

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. Ломоносова  
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
имени Д. В. Скобельцына



*На правах рукописи*

**Соловьев Игорь Игоревич**

**СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ КВАНТОВЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ  
ДЛЯ УСТРОЙСТВ ПРИЕМА СИГНАЛА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ**

диссертация на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Москва – 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Общая характеристика диссертационной работы</b>	<b>7</b>
Актуальность темы исследования	7
Цель работы	9
Научная новизна	10
Научная и практическая значимость	11
Методология и методы исследования	12
Основные положения, выносимые на защиту	13
Достоверность	14
Личный вклад автора	14
Апробация работы	15
Публикации	16
Объем и структура диссертации	16
Список литературы	17
<b>Глава I. Анализ проблемной области</b>	<b>19</b>
1.1 Физические основы функционирования исследуемых устройств	19
1.2 Сверхпроводящие квантовые интерферометры и цепочки на их основе	23
1.3 Применение интерферометров постоянного тока в детекторах, усилителях и устройствах считывания	31
1.4 Физические основы функционирования цифровых сверхпроводниковых схем	34
1.5 Сверхпроводниковые аналого-цифровые преобразователи на базе СКВИДов	37
1.6 Основы сверхпроводниковой технологии высокопроизводительных вычислительных устройств	43
1.6.1 Быстрая одноквантовая логика	44
1.6.1.1 Низковольтная быстрая одноквантовая логика	49
1.6.1.2 «Асинхронная» энергоэффективная быстрая одноквантовая логика	50
1.6.1.3 «Синхронная» энергоэффективная быстрая одноквантовая логика	51
1.6.2 Взаимная квантовая логика	52
1.6.3 Адиабатическая сверхпроводниковая логика	57
1.6.3.1 Адиабатический квантовый потоковый параметрон	61
1.6.3.2 СКВИД с отрицательной взаимной индуктивностью	62

	3
1.6.4 Сверхпроводниковая память	64
1.6.4.1 Память на базе СКВИДов	64
1.6.4.2 Гибридная сверхпроводниковая джозефсоновская – полупроводниковая память	65
1.6.4.3 Элементы памяти на джозефсоновских контактах с ферромагнитными слоями	66
1.6.5 Логические устройства с внутренней памятью своего состояния на базе СКВИДов	69
1.6.6 СКВИДы в цепях неклассической обработки информации	70
Литература к главе I	73
<b>Глава II. Аналитическое описание отклика двухконтактного СКВИДа</b>	<b>87</b>
2.1 Введение	87
2.2 Отклик напряжения симметричного СКВИДа на магнитный поток	89
2.2.1 Решение в приближении $\psi = \psi_-$	90
2.2.2 Решение в приближении $\psi = \psi_- + \psi_+$	91
2.2.3 Сопоставление с результатами численного расчета	94
2.3 Отклик тока симметричного СКВИДа на магнитный поток	96
2.3.1 Сверхпроводящее состояние	96
2.3.2 Резистивное состояние	100
2.4 Анализ влияния малой асимметрии параметров СКВИДа на отклик напряжения	101
2.4.1 Асимметрия индуктивных плеч	102
2.4.2 Асимметрия критических токов и шунтирующих сопротивлений джозефсоновских контактов	103
2.4.2.1 Решение в приближении $\psi = \psi_-^*$	103
2.4.2.2 Решение в приближении $\psi = \psi_-^* + \psi_+^*$	106
2.4.2.3 Обобщение на случай асимметрии индуктивных плеч	108
2.5 Анализ влияния малой асимметрии параметров СКВИДа на отклик тока	110
2.5.1 Сверхпроводящее состояние	110
2.5.2 Резистивное состояние	112
2.6 Обобщение полученных выражений для откликов СКВИДа с индуктивностью реального устройства	114
2.6.1 Отклик напряжения	114
2.6.2 Отклик тока	118
2.7 Критический ток СКВИДа	120

	4
2.8 Основные результаты главы II	124
Литература к главе II	125
<b>Глава III. Методы линеаризации отклика джозефсоновских структур на базе СКВИДов</b>	<b>130</b>
3.1 Введение	130
3.2 Дифференциальное соединение СКВИДов	135
3.3 Дифференциальное соединение цепочек СКВИДов	148
3.4 Би-СКВИД	150
3.5 Экспериментальное исследование	154
3.5.1 Последовательные цепочки би-СКВИДов	155
3.5.2 Последовательные цепочки параллельных цепочек СКВИДов	157
3.5.3 Дифференциальные параллельно-последовательные структуры	159
3.5.3.1 Дифференциальные структуры с внешним трансформатором магнитного потока	160
3.5.3.2 Дифференциальные структуры без трансформатора магнитного потока	163
3.6 Приложение. Описание ниобиевой технологии фирмы NYPRES	165
3.7 Основные результаты главы III	170
Литература к главе III	171
<b>Глава IV. Методы построения интерфейсных усилителей на базе цепочек СКВИДов</b>	<b>173</b>
4.1 Введение	173
4.2 Структура интерфейсных усилителей	175
4.2.1 Режимы работы	175
4.2.2 Принципиальная схема	176
4.2.3 Связь входной цепи с суммирующей цепочкой СКВИДов	179
4.2.4 Суммирующая цепочка СКВИДов	183
4.2.5 Моделирование работы усилителя	187
4.3 Проектирование прототипа усилителя	189
4.3.1 Оптимизация топологии усилителя	189
4.3.2 Фотошаблоны экспериментальных образцов	193
4.4 Экспериментальное исследование	198
4.5 Основные результаты главы IV	201
Литература к главе IV	202

<b>Глава V. Флаксонные интерферометры</b>	<b>204</b>
5.1 Введение	204
5.2 Динамика рассеяния солитона	206
5.2.1 Аналитическое решение	207
5.2.2 Общий метод решения	211
5.3 Влияние дискретности среды на динамику солитона	211
5.4 Оптимизация процесса измерений в схемах баллистического детектора	219
5.4.1 Случай непрерывных ДПЛ	220
5.4.1.1 Динамика рассеяния флаксона	220
5.4.1.2 Расчет отношения сигнала к шуму	223
5.4.1.3 Симметризация оригинальной схемы детектора	227
5.4.1.4 Симметризация схемы детектора с кольцевой ДПЛ	233
5.4.2 Случай дискретных ДПЛ	237
5.5 Проектирования экспериментальных образцов	239
5.5.1 Принципиальная схема измерений	243
5.5.2 Цифровые цепи измерительной схемы	245
5.5.3 Проектирование фотошаблонов	250
5.6 Основные результаты главы V	259
Литература к главе V	260
<b>Глава VI. Магнитные джозефсоновские контакты в базовых элементах логики и памяти</b>	<b>264</b>
6.1 Введение	264
6.2 Джозефсоновский поворотный вентиль	266
6.2.1 Модель джозефсоновской SF–NFS-структуры	266
6.2.1.1 Решение уравнений Узаделя в N-пленке	270
6.2.1.2 Решение уравнений Узаделя в F-пленке	270
6.2.1.3 Распределение плотности критического тока	272
6.2.2 Критический ток SF–NFS джозефсоновских структур	274
6.3 Адиабатические квантовые интерферометры в цифровых схемах	278
6.3.1 Параметрический квантрон	278
6.3.2 Параметрические квантроны на базе СКВИДа	279
6.3.2.1 СКВИД	279
6.3.2.2 Н-СКВИД	284
6.3.2.3 Би-СКВИД с пи-контактом	286
6.3.2.4 Н-би-СКВИД с пи-контактом	288

6.3.3 Адиабатические квантовые потоковые параметроны - АКПП	290
6.3.4 АКПП с пи-контактами	293
6.3.5 Оптимизация характеристик АКПП с добавлением пи-контактов	297
6.3.5.1 Схема н-СКВИДа	297
6.3.5.2 Схема АКПП	302
6.4 Основные результаты главы VI	306
Литература к главе VI	307
<b>Заключение</b>	<b>311</b>
<b>Список публикаций автора по теме диссертации</b>	<b>314</b>

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

### Актуальность темы исследования

Эффект макроскопической квантовой интерференции между двумя джозефсоновскими контактами соединенными в сверхпроводящий контур, впервые продемонстрированный в 1964 г. [1], имеет большое практическое значение. Сверхпроводящие квантовые интерферометры (СКВИДы) в настоящее время применяются в самых различных аналоговых [2-4], аналого-цифровых [5] и цифровых [6, 7] устройствах сверхпроводниковой электроники.

Применение СКВИДов в аналоговых устройствах в таких различных областях как медицина, геофизика, исследование мезоскопических и микроскопических объектов, неразрушающая диагностика технических устройств, обусловлено возможностью преобразования с их помощью магнитного сигнала в напряжение с разрешением по энергии достигающим квантового предела [8]. Уникальные характеристики устройств получают с использованием СКВИДов на основе низкотемпературных сверхпроводников (НТСП) и джозефсоновских туннельных SIS контактов. Параметры детекторной системы удается улучшить посредством объединения СКВИДов в цепочки [9, 10], увеличивая, таким образом, коэффициент преобразования магнитного потока в напряжение и динамический диапазон. Однако, несмотря на то, что с момента первой экспериментальной демонстрации сверхпроводящего двухконтактного интерферометра прошло уже более полувека, аналитическое выражение зависимости преобразования магнитного потока в напряжение НТСП СКВИДа постоянного тока (ПТ) для практических параметров интерферометра так и не было получено, что затрудняет оптимизацию многоэлементных структур, содержащих сотни и тысячи ячеек.

Аналого-цифровое применение СКВИДов основано на эффекте квантования магнитного потока в сверхпроводящих контурах. В совокупности с высокой чувствительностью СКВИДов данный эффект позволил создать широкий ряд сверхпроводниковых аналого-цифровых преобразователей (АЦП) [5], отличающихся высокой линейностью (до  $\sim 100$  дБ) и большим динамическим диапазоном (до  $\sim 90$  дБ) [11]. За счет высоких характерных частот джозефсоновских контактов (порядка сотен гигагерц) сверхпроводниковые АЦП могут осуществлять прямую оцифровку сигнала (без аналогового преобразования сигнала на низкие частоты) в широком диапазоне частот до десятков гигагерц [12]. В настоящее время характеристики сверхпроводниковых высокочастотных приемных систем на базе АЦП ограничены недостаточной линейностью и динамическим диапазоном входного тракта, включающего в себя антенну и

низкошумящий усилитель. В то время как задача приема и усиления магнитного сигнала может быть выполнена с помощью цепочек СКВИДов, нелинейность их передаточной характеристики [13] препятствует их применению в такой системе. Стоит отметить, что данная нелинейность затрудняет применение СКВИДов в целом ряде практических задач, например, при считывании матриц наноразмерных сенсоров, таких как фотонные детекторы или наноэлектромеханические системы (НЭМС), с разделением каналов по частоте.

Высокая чувствительность и низкие рабочие температуры позволяют с помощью СКВИД-структур производить считывание и квантовых состояний объектов. Так, измерение магнитного потока непосредственно сверхпроводящих кубитов или связанных с ними схем (например, джозефсоновских фотонных умножителей), проводимое во временном домене посредством баллистически распространяющихся флаксонов [14], обеспечивает возможность реализации как разрушающего, так и неразрушающего считывания в режиме непрерывных или однократных измерений. В основе принципа измерений лежит эффект рассеяния флаксонов на эффективном потенциале, создаваемом измеряемым объектом. Однако отсутствие теоретического описания релятивистского процесса рассеяния препятствует оптимизации и применению этой универсальной схемы.

Цифровые схемы на базе СКВИДов отличаются высокими тактовыми частотами и высокой энергоэффективностью. Эти преимущества делают их особенно привлекательными для применения в устройствах высокопроизводительных вычислений, таких как суперкомпьютеры и дата-центры [15]. Среди наиболее развитых подходов вычислений на базе сверхпроводниковых цепей можно отметить быструю одноквантовую логику, а также адиабатическую сверхпроводниковую логику. В то время как одноквантовые схемы характеризуются традиционно высокими тактовыми частотами (порядка 50 ГГц [16]), адиабатическая логика является наиболее энергоэффективной. Энергия затрачиваемая на передачу одного бита информации в адиабатических схемах на частоте 5 ГГц составляет всего порядка  $\sim 10^{-20}$  Дж [17]. На базе адиабатической логики возможна реализация физически и логически обратимых схем, для которых энергия, отвечающая логической операции, может быть сделана сколь угодно малой [18]. Наряду со сравнительно высоким уровнем развития цифровых логических схем (количество джозефсоновских контактов в схеме достигает нескольких сотен тысяч [19]), схемы криогенной памяти развиты относительно слабо [20] ввиду низкой степени интеграции базовых элементов, что препятствует практическому внедрению цифровой сверхпроводниковой технологии. Выход из сложившейся ситуации, возможно, будет найден с привнесением элементов спинтроники в сверхпроводниковую электронику,



повышающим их функциональную сложность. Перспективным представляется направление исследования возможности использования магнитных, в том числе управляемых, джозефсоновских контактов в схемах сверхпроводниковой логики и памяти.

Необходимо отметить, что ввиду сравнительно низкого характерного напряжения джозефсоновских контактов ( $\leq 1\text{ мВ}$ ) передача информации из цифровых логических схем на базе СКВИДов в цепи полупроводниковой электроники требует специальных цифровых интерфейсных усилителей. Данные усилители так же могут быть построены на базе цепочек СКВИДов и оптимизированы под требования конкретного приложения.

### **Цель работы**

Настоящая работа направлена на развитие методов расчета сверхпроводниковых интерферометрических схем на базе джозефсоновских контактов и подходов создания на их основе элементной базы устройств приема сигнала и обработки информации. Соответствующий цикл исследований включает построение отсутствующих аналитических выражений описания отклика сверхпроводящих квантовых интерферометров на внешний магнитный сигнал, оптимизацию схем аналоговых и цифровых преобразователей магнитного сигнала в напряжение на базе СКВИДов, а также развитие методов применения магнитных джозефсоновских контактов в схемах сверхпроводниковой логики и памяти.

В рамках диссертации были поставлены следующие задачи:

1. Разработать аналитическое описание функции преобразования магнитного потока в напряжение двухконтактного НТСП СКВИДа с практическими параметрами устройства и аналитическое описание зависимости критического тока СКВИДа от магнитного потока.
2. Разработать аналитическое описание динамики релятивистского рассеяния флаксона на коротких (по сравнению с размером флаксона) неоднородностях тока питания джозефсоновской передающей линии.
3. Исследовать влияние дискретности джозефсоновской передающей линии в присутствии термических флуктуаций на динамику распространения флаксона.
4. Разработать методы линеаризации отклика напряжения на магнитный поток джозефсоновских структур на базе НТСП СКВИДов.
5. Развить подходы построения интерфейсных усилителей на базе цепочек СКВИДов, оптимизированных для передачи одноквантового сигнала в цепи полупроводниковой электроники на различных частотах.

6. Разработать интерферометрическую схему баллистического детектирования слабых магнитных полей, использующую рассеяние флаксона в качестве основы процедуры измерения, характеризующуюся высоким отношением сигнала к шуму.
7. Разработать спиновый вентиль на базе джозефсоновского контакта с возможностью непрерывной модуляции его критического тока в широких пределах.
8. Исследовать возможность оптимизации параметров ячеек адиабатической сверхпроводниковой логики посредством добавления в их схемы магнитных джозефсоновских контактов.

### **Научная новизна**

1. Впервые получены аналитические выражения, описывающие отклик напряжения двухконтактного НТСП СКВИДа с индуктивностью контура  $L$  в интервале  $0 \leq L \leq \Phi_0/I_c$ , в приближении нулевой емкости джозефсоновских контактов и отсутствии флуктуаций.
2. Впервые получены аналитические выражения, описывающие критический ток НТСП СКВИДа с конечной индуктивностью и произвольной асимметрией критических токов джозефсоновских контактов, в приближении отсутствия флуктуаций.
3. Впервые получены аналитические выражения, описывающие ток, циркулирующий в НТСП СКВИДе с произвольной индуктивностью в сверхпроводящем состоянии.
4. Впервые получены аналитические выражения, описывающие ток, циркулирующий в НТСП СКВИДе с индуктивностью контура  $L$  в интервале  $0 \leq L \leq \Phi_0/I_c$  в резистивном состоянии, в приближении нулевой емкости контактов и отсутствии флуктуаций.
5. Впервые получены аналитические выражения, описывающие релятивистскую динамику рассеяния солитона на коротких (по сравнению с размером солитона) неоднородностях движущей силы в системе, описываемой уравнением типа синус-Гордон.
6. Впервые показано влияние черенковского излучения на стандартное отклонение времени распространения солитона (джиттер) в дискретной среде, описываемой моделью Френкеля-Конторовой в присутствии флуктуаций.
7. Представлены методы линеаризации отклика напряжения на магнитный поток джозефсоновских структур на базе СКВИДов, позволяющие уменьшить суммарное гармоническое искажение сигнала до уровня меньше тысячных долей процента.
8. Разработана схема компактного интерфейсного усилителя, преобразующего одноквантовый сигнал, следующий с частотой 1 ГГц, до уровня 2 мВ на базе цепочки состоящей из 8 СКВИДов с многоквантовым откликом на одноквантовый сигнал.

9. Разработана симметричная схема флаксонного баллистического детектора слабых магнитных полей с отношением сигнала к шуму более 100, позволяющая выполнять считывание состояний сверхпроводящих кубитов.
10. Предложен спиновый вентиль на базе джозефсоновского контакта с пространственно-неоднородной областью слабой связи, содержащей единственный ферромагнитный слой, отличающийся непрерывной модуляцией критического тока в больших пределах (на порядок величины).
11. Предложена оптимизация элементарных ячеек адиабатической сверхпроводниковой логики посредством привнесения в их схемы джозефсоновских  $\pi$ -контактов, снижающая технические требования к параметрам схем и улучшающая их быстродействие и энергоэффективность.

### **Научная и практическая значимость**

Полученные аналитические выражения для отклика напряжения НТСП СКВИДа используются для расчета и оптимизации характеристик реальных устройств на базе одиночных СКВИДов и их последовательных цепочек.

Аналитические выражения для расчета критического тока СКВИДа с произвольной асимметрией критических токов джозефсоновских контактов используются для экспериментального определения индуктивности контура интерферометра и применяются, в том числе, в таких экспериментальных задачах, как определение ток-фазового соотношения неизвестной джозефсоновской гетероструктуры посредством асимметричного двухконтактного СКВИДа.

Аналитическое описание релятивистской динамики рассеяния солитона на коротких неоднородностях движущей силы в системе описываемой уравнением типа синус-Гордон, а также рассмотренное влияние черенковского излучения на стандартное отклонение времени распространения солитона (джиттер) в системе, описываемой моделью Френкеля-Конторовой с флуктуациями используются при анализе физических явлений, включающих в себя упомянутые процессы. Прикладным аспектом являются алгоритмы оптимизации устройств, принцип работы которых основан на рассеянии солитонов на неоднородностях вынуждающей силы, например, флаксонных баллистических детекторов.

Методы линеаризации отклика напряжения джозефсоновских структур на базе СКВИДов используются для разработки высоколинейных преобразователей магнитного поля в напряжение, работающих, в том числе, в гигагерцовой области частот без обратной связи.

Разработанная схема компактного интерфейсного усилителя на базе СКВИДов с многоквантовым откликом на одноквантовый сигнал использована в практическом устройстве – сверхпроводящем цифровом сигнальном процессоре – для сопряжения сверхпроводниковых цифровых схем с полупроводниковой электроникой.

Симметричная схема флаксона баллистического детектора используется для разработки устройства считывания как одиночных сверхпроводящих кубитов, так и для многокубитного считывания.

Спиновый вентиль на базе джозефсоновского контакта с единственным ферромагнитным слоем в пространственно-неоднородной области слабой связи используется для разработки ячейки низкотемпературной памяти с неразрушающим считыванием, возможностью хранения информации без приложения энергии (при условии сохранения сверхпроводимости материалов) и возможностью миниатюризации до субмикронных масштабов. Такой вентиль так же используется для создания синаптической связи в сверхпроводящих искусственных нейронных сетях.

Предложенное использование джозефсоновских  $\pi$ -контактов в сверхпроводниковых адиабатических схемах позволяет оптимизировать параметры энергоэффективных вычислительных устройств на базе адиабатической сверхпроводниковой логики.

### **Методология и методы исследования**

Вывод аналитических выражений и расчет численных зависимостей отклика напряжения, отклика тока и зависимости критического тока НТСП СКВИДа от магнитного потока, проводились в рамках резистивной модели джозефсоновских контактов в приближении нулевой емкости и отсутствии флуктуаций. Оптимизация линейности отклика джозефсоновских структур на базе СКВИДов проводилась на базе полученных аналитических выражений. Расчет характеристик интерфейсных усилителей проводился в рамках резистивной модели джозефсоновских контактов с емкостью. Проектирование фотошаблонов экспериментальных образцов джозефсоновских структур с высоколинейным откликом напряжения и прототипов интерфейсных усилителей проводилось посредством систем автоматизированного проектирования и с помощью специализированных программ расчета индуктивностей сверхпроводящих контуров, соответствующих разрабатываемой топологии схемы. Аналитические выражения, описывающие релятивистскую динамику рассеяния солитона на коротких неоднородностях вынуждающей силы, получены в рамках уравнения синус-Гордон. Исследование влияния дискретности джозефсоновской передающей линии на время распространения флаксона в присутствии флуктуаций проводилось посредством

численного расчета в рамках модели Френкеля-Конторовой. Оптимизация параметров схемы фласонного баллистического детектора проводилась с помощью полученных аналитических выражений и численно в рамках резистивной модели джозефсоновских контактов с емкостью. Расчет плотности критического тока спинового вентиля на базе джозефсоновского контакта с пространственно-неоднородной областью слабой связи проводился в рамках уравнений Узаделя с граничными условиями Куприянова - Лукичева. Расчет зависимости критического тока от величины и направления намагниченности ферромагнитного слоя в области слабой связи исследуемого джозефсоновского вентиля проводился с использованием двумерного уравнения синус-Гордон. Оптимизация ячеек адиабатической сверхпроводниковой логики с добавлением джозефсоновских  $\pi$ -контактов проводилась в рамках резистивной модели джозефсоновского контакта с емкостью.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Аналитический метод, позволяющий рассчитывать основные характеристики НТСП ПТ СКВИДов в диапазоне значений индуктивности контура интерферометра  $0 \leq L \leq \Phi_0/I_c$ , выходящем за рамки известных приближений ( $L \ll \Phi_0/I_c$  или  $L \gg \Phi_0/I_c$ ).
2. Метод линеаризации функции преобразования магнитного потока в напряжение НТСП ПТ СКВИДов без использования обратной связи, при котором суммарное гармоническое искажение сигнала составляет не больше тысячных долей процента.
3. Схема компактного интерфейсного усилителя передающего цифровой сигнал от сверхпроводниковых схем в цепи полупроводниковой электроники на гигагерцовой частоте на базе цепочки СКВИДов с многоквантовым откликом на одноквантовый сигнал.
4. Аналитическое описание релятивистского рассеяния солитонов на коротких (по сравнению с размером солитона) неоднородностях движущей силы, и метод использования описанного процесса рассеяния для детектирования слабых магнитных полей.
5. Наличие связи между черенковским излучением солитона и стандартным отклонением времени его распространения (джиттером) в дискретной среде описываемой моделью Френкеля-Конторовой с флуктуациями.
6. Схема спинового вентиля на базе джозефсоновского контакта с неоднородной областью слабой связи, содержащей единственный ферромагнитный слой, состояние которого обусловлено направлением намагниченности этого слоя.
7. Метод оптимизации характеристик адиабатических сверхпроводниковых схем посредством добавления в них джозефсоновских  $\pi$ -контактов.

## **Достоверность**

Полученные аналитические выражения для откликов НТСП СКВИДа согласуются с данными численного расчета, а также с результатами использования других аналитических методов при предельном переходе к области их применимости,  $L \ll \Phi_0/I_c$ . Аналитическое описание динамики релятивистского рассеяния солитона на коротких (по сравнению с размером солитона) неоднородностях движущей силы также полностью согласуются с данными численного расчета. Предложенные методы линеаризации отклика СКВИД-структур и построения интерфейсных усилителей качественно подтверждены экспериментальными данными. Связь черенковского излучения солитона со стандартным отклонением времени его распространения в дискретной среде описываемой моделью Френкеля-Конторовой с флуктуациями, а так же исследуемые эффекты обусловленные формированием пространственно-неоднородной области слабой связи в джозефсоновском контакте с ферромагнитной прослойкой и использованием магнитных джозефсоновских контактов в схемах адиабатической сверхпроводниковой логики соответствуют описанию характеристик схожих явлений и объектов, известных из литературы.

## **Личный вклад автора**

В диссертации изложены результаты, полученные непосредственно автором или при его активном участии. В частности, обзор базовых элементов сверхпроводниковой электроники, аналого-цифровых и цифровых устройств [A29, A44, A48] в части описания принципов функционирования одноквантовых схем и их компонент выполнен непосредственно автором. Аналитические выражения для откликов НТСП СКВИДа, опубликованные в работах [A38, A45], получены автором лично. В цикле работ по исследованию СКВИД-структур с линейным откликом напряжения на магнитный сигнал [A5-A19, A21, A24-A28, A36, A37, A40, A41, A43, A47] автором были предложены исследуемые методы линеаризации отклика и выполнено проектирование фотошаблонов экспериментальных образцов. Экспериментальные исследования проводились при активном участии автора. Наиболее удачные конструкции СКВИД-структур защищены патентами [П1, П3, П9-П11]. В ходе исследования различных конструкций интерфейсных усилителей [A1-A4, A46] автором были выполнены численные расчеты и проектирование фотошаблонов экспериментальных образцов. Экспериментальное тестирование прототипов усилителей проводилось при активном участии автора. Аналитическое описание релятивистской динамики рассеяния солитона на коротких (по сравнению с размером солитона) неоднородностях вынуждающей силы [A34] было разработано

автором лично. Расчет динамики флаксонов в цепях схемы баллистического детектора [A31, A32], а также численное исследование влияния черенковского излучения на время распространения флаксона в исследуемой среде [A22] проводилось при активном участии автора. Симметричная схема баллистического детектора с линейными и кольцевыми джозефсоновскими передающими линиями, схема многокубитного считывания, цифровые блоки одноквантовой логики для задания и считывания одноквантового сигнала, и соответствующий им алгоритм измерений стандартного отклонения времени распространения флаксона по непрерывным и дискретным джозефсоновским передающим линиям были предложены и разработаны автором лично. Наиболее удачные варианты схемы баллистического детектора защищены патентами [П5, П12]. Автором лично была предложена конструкция спинового вентиля на базе джозефсоновского контакта с пространственно-неоднородной областью слабой связи, содержащей единственный ферромагнитный слой, и выполнен численный расчет его характеристик, результаты которого представлены в работах [A30, A33]. Анализ результатов расчета токового транспорта в SIFS структурах [A20, A23, A42], а также возможности реализации на их основе магнитных джозефсоновских вентилях с высокой характерной частотой [A35] проводился при активном участии автора. Наиболее удачные конструкции вентилях защищены патентами [П2, П4, П6-П8]. Автором были предложены конструкции новых исследуемых адиабатических схем и получены аналитические выражения, описывающие их динамику и потенциальную энергию [A39, A49]. Предложена оптимизация их характеристик с привнесением в их схемы джозефсоновских  $\pi$ -контактов.

Подготовка докладов и статей выполнена лично автором или при его активном участии.

### **Апробация работы**

Результаты диссертационной работы были представлены и обсуждались на научных семинарах:

- Лаборатории криоэлектроники кафедры атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова,
- Института Радиотехники и Электроники им. В.А. Котельников РАН,
- Всероссийского научно-исследовательского института автоматики им. Н.Л. Духова,
- Национального исследовательского технологического университета «МИСиС»,
- Научно исследовательского института «Квант»,
- Фонда перспективных исследований РФ,

- Сколковского института науки и технологий,
- а также на международных научных конференциях и симпозиумах:
  - международные конференции по прикладной сверхпроводимости (*Applied Superconductivity Conference, ASC*) в 2004, 2006, 2008, 2010, 2012 и 2014 годах;
  - международные конференции по сверхпроводниковой электронике (*International Superconductive Electronics Conference, ISEC*) в 2005, 2007, 2009, 2013, 2015 и 2017 годах;
  - международные конференции по теории и применениям сверхпроводимости (*European Conference on Applied Superconductivity, EUCAS*) в 2005, 2007, 2009, 2013, 2015 и 2017 годах;
  - объединенная конференция в честь столетия открытия сверхпроводимости в 2011 году;
  - международные симпозиумы «Нанозифика и Нанозлектроника» в 2011-2017 годах;
  - международные семинары по вихревым структурам в сверхпроводниках (*Combined ESF Vortex and ESF PiShift Workshop* и *Int. Conf. on Vortex Matter in Nanostructured Superconductors, Vortex*) в 2004, 2007, 2009 и 2013 годах;
  - международные конференции по микро- и нанозлектронике (*Int. Conf. “Micro- and nanoelectronics”, ICMNE*) в 2007, 2009, 2013, 2015, 2016 годах;
- международный воркшоп по низкотемпературной электронике (*International Workshop of Low Temperature Electronics (WOLTE-8)*) в 2008 году;
- международная конференция по взаимодействию сверхпроводимости и магнетизма в наносистемах (*Interaction of Superconductivity and Magnetism in Nanosystems*) в 2015 году;
- деловой форум «Связь 2017. Фундамент цифровой трансформации. Государство. Общество. Бизнес».

В общей сложности по теме диссертации было сделано более полусотни докладов.

### **Публикации**

По теме диссертационной работы была опубликована в общей сложности 61 работа, из которых 49 статей в рецензируемых журналах индексируемых РИНЦ (из них 47 входящих в перечень ВАК, 45 индексируемых Scopus и Web of Science) и 12 патентов.

### **Объем и структура диссертации**

Диссертация состоит из общей характеристики работы, 6 глав и заключения, в котором сформулированы основные результаты диссертационной работы. Общий объем диссертации составляет 319 страниц, 156 рисунков, 201 формулу, 6 таблиц, общее число наименований литературы во всех главах, включая публикации автора - 446.



## Список литературы

- [1] R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver and J. E. Mercereau, “Quantum interference effects in Josephson tunneling”, *Phys. Rev. Lett.*, **12**, 159, 1964.
- [2] J. Clarke, A. I. Braginsky, *The SQUID Handbook vol 1*, Weinheim: Wiley-VCH, 2004.
- [3] H. Weinstock, *SQUID sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications* (Dordrecht: Kluwer) 1 – 62, 1996.
- [4] C. Granata and A. Vettoliere, “Nano Superconducting Quantum Interference device: a powerful tool for nanoscale investigations”, *Phys. Rep.*, **614**, 1–69, 2016
- [5] O. A. Mukhanov, “History of Superconductor Analog-to-Digital Converters”, in *100 Years of Superconductivity*, H. Rogalla and P. Kes, Ed., Taylor & Francis, London, UK, 440-458, 2011.
- [6] K. K. Likharev, “Superconductor digital electronics”, *Physica C*, **482**, 6-18, 2012.
- [7] O. A. Mukhanov, “Digital Processing, Superconductor Digital Electronics” in *Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications*, P. Seidel, Ed., Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 1 – 28, 2015.
- [8] M. Schmelz, V. Zakosarenko, T. Schönau, S. Anders, S. Linzen, R. Stolz and H.-G. Meyer, “Nearly quantum limited nanoSQUIDs based on cross-type Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb junctions”, *Supercond. Sci. Technol.* **30**, 014001, 2017.
- [9] J. Oppenlaender, Ch. Haeussler, and N. Schopohl, “Non- $\Phi_0$ -periodic macroscopic quantum interference in one-dimensional parallel Josephson junction arrays with unconventional grating structure”, *Phys. Rev. B*, **63**, 024511-1-9, 2001.
- [10] Ch. Haeussler, J. Oppenlaender, and N. Schopohl, “Nonperiodic flux to voltage conversion of series arrays of dc superconducting quantum interference devices”, *Journ. of Appl. Phys.*, **89**(3), 1875 – 1879, 2001.
- [11] A. Inamdar, S. Rylov, A. Talalaevskii, A. Sahu, S. Sarwana, D. E. Kirichenko, I. V. Vernik, T. V. Filippov, D. Gupta “Progress in Design of Improved High Dynamic Range Analog-to-Digital Converters”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**(3), 670-675, 2009.
- [12] O. A. Mukhanov, D. Kirichenko†, I. V. Vernik†, T. V. Filippov, A. Kirichenko, R. Webber, V. Dotsenko, A. Talalaevskii, J. C. Tang, A. Sahu, P. Shevchenko, R. Miller, S. B. Kaplan, S. Sarwana, and D. Gupta, “Superconductor Digital-RF Receiver Systems”, *IEICE Trans. Electron.*, **E91–C**, 306, 2008.
- [13] M. Muck and J. Clarke, “Harmonic distortion and intermodulation products in the microstrip amplifier based on a superconducting quantum interference device”, *Appl. Phys. Lett.*, **78**(23), 3666 – 3668, 2001.
- [14] D. V. Averin, K. Rabenstein, V. K. Semenov, “Rapid ballistic readout for flux qubits”, *Phys. Rev. B*, **73**, 094504, 2006.

- [15] D. S. Holmes, A. M. Kadin, M. W. Johnson, "Superconducting Computing in Large-Scale Hybrid Systems", *Computer*, **48**, 34–42, 2015.
- [16] X. Peng, Q. Xu, T. Kato, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, A. Fujimaki, N. Takagi, K. Takagi, M. Hidaka, "High-Speed Demonstration of Bit-Serial Floating-Point Adders and Multipliers Using Single-Flux-Quantum Circuits", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **25**, 1301106, 2015.
- [17] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, "Energy efficiency of adiabatic superconductor logic", *Supercond. Sci. Technol.* **28**, 015003 (2015).
- [18] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, "Reversible logic gate using adiabatic superconducting devices", *Sci. Rep.*, **4**, 6354, 2014.
- [19] V. K. Semenov, Y. A. Polyakov, S. K. Tolpygo, "AC-Biased Shift Registers as Fabrication Process Benchmark Circuits and Flux Trapping Diagnostic Tool", *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **27**(4), 1301409, 2017.
- [20] D. S. Holmes, A. L. Ripple, M. A. Manheimer, "Energy-Efficient Superconducting Computing—Power Budgets and Requirements", *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **23**(3), 1701610, 2013.

## Глава I

### АНАЛИЗ ПРОБЛЕМНОЙ ОБЛАСТИ

#### 1.1. Физические основы функционирования исследуемых устройств

Функционирование сверхпроводящих квантовых интерферометров основано на использовании эффектов сверхпроводимости, квантования магнитного потока и эффектов Джозефсона. Явление сверхпроводимости – перехода некоторых металлов при понижении температуры ниже критической,  $T_c$ , в состояние с нулевым электрическим сопротивлением и идеальным диамагнетизмом – было открыто более ста лет назад [1]. Согласно предложенной в 1950 году феноменологической теории сверхпроводимости Гинзбурга – Ландау [2] это явление обусловлено фазовым переходом второго рода с возникновением параметра порядка, в качестве которого используется некоторая макроскопическая функция  $\Psi(r,t) = |\Psi(r,t)|e^{i\theta(r,t)}$  (аналог волновой функции), описывающая совокупность электронов отвечающих бездиссипативному протеканию тока. Модуль параметра порядка этой функции  $|\Psi(r,t)| = n_s / 2$  соответствует плотности электронов  $n_s$ , находящихся в сверхпроводящем состоянии. Разработанная в 1960 году микроскопическая теория сверхпроводимости Бардина, Купера, Шриффера [3] показала, что сверхпроводящее состояние электронов обусловлено макроскопической когерентностью носителей сверхтока – образованием куперовских электронных пар. Образование когерентных пар электронов, происходящее за счет электрон – фононного взаимодействия, сопровождается их конденсацией в Бозе-подобное состояние в узкой энергетической щели  $\Delta$  вблизи поверхности Ферми. Эта энергетическая щель, называемая параметром порядка сверхпроводника, и соответствует в области применимости теории Гинзбурга – Ландау (при температуре  $T \rightarrow T_c$ ) макроскопической волновой функции  $\Psi$  с определенным коэффициентом пропорциональности [4].

Одним из проявлений когерентности носителей заряда на макроскопическом уровне является макроскопический эффект квантования магнитного потока в сверхпроводниках. Будучи предсказанным Ф. Лондоном [5], квантование потока экспериментально наблюдалось в 1961 году Б. Дивером и В. Фербенком [6], и независимо Р. Доллом и М. Небауэром [7]. Закон сохранения импульса обуславливает пропорциональность набега фазы  $\theta$  макроскопической волновой функции сверхпроводящих электронов по

замкнутому сверхпроводящему контуру, полному магнитному потоку  $\Phi$ , охватываемому этим контуром:  $\Phi = (\hbar/2e) \oint \nabla \theta dl$ , где  $\hbar$  - постоянная Планка, а  $e$  - заряд электрона. Ввиду однозначности функции  $\Psi$ , изменение фазы  $\theta$  при обходе контура должно быть кратным  $2\pi$ . Это означает, что полный магнитный поток в сверхпроводящем контуре может принимать только значения  $\Phi = n\Phi_0$  (где  $n$  - целое число) кратные кванту магнитного потока  $\Phi_0 = h/2e \approx 2 \cdot 10^{-15}$  Вб.

Годом ранее наблюдения квантования магнитного потока И. Джайевер продемонстрировал эффект туннелирования одиночных электронов между сверхпроводником (S) и нормальным металлом (N) разделенными слоем изолятора (I) - SIN переход [8], а так же между двумя сверхпроводниками разделенными изолятором - SIS переход [9]. В последнем случае он наблюдал резкое увеличение тока, текущего через контакт, при напряжении соответствующем удвоенной энергии щели. На фоне этих экспериментов [6 - 9] в 1962 году Б. Д. Джозефсон предсказал эффект когерентного туннелирования электронов через барьер, разделяющий два сверхпроводника [10]. Рассматриваемая структура стала называться переходом или контактом Джозефсона. Бездиссипативный ток  $I_s$ , текущий в джозефсоновском переходе, соответствует антисимметричной функции разности фаз макроскопической волновой функции  $\varphi = \delta\theta$  сверхпроводящих электродов по обе стороны барьера, называемой джозефсоновской фазой. В большинстве случаев ток - фазовая зависимость хорошо описывается выражением

$$I_s(\varphi) = I_c \sin(\varphi), \quad (1.1)$$

где  $I_c$  - максимальный бездиссипативный ток (или критический ток), который может протекать через барьер - область слабой связи сверхпроводников. Такое соотношение характеризует обычный туннельный джозефсоновский контакт при всех температурах и другие типы слабых связей (в отсутствии ферромагнитных прослоек) при температуре близкой к критической  $T_c$ .

Наличие напряжения  $V$  на джозефсоновском переходе обуславливает эволюцию джозефсоновской фазы:

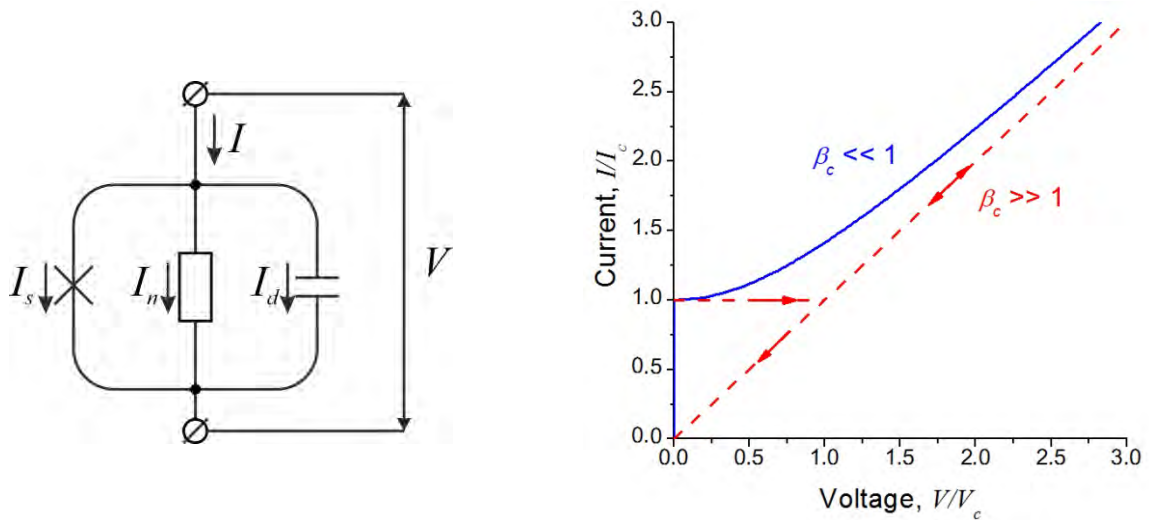
$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (1.2)$$

Видно, что осцилляции джозефсоновской фазы, называемые джозефсоновской генерацией, происходят с частотой  $\omega$  пропорциональной среднему напряжению  $\bar{V}$  на переходе,

$$2e\bar{V} = \hbar\omega. \quad (1.3)$$

Выражения (1.1), (1.2) описывают стационарные и динамические свойства джозефсоновского контакта.

Несмотря на то, что реализовать слабую связь между сверхпроводниками можно различными способами (точечные контакты, мостики переменной толщины, локальные сужения и т.д.), ввиду прецизионности, характеризующей технологию туннельных контактов, их высоких характерных частот и сравнительно небольших характерных размеров, именно SIS контакты получили наибольшее распространение. Поскольку SIS переходы обладают большой емкостью, для уменьшения ее влияния обычно применяется шунтирование контакта внешним сопротивлением  $R_s$ . В этом случае резистивный шунт определяет нормальное сопротивление перехода  $R_n \approx R_s$ .



а)

б)

Рисунок 1.1. а) Резистивная модель джозефсоновского перехода с емкостью (RSJC модель). Крестом обозначен джозефсоновский контакт. б) ВАХ джозефсоновского контакта для случаев малых и больших значений параметра Стюарта – Маккамбера.

Динамика туннельного контакта хорошо описывается так называемой резистивной моделью с емкостью – RSJC моделью (Resistive Shunted Junction with Capacitance) [11]. В рамках этой модели джозефсоновский переход представляется в виде параллельного соединения (см. рис. 1.1а) собственно джозефсоновского элемента, переносящего только сверхпроводящий ток  $I_s$ , сопротивления, через которое протекает нормальная компонента тока  $I_n = V/R_n$ , и емкости с соответствующей токовой компонентой  $I_d = C(\partial V/\partial t)$  (где  $C$  – емкость контакта), так что суммарный ток  $I$  определяется выражением

$$I/I_c = \sin \varphi + \omega_c^{-1} \dot{\varphi} + \beta_c \omega_c^{-2} \ddot{\varphi}, \quad (1.4)$$

где  $\omega_c = (2\pi/\Phi_0)I_c R_n$  - характерная частота джозефсоновского контакта,  $\beta_c = \omega_c R_n C$  - параметр Стюарта – Маккамбера, отражающий влияние емкости; точки обозначают дифференцирование по времени.

В случае малой емкости  $\beta_c \rightarrow 0$  интегрирование уравнения (1.4) позволяет получить зависимость напряжения на джозефсоновском переходе от времени:

$$V(t) = R_n \frac{I^2 - I_c^2}{I + I_c \cos \omega t}, \quad (1.5)$$

где частота джозефсоновской генерации

$$\omega = \frac{2\pi}{\Phi_0} R_n \sqrt{I^2 - I_c^2}. \quad (1.6)$$

В соответствии с (1.3), (1.6) выражение для вольт-амперной характеристики (ВАХ) джозефсоновского контакта имеет вид:

$$\bar{V}(I) = R_n \sqrt{I^2 - I_c^2}, \quad (1.7)$$

показанный на рис. 1.1б сплошной линией.

В противоположном случае  $\beta_c \rightarrow 1$  ВАХ имеет гистерезисную форму. Прямая ветвь представляет собой ступеньку тока от 0 до  $I_c$  при нулевом напряжении, после которой следует срыв на возвратную ветвь с появлением напряжения равного характерному напряжению джозефсоновского контакта  $V_c = I_c R_n$ . Возвратная часть ВАХ в этом пределе линейна,  $\bar{V}(I) = IR_n$  (пунктирная линия на рис. 1.1б). Поскольку параметр Стюарта – Маккамбера представляет собой отношение проводимости емкостного элемента к проводимости сопротивления в RSJC модели  $\beta_c = \omega_c C / G_n$  (где  $G_n = 1/R_n$ ), при  $\beta_c \gg 1$  емкость полностью шунтирует переменный джозефсоновский ток, зануляя сверхпроводящую часть в полном транспортном токе.

При промежуточных значениях емкости среднее по времени значение сверхпроводящей компоненты тока не равно нулю, поэтому напряжение в интервале от нуля до нескольких  $V_c$  понижаются по сравнению со случаем нормального туннельного контакта. Гистерезис на ВАХ пропадает при  $\beta_c \leq 1$ . Требование однозначности ВАХ джозефсоновского контакта диктует использование шунтов обеспечивающих именно этот диапазон для аналоговых применений интерферометров. Ниже будет показано, что в цифровых схемах шунтирующее сопротивление подбирается так, чтобы параметр Стюарта - Маккамбера был порядка единицы  $\beta_c \approx 1$ .

## 1.2. Сверхпроводящие квантовые интерферометры и цепочки на их основе

При рассмотрении одиночного джозефсоновского контакта выше подразумевалось, что к нему подключен источник тока, то есть он включен в несверхпроводящую замкнутую цепь. При замыкании джозефсоновского контакта сверхпроводящим кольцом, рис. 1.2а, эффекты Джозефсона сопрягаются с эффектом квантования магнитного потока в сверхпроводящем контуре. Согласно последнему, набег фазы параметра порядка по контуру пропорционален полному магнитному потоку, охватываемому контуром. Считая размер джозефсоновского перехода пренебрежимо малым по сравнению с длиной контура, вместо набег фазы параметра порядка можно подставить джозефсоновскую фазу:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi. \quad (1.8)$$

Полученная пропорциональность джозефсоновской фазы магнитному потоку носит название макроскопической квантовой интерференции по аналогии с обычной волновой интерференцией (разность фаз соответствует разности хода). Название СКВИД (от английского SQUID – Superconducting Quantum Interference Device) закрепилось за структурой представляющей собой сверхпроводящее кольцо с включенным в него одним или более джозефсоновскими контактами.

Полный магнитный поток  $\Phi$  в одноконтakтном СКВИДе (рис. 1.2а) отличается от приложенного  $\Phi_e$  за счет потока, созданного экранирующим током  $I_{scr}$  текущим в сверхпроводящем кольце:

$$\Phi = \Phi_e - I_{scr} L, \quad (1.9)$$

где  $L$  – индуктивность кольца. Используя выражение (1) для тока через джозефсоновский переход, выражение (1.9) можно преобразовать к виду

$$\Phi = \Phi_e - LI_c \sin(\varphi). \quad (1.10)$$

Выражение (1.10) удобно представить в безразмерных величинах, умножив левую и правую части на  $2\pi/\Phi_0$ ,

$$\varphi + l \sin(\varphi) = \varphi_e, \quad (1.11)$$

где  $\varphi_e = 2\pi\Phi_e/\Phi_0$  – нормированный приложенный магнитный поток, а  $l = 2\pi LI_c/\Phi_0$  – безразмерная индуктивность СКВИДа. Видно, что при  $l > 0$  одноконтakтный интерферометр производит нелинейное преобразование приложенного магнитного потока в полный поток (джозефсоновскую фазу), и соответственно экранирующий ток. В этом случае джозефсоновский контакт работает как нелинейная индуктивность. Зависимость

полного магнитного потока в одноконтактном СКВИДе от приложенного потока для этого случая показана на рис. 1.2б. Нелинейность преобразование  $\Phi(\Phi_e)$  используют для высокочувствительного детектирования магнитного сигнала, подключая СКВИД к колебательному контуру с усилителем. Образованное устройство называется ВЧ СКВИД. Функционирование такого устройства описано в книге [12].

