиационной силы в поле фокусированного пучка получены повторяемые экспериментальные результаты. Измерения на оси пучка в постфокальной области согласуются с численными расчетами в пределах погрешности 10 %.

БЛАГОДАРНОСТИ

В первую очередь, я выражаю огромную благодарность и признательность своему научному руководителю Олегу Анатольевичу Сапожникову за неоценимую помощь в моей научной деятельности, за грамотное и чуткое руководство и всестороннюю поддержку. Помимо ценных научных советов Олег Анатольевич всегда сохранял позитивный взгляд на вещи, не давая опускать руки и вдохновляя на дальнейшую работу.

Также хотелось бы сказать слова благодарности сотрудникам и аспирантам лаборатории медицинского и промышленного ультразвука за помощь в работе и создание уютной творческой атмосферы в коллективе. Спасибо Вере Александровне Хохловой и сотрудникам лаборатории Валерию Георгиевичу Андрееву, Тимофею Борисовичу Криту, Петру Викторовичу Юлдашеву. Все они помогали ценными советами, участвовали в обсуждении результатов и оказывали поддержку при решении возникающих проблем.

Искренне благодарна людям, непосредственно участвовавшим в работе и без которых было бы невозможно ее написание. В первую очередь, я благодарна Сергею Алексеевичу Цысарю, который оказывал неоценимую помощь в разработке и проведении экспериментальной части работы, а также всевозможную моральную поддержку. Отдельное спасибо Марии Михайловне Карзовой за проведение совместных экспериментов и возможность поговорить по душам. Я очень признательна Валерию Александровичу Рожкову за изготовление отдельных элементов экспериментальных установок. Без его содействия проведение ряда экспериментов было бы невозможным.

Благодарю также всех сотрудников кафедры акустики физического факультета МГУ за поддержку, отзывчивость и помощь как в научных, так и в повседневных проблемах.

В заключение я бы хотела сказать огромное спасибо родным и близким, которые верили в меня на протяжении всего времени написания диссертационной работы.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

- A1. Sapozhnikov O., Nikolaeva A., Bailey M. The effect of shear waves in an elastic sphere on the radiation force from a quasi-Gaussian beam // POMA. 2018. V. 32. №1. P. 045010/1 – 045010/5.
- A2. Karzova M., Nikolaeva A., Tsysar S., Khokhlova V., Sapozhnikov O. Measurement and modeling of acoustic radiation force of focused ultrasound beam on an elastic sphere in water // POMA. 2018. V. 32. №1. P. 045011/1 – 045011/5.
- A3. Николаева А.В., Сапожников О.А. Радиационная сила, действующая на твердотельный сферический рассеиватель в жидкости в поле квазигауссовского пучка // Изв. РАН. Серия физическая. 2017. Т. 81. № 1, С. 89 – 92.
- A4. Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А. Измерение радиационной силы мегагерцевого ультразвука, действующей на твердотельный сферический рассеиватель // Акуст. журн. 2016, Т. 62. № 1. С. 29 – 37.

Публикация в рецензируемом научном издании из перечня ВАК РФ:

- A5. Николаева А.В., Сапожников О.А., Бэйли М.Р. Теоретический анализ зависимости радиационной силы, оказываемой акустическим пучком на твердотельный сферический рассеиватель, от соотношения ширины пучка и диаметра рассеивателя // УЗФФ МГУ. 2017. № 5. С. 1750910/1 – 1750910/5

Статьи в трудах конференций:

- A6. Николаева А.В., Сапожников О.А., Бэйли М.Р. Акустическая радиационная сила, действующая со стороны ультразвукового пучка на находящийся в жидкости твердотельный шар: эффект зависимости силы от ширины пучка, обусловленный возбуждением сдвиговых волн // Сборник трудов II Всероссийской акуст. конф. и XXX сессии РАО. 2017. С. 443 – 452.