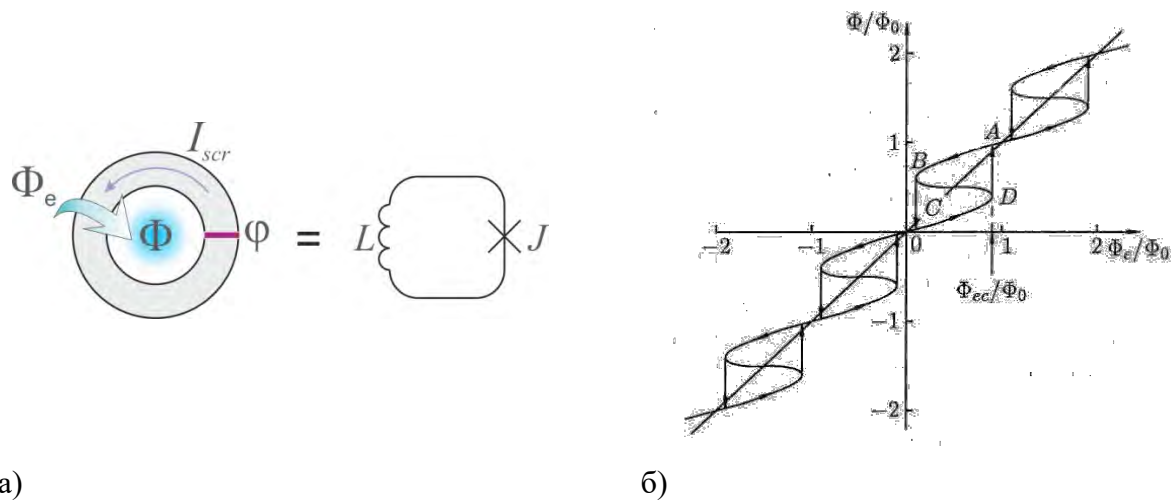


Рисунок 1.2. а) Одноконтактный СКВИД и его эквивалентная схема. б) Зависимость полного магнитного потока в одноконтактном интерферометре от приложенного магнитного потока.

Поскольку большинство интерферометрических структур, рассматриваемых в настоящей работе, основано на двухконтактном интерферометре, остановимся более подробно на его функционировании. Схема двухконтактного СКВИДа представлена на рис. 1.3а. Если отсчитывать фазы джозефсоновских переходов  $J_1$ ,  $J_2$  одинаково по направлению протекания тока питания  $I_b$ , то суммарное падение фазы на обоих контактах в контуре интерферометра будет равно разнице фаз  $\varphi_1 - \varphi_2$ , и соответственно соотношению (1.8) полный магнитный поток в этом случае будет равен

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi. \quad (1.12)$$

В отсутствии напряжения на СКВИДе ток питания  $I_b$  равен сумме сверхпроводящих токов текущих через джозефсоновские контакты:

$$I_b = I_{c1} \sin(\varphi_1) + I_{c2} \sin(\varphi_2), \quad (1.13)$$

где  $I_{c1,2}$  – критические токи джозефсоновских переходов. В случае их равенства  $I_{c1} = I_{c2} = I_c$ , выражение (1.13) упрощается:



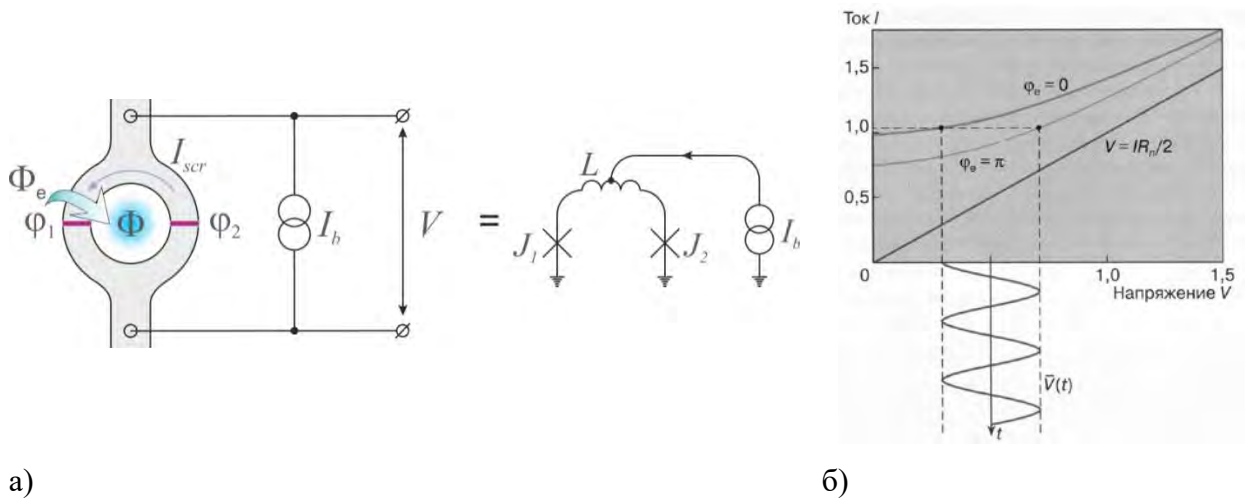


Рисунок 1.3. а) Двухконтактный СКВИД и его эквивалентная схема с подключенным источником тока питания  $I_b$ . б) Формирование отклика напряжения СКВИДа: модуляция ВАХ при линейном нарастании приложенного потока во времени и соответствующая зависимость усредненного напряжения на СКВИДе  $\bar{V}(t)$ .

$$I_b = 2I_c \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_2\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (1.14)$$

Максимальный ток, который может протекать через СКВИД бездиссипативно, удобно искать для случая бесконечно малой индуктивности  $L = 0$ . При этом согласно (9) полный поток в СКВИДе равен приложенному потоку  $\Phi = \Phi_e$ . Замечая, что  $\varphi_2$  в выражении (1.14) является свободным параметром, который может произвольно подстраиваться для максимизации правой части, максимальный сверхпроводящий ток, называемый так же критическим током СКВИДа  $I_{cSQ}$  по аналогии с одиночным джозефсоновским контактом, будет равен

$$I_{cSQ} = 2I_c \left| \cos\left(\frac{\pi\Phi_e}{\Phi_0}\right) \right|. \quad (1.15)$$

ВАХ двухконтактного интерферометра отличается от ВАХ одиночного джозефсоновского контакта наклоном асимптоты,  $I = \bar{V}/R$ , где  $R^{-1} = R_{n1}^{-1} + R_{n2}^{-1}$  ( $R_{n1}, R_{n2}$  - нормальные сопротивления джозефсоновских контактов), а также тем, что согласно выражению (1.15) критический ток интерферометра есть не постоянная величина, а периодическая функция внешнего магнитного потока  $\Phi_e$  с периодом  $\Phi_0$ . Поэтому при изменении  $\Phi_e$  имеет место также периодическая модуляция всей ВАХ. В пределе малой емкости  $\beta_c \rightarrow 0$  зависимость среднего напряжения на СКВИДе от тока питания

аналогична выражению (1.7) для ВАХ одиночного контакта с заменой критического тока контакта на  $I_{cSQ}$  (1.15) [13], см рис. 1.3б:

$$\bar{V}(I_b, \Phi_e) = R\sqrt{I_b^2 - 4I_c^2 \cos^2(\pi\Phi_e/\Phi_0)}. \quad (1.16)$$

Резистивное шунтирование обуславливает для каждого джозефсоновских контакта наличие Найквистовского шума со спектральной плотностью тока  $S_I(f) = 4k_B T / R_n$ , где  $k_B$  - константа Больцмана. Этот шум приводит к сглаживанию участка ВАХ при малых напряжениях, что приводит к уменьшению критического тока [14]. При больших напряжениях флуктуации тока приводят к шуму напряжения. Параметр, определяющий отношение энергии тепловых флуктуаций к энергии джозефсоновской связи, имеет вид:

$$\Gamma = 2\pi k_B T / I_c \Phi_0. \quad (1.17)$$

При рассмотрении интерферометрических структур в данной работе практически везде подразумевается, что влияние тепловых шумов на характеристики интерферометров ничтожно,  $\Gamma \ll 1$ . Этот случай реализуется при использовании низкотемпературной технологии джозефсоновских контактов (рабочие температуры порядка температуры кипения жидкого Гелия  $T = 4.2$  К) с критическими токами заметно большими так называемого эффективного шумового тока

$$I_T = (2\pi / \Phi_0) k_B T. \quad (1.18)$$

При постоянном токе питания двухконтактный СКВИД производит нелинейное преобразование приложенного магнитного потока в напряжение:  $\Phi_e \rightarrow \bar{V}$ . Такое устройство называется ПТ СКВИД. Зависимость  $\bar{V}(\Phi_e)$  называется сигнальной характеристикой двухконтактного интерферометра или откликом напряжения интерферометра на внешний магнитный поток. Формирование отклика напряжения при линейном росте приложенного потока во времени показано на рис. 1.3б. Поскольку ВАХ – усредненная по времени характеристика СКВИДа - для функционирования интерферометра в режиме преобразователя магнитного потока в напряжение необходимо, чтобы частота изменения приложенного потока была значительно меньше частоты джозефсоновской генерации.

Крутизна преобразования магнитного потока в напряжение, определяемая как отношение малых приращений напряжения и потока  $V_\Phi = |(\partial V / \partial \Phi_e)_I|$ , максимальна в районе  $\Phi_e = (2n + 1)\Phi_0 / 4$ . Вблизи этой точки отклик напряжения  $\delta V = V_\Phi \delta \Phi_e$  линеен по  $\delta \Phi_e$ . Расчеты показали [15], что отклик напряжения оказывается максимален при

значениях параметра Стюарта – Маккамбера вблизи единицы  $\beta_c \leq 1$  и безразмерной индуктивности кольца интерферометра  $l = 1$ . При таких параметрах критический ток СКВИДа при  $\Phi_e = (2n + 1)\Phi_0 / 2$  примерно в два раза меньше, чем при  $\Phi_e = n\Phi_0$ . Соответствующая крутизна преобразования (при  $\beta_c = 1, l = 1$ ) имеет значение:

$$V_\Phi \approx R_n / L \approx 1 / \sqrt{\pi LC}. \quad (1.19)$$

Спектральная плотность шумов магнитного потока может быть получена как отношение спектральной плотности шумов напряжения к квадрату передаточной функции  $S_\Phi = S_V / V_\Phi^2$ , что при оптимальных параметрах приводит к выражению [15]:

$$S_\Phi = 16k_B TL^2 / R_n. \quad (1.20)$$

Для описания чувствительности СКВИДа, часто используют термин «шумовая энергия»:

$$\varepsilon = S_\Phi / 2L \approx 9k_B TL / R_n \approx 16k_B T \sqrt{LC}, \quad (1.21)$$

которую обычно выражают в единицах постоянной Планка  $\hbar$ . Стоит отметить, что в шумовой энергии не учитывается вклад шумового тока в петле СКВИДа и шум  $1/f$ .

Кроме тепловых флуктуаций на характеристики СКВИДа так же влияет технологический разброс параметров джозефсоновских контактов. Как было упомянуто выше, предполагается, что рассматриваемые интерферометрические структуры изготовлены на базе низкотемпературной технологии, в которой стандартно используются тонкие поликристаллические пленки Nb. Джозефсоновский контакт представляет собой трехслойку Nb-AlO<sub>x</sub>-Nb, сформированную последовательным напылением слоев и окислением Al без разрыва вакуума. Формирование контакта производится посредством реактивного ионного травления с последующей анодизацией краев. Разброс критических токов джозефсоновских переходов в рамках такой технологии составляет всего несколько процентов. Резистивные шунты изготавливают из тонких пленок Mo, Pd, W, или AuCu.

В случае относительно низкочастотных применений (частоты порядка и ниже МГц), ПТ СКВИДы в основном используются в сочетании с петлей обратной связи, см. рис. 1.4, которая включает в себя низкошумящий усилитель, синхронный детектор и интегратор. Обратная связь удерживает заданную рабочую точку по магнитному потоку, позволяя линеаризовать отклик напряжения СКВИДа, детектировать сигнал превышающий период отклика, а также точно отслеживать изменения, соответствующие доли кванта потока.

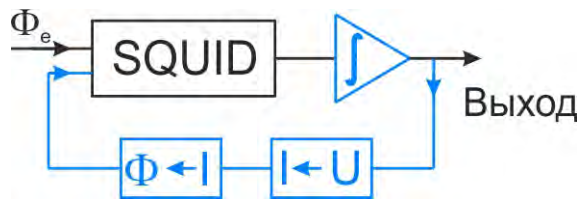


Рисунок 1.4. Блок схема ПТ СКВИДа с замкнутой петлей обратной связи.

Обратная связь дает малый вклад во внутренний шум СКВИДа при рабочей температуре  $T = 4.2$  К. Осциллирующее выходное напряжение на СКВИДе поступает на предусилитель через колебательный контур или трансформатор импеданса, согласующий динамическое сопротивление СКВИДа (обычно порядка 10 Ом) с входным сопротивлением предусилителя (порядка несколько КОм) для оптимизации шумовой температуры. Поскольку шумовая температура оптимально связанного предусилителя обычно составляет порядка 1 К на частотах в несколько КГц, предусилитель не вносит существенного вклада в суммарный шум системы. Типичная величина белого шума по магнитному потоку ПТ СКВИДа при температуре  $T = 4.2$  К составляет  $10^{-6} \Phi_0 / \sqrt{Hz}$ , с отстройкой по шуму  $1/f$  ниже 1 Гц, динамический диапазон  $D$  (отношение максимального выходного сигнала к минимальному, соответствующему уровню шумов) более 120 дБ, максимальная скорость работы петли обратной связи –  $10^6 - 10^7 \Phi_0/s$ .

Для увеличения крутизны преобразования приложенного магнитного поля  $B$  в напряжение  $\partial \bar{V} / \partial B$ , улучшения согласования импедансов, увеличения динамического диапазона и линейности, что особенно актуально в высокочастотных приложениях, где эффективная реализация обратной связи затруднительна, используют цепочки СКВИДов.

Напряжение на последовательной цепочке ПТ СКВИДов (см. рис. 1.5а) увеличивается пропорционально росту суммарного нормального сопротивления соответственно количеству СКВИДов,  $N$ . Поскольку спектральная плотность шумов растет пропорционально  $\sqrt{N}$  (считая джозефсоновские переходы несинхронизованными источниками флуктуаций), рост динамического диапазона пропорционален  $\sqrt{N}$ .

С объединением СКВИДов в цепочку появляется возможность изменения формы отклика за счет использования интерферометров с различными площадями. Поскольку приложенный магнитный поток  $\Phi_e$  есть произведение магнитного поля на площадь петли СКВИДа  $S$ ,  $\Phi_e = BS$ , разброс площадей интерферометров обеспечивает разницу в периодичности откликов отдельных СКВИДов по магнитному полю, что при

суммировании в последовательной цепочке приводит к сигнальной характеристике с единственным глобальным минимумом при нулевом магнитном потоке, см. рис. 1.5б.

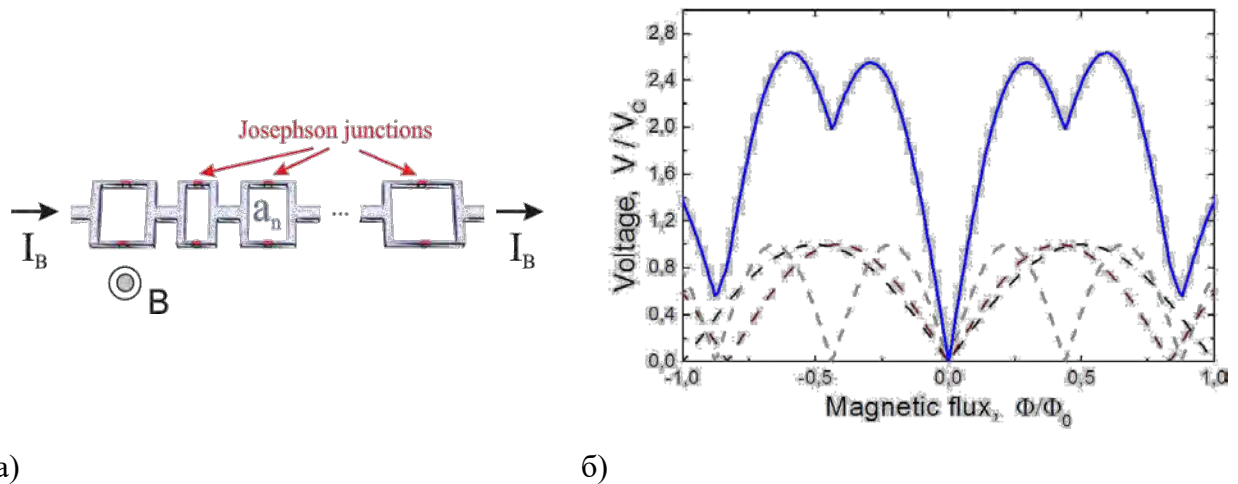


Рисунок 1.5. а) Последовательная цепочка ПТ СКВИДов с нерегулярным распределением площадей - последовательный СКИФ. б) Формирование отклика напряжения последовательного СКИФа. Пунктирными линиями показаны отклики напряжения трех индивидуальных интерферометров, сплошной линией – их суммарной отклик. По шкале абсцисс отложен магнитный поток, приложенный к ячейке со средней площадью в цепочке.

Цепочка (последовательная или параллельная) с нерегулярным распределением площадей интерферометров, позволяющая не только увеличить чувствительность к магнитному полю, но и однозначно определить его абсолютный нуль, была предложена в 2001 году, и названа СКИФ (Сверхпроводящий Квантовый Интерференционный Фильтр) [16 - 22]. Это название произошло от сходства вида отклика с амплитудно-частотными характеристиками полосовых фильтров.

В случае параллельного объединения интерферометров – создания параллельной цепочки джозефсоновских контактов (рис. 1.6а) так же происходит увеличение коэффициента преобразования магнитного поля в напряжение за счет увеличения общей площади структуры. В то время как размах отклика напряжения не изменяется, уменьшение шумов по напряжению пропорционально  $1/\sqrt{N}$  соответственно уменьшению суммарного нормального сопротивления цепочки  $1/N$ , что приводит к увеличению динамического диапазона пропорциональному  $\sqrt{N}$ , аналогично случаю последовательной цепочки.

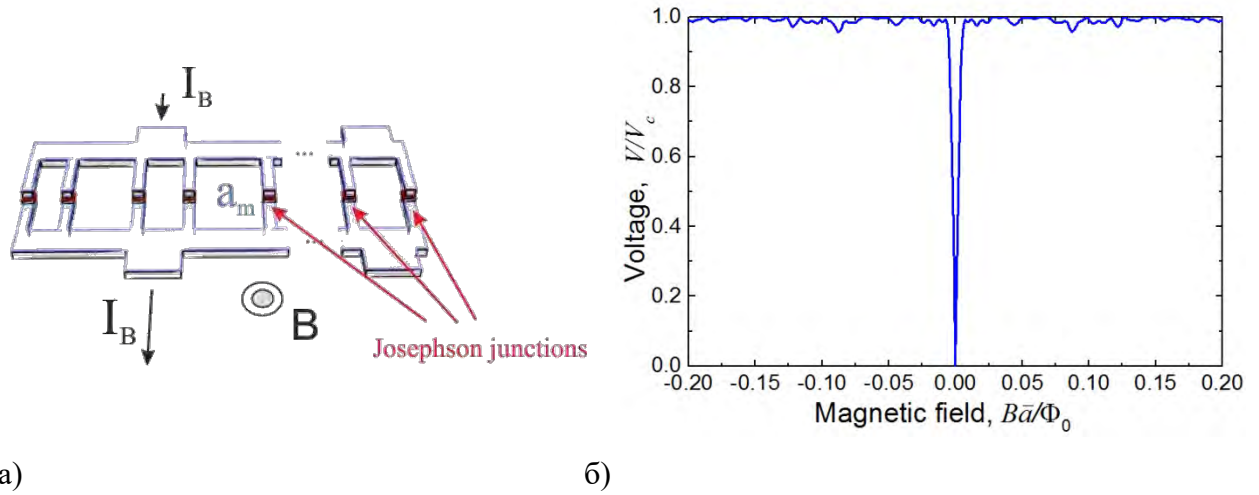


Рисунок 1.6. а) Параллельная цепочка джозефсоновских контактов с нерегулярным распределением площадей интерферометров - параллельный СКИФ. б) Отклик параллельного СКИФа с  $M = 30$  петлями интерферометров со случайным равномерным распределением площадей  $a_m$ ;  $\bar{a} = \sum a_m / M$ .

Используя нерегулярное распределение площадей интерферометров, так же как и в последовательном случае, можно управлять формой отклика цепочки [16]. Обобщая выражение (13) на случай параллельного СКИФа, состоящего из  $N$  джозефсоновских контактов, в пределе бесконечно малых индуктивностей интерферометров  $L = 0$ , получим так называемый структурный фактор,

$$S(B) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{I_{cn}}{I_{\bar{c}}} \exp \left[ i \frac{2\pi}{\Phi_0} \sum_{m=1}^{n-1} (B, a_m) \right] \quad (1.22)$$

(где  $a_m$  - площадь петли  $m$ -ого интерферометра), произведение которого на средний критический ток контактов  $I_{\bar{c}} S(B)$ ,  $I_{\bar{c}} = \sum I_{cn} / N$ , ( $I_{cn}$  - критический ток  $n$ -го контакта) является комплексным аналогом критического тока (1.15). Аналогично выражению (1.16) ВАХ и отклик параллельного СКИФа определяются выражением:

$$\bar{V}(I_b, B) = RN \sqrt{I_b^2 / N^2 - I_{\bar{c}}^2 S^2(B)}, \quad (1.23)$$

где суммарное сопротивление СКИФа:  $R^{-1} = \sum R_n^{-1}$  ( $R_n$  - нормальное сопротивление  $n$ -го перехода). Отклик параллельного СКИФа, состоящего из  $M = 30$  интерферометров со случайным равномерным распределением площадей, с одинаковыми критическими токами и нормальными сопротивлениями джозефсоновских контактов, рассчитанный с помощью выражений (1.22), (1.23), показан на рис. 1.6б.

### 1.3. Применение интерферометров постоянного тока в детекторах, усилителях и устройствах считывания

Благодаря своей высокой чувствительности к магнитному полю, ПТ СКВИДы широко используются в магнитометрии. В то время как с использованием СКИФа возможно измерение абсолютного магнитного поля, одиночный СКВИД позволяет измерять лишь изменения поля.

В большинстве случаев СКВИД (цепочка СКВИДов) подсоединяется к входному сверхпроводящему трансформатору (концентратору) магнитного потока. Поскольку Найквистовский шум резистивных шунтов джозефсоновских контактов накладывает ограничение на верхнее значение индуктивности СКВИДа,  $L \ll \Phi_0^2 / 2\pi k_B T$ , на практике индуктивность одиночного интерферометра и его соответствующая площадь достаточно малы ( $10^{-4} - 10^{-2}$  мм<sup>2</sup>). Несмотря на то, что шум СКВИДа по магнитному потоку очень мал  $\Phi_N$ , шум по магнитному полю  $B_N = \Phi_N / A_{SQ}$  (где  $A_{SQ}$  – площадь петли СКВИДа) оказывается избыточным для многих приложений. Одной из основных задач при проектировании магнитометра оказывается увеличение эффективной площади приемной петли  $A_{eff} = \Phi_S / B$  ( $\Phi_S$  – магнитный поток, попадающий в СКВИД из трансформатора), которая может быть на два – три порядка больше собственной площади СКВИДа, приводящее к уменьшению шума по магнитному полю.

Как было описано выше, одним из путей решения этой задачи является объединение СКВИДов в цепочку. В случае использования одиночного интерферометра задача может быть решена путем увеличения внешних размеров приемной петли, так называемого вошера (от английского washer). Эффективная площадь в этом случае пропорциональна произведению размера отверстия в вошере на его внешний размер. Однако еще более эффективным является использование многопетлевых трансформаторов магнитного потока, сформированных в виде единой многовитковой катушки или параллельного соединения петель [12].

Трансформатор магнитного потока может быть сформирован в магнитометрической или градиометрической топологии. Последний вариант, выполняющий роль пространственного фильтра, оказывается практически универсален, например, для биомагнитных измерений. Поскольку магнитное поле диполя спадает с расстоянием как  $1/r^3$ , градиометр с базой  $b$  эффективно подавляет шумы на расстоянии  $r \gg b$ , улучшая чувствительность к сигналу, источник которого находится на расстоянии  $r \ll b$ .

Энергетическая чувствительность низкотемпературных ПТ СКВИДов в единичной полосе составляет порядка  $10^{-31}$  Дж/Гц, чувствительность ВЧ СКВИДов –  $10^{-28}$  Дж/Гц. В то же время порог чувствительности в измерениях электрического поля для полупроводниковых детекторов составляет порядка  $k_B T \approx 10^{-22}$  Дж. Это преимущество делает применение ПТ СКВИДов привлекательным для ряда приложений.

Задачи, решаемые СКВИД магнитометрами [12], обычно состоят в определении источников магнитного поля, например, распределения электрических токов. При этом решаются обратная и прямая задачи: определение распределения и амплитуд токов по измеренному распределению магнитного поля, и последующий расчет распределения поля из полученного ранее распределения токов с сопоставлением результатов с данными измерений. К такому типу задач относится применение СКВИДов в магнитоэнцефалографии. В шлеме, надеваемом на голову пациента, содержится несколько сотен СКВИДов сконфигурированных в виде градиометров, которые детектируют сигнал мозговой активности на уровне нескольких фТл. Другим биомагнитным применением является магнитокардиография – неинвазивная характеристика активности сердечной мышцы. Устройства на базе СКВИДов позволяют регистрировать, например, кардиограмму эмбриона в утробе матери. Широко известны методы использования СКВИДов (с магнитными наночастицами) для детектирования малых количеств антигенов или антител – маркеров заболеваний в биологических растворах. Известны работы по диагностике избыточного количества железа в печени человека или гастромантиметрии, в которой магнитные маркеры проводятся по желудочно-кишечному тракту.

Еще одной областью применения СКВИД-магнитометров является геофизика. Детекторы на основе СКВИДов (СКИФов) позволяют измерять с высокой точностью намагниченность и магнитную восприимчивость образцов пород. Магнитные и электрические измерения земной поверхности дают информацию о проводимости на глубине от нескольких метров до десятков километров. К примеру, наличие и глубина залегания слоя руды или нефтяного месторождения могут быть определены по локальной аномалии проводимости.

Наконец еще одним применением является неразрушающая диагностика электронных и технических устройств, например, микроэлектронных компонент или двигателей/шасси самолетов и т.д. Целью здесь является обнаружение нежелательных примесей или микротрещин, ранних коррозионных повреждений до разрушения целостности структуры.



Описанные выше применения относятся к низкочастотному детектированию. В высокочастотной области (гигагерцовые частоты) специально сконфигурированные цепочки СКВИДов с линеаризованным откликом было предложено использовать в качестве активных электрически-малых антенн [23А – 30А]. Такие антенны в будущем могут успешно применяться в приложениях, в которых радиочастотная система оказывается ограничена чувствительностью приемника. Например, для связи между Марсом и Землей [31], в спутниковой связи, в устройствах радиоэлектронной борьбы.

Помимо магнитометрии, существует еще один большой класс приложений, в которых СКВИДы используются в качестве усилителей [12, 32]. Квазистатическое напряжение может быть измерено с подсоединением источника напряжения к входной петле СКВИДа последовательно с резистором. В сравнении с полупроводниковыми усилителями, СКВИД-усилители отличаются низким уровнем шумов и заметно более низким уровнем рассеиваемой мощности. На частотах ниже 1 ГГц выигрыш в шумовой температуре достигает 50 раз. В этом частотном диапазоне уровень шумов лишь незначительно превышает квантовый предел [32].

В качестве устройств считывания [12, 32] СКВИДы используются, например, в таких приложениях как детектирование ядерно-магнитного резонанса, в задачах по определению взрывчатых веществ, криогенных аксионных детекторах, в качестве считывающих устройств TES (transition edge sensor) сенсоров, используемых в современных телескопах, в считывающих цепях сверхпроводящих однофотонных детекторов, в считывающей электронике сверхпроводящих кубитов.

Необходимо упомянуть и о широком применении СКВИДов в самых различных научных экспериментах. Например, при демонстрации динамического эффекта Казимира СКВИД использовался в качестве параметрической индуктивности, зависящей от приложенного магнитного потока [33]. Наноразмерные СКВИДы [34] используются для детектирования магнитных полей на микроскопических размерах, например, при изучении спиновых систем, таких как магнитные наночастицы, молекулярные магниты и т.д.

Широко используются СКВИДы и в интерфейсных схемах, преобразующих сигналы сверхпроводниковой цифровой электроники в сигналы полупроводниковой электроники. Использованию интерферометров в цифровых сверхпроводниковых схемах посвящены следующие параграфы настоящей работы.

#### 1.4. Физические основы функционирования цифровых сверхпроводниковых схем

Работа логических сверхпроводниковых схем обусловлена теми же фундаментальными физическими эффектами, на которых основана работа СКВИДов: сверхпроводимость, квантование магнитного потока и эффекты Джозефсона. Сверхпроводимость обеспечивает возможность баллистической передачи сигнала, которая не связана, в отличие от полупроводниковых схем, с энергией, требуемой на перезарядку емкостей связующих линий. Сверхпроводящие микрополосковые линии способны переносить пикосекундные волновые пакеты без искажений, со скоростью близкой к скорости света, на расстояния, заметно превышающие типичные размеры чипа, практически без взаимных наводок между линиями [35]. Эти свойства сверхпроводящих микрополосков позволяют реализовать быструю дальнедействующую связь в сверхпроводящих схемах.

Стоит отметить, что отсутствие сопротивления  $R=0$  приводит к отсутствию напряжения  $V=0$  в сверхпроводниковых цепях в стационарном состоянии. Протекание сверхпроводящего тока в контуре соответствует не разности электрических потенциалов, а разности фаз сверхпроводящего параметра порядка. В соответствии с законом сохранения импульса, магнитный поток  $\Phi$  в сверхпроводящей петле индуктивности  $L$  обуславливает наличие градиента фазы параметра порядка, что приводит к существованию перманентного сверхпроводящего циркулирующего тока  $I_s = \Phi / L$ . Это отношение аналогично закону Ома  $I = V / R$ . Оно позволяет применять линейные правила Кирхгофа в сверхпроводниковых цепях.

Представление информации в сверхпроводниковых схемах основано на квантовании магнитного потока в замкнутом сверхпроводящем контуре. К примеру, наличие или отсутствие кванта магнитного потока в сверхпроводящей петле может рассматриваться как логические «1» и «0». Такое представление приводит к физической локализации информации, что представляет принципиальное отличие от представления информации в полупроводниковых схемах. Локализация информации создает глубокую аналогию между современными сверхпроводниковыми логическими схемами и клеточными автоматами Неймана [35], в цепях которых в основном используется ближкодействующее взаимодействие.

Стационарный эффект Джозефсона (1.1) привносит в сверхпроводниковые схемы нелинейность. Переход джозефсоновского контакта в резистивное состояние, с превышением тока, текущего через него, критического значения, открывает возможность

для изменения полного магнитного потока в сверхпроводящем контуре. Согласно нестационарному эффекту Джозефсона (1.2), изменение джозефсоновской фазы на  $2\pi$  сопровождается возникновением одноквантового импульса напряжения, интеграл которого по времени равен  $\int V dt = \Phi_0$ . Таким образом, единичное переключение контакта в резистивное состояние соответствует переходу через него кванта магнитного потока. Энергия, выделяемая в этом процессе, крайне мала  $E_J = I_c \Phi_0 \sim 2 \times 10^{-19}$  Дж, с учетом типичного значения критического тока  $I_c \sim 0.1$  мА. Это значение обусловлено рабочей температурой  $T = 4.2$  К, при которой шумовой ток (1.18)  $I_T \approx 0.18$  мкА.

Как было упомянуто выше, наибольшее распространение получили ниобиевые туннельные SIS контакты, шунтированные внешним резистором для демпфирования паразитных LC резонансов в цепях. Характерная частота (1.4) переключений таких контактов составляет  $\omega_c / 2\pi \sim 100 - 350$  ГГц, так что характерное напряжение, возникающее на контакте  $V_c = I_c R_n \sim 0.2 - 0.7$  мВ.

Стоит отметить, что уравнение резистивной модели джозефсоновского контакта с емкостью (1.4) эквивалентно уравнению механического маятника с моментом инерции  $\beta_c / \omega_c^2$  (емкость здесь играет роль массы), коэффициентом вязкости  $1/\omega_c$  (сопротивление определяет демпфирование), и крутящим моментом  $I/I_c$ . Эта простая аналогия позволяет рассматривать сверхпроводниковые схемы как цепочки маятников.



Рисунок 1.7. Одноквантовый импульс напряжения на джозефсоновском контакте, соответствующий переходу через него кванта магнитного потока, и его механическая аналогия с вращением маятника.

Вращение маятника на  $2\pi$  сопровождается последующими колебаниями вблизи положения равновесия (рис. 1.7), называемыми в данном случае «плазменными

осцилляциями». Частота плазменных осцилляций равна  $\omega_p = \omega_c / \sqrt{\beta_c} = \sqrt{2\pi I_c / \Phi_0 C}$ . Для правильного выполнения логических операций эти осцилляции должны затухнуть перед последующим переключением джозефсоновского контакта. Это требование  $\omega_c \approx \omega_p$  может быть удовлетворено при значении параметра Стюарта – Маккамбера  $\beta_c \approx 1$ . Поэтому на практике тактовые частоты схем меньше  $\omega_c$ , и соответственно меньше 100 ГГц.

Сложность сверхпроводниковых цепей, которые могут быть размещены на чипе, определяется размером джозефсоновского контакта. Площадь джозефсоновского перехода тесно связана с плотностью критического тока  $j_c$ . Этот параметр  $j_c$  является одним из самых важных в стандартной ниобиевой технологии изготовления туннельных контактов. Он определяется свойством изолирующей прослойки  $\text{Al}_2\text{O}_3$  между сверхпроводниковыми электродами, и ее толщиной  $d \sim 1$  нм. Типичная плотность критического тока находится в диапазоне  $j_c = 10 - 100$  мкА/мкм<sup>2</sup>. Соответствующая ей емкость джозефсоновского контакта  $c = 40 - 60$  фФ/мкм<sup>2</sup>. Вариация критического тока джозефсоновского контакта  $I_c = aj_c$  реализуется путем изменения его площади  $a$ . Ей сопутствует изменение емкости контакта  $C = ac$ . Величина шунтирующего сопротивления подбирается в соответствие с упомянутым условием  $\beta_c = 1$  как  $R_n = \sqrt{\Phi_0 / 2\pi j_c c} / a$ . Площадь шунта определяется площадью контакта  $a$ , минимальным пространственным шагом в используемом технологическом процессе ( $\sim 0.5 - 1$  мкм) [36, 37], и погонным сопротивлением используемых резистивных материалов (Mo, MoN<sub>x</sub>,  $r = 2 - 6$  Ом на квадрат) [36, 37].

В то время как собственная площадь джозефсоновского контакта обычно составляет порядка  $a_j = 1$  мкм<sup>2</sup> для  $j_c = 100$  мкА/мкм<sup>2</sup>, общая площадь контакта с шунтом оказывается на порядок больше -  $a_{RSJ} = 10$  мкм<sup>2</sup>. Соответствующая плотность джозефсоновских контактов на чипе составляет  $10^7/\text{см}^2$ . Оценку на максимальную сложность сверхпроводниковой схемы - 2.5 млн. контактов на  $1 \text{ см}^2$  - можно получить из расчета того, что лишь четверть доступной площади может быть занята джозефсоновскими контактами с учетом разводки [36]. Такая степень интеграции соответствует процессорам Pentium Pro, Pentium II (оцененная в количестве транзисторов на  $1 \text{ см}^2$ ) середины 1990-х годов. Тем не менее, этого достаточно чтобы создавать функциональные вычислительные макроблоки, которые затем могут быть соединены в более сложную схему с использованием «мультичиповой» технологии [38].

### 1.5. Сверхпроводниковые аналого-цифровые преобразователи на базе СКВИДов

Сверхпроводниковая электроника позволяет создавать высоколинейные аналого-цифровые преобразователи (АЦП) для прямой оцифровки сигнала в широком диапазоне от низких частот до десятков гигагерц [39]. АЦП – пример электронного устройства, работающего с сигналами смешанного типа. Как правило, зависящая от времени амплитуда входного сигнала (напряжения) превращается в последовательности  $N$  двоичных отсчетов на частоте дискретизации  $f$ . Высокие характерные частоты джозефсоновских контактов стали основой для первоначального интереса к реализации сверхпроводниковых АЦП-приложений [40, 41]. Первые АЦП на основе криотронов (тонкие пленки сверхпроводника, способные скачком переходить из сверхпроводящего в нормальное состояние под действием приложенного критического магнитного поля) были запатентованы в 1960 году, всего несколько лет спустя после появления первых цифровых устройств на этой технологической базе [42, 43]. Ожидаемое быстроедействие на уровне нескольких микросекунд на одну операцию представлялось в те времена весьма значительным. В дальнейшем увеличить быстроедействие удалось за счет использования джозефсоновских контактов в качестве основных переключающихся элементов. Первый джозефсоновский АЦП (с последовательной аппроксимацией сигнала) был разработан в 1974 году в ИВМ. Это устройство состояло из системы выборки и хранения (обеспечивающего неизменность входного напряжения в течение времени преобразования) и четырех компараторов на основе последовательно соединенных джозефсоновских элементов, переключающихся в резистивное состояние при заданном уровне сигнала [44, 45].

Первые версии сверхпроводниковых АЦП создавались как более быстрые аналоги полупроводниковых преобразователей. Свое развитие сверхпроводниковые АЦП получили благодаря описанным выше уникальным свойствам сверхпроводящих интерферометров:

- квантовой точности преобразования напряжения в частоту, обусловленной нестационарным эффектом Джозефсона (1.2);
- квантованию магнитного потока в сверхпроводящих контурах;
- высокой чувствительности сверхпроводящих джозефсоновских интерферометров к изменению приложенного магнитного потока;
- низкому уровню шумов (при температуре  $T = 0,9$  К для СКВИДов рекордное разрешение по энергии  $\delta E \approx h$ , что лишь в два раза превышает квантовый предел чувствительности);

– высокой энергоэффективности.

В сверхпроводниковых АЦП на базе СКВИДов информация представлена в виде наличия/отсутствия кванта магнитного потока в сверхпроводящем контуре интерферометра. Соединяя несколько джозефсоновских контактов параллельно (рис. 1.8), можно создать джозефсоновскую передающую линию (ДПЛ), по которой будет передаваться бит информации (квант магнитного потока) за счет силы Лоренца. Динамика процесса состоит в последовательных переключениях джозефсоновских контактов, происходящих при суммировании тока питания  $I_b$  и циркулирующего тока кванта магнитного потока (флаксона). Переход контакта в резистивное состояние сопровождается перераспределением циркулирующего тока флаксона в сторону следующего контакта. Процесс перераспределения заканчивается переключением следующего контакта в резистивное состояние, в то время как рассматриваемый контакт возвращается в сверхпроводящее состояние.

Важно подчеркнуть, что движение квантов магнитного потока возможно, только если величина вынуждающей силы, создаваемой током питания  $I_b$ , превышает некоторое пороговое значение (величина которого задается потенциальным барьером Пайерлса-Набарро). Этот факт и позволяет построить простейший сверхпроводниковый «квантователь»: джозефсоновский компаратор, схема работы которого представлена на рис. 1.9. В контур компаратора через джозефсоновскую передающую линию "Вход" попадают (при правильно подобранных токах питания  $I$  и  $I_{COMP}$ ) кванты магнитного потока. В зависимости от соотношения между величиной сигнала ( $I_{signal}$ ) и критическим током контактов ( $I_c$ ) упомянутые кванты, проходя через выделенную рамкой «пару принятия решения», появляются (или не появляются) в джозефсоновской линии "Выход" [35, 46].

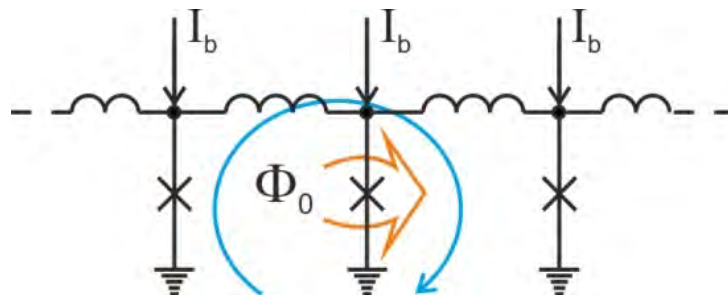


Рисунок 1.8. Джозефсоновская передающая линия.  $I_b$  – ток питания. Голубой стрелкой показан циркулирующий ток, соответствующий кванту магнитного потока. Оранжевой стрелкой выделен джозефсоновский контакт, переключающийся в резистивное состояние.

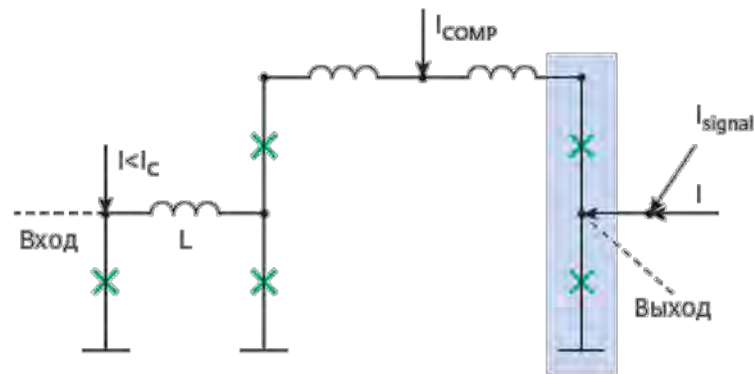


Рисунок 1.9. Принципиальная схема балансного джозефсоновского компаратора. Обозначения:  $I$  и  $I_{COMP}$  – токи питания,  $I_{signal}$  – ток аналогового сигнала,  $I_c$  – критический ток контактов. Рамкой выделена «пара принятия решения».

В России впервые схема джозефсоновского регенеративного импульсного триода в качестве высокочувствительного компаратора (на основе торцевых джозефсоновских переходов с непосредственной проводимостью), содержащая также джозефсоновский генератор квантов и передающую линию, была реализована совместно НИИФП им. Ф. В. Лукина и МГУ им. М. В. Ломоносова [47].

Реализуемые сегодня устройства заметно сложнее. Среди принципиально новых сверхпроводниковых АЦП можно выделить два типа устройств. Первый тип – параллельные АЦП с большим количеством компараторов-квантователей, у которых частота дискретизации в идеальном случае вдвое превышает частоту Найквиста, и второй – дельта и дельта-сигма АЦП с одним компаратором, которые работают с частотой дискретизации, во много раз превышающей требуемую, и путем фильтрации оставляют в сигнале только нужную спектральную полосу (в традиционных названиях корни «дельта» ( $\Delta$ ) и «сигма» ( $\Sigma$ ) обозначают, соответственно, разность и сумму, т.е. «цифровые» аналоги суммирования и интегрирования).

Первый тип устройств хорошо подходит для оцифровки широкополосных сигналов со средними требованиями к разрешению (до 8 бит). Второй тип АЦП благодаря возможности создания практически идеального интегратора в цепи обратной связи позволяет оцифровать узкополосный сигнал с высоким разрешением.

Рассмотрим вкратце историю развития сверхпроводниковых параллельных АЦП. В 1975 году в ИВМ были созданы первые параллельные «найквистовские» АЦП, достаточно полно использующие уникальные свойства сверхпроводниковых систем:  $\Phi_0$ -периодичная вольт-поточковая зависимость двухконтактного ПТ СКВИДа дает возможность создать  $n$ -

битный флеш-АЦП, используя всего  $n$  компараторов, тогда как для обычных полупроводниковых технологий здесь требуется  $(2n-1)$  однопороговых компараторов [48].

В борьбе за увеличение компактности сверхпроводниковых АЦП прорывными идеями стали:

- переход к использованию квазиодноконтактных сверхпроводящих контуров в качестве основной элементной базы [49, 50]. На рис. 1.10 показано, как одноконтактный интерферометр с  $\Phi_0$ -периодичной зависимостью тока через контакт от тока, поданного на вход, связан с парой джозефсоновского компаратора [51];
- совершенствование цепей, связывающих «холодную» часть системы с электроникой, работающей при комнатной температуре.

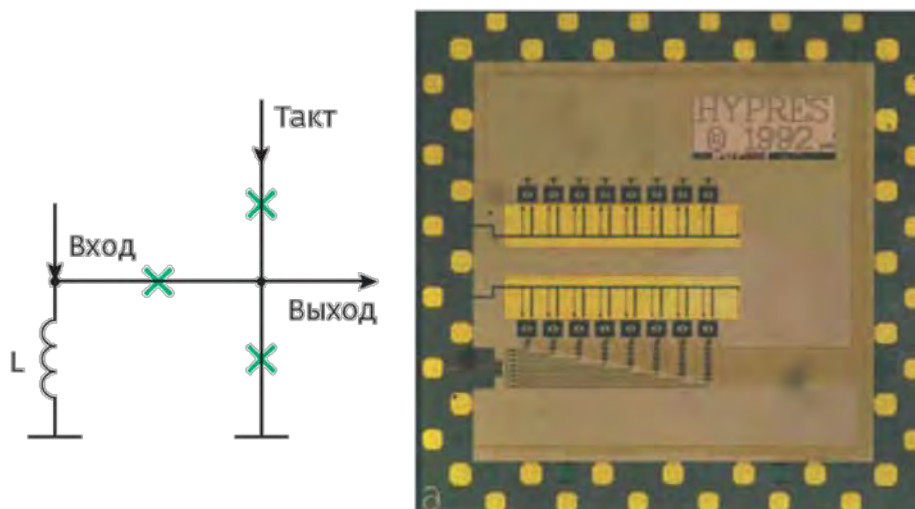


Рисунок 1.10. Принципиальная схема квазиодноконтактного компаратора и фотография компактного флеш-АЦП на основе такой архитектуры [51].

В итоге в 2010 году экспериментальные исследования, проведенные в ISTEC (Япония), продемонстрировали успешное функционирование основных элементов АЦП при быстродействии до 15 Гбит/с [52, 53]. Одним из недостатков, препятствующих развитию технологии параллельных сверхпроводниковых АЦП, является необходимость одновременно прикладывать аналоговый сигнал и тактирующие импульсы ко всем используемым компараторам.