- A7. *Николаева А.В., Сапожников О.А.* Радиационная сила, действующая на твердотельный сферический рассеиватель в жидкости в поле квазигауссовского пучка // Сборник трудов XV Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах – Волны – 2016». 2016. С. 50 – 53.
- A8. *Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А.* Акустическая радиационная сила при падении ультразвукового пучка на сферический твердотельный рассеиватель в жидкости // Труды 1-й Всероссийской Акустической конференции. Москва, РАН. 6 – 10 октября 2014. С. 45 – 52.
- A9. *Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А.* Акустическая радиационная сила при падении ультразвукового пучка на сферический твердотельный рассеиватель в жидкости // Сборник трудов научной конференции «XXVII сессия Российского акустического общества» (16 – 18 апреля 2014 г., Санкт-Петербург), 2014, С-Петербург, С. на CD.
- A10. *Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А.* Радиационная сила, оказываемая плоской акустической волной на сферический твердотельный рассеиватель в жидкости // Сборник трудов XXV сессии Российского Акустического общества и сессии Научного совета РАН по акустике. Т. 1. С. 136 – 139.
- A11. *Nikolaeva A.V., Sapozhnikov O.A., Bailey M.R.* Acoustic radiation force of a quasi-Gaussian beam on an elastic sphere in a fluid // в сборнике 2016 IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings. IEEE. P. 1 – 4.
- A12. *Nikolaeva A.V., Kryzhanovsky M.A., Tsysar S.A., Kreider W., Sapozhnikov O.A.,* Experimental study of acoustic radiation force of an ultrasound beam on absorbing and scattering objects // AIP Conference Proceedings. 2015. V 1685, P. 040009/1 – 040009/4.
- A13. *Tsysar S.A., Nikolaeva A.V., Svet V.D., Khokhlova V.A., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A.* Experimental study of transmission of a pulsed focused beam through a skull phantom in nonlinear regime // AIP Conference Proceedings. 2015. V 1685. P. 040013/1 – 040013/4.

Тезисы докладов в сборниках конференций:

- A14. *Karzova M.M., Nikolaeva A.V., Tsysar S.A., Khokhlova V.A., Sapozhnikov O.A.* Measurement and simulation of acoustic radiation force from focused ultrasound beam acting on a spherical scatterer in water // Abstract book of International Congress on Ultrasonics (ICU 2017, December 18 – 20, Honolulu, USA), P. 24 – 24.
- A15. *Sapozhnikov O.A., Nikolaeva A.V., Bailey M.R.* The role of shear waves in the generation of the radiation force on an elastic sphere in a liquid by a quasi-gaussian acoustic beam // Abstract book of International Congress on Ultrasonics (ICU 2017, December 18 – 20, Honolulu, USA), P. 53 – 54.
- A16. *Sapozhnikov O.A., Nikolaeva A.V., Terzi M.E., Tsysar S.A., Maxwell A.D., Cunitz B.W., Bailey M.R.* Kidney stone pushing and trapping using focused ultrasound beams of

different structure // Journal of the Acoustical Society of America, 2016, V. 140, № 4 (Pt.2), P. 3306.

- A17. *Maxwell A.D., Bailey M., Cunitz B.W., Terzi M., Nikolaeva A., Tsysar S., Sapozhnikov O.A.* Vortex beams and radiation torque for kidney stone management // Journal of the Acoustical Society of America, 2016, V 139, № 4 (Pt 2), P. 2040.
- A18. *Sapozhnikov O., Nikolaeva A., Terzi M., Tsysar S., Maxwell A., Cunitz B., Bailey M.* Use of focused beams of special structure for pushing and trapping kidney stones with acoustic radiation force // Program and Abstract Book of the 5th International Symposium on Focused Ultrasound (August 28 – September 1, 2016, Bethesda, MD, USA), P. 146.
- A19. *Sapozhnikov O., Terzi M., Nikolaeva A., Tsysar S., Maxwell A.* Rotating small solid objects in liquids by a focused vortex ultrasound beam // Book of Abstracts of 20th International Symposium on Nonlinear Acoustics and 2nd International Sonic Boom Forum, 2015, P. 121 – 121.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хилл К. Применение ультразвука в медицине. Физические основы. М.: Мир, 1986.
2. Кайно Г. Акустические волны: Устройство, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990.
3. New Techniques and Instrumentation in Ultrasonography. Eds. P. N. T. Wells, M. C. Ziskin. Edinburgh: Churchill Livingstone, 1980.
4. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику: звуковые и ультразвуковые волны большой интенсивности. М.: Наука, 1966.
5. Розенберг Л. Д. Физика и техника мощного ультразвука. Том 1. Источники мощного ультразвука. М.: Наука, 1967.
6. Ультразвук. Ред. И. П. Голямина. М.: Советская энциклопедия, 1979.
7. Maxwell A., Sapozhnikov O., Bailey M., Crum L., Xu Z., Fowlkes B., Cain C., Khokhlova V. Disintegration of tissue using high intensity focused ultrasound: Two approaches that utilize shock waves // *Acoust. Today*. 2012. V. 8. №. 4. P. 24 – 36.
8. Ter Haar G. R. High intensity focused ultrasound for the treatment of tumors // *Echocardiogr*. 2001. V. 18. №. 4. P. 317 – 322.
9. Crum L., Hynynen K. Sound therapy // *Phys. World*. 1996. V. 9. №. 8. P. 28.
10. Гаврилов Л. Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине // *Изв. ЮФУ. Техн. н.*. 2013. №. 11 С. 208 – 217.
11. Руденко О. В. Нелинейные волны: некоторые биомедицинские приложения // *УФН*. 2007. Т. 177. №. 4. С. 374 – 383
12. Sapozhnikov O. A., Maxwell A. D., MacConaghy B., Bailey M. R. A mechanistic analysis of stone fracture in lithotripsy // *J. Acoust. Soc. Amer*. 2007. V. 121. №. 2. P. 1190 – 1202.
13. McAteer J. A., Bailey M. R., Williams Jr. Jc., Cleveland R. O., Evan A. P. Strategies for improved shock wave lithotripsy // *Ital. J. Urol. Nephrol*. 2005. V. 57. №. 4. P. 271 – 287.

14. *Xi X., Zhong P.* Improvement of stone fragmentation during shock-wave lithotripsy using a combined EH/PEAA shock-wave generator—in vitro experiments // *Ultrasound Med. Biol.* 2000. V. 26. №. 3. P. 457 – 467.
15. *Zhu S., Cocks F. H., Preminger G. M., Zhong P.* The role of stress waves and cavitation in stone comminution in shock wave lithotripsy // *Ultrasound Med. Biol.* 2002. V. 28. №. 5. P. 661 – 671.
16. *Baresch D., Thomas J. L., Marchiano R.* Observation of a single-beam gradient force acoustical trap for elastic particles: acoustical tweezers // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 116. №. 2. P. 024301/1 – 024301/6.
17. *Ueha S., Hashimoto Y., Koike Y.* Non-contact transportation using near-field acoustic levitation // *Ultrasonics*. 2000. V. 38. №. 1 – 8. P. 26 – 32.
18. *Marzo A. Seah S., Drinkwater D., Sahoo D., Long B., Subramanian S.* Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects // *Nat. Commun.* 2015. V. 6. P. 8661/1 – 8661/7.
19. *Li Y., Hwang J., Shung K., Lee J.* Single-beam acoustic tweezers: A new tool for microparticle manipulation // *Acoust. Today*. 2013. V. 9. P. 10 – 13.
20. *Baresch D., Thomas J. L., Marchiano R.* Spherical vortex beams of high radial degree for enhanced single-beam tweezers // *J. Appl. Phys.* 2013. V. 113. №. 18. P. 184901/1 – 184901/9.
21. *Melde K. Mark A. G., Qiu T., Fischer P.* Holograms for acoustics // *Nature*. 2016. V. 537. №. 7621. P. 518 – 522.
22. *Kundt A., Lehmann O.* Ueber longitudinale Schwingungen und Klangfiguren in cylindrischen Flüssigkeitssäulen // *Ann. Phys.* 1874. B. 229. №. 9. S. 1 – 12.
23. *Lebedew P.* Untersuchungen über die Druckkräfte des Lichtes // *Ann. Phys.* 1901. B. 311. №. 11. S. 433 – 458.
24. *Rayleigh L.* On the pressure of vibrations // *Lond. Edinb. Dubl. Phil. Mag. J. Science*. 1902. V. 3. №. 15. P. 338 – 346.
25. *Altberg W.* Ueber die Druckkräfte der Schallwellen und die absolute Messung der Schallintensität // *Ann. Phys.* 1903. B. 316. №. 6. S. 405 – 420.
26. *Bjerknes V. F. K.* *Fields of Force*. New York: Columbia University Press, 1906.
27. *Crum L. A.* Bjerknes forces on bubbles in a stationary sound field // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1975. V. 57. №. 6. P. 1363 – 1370.
28. *Brillouin L.* Sur les tensions de radiation // *Annales de Physique*. 1925. V. 10. P. 528 – 586.
29. *Eckart C.* Vortices and streams caused by sound waves // *Phys. Rev.* 1948. V. 73. №. 1. P. 68 – 76.