Перейдем теперь к рассмотрению АЦП с избыточной дискретизацией. Простейшим базовым элементом такого АЦП (использующего, как уже упоминалось, только один компаратор) может выступать одиночный джозефсоновский контакт (с подключенным параллельно сопротивлением). На этом элементе приложенное напряжение (возникшее



под действием токового входного сигнала) преобразуется в пакеты одноквантовых импульсов с характерной частотой  $f = 2eV/h = V/\Phi_0$ . Количество одноквантовых импульсов, пришедших от джозефсоновского контакта (или от ПТ СКВИДа, заменяющего контакт (рис. 1.11) для большей чувствительности преобразования  $V \rightarrow f$ ) на счетчик за определенный «тактовый» интервал, и определяет полученную «оцифрованную» величину сигнала. Предельная продемонстрированная частота переключений в такой системе может достигать 100 ГГц [54].

Более совершенная структура основного элемента АЦП была разработана в МГУ им. М. В. Ломоносова и ИРЭ РАН в начале 1990-х годов [55]. В этой структуре джозефсоновский переход заменен на ПТ СКВИД, с индуктивностью которого непосредственно связан входной сигнал. Он генерирует одноквантовые импульсы (идущие, как показано на рис. 1.12, либо к счетчику 1, либо к счетчику 2) всякий раз, когда поток через его сверхпроводящий контур увеличивается/уменьшается на  $\Phi_0$ .

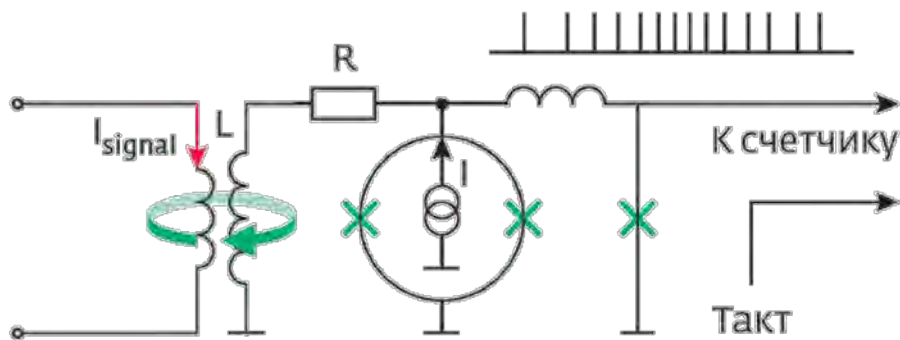


Рисунок 1.11. Принципиальная схема функционирования АЦП на  $V \rightarrow f$  преобразовании (в качестве преобразующего элемента используется ПТ СКВИД, рабочую точку которого определяет ток питания  $I$  и аналоговый сигнал  $I_{signal}$ ).

Недостаток этой архитектуры – характерный для "квантователя" на основе СКВИДа гистерезис при смене знака производной потока по времени. Решить эту проблему удалось в АЦП с фазовой модуляцией-демодуляцией, принципиальная схема базового элемента которой представлена на рис. 1.13. В этой ячейке источник напряжения (или фазы) с постоянной скоростью «накачивает» в сверхпроводящий контур с одним джозефсоновским переходом магнитный поток. При этом скорость, с которой кванты магнитного потока покидают контур в виде одноквантовых импульсов, определяется аналоговым входным сигналом. Экспериментально продемонстрированный АЦП на

основе такого подхода характеризовался 14,5 эффективными битами и быстродействием до  $46 \times 10^9$  тактов/с [56].

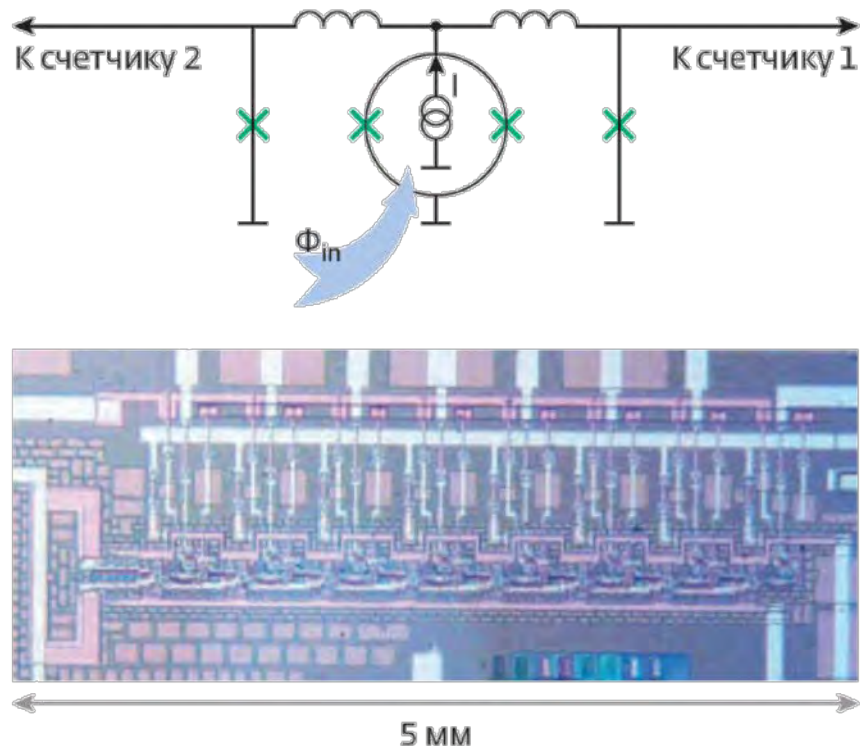


Рисунок 1.12. Фотография первого АЦП с двумя счетчиками БОК-импульсов (аналоговый сигнал  $\Phi_{in}$  «входит» непосредственно в геометрическую индуктивность ПТ СКВИДа), и принципиальная схема квантователя.

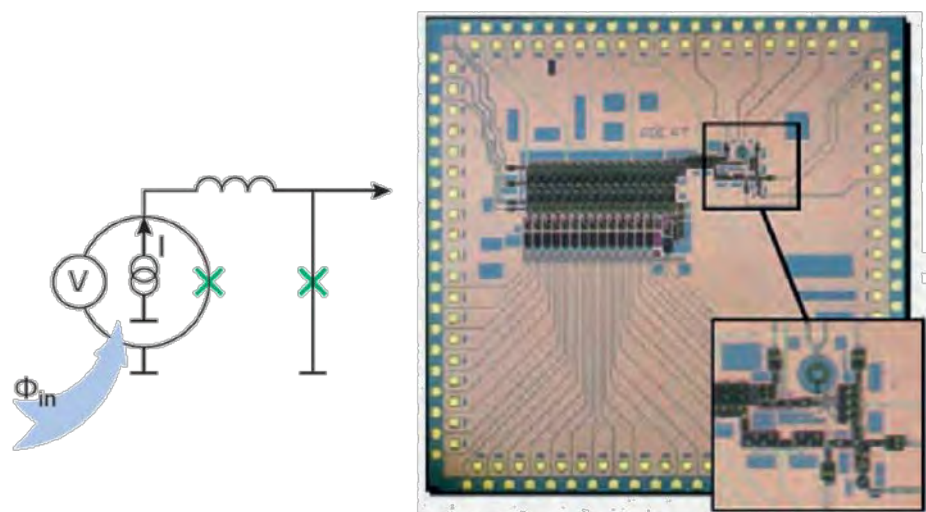


Рисунок 1.13. Принципиальная схема базовой ячейки АЦП с фазовой модуляцией-демодуляцией и фотография чипа с АЦП (компания HYPRES).

Успехи в создании сверхпроводниковых АЦП позволяют создавать на их основе эффективные полностью цифровые приемники для космической связи вплоть до X-диапазона (7,5 – 8,5 ГГц) [57] и рассчитывать на создание программно-управляемых систем связи нового поколения с тактовой частотой до 20 ГГц и более.

## **1.6. Основы сверхпроводниковой технологии высокопроизводительных вычислительных устройств**

Прогресс развития полупроводниковых вычислительных технологий в последние годы отмечен стагнацией. Три года назад Боб Колвел (бывший руководитель Intel по разработке 32-х разрядной архитектуры для Pentium Pro, Pentium II, III и IV) сформулировал сложившуюся ситуацию в следующих тезисах [58]:

- Официально закон Мура перестанет действовать в 2020 г. при достижении 7 нм технологии, однако, уже сейчас видно, что технология 11 нм не представляет преимуществ перед технологией 14 нм, которая лишь в пределе оказывается лучше технологии 22 нм.

- Проблема энерговыделения резко ограничивает возможную степень интеграции, что означает конец мультиядерной эры (только часть ядер может работать одновременно).

- «Квантовые вычисления» не могут решить проблему. Если какая-то другая технология на это способна, лучше ей показать это сейчас, так как мы опоздали уже на восемь лет.

Упомянутые фундаментальные изменения положения ярче всего проявляются в суперкомпьютерной индустрии. Энергоэффективность становится одним из важнейших параметров работы суперкомпьютеров, поскольку энергопотребление в настоящее время накладывает серьезные ограничения на дальнейший прогресс на пути их развития [59-61].

Уровень энергопотребления самого мощного современного суперкомпьютера Sunway Taihulight, работающего с рекордной производительностью 93 петафлопс (1 петафлопс соответствует  $10^{15}$  операций в секунду) составляет 15.4 МВт [62]. Для суперкомпьютеров следующего, экзафлопсного поколения (с производительностью  $10^{18}$  операций в секунду), прогнозируется увеличение уровня энергопотребления до сотен МВт [63], что уже сравнимо с мощностью, вырабатываемой небольшой электростанцией. Помимо технических трудностей заведения такой большой мощности в здание, столь низкая энергоэффективность приведет к огромным финансовым затратам на оплату электроэнергии, более 100 млн. долларов в год.

Согласно дорожной карте [64], целевой уровень энергопотребления экзафлопсной машины соответствует уровню энергопотребления сегодняшних суперкомпьютеров и составляет 20 МВт. Это означает требование к уровню энергопотребления - менее 20 пДж/флоп или энергоэффективность более 50 Гфлопс/Вт. К сожалению, энергоэффективность современных полупроводниковых суперкомпьютеров на порядок хуже требуемой. К примеру, энергоэффективность Sunway Taihulight – 6 Гфлопс/Вт. На сегодняшний день представляется, что предполагаемые в будущем пути улучшения энергоэффективности, такие как 3D архитектура, не приведут к значительному изменению этого показателя [65].

Необходимо отметить, что низкая энергоэффективность приводит не только к высокому энергопотреблению, но и ограничивает тактовую частоту схем на уровне 4 – 5 ГГц. Этот частотный предел является следствием «температурных» ограничений, накладываемых на степень интеграции и скорость переключения транзисторов. Проблема теплоотвода является одним из важнейших препятствий на пути дальнейшего масштабирования и увеличения производительности полупроводниковых цепей. При этом было показано, что даже если будет изобретен альтернативный физический принцип реализации цифровой логики на базе электронного транспорта, соответствующие логические устройства не превзойдут по своим характеристикам существующие полупроводниковые аналоги [66]. Стоит отметить, что криогенное охлаждение полупроводниковых схем не сможет решить эту проблему [66].

Будущее высокопроизводительных вычислений, скорее всего, связано с «посткремниевой» технологией, характеризующейся высокой энергоэффективностью. Одним из перспективных решений является сверхпроводниковая цифровая технология, где энергия переключения базового элемента – джозефсоновского контакта - составляет всего  $E_J \approx 2 \times 10^{-19}$  Дж, а распространение сигналов по сверхпроводящим линиям не сопровождается потерями. Сравнение с энергией переключения современного полупроводникового транзистора FinFET (fin field effect transistor)  $\sim 10^{-15}$  Дж дает оценку улучшения уровня энергоэффективности на два порядка (с учетом энергозатрат на охлаждение сверхпроводниковых схем). Было показано, что для определенных алгоритмов преимущество по энергоэффективности сверхпроводниковых схем может достигать семи порядков [67]. Стоит отметить, что на базе сверхпроводниковой цифровой технологии уже были реализованы достаточно сложные устройства, например, полностью цифровая приемная система спутниковой связи [57], с помощью которой возможна прямая оцифровка и обработка сигнала вплоть до частоты 21 ГГц [68]. Уровень развития

сверхпроводниковой технологии вычислений может быть проиллюстрирован задачей, поставленной американским агентством IARPA в программе “Cryogenic computing complexity” [69]. Это планируемая в ближайшие годы демонстрация 64-х битного сверхпроводникового компьютера, работающего на тактовой частоте 10 ГГц, с пропускной способностью  $10^{13}$  однобитных операций в секунду при эффективности  $10^{15}$  однобитных операций на Джоуль энергии, при рабочей температуре 4 К.

В следующих параграфах представлено описание физических основ функционирования сверхпроводниковых логических схем. Работа простейших логических ячеек проиллюстрирована на примере наиболее распространенной быстрой одноквантовой логики, или по-английски RSFQ (Rapid Single Flux Quantum logic). Затем рассмотрены основные типы энергоэффективных сверхпроводниковых логик: энергоэффективные версии RSFQ (LV-RSFQ, ERSFQ, eSFQ), взаимная квантовая логика – RQL (Reciprocal Quantum Logic), и чрезвычайно энергоэффективная адиабатическая сверхпроводниковая логика – ASL (Adiabatic Superconductor Logic). Приведен так же краткий обзор сверхпроводниковой памяти. Текущий статус представлен описанием различных подходов к созданию сверхпроводникового управляющего элемента ячейки памяти. В заключении кратко описаны подходы реализации квантовых вычислений и искусственных нейронных сетей на базе сверхпроводящих интерферометров.

### ***1.6.1. Быстрая одноквантовая логика***

RSFQ доминирует в цифровой сверхпроводниковой технологии, начиная с 1990-х годов [70]. На ее основе было создано множество цифровых и аналого-цифровых устройств, таких как АЦП [39], цифровые сигнальные процессоры и процессоры общего назначения [71].

Рассмотренная в предыдущем параграфе джозефсоновская передающая линия представляет собой элемент логических схем RSFQ – линию передачи данных. На ее примере можно сформулировать основной принцип функционирования логических схем RSFQ. Он сводится к суммированию токов питания и токов флаксонов. Это суммирование приводит (или не приводит) к переключению выходного джозефсоновского контакта, в соответствии с которым происходит (или не происходит) воспроизведение одноквантового импульса на выходе схемы. Согласно представлению информации в RSFQ логике, приход одноквантового импульса на вход схемы за период тактового сигнала означает логическую единицу на входе, отсутствие импульса – логический ноль.

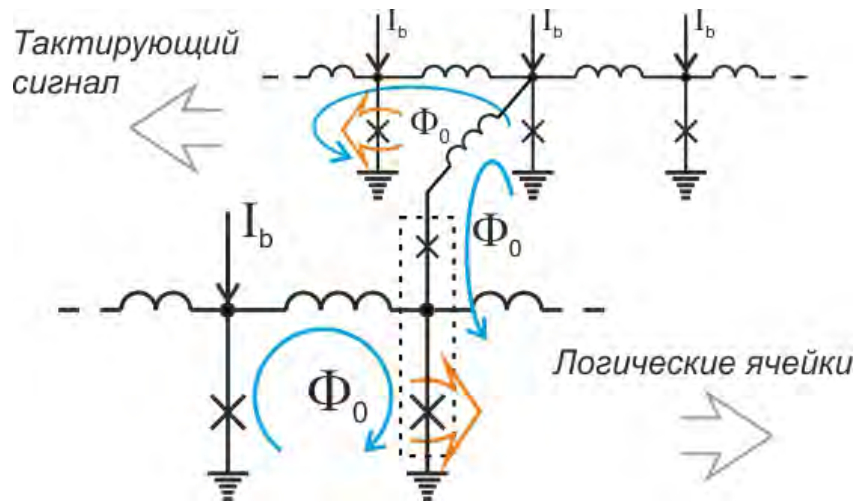


Рисунок 1.14. Логическая ячейка RSFQ связанная с тактирующей ДПЛ.  $I_b$  – ток питания. Голубыми стрелками показаны циркулирующие токи флаксонов, оранжевыми – переключающиеся в текущий момент джозефсоновские контакты. Пунктирным прямоугольником выделена «пара принятия решения».

Рис. 1.14 показывает пример тактируемого считывания информации с логической ячейки RSFQ. Тактирование осуществляется посредством приложения одноквантовых импульсов к логическим ячейкам. Верхняя ДПЛ служит для распределения тактирующего сигнала. Одноквантовые импульсы заводятся на логические ячейки через дополнительные ветви, как показано на рис. 1.14. Отметим, что в точке ветвления джозефсоновский контакт клонирует флаксоны. Операция считывания производится «парой принятия решения», отмеченной пунктирным прямоугольником. В ней критический ток верхнего перехода изначально ниже, критического тока нижнего контакта. Наличие (отсутствие) кванта магнитного потока в логической ячейке подводит (не подводит) нижний джозефсоновский контакт ближе к его критическому току по сравнению с состоянием верхнего контакта. Тактирующий одноквантовый импульс переключает соответственно нижний (или верхний) контакт. Воспроизводство кванта магнитного на выходе схемы обозначает логическую единицу, в то время как отсутствие кванта потока – логический ноль.

Обсуждаемая логическая ячейка функционирует как конечный автомат. Ее состояние зависит от истории входных сигналов. Непосредственно рассматриваемая ячейка работает как широко известный D – триггер (“D” от английского “Data” – «данные» или “Delay” – «задержка») – основа регистров сдвига. Отметим, что его реализация заметно проще конструкции полупроводниковых аналогов. Базовыми

ячейками RSFQ являются подобные триггеры, и соответственно RSFQ – это последовательная логика, что принципиально отлично от комбинационной логики полупроводниковых устройств (в которых состояние логической ячейки на выходе является функцией текущих сигналов на входе).

Еще одной особенностью RSFQ является глубокая конвейеризация. Поскольку лишь одна тактируемая операция производится за такт (некоторые операции могут производиться асинхронно), один этап обработки информации (одна ступень конвейера) в RSFQ включает в себя лишь несколько логических ячеек, что опять же принципиально отличается от архитектуры полупроводниковых схем.

Тактовый сигнал эффективно является частью данных в рассматриваемой схеме. Это дает возможность создания глобально асинхронных схем (как будет показано ниже, реализация полностью синхронных вариантов цепей на базе RSFQ так же возможна). Поскольку частота тактового сигнала определяется периодом повторения одноквантовых импульсов в тактирующей ДПЛ, она может быть подстроена «на лету» с использованием логических ячеек, в соответствие с обрабатываемыми данными.

В RSFQ схемах ток питания подводится через резисторы (рис. 1.15). Источник напряжения, генерирующий ток питания может быть реализован на базе ДПЛ с постоянным током питания, на которую подается одноквантовый тактовый сигнал с локального генератора одноквантовых импульсов, рис. 1.16. В соответствие с нестационарным эффектом Джозефсона (1.2) среднее напряжение на этой ДПЛ строго пропорционально частоте  $f$  следования одноквантовых импульсов  $\bar{V}_b = \Phi_0 f$ . Контроль тактирующего сигнала посредством логических схем позволяет изменять напряжение питания или даже делать его нулевым. Последнее соответствует переводу схем в «спящий режим», в котором энергопотребление отсутствует.



Рисунок 1.15. Схема питания логических элементов в RSFQ логике.

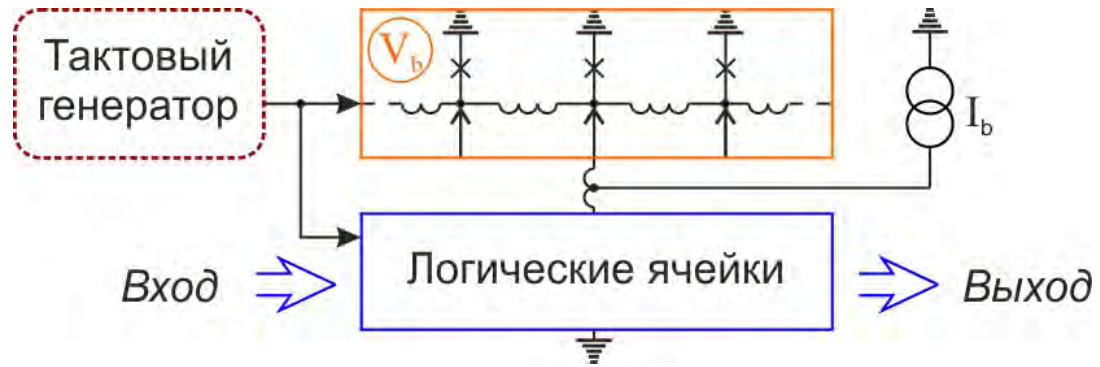


Рисунок 1.16. Схема реализации источника напряжения в RSFQ логике.

Реализация такого механизма энергосбережения на уровне индивидуальных цепей возможно с разбиением общей схемы на последовательно соединенные острова, работающие с общим уровнем тока питания, но с возможностью различного напряжения питания [72]. Поскольку в RSFQ логические схемы запитаны параллельно, общий ток питания увеличивается пропорционально количеству джозефсоновских контактов в схеме. Таким образом, для схемы состоящей из 1 млн. контактов ток питания оказывается слишком велик,  $I_b \sim 100$  А. Островная архитектура позволяет держать его на приемлемом уровне [73], ниже 3 А.

Стоит отметить, что энергоэффективность не играла заметной роли во времена создания RSFQ логики. Высокие тактовые частоты рассматривались как ее основное преимущество. Так, к примеру, спустя всего несколько лет после начала развития на базе RSFQ был предложен экстремально быстродействующий цифровой делитель частоты (Т-триггер) [74]. В экспериментальной демонстрации его тактовая частота составляла 770 ГГц, так что и на сегодняшний день он является одной из самых быстрых цифровых схем.

Первыми базовыми ячейками RSFQ был двухконтактные сверхпроводящие интерферометры. В схемах они соединялись резисторами [75], так что “R” в аббревиатуре обозначало “Resistive” – «резистивный». Питание подводилось так же через резисторы.

В то время как резисторы, соединяющие логические ячейки, достаточно быстро были заменены на сверхпроводящие индуктивности и джозефсоновские контакты [76], резисторы в линиях питания оставались вплоть до недавнего времени (рис. 1.15), определяя стационарную диссипацию энергии  $P_S = I_b V_B$ , где  $I_b$  и  $V_B$  – постоянный ток и соответствующее напряжение питания. Ток питания обычно близок к критическому току  $I_b \sim 0.75I_c$ . Для предотвращения его растекания в процессе работы, напряжение питания



делается на порядок больше характерного напряжения джозефсоновских контактов  $10xI_C R_S \sim V_B$ . Типичное значение рассеиваемой мощности  $P_S$  для логического элемента RSFQ составляет  $\sim 800$  нВт [65].

Еще одним механизмом, дающим вклад в энерговыделение джозефсоновских схем, является динамическая диссипация энергии связанная с переключением джозефсоновских контактов. Этот динамический вклад может быть определен как  $P_D = I_B \Phi_0 f$ . Для типичной тактовой частоты  $f = 20$  ГГц динамическая диссипация энергии логического элемента RSFQ находится на уровне  $P_D \sim 13$  нВт [65]. Как видно, динамическая диссипация энергии меньше статической примерно в 60 раз и поэтому основные усилия по улучшению энергоэффективности цифровых сверхпроводниковых схем были направлены на снижение именно статической компоненты.

#### *1.6.1.1. Низковольтовая быстрая одноквантовая логика*

Первым шагом на пути снижения статической диссипации энергии стало уменьшение напряжения питания. Соответствующая версия RSFQ логики получила название LV-RSFQ (от английского “Low Voltage” – «низкое напряжение»). Перераспределение тока питания между соседними логическими ячейками демпфировано в этой логике за счет больших индуктивностей подсоединенных последовательно с резисторами питания [77-79].

К сожалению, такой подход ограничивает максимальную тактовую частоту. Увеличение тактовой частоты сопровождается увеличением среднего напряжения  $\bar{V}$  на логической ячейке, что в свою очередь приводит к уменьшению тока питания пропорционального  $V_b - \bar{V}$  и, в конечном счете, к неправильному функционированию ячейки [80]. Существование такого компромисса вдобавок к необходимости выделения дополнительной площади под демпфирующие индуктивности в линиях питания на практике ограничивает использование этой логики. Поскольку статическая диссипация в ней все же присутствует, этот подход можно назвать «половинчатым» решением. В след за ним появились другие версии RSFQ, в которых в стационарном состоянии потребление энергии отсутствует. Эти версии были названы ERSFQ и eSFQ (буквы “E/e” происходят от словосочетания “energy efficient” – «энергоэффективный»).

## 1.6.1.2. «Асинхронная» энергоэффективная быстрая одноквантовая логика

ERSFQ логика [81] явилась следующим логическим шагом после LV-RSFQ. В этой логике резисторы в линиях питания заменены на джозефсоновские контакты, ограничивающие ток питания, рис. 1.17. Такое замещение подобно модификации RSFQ схем, сделанной в начале истории развития этой логики, когда резисторы, связывающие ячейки, были заменены на сверхпроводящие соединения и джозефсоновские переходы. Оно обеспечивает возможность нахождения схемы в полностью сверхпроводящем состоянии.

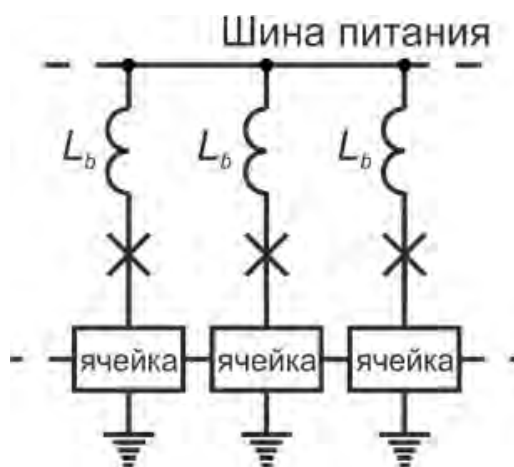


Рисунок 1.17. Схема питания логических элементов в ERSFQ логике.

Основная трудность удаления резисторов из линий питания заключается в образовании сверхпроводящих контуров между логическими ячейками. Поскольку, в общем случае, логические ячейки переключаются асинхронно в зависимости от потока обрабатываемых данных, среднее напряжение на них, а следовательно и набег джозефсоновской фазы, оказывается разным. Вследствие этого между ячейками возникают циркулирующие токи, изменяющие заданный ток питания и препятствующие корректной работе схем. В ERSFQ схемах возникающая разность джозефсоновской фазы автоматически компенсируется джозефсоновскими контактами в линиях питания. Поскольку моменты переключения этих контактов (увеличения фазы на  $2\pi$ ) зависят от потока данных и не синхронизованы с тактовыми импульсами, некоторые вариации тока питания оказываются возможны. Эти вариации  $\Delta I = \Phi_0/L_b$  ограничиваются индуктивностями  $L_b$ , включенными последовательно с джозефсоновскими контактами. В то время как большие значения индуктивностей  $L_b$  минимизируют изменения тока питания, увеличивая рабочий диапазон параметров и максимальную тактовую частоту, их

большой геометрический размер увеличивает эффективную площадь схем, уменьшая степень интеграции. Решением этой проблемы может стать увеличение количества слоев, используемых для разводки и использование новых сверхпроводящих материалов, обладающих высокой кинетической индуктивностью. Такие материалы могут использоваться и для миниатюризации самих логических ячеек [36].

### 1.6.1.3. «Синхронная» энергоэффективная быстрая одноквантовая логика

eSFQ [82 - 84] - другой энергоэффективный вариант логики RSFQ. Основная идея, лежащая в основе данной модификации, это «синхронный баланс фаз». В eSFQ схемах ток питания через джозефсоновский контакт подводится к паре последовательно включенных джозефсоновских контактов «паре принятия решения», на которые поступает тактирующий сигнал (рис. 1.18). Схемы организованы таким образом, что на каждом такте переключается либо переход в логической ячейке, либо переход в линии распределения тактирующего сигнала. Таким образом, суммарно набег фазы на «паре принятия решения» на каждом такте равен  $2\pi$  и среднее напряжение во всех точках линии питания оказывается одинаковым. Отметим, что джозефсоновские контакты в линиях питания необходимы только для установления правильного распределения тока в момент включения питания. Они не должны переключаться во время работы [65].

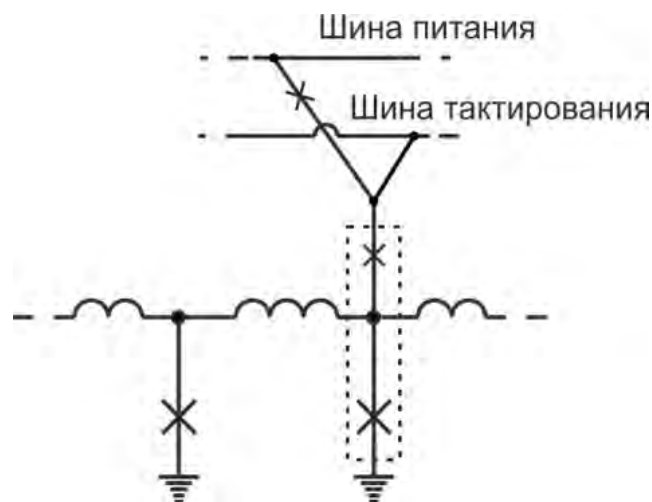


Рисунок 1.18. Схема питания логических элементов в eSFQ логике. Пунктирным прямоугольником отмечена «пара принятия решения».

Рассматриваемый баланс фаз позволяет избежать использования больших индуктивностей в линиях питания, и поэтому площадь, занимаемая логическими ячейками eSFQ, близка к площади ячеек RSFQ. С другой стороны, этот баланс достигается за счет постоянного приложения тактирующего сигнала ко всем логическим ячейкам, что делает eSFQ синхронной логикой, в отличие от асинхронной ERSFQ. Синхронность в данном случае означает, что цепи eSFQ передают логический ноль даже в режиме ожидания, что уменьшает возможности энергосбережения по сравнению с ERSFQ.

Поскольку библиотека базовых логических элементов RSFQ была создана без учета синхронного баланса фаз, переход к eSFQ версии требует ее модификации. В некоторых случаях это приводит к увеличению количества джозефсоновских контактов в схемах. К примеру, ДПЛ в eSFQ должна быть заменена на регистр сдвига [85] (последовательную цепочку D - триггеров, см. рис. 1.14), или на асинхронный аналог – микрополосковую передающую линию.

Схожесть подходов ERSFQ/eSFQ позволяет оценить общее увеличение количества джозефсоновских контактов в схемах на 33 – 40 % по сравнению с RSFQ [65]. Возможность использования RSFQ библиотеки при проектировании ERSFQ схем с сохранением основных преимуществ RSFQ логики делают ERSFQ логику на сегодня наиболее предпочтительной. Обзор цифровых устройств, сконструированных на базе RSFQ, представлен в работе [71].

### *1.6.2. Взаимная квантовая логика*

Логика RQL была предложена в 2011 г. как «ультра-энергоэффективная сверхпроводниковая логика» [86]. Основное отличие RQL от RSFQ состоит в организации питания схемы [87]. В то время как в RSFQ постоянное питание подводится к логическим ячейкам параллельно через резисторы, в RQL переменное питание подводится к логическим ячейкам последовательно через трансформаторы, рис. 1.19.

По сравнению с RSFQ логикой RQL обладает рядом преимуществ:

- отсутствие постоянного тока питания и сопротивлений в линиях питания обеспечивает нулевую статическую диссипацию энергии в охлаждаемом объеме криокуллера. Ток питания терминируется вне криокуллера при комнатной температуре;

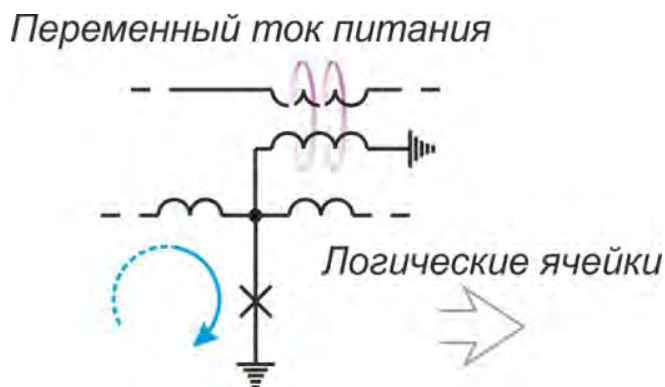


Рисунок 1.19. Схема питания логических элементов в RQL логике. Голубой стрелкой показан циркулирующий ток кванта магнитного потока, фиолетовыми стрелками – связующее магнитное поле в трансформаторе.

- хорошо известной проблемой дизайна RSFQ схем является большой возвратный ток питания, создающий магнитный поток, препятствующий правильному функционированию логических ячеек. Эмпирическое ограничение на максимальный ток в одной шине питания RSFQ составляет 100 мА [73]. В RQL этот возвратный ток отсутствует, поскольку ток питания терминируется вне чипа;

- последовательная схема питания позволяет использовать ток питания со сравнительно маленькой амплитудой, порядка  $I_b \sim 1.8$  мА, вне зависимости от количества джозефсоновских контактов. Это в свою очередь снимает необходимость разбиения больших схем на «острова»;

- ток питания одновременно осуществляет функцию тактирования, поэтому тактирующие ДПЛ, используемые в RSFQ, не нужны;

- в отличие от RSFQ тактовые импульсы не подвержены влиянию термических флуктуаций на джозефсоновских контактах.

В схемах RQL логическая единица представлена парой флаксон – антифлаксон, т.е. двумя противоположно направленными (взаимными) квантами магнитного потока, ноль – отсутствием квантов. Взаимные кванты потока могут перемещаться в одном направлении под действием противоположно направленных токов питания, рис. 1.20. Кванты потока двигаются соответственно в положительном/отрицательном полупериоде волны тока питания. К сожалению, один ток питания (одна шина) недостаточен для направленного движения взаимных квантов. Под действием одного переменного тока возможны лишь пространственные осцилляции взаимных квантов. В RQL используются два переменных тока питания, сдвинутые по фазе на  $\pi/2$ . RQL схемы связаны через трансформаторы с двумя линиями питания попеременно (рис. 1.20). Такая связь образует разделение тока

питания/тактирующего сигнала на четыре фазовых окна, сдвинутых друг относительно друга на  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ . По аналогии с четырехтактным двигателем такое четырехфазное питания обеспечивает направленное распространение взаимных квантов потока [86].

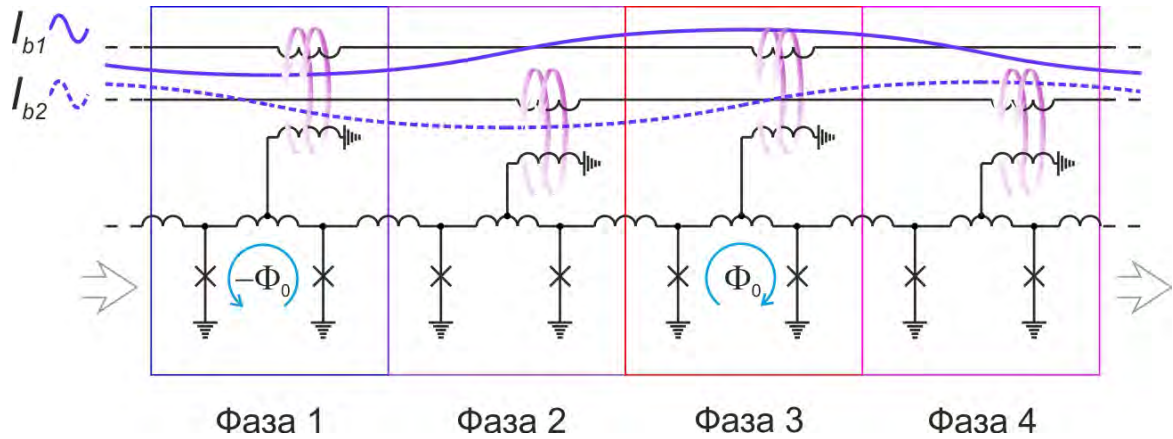


Рисунок 1.20. Передающая линия RQL с четырехфазной схемой питания.  $I_{b1,2}$  – переменные токи питания одновременно обеспечивающие тактирование схемы.

Логические элементы, соединенные с одной линией питания в рамках одного фазового окна, образуют одну ступень конвейера. В RQL одна ступень конвейера может содержать произвольное количество логических ячеек. При этом доступная глубина конвейера обратно пропорциональна тактовой частоте. Для правильного функционирования логических схем временная задержка на одной ступени конвейера должна составлять не более трети тактового периода. Быстродействие схем определяется произведением тактовой частоты на глубину конвейера. Так, к примеру, максимальная тактовая частота RQL схем - 17 ГГц соответствует 8 джозефсоновским переходам в одной ступени конвейера, характерное напряжения которых -  $I_c R_n = 0.75$  мВ (характерная частота -  $f_c = 375$  ГГц).

Стоит отметить, что в схемах RQL имеет место «самосинхронизация». Кванты, пришедшие с опережением, ожидают на краю фазового окна роста тока питания в следующем фазовом окне. Тепловой джиттер (разброс времени прохождения кванта магнитного потока по линии) накапливается только внутри одной ступени конвейера, и поэтому «временные» ошибки, в отличие от RSFQ, в RQL оказываются ничтожными.

Логические операции в RQL производятся посредством маршрутизации квантов потока по индуктивным цепям. Логические ячейки представляют собой конечные автоматы, что аналогично RSFQ. Состояние логической ячейки может быть изменено квантом потока, распространяющимся в положительном полупериоде тактового сигнала.

Взаимный квант служит для сброса ячейки в изначальное логическое состояние после произведения логической операции.

Библиотека RQL элементов, достаточная для реализации любой логической операции, состоит из трех ячеек: И-ИЛИ, А-НЕ-Б, и RS-триггера. Функционирование этих элементов схоже с работой их комбинационных полупроводниковых аналогов [87]. Соответственно дизайн RQL схем ближе к полупроводниковым цепям, чем к RSFQ.

Так же как и достоинства, недостатки RQL схем происходят от особенностей организации схемы питания. Для правильного подведения питания к логическим элементам необходимо использовать высокочастотные делители мощности. Такие делители часто занимают большую площадь. Так, при экспериментальной реализации 8-ми битного сумматора с ускоренным групповым переносом, они занимали площадь в 2.5 раза большую, чем сам сумматор [88]. Помимо этого, переменный ток питания создает известные трудности для высокочастотного дизайна схем (сдвиг фазы и т.д.). Эти недостатки делают RQL хорошо подходящей логикой для больших регулярных структур, функционирующих на относительно невысоких частотах. Недавно на базе RQL была реализована одна из самых больших тестовых сверхпроводниковых цифровых схем – сдвиговой регистр, содержащий 72800 джозефсоновских контактов [89]. Отметим, что тестирование схемы производилось на частоте 2 ГГц.

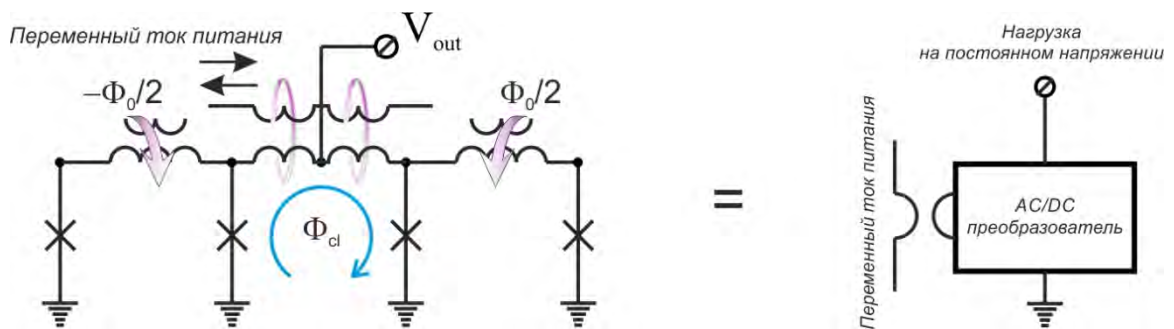


Рисунок 1.21. Схема преобразователя переменного тока в постоянное напряжение. Голубой стрелкой показан ток, наведенный через трансформатор от тока питания. Фиолетовыми стрелками показана магнитная связь. СКВИДы слева и справа от центрального трансформатора смещены по магнитному потоку на  $\pm \Phi_0 / 2$ .

Помимо неудобства связанного с необходимостью заведения высокочастотного тактового сигнала от внешнего источника (в отличие от RSFQ, где тактовый генератор располагается на чипе), схема питания RQL не позволяет контролировать тактовую частоту посредством логических схем расположенных на чипе, что препятствует

реализации рассматривавшихся выше механизмов энергосбережения, возможных в RSFQ. Заведение питания через трансформаторы так же ограничивает возможность миниатюризации схем, к примеру, невозможно заменить геометрические индуктивности на кинетические, как в ERSFQ.

Подводя итог сравнению двух типов питания – постоянного (семейство RSFQ) и переменного (RQL) - можно отметить противоположность их достоинств и недостатков по отношению к высокочастотности и управляемости тактовым сигналом, и величине требуемого тока питания. Цепи с постоянным питанием отличаются высокими тактовыми частотами (до 100 ГГц) и позволяют манипулировать тактовым сигналом, но при этом с увеличением сложности схемы возникает проблема заведения большого тока питания на чип. В цепях с переменным током питания, напротив, амплитуда тока питания не зависит от сложности схемы. В то же время, высокие тактовые частоты (десятки гигагерц) оказываются едва ли достижимы.

Для объединения сильных сторон обоих подходов в работе [90] было предложено использовать преобразователь переменного тока в постоянное напряжение, показанный на рис. 1.21. Он представляет собой два параллельно соединенных двухконтактных СКВИДа, смещенных по магнитному потоку на  $\pm \Phi_0 / 2$ . Смещение СКВИДа на  $\Phi_0 / 2$  задает асимметрию его критических токов для противоположных направлений протекания тока питания [90], что обуславливает возможность «выпрямления» сигнала. В обсуждаемом выпрямителе на каждом полупериоде генерируется по одному или нескольким одноквантовым импульсам напряжения на одном из СКВИДов (переключающийся СКВИД соответствует направлению наведенного тока от тока питания, и знаку магнитного смещения  $\pm \Phi_0 / 2$ ).

Использование таких преобразователей является альтернативой по отношению к разбиению RSFQ схем на острова, которое не смотря известность и успешную экспериментальную апробацию [72], на практике так и не получило широкого распространения. В то же время, использование такого преобразователя в схемах RQL позволяет использовать высокочастотные компоненты, рассчитанные на питание от постоянного напряжения, например, драйверы и приемники для передачи сигналов между чипами, работающие на частотах  $\sim 100$  ГГц [91 - 93]. Использование таких компонент позволит заметно сократить количество параллельных каналов путем компрессии данных из нескольких линий в одну.

Интересно отметить, что несмотря на различие в организации питания, общий уровень энергопотребления в схемах RQL и ERSFQ оказывается схожим. Статическая



диссипация энергии в схемах на базе обеих логик отсутствует. Динамическая диссипация связана с процессом передачи данных. В схемах RQL передача логической единицы сопровождается двойным переключением джозефсоновского контакта, логический ноль передается без переключений. В ERSFQ передачи и нуля и единицы соответствует переключение одного из двух переходов в «паре принятия решения». Предполагая в среднем одинаковое количество нулей и единиц в обрабатываемых данных, можно прийти к единой оценке уровня потребления энергии в схемах обеих логик [36]. Более детальный анализ показывает, что только адиабатическое переключение логических элементов позволяет заметно улучшить энергоэффективность сверхпроводниковых схем [36].

### 1.6.3. Адиабатическая сверхпроводниковая логика

Обсуждавшиеся выше варианты сверхпроводниковых логик используются для неадиабатических и логически необратимых вычислений. Правильное функционирование таких схем обеспечено разделением логических состояний потенциальным барьером  $E_w \sim 10^3 - 10^4 k_B T$ . Заметим, что аналогичный потенциальный барьер в полупроводниковых схемах на 2 – 3 порядка выше,  $E_w \sim 10^6 k_B T$ . Минимально возможный потенциальный барьер соответствует термодинамическому пределу [94] Ландауэра  $E_{\min} = k_B T \ln 2$ , при котором различимость логических состояний пропадает из-за тепловых флуктуаций [66].

Для проведения неадиабатической логической операции необходимо преодолеть обсуждаемый барьер, и поэтому энергия затрачиваемая на такую операцию, примерно равна  $E_w$ . В рассмотренных логиках эта энергия соответствует энергии переключения джозефсоновского контакта  $E_J \sim 2 \times 10^{-19}$  Дж. Предполагая логическую необратимость операции, эта энергия может быть уменьшена до предела Ландауэра  $E_{\min} \approx 4 \times 10^{-23}$  Дж (при  $T = 4.2$  К) с использованием адиабатического процесса переключения логического элемента. Отметим, что в данном случае энергия Ландауэра соответствует изменению энтропии системы, связанной с выполнением необратимой операции [94]. В то же время для физически и логически обратимых операций таких ограничений не существует, и поэтому энергия, затрачиваемая на такие операции, может быть сколь угодно близка к нулю.

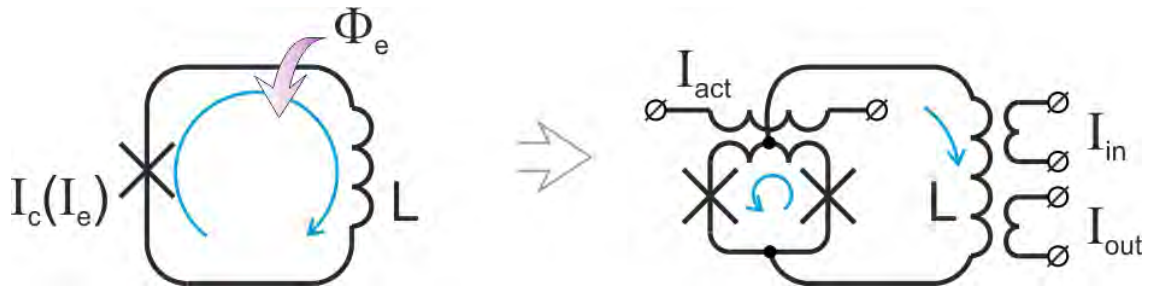


Рисунок 1.22. Принципиальная схема параметрического квантрона (слева), и схема, используемая на практике (справа). Состояние параметрического квантрона обусловлено внешним магнитным потоком  $\Phi_e$  и током  $I_e$ , контролирующим критический ток джозефсоновского контакта  $I_c(I_e)$ .  $L$  – индуктивность основной петли квантрона.  $I_{act}$  – активационный ток,  $I_{in}/I_{out}$  – входной/выходной ток.

Несмотря на то, что идеи обратимости логических вычислений активно обсуждались уже более полувека назад, первые практические обратимые схемы были реализованы [95] лишь недавно, в 2014 году, на базе адиабатической сверхпроводниковой логики - ASL. История развития ASL началась раньше истории RSFQ логики с обсуждения применения «параметрического квантрона» [96] для вычислений в 1976 году. Сама же ячейка квантрона была предложена еще раньше, в 1954 году, и называлась «ВЧ параметроном» [97], применявшимся, однако, в другом режиме работы.

Параметрический квантрон представляет собой сверхпроводящую петлю с одним джозефсоновским контактом, показанную на рис. 1.22 слева. Состояние квантрона обусловлено приложенным магнитным потоком  $\Phi_e$  и током  $I_e$ , контролирующим критический ток джозефсоновского контакта  $I_c(I_e)$ . Потенциальная энергия такой ячейки – это сумма джозефсоновской энергии контакта  $U_J = (E_J/2\pi)[1 - \cos \varphi]$  (напрямую следующей из стационарного эффекта Джозефсона) и магнитной энергии  $U_M = (E_J/2\pi)[\varphi - \varphi_e]^2 / 2l$ :

$$U_{PQ} = \frac{E_J}{2\pi} \left[ 1 - \cos \varphi + \frac{(\varphi - \varphi_e)^2}{2l} \right], \quad (1.24)$$

где  $\varphi_e = 2\pi\Phi_e / \Phi_0$ ,  $l[I_e] = (2\pi/\Phi_0)I_c[I_e]L$  – нормированная индуктивность петли, зависящая от тока  $I_e$ .

Видно, что внешние параметры  $\Phi_e$ ,  $I_e$  через  $\varphi_e[\Phi_e]$  и  $l[I_e]$  контролируют вершину и крутизну параболического слагаемого  $U_M$  в выражении (1.24). В зависимости от  $I_e$ , при  $\varphi_e = \pi$ , профиль потенциальной энергии квантрона имеет одноямный ( $l < 1$ ) или

двухъямный ( $l > 1$ ) вид, рис. 1.23. Логические состояния могут быть ассоциированы с фазой джозефсоновского контакта меньшей или большей  $\pi$ . При  $l > 1$  эти состояния соответствуют минимумам потенциальной энергии. Физически они соответствуют различному магнитному потоку в петле квантрона (с током, циркулирующим в различных направлениях при  $\varphi \neq 2\pi n$ , где  $n$  - целое).

Передача логического состояния может быть реализована в цепочке параметрических квантронов, связанных магнитным образом, и смещенных магнитным потоком в рабочую точку  $\varphi_e = \pi$ . Импульс тока  $I_e$  должен быть приложен к ячейкам последовательно друг за другом, уменьшая их нормированную индуктивность, рис. 1.24. Несколько смежных ячеек могут находиться в одном логическом состоянии. При этом это состояние наиболее выражено в ячейке с наибольшим значением  $l[I_e]$  в текущий момент. Динамика процесса передачи данных может быть сделана адиабатической при надлежащей форме и длительности импульса тока  $I_e$ . Комбинируя взаимные связи ячеек, можно реализовать адиабатические обратимые операции [98].

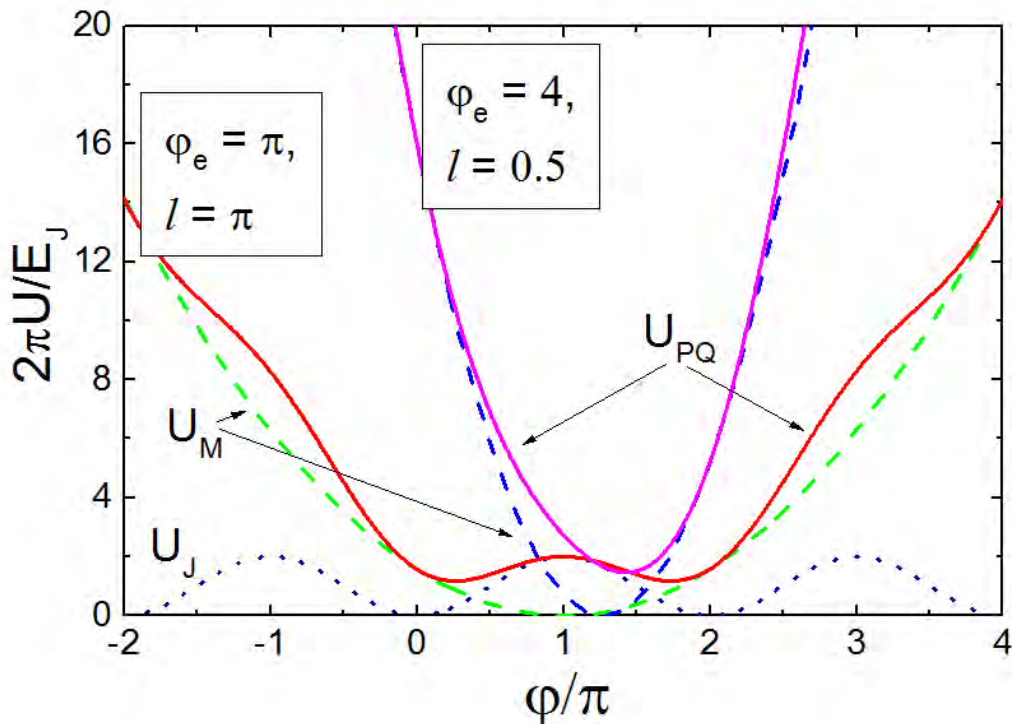


Рисунок 1.23. Потенциальная энергия параметрического квантрона  $U_{PQ}$  (1.24) (сплошные линии) и ее слагаемые: магнитная энергия  $U_M$  (пунктирные линии) и джозефсоновская энергия  $U_J$  (точки).

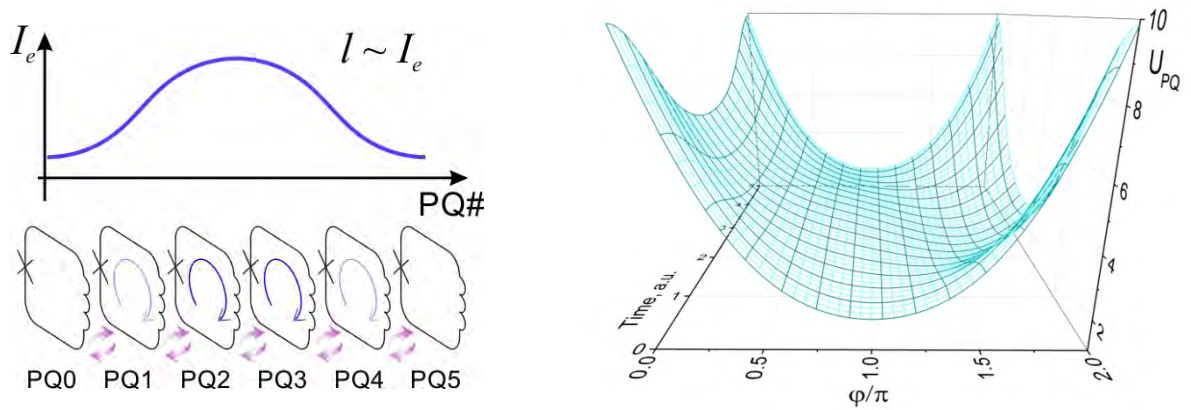


Рисунок 1.24. Передача логического состояния в цепочке магнитно-связанных параметрических квантронов под воздействием импульса тока  $I_e$  с соответствующим изменением профиля потенциала одной ячейки квантрона во времени. Фиолетовые стрелки показывают магнитную связь.

В конструкции практических схем джозефсоновский контакт параметрического квантрона был заменен на двухконтактный интерферометр [99]. Схема такой ячейки показана на рис. 1.22 справа. Активационный ток  $I_{act}$  индуцирует в двухконтактном интерферометре циркулирующий ток, увеличивая падение на нем джозефсоновской фазы, что в свою очередь обуславливает предпочтительность наличия циркулирующего тока в основной петле параметрического квантрона (в петле, содержащей индуктивность  $L$ , см. рис. 1.22). Ввиду симметрии схемы оба направления циркулирующего тока в основной петле одинаково выгодны по энергии. Выбор направления осуществляется путем задания слабой асимметрии за счет входного тока  $I_{in}$ . Поскольку бестоковое состояние в основной петле квантрона соответствует положению неустойчивого равновесия, ток  $I_{in}$  может быть сколь угодно мал. Соответственно, параметрический квантрон в идеальных условиях может работать с формально бесконечным коэффициентом усиления. Поскольку минимум потенциальной энергии достигается при наличии циркулирующих токов как в основной петле квантрона, так и в петле двухконтактного интерферометра, было замечено, что роли активационного тока и входа/выхода могут быть взаимно заменены [100].

К сожалению, практически уже первые работы середины 1980-х годов по физически и логически обратимым схемам [99] на базе параметрических квантронов показали непрактичность разрабатываемого подхода. Логическая обратимость может быть обеспечена путем временного запоминания всех промежуточных результатов [101]. Это требование с учетом доминирования близкодействия в рассматриваемых схемах привело к необходимости использования слишком большого количества ячеек. К примеру,

реализация 8-ми битного 1024-точечного быстрого конволвера потребовала  $\sim 10^7$  параметрических квантронов [99]. Стоит отметить, что 90% из них работали в качестве регистров сдвига, передавая данные в процессоре [99]. Один из авторов подчеркнул, что такие схемы характеризуются низкими рабочими частотами и сильно зависят от технологического разброса [70].

Несмотря на разочаровывающий вывод, этот подход чуть позже стал интенсивно развиваться для создания в общем случае необратимого джозефсоновского суперкомпьютера. Авторы этих работы называли рассматриваемую ячейку «квантовый потоковый параметрон» - QFP (Quantum Flux Parametron) [100] в соответствие с названием изначально предложенной ячейки «ВЧ параметрона» [97]. Основной проблемой создаваемых схем явилась трудность реализации высоких тактовых частот [100] ввиду использования переменного питания. В линиях питания цепей QFP ток питания играет роль тактирующего сигнала, что позже было заимствовано в RQL логике. Все проблемы, связанные с распределением высокочастотного питания/тактирования, обсуждавшиеся выше при рассмотрении RQL, имеют место и в ASL. Несмотря на разработку различных подходов для решения этих трудностей [100, 102], мультифазное питание было признано труднопреодолимым препятствием в реализации быстрых практических схем на базе QFP, в результате чего этот подход был оставлен на несколько лет.

Возрождение интереса к адиабатической сверхпроводниковой логике в последнее время связано с попытками создания квантового компьютера. В процессорах D-Wave ячейки QFP используются в качестве кубитов, элементов связующих кубиты, и элементов цепей контроля/считывания состояний кубитов [103, 104]. Другой причиной стала упомянутая выше активность, направленная на создание сверхпроводникового суперкомпьютера. В этой связи энергопотребление QFP ячеек исследовалось в адиабатическом режиме для определения возможности ее минимизации вплоть до фундаментального предела [105]. В соответствующих работах QFP работающий в адиабатическом режиме был назван AQFP (Adiabatic Quantum Flux Parametron) [95, 105 – 110].

#### *1.6.3.1. Адиабатический квантовый потоковый параметрон*

В ходе экспериментального тестирования ячеек AQFP на частоте 5 ГГц уровень их энерговыделения составил  $10^{-20}$  Дж [106]. Теоретический анализ показал, что ячейки AQFP могут функционировать с энергопотреблением меньшим термодинамического

предела [107]. При этом произведение диссипируемой энергии за тактовый период на время периода может достигать квантового предела [107] при рабочей температуре 4.2 К, с использованием стандартной технологии изготовления сверхпроводниковых схем [111].

Базовые элементы библиотеки ASL - это буфер, логическое НЕТ, логическая константа, и ветвитель [109]. Вместе с AQFP триггером [108] этих ячеек достаточно для реализации адиабатической схемы любой сложности. Недавно была продемонстрирована AQFP цепь, состоящая из 10 000 ячеек [112]. Упомянутое выше преимущество в энергоэффективности сверхпроводниковых схем перед полупроводниковыми аналогами на семь порядков было достигнуто в реализации алгоритма численного подтверждения гипотезы Коллатца [67].

Передача магнитного потока между ячейками AQFP происходит через токи, текущие по обкладкам связующего трансформатора. Ток в ячейке, из которой передается состояние, не может быть слишком малым, поскольку он должен возбудить достаточный ток в последующей ячейке, несмотря на возможную асимметрию параметров AQFP (критических токов и индуктивностей), вызванную технологическим разбросом. Это обуславливает компромисс между максимальной длиной связующих линий (около 1 мм на низкой частоте) [109] и тактовой частотой (максимальная тактовая частота в практических реализациях составляет 5 ГГц [95, 105-110]). Установление верхней границы тактовой частоты упрощает сложность дизайна высокочастотных линий питания/тактирования. Тем не менее, по мере усложнения схем в длинных распределенных линиях неизбежно будет возникать сдвиг фазы, препятствующий правильному функционированию схем [67].

#### *1.6.3.2. СКВИД с отрицательной взаимной индуктивностью*

Другой современный подход к реализации ASL возник при попытке уйти от сложностей, связанных с переменным током питания. С этой целью была предложена ячейка параметрического квантрона постоянного тока [113]. Позже ее авторы показали, что такая модификация квантрона обладает излишней степенью свободы, ввиду чего было предложено заменить ее на “nSQUID” - nСКВИД (СКВИД с отрицательной взаимной индуктивностью плеч) [114]. Принцип функционирования этой ячейки аналогичен работе квантрона, в котором роли активационного тока и входа/выхода взаимно обращены. В этом случае активационный ток наводит циркулирующий ток в основной петле квантрона, делая выгодной циркуляцию тока в контуре двухконтактного интерферометра в одном из двух возможных направлений, с которыми и ассоциировано логическое состояние ячейки.

Отрицательная взаимная индуктивность обеспечивает лучшую связь состояния нСКВИДа с тактирующей фазой (активационным током), и одновременно позволяет фазе, с которой ассоциировано логическое состояние (разности фаз джозефсоновских контактов двухконтактного интерферометра), изменяться в более широких пределах.

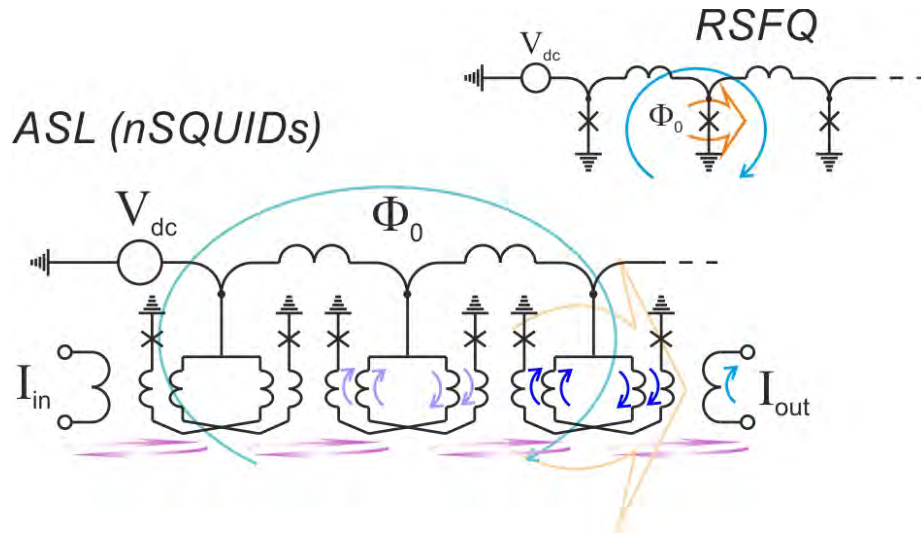


Рисунок 1.25. Линия передачи данных на базе нСКВИДов и аналогичная линия (ДПЛ), используемая в RSFQ логике. Синие/голубые стрелки показывают циркулирующие токи, оранжевые – переключающиеся элементы, фиолетовые – магнитную связь.

В цепях нСКВИДов переменный ток питания заменен на циркулирующий ток кванта магнитного потока, как показано на примере линии передачи данных на рис. 1.25. В такой линии нСКВИДы используются вместо джозефсоновских контактов обычной ДПЛ – линии передачи данных в RSFQ логике [114 – 117]. При этом бит информации оказывается связан с флаксоном, в то время как логическое состояние соответствует направлению магнитного потока (циркулирующего тока) в нСКВИДе.

Схемы на базе нСКВИДов успешно тестировались на частоте 5 ГГц [116]. Согласно оценкам, энергопотребление таких схем близко к термодинамическому пределу  $\sim 2k_B T \ln 2$  на частоте 50 МГц [65].

Поскольку в схемах нСКВИДов используется одноквантовое тактирование, их энерговыделение может быть оперативно изменено, подобно тому как это реализовано в цепях RSFQ. Заметим, что энергия  $E_J$  связанная с рождением/уничтожением кванта магнитного потока заметно больше термодинамического предела. Для предотвращения расходования этой энергии количество квантов магнитного потока в процессе работы схемы остается неизменным. Цепи организованы в виде замкнутых петель, «как ремень

газораспределительного механизма в двигателе автомобиля» [117]. Это в свою очередь создает определенные сложности при их проектировании.

Сравнивая адиабатические и неадиабатические схемы можно отметить лучшую энергоэффективность первых при сравнительно более низких тактовых частотах. По принципу функционирования рассмотренные логики можно условно подразделить на использующие в основном стационарный (ASL) или нестационарный (RSFQ) эффект Джозефсона. При этом во всех логиках используется эффект квантования магнитного потока. Будучи присущ сверхпроводниковым цепям, этот эффект позволяет их использовать как элементы памяти, которым посвящен следующий параграф.

#### ***1.6.4. Сверхпроводниковая память***

##### *1.6.4.1. Память на базе СКВИДов*

Наличие/отсутствие кванта магнитного потока в сверхпроводящем контуре может использоваться для представления логических состояний в элементе памяти. Благодаря высоким тактовым частотам джозефсоновских контактов, память на базе СКВИДов характеризуется быстрыми временами записи/считывания (порядка нескольких пикосекунд [118]), что делает ее подходящей для использования в качестве памяти со случайным доступом – RAM (Random Access Memory), необходимой для реализации процессора. Среди различных реализаций памяти на базе СКВИДов были предложены варианты с разрушающим [119 – 121] и неразрушающим [122 – 124] считыванием. Ячейки памяти содержали соответственно от двух [119] до десяти [118] джозефсоновских контактов. С учетом микронных размеров джозефсоновских переходов конца 1990-х годов, размер ячеек памяти составлял порядка нескольких сотен квадратных микрон. В то время как энергия, потребляемая на операции записи/считывания, была на уровне микроватт, емкость памяти [124] составляла всего до 4 Кб. Конкретно в 4 Кб реализации памяти [124], для драйверов и сенсоров памяти использовалось переменное питание, что ограничивало их тактовую частоту 620 МГц. Позже была предложена высокочастотная одноквантовая RAM с постоянным током питания на базе конвейерной архитектуры [125]. Оценки показали, что такой подход может позволить реализовать память емкостью 1 Мб на чипе  $2 \times 2 \text{ см}^2$ , работающую на частоте 10 ГГц с энергопотреблением 12 мВт. Однако, экспериментальной работы демонстрирующей такую память не последовало.



#### *1.6.4.2. Гибридная сверхпроводниковая джозефсоновская – полупроводниковая память*

Низкая плотность интеграции памяти на базе СКВИДов представлялась неразрешимой проблемой для создания низкотемпературной RAM достаточной емкости. Вслед за этим подходом последовала попытка создания гибридной памяти, в которой джозефсоновские интерфейсные схемы передавали информацию в низкотемпературный полупроводниковый чип памяти [126 – 130]. Такой подход позволил реализовать память емкостью 64 Кб, работающую при 4 К температуре со временем считывания 400 пс, и энергопотреблением 21/12 мВт на операции записи/считывания соответственно [130]. Полупроводниковая ячейка памяти содержала 8 транзисторов. Будучи изготовленной в рамках 65 нм технологического процесса, ее размер был на три порядка меньшим размера ее сверхпроводниковых аналогов на базе СКВИДов. Основной сложности в реализации рассматриваемой системы памяти оказалось усиление субмилливольтового сигнала сверхпроводниковых логических схем до вольтового уровня полупроводниковых цепей. Эта задача была решена в два этапа. На первом шаге сигнал усиливался до 60 мВ с помощью цепочек Сузуки, которые можно рассматривать как СКВИД, каждый контакт которого заменен на последовательную цепочку джозефсоновских контактов для увеличения общего сопротивления [131]. Ввиду того, что ток питания такой структуры близок к критическому току, переключение одного перехода в цепочке приводит к перераспределению тока питания, вызывающему возникновение высоковольтного импульса на всей структуре. На втором шаге сигнал с амплитудой 60 мВ поступал на вход высокочувствительного полупроводникового компаратора, с выхода которого снимался вольтовый сигнал, задаваемый в ячейку памяти.

Цепочки Сузуки [129] и полупроводниковый компаратор [132] оптимизировались по отношению к потребляемой мощности и времени операции. Рассчитанное произведение мощности на временную задержку для операции считывания этих цепей составило соответственно 2.3 мВт x 47 пс (0.11 пДж) и 6.4 мВт x 167 пс (1.1 пДж), что суммарно составило 73 % и 53 % от общего энергопотребления и временной задержки системы памяти. Полученные результаты показали, что производительность системы в целом жестко ограничена интерфейсными схемами. Впрочем, для большей памяти процентное соотношение может быть лучше, поскольку увеличение количества интерфейсных каналов в общем случае не пропорционально увеличению емкости памяти. К примеру, увеличение емкости RAM с 64 Кб до 1 Мб потребовало бы всего 4 дополнительных адресных линии [130].

Несмотря на то, что гибридный подход показал лучшую емкость памяти, полученные временные и энергетические характеристики оказались все еще неприемлемыми для создания эффективной RAM. В рамках программы СЗ агентства IARPA было подытожено, что практическая низкотемпературная память должна отвечать следующим критериям [133]:

- масштабирование: характерный размер элемента памяти  $< 100$  нм (шаг меньше 200 нм);

- операция записи: потребляемая энергия  $\sim 10^{-18}$  Дж со временем операции  $\sim 50 - 100$  пс на ячейку памяти;

- операция считывания:  $10^{-19}$  Дж со временем операции  $\sim 5$  пс на ячейку памяти.

Дополнительно предполагается, что ячейки памяти должны удовлетворять возможности реализации механизма полувывборки в матрице.

Для выполнения поставленных условий в последнее время было предложено привнести элементы спинтроники в конструкцию низкотемпературной сверхпроводниковой памяти.

#### *1.6.4.3. Элементы памяти на джозефсоновских контактах с ферромагнитными слоями*

Подобно тому, как в современной магнитной RAM памяти бит информации определен состоянием магнитного туннельного контакта [134], в сверхпроводниковых схемах информация представлена различными состояниями джозефсоновского контакта с ферромагнитными и нормальными слоями [135, 136].

Основная идея работы переключаемого джозефсоновского контакта сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник (SFS) состоит в следующем. Сверхтоковый транспорт между электродами обеспечивается посредством куперовских пар - пар коррелированных электронов с антипараллельными спинами (по крайней мере, в обычных сверхпроводниках). Когда эта пара поступает в промежуточный ферромагнитный слой коррелированность быстро уничтожается за счет обменного поля, которое выравнивает направление спинов. В то же время, куперовские пары имеют конечный размер. Соответствующая длина когерентности составляет 1 - 100 нм для различных материалов. В случае нескольких (двух и более) тонких магнитных слоев куперовская пара располагается в пространстве, охватывающем все слои, и таким образом на нее влияет усредненное поле эффективного обмена. Это обстоятельство обеспечивает возможность организации переключения состояний джозефсоновского контакта.

Одинаковое направление намагниченности магнитных слоев эффективно подавляет сверхпроводимость, в то время как в случае антипараллельной намагниченности слоев критический ток контакта значительно выше и может достигать значений порядка критического тока металлических SNS переходов. Можно найти некоторую аналогию между этим эффектом и явлением гигантского магнетосопротивления [137].

В описании представленного подхода необходимо обратить внимание на следующие детали. Для того чтобы контролировать состояние контакта необходимо изменять намагниченность ферромагнитных слоев независимо друг от друга. Поэтому они должны быть отделены друг от друга с помощью дополнительного туннельного или нормального слоя. Кроме того, необходимо зафиксировать намагниченность одного из слоев, чтобы относительно нее поворачивать намагниченность второго слоя внешним магнитным полем или спин-поляризованным током. Фиксация первого слоя может быть обеспечена более высокой магнитной жесткостью его материала, большей толщиной, или посредством антиферромагнитной подложки.

Несмотря на определенные успехи, достигнутые в экспериментальной реализации описанных магнитных джозефсоновских контактов, вопрос о лучшем принципе функционирования джозефсоновской памяти остается открытым. Эффект близости между сверхпроводящим и ферромагнитным слоем приводит к проявлению ряда явлений, которые при этом могут быть использованы.

Одним из них является переход между 0 и  $\pi$  состояниями в джозефсоновских SFS-переходах. Осцилляции параметра порядка в сверхпроводящем ферромагнитном слое приводят к изменению направления тока в контакте и спонтанному образованию полукванта магнитного потока в контуре с ним. Это явление может быть применено в качестве более чувствительной альтернативы классическим спиновым вентилям. Логический «0» соответствует состоянию контакта на границе 0 - л перехода (с малым критическим током), в то время как логическая «1» соответствует состоянию вдали от 0 - л перехода (с большим критическим током). Переключение между состояниями может быть организовано так же с помощью двух ферромагнитных слоев с различной магнитной жесткостью, но в данном случае требуются меньшие изменения эффективного обменного поля, приводящие к более сильному эффекту (подавления критического тока). Еще один способ организации памяти состоит в подготовке фазочувствительной схемы для различения 0 и  $\pi$  состояний [138].

Логический базис может быть организован и в структурах с одним магнитным слоем. При этом состояния определяются различными значениями [139] или направлениями [140A, 141A] его намагниченности. Однако, для реализации таких

структур магнитный поток от ферромагнитного слоя должен быть сравним с квантом потока  $\Phi_0$ , что ограничивает масштабируемость структуры.

Общим недостатком большинства магнитных джозефсоновских контактов является их низкая характерная частота, и соответственно низкое характерное сопротивление. Этот факт серьезно осложняет интеграцию магнитных контактов с рассмотренными в предыдущих параграфах схемами цифровой логики.

Есть несколько подходов к решению этой проблемы. Один из них состоит в использовании неколлинеарно намагниченных ферромагнитных слоев [142-144]. В этом случае в области слабой связи формируются триплетные сверхпроводящие корреляции. Эти триплетные корреляции не подвержены влиянию обменного поля ферромагнетика, что позволяет увеличить критический ток структуры, не уменьшая при этом значение нормального сопротивления  $R_n$ . В то же время, этот подход предполагает наличие ряда дополнительных слоев, а следовательно, и увеличение числа интерфейсов в структуре, что снижает критический ток.

Альтернативный подход к оптимизации параметра  $I_c R_n$  требует включения в область слабой связи диэлектрического слоя I для увеличения нормального сопротивления до уровня туннельных переходов, и дополнительного сверхпроводящего слоя для увеличения критического тока [145-148]. Развитие этого подхода привело к созданию SIsFS контактов с высокой характерной частотой, которая позволяет их интегрировать в цифровые схемы.

Другой распространенной проблемой известных реализаций сверхпроводящей магнитной памяти является ограниченная скорость записи информации. Для того чтобы выполнить операцию «запись» необходимо развернуть намагниченность по меньшей мере в одной ферромагнитной пленке в структуре. По этой причине время записи ограничено четвертью периода прецессии магнитного момента в ферромагнетике (наносекунды), что как правило, более чем на два порядка больше характерного времени переключения джозефсоновских элементов в логических схемах. Это существенное различие характерных времен не допускает непосредственного использования токов одиночных одноквантовых импульсов для управления разрабатываемыми элементами памяти.

Возможным вариантом элемента памяти, не требующего перемагничивания ферромагнитных пленок, является схема с « $\varphi$ -контактом» - бистабильным джозефсоновским элементом, фаза которого в основном состоянии (при отсутствии тока питания) равна  $\pm \varphi$  ( $0 < \varphi < \pi$ ; состояние «1» и состояние «0» соответствует  $\pm \varphi$ ) [149-151]. Недостатком этого подхода является сложность реализации  $\varphi$ -состояния, которое возможно только в структурах с неоднородной композитной областью слабой связи, а также ограниченную масштабируемость элемента (на практике характерный размер

контакта - порядка джозефсоновской глубины проникновения, т.е. несколько микрон). Теоретически реализация ф-контакта с характерным размером менее 100 нм также возможна [152, 153]. Однако, это требует точного попадания в узкий диапазоне параметров. В эксперименте такая структура пока не была реализована.

Еще один способ организовать логический базис был предложен в работе [154]. Он заключается в создании ловушки для одиночного абрикосовского вихря вблизи джозефсоновского контакта, которая захватив магнитный поток, может изменить критический ток системы.

Наконец, еще один вариант реализации элемента памяти предполагает возможность образования доменов сверхпроводящей фазы в тонком сверхпроводящем слое в области слабой связи [155A]. Разбиение тонкого сверхпроводящего слоя на домены происходит в структурах, сочетающих в себе пространственную неоднородность ф-контакта, тонкий сверхпроводящий слой и туннельный слой. Инжекция тока (меньше или порядка критического тока джозефсоновского контакта) может разрушать и создавать домены сверхпроводящей фазы в зависимости от направления тока, что сопровождается значительным изменением критического тока структуры. Такой элемент является масштабируемым, имеет значительное характеристическое напряжение, и не требует разворота намагниченности ферромагнитного слоя, и соответственно приложения внешнего магнитного поля (или спин-поляризованного тока) для операции «запись».

### ***1.6.5. Логические устройства с внутренней памятью своего состояния на базе СКВИДов***

В то время как вопрос о реализации емкой, компактной и энергоэффективной сверхпроводниковой памяти остается пока нерешенным, необходимо отметить, что сами сверхпроводниковые логические ячейки (например, семейства RSFQ логик) обладают внутренней памятью своего состояния, что приводит возможности реализации на их основе одновременно и логических операций и функции памяти. Логические устройства, обладающие свойством внутренней памяти своего состояния, сейчас рассматриваются как возможные базовые элементы для построения новых, более эффективных вычислительных машин [156, 157]. Преимущества сверхпроводниковых схем с этой точки зрения были рассмотрены в работе [158]. Приведенные в ней простые оценки показывают, что тактовая частота любой цифровой схемы, в которой необходимо осуществлять обмен данными между вычислительным блоком и блоком памяти, необходимо будет ограничена

~ 4 ГГц за счет времени, которое потребуется для прохождения сигнала со скоростью света по образующейся петле, с учетом характерного размера чипа 1 см. Попытка уменьшить размер образующейся петли стала одной из причин создания мультитядерного подхода столь широко распространенного теперь в полупроводниковой технологии. Очевидно, предельно возможным вариантом приближения ячейки памяти к логической схеме является совмещение их в едином элементе.

Сверхпроводящие цепи, активно использующие внутреннюю память своего состояния, получили название MAGIC circuits (MAGIC – Memory And loGIC) [158]. Такие схемы особенно эффективны для выполнения циклических операций, например, операций сдвига или логических операций AND / XOR над большими массивами данных. Подобные циклические операции являются ключевыми в таких приложениях, как например, цифровая подпись. Некоторые из соответствующих циклов могут выполняться MAGIC схемами с тактовой частотой превышающей 100 ГГц. При сравнении с классическими аналогами, размер MAGIC схем оказывается на порядок меньше, в то время как частота работы выше в разы. Условием построения таких схем является возможность асинхронного считывания результата логической операции, что предполагает возможность активного управления тактирующим сигналом. В этой связи преимущества данной технологии могут быть использованы скорее в подходах производных от RSFQ, чем в вариантах, использующих переменный ток питания.

#### ***1.6.6. СКВИДы в цепях неклассической обработки информации***

Стоит отметить, что сверхпроводниковая технология является крайне привлекательной и для реализации неклассических типов вычислений, например, создания искусственных нейронных сетей. В работе [159] было показано, что «джозефсоновский нейрон» воспроизводит множество свойств характерных для биологического нейрона, таких как потенциал действия, рефрактерный период, фиксированный порог. При этом джозефсоновские нейроны могут быть соединены так чтобы имитировать электрические и химические синапсы. Работая полностью параллельно, большие джозефсоновские нейроцепи могут обрабатывать информацию на порядок быстрее, чем биологические нейросети или традиционные компьютерные модели нейросетей.

В качестве примера сверхпроводящей нейроцепи недавно была экспериментально реализована простейшая схема, которая после обучения воспроизводила логическую

операцию XOR [160]. В другой работе сверхпроводящая джозефсоновская нейросеть успешно решала известную задачу о расстановке четырех королей на шахматной доске  $4 \times 4$ , так чтобы они не били друг друга [161]. Эти работы последних лет показывают потенциальную возможность еще одного направления развития сверхпроводниковой электроники. Систематической отработки элементной базы джозефсоновских нейросетей пока не проводилось.

Существенные успехи были достигнуты и при реализации квантовых методов обработки информации на основе сверхпроводниковой технологии. Наиболее простой сверхпроводящий кубит, макроскопически различимые состояния которого, в соответствии с давней концепцией Э. Легетта [162], связаны с различными значениями магнитного потока, представляет собой джозефсоновский контакт в сверхпроводящем кольце индуктивностью  $L$  в квантовом пределе ( $k_B T < \Delta_{01} < \Delta$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – «рабочая температура» кубита,  $\Delta$  – щель в спектре квазичастичных возбуждений используемых сверхпроводников,  $\Delta_{01}$  – расстояние между основным и первым возбужденным уровнем) [163]. В таком устройстве должно выполняться условие  $E_Q \ll E_C$ , где  $E_Q = e^2/2C$  – характерная величина кулоновской энергии контакта ( $C$  – характерная емкость контакта),  $E_C = (h/2e)I_C$  – характерная джозефсоновская энергия. В этом случае хорошо определенной обобщенной координатой в системе выступает джозефсоновская фаза контакта  $\phi$ . При низких температурах (порядка 10 мК) система может находиться только на низших энергетических уровнях в локальных минимумах джозефсоновского потенциала, что и позволяет рассматривать её как кубит. Несмотря на то, что создание двухуровневых квантовых систем на основе эффекта Джозефсона обсуждается с середины 1980-ых годов, экспериментальное подтверждение существования когерентных состояний в системах с джозефсоновскими контактами было получено относительно недавно. Огромной проблемой на пути экспериментаторов стала высокая чувствительность интерферометров к флуктуациям прикладываемых полей. Действительно, двухъямный джозефсоновский потенциал можно создать лишь если нормированная индуктивность одноконтантного интерферометра  $l = 2\pi LI_C/\Phi_0$  больше единицы, что в свою очередь обуславливает сильную связь кубита с окружением.

Успехи при работе с переходами с относительно большими размерами и критическим токами были достигнуты лишь в начале 2000-ых [163-165]. Были реализованы так называемые фазовые кубиты на основе одноконтантного интерферометра, имеющего более одного устойчивого состояния в отсутствие внешнего магнитного потока (при  $l \approx 5$ ). Базисом такого фазового кубита служат два низших энергетических уровня, локализованных в малом локальном минимуме джозефсоновского

потенциала. Характерное время распада когерентных суперпозиций таких состояний составляет 0.5 мкс (и достигает 4 мкс для резонатора, связанного с кубитом) [164-168].

Отметим, что при увеличении на четыре порядка индуктивности рассматриваемого интерферометра (этого удалось добиться, заменяя сверхпроводник на цепочку туннельных переходов) и одновременном уменьшении емкости джозефсоновского контакта в структуре, получившей название флакониум, удалось прямо продемонстрировать обсуждавшиеся Легеттом когерентные осцилляции между состояниями с разными значениями магнитного потока [169-170].

В другом подходе к созданию джозефсоновских кубитов вместо высокоиндуктивного одноконтантного интерферометра используется кольцо малой индуктивности (несколько пикогенри) с тремя джозефсоновскими переходами, причем один из переходов заметно отличается от остальных: нелинейная джозефсоновская индуктивность выделенного элемента позволяет получить бистабильную систему с малой геометрической индуктивностью. Суммарная джозефсоновская фаза в такой системе выступает в качестве обобщенной координаты; величина барьера, разделяющего локальные минимумы потенциала, определяется джозефсоновской энергией выделенного контакта. Выделенный контакт можно заменить на двухконтантный интерферометр для того чтобы получить возможность эффективного контроля за величиной барьера, что позволяет адиабатически менять параметры искусственного джозефсоновского атома *in situ* [171, 172].

Отдельно необходимо отметить возможность организации контролируемого взаимодействия между потоковыми кубитами [173, 174]. Причем интеграция с цепями описанной выше быстрой одноквантовой логики обеспечивает для квантового регистра возможность реализации считывания/управления на пикосекундных временах [175, 176]. В качестве примера можно упомянуть квантовые системы на основе квантронииума, представляющего собой два сверхпроводящих острова, для которых  $E_Q \approx E_C$ , включенных в сверхпроводящее кольцо с одним джозефсоновским контактом [177-179].

В качестве измерителя, магнитно связанного с исследуемой системой, в первых экспериментах с потоковым кубитом использовался СКВИД с нешунтированными (гистерезисными) переходами, который при приложении токового импульса переходил в резистивное состояние при одном направлении кругового тока в кубите и оставался в сверхпроводящем состоянии при другом. Для исследования состояний квантронииума в качестве измерителя использовался классический нелинейный осциллятор, который демонстрирует бифуркационное поведение (бифуркация Андронова-Хопфа) при изменении амплитуды внешнего переменного поля [180]. Но особый интерес



представляют продемонстрированные неразрушающие измерения состояния потокового кубита, когда для считывания используется высокодобротный LC-контур, индуктивно связанный с исследуемой системой [181-184]. В данном случае от состояния кубита и циркулирующих в нем токов зависит резонансная частота LC-контра, что позволяет нам получать информацию о структуре состояний при минимальном неразрушающем обратном воздействии измерительной схемы на кубит.

Джозефсоновский кубит, связанный с линейными и нелинейными осцилляторами можно рассматривать как макроскопический аналог атомных систем, связанных с электромагнитной волной в резонаторе. Наличие сильной связи в системе «кубит + резонатор» было продемонстрировано для разных типов кубитов [185-187]. Более того, уже экспериментально продемонстрировано существенно квантовое взаимодействие искусственных «джозефсоновских атомов» на основе, например, потоковых кубитов с ансамблями обычных атомных спинов в твердотельной алмазной матрице [188].

На первых порах развития технологии создания твердотельных мезосистем казалось, что серьезным препятствием на пути любого эксперимента станет неконтролируемое взаимодействие с окружением и, как следствие, малое время разрушения когерентных состояний (время «жизни» кубита). Однако на сегодняшний день за счет использования резонаторов с малыми потерями для манипулирования состояниями кубитов это время уже достигает сотен микросекунд, что более чем достаточно, в частности, для эффективной реализации простейших квантовых алгоритмов [166, 189-191].

Основная часть обзора, представленного в данной главе, опубликована в работах [A29, A44, A48] списка публикаций автора.

## Литература к главе I

- [1] H. Kamerling Onnes, *Leiden Comm.*, **124b**, 124, 1911.
- [2] В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ*, **20**, 1064, 1950.
- [3] Дж. Бардин, Л. Купер, Дж. Шрифер, *В сб.: Теория сверхпроводимости. Под ред. Н. Н. Боголюбова*. Москва, 1960.
- [4] В. В. Шмидт, *Введение в физику сверхпроводников. Изд. 2-е, испр. и доп.* МЦНМО, Москва, 2000.
- [5] F. London, *Superfluids*, Wiley, New York, 1950.
- [6] B. S. Deaver, W. M. Fairbank, "Experimental Evidence for Quantized Flux in Superconducting Cylinders", *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 43 – 46, 1961.

- [7] R. Doll, M. Naebauer, “Experimental Proof of Magnetic Flux Quantization in a Superconducting Ring”, *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 51 – 52, 1961.
- [8] I. Giaever, “Energy Gap in Superconductors Measured by Electron Tunneling”, *Phys. Rev. Lett.*, **5**, 147 – 148, 1960.
- [9] I. Giaever, “Electron Tunneling Between Two Superconductors”, *Phys. Rev. Lett.*, **5**, 464 – 466, 1960.
- [10] B. D. Josephson, “Possible new effects in superconductive tunnelling”, *Phys. Lett.*, **1**, 251 – 253, 1962.
- [11] W. C. Stewart, “Current-voltage characteristics of Josephson junctions”, *Appl. Phys. Lett.*, **12**, 277, 1968.
- [12] J. Clarke, A. I. Braginsky, *The SQUID Handbook vol 1*, Weinheim: Wiley-VCH, 2004.
- [13] R. L. Peterson, D. G. McDonald, “Voltage and current expressions for a twojunction superconducting interferometer”, *J. Appl. Phys.*, **54**, 992 – 996, 1983.
- [14] К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, М.: Наука. 1985.
- [15] C. D. Tesche, J. Clarke, “dc SQUID: noise and optimization”, *J. Low Temp. Phys.* **27**, 301–331, 1977.
- [16] J. Oppenlaender, Ch. Haeussler, and N. Schopohl, “Non- $\Phi_0$ -periodic macroscopic quantum interference in one-dimensional parallel Josephson junction arrays with unconventional grating structure”, *Phys. Rev. B*, **63**, 024511-1-9, 2001.
- [17] Ch. Haeussler, J. Oppenlaender, and N. Schopohl, “Nonperiodic flux to voltage conversion of series arrays of dc superconducting quantum interference devices”, *Journ. of Appl. Phys.*, **89**(3), 1875 – 1879, 2001.
- [18] J. Oppenlaender, Ch. Haeussler, T. Traeuble, and N. Schopohl, “Sigmoid like flux to voltage transfer function of superconducting quantum interference filter circuits”, *Physica C*, **368**, 125-129, 2002.
- [19] V. Schultze, R. IJsselsteijn and H.-G. Meyer, “How to puzzle out a good high- $T_C$  superconducting quantum interference filter”, *Supercond. Sci Technol.*, **19**, S411-S415, 2006.
- [20] J. Oppenlaender, C. Haeussler, A. Friesch, J. Tomes, P. Caputo, T. Traeuble, N. Schopohl, “Superconducting Quantum Interference Filters operated in commercial miniature cryocoolers” *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **15** (2 PART I), 936-939, 2005.
- [21] J. Oppenlaender, Ch. Haeussier, T. Traeuble, P. Caputo, J. Tomes, A. Friesch, N. Schopohl, “Two dimensional superconducting quantum interference filters”, *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **13** (2 I), 771-774, 2003.
- [22] J. Oppenländer, “Superconducting Quantum Interference Filters”, *Advances in Solid State Physics*, **43**, 731-746, 2003.

- [23A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, and O. A. Mukhanov, "High Linearity SQIF-like Josephson-junction structures" *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**(3), pp. 741–744, 2009.
- [24A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, T. V. Filippov, H. Engseth, and O. A. Mukhanov, "Performance advantages and design issues of SQIFs for microwave applications applied superconductivity" *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**(3), 916–919, 2009.
- [25A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. V. Sharafiev, and O. A. Mukhanov, "Linear Bi-SQUID arrays for electrically small antennas" *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**(3), 713–716, 2011.
- [26] G. V. Prokopenko, O. A. Mukhanov, A. L. de Escobar, B. Taylor, M. C. de Andrade, S. Berggren, P. Longhini, A. Palacios, M. Nisenoff, and R. L. Fagaly, "DC and RF measurements of serial Bi-SQUID arrays" *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**(3), 1400607, 2013.
- [27] S. Berggren, G. Prokopenko, P. Longhini, A. Palacios, and O. A. Mukhanov, A. L. de Escobar, B. J. Taylor, M. C. de Andrade, M. Nisenoff, R. L. Fagaly, T. Wong, E. Cho, E. Wong, and V. In, "Development of 2D Bi-SQUID arrays with high linearity" *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**(3), 1400208, 2013.
- [28A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, A. V. Sharafiev, N. V. Klenov, and O. A. Mukhanov, "Active electrically small antenna based on superconducting quantum array" *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**(3), 1800405, 2013.
- [29A] V. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. V. Sharafiev, and O. A. Mukhanov, "Array designs for active electrically small superconductive antennas" *Phys. C*, **479**, 119–122, 2012.
- [30A] V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev, N. V. Kolotinskiy, V. A. Scripka, and O. A. Mukhanov, "Superconducting quantum arrays" *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **24**(4), 1800606, 2014.
- [31] O. Mukhanov, G. Prokopenko, R. Romanofsky, "Quantum Sensitivity: Superconducting Quantum Interference Filter-Based Microwave Receivers", *IEEE Microwave Mag.*, **15**(6), 57-65, 2014.
- [32] M. Mück, R. McDermott, "Radio-frequency amplifiers based on dc SQUIDS", *Supercond. Sci. Technol.*, **23**, 093001, 2010.
- [33] C. M. Wilson, G. Johansson, A. Pourkabirian, M. Simoen, J. R. Johansson, T. Duty, F. Nori, P. Delsing, "Observation of the dynamical Casimir effect in a superconducting circuit", *Nature*, **479**, 376 - 379, 2011.
- [34] M. Schmelz, Y. Matsui, R. Stolz, V. Zakosarenko, T. Schönau, S. Anders, S. Linzen, H. Itozaki, H.-G. Meyer, "Investigation of all niobium nano-SQUIDS based on sub-micrometer cross-type Josephson junctions", *Supercond. Sci. Technol.*, **28**, 015004, 2015.

- [35] K. K. Likharev, V. K. Semenov, "RSFQ Logic/Memory Family: A New Josephson-Junction Technology for Sub-Terahertz-Clock-Frequency Digital Systems", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **1**, 3-28, 1991.
- [36] S. K. Tolpygo, "Superconductor digital electronics: scalability and energy efficiency issues", *Low. Temp. Phys.*, **42**, 463-485, 2016.
- [37] <http://www.hypres.com/foundry/niobium-process/>
- [38] D. Gupta, W. Li, S. B. Kaplan, I. V. Vernik, "High-Speed Interchip Data Transmission Technology for Superconducting Multi-Chip Modules", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **11**, 731-734, 2001.
- [39] O. A. Mukhanov, "History of Superconductor Analog-to-Digital Converters", in *100 Years of Superconductivity*, H. Rogalla and P. Kes, Ed., Taylor & Francis, London, UK, 440-458, 2011.
- [40] G. S. Lee, D. A. Petersen, "Superconductor A/D converters", *Proc. IEEE*, **77**, 1264–1273, 1989.
- [41] O. A. Mukhanov, D. Gupta, A. Kadin, V. K. Semenov, "Superconductor Analog-to-Digital Converters", *Proc. of the IEEE*, **92**, 1564–1584, 2004.
- [42] D. A. Buck, "The Cryotron-A Superconductive Computer Component", *Proc. IRE*, **44**, 482 - 493, 1956.
- [43] U.S. Patent 3 196 427, July 20, 1965 (Filed Nov. 14, 1960), "Superconductive analog-to-digital converter" / Mann H.T., Fladlien D.G.
- [44] U.S. Patent 3 949 395, Apr. 6, 1976 (Filed Aug. 28, 1974), "successive-approximation analog-to-digital converter using Josephson devices" / Klein M.
- [45] M. Klein, "Analog to digital converter using Josephson junctions", *ISSCC77, Digest of Tech. Papers*, 202 – 203, 1977.
- [46] J. C. Lin, V. K. Semenov, K. K. Likharev, "Design of an RSFQ-counting analog-to-digital converter", *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **5**, 2252–2259, 1995.
- [47] А. Л. Гудков, В. К. Корнев, В. И. Махов, С. И. Мушков, В. К. Семенов, В. Д. Щедрин, "Джозефсоновский регенеративный импульсный триод как высокочувствительный компаратор", *Письма в ЖТФ*, **14** (12), 1127–1131, 1988.
- [48] H. H. Zappe, "An analog-to-digital converter using Josephson junctions", *IBM Tech. Discl. Bull.*, **17** (10), 3053, 1975.
- [49] H. Ko, T. Van Duzer, "A new high-speed periodic-threshold comparator for use in a Josephson A/D converter", *IEEE J. Solid-State Cir.*, **23** (4), 1017–1021, 1988.