30. International Electrotechnical Commission. Testing and calibration of ultrasonic therapeutic equipment // Geneva: Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale. 1963.
31. *Hasegawa T., Yosioka K.* Acoustic radiation force on fused silica spheres, and intensity determination // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1975. V. 58. №. 3. P. 581 – 585.
32. *Beissner K.* Radiation force calculations // *Acustica.* 1987. V. 62. №. 4. P. 255 – 263.
33. *Dunn F., Averbuch A. J., O'Brien W. D.* A primary method for the determination of ultrasonic intensity with the elastic sphere radiometer // *Acustica.* 1977. V. 38. №. 1. P. 58 – 61.
34. *Lee C. P., Wang T. G.* Acoustic radiation force on a bubble // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1993. V. 93. №. 3. P. 1637 – 1640.
35. *Doinikov A. A.* Acoustic radiation force on a bubble: Viscous and thermal effects // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1998. V. 103. №. 1. P. 143 – 147.
36. *Doinikov A. A.* Acoustic radiation force on a spherical particle in a viscous heat-conducting fluid. III. Force on a liquid drop // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1997. V. 101. №. 2. P. 731 – 740.
37. *Bernassau A. L., MacPherson P., Drinkwater B., Beeley J., Cumming D.* Patterning of microspheres and microbubbles in an acoustic tweezers // *Biomed. Microdev.* 2013. V. 15. №. 2. P. 289 – 297.
38. *Wijaya F. B., Lim K. M.* Numerical calculation of acoustic radiation force and torque on non-spherical particles in Bessel beams // *Proc. Mtgs. Acoust.* 2016. V. 26. №. 1. P. 045002/1 – 045002/14.
39. *Андреев В. Г., Шанин А. В., Демин И. Ю.* Движение группы жестких микрочастиц в вязкоупругой среде под действием акустической радиационной силы // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. №. 6. С. 673 – 673.
40. *Haake A. Neild A., Kim D., Ihm, J., Sun Y., Ju B.* Manipulation of cells using an ultrasonic pressure field // *Ultrasound Med. Biol.* 2005. V. 31. №. 6. P. 857 – 864.
41. *Wang T. G.* Radiation pressure and acoustic levitation // *Nonlin. Acoust.* 1997. P. 17 – 205.
42. *Wu J.* Acoustical tweezers // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1991. V. 89. №. 5. P. 2140 – 2143.
43. *Hu J., Santoso A. K.* A π -shaped ultrasonic tweezers concept for manipulation of small particles // *IEEE T. Ultrason. Ferr.* 2004. V. 51. №. 11. P. 1499 – 1507.
44. *Hertz H. M.* Standing wave acoustic trap for nonintrusive positioning of microparticles // *J. Appl. Phys.* 1995. V. 78. №. 8. P. 4845 – 4849.
45. *Ashkin A., Gordon J. P.* Stability of radiation-pressure particle traps: an optical Earnshaw theorem // *Optics letters.* 1983. V. 8. №. 10. P. 511 – 513.
46. *Ashkin A., Dziedzic J. M.* Optical levitation by radiation pressure // *Appl. Phys. Lett.* 1971. V. 19. №. 8. P. 283 – 285.