- [50] P. Bradley, H. Dang, “Design and testing of quasi-one junction SQUID-based comparators at low and high speed for superconductor flash A/D converters”, *IEEE Trans. Appl. Superconduct.*, **1**, 134–139, 1991.
- [51] P. Bradley, “A 6-bit Josephson flash A/D converter with GHz input bandwidth”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **3** (1), 2550–2557, 1993.
- [52] M. Maruyama, H. Suzuki, Y. Hashimoto, M. Hidaka, “A flash A/D converter using complimentary combined SQUIDs”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19** (3), 680–684, 2009.
- [53] H. Suzuki, M. Oikawa, K. Nishii, K. Ishihara, K. Fujiwara, M. Maruyama, M. Hidaka, “Design and demonstration of a 5-bit flash-type SFQ integrated with error correction and interleaving circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21** (3), 2011.
- [54] C. A. Hamilton, F. L. Lloyd, “100 GHz binary counter based on dc SQUIDs”, *IEEE Electron. Dev. Lett.*, **3**, 335–338, 1982.
- [55] L. V. Fillipenko, V. K. Kaplunenko, M. I. Khabipov, V. P. Koshelets, K. K. Likharev, O. A. Mukhanov, S. V. Rylov, V. K. Semenov, A. N. Vystavkin, “Experimental implementation of analog-to-digital converter based on the reversible ripple counter”, *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-27** (2), 2464–2467, 1991.
- [56] A. Inamdar, S. Rylov, A. Sahu, S. Sarwana, D. Gupta, “Quarter-rate superconducting modulator for improved high resolution analog-to-digital converter”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17** (2), 446–450, 2007.
- [57] O. A. Mukhanov, D. Kirichenko†, I. V. Vernik†, T. V. Filippov, A. Kirichenko, R. Webber, V. Dotsenko, A. Talalaevskii, J. C. Tang, A. Sahu, P. Shevchenko, R. Miller, S. B. Kaplan, S. Sarwana, and D. Gupta, “Superconductor Digital-RF Receiver Systems”, *IEICE Trans. Electron.*, **E91–C**, 306, 2008.
- [58] [http://www.hotchips.org/wp-content/uploads/hc\\_archives/hc25/HC25.15-keynote1-Chipdesign-epub/HC25.26.190-Keynote1-ChipDesignGame-Colwell-DARPA.pdf](http://www.hotchips.org/wp-content/uploads/hc_archives/hc25/HC25.15-keynote1-Chipdesign-epub/HC25.26.190-Keynote1-ChipDesignGame-Colwell-DARPA.pdf)
- [59] P. Ball, “Feeling the heat”, *Nature*, **492**, 174–176, 2012.
- [60] R. F. Service, “What It’ll Take to Go Exascale”, *Science*, **335**, 394–396, 2012.
- [61] I. L. Markov, “Limits on fundamental limits to computation”, *Nature*, **512**, 147–154, 2014.
- [62] <http://www.top500.org/system/178764>
- [63] D. C. Brock, “The NSA's frozen dream”, *IEEE Spectrum*, **53**, 54–60, 2016.
- [64] A. Geist, “SciDAC Review”, 2010: <http://www.scidacreview.org>
- [65] O. A. Mukhanov, “Energy-Efficient Single Flux Quantum Technology”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**, 760–769, 2011.
- [66] V. V. Zhirnov, R. K. Cavin, J. A. Hutchby, G. I. Bourianoff, “Limits to Binary Logic Switch Scaling—A Gedanken Model”, *Proc. IEEE*, **91**, 1934–1939, 2003.

- [67] Q. Xu, N. Yoshikawa, C. L. Ayala, N. Takeuchi, T. Ortlepp, “Design of an Extremely Energy-Efficient Hardware Algorithm Using Adiabatic Superconductor Logic”, *International Superconductive Electronics Conference (ISEC), 2015 IEEE 15th ISEC*, July 6 - 9, 1-3, 2015.
- [68] <http://www.hypres.com/products/digital-rf-receiver/>
- [69] <https://www.iarpa.gov/index.php/research-programs/c3>
- [70] K. K. Likharev, “Superconductor digital electronics”, *Physica C*, **482**, 6-18, 2012.
- [71] O. A. Mukhanov, “Digital Processing, Superconductor Digital Electronics” in *Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications*, P. Seidel, Ed., Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 1 – 28, 2015.
- [72] T. V. Filippov, A. Sahu, S. Sarwana, D. Gupta, V. K. Semenov, “Serially Biased Components for Digital-RF Receiver”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**, 580-584, 2009.
- [73] X. Peng, Q. Xu, T. Kato, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, A. Fujimaki, N. Takagi, K. Takagi, M. Hidaka, “High-Speed Demonstration of Bit-Serial Floating-Point Adders and Multipliers Using Single-Flux-Quantum Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **25**, 1301106, 2015.
- [74] W. Chen, A. V. Rylyakov, V. Patel, J. E. Lukens, K. K. Likharev, “Rapid Single Flux Quantum T-Flip Flop Operating up to 770 GHz”, *Appl. Phys. Lett.*, **73**, 2817-2819, 1998.
- [75] C. A. Hamilton, F. L. Lloyd, “100 GHz Binary counter based on DC SQUID’s”, *IEEE Electron. Dev. Lett.*, **3**, 335-338, 1982.
- [76] K. K. Likharev, O. A. Mukhanov, V. K. Semenov, “Resistive single flux quantum logic for the Josephson-junction digital technology”, SQUID'85 1103-1108, 1985.
- [77] A. Rylyakov, “New design of single-bit all-digital RSFQ autocorrelator”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **7**, 2709-2712, 1997.
- [78] N. Yoshikawa, Y. Kato, “Reduction of power consumption of RSFQ circuits by inductance-load biasing”, *Supercond. Sci. Technol.*, **12**, 918-920, 1999.
- [79] Y. Yamanashi, T. Nishigai, N. Yoshikawa, “Study of LR-loading technique for low-power single flux quantum circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**, 150-153, 2007.
- [80] A. V. Rylyakov, K. K. Likharev, “Pulse Jitter and Timing Errors in RSFQ Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **9**, 3539-3544, 1999.
- [81] D. E. Kirichenko, S. Sarwana, A. F. Kirichenko, “Zero Static Power Dissipation Biasing of RSFQ Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**, 776-779, 2011.
- [82] M. H. Volkmann, A. Sahu, C. J. Fourie, O. A. Mukhanov, “Implementation of energy efficient single flux quantum digital circuits with sub-aJ/bit operation”, *Supercond. Sci. Technol.*, **26**, 015002, 2012.
- [83] M. H. Volkmann, I. V. Vernik, O. A. Mukhanov, “Wave-Pipelined eSFQ Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **25**, 1301005, 2015.

- [84] I. V. Vernik, S. B. Kaplan, M. H. Volkmann, A. V. Dotsenko, C. J. Fourie, O. A. Mukhanov, “Design and test of asynchronous eSFQ circuits”, *Supercond. Sci. Technol.*, **27**, 044030, 2014.
- [85] O. A. Mukhanov, “RSFQ 1024-bit shift register for acquisition memory”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **3**, 3102-3113, 1993.
- [86] Q. P. Herr, A. Y. Herr, O. T. Oberg, A. G. Ioannedis, “Ultra-low-power superconductor logic”, *J. Appl. Phys.*, **109**, 103903, 2011.
- [87] O. T. Oberg, *Superconducting logic circuits operating with reciprocal magnetic flux quanta*, Ph.D Thesis, Graduate School of the University of Maryland, 2011.
- [88] A. Yu. Herr, Q. P. Herr, O. T. Oberg, O. Naaman, J. X. Przybysz, P. Borodulin, S. B. Shauck, “An 8-bit carry look-ahead adder with 150 ps latency and sub-microwatt power dissipation at 10 GHz”, *J. Appl. Phys.*, **113**, 033911, 2013.
- [89] Q. P. Herr, J. Osborne, M. J. A. Stoutimore, H. Hearne, R. Selig, J. Vogel, E. Min, V. V. Talanov, A. Y. Herr, “Reproducible operating margins on a 72 800-device digital superconducting chip”, *Supercond. Sci. Technol.*, **28**, 124003, 2015.
- [90] V. K. Semenov, Y. A. Polyakov, S. K. Tolpygo, “New AC-Powered SFQ Digital Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **25**, 1301507, 2015.
- [91] S. Narayana, V.K. Semenov, Y.A. Polyakov, V. Dotsenko, S.K. Tolpygo, “Design and testing of high-speed interconnects for superconducting multi-chip modules,” *Supercond. Sci. Technol.*, **25** (10), 105012, 2012.
- [92] Y. Hashimoto, S. Yorozu, T. Satoh, T. Miyazaki, “Demonstration of chip-to-chip transmission of single-flux-quantum pulses at throughputs beyond 100 Gbps,” *Appl. Phys. Lett.*, **87**, 022502, 2005.
- [93] Q. Herr, A.D. Smith and M.S. Wire, “High speed data link between digital superconductor chips,” *Appl. Phys. Lett.*, **80**, 3210-3212, 2002.
- [94] R. Landauer, “Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process”, *IBM J. Res. Dev.*, **5**, 183-191, 1961.
- [95] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Reversible logic gate using adiabatic superconducting devices”, *Sci. Rep.*, **4**, 6354, 2014.
- [96] K. K. Likharev, “Dynamics of some single flux quantum devices. I. Parametric quantron” *IEEE Trans. Magn.*, **13**, 242 – 244, 1976.
- [97] E. Goto, “The parametron, a digital computer element which utilizes parametric oscillations”, *Proc. IRE*, **47**, 13041316, 1959.
- [98] K. K. Likharev, “Classical and quantum limitations on energy consumption in computation”, *Int. J. Theor. Phys.*, **21**, 311 – 326, 1982.

- [99] K. K. Likharev, S. V. Rylov, V. K. Semenov, “Reversible conveyor computation in array of parametric qunatrons”, *IEEE Trans. Magn*, **21**, 947 – 950, 1985.
- [100] M. Hosoya, W. Hioe, J. Casas, R. Kamukawai, Y. Harada, Y. Wada, H. Nakane, R. Suda, E. Goto, “Quantum Flux Parametron: A Single Quantum Flux Device for Josephson Supercomputer”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **1**, 77 – 89, 1991.
- [101] C. H. Bennett, “Logical Reversibility of Computation”, *IBM Journ. Res. Dev.*, **17**, 525 – 532, 1973.
- [102] M. Hosoya, W. Hioe, K. Takagi, E. Goto, “Operation of a 1-bit Quantum Flux Parametron shift register (latch) by 4-phase 36-GHz clock”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **5**, 2831 – 2834, 1995.
- [103] M. W. Johnson, P. Bunyk, F. Maibaum, E. Tolkacheva, A. J. Berkley, E. M. Chapple, R. Harris, J. Johansson, T. Lanting, I. Perminov, E. Ladizinsky, T. Oh, G. Ros, “A scalable control system for a superconducting adiabatic quantum optimization processor”, *Supercond. Sci. Technol.*, **23**, 065004, 2010.
- [104] A. J. Berkley, M. W. Johnson, P. Bunyk, R. Harris, J. Johansson, T. Lanting, E. Ladizinsky, E. Tolkacheva, M. H. S. Amin, G. Rose, “A scalable readout system for a superconducting adiabatic quantum optimization system”, *Supercond. Sci. Technol.*, **23**, 105014, 2010.
- [105] N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “An adiabatic quantum flux parametron as an ultra-low-power logic device”, *Supercond. Sci. Technol.*, **26**, 035010, 2013.
- [106] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Measurement of 10 zJ energy dissipation of adiabatic quantum-flux-parametron logic using a superconducting resonator”, *Appl. Phys. Lett.*, **102**, 052602, 2013.
- [107] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Simulation of sub- $k_B T$  bit-energy operation of adiabatic quantum-flux-parametron logic with low bit-error-rate”, *Appl. Phys. Lett.*, **103**, 062602, 2013.
- [108] N. Takeuchi, T. Orllepp, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Novel latch for adiabatic quantum-flux-parametron logic”, *J. Appl. Phys.*, **115**, 103910, 2014.
- [109] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. J. Yoshikawa, “Adiabatic quantum-flux-parametron cell library adopting minimalist design”, *J. Appl. Phys.*, **117**, 173912, 2015.
- [110] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Energy efficiency of adiabatic superconductor logic”, *Supercond. Sci. Technol.*, **28**, 015003, 2015.
- [111] S. Nagasawa, K. Hinode, T. Satoh, H. Akaike, Y. Kitagawa, M. Hidaka, “Development of advanced Nb process for SFQ circuits”, *Phys. C Supercond. Its Appl.*, **412**, 1429-1436, 2004.



- [112] T. Narama, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, N. Takeuchi, T. Ortlev, “Demonstration of 10k gate-scale adiabatic-quantum-flux-parametron circuits”, *International Superconductive Electronics Conference (ISEC), 2015 IEEE 15th ISEC*, July 6 - 9, 1-3, 2015
- [113] S. V. Rylov, V. K. Semenov, K. K. Likharev, “DC powered parametric quantron”, *International Superconductive Electronics Conference (ISEC), IEEE ISEC*, August 1987, 135 - 138.
- [114] V. K. Semenov, G. V. Danilov, D. V. Averin, “Negative-Inductance SQUID as the Basic Element of Reversible Josephson-Junction Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **13**, 938 – 943, 2003.
- [115] V. K. Semenov, G. V. Danilov, D. V. Averin, “Classical and Quantum Operation Modes of the Reversible Josephson-Junction Logic Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**, 455 – 461, 2007.
- [116] J. Ren, V. K. Semenov, Y. A. Polyakov, D. V. Averin, J. S. Tsai, “Progress Towards Reversible Computing With nSQUID Arrays”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**, 961-967, 2009.
- [117] J. Ren, V. K. Semenov, “Progress With Physically and Logically Reversible Superconducting Digital Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**, 780-786, 2011.
- [118] P. Bunyk, K. Likharev, D. Zinoviev, “RSFQ technology: physics and devices”, *Int. J. High Speed Electron. Syst.*, **11**, 257 – 305, 2001.
- [119] I. Kurosawa, H. Nakagawa, S. Kosaka, M. Aoyagi, S. Takada, “A 1-kbit Josephson Random Access Memory Using Variable Threshold Cells”, *IEEE J. Solid-State Circuits*, **24**, 1034 – 1040, 1989.
- [120] H. Suzuki, N. Fujimaki, H. Tamura, “A 4k Josephson memory”, *IEEE Trans. Magn.*, **25**, 783 – 788, 1989.
- [121] S. V. Polonsky, A. F. Kirichenko, V. K. Semenov, K. K. Likharev, “Rapid Single Flux Quantum Random Access Memory”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **5**, 3000 – 3005, 1995.
- [122] S. Tahara, I. Ishida, S. Nagasawa, M. Hidaka, H. Tsuge, Y. Wada, “4-Kbit Josephson nondestructive read-out RAM operated at 580 psec and 6.7 mW ”, *IEEE Trans. Magn.*, **27**, 2626 – 2632, 1991.
- [123] S. Nagasawa, Y. Hashimoto, H. Numata, S. Tahara, “A 380 ps, 9.5 mW Josephson 4-Kbit RAM Operated at a High Bit Yield”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **5**, 2447 – 2452, 1995.
- [124] S. Nagasawa, H. Numata, Y. Hashimoto, S. Tahara, “High-frequency Clock Operation of Josephson 256-word x 16-bit RAMs”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **9**, 3708 – 3713, 1999.

- [125] S. Nagasawa, K. Hinode, T. Satoh, Y. Kitagawa, M. Hidaka, "Design of all-dc-powered high-speed single flux quantum random access memory based on a pipeline structure for memory cell arrays", *Supercond. Sci. Technol.*, **19**, S325 - S330, 2006.
- [126] Q. Liu, T. Van Duzer, X. Meng, S. R. Whiteley, K. Fujiwara, T. Tomida, K. Tokuda, N. Yoshikawa, "Simulation and measurements on a 64-kbit hybrid Josephson-CMOS memory", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **15**, 415 – 418, 2005.
- [127] N. Yoshikawa, T. Tomida, K. Tokuda, Q. Liu, X. Meng, S. R. Whiteley, T. Van Duzer, "Characterization of 4 K CMOS Devices and Circuits for Hybrid Josephson-CMOS Systems", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **15**, 267 – 271, 2005.
- [128] K. Fujiwara, Q. Liu, T. Van Duzer, X. Meng, N. Yoshikawa, "New Delay-Time Measurements on a 64-kb Josephson-CMOS Hybrid Memory With a 600-ps Access Time", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **20**, 14 – 19, 2010.
- [129] T. Ortlepp, L. Zheng, S. R. Whiteley, T. Van Duzer, "Design guidelines for Suzuki stacks as reliable high-speed Josephson voltage drivers", *Supercond. Sci. Technol.*, **26**, 035007, 2013.
- [130] T. Van Duzer, L. Zheng, S. R. Whiteley, H. Kim, J. Kim, X. Meng, T. Ortlepp, "64-kb Hybrid Josephson-CMOS 4 Kelvin RAM With 400 ps Access Time and 12 mW Read Power", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**, 1700504, 2013.
- [131] H. Suzuki, A. Inoue, T. Imamura, S. Hasuo, "A Josephson driver to interface Josephson junctions to semiconductor transistors", *IEDM Tech. Dig.*, **88**, 290 – 293, 1988.
- [132] L. Kong, Y. Lu, E. Alon, "A multi-GHz area-efficient comparator with dynamic offset cancellation", *Custom Integrated Circuits Conference (CICC), 2011*, 1 - 4.
- [133] O. A. Mukhanov, "Recent Progress in Digital Superconducting Electronics", *International Superconductive Electronics Conference (ISEC), 2015 IEEE 15th ISEC*, July 6 - 9, CRP54, 2015.
- [134] J. W. Lu, E. Chen, M. Kabir, M. R. Stan, S. A. Wolf, "Spintronics technology: past, present and future", *Int. Mater. Rev.*, **61**(7), 456 - 472, 2016.
- [135] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, E. Il'ichev, "The current-phase relation in Josephson junctions", *Rev. Mod. Phys.*, **76**, 411-469. 2004.
- [136] M. G. Blamire, J. W. A. Robinson, "The interface between superconductivity and magnetism: understanding and device prospects", *J. Phys.: Condens. Matter.*, **26**, 453201, 2014.
- [137] M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, J. Chazelas, "Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices", *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 2472, 1988.

- [138] S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, V. V. Ryazanov, “Measurement of the current-phase relation of superconductor/ferromagnet/superconductor  $\pi$  Josephson junctions”, *Phys. Rev. B*, **70**, 144505, 2004.
- [139] V. V. Bol'ginov, V. S. Stolyarov, D. S. Sobanin, A. L. Karpovich, V. V. Ryazanov, “Magnetic switches based on Nb-PdFe-Nb Josephson junctions with a magnetically soft ferromagnetic interlayer”, *JETP Lett.*, **95**, 366 - 371, 2012.
- [140A] I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, “Josephson magnetic rotary valve”, *Appl. Phys. Lett.*, **105**, 242601, 2014.
- [141A] I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, “Critical Current of SF–NFS Josephson Junctions”, *JETP Lett.*, **101**, 240 – 246, 2015.
- [142] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, K. B. Efetov, “Enhancement of the Josephson Current by an Exchange Field in Superconductor-Ferromagnet Structures”, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 3140 - 3143, 2001.
- [143] M. Houzet, A. I. Buzdin, “Long range triplet Josephson effect through a ferromagnetic trilayer”, *Phys. Rev. B*, **76**, 060504(R), 2007.
- [144] B. M. Niedzielski, S. G. Diesch, E. C. Gingrich, Y. Wang, R. Loloee, W. P. Pratt, Jr., N. O. Birge, “Use of Pd–Fe and Ni–Fe–Nb as Soft Magnetic Layers in Ferromagnetic Josephson Junctions for Nonvolatile Cryogenic Memory”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **24**, 1800307, 2014.
- [145] I. V. Vernik, V. V. Bol'ginov, S. V. Bakurskiy, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, V. V. Ryazanov, O. A. Mukhanov, “Magnetic Josephson Junctions With Superconducting Interlayer for Cryogenic Memory”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**, 1701208, 2013.
- [146A] S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, I. V. Vernik, O. A. Mukhanov, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, “Theoretical model of superconducting spintronic SIsFS devices”, *Appl. Phys. Lett.*, **102**, 192603, 2013.
- [147A] S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, “Theory of supercurrent transport in SIsFS Josephson junctions”, *Phys. Rev. B*, **88**, 144519, 2013.
- [148] N. Ruppelt, H. Sickinger, R. Menditto, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, O. Vavra and H. Kohlstedt, “Observation of  $0-\pi$  transition in SIsFS Josephson junctions”, *Appl. Phys. Lett.*, **106**, 022602, 2015.
- [149] E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, A. Buzdin, “Josephson junctions with second harmonic in the current-phase relation: Properties of  $\varphi$  junctions”, *Phys. Rev. B*, **76**, 224523, 2007.

- [150] N. V. Klenov, N. G. Pugach, A. V. Sharafiev, S. V. Bakurskiy, V. K. Kornev, “Josephson junctions with nonsinusoidal current-phase relations based on heterostructures with a ferromagnetic spacer and their applications”, *Physics of the Solid State*, **52**, 2246 - 2251, 2010.
- [151] E. Goldobin, H. Sickinger, M. Weides, N. Ruppelt, H. Kohlstedt, R. Kleiner and D. Koelle, “Memory cell based on a  $\varphi$  Josephson junction”, *Appl. Phys. Lett.*, **102**, 242602, 2013.
- [152] S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, “Josephson  $\varphi$ -junctions based on structures with complex normal/ferromagnet bilayer”, *Supercond. Sci. Technol.*, **26**, 015005, 2013.
- [153] D. M. Heim, N. G. Pugach, M. Yu. Kupriyanov, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, “Ferromagnetic planar Josephson junction with transparent interfaces: a  $\varphi$  junction proposal”, *J. of Phys. Condens. Matter.*, **25**, 215701, 2013.
- [154] T. Golod, A. Iovan, V. M. Krasnov, “Single Abrikosov vortices as quantized information bits”, *Nat. Comm.*, **6**, 8628, 2015.
- [155A] S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, “Superconducting phase domains for memory applications”, *Appl. Phys. Lett.*, **108**, 042602, 2016.
- [156] M. Di Ventra and Y. V. Pershin, “The parallel approach”, *Nat. Phys.*, **9**, 200 - 202, 2013.
- [157] J. J. Yang, D. B. Strukov, and D. R. Stewart, “Memristive devices for computing”, *Nat. Nanotechnol.*, **8**, 13 - 24, 2013.
- [158] V. K. Semenov, “Magic Cells and Circuits: New Convergence of Memory and Logic Functions in Superconductor Devices”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**, 1700908, 2012.
- [159] P. Crotty, D. Schult, and K. Segall, “Josephson junction simulation of neurons”, *Phys. Rev. E*, **82**, 011914, 2010.
- [160] F. Chiarello, P. Carelli, M. G. Castellano and G. Torrioli, Supercond., “Artificial neural network based on SQUIDS: demonstration of network training and operation”, *Supercond. Sci. Technol.*, **26**, 125009, 2013.
- [161] T. Onomi, K. Nakajima, “An improved superconducting neural circuit and its application for a neural network solving a combinatorial optimization problem”, *J. Phys.: Conf. Series*, **507**, 042029, 2014.
- [162] A. J. Leggett, “Macroscopic Quantum Systems and the Quantum Theory of Measurement”, *Prog. Theor. Phys.*, **69**, 80-100, 1980.
- [163] J. R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S. K. Tolpygo, J. E. Lukens, “Quantum superposition of distinct macroscopic states”, *Nature*, **406**, 43-45, 2000.
- [164] J. M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado, C. Urbina, “Rabi Oscillations in a Large Josephson-Junction Qubit”, *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 117901, 2002.

- [165] J. M. Martinis, K. B. Cooper, R. McDermott, M. Steffen, M. Ansmann, K. D. Osborn, K. Cicak, S. Oh, D. P. Pappas, R. W. Simmonds, C. C. Yu “Decoherence in Josephson qubits from dielectric loss”, *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 210503, 2005.
- [166] M. Steffen, M. Ansmann, R. C. Bialczak, N. Katz, E. Lucero, R. McDermott, M. Neeley, E. M. Weig, A. N. Cleland, J. M. Martinis, “Measurement of the entanglement of two superconducting qubits via state tomography”, *Science*, **313**, 1423 - 1425, 2006.
- [167] H. Wang, M. Hofheinz, M. Ansmann, R. C. Bialczak, E. Lucero, M. Neeley, A. D. O’Connell, D. Sank, J. Wenner, A. N. Cleland, J. M. Martinis, “Measurement of the decay of Fock state in a superconducting quantum circuit”, *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 240401, 2008.
- [168] E. Lucero, M. Hofheinz, M. Ansmann, R. C. Bialczak, N. Katz, M. Neeley, A. D. O’Connell, H. Wang, A. N. Cleland, J. M. Martinis, “High-Fidelity Gates in a Single Josephson Qubit”, *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 247001, 2008.
- [169] V. E. Manucharyan, E. Koch, L. I. Glazman, M. H. Devoret, “Fluxonium: Single Cooper-Pair Circuit Free of Charge Offsets”, *Science*, **326**, 113-116, 2009.
- [170] G. Rastelli, M. Vanević, W. Belzig, “Coherent dynamics in long fluxonium qubits”, *New J. Phys.*, **17**, 053026, 2015.
- [171] J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov, L. Tian, C. H. van der Wal, S. Lloyd, “Josephson Persistent-Current Qubit”, *Science*, **285**, 1036, 1999.
- [172] I. Chiorescu, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans, J. E. Mooij, “Coherent Quantum Dynamics of a Superconducting Flux Qubit”, *Science*, **299**, 1869 - 1871, 2003.
- [173] M. Grajcar, A. Izmailkov, S. H. W. van der Ploeg, S. Linzen, E. Il’ichev, Th. Wagner, U. Hübner, H.-G. Meyer, A. M. van den Brink, S. Uchaikin, A. M. Zagoskin, “Direct Josephson coupling between superconducting flux qubits”, *Phys. Rev. B*, **72**, 020503, 2005.
- [174] A. Izmailkov, S. H. W. van der Ploeg, S. N. Shevchenko, M. Grajcar, E. Il’ichev, U. Hübner, A. N. Omelyanchouk, H.-G. Meyer, “Consistency of Ground State and Spectroscopic Measurements on Flux Qubits”, *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 017003, 2008.
- [175] D. V. Averin, K. Rabenstein, V. K. Semenov, “Rapid ballistic readout for flux qubits”, *Phys. Rev. B*, **73**, 094504, 2006.
- [176] R. McDermott, M. G. Vavilov, “Accurate Qubit Control with Single Flux Quantum Pulses”, *Phys. Rev. Appl.*, **2**, 014007, 2014.
- [177] D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, M. H. Devoret, “Manipulating the Quantum State of an Electrical Circuit”, *Science*, **296**, 886-889, 2002.
- [178] M. H. Devoret, J. M. Martinis, “Implementing Qubits with Superconducting Integrated Circuits”, *Quantum Inf. Process.* **3**, 1, 2004.
- [179] I. Siddiqi, R. Vijay, F. Pierre, C. M. Wilson, M. Metcalfe, C. Rigetti, L. Frunzio, and M.

- H. Devoret, “RF-Driven Josephson Bifurcation Amplifier for Quantum Measurement”, *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 207002, 2004.
- [180] R. Vijay, D. H. Slichter, I. Siddiqi, “Observation of Quantum Jumps in a Superconducting Artificial Atom”, *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 110502, 2011.
- [181] M. Hatridge, R. Vijay, D. H. Slichter, J. Clarke, I. Siddiqi, “Dispersive magnetometry with a quantum limited SQUID parametric amplifier”, *Phys. Rev. B*, **83**, 134501, 2011.
- [182] Ya. S. Greenberg, A. Izmailkov, M. Grajcar, E. Il’ichev, W. Krech, H.-G. Meyer, M. H. S. Amin, A. M. van den Brink, “Low-frequency characterization of quantum tunneling in flux qubits”, *Phys. Rev. B*, **66**, 214525, 2002.
- [183] M. Grajcar, A. Izmailkov, E. Il’ichev, Th. Wagner, N. Oukhanski, U. Hübner, T. May, I. Zhilyaev, H. E. Hoenig, Ya. S. Greenberg, V. I. Shnyrkov, D. Born, W. Krech, H.-G. Meyer, A. M. van den Brink, M. H. S. Amin, “Low-frequency measurement of the tunneling amplitude in a flux qubit”, *Phys. Rev. B*, **69**, 060501(R), 2004.
- [184] E. Il’ichev, S. H. W. Van der Ploeg, M. Grajcar, H.-G. Meyer, “Weak continuous measurements of multiqubits systems”, *Quantum Inf. Process*, **8**, 133, 2009.
- [185] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R.- S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin, R. J. Schoelkopf, “Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics”, *Nature*, **431**, 162-167, 2004.
- [186] I. Chiorescu, P. Bertet, K. Semba, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans, J. E. Mooij, “Coherent dynamics of a flux qubit coupled to a harmonic oscillator”, *Nature*, **431**, 159 – 162, 2004.
- [187] A. A. Abdumalikov, Jr., O. Astafiev, Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, J. Tsai, “Vacuum Rabi splitting due to strong coupling of a flux qubit and a coplanar-waveguide resonator”, *Phys. Rev. B*, **78**, 180502(R), 2008.
- [188] X. Zhu, S. Saito, A. Kemp, K. Kakuyanagi, S.-I. Karimoto, H. Nakano, W. J. Munro, Y. Tokura, M. S. Everitt, K. Nemoto, M. Kasu, N. Mizuochi, K. Semba, “Coherent coupling of a superconducting flux qubit to an electron spin ensemble in diamond”, *Nature*, **478**, 221–224, 2011.
- [189] A. A. Houck, H. E. Tureci, J. Koch, “On-chip quantum simulation with superconducting circuits”, *Nature Phys.*, **8**, 292–299, 2012.
- [190] M. Devoret, R. J. Schoelkopf, “Superconducting circuits for quantum information: an outlook”, *Science*, **339**, 1169–1174, 2013.
- [191] L. DiCarlo, M. D. Reed, L. Sun, B. R. Johnson, J. M. Chow, J. M. Gambetta, L. Frunzio, S. M. Girvin, M. H. Devoret, R. J. Schoelkopf, “Preparation and measurement of three-qubit entanglement in a superconducting circuit”, *Nature*, **467**, 574–578, 2010

## Глава II

### АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОТКЛИКА ДВУХКОНТАКТНОГО СКВИДА

#### 2.1. Введение

Как было описано в предыдущей главе, ПТ СКВИД является базовым элементом сверхпроводниковой электроники, имеющим многочисленные приложения [1-3]. Будучи преобразователем магнитного поля в напряжение, он используется в чувствительных магнетометрах [4-8], усилителях [9-11А], цепях считывания [12], антеннах [13А, 14]. Эти устройства обычно изготавливаются на базе стандартной технологии, использующей низкотемпературные сверхпроводники и туннельные джозефсоновские контакты.

Высокая точность современной НТСП технологии позволяет конструировать СКВИД-структуры с необычной передаточной функцией. Одним из примеров такой структуры является SQA (Superconductor Quantum Array) [15А] с высоколинейным откликом напряжения, элементная база которого будет более подробно описана в следующей главе. SQA могут быть сформированы из СКИФ структур [16, 17] или биСКВИДов [18А]. В работе [19А] было предложено использовать SQA для создания активной электрически малой широкополосной антенны. Такая антенна может значительно улучшить характеристики современных сверхпроводниковых широкополосных приемных систем [20]. Структуры наподобие упомянутых выше активно предлагались и изучались как теоретически, так и экспериментально в последние годы [13А-15А, 18А, 19, 21А-29А].

Качественное понимание отклика напряжения ПТ СКВИДа или СКВИД-подобной структуры [16-18А, 29А] может быть получено в пределе нулевой индуктивности интерферометра [30, 31]. В то же время для количественной оценки характеристик реальной НТСП структуры необходим учет реального значения.

Основные попытки разработки усредненных по времени аналитических зависимостей для СКВИДов с реальными параметрами были предприняты при исследовании ВТСП СКВИДов [32-37]. В этом случае типичным является высокий уровень шумов  $\Gamma > 0.1$  и большое значения индуктивности СКВИДа  $L > 100$  пГн, так что  $L\Gamma \geq 1$ . Область применимости разработанных аналитических подходов соответствует именно этому диапазону  $L\Gamma$ . Данные подходы основаны на решение двумерного уравнения Фоккера-Планка [32,35]. Полученные выражения для вольт – потоковой характеристики

$\bar{v}(\phi_e)$  симметричного СКВИДа (где  $\bar{v}$  – среднее напряжение на СКВИДе,  $\phi_e = \pi\Phi_e/\Phi_0$ ,  $\Phi_e$  – внешний магнитный поток) представляют собой простую гармоническую функцию  $\bar{v} = a\cos\phi_e + b$  (где  $a, b$  – константы), не предназначенную для детального описания формы отклика. Эти методы используются для оценки размаха отклика и соответственно максимального значения передаточной функции. Анализ, выполненный в работе [35], показывает что применение полученных результатов для описания НТСП СКВИДа не представляется возможным.

Анализ по теории возмущения, разработанный в передел малых значений индуктивности СКВИДа  $l$  применялся для исследования различных аспектов динамики, например, термоактивации [38], ступени Шапиро [39], циркулирующий ток и магнитная восприимчивость [40]. Однако, исследование усредненного отклика при реальных значениях индуктивности по-прежнему требовало численного решения [41].

Стоит отметить, что попытка получить усредненное значение напряжения на СКВИДе в рамках другого подхода, в чем-то схожего с подходом на базе теории возмущений, была предпринята еще до работ [32, 35] по ВТСП СКВИДу. В 1983 г. Петерсон и Макдональд предложили свои выражения для описания напряжения и тока ПТ СКВИДа для случая маленькой, но конечной индуктивности [42]. В их методе разностная фаза СКВИДа  $\psi = (\phi_1 - \phi_2)/2$  ( $\phi_{1,2}$  – джозефсоновские фазы первого и второго контакта) выражалась в виде суммы нормированного внешнего магнитного потока  $\phi_e$  и малой поправки  $x$ , исчезающей с уменьшением индуктивности,  $\psi = -\phi_e + x$ . Эта поправка  $x$  искалась через ряды Фурье, так что все итоговые аналитические выражения содержали суммы некоторых последовательностей. Сложная форма полученного результата осложняла анализ полученного результата и препятствовала его применению для описания более сложных практических структур на базе СКВИДов, таких как би-СКВИД или СКИФ.

Несмотря на то, что уже полвека прошло со дня первой демонстрации квантовой интерференции между двумя джозефсоновскими контактами, соединенными параллельно сверхпроводящей индуктивностью [43], форма отклика СКВИДа так и не была найдена аналитически для практических параметров НТСП устройства при низкой температуре ( $T \approx 4.2$  К). Этот факт подтверждается тем, что практическая оптимизация цепей всегда выполняется в рамках численного расчета [19А, 22А, 23, 25, 28, 29А], что замедляет процесс исследования и проектирования.

В этой главе будет представлен подход к решению этой давно стоящей задачи. В параграфах 2.2, 2.3 изложен аналитический анализ отклика напряжения и тока ПТ СКВИДа в резистивном состоянии, и анализ отклика тока в сверхпроводящем состоянии



(параграф 2.3). Обсуждение влияния технологического разброса параметров представлено в параграфах 2.4, 2.5. В то время как сверхпроводящее состояние рассматривается при произвольном значении индуктивности, резистивное состояние в начале рассматривается для  $l \leq 1$ . Аналитические выражения для вольт-поточковой и ток-поточковой характеристики для практических значений до  $l \approx 7$  полученные путем фиттинга расчетных характеристик представлены в параграфе 2.6. Для упрощения вывода интенсивность термических флуктуаций считается пренебрежимо малой, и емкость контактов полагается нулевой. Влияние емкости контактов и шума на НТСП ПТ СКВИД с сильно шунтированными контактами со сравнительно большим критическим током ( $\Gamma \leq 10^{-3}$ ) предполагается малым.

## 2.2. Отклик напряжения симметричного СКВИДа на магнитный поток

В этом параграфе мы обсуждаем отклик напряжения симметричного ПТ СКВИДа с нормированной индуктивностью  $l \leq 1$  (рис. 1). В рамках модели резистивно шунтированного перехода [44] можно записать простые уравнения для токов, текущих через СКВИД

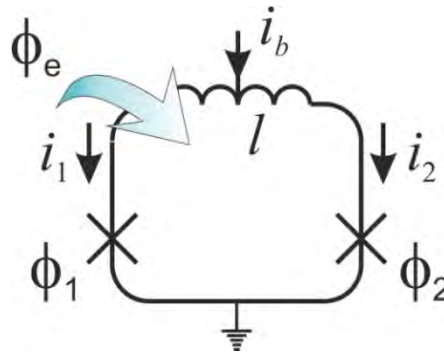


Рисунок 2.1. Симметричный ПТ СКВИД с приложенным током питания  $i_b$  и магнитным потоком  $\phi_e$ .

$$i_{1,2} = \sin\phi_{1,2} + \dot{\phi}_{1,2},$$

где токи нормированы на критический ток  $I_c$ , а точка сверху означает дифференцирование по времени  $\tau = t\omega_c$ ,  $\omega_c = 2\pi I_c R_n / \Phi_0$  - характерная частота,  $R_n$  - шунтирующее сопротивление переходов. Применение правил Кирхгофа позволяют записать следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{l}{2}\dot{\psi} = -(\psi + \phi_e) - \frac{l}{2}\sin\psi\cos\theta, \quad (2.1a)$$

$$\dot{\theta} = \frac{i_b}{2} - \cos\psi \sin\theta, \quad (2.16)$$

где  $\theta = (\phi_1 + \phi_2)/2$  - суммарная фаза,  $i_b = I_b/I_c$ ,  $I_b \geq 0$  - ток питания СКВИДа.

Поскольку индуктивность присутствует только в уравнении (1а), предполагается что она в первую очередь влияет на разностную фазу. Следуя работам [18А, 42], разностная фаза рассматривается как сумма медленно меняющейся  $\psi_-$  и быстроменяющейся  $\psi_{\sim}$  компонент. Последняя предполагается малой  $\psi_{\sim} \ll 1$  в случае шунтированных переходов и значений нормированной индуктивности  $l \leq 1$ . Отклик напряжения СКВИДа  $\bar{v} = w_J$  (где  $w_J$  - частота джозефсоновских осцилляций), нормированный на произведение  $I_c R_n$ , может быть найден следующим образом. Первым шагом находится решение  $w_{J-} = \bar{\theta}$  в приближении  $\psi = \psi_-$ . Затем из уравнения (1а) находится  $\psi_{\sim}$  с использованием найденной на предыдущем шаге  $\theta$ , что в свою очередь позволяет найти поправку  $w_{J\sim}$  к джозефсоновской частоте, и определить среднее напряжение через сумму  $w_J = w_{J-} + w_{J\sim}$ .

### 2.2.1. Решение в приближении $\psi = \psi_-$ .

Разностная фаза сводится к своей медленно меняющейся компоненте в пределе исчезающе малой индуктивности  $l \rightarrow 0$ . Уравнение (1а) в этом случае дает  $\psi = \psi_- = -\phi_e$ , так что хорошо известное (см., например, [42] и ссылки в этой работе) решение (2.16) может быть записано в виде:

$$\tan \frac{\theta}{2} = z + \sqrt{1 - z^2} \tan \frac{i_b \sqrt{1 - z^2} \tau}{2}, \quad (2.2)$$

где  $z = (2/i_b) \cos\phi_e$ . Джозефсоновская частота непосредственно определяется выражением (2.2)

$$w_{J-} = \frac{i_b}{2} \sqrt{1 - z^2} = \sqrt{\frac{i_b^2}{4} - \cos^2\phi_e}. \quad (2.3)$$

Уместно отметить известное соответствие выражения (2.3) с джозефсоновской частотой одиночного контакта  $w_J = \sqrt{i_b^2 - i_c^2}$ , благодаря которому можно рассматривать  $\cos\phi_e$  в выражении (2.3) как эффективный критический ток, а  $i_b/2$  как ток питания.  $w_{J-}$  должно быть приравнено к нулю для значений  $i_b/2 < |\cos\phi_e|$ .

### 2.2.2. Решение в приближении $\psi = \psi_- + \psi_~$

Подстановка разностной фазы в виде суммы  $\psi = \psi_- + \psi_~$  в (2.1a) в пределе  $\psi_~ \ll 1$  преобразует это уравнение к виду

$$\frac{l}{2}\psi_~ = -\psi_~ - \frac{l}{2}(\sin\psi_- + \psi_~\cos\psi_-)\cos\theta. \quad (2.4)$$

Решение уравнения (2.4) имеет вид

$$\psi_~ = \frac{l\sin\psi_-[\cos\psi_- - \frac{i_b}{2}\sin\theta] - 2\cos\theta}{l^2w_{j-}^2 + 4}. \quad (2.5)$$

Подстановка этого решения в (1б) дает возможность найти поправку к джозефсоновской частоте

$$w_J = \frac{i_b}{2} - \cos\psi_- \overline{\sin\theta} + \sin\psi_- \overline{\psi_~ \sin\theta}. \quad (2.6)$$

Явный вид  $w_J$  может быть найден посредством усреднения

$$w_J = w_{J-} - \frac{l^2w_{j-}^2}{l^2w_{j-}^2 + 4} \left( \frac{i_b}{2} - w_{J-} \right) \tan^2\psi_-. \quad (2.7)$$

Это выражение и описывает усредненный отклик напряжения ПТ СКВИДа для случая  $l \leq 1$ .

Первый множитель второго слагаемого выражения (2.7) дает основу полагать, что уменьшение напряжения следует из фильтрующих свойств СКВИДа. Качественно это может быть проиллюстрировано на примере синхронизации джозефсоновских контактов циркулирующим током в СКВИДе при приложенном магнитном потоке равным полукванту потока  $\Phi_e = \pi/2$ .

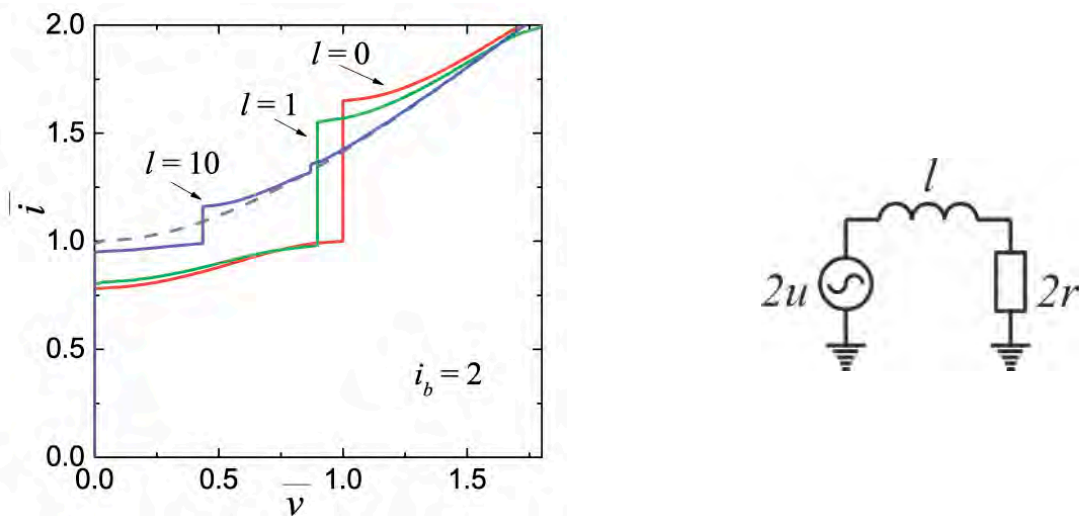
Циркулирующий ток определяется как  $i_{cir} = (i_1 - i_2)/2$ . В соответствие с (2.1a) в резистивном состоянии  $i_{cir} = -2\psi_~/l$ , что в сочетании с выражением (2.5) дает

$$i_{cir} = \frac{4\sqrt{1 + \frac{l^2i_b^2}{16}}}{l^2w_{j-}^2 + 4} \sin\psi_- \sin\left(\theta + \arctan\left[\frac{4}{li_b}\right]\right) - \frac{l\sin 2\psi_-}{l^2w_{j-}^2 + 4}. \quad (2.8)$$

При рассматриваемом значении магнитного потока  $\psi_- = -\Phi_e = -\pi/2$  суммарная фаза и джозефсоновская частота равны соответственно  $\theta = w_{J-}\tau$  и  $w_{J-} = i_b/2$ , как это следует из выражений (2.2), (2.3). Полагая что  $l \ll 1$ , циркулирующий ток может быть представлен в виде  $i_{cir} \approx -\cos(i_b\tau/2)$ . Это означает, что ток через каждый джозефсоновский контакт равен

$$i_{1,2} = i_b/2 \mp \cos\left(\frac{i_b}{2}\tau\right). \quad (2.9)$$

Осциллирующая часть этого тока приводит к появлению ступеней Шапиро на ВАХ контактов, см. рис. 2.2а. Полная ширина первой ступени равна [31]  $2J_1(i_{cir}^a/w_J)$  (где  $i_{cir}^a = 1$  – амплитуда циркулирующего тока в пределе  $l \rightarrow 0$ ). Поскольку середина ступени находится примерно на невозмущенной ВАХ одиночного контакта, эта ступень начинается со значения тока  $\sqrt{(i_b/2)^2 + 1} - J_1(2/i_b) \approx i_b/2$ , которое приблизительно соответствует постоянной составляющей тока, приложенного к каждому контакту.



а)

б)

Рисунок 2.2. а) ВАХ джозефсоновского контакта, смещенного током  $i_b = \bar{i} + i_{cir}^a \cos(w_J \tau)$ , где  $i_{cir}^a$  соответствует амплитуде циркулирующего тока, а  $w_J$  джозефсоновской частоте осцилляций напряжения на переходе в СКВИДе с приложенным магнитным потоком  $\phi_e = \pi/2$ . Параметры  $i_{cir}^a$ ,  $w_J$  рассчитаны для случая  $i_b/2 = 1$  с помощью выражений (2.10), (2.12) при  $l = 0, 1$ , и численно с использованием системы (2.1) для  $l = 10$ . Пунктирная линия соответствует  $i_{cir}^a = 0$ . ВАХ рассчитаны численно с использованием системы (2.1). (б) -фильтр – линейная схема, используемая для анализа СКВИДа с приложенным магнитным потоком  $\phi_e = \pi/2$ .

Для рассмотрения случая ненулевой индуктивности можно воспользоваться тем обстоятельством, что при  $\phi_e = \pi/2$  переходы синхронизованы в противофазе. Поэтому СКВИД может быть рассмотрен как линейная цепь, представленная на рис. 2.2б, представляющая собой последовательное соединение двух генераторов напряжения и двух резисторов, соответствующих двум джозефсоновским контактам, и связующей индуктивности. Из выражения (2.9) следует, что каждый генератор производит

гармоническое напряжение с нормированной амплитудой равной единице. Амплитуда тока в такой цепи в точности равна амплитуде циркулирующего тока, соответствующего выражению (2.8),

$$i_{cir}^a = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{l^2 w_{j-}^2}{4}}}. \quad (2.10)$$

Уменьшение амплитуды осциллирующего тока, текущего через джозефсоновские контакты, с увеличением индуктивности приводит к уменьшению ширины первой ступени Шапиро. При фиксированном токе питания это в свою очередь приводит к уменьшению частоты осцилляций и смещению ступени Шапиро, а следовательно и синхронизации переходов на более низкой частоте, см. рис. 2.2а. Это означает, что уменьшение усредненного напряжения на СКВИДе связано с фильтрацией циркулирующего тока. Переключение джозефсоновских контактов соответственно происходит на частоте ограниченной временем  $LR$  релаксации.

Возвращаясь к выражению (7) можно заметить, что в точке  $\phi_e = \pi/2$  где  $\tan^2 \psi_-$  равен бесконечности, конечное значение  $w_J$  может быть определено через предел для последних двух множителей второго слагаемого

$$\lim_{\phi_e \rightarrow \pi/2} \left( \frac{i_b}{2} - \sqrt{\frac{i_b^2}{4} - \cos^2 \phi_e} \right) \tan^2 \phi_e \rightarrow \frac{1}{i_b}. \quad (2.11)$$

Поскольку  $w_{J-}(\pi/2) = i_b/2$ , джозефсоновская частота в этой точке равна

$$w_J(\pi/2) = \frac{i_b}{2} \left[ 1 - \frac{2l^2}{l^2 i_b^2 + 16} \right]. \quad (2.12)$$

Следовательно, размах отклика напряжения  $v_{pp} = w_J(\pi/2) - w_J(0)$  равен

$$v_{pp} = \frac{i_b}{2} \left[ 1 - \frac{2l^2}{l^2 i_b^2 + 16} \right] - \sqrt{\frac{i_b^2}{4} - 1}, \quad (2.13)$$

где последнее слагаемое должно быть приравнено к нулю для значений  $i_b/2 < 1$ .

Видно, что при увеличении тока питания обе частоты  $w_J(\pi/2), w_J(0)$  стремятся к  $i_b/2$ . Поскольку отклик напряжения возникает благодаря возбуждению циркулирующего тока, в этом случае он уменьшается так как часть циркулирующего тока в общем токе текущем через переходы становится мала. Ввиду того, что в этом пределе переходы смещены током сильно превышающим их критический ток, усредненное напряжение на СКВИДе соответствует падению напряжения на шунтирующих сопротивлениях контактов, соединенных параллельно.

Для тока питания равного критическому току  $i_b = 2$  амплитуда размаха отклика напряжения уменьшается с индуктивностью по закону

$$v_{pp} = 1 - \frac{l^2}{2l^2 + 8}. \quad (2.14)$$

С увеличением индуктивности эта амплитуда стремится к  $v_{pp} \rightarrow 0.5$ . В то же время, в соответствие с (2.10), амплитуда циркулирующего тока стремится к нулю при  $l \rightarrow \infty$ , так что  $v_{pp} \rightarrow 0$ . Таким образом, представленная зависимость (2.14) амплитуды размаха отклика от индуктивности  $v_{pp}(l)$  справедлива лишь в рамках сделанного приближения  $l \leq 1$ .

### 2.2.3. Сопоставление с результатами численного расчета

На рисунке 2.3 показаны кривые полученные с помощью представленного аналитического подхода (выражения (2.7), (2.13) – сплошные линии) и с помощью численного расчета системы (2.1) (точки).

Рисунок 2.3а показывает отклики напряжения СКВИДа со значением индуктивности  $l = 1$ . Видно, что кривые полученные аналитически и численно совпадают в широком диапазоне токов питания  $i_b = 1.5 \dots 2.5$  вблизи критического тока СКВИДа.

Выражение (2.5) показывает, что амплитуда осцилляций разностной фазы пропорциональна  $\psi_{\sim}^A \sim -\sin\phi_e$ , и следовательно индуктивность в основном влияет на среднюю часть отклика напряжения (вблизи полукванта потока). Увеличение индуктивности приводит к увеличению  $\psi_{\sim}^A \sim -li_{cir}^a/2$  и нарушению приближения  $\psi_{\sim} \ll 1$ . Это проявляется в отклонении аналитических кривых от численных на рис. 2.3б при  $l > 1$ .

Необходимо отметить, что выражение (2.7) для отклика напряжения позволяет рассчитывать производные от отклика зависимости, такие как передаточная функция  $\partial\bar{v}/\partial\phi_e$  или динамическое сопротивление  $\partial\bar{v}/\partial i_b$ , представленные на рис. 3в и вставке к рисунку соответственно.

На рис. 2.3г показан размах амплитуды отклика напряжения в зависимости от тока питания и индуктивности. Из сравнения представленных данных можно сделать вывод о том, что усредненное напряжение на СКВИДе в зависимости от его параметров в рамках описанного алгоритма найдено достаточно хорошо.

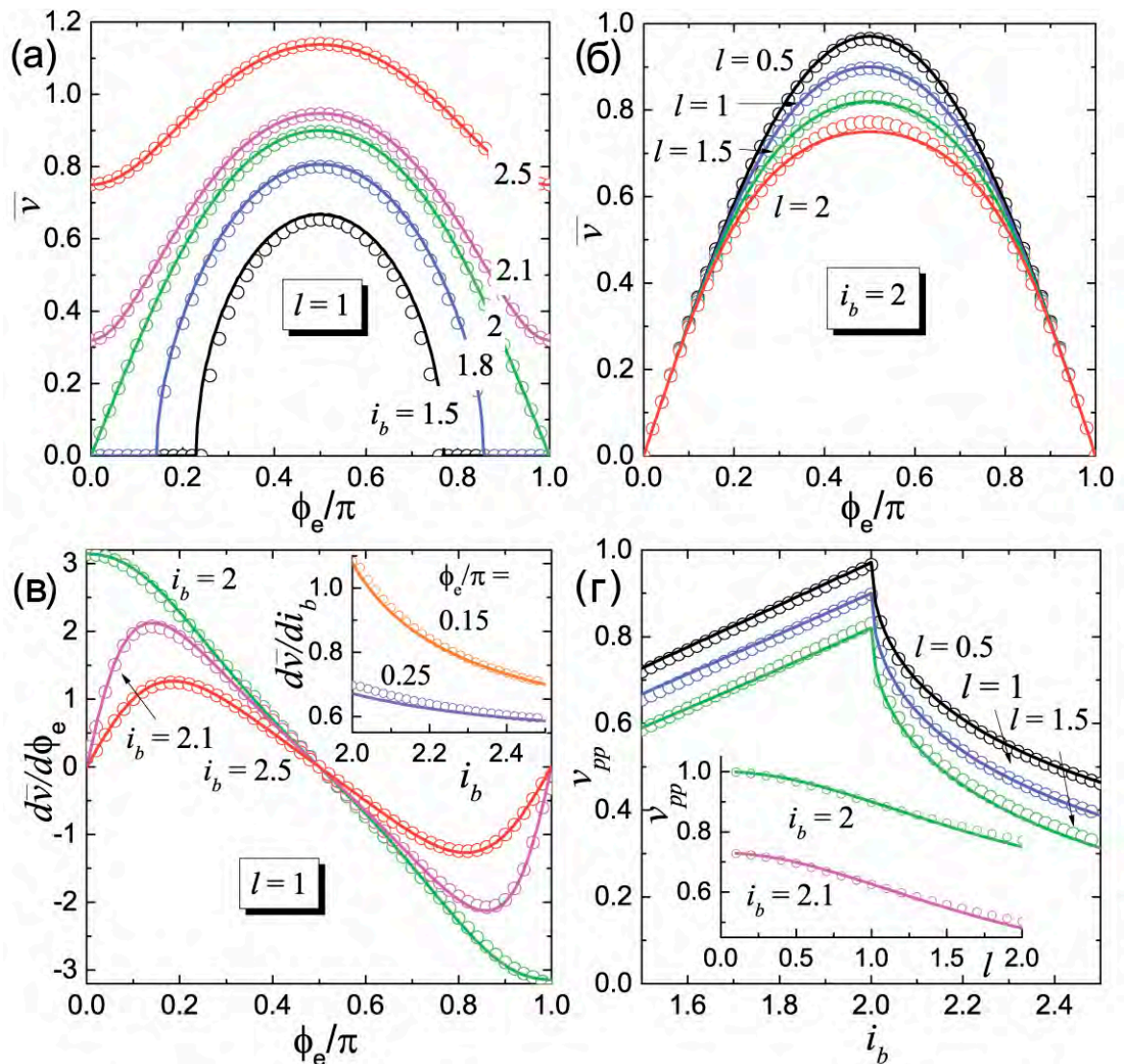


Рисунок 2.3. Сравнение результатов, полученных с помощью представленного аналитического подхода (выражения (2.7), (2.13) – сплошные линии) и численно, с использованием системы (2.1) (точки). а) Отклик напряжения СКВИДа  $\bar{v}(\phi_e)$  при  $l = 1$  для набора значений тока питания  $i_b = 1.5, 1.8, 2, 2.1, 2.5$ . б) Отклик напряжения при  $i_b = 2$  для набора значений нормированной индуктивности  $l = 0.5, 1, 1.5, 2$ . в) Передаточная функция СКВИДа  $d\bar{v}/d\phi_e$  при значениях тока питания  $i_b = 2, 2.1, 2.5$ ; на вставке показано динамическое сопротивление  $d\bar{v}/di_b$  для значений внешнего магнитного потока  $\phi_e = 0.15, 0.25$ ;  $l = 1$ . г) Амплитуда отклика напряжения  $v_{pp}$  в зависимости от тока питания при значениях индуктивности  $l = 0.5, 1, 1.5$ ; на вставке показана зависимость амплитуды от индуктивности при значениях тока питания  $i_b = 2, 2.1$ .

### 2.3. Отклик тока симметричного СКВИДа на магнитный поток

Этот параграф посвящен обсуждению отклика тока СКВИДа. Отклик сначала рассматривается в сверхпроводящем состоянии для произвольной индуктивности, а затем в резистивном состоянии для значений индуктивности  $l \leq 1$ , с использованием выражения (2.8).

#### 2.3.1. Сверхпроводящее состояние

Производные разностной и суммарной фазы по времени, так же как и осциллирующая компонента разностной фазы в сверхпроводящем состоянии равны нулю. В этом случае выражение для циркулирующего тока имеет вид:

$$i_{cir} = \sin\psi \cos\theta, \quad (2.15)$$

или с учетом (2.16)

$$i_{cir} = \sqrt{\cos^2\psi - \frac{i_b^2}{4}} \tan\psi. \quad (2.16)$$

Это выражение может быть использовано для случая исчезающе малой индуктивности  $l \rightarrow 0$ , с подстановкой  $\psi = -\phi_e$ . Для нулевого тока питания его можно еще больше упростить

$$i_{cir} = -\text{sgn}(\cos\phi_e) \sin\phi_e. \quad (2.17)$$

Для случая маленькой, но ненулевой индуктивности, выражения для циркулирующего тока были получены в рамках анализа по теории возмущений в первом [41] и втором [40] порядке по индуктивности. Однако, для значения  $l \approx 1$  численные данные уже не совпадают с полученными результатами в работах [40, 41].

Для определения циркулирующего тока при произвольном значении индуктивности необходимо решить уравнение  $f(\psi) = 0$  для трансцендентной функции

$$f(\psi) = \frac{l}{2} \sqrt{\cos^2\psi - \frac{i_b^2}{4}} \tan\psi + \psi + \phi_e \quad (2.18)$$

полученной из уравнения (2.1а), и подставить найденную разностную фазу в выражение (2.16). В общем случае, решение такого уравнения может быть найдено с использованием следующего квазианалитического подхода.

Метод основывается на интегральном определении корня  $x_0$  произвольной непрерывной функции  $f(x)$ , имеющей только один корень в рассматриваемом диапазоне  $[a, b]$ :

$$x_0 = a + \int_a^b H[-\text{sgn}(f[a])] + \text{sgn}(f[a])H[f(x)]dx, \quad (2.19)$$



где  $H(x)$  - ступенчатая функция Хевисайда. Поскольку рассматриваемый диапазон изменения магнитного потока соответствует  $\phi_e \in [0, \pi]$ , корень функции  $f(\psi)$  надо искать на отрезке  $\psi_0 \in [0, -\pi]$ . К сожалению, функция  $f(\psi)$  неопределена внутри диапазона  $|\cos\psi| < i_b/2$ , и может иметь до трех корней в зависимости от параметров  $i_b, l, \phi_e$ .

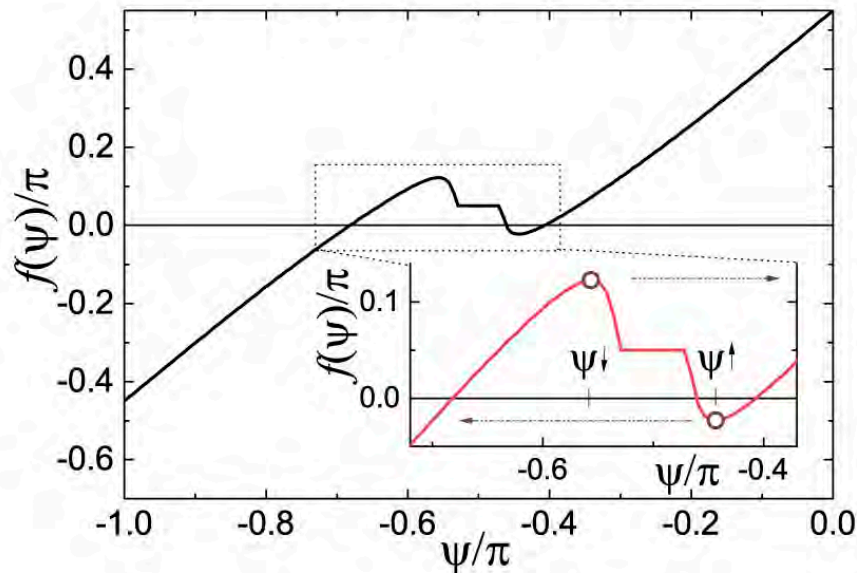


Рисунок 2.4. Трансцендентная функция  $f(\psi)$  (2.18) доопределенная в диапазоне  $|\cos\psi| < i_b/2$ , которая неявно определяет разностную фазы в сверхпроводящем состоянии;  $i_b = 0.2$ ,  $l = 1$ ,  $\phi_e = 0.55\pi$ . Вставка увеличивает часть, которая формирует гистерезис на зависимостях  $\psi_0(\phi_e)$  и  $i_{cir}(\phi_e)$ . Точки показывают локальные экстремумы функции  $f(\psi)$ .

Первое обстоятельство можно обойти, приравняв функцию  $f(\psi)$  к ее среднему  $f_m$  от граничных значений внутри отрезка  $|\cos\psi| \leq i_b/2$ , так что  $f_m = \text{sgn}(\psi)\text{ceil}(|\psi|/\pi)\pi/2 + \phi_e$ , где  $\text{ceil}(x)$  – функция определения целого по верхней границе. Доопределенная таким образом функция  $f(\psi)$  показана на рис. 4. Из выражения (2.18) видно, что  $\phi_e$  просто сдвигает функцию  $f(\psi)$  по оси ординат.

Если функция  $f(\psi)$  немонотонна (что зависит от параметров  $l, i_b$ ), то зависимость  $\psi_0(\phi_e)$  имеет гистерезис. В этом случае рассматриваемая функция может иметь больше одного корня при определенных значениях  $\phi_e$ . Для нахождения правильного корня интеграл (2.19) необходимо брать от начального значения  $a$  до точки локального экстремума, ближайшей к  $a$  ( $\psi^\uparrow$  для изменения  $\phi_e$  в сторону возрастания  $\phi_e^\uparrow = 0 \dots \pi$  и  $\psi^\downarrow$  для случая убывания  $\phi_e^\downarrow = \pi \dots 0$ , см. вставку на рис. 2.4) если функция  $f$  в этих точках

$f(a)$  и  $f(\psi^{\uparrow\text{or}\downarrow})$  имеет разные знаки. В противном случае пределы интегрирования не меняются.

Изменение верхнего предела интеграла может быть формализовано следующим образом:

$$b(\phi_e^{\uparrow\downarrow}) = b + H[-f(a)\hat{f}^{\uparrow\downarrow}(\phi_e)](\psi^{\uparrow\downarrow} - b), \quad (2.20)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{f}^{\uparrow\downarrow}(\phi_e) &= f(\psi^{\uparrow\downarrow}; \phi_e) \text{ при } \psi^{\uparrow\downarrow} \neq -\pi/2 \text{ и} \\ \hat{f}^{\uparrow\downarrow}(\phi_e) &= \mp l/2 - \pi/2 + \phi_e \text{ в противном случае.} \end{aligned}$$

Причина такого определения  $\hat{f}^{\uparrow\downarrow}$  состоит в том, что при  $i_b = 0$  функция  $f$  имеет вид

$$f(\psi) = \frac{l}{2} \text{sgn}(\cos\psi) \sin\psi + \psi + \phi_e, \quad (2.21)$$

Который соответствует скачку при  $\psi^{\uparrow} = \psi^{\downarrow} = -\pi/2$ . Поэтому  $\hat{f}^{\uparrow\downarrow}$  полагается равным граничным значениям функции  $f$  вблизи скачка.

При  $i_b > 0$  координаты  $\psi^{\uparrow}$ ,  $\psi^{\downarrow}$  могут быть найдены через производную функции  $f(\psi)$

$$\frac{\partial f}{\partial \psi} = -\frac{\frac{l}{2} \sin^2 \psi}{\sqrt{\cos^2 \psi - \frac{i_b^2}{4}}} + \frac{\frac{l}{2} \sqrt{\cos^2 \psi - \frac{i_b^2}{4}}}{\cos^2 \psi} + 1 \quad (2.22)$$

и выражение (2.19)

$$\psi^{\uparrow} = \int_0^{-\arccos \frac{i_b}{2}} H \left[ \frac{\partial f(\phi)}{\partial \phi} \right] d\phi, \quad (2.23a)$$

$$\psi^{\downarrow} = -\pi - \psi^{\uparrow}. \quad (2.23b)$$

Можно отметить, что разница значений  $f(\psi^{\uparrow}) - f(\psi^{\downarrow})$  определяет ширину гистерезиса зависимостей  $\psi_0(\phi_e)$  и  $i_{cir}(\phi_e)$ .

Зависимости разностной фазы от приложенного нормированного магнитного потока  $\psi_0(\phi_e)$  для обоих направлений изменения  $\phi_e$  могут быть получены следующим образом:

$$\psi_0(\phi_e^{\uparrow}) = \int_0^{-\pi + H[-\hat{f}^{\uparrow}(\phi_e)](\psi^{\uparrow} + \pi)} H[f(\phi; \phi_e^{\uparrow})] d\phi, \quad (2.24a)$$

$$\psi_0(\phi_e^{\downarrow}) = -\pi + \int_{-\pi}^{H[\hat{f}^{\downarrow}(\phi_e)]\psi^{\downarrow}} 1 - H[f(\phi; \phi_e^{\downarrow})] d\phi. \quad (2.24b)$$

Эти зависимости (24) вместе с соответствующими циркулирующими токами, полученными с помощью выражения (2.16) в сравнении с данными численного расчета системы (2.1) показаны на рис. 2.5. Из-за квазианалитического характера представленного подхода, полученные (аналитически и численно) кривые абсолютно совпадают.

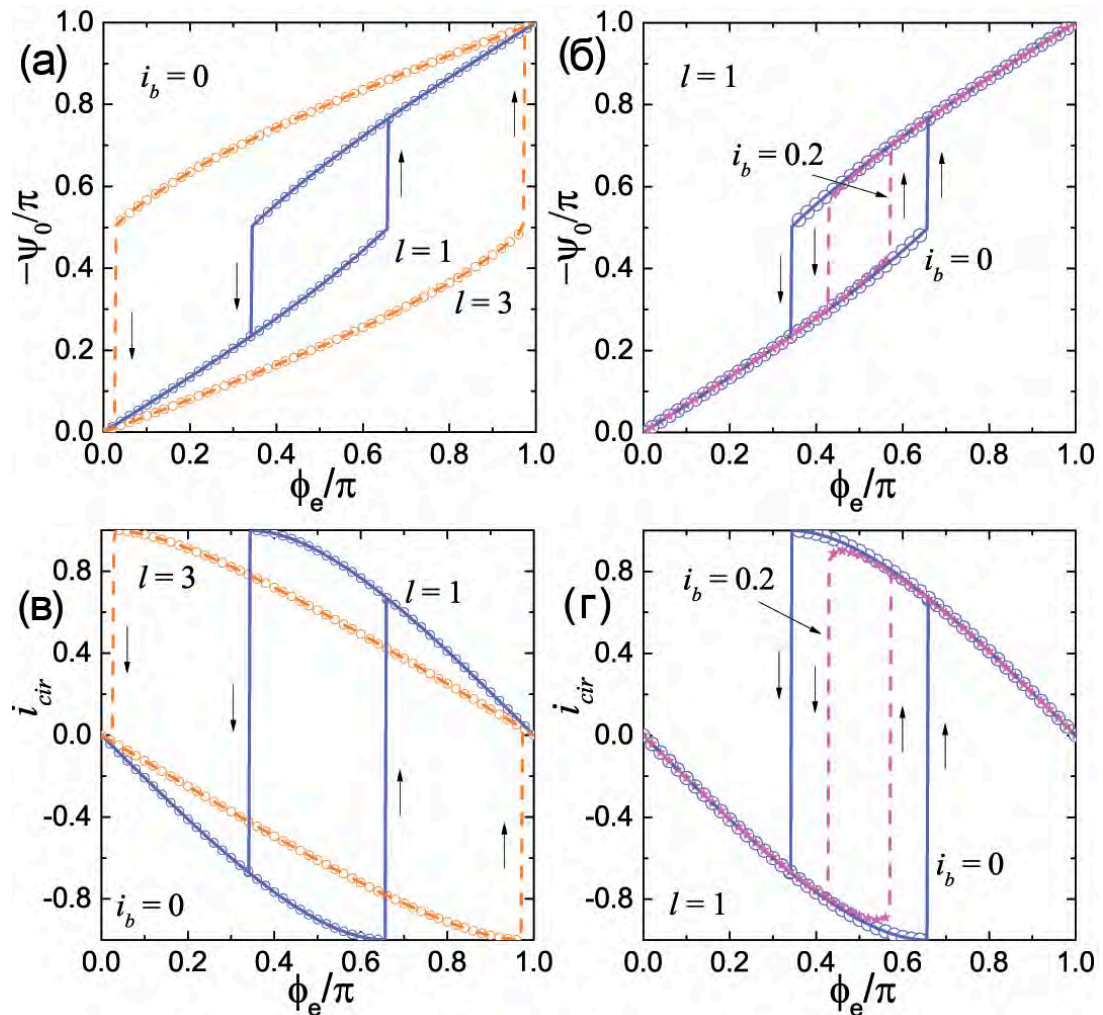


Рисунок 2.5. Зависимость разностной фазы  $\psi_0$  от внешнего магнитного потока  $\Phi_e$  рассчитанная с использованием выражений (2.24) (сплошные линии) для а) тока питания  $i_b = 0$  и значений индуктивности  $l = 1, 3$ , и для б)  $i_b = 0, 0.2$ ,  $l = 1$ . в), г) Циркулирующий ток, соответствующий кривым, приведенным на рисунках а), б) рассчитанный посредством выражения (2.16) (сплошные линии). Аналогичные зависимости рассчитанные численно с использованием системы (2.1) показаны точками. Вертикальные стрелки показывают направления изменения функций.

Увеличение значения индуктивности приводит к увеличению гистерезиса (см. рис. 2.5(а,в)) поскольку индуктивность является амплитудой немонотонного слагаемого функции  $f$ . Физический смысл этого состоит в следующем. При нулевом токе питания и исчезающе малой индуктивности проникновение магнитного потока в СКВИД при  $\Phi_e = \Phi_0/2$  сопровождается изменением направления циркулирующего тока (2.17). Протекание тока по конечной индуктивности создает дополнительный магнитный поток, так что внешний поток может экранироваться без проникновения кванта магнитного потока в СКВИД до больших значений (рис. 2.5в). Значение индуктивности  $l = \pi$

соответствует случаю когда квант потока проникает в СКВИД при  $\Phi_e = \Phi_0$ . Начиная с этого значения индуктивности, циркулирующий ток имеет два значения при нулевом приложенном магнитного потоке, соответствующие состояниям СКВИДа с и без кванта потока в контуре, поэтому контура с такими индуктивностями называются квантующими.

В то же время, увеличение тока питания приводит к уширению диапазона в котором функция  $f$  изначально неопределена, и уменьшению отрезка где она немонотонна. Физически это означает, что ток питания текущий через контакты уменьшает максимальное значение тока, который может циркулировать в СКВИДе в сверхпроводящем состоянии. Это уменьшает гистерезис (см. рис. 5(б,г)) и в конечном счете приводит к формированию участка, в котором СКВИД переходит в резистивный режим.

### 2.3.2. Резистивное состояние

Временное усреднение (2.8) позволяет получить следующее выражение для усредненного циркулирующего тока в резистивном состоянии:

$$\bar{i}_{cir} = -\frac{2lw_{J-}}{l^2w_{J-}^2+4} \left( \frac{i_b}{2} - w_{J-} \right) \tan\psi_- \quad (2.25)$$

Полагая  $\psi_- = -\phi_e$ , были рассчитаны зависимости тока, представленные на рис. 2.6 сплошными линиями. Соответствующие кривые, полученные численно с использованием системы (2.1) показаны точками.

Нулевое значение при  $\phi_e = 0, \pi$  соответствует отсутствию или чисто гармонической форме циркулирующего тока, соответственно выражению (2.8). Ненулевой усредненный ток при  $\phi_e \approx \pi/4$  возникает из-за ангармонической формы зависимости циркулирующего тока от времени, которая не может быть аккуратно описана в рамках используемой линеаризации уравнений (2.1). В то время как соответствие аналитических и численных кривых для значения  $i_b = 2$  является только качественным (рис. 2.6а), при больших значениях тока питания оно улучшается (см. рис. 2.6б). Причина этого в уменьшении осциллирующей компоненты разностной фазы  $\psi_-$  (2.5).

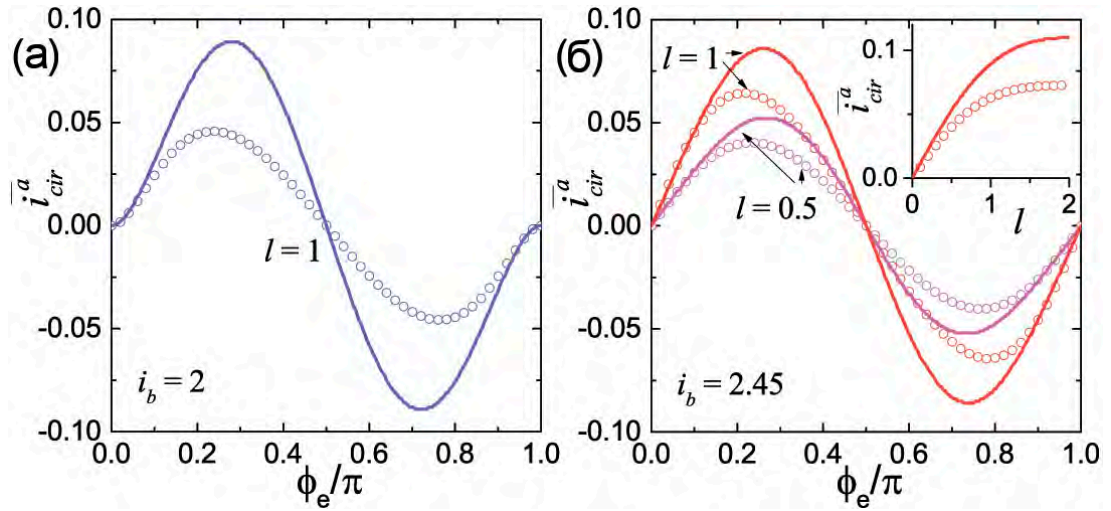


Рисунок 2.6. Зависимость усредненного циркулирующего тока  $\bar{i}_{cir}^a$  от внешнего магнитного потока  $\phi_e$ , рассчитанная с помощью выражения (2.25), полагая  $\psi_- = -\phi_e$ , (сплошные линии), и численно с помощью системы (2.1) (точки). а)  $i_b = 2$ ,  $l = 1$ . (б)  $i_b = 2.45$ ,  $l = 0.5, 1$ ; на вставке показана зависимость усредненного тока при  $\phi_e = \pi/4$  от индуктивности, рассчитанная с помощью выражения (2.27) (сплошные линии) и численно (точки).

Упрощая выражение (2.25) при  $\phi_e = \pi/4$ , можно оценить амплитуду усредненного циркулирующего тока  $\bar{i}_{cir}^a$ ,

$$\bar{i}_{cir}^a = \frac{2l\sqrt{i_b^2-2}\left(i_b - \sqrt{i_b^2-2}\right)}{l^2(i_b^2-2)+16}. \quad (2.26)$$

Для значения тока питания  $i_b = \sqrt{6} \approx 2.45$  эта амплитуда равна

$$\bar{i}_{cir}^a \approx \frac{0.45l}{l^2+4}. \quad (2.27)$$

Соответствующая кривая зависимости  $\bar{i}_{cir}^a(l)$  показана на вставке рис. 6б с численными данными для сравнения, которые показаны точками.

#### 2.4. Анализ влияния малой асимметрии параметров СКВИДа на отклик напряжения

В этом параграфе исследуется эффект технологического разброса параметров ( $\Delta I_c, \Delta R_n$  до  $\pm 20\%$ , и произвольного неравенства индуктивных плеч СКВИДа) на отклик напряжения. Такой разброс приводит к небольшой асимметрии интерферометра.

Рассматриваемый СКВИД показан на рис. 2.7. Его асимметрия представлена неравенством индуктивных плеч  $l_1 \neq l_2$ ,  $l_1 + l_2 = l$ , и разностью критических токов и шунтирующих сопротивлений контактов  $i_{c1} \neq i_{c2}$ ,  $r_{n1} \neq r_{n2}$ . Ниже полагается, что  $|i_{c1} - i_{c2}| \ll 1$ ,  $|r_{n1} - r_{n2}| \ll 1$ , и что ток питания близок к критическому току СКВИДа  $i_b \approx i_{c1} + i_{c2}$ .

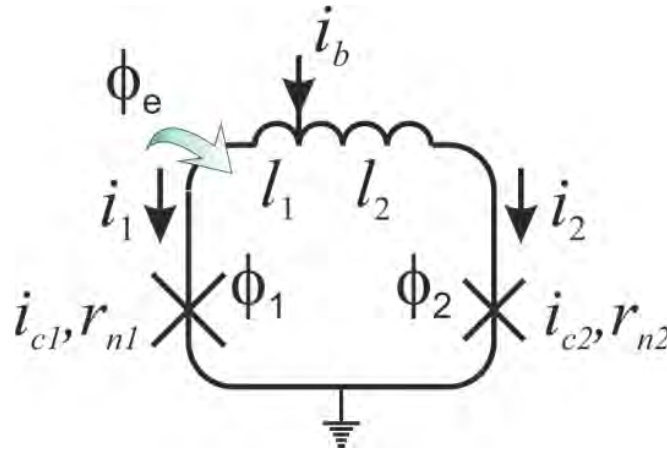


Рисунок 2.7. ПТ СКВИД с асимметрией, представленной разностью индуктивностей  $l_1 \neq l_2$ , критических токов  $i_{c1} \neq i_{c2}$  и шунтирующих сопротивлений  $r_{n1} \neq r_{n2}$  контактов.

#### 2.4.1. Асимметрия индуктивных плеч

Простейшим случаем асимметрии СКВИДа является неодинаковость индуктивностей  $l_1 \neq l_2$ . В случае равенства критических токов и шунтирующих сопротивлений контактов  $i_{c1} = i_{c2}$ ,  $r_{n1} = r_{n2}$  при этом изменяется только уравнение (2.1а). Падение джозефсоновской фазы на индуктивностях  $l_1 i_1 - l_2 i_2$  представленное в виде  $(i_b/2)[l_1 - l_2] + (l/2)[i_1 - i_2]$  преобразует это уравнение следующим образом

$$\frac{\Sigma l}{2} \psi = - \left( \psi + \phi_e + \frac{i_b \Delta l}{2} \right) - \frac{\Sigma l}{2} \sin \psi \cos \theta, \quad (2.28)$$

где  $\Sigma l = l_1 + l_2$ ,  $\Delta l = l_1 - l_2$ .

Видно, что такая асимметрия может быть учтена введением постоянного сдвига  $i_b \Delta l / 4$  внешнего магнитного потока  $\phi_e$ , который возникает из-за протекания тока питания через часть индуктивности  $\Delta l$ . При рассмотрении асимметрии критических токов и шунтирующих сопротивлений контактов для простоты изложения вначале полагается  $\Delta l = 0$ , а затем производится обобщение на случай произвольной асимметрии индуктивных плеч.

### 2.4.2. Асимметрия критических токов и шунтирующих сопротивлений джозефсоновских контактов

Разброс критических токов и шунтирующих сопротивлений контактов оказывают заметно большее влияние на систему (2.1), которая в этом случае может быть переписана в виде:

$$\frac{l}{\Sigma r_n} \dot{\psi} = -(\psi + \Phi_e) + \frac{l i_b \Delta r_n}{2 \Sigma r_n} - \frac{l}{\Sigma r_n} \left( \frac{\Sigma v_c}{2} \sin \psi \cos \theta + \frac{\Delta v_c}{2} \cos \psi \sin \theta \right), \quad (2.29a)$$

$$\dot{\theta} = \frac{i_b \Sigma r_n}{2} - \frac{\psi + \Phi_e}{l} \Delta r_n - \frac{\Sigma v_c}{2} \cos \psi \sin \theta - \frac{\Delta v_c}{2} \sin \psi \cos \theta. \quad (2.29б)$$

Здесь  $v_c = i_c r_n$  – характерное напряжение,  $\Sigma v_c = v_{c1} + v_{c2}$ ,  $\Delta v_c = v_{c1} - v_{c2}$ ,  $\Sigma r_n = r_{n1} + r_{n2}$ ,  $\Delta r_n = r_{n1} - r_{n2}$ .

Ниже будет рассмотрено формирование отклика в приближении равенства разностной фазы ее постоянной компоненте  $\psi_-^*$ , и сумме постоянной и осциллирующей части  $\psi_-^* + \psi_+^*$ .

#### 2.4.2.1 Решение в приближении $\psi = \psi_-^*$

Даже в отсутствие асимметрии индуктивных плеч, асимметрия критических токов и шунтирующих сопротивлений так же приводит к возникновению постоянного сдвига отклика напряжения по оси магнитного потока. Этот сдвиг может быть найден посредством усреднения уравнения (2.29a) при  $\Phi_e = 0$  и  $i_b \approx 2$ , полагая что  $i_{c1,2}, r_{n1,2} \approx 1$ . Поскольку  $\overline{\dot{\psi}_-} = 0$ ,  $\overline{\cos \theta} = 0$ , и  $\overline{\sin \theta} = [(i_b/2) - w_{J-}]/\cos \psi_- \approx 1$ , в рамках сделанных предположений разностная фаза равна

$$\psi_-^* = -\Phi_e - \frac{l}{2} \left[ \frac{\Delta i_c}{2} - \frac{i_b - \Sigma i_c}{2} \frac{\Delta r_n}{\Sigma r_n} \right], \quad (2.30)$$

где  $\Sigma i_c = i_{c1} + i_{c2}$ ,  $\Delta i_c = i_{c1} - i_{c2}$ .

Асимметрия  $\Delta i_c$  и  $\Delta r_n$  приводит к перераспределению тока питания в сторону перехода с большим  $i_c$ , но меньшим  $r_n$ . Соответствующие слагаемые входят в выражение (2.30) с разными знаками. Эффект обусловленный асимметрией шунтирующих сопротивлений связан с резистивным состоянием, и поэтому перед соответствующим слагаемым стоит множитель  $i_b - \Sigma i_c$ .

Для нахождения суммарной фазы удобно представить уравнение (2.29б) в следующем виде:

$$\dot{\theta} = \frac{i_b \Sigma r_n}{2} - \frac{\psi + \phi_e}{l} \Delta r_n - \sqrt{\frac{\Delta v_c^2}{4} + v_{c1} v_{c2} \cos^2 \psi} \times \sin \left( \theta + \arctan \left[ \frac{\Delta v_c}{\Sigma v_c} \tan \psi \right] \right) \quad (2.31)$$

Структура этого уравнения полностью аналогична структуре уравнения (2.16), и поэтому его решение повторяет уравнение (2.2). Единственным отличием является сдвиг суммарной фазы:

$$\tan \frac{\theta + c}{2} = z^* + \sqrt{1 - z^{*2}} \tan \frac{i_b^* \sqrt{1 - z^{*2}} \tau}{2}, \quad (2.32)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{i_b^*}{2} &= \frac{i_b \Sigma r_n}{2} + \left[ \frac{\Delta i_c}{2} - \frac{i_b - \Sigma i_c}{2} \frac{\Delta r_n}{\Sigma r_n} \right] \frac{\Delta r_n}{2}, \\ z^* &= \frac{2}{i_b^*} \sqrt{\frac{\Delta v_c^2}{4} + v_{c1} v_{c2} \cos^2 \psi^*}, \\ c &= \arctan \left[ \frac{\Delta v_c}{\Sigma v_c} \tan \psi^* \right]. \end{aligned}$$

Джозефсоновская частота аналогичным образом может быть найдена из уравнения (2.32):

$$w_{j-}^* = \sqrt{v_{c1} v_{c2}} \times \sqrt{\frac{[(i_b - i_{c1})r_{n1} + v_{c2}][(i_b - i_{c2})r_{n2} + v_{c1}]}{i_{c1} i_{c2} \Sigma r_n^2} - \cos^2 \psi^*} \quad (2.33)$$

где  $w_{j-}^*$  необходимо положить равным нулю, в случае если подкоренное выражение становится отрицательным.

Здесь квадратный корень из произведения характерных напряжений  $v_{c1} v_{c2}$  является естественным масштабным коэффициентом для напряжения. Представляя этот коэффициент как

$$\sqrt{v_{c1} v_{c2}} = \frac{\sqrt{(\Sigma i_c^2 - \Delta i_c^2)(\Sigma r_n^2 - \Delta r_n^2)}}{4}, \quad (2.34)$$

можно отметить, что разница критических токов и шунтирующих сопротивлений дает одинаковый вклад.

Рассматривая первое слагаемое под вторым корнем в выражении (2.33) как отношение квадрата эффективного тока питания к квадрату критического тока СКВИДа

$$\frac{i_{b_{eff}}^2}{\Sigma i_c^2} = \frac{[(i_b - i_{c1})r_{n1} + v_{c2}][(i_b - i_{c2})r_{n2} + v_{c1}]}{i_{c1} i_{c2} \Sigma r_n^2}, \quad (2.35)$$

по аналогии с выражением (2.3), можно исследовать вопрос о том насколько это отношение изменяется по сравнению со случаем полной симметрии.

Для анализа эффекта влияния разницы критических токов удобно положить разность шунтирующих сопротивлений равной нулю  $\Delta r_n = 0$  и  $\Sigma r_n = 2$ . В этом случае рассматриваемое отношение равно



$$\frac{i_{b_{eff}}^2}{\Sigma i_c^2} = \frac{i_b^2 - \Delta i_c^2}{\Sigma i_c^2 - \Delta i_c^2}, \quad (2.36)$$

а квадрат эффективного тока питания равен

$$i_{b_{eff}}^2 = i_b^2 + \frac{\Delta i_c^2}{\Sigma i_c^2 - \Delta i_c^2} (i_b^2 - \Sigma i_c^2). \quad (2.37)$$

Видно, что асимметрия критических токов  $\Delta i_c$  влияет и на  $i_b$ , и на  $\Sigma i_c$  (2.36), приводя к малому отклонению  $i_{b_{eff}}^2$  от  $i_b^2$  пропорциональному разности критических токов в квадрате умноженную на отклонение квадрата эффективного тока питания от критического тока (2.37).

Аналогичное рассмотрение разности шунтирующих сопротивлений при  $\Delta i_c = 0$ ,  $\Sigma i_c = 2$  приводит к следующему выражению:

$$\frac{i_{b_{eff}}^2}{4} = \frac{i_b^2}{4} - \left(\frac{i_b - 2}{2}\right)^2 \frac{\Delta r_n^2}{\Sigma r_n^2}. \quad (2.38)$$

Разность шунтирующих сопротивлений влияет на эффективный ток питания в соответствие с перераспределением тока питания (см. (2.30)). По сравнению с эффектом от разности критических токов в данном случае отклонение  $i_{b_{eff}}^2$  от  $i_b^2$  оказывается еще меньше (поскольку  $i_b^2 - \Sigma i_c^2 > (i_b - \Sigma i_c)^2$  для  $i_b > i_c$ , см. (2.37), (2.38)).

Полученные результаты (2.30), (2.37), (2.38) позволяют заключить, что при  $i_b \approx \Sigma i_c$  частота джозефсоновских осцилляций примерно равна

$$w_{J0}^* \approx \sqrt{v_{c1} v_{c2}} \sqrt{1 - \cos^2 \left( \phi_e + \frac{l \Delta i_c}{2} \right)}, \quad (2.39)$$

и асимметрия  $\Delta i_c$ ,  $\Delta r_n$  в основном приводит к масштабированию усредненного напряжения и сдвигу зависимости отклика напряжения по оси магнитного потока соответствующему  $\Delta i_c$ .

Рассмотренное влияние асимметрии критических токов и шунтирующих сопротивлений на масштабный коэффициент  $\sqrt{v_{c1} v_{c2}}$ , отклонение  $i_{b_{eff}}^2$  от  $i_b^2$ , и сдвиг отклика по магнитному потоку проиллюстрированы на рис. 2.8.

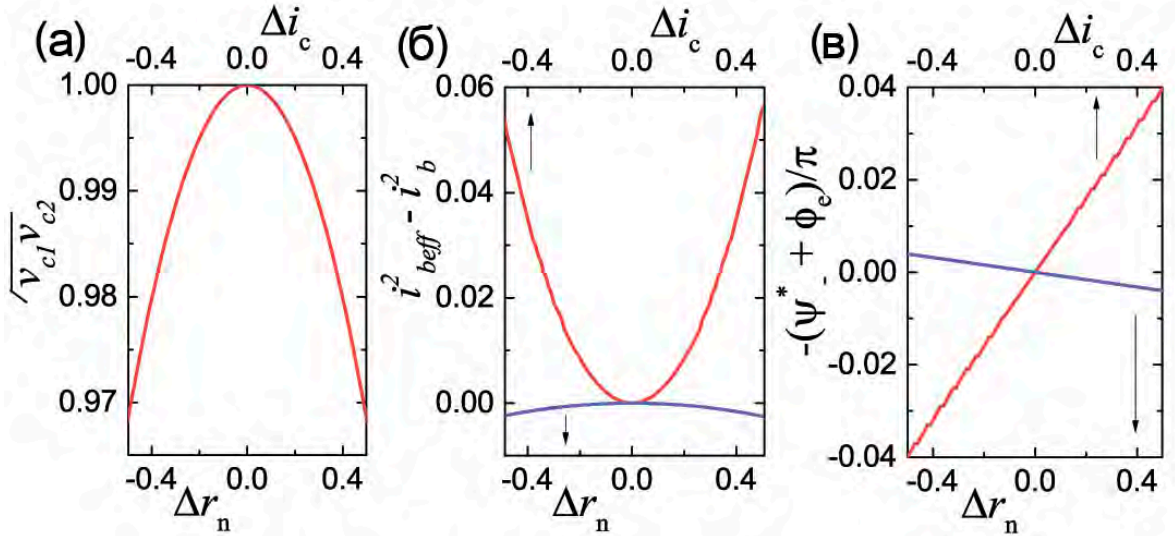


Рисунок 2.8. а) Масштабный коэффициент  $\sqrt{v_{c1}v_{c2}}$  для усредненного напряжения (2.33), б) отклонение квадрата эффективного тока питания от квадрата критического тока  $i_{b_{eff}}^2 - i_b^2$ , и в) сдвиг отклика по магнитному потоку  $-(\psi^* + \phi_e)/\pi$  в зависимости от  $\Delta r_n$  при  $\Delta i_c = 0$ , и в зависимости от  $\Delta i_c$  при  $\Delta r_n = 0$ ;  $\Sigma i_c, \Sigma r_n = 2$ ,  $i_b = 2.2$ .

#### 2.4.2.2 Решение в приближении $\psi = \psi_-^* + \psi_-^*$

Влияние наличия осциллирующего тока циркулирующего в СКВИДе может быть учтено посредством привнесения в рассмотрение осциллирующей компоненты разностной фазы. Подстановка разностной фазы в виде  $\psi = \psi_-^* + \psi_-^*$  в уравнение (2.29а) дает

$$\frac{l}{\Sigma r_n} \psi_-^* = -\psi_-^* + \frac{l}{2} \left[ \frac{\Delta i_c}{2} + \frac{\Sigma i_c \Delta r_n}{2 \Sigma r_n} \right] - \frac{l}{\Sigma r_n} \left( \frac{\Sigma v_c}{2} \sin \psi_-^* \cos \theta + \frac{\Delta v_c}{2} \cos \psi_-^* \sin \theta \right) \quad (2.40)$$

В то время как получить точно решение этого уравнения представляется затруднительным, приближенное решение можно выписать достаточно просто, полагая  $l \ll 1$  и  $\dot{\theta} \approx \bar{\theta} = w_{j-}^*$ :

$$\psi_-^* = \frac{l}{2} \left[ \frac{\Delta i_c}{2} + \frac{\Sigma i_c \Delta r_n}{2 \Sigma r_n} \right] - \frac{l}{\Sigma r_n \sqrt{1 + \left[ \frac{l w_{j-}^*}{\Sigma r_n} \right]^2}} \times \left[ \frac{\Sigma v_c}{2} \sin \psi_-^* \cos \left( \theta - \arctan \left[ \frac{l w_{j-}^*}{\Sigma r_n} \right] \right) + \frac{\Delta v_c}{2} \cos \psi_-^* \sin \left( \theta - \arctan \left[ \frac{l w_{j-}^*}{\Sigma r_n} \right] \right) \right] \quad (2.41)$$

Для нахождения поправки  $w_{j-}^*$  к джозефсоновской частота необходимо подставить полученную разностную фазу  $\psi = \psi_-^* + \psi_-^*$  (2.30), (2.41) в уравнение (2.29б):

$$w_{j-}^* = -\frac{\overline{\psi_-^*}}{l} \Delta r_n + \frac{\Sigma v_c}{2} \sin \psi_-^* (\overline{\psi_-^* \sin \theta}) - \frac{\Delta v_c}{2} \cos \psi_-^* (\overline{\psi_-^* \cos \theta}). \quad (2.42)$$

Поскольку  $\psi_{\sim}^*$  пропорционально индуктивности (2.41), последние два слагаемых в (2.42), исчезающие при  $l \rightarrow 0$ , соответствуют LR-фильтрации циркулирующего тока в СКВИДе. В то же время при  $l = 0$  первое слагаемое не равно нулю, что соответствует разнице падений напряжений усредненного по времени тока на шунтирующих сопротивлениях джозефсоновских контактов.