47. Rohrbach A., Stelzer E. H. K. Trapping forces, force constants, and potential depths for dielectric spheres in the presence of spherical aberrations // *Appl. Opt.* 2002. V. 41. №. 13. P. 2494 – 2507.
48. Saija R., Lati M., Giusto A., Denti P., Borghese F. Transverse components of the radiation force on nonspherical particles in the T-matrix formalism // *J. Quant. Spectr. Rad. Trans.* 2005. V. 94. №. 2. P. 163 – 179.
49. Shah A., Owen N., Lu W., Cunitz B., Kaczkowski, P., Harper J., Bailey M., Crum L. Novel ultrasound method to reposition kidney stones // *Urol. Res.* 2010. V. 38. №. 6. P. 491 – 495.
50. A. Shah, Harper J., Cunitz B., Wang Y.-N., Paun M., Simon J., Lu W., Kaczkowski P., Bailey M. Focused ultrasound to expel calculi from the kidney // *J. Urol.* 2012.V. 187. №. 2. P. 739 – 743.
51. Osman M.M., Alfano Y., Kamp S 5-year-follow-up of patients with clinically insignificant residual fragments after extracorporeal shockwave lithotripsy // *Europ. Urol.* 2005. V. 47. №. 6. P. 860 – 864.
52. Дзеранов Н. К.. Резидуальные камни почек и их лечение // *Урология.* 2003. №. 1. С. 21 – 26.
53. Harper J. D. Shah A., Cunitz B., Wang Y.-N., Paun M., Simon J., Lu W., Kaczkowski P., Bailey M. First in human clinical trial of ultrasonic propulsion of kidney stones // *J. Urol.* 2016. V. 195. №. 4. P. 956 – 964.
54. Janssen K.M., Brand T.C., Bailey M.R., Cunitz B.W., Harper J.D., Sorensen M.D., Dunmire B., Effect of Stone Size and Composition on Ultrasonic Propulsion Ex Vivo // *Urology.* 2018. V. 111. P. 225 – 229.
55. Doinikov A. A. Radiation force due to a spherical sound field on a rigid sphere in a viscous fluid // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1994. V. 96. №. 5. P. 3100 – 3105.
56. Hasegawa T., Ochi M., Matsuzawa K. Acoustic radiation force on a solid elastic sphere in a spherical wave field // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1981. V. 69. №. 4. P. 937 – 942.
57. Chen X., Apfel R. E. Radiation force on a spherical object in an axisymmetric wave field and its application to the calibration of high-frequency transducers // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1996. V. 99. №. 2. P. 713 – 724.
58. Горьков Л. П. О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // *Доклады АН СССР.* 1961. Т. 140. №. 1. С. 88 – 91.
59. Sapozhnikov O. A., Bailey M. R. Radiation force of an arbitrary acoustic beam on an elastic sphere in a fluid // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2013. V. 133. №. 2. P. 661 – 676.
60. Сапожников О. А., Пицальников Ю. А., Морозов А. В. Восстановление распределения нормальной скорости на поверхности ультразвукового излучателя на основе измерения акустического давления вдоль контрольной поверхности // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. №. 3. С. 416 – 424.

61. *Marston P. L.* Quasi-Gaussian beam analytical basis and comparison with an alternative approach (L) // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2011. V. 130. №. 3. P. 1091 – 1094.
62. *Зубарев А.В.* Эластография–инновационный метод поиска рака различных локализаций // *Поликлиника.* 2009. Т. 4. С. 32 – 37.
63. *Руденко О.В., Сафонов Д.В., Рыхтик П.И., Гурбатов С.Н., Романов С.В.* Физические основы эластографии. Часть 2. Эластография на сдвиговой волне (лекция) // *Радиология-практика.* 2014. №. 4. С. 62 – 72.
64. *Ostrovsky L. Sutin A., Il'inskii Y., Rudenko O., Sarvazyan A.* Radiation force and shear motions in inhomogeneous media // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2007. V. 121. №. 3. P. 1324 – 1331.
65. *Пицальников Ю.А., Сапожников О.А., Синило Т.В.* Повышение эффективности генерации сдвиговых волн в желатине при нелинейном поглощении фокусированного ультразвукового пучка. // *Акуст. ж.* 2002. Т. 48. № 2. С. 253–259.
66. *Palmeri M. L. Frinkley K. D., Zhai L., Gottfried M., Bentley R. C., Ludwig K., Nightingale K. R.* Acoustic radiation force impulse (ARFI) imaging of the gastrointestinal tract // *Ultrason. Imag.* 2005. V. 27. №. 2. P. 75 – 88.
67. *Dahl J. J. Dumont D. M., Allen J. D., Miller E., Trahey G. E.* Acoustic radiation force impulse imaging for noninvasive characterization of carotid artery atherosclerotic plaques: a feasibility study // *Ultrasound Med. Biol.* 2009. V. 35. №. 5. P. 707 – 716.
68. *Dayton P. A. Zhao S., Bloch S H., Schumann P., Penrose K., Matsunaga T. O., Zutshi R., Doinikov A., Ferrara K. W.* Application of ultrasound to selectively localize nanodroplets for targeted imaging and therapy // *Molec. Imag.* 2006. V. 5. №. 3. P. 7290.2006. 00019.
69. *King L. V.* On the acoustic radiation pressure on spheres // *Proc. R. Soc. Lond. A. The Royal Society,* 1934. V. 147. №. 861. P. 212 – 240.
70. *Yosioka K., Kawasima Y.* Acoustic radiation pressure on a compressible sphere // *Acustica.* 1955. V. 5. №. 3. P. 167 – 173.
71. *Westervelt P. J.* Acoustic radiation pressure // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1957. V. 29. №. 1. P. 26 – 29.
72. *Hasegawa T., Yosioka K.* Acoustic-radiation force on a solid elastic sphere // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1969. V. 46. №. 5B. P. 1139 – 1143.
73. *Yosioka K., Hasegawa T., Omura A.* Comparison of ultrasonic intensity from the radiation force on steel spheres with that on liquid spheres // *Acustica.* 1969. V. 22. №. 3. P. 145 – 152.
74. *Danilov S. D., Mironov M. A.* Mean force on a small sphere in a sound field in a viscous fluid // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2000. V. 107. №. 1. P. 143 – 153.
75. *Doinikov A. A.* Acoustic radiation pressure on a compressible sphere in a viscous fluid // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 267. P. 1 – 22.

76. Данилов С. Д., Миронов М. А. О силе радиационного давления, действующей на малую частицу в звуковом поле // Акуст. журн. 1984. Т. 30. №. 4. С. 467 – 473.
77. Hasegawa T., Watanabe Y. Acoustic radiation pressure on an absorbing sphere // J. Acoust. Soc. Amer. 1978. V. 63. №. 6. P. 1733 – 1737.
78. Hasegawa T., Kitagawa Y., Watanabe Y. Sound reflection from an absorbing sphere // J. Acoust. Soc. Amer. 1977. V. 62. №. 5. P. 1298 – 1300.
79. Hasegawa T. Saka K., Inoue N., Matsuzawa K. Acoustic radiation force experienced by a solid cylinder in a plane progressive sound field // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. №. 5. P. 1770 – 1775.
80. Wei W., Thiessen D. B., Marston P. L. Acoustic radiation force on a compressible cylinder in a standing wave // J. Acoust. Soc. Amer. 2004. V. 116. №. 1. P. 201 – 208.
81. Mitri F. G. Theoretical and experimental determination of the acoustic radiation force acting on an elastic cylinder in a plane progressive wave—far-field derivation approach // New J. Phys. 2006. V. 8. №. 8. P. 138.
82. Embleton T. F. W. Mean force on a sphere in a spherical sound field. II (Experimental) // J. Acoust. Soc. Amer. 1954. V. 26. №. 1. P. 46 – 50.
83. Chen S., Silva G, Kinnick R., Greenleaf J., Fatemi M. Measurement of dynamic and static radiation force on a sphere // Phys. Rev. 2005. V. 71. №. 5. P. 056618/1 – 056618/4.
84. Silva G., Chen S., Greenleaf J., Fatemi M. Dynamic ultrasound radiation force in fluids // Phys. Rev. 2005. V. 71. №. 5. P. 056617/1 – 056617/4.
85. Rudenko O. V., Sarvazyan A. P., Emelianov S. Y. Acoustic radiation force and streaming induced by focused nonlinear ultrasound in a dissipative medium // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. №. 5. P. 2791 – 2798.
86. Rudenko O.V. Radiation forces and acoustical streaming // Nonlin. Prob.Theory Vibr. Manag. Theory, 2009, P. 402 – 422.
87. Lee C. P., Wang T. G. Acoustic radiation pressure // J. Acoust. Soc. Amer. 1993. V. 94. №. 2. P. 1099 – 1109.
88. Hasegawa T. Kido T., Iizuka T., Matsuoka C. A general theory of Rayleigh and Langevin radiation pressures // Acoust. Science Techn. 2001. V. 21. №. 3. P. 145 – 152.
89. Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика, Ч. 1. М.: Наука, 1987, Глава 1. Идеальные среды. С. 1 – 43.
90. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М.: ИЛ, 1960. Т. 2.
91. Hasegawa T. et al. Frequency dependence of the acoustic radiation pressure on a solid sphere in water // Acoustical Science and Technology. 2001. V. 22. №. 4. P. 273 – 282.
92. Шарфарец Б. П. Анализ работ, посвященных вычислению радиационного давления. 1. Идеальная жидкость и случай малых волновых размеров пограничного слоя // Науч. прибор. 2010. Т. 20. №. 3. С. 103 – 107.