Выражение для  $w_{j_{\sim}}^*$  имеет достаточно сложный вид:

$$w_{j_{\sim}}^* = - \frac{\frac{l}{\Sigma r_n} \frac{i_b^*}{2} \left( \frac{l w_{j_{\sim}}^*}{\Sigma r_n} v_{c1}^2 v_{c2}^2 \sin^2 2\psi_{\sim}^* + K_1 + K_2 \right)}{4 \left( \left[ \frac{l w_{j_{\sim}}^*}{\Sigma r_n} \right]^2 + 1 \right) \left[ \frac{i_b^{*2}}{4} - w_{j_{\sim}}^{*2} \right] \left( \frac{i_b^*}{2} + w_{j_{\sim}}^* \right)} + K_3 \quad (2.43)$$

Коэффициенты  $K_{1,2,3}$ ,

$$K_1 = \frac{v_{c1} v_{c2}}{i_b^*} \left[ \Sigma v_c \Delta v_c - 4 w_{j_{\sim}}^* \frac{\Delta r_n}{\Sigma r_n} \left( \frac{i_b^*}{2} + w_{j_{\sim}}^* \right) \right] \times \left( \frac{i_b^*}{2} - w_{j_{\sim}}^* \right) \sin 2\psi_{\sim}^*,$$

$$K_2 = \frac{\Sigma v_c \Delta v_c}{i_b^*} \left[ \frac{w_{j_{\sim}}^{*2}}{2} \frac{l}{\Sigma r_n} \Sigma v_c \Delta v_c - 2 \frac{\Delta r_n}{l} \left( \frac{i_b^{*2}}{4} - w_{j_{\sim}}^{*2} \right) \right],$$

$$K_3 = \frac{l}{2} \left( \frac{\Delta i_c}{2} + \frac{\Sigma i_c \Delta r_n}{2 \Sigma r_n} \right) \left[ \frac{v_{c1} v_{c2}}{2} \frac{\sin 2\psi_{\sim}^*}{\left( \frac{i_b^*}{2} + w_{j_{\sim}}^* \right)} - \frac{\Delta r_n}{l} \right],$$

возникают из-за асимметрии СКВИДа, так что второе слагаемое выражения (2.7) может считаться частным случаем выражения (2.43).

Амплитуда отклика напряжения может быть получена, исходя из полной джозефсоновской частоты  $w_j^* = w_{j_{\sim}}^* + w_{j_{\sim}}^*$ , полагая  $\psi_{\sim}^* = -\pi/2$  и  $\psi_{\sim}^* = 0$ . При значении тока питания равном критическому току СКВИДа  $i_b = \Sigma i_c$  эта амплитуда равна

$$v_{pp}^* = \sqrt{v_{c1} v_{c2}} - \frac{\Sigma v_c}{4} \times \left[ \frac{v_{c1} v_{c2} \frac{l^2}{\Sigma r_n^2} \Sigma v_c - \frac{\Delta r_n \Delta v_c}{\Sigma r_n}}{\left( \sqrt{v_{c1} v_{c2}} + \frac{\Sigma v_c}{2} \right) \left[ v_{c1} v_{c2} \frac{l^2}{\Sigma r_n^2} + 1 \right]} + \frac{2 \Delta r_n \Delta v_c}{\Sigma r_n \Sigma v_c} \right] \quad (2.44)$$

Для симметричного случая это выражение принимает вид (2.14) с соответствующими масштабными коэффициентами.

Стоит отметить, что для  $l = 0$  выражение (2.44) упрощается

$$v_{pp}^* = \sqrt{v_{c1} v_{c2}} - \frac{\Delta v_c \Delta r_n}{2 \Sigma r_n} \left( 1 - \frac{\Sigma v_c}{\Sigma v_c + 2 \sqrt{v_{c1} v_{c2}}} \right). \quad (2.45)$$

Последнее слагаемое в (2.45) соответствует изменению амплитуды отклика напряжения, соответствующему первому слагаемому выражения (2.42). Для одинаковых шунтирующих сопротивлений  $\Delta r_n = 0$  это слагаемое обращается в ноль. В то же время, для одинаковых критических токов контактов  $\Delta i_c = 0$  ( $\Delta v_c = \Sigma i_c \Delta r_n / 2$ ) это изменение

пропорционально  $\Delta r_n^2$ . В этом случае ненулевая разница шунтирующих сопротивлений приводит к уменьшению отклика напряжения. Это обстоятельство будет рассмотрено так же в ходе обсуждения усредненного циркулирующего тока в резистивном состоянии.

#### 2.4.2.3 Обобщение на случай асимметрии индуктивных плеч

Поскольку асимметрия индуктивных плеч  $l_1 \neq l_2$  приводит лишь к постоянному сдвигу отклика по оси магнитного потока, она может быть учтена с привнесением соответствующего слагаемого  $i_b \Delta l / 4$  в выражение для постоянной компоненты разностной фазы (2.30)

$$\psi_-^* = -\phi_e - \frac{i_b \Delta l}{2} - \frac{\Sigma l}{2} \left[ \frac{\Delta i_c}{2} - \frac{i_b - \Sigma i_c}{2} \frac{\Delta r_n}{\Sigma r_n} \right], \quad (2.46)$$

и подстановкой суммарной индуктивности  $\Sigma l$  вместо  $l$  в уравнение (2.40) и последующие выражения (2.41) – (2.44).

Отклик напряжения

$$\bar{v}^* = w_j^* = w_{j-}^* + w_{j\sim}^* \quad (2.47)$$

(где  $w_j^*$  необходимо положить равным нулю при  $w_{j-}^* = 0$ ) может быть получен объединением выражений (2.33), (2.43) и (2.46). Отклики рассчитанные по этим формулам для набора параметров  $i_b = 2$ ,  $\Sigma i_c = 1.9$ ,  $\Delta i_c = -0.3$ ,  $\Sigma r_n = 2.05$ ,  $\Delta r_n = 0.35$ ,  $\Sigma l = 1$ , и  $\Delta l = 0, -0.8$  показаны на рис.2.9а сплошными линиями. Точками показан результат численного расчёта системы (2.29). Видно, что полученные кривые хорошо совпадают, несмотря на то что осциллирующая компонента разностной фазы (2.41) найдена приближенно. Даже для случая  $\Delta l = 0$  отклик напряжения имеет небольшой сдвиг по оси  $\phi_e$ , соответствующий асимметрии  $\Delta i_c$ ,  $\Delta r_n$  согласно (2.46). Слагаемые, отвечающие этой асимметрии в (2.42), приводят к небольшой асимметрии формы отклика, которая однако достаточно мала в рассматриваемом случае  $|\Delta i_c|, |\Delta r_n| \ll 1$ .

На рис. 2.9б показано влияние разницы критических токов  $\Delta i_c$  при  $\Delta r_n = 0$ , и разницы шунтирующих сопротивлений  $\Delta r_n$  при  $\Delta i_c = 0$  на амплитуду отклика напряжения  $v_{pp}^*$  при  $i_b$ ,  $\Sigma i_c$ ,  $\Sigma r_n = 2$  и  $l = 1$ . Соответствующие кривые, рассчитанные посредством выражения (2.44), показаны сплошными линиями. Зависимость  $v_{pp}^* = v_{pp} \sqrt{v_{c1} v_{c2}}$ , которая может быть получена из выражения для амплитуды отклика симметричного СКВИДа  $v_{pp}$  (2.14) и масштабного коэффициента (2.34) показана точками.

Хорошее совпадение кривых означает, что эффект от разности критических токов сводится к масштабированию напряжения. Для малых значений индуктивности ( $l \ll 1$ ) выражение (2.44) может быть приближенно представлено в виде:

$$v_{pp}^* \approx \sqrt{1 - \frac{\Delta i_c^2}{4}} v_{pp}. \quad (2.48)$$

В то же время, влияние разности шунтирующих сопротивлений сопровождается дополнительным уменьшением  $v_{pp}^*$ , вызванным падением напряжения усредненного циркулирующего тока на  $\Delta r_n$ , что приводит к следующей зависимости:

$$v_{pp}^* \approx \sqrt{1 - \frac{\Delta r_n^2}{4} v_{pp} - \frac{\Delta r_n^2 l^2 + 2}{4 l^2 + 4}}. \quad (2.49)$$

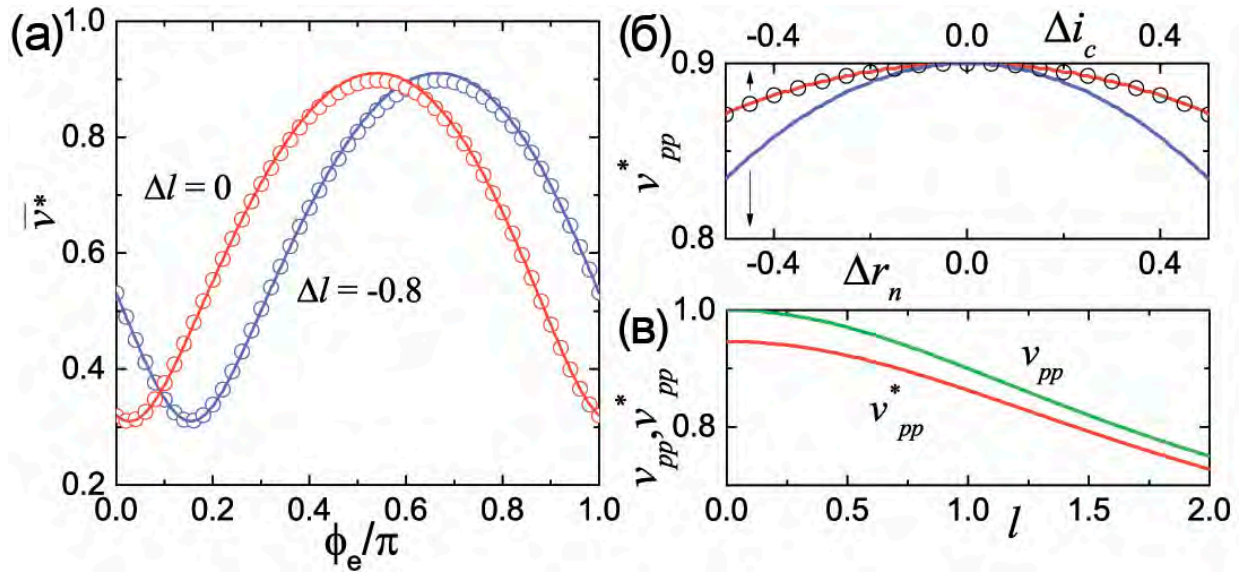


Рисунок 2.9. а) Отклик напряжения, рассчитанный посредством выражения (2.47) (сплошные линии) и численно, с помощью системы (2.29) (точки) для набора параметров  $i_b = 2$ ,  $\Sigma i_c = 1.9$ ,  $\Delta i_c = -0.3$ ,  $\Sigma r_n = 2.05$ ,  $\Delta r_n = 0.35$ ,  $\Sigma l = 1$ , и  $\Delta l = 0, -0.8$ . б) Зависимость амплитуды отклика напряжения  $v_{pp}^*$  от  $\Delta i_c$  при  $\Delta r_n = 0$ , и от  $\Delta r_n$  при  $\Delta i_c = 0$  (сплошные линии) для  $i_b, \Sigma i_c, \Sigma r_n = 2$  и  $l = 1$ . Приближенная зависимость  $v_{pp}^* = v_{pp} \sqrt{v_{c1} v_{c2}}$  полученная из выражений (2.14), (2.34) показана точками. в) Зависимость отклика напряжения  $v_{pp}^*$  для тех же параметров, что и на рисунке (а), но при  $i_b = \Sigma i_c$ , рассчитанная посредством выражения (2.44), и зависимость амплитуды  $v_{pp}$  для симметричного случая, при  $i_b = 2$ , рассчитанная с помощью (2.14) от индуктивности.

Необходимо отметить, что уменьшение амплитуды  $v_{pp}^*$ , соответствующее LR-фильтрации, не строго следует выражению для  $v_{pp}$  (2.14). Поэтому полученные выражения (2.48), (2.49) справедливы только для случая  $l \ll 1$ . В общем случае,

зависимость циркулирующего тока от времени, которая в симметричном случае при  $\psi_- = -\pi/2$  имеет чисто гармонический вид, для асимметричного случая при  $\psi_-^* = -\pi/2$  ангармонична для  $\Delta v_c \neq 0$ , что соответствует выражениям (2.32), (2.41). Эта зависимость становится наклонной (при  $\psi_-^* = -\pi/2$ ) из-за разной скорости переключения контактов  $v_{c1} \neq v_{c2}$ . На рис. 2.9в представлена амплитуда отклика напряжения  $v_{pp}^*(l)$  рассчитанная посредством (2.44) для тех же параметров, что и рис. 2.9а, но при  $i_b = \Sigma i_c$ . Она сравнивается с зависимостью амплитуды симметричного СКВИДа  $v_{pp}$  (2.14) от суммарной индуктивности. Непостоянство разницы  $v_{pp}^* - v_{pp}$  демонстрирует небольшие изменения циркулирующего тока и параметров его фильтрации, соответствующих асимметрии.

## 2.5. Анализ влияния малой асимметрии параметров СКВИДа на отклик тока

### 2.5.1. Сверхпроводящее состояние

Влияние асимметрии на циркулирующий ток в сверхпроводящем состоянии  $\dot{\theta}, \dot{\psi} = 0$  может быть легко определен для случая  $i_b = 0$  посредством объединения выражений (2.29). Поскольку при нулевом токе питания неравенство индуктивных плеч не влияет на циркулирующий ток, ниже рассматривается только неравенство критических токов и шунтирующих сопротивлений джозефсоновских контактов. Функций  $f(\psi)$  (2.21) полученная из системы (2.29) имеет следующий вид:

$$f^*(\psi) = g(\psi) \frac{l}{2} \operatorname{sgn}(\cos\psi) \sin\psi + \psi + \phi_e, \quad (2.50)$$

где

$$g(\psi) = \frac{\Sigma v_c + \Delta v_c A_I}{\Sigma r_n \sqrt{1 + A_I^2 \tan^2 \psi}} \quad (2.51)$$

множитель, возникающий из-за асимметрии,

$$A_I = \frac{\Sigma v_c \Delta r_n - \Delta v_c \Sigma r_n}{\Sigma v_c \Sigma r_n - \Delta r_n^2}. \quad (2.52)$$

Константа  $A_I$  всегда равна нулю при  $\Delta i_c = 0$ . Это означает, что асимметрия шунтирующих сопротивлений сам по себе не влияет на циркулирующий ток, как и можно ожидать для сверхпроводящего состояния. В этом случае нелинейный слагаемое  $f(\psi)$  (2.21) умножается на  $g = \Sigma i_c / 2$ . В общем случае, эффект неравенства шунтирующих сопротивлений  $g(\psi)$  оказывается малым для произвольных  $\Delta i_c$ .

При одинаковых шунтирующих сопротивлениях  $\Delta r_n = 0$  константа  $A_l = -\Delta i_c / \Sigma i_c$ , и соответственно множитель  $g(\psi)$  содержит два множителя  $2i_{c1}i_{c2}/\Sigma i_c$  и  $1/\sqrt{1 + (\Delta i_c/\Sigma i_c)^2 \tan^2 \psi}$ . Первый множитель порядка единицы  $i_{c1}, i_{c2} \approx 1$ . Второй множитель положителен и меньше единицы. Он имеет минимум при  $\psi = \pi/2 + \pi n$  (где  $n$  – целое число). Эти свойства множителей  $g(\psi)$  приводят к эффективному сглаживанию нелинейного изгиба функции  $f(\psi)$  в окрестности  $\psi = \pi/2 + \pi n$  (см. рис. 2.10а). Сглаживание изгиба, в свою очередь, приводит к уменьшению гистерезиса на зависимости циркулирующего тока, приведенной на рис. 2.10б. Этот эффект усиливается с увеличением  $\Delta i_c$ . Он проявляется до некоторой степени аналогично эффекту, к которому приводит наличие ненулевого тока питания, рассмотренному в параграфе 2.3. Однако, здесь он происходит из-за ограничения циркулирующего тока меньшим критическим током неодинаковых джозефсоновских контактов.

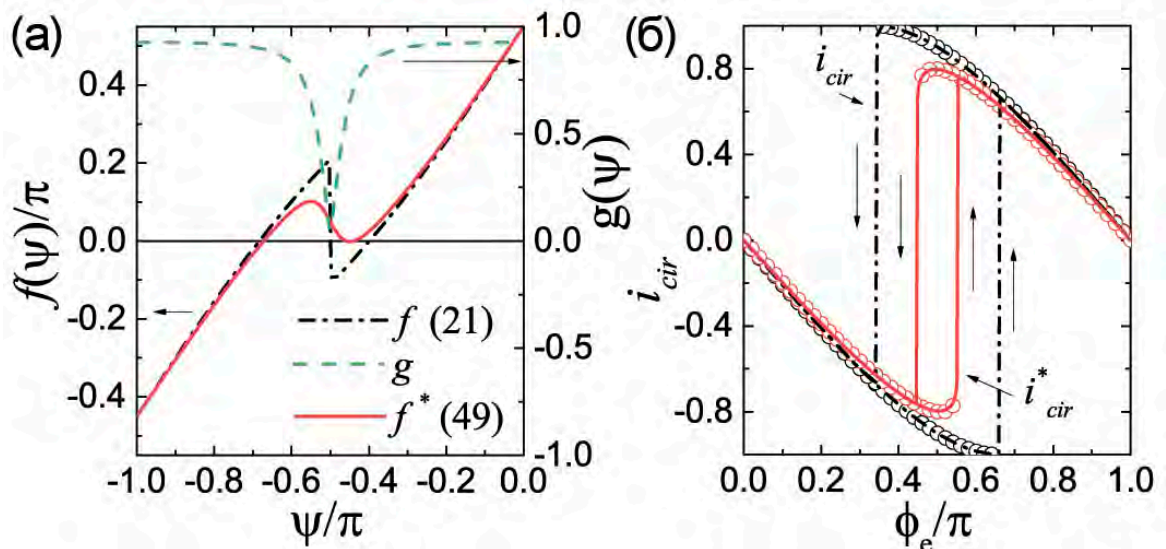


Рисунок 2.10. а) Трансцендентальная функция  $f$  (2.21), отвечающая симметричному СКВИДу, множитель нелинейного слагаемого этой функции  $g(\psi)$ , приводящий к сглаживанию ее изгиба в асимметричном случае, а функция  $f^*(\psi)$  (2.50) асимметричного СКВИДа с параметрами  $\Sigma i_c = 1.9$ ,  $\Delta i_c = -0.3$ ,  $\Sigma r_n = 2.05$ ,  $\Delta r_n = 0.35$ ,  $l = 1$ . б) Циркулирующие токи  $i_{cir}$ ,  $i_{cir}^*$ , соответствующие функциям  $f$ ,  $f^*$ , показанным на рис. (а), рассчитанные посредством выражений (2.16), (2.24), (2.53) (сплошные линии). Численные данные полученные с помощью расчета системы (2.29) показаны точками. Вертикальными стрелками показано направление изменения функций.

Функции  $f(\psi)$ ,  $f^*(\psi)$  показанные на рис. 2.10а были рассчитаны посредством выражений (2.21), (2.50) для симметричного случая, и для случая асимметричного

СКВИДа с параметрами, выбранными для расчета рис. 2.9а. Циркулирующие токи  $i_{cir}$ ,  $i_{cir}^*$  на рис. 2.10б получены с использованием функций  $f$ ,  $f^*$ , выражений (2.16), (2.24), и производной функции  $f^*(\psi)$

$$\frac{\partial f^*}{\partial \psi} = g(\psi) \frac{l}{2} \operatorname{sgn}(\cos \psi) \left[ \cos \psi - \frac{\sin \psi \tan \psi A_J^2 (1 + \tan^2 \psi)}{1 + A_J^2 \tan^2 \psi} \right] + 1 \quad (2.53)$$

Численные данные получены посредством расчета системы (2.29).

### 2.5.2. Резистивное состояние

Усредненный по времени циркулирующий ток в резистивном состоянии может быть найден с использованием выражений (2.32), (2.33), (2.41) и (2.46):

$$\bar{i}_{cir}^* = \frac{\left[ \Sigma v_c \Delta v_c - 2 \frac{\Sigma l w_{j-}^*}{\Sigma r_n} v_{c1} v_{c2} \sin 2 \psi_-^* \right] \left( \frac{i_b^*}{2} - w_{j-}^* \right)}{2 \Sigma r_n \left( \left[ \frac{\Sigma l w_{j-}^*}{\Sigma r_n} \right]^2 + 1 \right) \left[ \frac{\Delta v_c^2}{4} + v_{c1} v_{c2} \cos^2 \psi_-^* \right]} - \frac{i_b \Delta r_n}{2 \Sigma r_n} \quad (2.54)$$

Для симметричного случая это выражение переходит в формулу (2.25) с соответствующими масштабными коэффициентами. Однако, в отличие от (2.25) здесь циркулирующий ток в общем случае может иметь некоторую постоянную составляющую из-за перераспределения тока питания. При токе питания равном критическому току СКВИДа  $i_b = \Sigma i_c$  усредненный циркулирующий ток при  $\psi_-^* = 0$  равен

$$\bar{i}_{cir}^* = \frac{1}{\Sigma r_n} \left( \Delta v_c - \frac{\Sigma i_c}{2} \Delta r_n \right). \quad (2.55)$$

Как и ожидается, для  $\Delta i_c = 0$  средний циркулирующий ток отсутствует  $\bar{i}_{cir}^* = 0$ , но для  $\Delta r_n = 0$  ток равен  $\bar{i}_{cir}^* = \Delta i_c / 2$ .

Необходимо отметить, что в отличие от (2.25) при  $l = 0$  ток не равен нулю. В максимуме зависимости отклик напряжения  $\psi_-^* = -\pi/2$  при  $i_b = \Sigma i_c$  выражение (2.54) можно упростить для случая равенства критических токов или шунтирующих сопротивлений контактов.

При  $\Delta i_c = 0$  выражение (2.54) упрощается к следующему виду:

$$\bar{i}_{cir}^* = -\frac{\Delta r_n \Sigma i_c}{2 \Sigma r_n} \left( 1 - \frac{\Sigma r_n}{\Sigma r_n + 2 \sqrt{r_{n1} r_{n2}}} \right). \quad (2.56)$$

С учетом того что  $\Delta v_c = \Sigma i_c \Delta r_n / 2$  и  $\Sigma v_c = \Sigma i_c \Sigma r_n / 2$ , легко видеть, что полученное выражение (2.56) является вторым слагаемым выражения (2.45) для амплитуды отклика напряжения без множителя  $\Delta r_n / 2$ , который следует из первого слагаемого выражения (2.42). Поскольку выражение в скобках (2.56) всегда положительно, усредненный



циркулирующий ток в данном случае уменьшает отклик напряжения так как он всегда течет в сторону контакта с меньшим шунтирующим сопротивлением. Сравнивая (2.55) и (2.56), можно заключить что приложенный магнитный поток увеличивает усредненный циркулирующий ток, индуцированный из-за неравенства шунтирующих сопротивлений.

При  $\Delta r_n = 0$  выражение (2.54) упрощается следующим образом:

$$\bar{i}_{cir}^* = \frac{\Delta i_c}{2} \frac{\Sigma i_c}{\Sigma i_c + 2\sqrt{i_{c1}i_{c2}}}. \quad (57)$$

Поскольку второй множитель в (2.57) меньше единицы, видно что приложенный магнитный поток уменьшает усредненный циркулирующий ток, индуцированный из-за неравенства критических токов контактов (при сравнении (2.55) и (2.57)).

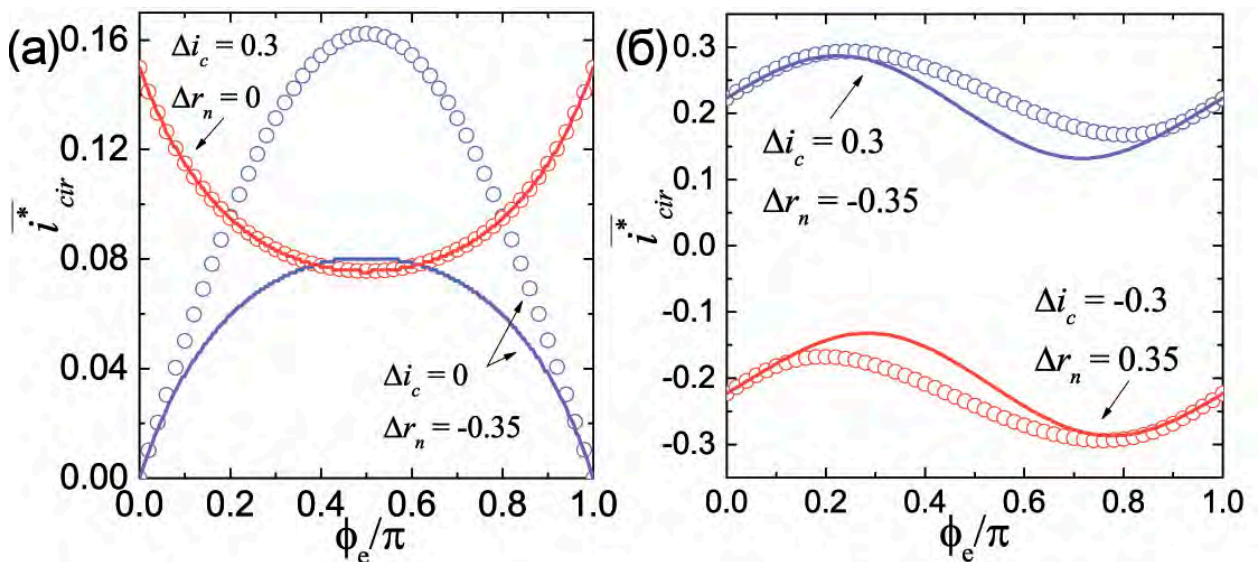


Рисунок 2.11. Усредненный циркулирующий ток  $\bar{i}_{cir}^*$  в зависимости от внешнего магнитного потока  $\phi_e$  рассчитанный аналитически (сплошные линии) посредством выражения (2.54) и численно (точки) с помощью системы (2.29). а)  $\Delta i_c = 0$ ,  $\Delta r_n = -0.35$  и  $\Delta i_c = 0.3$ ,  $\Delta r_n = 0$  при  $i_b = \Sigma i_c = 1.9$ ,  $\Sigma r_n = 2.05$ ,  $l = 0$ . б)  $\Delta i_c = -0.3$ ,  $\Delta r_n = 0.35$  и  $\Delta i_c = 0.3$ ,  $\Delta r_n = -0.35$  при  $i_b = 2.45$ ,  $\Sigma i_c = 1.9$ ,  $\Sigma r_n = 2.05$ ,  $\Sigma l = 1$  и  $\Delta l = 0$ .

На рис. 2.11а показан усредненный циркулирующий ток (2.54), рассчитанный при  $\Delta i_c = 0$ ,  $\Delta r_n = -0.35$  и  $\Delta i_c = 0.3$ ,  $\Delta r_n = 0$ , для  $i_b = \Sigma i_c = 1.9$ ,  $\Sigma r_n = 2.05$ ,  $l = 0$  (сплошные линии). Соответствующие данные рассчитанный численно посредством системы (2.29) показаны точками. Видно, что даже несмотря на малые абсолютные значения тока  $\bar{i}_{cir}^*$  аналитический расчет циркулирующего тока в СКВИДе с асимметрией критических токов абсолютно совпадает с численным счетом. Хотя результат аналитического расчета для асимметрии шунтирующих сопротивлений заметно отличается от данных численного

счета при  $\phi_e \approx \pi/2$  из-за приближенности решения для  $\psi^*$  (2.41), тем не менее, качественно поведение зависимости для обеих асимметрий найдено правильно.

На рис. 2.11б представлен циркулирующих ток рассчитанный для тех же параметров, что и рис. 2.9а, за исключением  $i_b = 2.45$  ( $\Delta l = 0$ ), и для СКВИДа с инвертированными асимметриями критических токов и шунтирующих сопротивлений ( $\Delta i_c \rightarrow -\Delta i_c$ ,  $\Delta r_n \rightarrow -\Delta r_n$ , в то время как  $\Sigma i_c$ ,  $\Sigma r_n$  прежние). Данные полученные посредством аналитического расчета (2.54) показаны сплошными линиями, результаты численного расчета (2.29) показаны точками. В то время как соответствие кривых остается лишь качественным, постоянная составляющая циркулирующего тока найдена точно.

## 2.6. Обобщение полученных выражений для откликов СКВИДа с индуктивностью реального устройства

Выражения для отклика напряжения и отклика тока СКВИДа, полученные в параграфах 2.2, 2.3 для резистивного состояния верны лишь при малом значении нормированной индуктивности  $l \leq 1$ . В этом параграфе мы аппроксимируем численные данные для откликов СКВИДа аналитическими выражениями, вводя фитовочные параметры, для расширения области применимости развитого подхода в область больших значений индуктивности, что делает возможным его применение для расчета реальных СКВИДов и структур на базе СКВИДов, пример которого будет показан в следующей главе.

### 2.6.1. Отклик напряжения

В параграфе 2.2 было показано, что выражение (2.14) полученное для амплитуды отклика напряжения справедливо лишь при малых значениях нормированной индуктивности  $l \leq 1$ . Поскольку напряжение  $\bar{v}$  на симметричном СКВИДе при  $i_b = 2$  и  $\phi_e = 0$  равно нулю, амплитуда отклика напряжения равна напряжению  $\bar{v}$  при  $\phi_e = \pi/2$ . Сравнение зависимости  $\bar{v}(l)$ , рассчитанной посредством (2.14) и полученной численно с использованием системы (2.1) показано на рис. 2.12. Видно, что линеаризация системы (2.1) приводит к неправильному определению амплитуды отклика напряжения для  $l > 1$ , что ограничивает применение полученных в этой главе выражений. Для обеспечения возможности использования предложенного подхода в проектировании реальных

устройств, предлагается использовать выражение (2.7) для отклика СКВИДа с аппроксимирующими параметрами, которые могут быть получены и численного расчета (2.1) следующим образом.

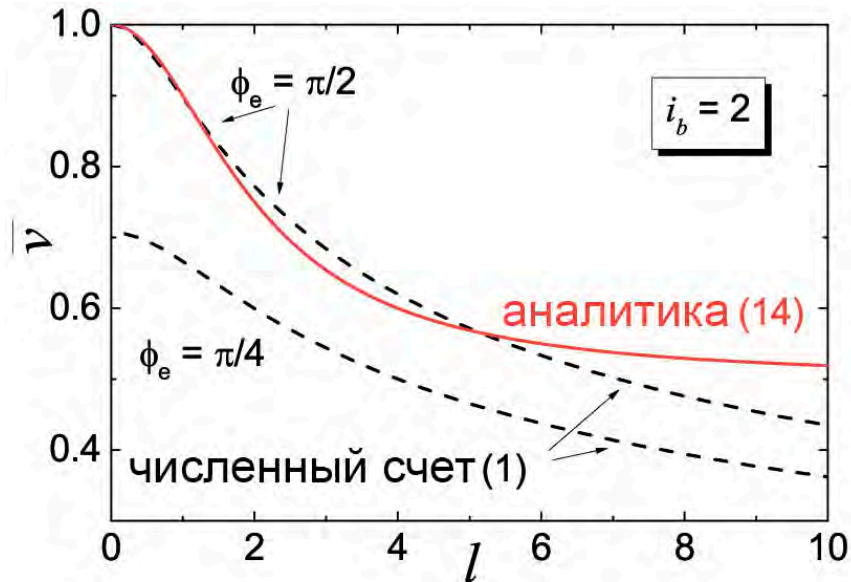


Рисунок 2.12. Усредненное напряжение на СКВИДа при  $i_b = 2$  рассчитанное посредством (2.14) для  $\phi_e = \pi/2$  (сплошная линия) и полученное численно с использованием (2.1) при  $\phi_e = \pi/2, \pi/4$  (точки).

Зависимость напряжения от индуктивности  $\bar{v}(l)$  при  $i_b = 2, \phi_e = \pi/2$  рассчитанная численно с использованием (2.1) и показанная на рис.2.12 может быть хорошо аппроксимирована функцией

$$\bar{v}_{\pi/2}^{num} = 1 - p, \quad (2.58)$$

где

$$p = \frac{l^{1.66}}{2.44l^{1.48} + 7.22}. \quad (2.59)$$

Выражения для напряжений (2.14) и (2.58) могут быть приравнены с вводом эффективной индуктивности  $l_a$ :

$$1 - \frac{l_a^2}{2l_a^2 + 8} = 1 - p,$$

так что

$$l_a = 2\sqrt{\frac{2p}{1-2p}}. \quad (2.60)$$

Подстановка этой индуктивности в (2.7) вместо  $l$  позволяет рассчитать отклик напряжения с правильной амплитудой. К сожалению, воспроизвести форму отклика напряжения на этом этапе не удастся.

Улучшения совпадения формы отклика напряжения с результатом численного расчета можно добиться с введение двух аппроксимирующих параметров: эффективной индуктивности  $l_s$  и амплитуды  $A$  второго слагаемого выражения (2.7):

$$\bar{v}(\phi_e) = w_{J-} - A \frac{l_s^2 w_{J-}^2}{l_s^2 w_{J-}^2 + 4} \left( \frac{i_b}{2} - w_{J-} \right) \tan^2 \phi_e. \quad (2.61)$$

Для определения обоих параметров необходимо использовать еще одну зависимость  $\bar{v}(l)$ , например полученную численно при  $i_b = 2$ ,  $\phi_e = \pi/4$ , и так же показанную на рис. 2.12. эта зависимость может быть аппроксимирована функцией

$$\bar{v}_{\pi/4}^{num} = \frac{\sqrt{2}}{2} - q, \quad (2.62)$$

где

$$q = \frac{l^{1.92}}{5.25l^{1.625} + 19.14}. \quad (2.63)$$

Оба аппроксимирующих параметра  $l_s$ ,  $A$  могут быть получены из системы, в которой выражение (2.61) приравнивается к (2.58), (2.62) соответственно при  $\phi_e = \pi/2$ ,  $\pi/4$ .

Необходимо отметить, что амплитуда отклика напряжения находится достаточно аккуратно с подстановкой  $l_a$  и для тока питания  $i_b \neq 2$ , что позволяет ввести зависимость искомых параметров от тока питания. Уравнение для  $\phi_e = \pi/2$  может быть соответственно написано для произвольного  $i_b$  с учетом найденной индуктивности  $l_a$ , так что система определяющая аппроксимирующие параметры будет иметь вид:

$$A \frac{l_s^2 i_b}{l_s^2 i_b^2 + 16} = \frac{l_a^2 i_b}{l_a^2 i_b^2 + 16}, \quad (2.64a)$$

$$A \frac{l_s^2}{l_s^2 + 8} \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = q. \quad (2.64b)$$

Решение этой системы позволяет получить следующие выражения для искомых параметров  $l_s$ ,  $A$ :

$$l_s = 4 \sqrt{\frac{2(q-p) + pq(i_b^2 - 4) + \sqrt{2}p}{2(i_b^2 p - 2q) - 2pq(i_b^2 - 4) - i_b^2 \sqrt{2}p}}, \quad (2.65a)$$

$$A = \frac{pq(i_b^2 - 2)}{2(q - p - 2pq) + p(\sqrt{2} + i_b^2 q)}. \quad (2.65b)$$

Диапазон применимости этих выражений ограничен областью, в которой подкоренное выражение в (2.65a) положительно. Минимальный диапазон  $l \in [0.35, 6.85]$  соответствует току питания  $i_b = 2$ . С увеличением тока питания он расширяется.

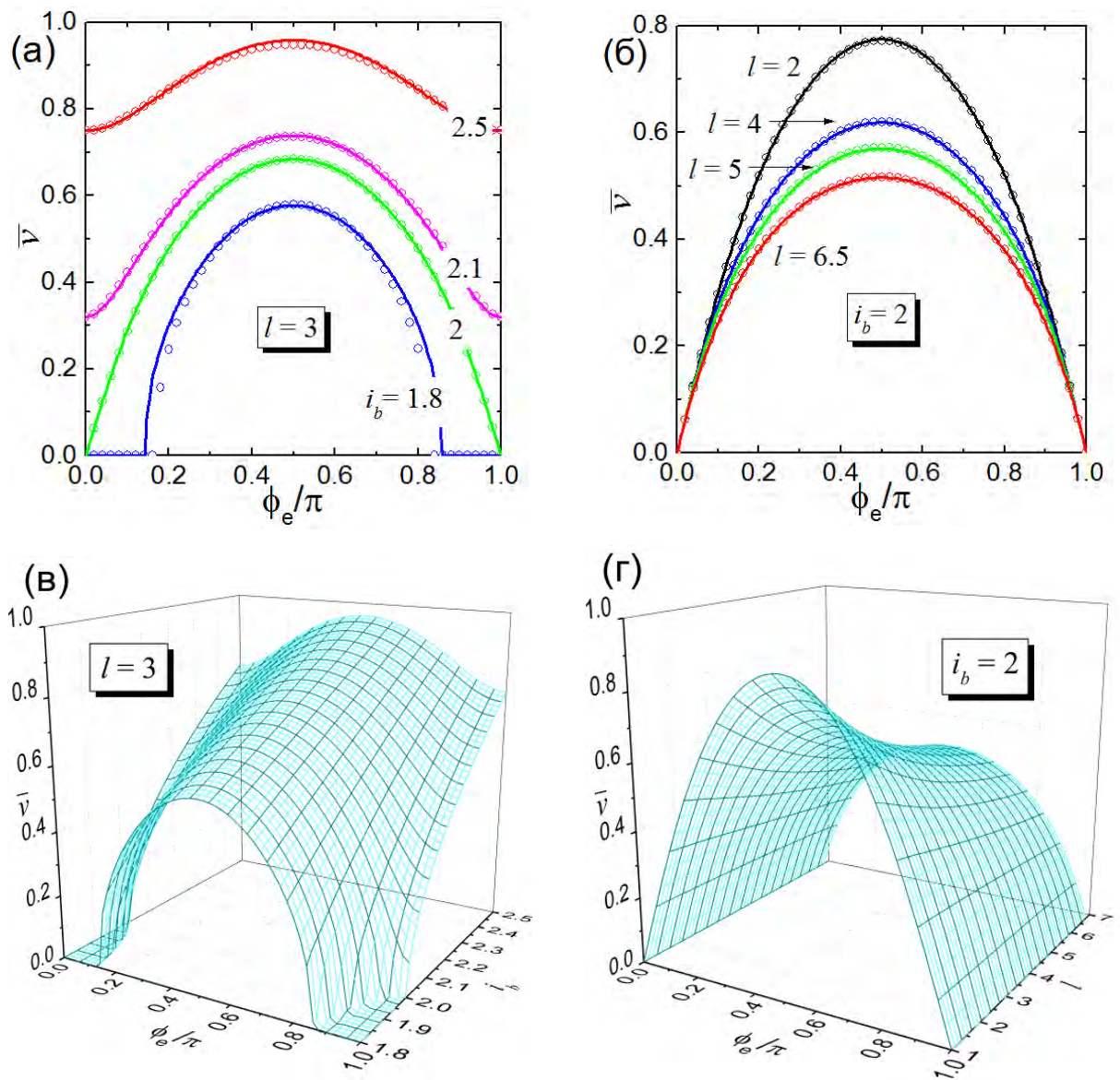


Рисунок 2.13. Сравнение отклика напряжения  $\bar{v}(\phi_e)$  СКВИДа рассчитанного посредством выражения (2.61) (сплошные линии) и полученного численно с использованием системы (2.1) (точки) при практическом значении индуктивности  $l = 3$  для набора значений тока питания  $i_b = 1.8, 2, 2.1, 2.5$  (а), и при  $i_b = 2$  для набора значений нормированной индуктивности  $l = 2, 4, 5, 6.5$  (б). Отклик напряжения СКВИДа в зависимости от тока питания  $i_b$  при  $l = 3$  (в), и в зависимости от  $l$  при  $i_b = 2$  (г), рассчитанный посредством выражения (2.61).

### 2.6.2. Отклик тока

Усредненный циркулирующий ток в симметричном СКВИДе может быть найден аналогично с использованием выражения (2.25) и численного расчета системы (2.1). Полученное выражение для отклика тока может быть записано в виде:

$$\bar{i}_{cir}(\Phi_e) = A_i \frac{2l_{si}w_{J-}}{l_{si}^2w_{J-}^2+4} \left( \frac{i_b}{2} - w_{J-} \right) \tan\phi_e, \quad (2.66)$$

где  $l_{si}$ ,  $A_i$  – аппроксимирующие параметры. В то время как эти параметры определены для произвольных значений индуктивности и тока питания, их выражения оказываются достаточно сложными:

$$A_i = \frac{\left(\frac{i_b}{2}\right)\beta l^{0.87}}{([1-\alpha]\left(\frac{i_b}{2}\right)^\gamma + \alpha)(0.911l^{1.4} + 2.26)}, \quad (2.67)$$

где

$$\alpha = \frac{l^{2.32}}{1.4l^{2.39} + 0.31},$$

$$\beta, \gamma = \frac{\sqrt{2}-1}{f_{\beta,\gamma}} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{32f_{\beta,\gamma}^2}{12-8\sqrt{2}}} \right),$$

$$f_\beta = \frac{l^{2.97} + 0.69}{6.84l^{3.35} + 6.53}, f_\gamma = \frac{l^{2.84} + 1.15}{6.68l^{3.22} + 9.21},$$

и

$$l_{si} = \frac{\sqrt{2}-1}{f_l} \left( 1 + \operatorname{sgn}(l - 1.3) \sqrt{1 - \frac{32f_l^2}{12-8\sqrt{2}}} \right), \quad (2.68)$$

$$f_l = \frac{l^{2.03} + 1.2}{5.42l^{2.34} + 9.81}.$$

На рис. 2.14а показан усредненный циркулирующий ток рассчитанный для различных значений тока питания и индуктивности с использованием выражения (2.66) в сравнении с данными полученными посредством численного расчета системы (2.1). Результаты показывают хорошее соответствие полученных кривых.

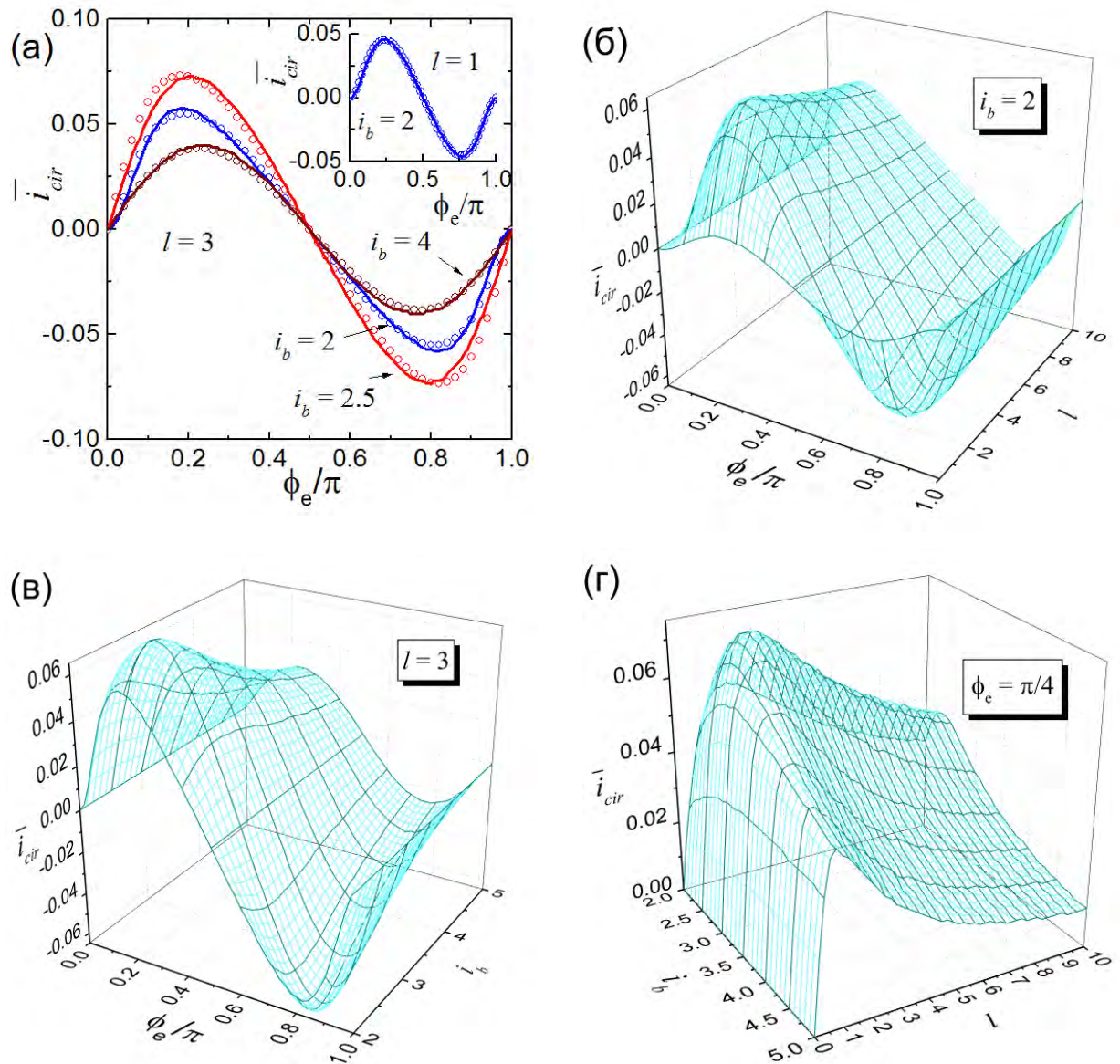


Рисунок 2.14. а) Сравнение отклика тока СКВИДа  $\bar{i}_{cir}(\phi_e)$ , полученного посредством выражения (2.66) (сплошные линии), и с использованием численного расчета системы (2.1) (точки) при значении нормированной индуктивности  $l = 3$  для набора значений тока питания  $i_b = 2, 2.5, 4$ . На вставке показан отклик тока для  $l = 1, i_b = 2$ . Зависимость отклика тока от  $l$  при  $i_b = 2$  (б), и от  $i_b$  при  $l = 3$  (в), рассчитанная посредством выражения (2.66). г) Усредненный циркулирующий ток  $\bar{i}_{cir}$  (2.66) при  $\phi_e = \pi/4$  в зависимости от тока питания и нормированной индуктивности.

Зависимости отклика тока от индуктивности и тока питания, рассчитанные с помощью выражения (2.66) представлены на рис.2.14б,в. Можно отметить, что усредненный циркулирующий ток имеет максимум по параметрам  $\phi_e, l, i_b$ . Ненулевое значение тока  $\bar{i}_{cir}$  означает, что интеграл по времени от тока, циркулирующего в СКВИДе

в промежутке времени между переключениями контактов (когда флаксон проходит через СКВИД), не равен аналогичному интегралу за время, соответствующее выравниванию токов текущих через контакты после их переключения.