93. Шарфарец Б. П., Курочкин В. Е., Князьков Н. Н. Радиационное давление в произвольном падающем поле. Связь с амплитудой рассеяния включения // Док. АН. 2008. Т. 421. №. 2. С. 186 – 189.
94. Hasegawa T. Acoustic radiation force on a sphere in a quasistationary wave field—experiment // J. Acoust. Soc. Amer. 1979. V. 65. №. 1. P. 41 – 44.
95. Таблицы физических величин. Ред. Кикоин И. К. М.: Атомиздат, 1976.
96. Николаева А. В., Цысарь С. А., Сапожников О. А. Измерение радиационной силы мегагерцевого ультразвука, действующей на твердотельный сферический рассеиватель // Акуст. журн.. 2016. Т. 62. №. 1. С. 29 – 37.
97. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. БХВ-Петербург. 2011.
98. Gaunaurd G. C., Überall H. Acoustics of finite beams // J. Acoust. Soc. Amer. 1978. V. 63. №. 1. P. 5 – 16.
99. Zhang X., Zhang G. Acoustic radiation force of a Gaussian beam incident on spherical particles in water // Ultrasound Med. Biol. 2012. V. 38. №. 11. P. 2007 – 2017.
100. Ahn V. S., Achenbach J. D. Response of line focus acoustic microscope to specimen containing a subsurface crack // Ultrasonics. 1991. V. 29. №. 6. P. 482 – 489.
101. Wu J., Du G. Temperature elevation generated by a focused Gaussian beam of ultrasound // Ultrasound Med. Biol. 1990. V. 16. №. 5. P. 489 – 498.
102. Chimenti D. E., Zhang J. G. Interaction of acoustic beams with fluid loaded elastic structures // J. Acoust. Soc. Amer. 1994. V. 95. №. 1. P. 45 – 59.
103. Marston P. L. Axial radiation force of a Bessel beam on a sphere and direction reversal of the force // J. Acoust. Soc. Amer. 2006. V. 120. №. 6. P. 3518 – 3524.
104. Izmet'ev A. A. One parameter wave beams in free space // Radiophys. Quant. Electr. 1970. V. 13. №. 9. P. 1062 – 1068.
105. Deschamps G. A. Gaussian beam as a bundle of complex rays // Electron. Lett. 1971. V. 7. №. 23. P. 684 – 685.
106. Couture M., Belanger P. A. From Gaussian beam to complex-source-point spherical wave // Phys. Rev. A. 1981. V. 24. №. 1. P. 355.
107. Сапожников О. А. Точное решение уравнения Гельмгольца для квазигауссовского пучка в виде суперпозиции двух источников и стоков с комплексными координатами // Акуст. журн. 2012. Т. 58. №. 1. С. 49 – 56.
108. Николаева А. В., Сапожников О. А. Радиационная сила, действующая на твердотельный сферический рассеиватель в жидкости в поле квазигауссовского пучка // Извест. РАН. Серия физическая. 2017. Т. 81. №. 1. С. 89 – 92.
109. Heimbach D., Munver R. Zhong P., Jacobs J., Hesse A., Müller S.C., Preminger G.M. Acoustic and mechanical properties of artificial stones in comparison to natural kidney stones // J. Urol. 2000. V. 164. №. 2. P. 537 – 544.

110. *Cleveland R. O., Sapozhnikov O. A.* Modeling elastic wave propagation in kidney stones with application to shock wave lithotripsy // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2005. V. 118. №. 4. P. 2667 – 2676.
111. *Tsysar S., Kreider W., Sapozhnikov O.* Improved hydrophone calibration by combining acoustic holography with the radiation force balance measurements // *Proceed. Meet. Acoust.* 2013. V. 19. №. 1. P. 055015/1 – 055015/5.
112. *Sinelnikov Y., Vedernikov A., Sapozhnikov O.* The characterization of the cylindrical therapeutic transducers using time reversed acoustic holography // *UIA 2007 Sympos. Abstr.* 2007. P. 11.
113. *Hall T., Cain C.* A low cost compact 512 channel therapeutic ultrasound system for transcutaneous ultrasound surgery // *AIP Conf. Proceed.* 2006. V. 829. №. 1. P. 445 – 449.
114. *Kim Y., Maxwell A. D.; Hall T. H., Xu Z.; Lin K.; Cain C.* Rapid prototyping fabrication of focused ultrasound transducers // *IEEE T. Ultrason. Ferr.* 2014. V. 61. №. 9. P. 1559 – 1574.
115. *Шарфарец Б. П., Князьков Н. Н., Курочкин В. Е.* Радиационное давление на сферу с потерями в квазистоячей плоской волне // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. №. 2. С. 179 – 183.
116. *Marston P. L.* Quasi-Gaussian Bessel-beam superposition: Application to the scattering of focused waves by spheres // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2011. V. 129. №. 4. P. 1773 – 1782.
117. *Mitri F. G.* Interaction of an acoustical quasi-Gaussian beam with a rigid sphere: Linear axial scattering, instantaneous force, and time-averaged radiation force // *IEEE T. Ultrason. Ferr.* 2012. V. 59. №. 10.
118. *Киселев А. П.* Гармонические по времени гауссовы пучки: точные решения уравнения Гельмгольца в свободном пространстве // *Опт. спектр.* 2017. Т. 123. №. 6. С. 924 – 928.
119. *Wu R., Liu X., Gong X.* Axial acoustic radiation force on a sphere in Gaussian field // *AIP Conf. Proceed.* 2015. V. 1685. №. 1. P. 040010.
120. *Mitri F. G.* High-order pseudo-gaussian scalar acoustical beams // *IEEE T. Ultrason. Ferr.* 2014. V. 61. №. 1. P. 191 – 196.
121. *Silva G. T.* Off-axis scattering of an ultrasound Bessel beam by a sphere // *IEEE T. Ultrason. Ferr.* 2011. V. 58. №. 2. P. 298 – 304.
122. *Mitri F. G.* Negative axial radiation force on a fluid and elastic spheres illuminated by a high-order Bessel beam of progressive waves // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2009. V. 42. №. 24. P. 245202/1 – 245202/9.
123. *Baresch D., Thomas J. L., Marchiano R.* Three-dimensional acoustic radiation force on an arbitrarily located elastic sphere // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2013. V. 133. №. 1. P. 25 – 36.
124. *Андреев В.Г., Лесик М.В., Соловьев С.И.* Захват и перемещение твердых частиц с использованием закрученного ультразвукового пучка, *УЗФФ МГУ*, 2017, № 5.

125. *Zhang L., Marston P. L.* Angular momentum flux of nonparaxial acoustic vortex beams and torques on axisymmetric objects // *Phys. Rev. E.* 2011. V. 84. №. 6. P. 065601/1 – 065601/5.
126. *Gspan S., Meyer A., Bernet S., Ritsch-Marte M.* Optoacoustic generation of a helicoidal ultrasonic beam // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2004. V. 115. №. 3. P. 1142 – 1146.
127. *Volke-Sepúlveda K., Santillán A. O., Boullosa R. R.* Transfer of angular momentum to matter from acoustical vortices in free space // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. №. 2. P. 024302/1 – 024302/4.
128. *Cai F., Meng L., Jiang C., Pan Y., Zheng H.* Computation of the acoustic radiation force using the finite-difference time-domain method // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2010. V. 128. №. 4. P. 1617 – 1622.
129. *Gauthier R. C.* Computation of the optical trapping force using an FDTD based technique // *Optics Express.* 2005. V. 13. №. 10. P. 3707 – 3718.
130. *Алексеев В. Н.* К вопросу о радиационной силе давления звука на сферу // *Акуст. журн.* 1983. Т. 29. №. 2. С. 129 – 136.
131. *Walker W. F.* Internal deformation of a uniform elastic solid by acoustic radiation force // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1999. V. 105. №. 4. P. 2508 – 2518.
132. *Ilinskii Y. A., Meegan G. D., Zabolotskaya E. A.* Gas bubble and solid sphere motion in elastic media in response to acoustic radiation force // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2005. V. 117. №. 4. P. 2338 – 2346.
133. *Aglyamov S. R., Karpouk A. B., Ilinskii Y. A., Zabolotskaya E. A., Emelianov S. A.* Motion of a solid sphere in a viscoelastic medium in response to applied acoustic radiation force: Theoretical analysis and experimental verification // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2007. V. 122. №. 4. P. 1927 – 1936.
134. *Сапожников О. А., Синило Т. В.* Акустическое поле вогнутой излучающей поверхности при учете дифракции на ней // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. №. 6. С. 813 – 821.
135. *Катиньоль Д., Сапожников О. А.* О применимости интеграла Рэлея к расчету поля вогнутого фокусирующего излучателя // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. №. 6. С. 816 – 824.
136. *Zeqiri B., Shaw A., Gélat P., Bell D., Sutton Y.* A novel device for determining ultrasonic power // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2004. V. 1. №. 1. P. 105.
137. *Delchar T. A., Melvin R. J.* A calorimeter for ultrasound total power measurements // *Meas. Sci. Technol.* 1994. V. 5. №. 12. P. 1533.
138. *Митин И. В., Русаков В. С.* Анализ и обработка экспериментальных данных. М.: Физ. фак МГУ, 2006.