Очевидно, что при одновременном переключении обоих контактов ( $\phi_e = 0$ ) циркулирующий ток отсутствует. Когда контакты переключаются в противофазе ( $\phi_e = \pi/2$ ) соответствующие интегралы равны друг другу. Это дает оптимальное значение по  $\phi_e$  максимизирующее  $|\bar{i}_{cir}|$  порядка  $\phi_e = \pi/4$ .

Зависимость циркулирующего тока  $\bar{i}_{cir}$  при таком потоке от двух оставшихся параметров  $l, i_b$  показана на рис. 2.14г. Оптимальное значение для индуктивности следует из того, что при  $l \rightarrow 0$  контакты синхронизованы и поэтому циркулирующий ток симметричен по периоду осцилляций. В то же время, при  $l \rightarrow \infty$  циркулирующий ток подавлен из-за LR-фильтрации.

Влияние тока питания удобно показать, рассматривая частоту осцилляций  $\omega_J$ . Для малых значений тока питания эта частота мала, и поэтому время остающееся после переключения контактов для выравнивания текущих через них токов превалирует над временем прохождения флаксона через СКВИД, что уравнивает соответствующие интегралы. Высокие значения тока питания соответствуют высоким частотам  $\omega_J$ , при которых циркулирующий ток подавлен LR-фильтрацией, как это было показано в параграфе 2.2.

Значения параметров, максимизирующие усредненный циркулирующий ток могут быть найдены из выражения (2.66):  $[\phi_e, l, i_b = 0.21/\pi, 2.1, 2.56]$ , при которых  $\bar{i}_{cir} = 0.076$ . Полученный результат показывает, что усредненный циркулирующий ток может не включаться в рассмотрение в симметричном случае при исследовании более сложных структур на базе СКВИДов, таких как например, би-СКВИД, как это было сделано в работе [29].

## 2.7. Критический ток СКВИДа

В ряде случаев, например при определении ток-фазового соотношения джозефсоновских контактов посредством асимметричного СКВИДа, исследуемой характеристикой является максимальное значение сверхпроводящего тока протекающего через СКВИД при определенном заданном магнитном потоке (критический ток СКВИДа).



Для произвольной асимметрии критических токов джозефсоновских контактов эту зависимость можно получить следующим образом.

В сверхпроводящем состоянии производные суммарной и разностной фазы равны нулю,  $\dot{\psi} = \dot{\theta} = 0$ , так что система (2.29) сводится к виду:

$$i_b = \Sigma i_c \sin \theta \cos \psi + \Delta i_c \sin \psi \cos \theta, \quad (2.69a)$$

$$\phi_e = \psi + \frac{l}{4} \{ \Delta i_c \sin \theta \cos \psi + \Sigma i_c \sin \psi \cos \theta \}. \quad (2.69b)$$

В простейшем случае нулевой индуктивности,  $l = 0$ , разностная фаза равна приложенному потоку,  $\psi = \phi_e$ , и уравнение (2.69a) имеет вид:

$$i_b = \underbrace{\Sigma i_c \cos \phi_e}_{=A} \sin \theta + \underbrace{\Delta i_c \sin \phi_e}_{=B} \cos \theta, \quad (2.70)$$

так что с учетом введенных обозначений  $A, B$ , выражения для максимального сверхпроводящего тока,  $i_{S,\max}$ , и суммарной фазы при котором он достигается,  $\theta_{0,\max}$ , имеют простую форму:

$$i_{S,\max} = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{\Sigma i_c^2 \cos^2 \phi_e + \Delta i_c^2 \sin^2 \phi_e}, \quad (2.71)$$

$$\theta_{0,\max} = \operatorname{sgn}(A) \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{sgn}(B) \cdot \left| \arctan \frac{B}{A} \right| \right). \quad (2.72)$$

Для случая малого, но конечного значения индуктивности,  $l \ll 1$ , решение системы (2.69) удобно искать стандартным образом, представляя разностную фазу в виде суммы внешнего потока и малой поправки,  $\psi = \phi_e + x$ , где  $x \ll 1$ . В этом случае уравнение (2.69b) принимает форму:

$$0 = x + \frac{l}{4} \{ \Delta i_c \sin \theta \cos(\phi_e + x) + \Sigma i_c \sin(\phi_e + x) \cos \theta \}, \quad (2.73)$$

так что с учетом малости  $x, l$ , выражение для поправки к разностной фазе может быть представлено в виде:

$$x \approx -\frac{l}{4} \{ \Delta i_c \sin \theta \cos \phi_e + \Sigma i_c \sin \phi_e \cos \theta \}. \quad (2.74)$$

Подставляя найденную разностную фазу,  $\phi_e + x$ , в уравнение (2.69a),

$$\begin{aligned} i_b \approx & \underbrace{\Sigma i_c \cos \phi_e}_{=a} \cos(l \Delta i_c / 4) \sin \theta + \underbrace{\Delta i_c \sin \phi_e}_{=b} \cos(l \Sigma i_c / 4) \cos \theta + \\ & + \frac{l}{8} \cdot \underbrace{(\Sigma i_c^2 \sin^2 \phi_e - \Delta i_c^2 \cos^2 \phi_e)}_{=c} \sin 2\theta - \frac{l}{8} \underbrace{\Sigma i_c \Delta i_c}_{=d} \sin 2\phi_e \cos 2\theta, \end{aligned} \quad (2.75)$$

получим приближенное выражение для зависимости тока, протекающего через СКВИД, от суммарной фазы при выбранном потоке,  $i_b(\theta; \phi_e)$ .

Максимальное значение сверхпроводящего тока протекающего через СКВИД будет достигаться, очевидно, между максимумами суммы первых двух слагаемых,

$$\theta_{a+b,\max} = \operatorname{sgn}(a) \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{sgn}(b) \cdot \left| \arctan \frac{b}{a} \right| \right), \quad (2.76)$$

и последних двух слагаемых,

$$\begin{aligned} \theta_{c+d,\max 1} &= \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(c) \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{sgn}(d) \cdot \left| \arctan \frac{d}{c} \right| \right) \text{ или} \\ \theta_{c+d,\max 2} &= \theta_{c+d,\max 1} - \operatorname{sgn}(\theta_{c+d,\max 1}) \pi \end{aligned} \quad (2.77)$$

правой части (2.75), где в выражениях (2.77) необходимо выбрать максимум ближайший к  $\theta_{a+b,\max}$ ,

$$\theta_{c+d,\max} = \begin{cases} \theta_{c+d,\max 1}, & \text{если } \left| \theta_{a+b,\max} - \theta_{c+d,\max 1} \right| < \left| \theta_{a+b,\max} - \theta_{c+d,\max 2} \right| \\ \theta_{c+d,\max 2}, & \text{в обратном случае} \end{cases} \quad (2.78)$$

(в выражениях (2.76) – (2.78) мы использовали обозначения,  $a, b, c, d$ , введенные при записи выражения (2.75)). Максимум выражения (2.75) удобно искать, воспользовавшись его производной по суммарной фазе,

$$i_s'(\theta) = a \cos \theta - b \sin \theta + 2c \cos 2\theta - 2d \sin 2\theta. \quad (2.79)$$

Ноль производной соответствующий искомому максимуму можно найти посредством выражения

$$\theta_{1,\max} = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} H \left[ \operatorname{sgn} \left( i_b' [z_{\min}] \right) i_b'(z) \right] dz + z_{\min}, \quad (2.80)$$

где

$$[z_{\min}, z_{\max}] = \begin{cases} [\theta_{a+b,\max}, \theta_{c+d,\max}], & \text{если } \theta_{a+b,\max} < \theta_{c+d,\max} \\ [\theta_{c+d,\max}, \theta_{a+b,\max}] & \text{в обратном случае} \end{cases},$$

$H(z)$  - функция Хевисайда.

Подставляя найденное значение  $\theta_{1,\max}$  в выражение (2.75) находим максимальный сверхпроводящий ток  $i_{S,\max}$  для рассматриваемого случая ненулевой индуктивности.

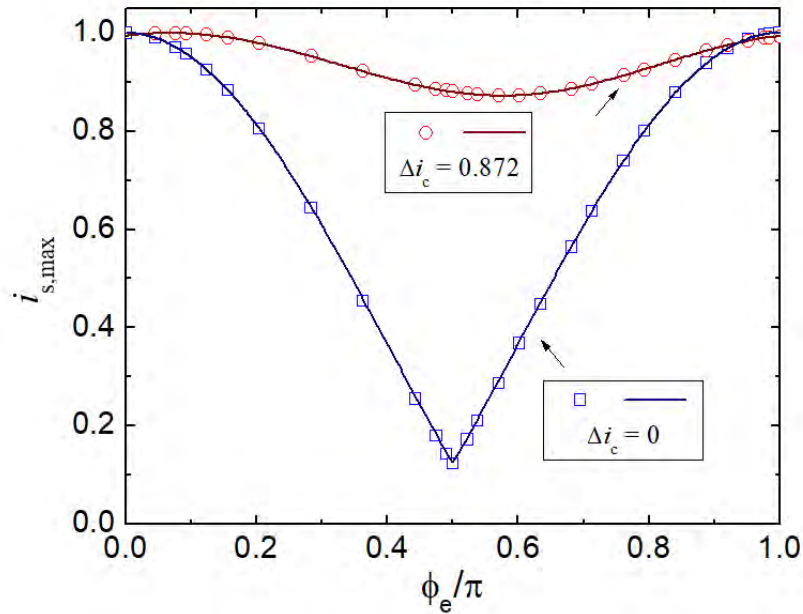


Рис. 2.15. Зависимость максимального тока от приложенного магнитного потока, рассчитанная для разных значений критических токов опорного и исследуемого контактов посредством численного моделирования системы (2.69) (точки) и с помощью полученных аналитических выражений (2.75), (2.80) (сплошные линии). Нормированная индуктивность СКВИДа,  $l=1$ ,  $\Sigma i_c = 1$ .

Сравнение зависимостей максимального сверхпроводящего тока протекающего через СКВИД от магнитного потока рассчитанных с помощью выражений (2.75), (2.80) (сплошные линии) и путем численного моделирования системы (2.69) (точки) представлено на рис. 2.15. Хорошее совпадение результатов свидетельствует о возможности практического использования предложенный аналитический метод расчета, например, для определения значения индуктивности посредством подгонки экспериментальных кривых.

Как видно из рис. 2.15, наличие индуктивности оказывает двоякий эффект на зависимость максимального сверхпроводящего тока от магнитного потока. Если в случае нулевой индуктивности максимальный сверхток ток изменяется от  $\Sigma i_c$  до  $\Delta i_c$ , согласно (2.71), то в случае конечной индуктивности минимальное значение сверхтока может отличаться от  $\Delta i_c$ . Так, при равенстве критических токов переходов СКВИДа,  $\Delta i_c = 0$ , максимальный сверхток не равен нулю. В рассматриваемом случае выражение (2.75) имеет вид:

$$i_b \approx \Sigma i_c \cos \phi_e \sin \theta + \frac{l}{8} \cdot \Sigma i_c^2 \sin^2 \phi_e \sin 2\theta, \quad (2.81)$$

так что минимальному значению максимального сверхтока, достигаемому при  $\phi_e = \pi/2$ , соответствует

$$\min(i_{S,\max}) = l\Sigma i_c^2 / 8 \quad (2.82)$$

или  $l/2$  при  $\Sigma i_c = 2$ .

Вторым эффектом привносимым конечной индуктивностью является сдвиг максимума и минимума зависимости  $i_{S,\max}(\phi_e)$  соответственно от положений  $\phi_e = 0$  и  $\pi/2$  при  $\Delta i_c \neq 0$ , см. рис. 2.15. Сдвиг максимума по потоку можно найти из уравнения:  $\phi_e + x = 0$ . Считая что искомый максимум достигается при  $\theta \approx \pi/2$ , с учетом выражения (2.74), внешний поток можно получить из уравнения

$$\phi_e - \frac{l}{4} \Delta i_c \cos \phi_e \approx 0. \quad (2.83)$$

Полагая  $\cos \phi_e \approx 1$ , находим искомый сдвиг:

$$\phi_{e,\max} \approx l \Delta i_c / 4. \quad (2.84)$$

Положение минимума находится аналогичным образом,

$$\phi_{e,\min} \approx \pi/2 + l \Sigma i_c / 4. \quad (2.85)$$

Для случая произвольного значения индуктивности систему (2.69) можно решить способом аналогичным изложенному в параграфе 2.3.1. При этом разностная фаза  $\psi(\theta, \phi_e)$  находится из уравнения (2.69б) с помощью функции

$$f(\psi; \theta, \phi_e) = \psi - \phi_e + \frac{l}{4} \{ \Delta i_c \sin \theta \cos \psi + \Sigma i_c \sin \psi \cos \theta \}. \quad (2.86)$$

С подстановкой полученного решения в уравнение (2.69а) можно сформировать функцию

$$g(x, \theta; \phi_e) = \Sigma i_c \sin \theta \cos[\psi(\theta, \phi_e)] + \Delta i_c \sin[\psi(\theta, \phi_e)] \cos \theta - x. \quad (2.87)$$

Выражение для максимального сверхпроводящего тока при этом будет иметь вид:

$$i_{S,\max} = 2 \int_0^{\Sigma i_c} H \left[ \int_0^{2\pi} H[g(x, \theta; \phi_e)] g(x, \theta; \phi_e) d\theta \right] dx - \Sigma i_c. \quad (2.88)$$

## 2.8. Основные результаты главы II

Разработан аналитический подход описания усредненной по времени вольт-поточковой характеристики симметричного СКВИДа с безразмерной индуктивностью контура,  $l \leq 1$ . Выражения получены для случая нулевой емкости джозефсоновских

контактов и пренебрежимо малой интенсивности шумов, что отвечает рассмотрению НТСП СКВИДа с сильно шунтированными туннельными контактами со сравнительно большим критическим током,  $\Gamma \leq 10^{-3}$ .

Разработан подход описания зависимости тока циркулирующего в рассматриваемом СКВИДе от приложенного магнитного потока в сверхпроводящем состоянии. Выражения найдены для произвольного значения индуктивности симметричного СКВИДа.

Развитые подходы использованы для получения выражений, описывающих вольт-потоктовую характеристику и зависимость усредненного по времени циркулирующего тока от магнитного потока в резистивном состоянии, в более общем случае СКВИДа с произвольной асимметрией индуктивных плеч и небольшой асимметрией ( $\Delta I_c, \Delta R_n$  до  $\pm 20\%$ ) критических токов и шунтирующих сопротивлений джозефсоновских контактов. Выражения, описывающие зависимость циркулирующего тока от магнитного потока асимметричного СКВИДа в сверхпроводящем состоянии, получены для случая нулевого тока питания.

С использованием найденных аналитических выражений и двух подгоночных параметров построены аналитические зависимости аппроксимирующие численные результаты расчета отклика напряжения и тока на магнитный поток симметричного СКВИДа со значением безразмерной индуктивности до  $l \approx 7$ .

Получены также выражения описывающие зависимость критического тока от магнитного потока СКВИДа с произвольной асимметрией критических токов джозефсоновских контактов для случая малых значений безразмерной индуктивности,  $l \leq 1$ , и произвольного значения индуктивности  $l$ .

Найденные выражения использованы для анализа соотношения формы исследуемых зависимостей со значениями параметров изучаемой схемы.

Представленные в данной главе аналитические выражения для откликов НТСП СКВИДа опубликованы в работах [A38, A45] списка публикаций автора.

## Литература к главе II

- [1] J. Clarke, A. I. Braginsky, *The SQUID Handbook vol 1*, Weinheim: Wiley-VCH, 2004.
- [2] H. Weinstock, *SQUID sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications* (Dordrecht: Kluwer) 1 – 62, 1996.
- [3] C. Granata and A. Vettoliere, “Nano Superconducting Quantum Interference device: a powerful tool for nanoscale investigations”, *Phys. Rep.*, **614**, 1–69, 2016

- [4] T. Schönau, V. Zakosarenko, M. Schmelz, R. Stolz, S. Anders, S. Linzen, M. Meyer and H.-G. Meyer, “A three-axis SQUID-based absolute vector magnetometer”, *Rev. Sci. Instrum.*, **86** 105002, 2015.
- [5] A. Chwala, R. Stolz, M. Schmelz, V. Zakosarenko, M. Meyer and H.-G. Meyer, “SQUID Systems for Geophysical Time Domain Electromagnetics (TEM) at IPHT Jena”, *IEICE Trans. Electron.*, **E98C**, 167–73, 2015.
- [6] T. Schönau, M. Schmelz, V. Zakosarenko, R. Stolz, M. Meyer, S. Anders, L. Fritsch and H.-G. Meyer, “SQUID-based setup for the absolute measurement of the Earth’s magnetic field”, *Supercond. Sci. Technol.*, **26**, 035013, 2013.
- [7] M. Schmelz, R. Stolz, V. Zakosarenko, T. Schönau, S. Anders, L. Fritsch, M. Mück and H.-G. Meyer, “Field-stable SQUID magnetometer with sub-fT Hz<sup>-1</sup> 2 resolution based on sub-micrometer cross-type Josephson tunnel junctions”, *Supercond. Sci. Technol.*, **24**, 065009, 2011.
- [8] M. Schmelz, Y. Matsui, R. Stolz, V. Zakosarenko, T. Schönau, S. Anders, S. Linzen, H. Itozaki and H.-G. Meyer, “Investigation of all niobium nano-SQUIDs based on submicrometer cross-type Josephson junctions”, *Supercond. Sci. Technol.*, **28**, 015004, 2015.
- [9] G. V. Prokopenko and O. A. Mukhanov O A, “Wideband microwave low noise amplifiers based on biSQUID SQIFs”, *International Superconductive Electronics Conference (ISEC) IEEE 14th ISEC*, July 7-11, 2013.
- [10] T. Schönau, M. Schmelz, V. Zakosarenko, R. Stolz, S. Anders, L. Fritsch and H.-G. Meyer, “SQIF-based dc SQUID amplifier with intrinsic negative feedback”, *Supercond. Sci. Technol.*, **25**, 015005, 2012.
- [11A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, “Development of sqif-based output broad band amplifier”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**, 569–72, 2007.
- [12] V. Zakosarenko et al. “Time-domain multiplexed SQUID readout of a bolometer camera for APEX”, *Supercond. Sci. Technol.*, **24**, 015011, 2011.
- [13A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, A. V. Sharafiev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, “Active electrically small antenna based on superconducting quantum array”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**, 1800405, 2013.
- [14] M. C. de Andrade, A. L. de Escobar, B. J. Taylor, S. Berggren, B. Higa, S. Dinh, R. L. Fagaly, J. Talvacchio, B. Nechay and J. Przybysz, “Detection of far-field radio-frequency signals by niobium superconducting quantum interference device arrays”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **25**, 1603005, 2015.
- [15A] V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev, N. V. Kolotinskiy, V. A. Scripka and O. A. Mukhanov, “Superconducting quantum arrays”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **24**, 1800606, 2014.

- [16] J. Oppenländer, C. Häussler and N. Schopohl, “Non-Phi(0)-periodic macroscopic quantum interference in one—dimensional parallel Josephson junction arrays with unconventional grating structure”, *Phys. Rev. B*, **63**, 024511, 2000.
- [17] C. Häussler, J. Oppenländer and N. Schopohl, “Nonperiodic flux to voltage conversion of series arrays of dc superconducting quantum interference devices”, *J. Appl. Phys.*, **89**, 1875, 2001.
- [18A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, “Bi-SQUID novel linearization method for dc SQUID voltage response”, *Supercond. Sci. Technol*, **22**, 114011, 2009.
- [19A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, “Design and experimental evaluation of SQIF arrays with linear voltage response”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**, 394–8, 2011.
- [20] O. A. Mukhanov, D. Kirichenko†, I. V. Vernik†, T. V. Filippov, A. Kirichenko, R. Webber, V. Dotsenko, A. Talalaevskii, J. C. Tang, A. Sahu, P. Shevchenko, R. Miller, S. B. Kaplan, S. Sarwana, and D. Gupta, “Superconductor Digital-RF Receiver Systems”, *IEICE Trans. Electron.*, **E91–C**, 306, 2008.
- [21A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, “Progress in high-linearity multi-element josephson structures”, *Physica C*, **470**, 886–9, 2010.
- [22A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. V. Sharafiev and O. A. Mukhanov, “Linear bi-SQUID arrays for electrically small antennas”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**, 713–6, 2011.
- [23] P. Longhini, A. Berggren, A. Palacios, V. In and A. L. de Escobar, “Modeling Non-locally coupled DC SQUID arrays”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**, 391–3, 2011.
- [24A] A. Sharafiev, I. Soloviev, V. Kornev, M. Schmelz, R. Stolz, V. Zakosarenko, S. Anders and H.-G. Meyer, Bi-SQUIDs with submicron cross-type Josephson tunnel junctions, *Supercond. Sci. Technol.*, **25**, 045001, 2012.
- [25] P. Longhini et al., “Voltage response of non-uniform arrays of bi-superconductive quantum interference devices”, *Journ. Appl. Phys.*, **111**, 093920, 2012.
- [26] G. V. Prokopenko, O. A. Mukhanov, A. L. de Escobar, B. Taylor, M. C. de Andrade, S. Berggren, P. Longhini, A. Palacios, M. Nisenoff, and R. L. Fagaly, “DC and RF measurements of serial Bi-SQUID arrays” *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**(3), 1400607, 2013.
- [27] S. Berggren, G. Prokopenko, P. Longhini, A. Palacios, and O. A. Mukhanov, A. L. de Escobar, B. J. Taylor, M. C. de Andrade, M. Nisenoff, R. L. Fagaly, T. Wong, E. Cho, E. Wong, and V. In, “Development of 2D Bi-SQUID arrays with high linearity” *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**(3), 1400208, 2013.

- [28] S. M. Wu, S. A. Cybart, S. M. Anton and R. C. Dynes, “Simulation of Series Arrays of Superconducting Quantum Interference Devices”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**, 1600104, 2013.
- [29A] V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev and O. A. Mukhanov, “Signal and noise characteristics of bi-SQUID”, *Supercond. Sci. Technol.*, **27**, 115009, 2014.
- [30] A. Barone and G. Paterno, *Physics and applications of the Josephson effect*, New York: Wiley, 1982.
- [31] K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson junctions and circuits*, Amsterdam: Gordon and Breach, 1986.
- [32] B. Chesca, “Analytical theory of DC SQUIDS operating in the presence of thermal fluctuations”, *J. Low. Temp. Phys.*, **112**, 165–96, 1998.
- [33] B. Chesca, “The effect of thermal noise on the IV curves of high inductance dc SQUIDS in the presence of microwave radiation”, *J. Low. Temp. Phys.*, **116**, 167–86, 1999.
- [34] B. Chesca, “The effect of thermal fluctuations on the operation of DC SQUIDS at 77 K a fundamental analytical approach”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **9**, 2955–60, 1999.
- [35] Ya. S. Greenberg, “Theory of the voltage-current characteristic of high Tc DC SQUIDS”. *Physica C*, **371**, 156–72, 2002.
- [36] Ya. S. Greenberg, “Theory of the voltage-current characteristics of high TC asymmetric DC SQUIDS”, *Physica C*, **383**, 354–64, 2003.
- [37] Ya. S. Greenberg, I. L. Novikov, V. Schultze and H.-G. Meyer, “The influence of the second harmonic in the current-phase relation on the voltage-current characteristic of high Tc DC SQUID”, *Eur. Phys. J. B*, **44**, 57–62, 2005.
- [38] N. Groenbech-Jensen, D. B. Thompson, M. Cirillo and C. Cosmelli, “Thermal escape from zero-voltage states in hysteretic superconducting interferometers”, *Phys. Rev. B*, **67**, 224505, 2003.
- [39] F. Romeo and R. de Luca, “Effective non-sinusoidal current-phase dependence in conventional d.c. SQUIDS”, *Phys. Lett. A*, **328**, 330–4, 2004.
- [40] G. Torre and R. de Luca, “Persistent currents and magnetic susceptibility of two-junction quantum interferometers”, *Results in Physics*, **3**, 179–81, 2013.
- [41] R. de Luca, A. Fedullo and V. A. Gasanenko, “Perturbation analysis of the dynamical behavior of two-junction interferometers”, *Eur. Phys. J. B*, **58**, 461–7, 2007.
- [42] R. L. Peterson and D. G. McDonald, “Voltage and current expressions for a two-junction superconducting interferometer”, *Journ. Appl. Phys.*, **54**, 992–6, 1983.
- [43] R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver and J. E. Mercereau, “Quantum interference effects in Josephson tunneling”, *Phys. Rev. Lett.*, **12**, 159, 1964.



[44] W. C. Stewart, "Current-voltage characteristics of Josephson junctions", *Appl. Phys. Lett.*, **12**, 277, 1968.

## Глава III

### МЕТОДЫ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ОТКЛИКА ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ СТРУКТУР НА БАЗЕ СКВИДОВ

#### 3.1. Введение

Как было показано в главе I, крутизна преобразования магнитного потока в напряжение СКВИДа  $v_\varphi = |(\partial v / \partial \varphi_e)_i|$  максимальна в районе  $\varphi_e = 2\pi(2n+1)/4$ , где  $n$  – целое число. Вблизи этой точки отклик напряжения  $\delta v = v_\varphi \delta \varphi_e$  линеен по  $\delta \varphi_e$ . Отклик СКВИДа периодичен с периодом в квант магнитного потока, и для значений входного потока порядка  $\Phi_0/2$  его форма становится сильно нелинейной. Для работы с сигналами значительно превышающими  $\Phi_0$  практически во всех низкочастотных применениях СКВИДов используется отрицательная обратная связь, удерживающая рабочую точку СКВИДа по магнитному потоку вблизи оптимума. Возникновение гармонических и интермодуляционных искажений в таком случае достаточно мало [1, 2]. Однако по технологическим причинам использование обратной связи ограничено частотой в несколько МГц [3]. На больших частотах СКВИДы используются без обратной связи, что ограничивает амплитуду приложенного магнитного потока  $\varphi_a$  долями кванта,  $\varphi_a < 2\pi/4$ . По мере приближения амплитуды приложенного сигнала к величине  $\Phi_0/4$ , нелинейность отклика проявляется в уменьшении коэффициента преобразования магнитного потока в напряжение, и генерации искажений в спектре выходного сигнала.

Доступная мощность выходного сигнала и динамический диапазон ограничены размахом выходного сигнала, который для НТСП ПТ СКВИДов составляет порядка 100 мкВ. Типичная выходная мощность при этом составляет несколько десятков пВт. В случае использования СКВИДа в качестве основного элемента низкошумящего усилителя, в соответствие с характерным коэффициентом СКВИД-усилителей  $\sim 15$  дБ, мощность входного сигнала может быть на уровне пВт (для предотвращения уменьшения коэффициента усиления).

Несмотря на низкую входную мощность, за счет чрезвычайно низкого уровня шума ( $\Phi_N = 10^{-6} \Phi_0 / \sqrt{\text{Гц}}$ ) динамический диапазон (отношение максимального сигнала к минимальному) все же оказывается достаточно большим: порядка 105 дБ в полосе 1 Гц, или 25 дБ в полосе 100 МГц. Это подходит для таких применений как детектирование

элементарных частиц [4, 5] или считывание кубитов [6, 7]. В то же время, для применений СКВИДов в радиочастотных приемных системах, например, в качестве усилителей промежуточной частоты такой динамический диапазон оказывается недостаточным.

В то время как проблему низкого динамического диапазона можно решать, используя цепочки СКВИДов (см. главу I), или соединяя несколько СКВИД-усилителей параллельно, еще одним препятствием в реализации таких высокочастотных, и особенно широкополосных радиоустройств, становится искажение выходного спектра сигнала.

При токе питания заметно превышающим критический ток, отклик СКВИДа может быть приближенно представлен в виде гармонической функции  $\bar{v}(\varphi) = a \cos(\varphi) + b$  (где  $a, b$  - константы). Предполагая что СКВИД помещен в оптимальную рабочую точку по магнитному потоку,  $\bar{\Phi}_e = \pi/4$  ( $\Phi_e = \Phi_0/4$ ), и что входной сигнал представляет собой зависящую от времени гармоническую функцию

$$\tilde{\Phi}_e = \phi_a \cos(\omega t) \quad (3.1)$$

( $\omega \ll \omega_J$ ), выходное напряжение на СКВИДе можно представить в виде:

$$v = a \sin[\phi_a \cos(\omega t)] + b = a \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} J_{2n-1}(\phi_a) \cos[(2n-1)\omega t] + b, \quad (3.2)$$

где  $J$  – функции Бесселя первого рода. Из полученного выражения видно, что отклик содержит только нечетные гармоники  $(2n-1)\omega$  основного тона. Мощность выходного сигнала на основном тоне будет максимальной при амплитуде входного сигнала порядка  $\sim 0.3 \Phi_0$ , и нулевой при амплитуде входного сигнала  $\sim 0.6 \Phi_0$ .

Степень гармонического искажения спектра (THD – Total Harmonic Distortion) выходного сигнала можно оценить как отношение корня из суммы квадрата амплитуд высших гармоник по отношению к амплитуде первой гармоники:

$$\text{THD} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} J_{2n-1}^2(\phi_a)} / J_1(\phi_a). \quad (3.3)$$

На практике, наибольший вклад обычно дает третья гармоника, и поэтому для обеспечения достаточной линейности преобразования (THD меньше 1%) достаточно обеспечить выполнение неравенства  $J_3(\phi_a) < 0.01 J_1(\phi_a)$ , что приводит к ограничению на максимальную амплитуду входного сигнала  $\phi_a < 0.1 \pi$  или  $\Phi_a < 0.1 \Phi_0$ . Такое ограничение имеет простой математический смысл, поскольку указанная амплитуда соответствует диапазону аргумента синусоидальной передаточной функции  $\phi_e \in [-\pi/6 \dots \pi/6]$ , в котором эта функция хорошо аппроксимируется линейной зависимостью. Этот диапазон соответствует примерно трети рабочего склона отклика. Полученное ограничение обуславливает значение динамического диапазона  $D = 100 \text{ дБ} \sqrt{\Gamma_{\text{ц}}}$ , в предположении  $\Phi_N = 10^{-6} \Phi_0 / \sqrt{\Gamma_{\text{ц}}}$ .

Необходимо отметить, что генерации исключительно нечетных гармоник соответствует рабочая точка по магнитному потоку  $\Phi_e = \pi/4$ , обеспечивающая нечетную симметрию передаточной функции. В реальных случаях, при значениях тока питания близких к критическому току СКВИДа, оптимальное магнитное смещение с точки зрения максимизации выходного сигнала может отличаться от выбранного. В таком случае в спектре выходного сигнала будут появляться как нечетные, так и четные гармоники.

Экспериментально измеренная в работе [8] зависимость амплитуды выходного напряжения от амплитуды входного сигнала на частоте основного тона, и амплитуды гармоник в спектре выходного сигнала показаны на рис. 3.1. Хорошее совпадение экспериментальных данных и аналитических зависимостей (соответствующих функций Бесселя) для амплитуд гармоник доказывает применимость выбранной модели.

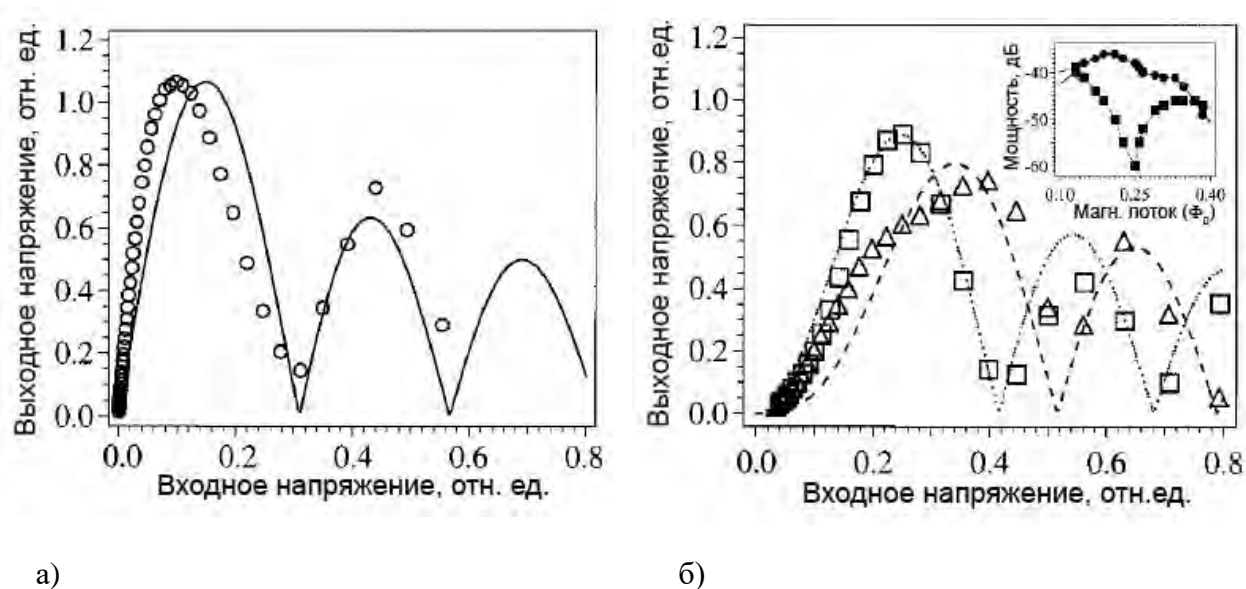


Рисунок 3.1. а) Экспериментальная зависимость амплитуды выходного напряжения от амплитуды входного напряжения [8] на частоте основного тона, 461 МГц (точки). рабочая точка по магнитному потоку соответствует максимальному преобразованию магнитного потока в напряжение. б) Амплитуды второй и третьей гармоники (квадраты и треугольники, соответственно). На вставке показана зависимость амплитуды основного тона и второй гармоники от величины постоянного магнитного потока, определяющего рабочую точку. Линиями показана аналитическая аппроксимация функциями Бесселя, с номером порядка соответствующим номеру гармоники.

На вставке рис. 3.1б показана мощность основного тона и второй гармоники в выходном сигнале в зависимости от рабочей точки по магнитному потоку. Видно, что смещение по магнитному потоку  $\Phi_e = \Phi_0/4$  действительно приводит к подавлению

второй гармоники, однако максимальная мощность выходного сигнала на частоте входного сигнала достигается при несколько меньших значениях. В соответствие с наличием в спектре второй гармоники с амплитудой сравнимой с амплитудой третьей гармоники, для выполнения условия  $\text{THD} < 1\%$  максимальная амплитуда входного сигнала должна быть ограничена  $\phi_a < 0.1 \pi / \sqrt{2}$ , что соответствует  $D = 97$  дБ  $\sqrt{\Gamma\text{ц}}$  при  $\Phi_N = 10^{-6} \Phi_0 / \sqrt{\Gamma\text{ц}}$ . Таким образом, если гармонические искажения в спектре нежелательны, выбор рабочей точки по магнитному потоку может не соответствовать требованию максимизации коэффициента преобразования магнитного потока в напряжение.

К еще более сильному искажению спектра выходного сигнала может приводить наличие интермодуляционных искажений. При приложении двух сигналов  $\phi_{e1} = \phi_{a1} \cos(\omega_1 t)$  и  $\phi_{e2} = \phi_{a2} \cos(\omega_2 t)$  происходит их смешение на нелинейности с возникновением паразитных сигналов на частотах  $p\omega_1 \pm q\omega_2$ , где  $p$  и  $q$  – целые числа. Обычно наибольшей амплитудой обладают интермодуляционные искажения 3-го порядка, с  $[p, q] = [1, 2]$  или  $[2, 1]$ . При  $\omega_1 \approx \omega_2$  эти искажения будут расположены очень близко по частоте к  $\omega_1, \omega_2$ , создавая паразитные сигналы в полосе приема.

Амплитуду этих сигналов можно оценить в рамках того же приближения формы отклика СКВИДа гармонической функцией:

$$v = a \sin[\phi_{a1} \cos(\omega_1 t) + \phi_{a2} \cos(\omega_2 t)] + b. \quad (3.4)$$

Используя преобразование Якоби – Ангера, легко показать, что искомые амплитуды интермодуляционных искажений, возникающих на частотах  $p\omega_1 \pm q\omega_2$ , будут равны  $J_p(\phi_{a1})J_q(\phi_{a2})$ .

На рис. 3.2а показано экспериментальное измерение спектра выходного сигнала СКВИДа с приложенными сигналами равной амплитуды на близких частотах 498.5955 МГц и 498.6035 МГц [8]. Видно возникновение интермодуляционных искажений 3-го и 5-го порядков (на вставке 3-го, 5-го и 7-го порядка) по мере увеличения амплитуды входного сигнала (превышения мощности паразитных сигналов уровня шума). На вставке показан случай выбора рабочей точки по магнитному потоку, отвечающей подавлению интермодуляционных искажений 3-го порядка  $J_1 J_2$ . Наличие при этом заметной амплитуды искажения 5-го порядка, которая в соответствие с моделью должна масштабироваться как  $J_2 J_3$ , говорит о том что в рассматриваемом случае гармоническое приближение формы отклика СКВИДа не полностью адекватно.

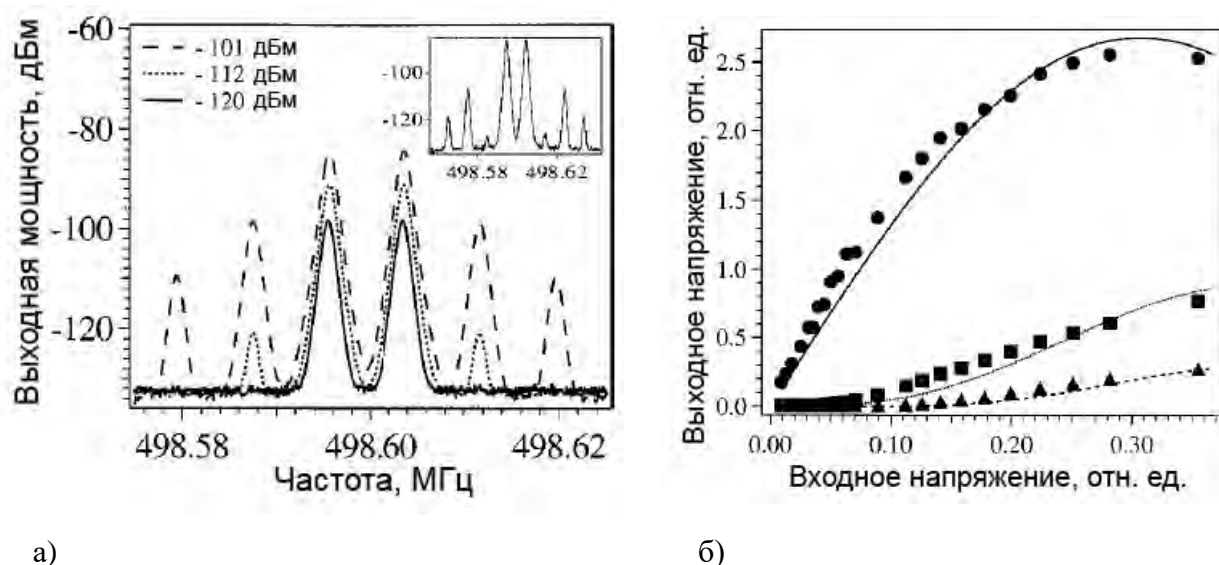


Рисунок 3.2. а) Выходной спектр двух близкорасположенных сигналов на частотах 498.5955 МГц и 498.6035 МГц, демонстрирующий наличие интермодуляционных искажений 3-го и 5-го порядка [8]. На вставке показан случай выбора рабочей точки по магнитному потоку, соответствующий подавлению интермодуляционного искажения 3-го порядка. б) Амплитуды в спектре выходного сигнала: основного тона (точки) и интермодуляционных искажений 3-го (квадраты) и 5-го (треугольники) порядков в зависимости от амплитуды входного сигнала. Сплошными линиями показаны аппроксимирующие аналитические зависимости (функции Бесселя  $J_1$ ,  $J_1 J_2$  и  $J_2 J_3$  соответственно).

На рис. 3.2б показана зависимость амплитуды основного тона в выходном спектре сигнала и интермодуляционных искажений 3-го и 5-го порядка от амплитуды входного сигнала. Представленные данные иллюстрируют то, что отношение сигнала в выходном спектре к максимальному искажению, возникающему из-за нелинейности, так называемый линейный динамический диапазон (SFDR – Spur Free Dynamic Range), может быть заметно меньше динамического диапазона  $D$ . В рассматриваемом случае SFDR составляет не более 15 дБ, что для реальных применений, например, в радиочастотных, и особенно широкополосных, приемных системах является совершенно недостаточным.

В следующих параграфах этой главы будут описаны два метода линеаризации формы отклика СКВИДа и структур на базе СКВИДов, а так же представлены экспериментальные исследования, демонстрирующие реализацию предлагаемых подходов.

### 3.2. Дифференциальное соединение СКВИДов

Приближение гармонической формы отклика СКВИДа верно лишь для тока питания заметно превышающего критический ток  $i_b > 2$ . При токе питания  $i_b \cong 2$  форма отклика интерферометра с пренебрежимо малой индуктивностью  $l \cong 0$  близка к  $\bar{v}(\phi_e) = |\sin \phi_e|$  (см. выражение 2.3 предыдущей главы), так что при рабочей точке  $\bar{\Phi}_e = \pi/4$  отклик уже не является чисто асимметричной функцией, а следовательно, четные гармоники в нем присутствуют. Для амплитуды гармонического входного сигнала (3.1),  $\phi_a = 0.1 \pi$  зависимость гармонического искажения выходного спектра, THD (здесь и далее для расчета использовались первые 10 гармоник спектра), от нормированного тока питания СКВИДа для параметров  $l = 0$ ,  $\bar{\Phi}_e = \pi/4$ , показана на рис. 3.3а.

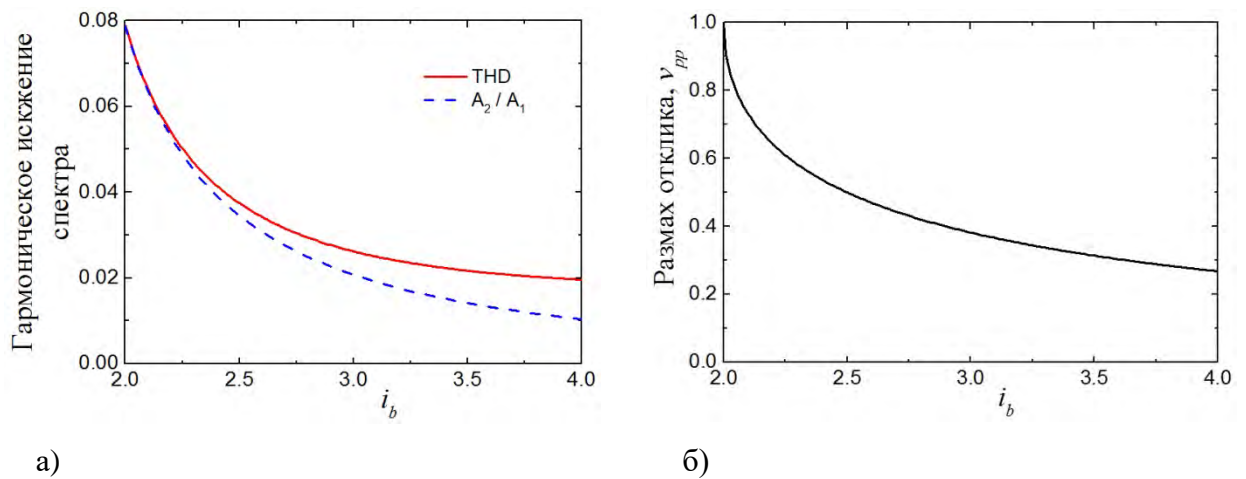


Рисунок 3.3. а) Гармоническое искажение, THD, спектра выходного сигнала ПТ СКВИДа при гармоническом входном сигнале с нормированной амплитудой  $\phi_a = 0.1 \pi$ , и отношение второй к первой гармонике,  $A_2/A_1$ , в этом спектре в зависимости от тока питания СКВИДа. б) Зависимость размаха отклика СКВИДа от его тока питания. При расчете THD учитывались первые десять гармоник. Значение нормированной индуктивности СКВИДа,  $l = 0$ , рабочая точка по магнитному потоку,  $\bar{\Phi}_e = \pi/4$ .

Видно, что при малых токах питания искажение спектра в основном обусловлено наличием второй гармоники  $A_2$ . Для обеспечения линейности преобразования необходимо либо уменьшать значение нормированного магнитного потока  $\bar{\Phi}_e$ , сдвигая рабочую точку в область более линейного участка отклика ( $\bar{\Phi}_e \rightarrow 0$ ), либо увеличивать ток питания. В первом случае (при  $i_b = 2$ ) параллельно с небольшим увеличением крутизны преобразования магнитного потока в напряжение, сдвиг рабочей точки  $\bar{\Phi}_e \rightarrow 0$  приводит к

ограничению амплитуды входного (а следовательно и выходного) сигнала. Недостатком второго способа является заметное уменьшение размаха выходного напряжения. Отношение гармоник  $A_2/A_1 = 1\%$  (THD = 2 %) может быть достигнуто при  $i_b = 4$ , при этом размах отклика составляет примерно треть от размаха отклика при  $i_b = 2$  (см. рис. 3.3б, рис. 3.4). Пропорционально уменьшается и крутизна преобразования. На практике компромисс между крутизной преобразования, ограничением на амплитуду входного сигнала и линейностью преобразования достигается путем оптимизации обоих параметров  $\bar{\Phi}_e, i_b$ .

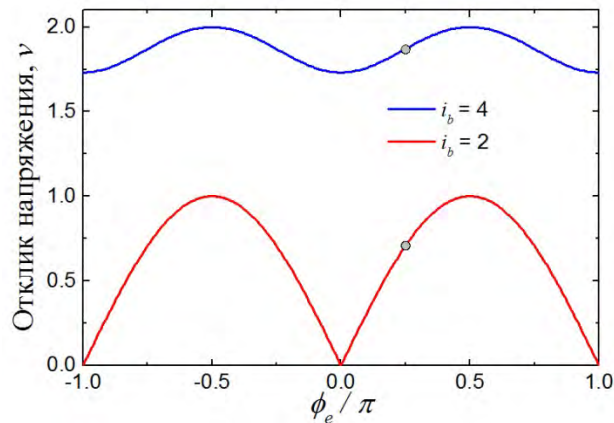


Рисунок 3.4. Отклик напряжения ПТ СКВИДа в приближении нулевой индуктивности для значений тока питания  $i_b = 2, 4$ . Точками показана рабочая тока,  $\bar{\Phi}_e = \pi/4$ .

Простым схемотехническим способом решения задачи удовлетворения одновременно всем противоречивым требованиям: увеличения линейности, крутизны преобразования и максимальной амплитуды входного сигнала, является дифференциальное включение двух СКВИДов с дополнительным магнитным смещением одного из них на половину периода отклика, рис. 3.5а, предложенное в работе [9А]. С математической точки зрения при одинаковом токе питания каждого интерферометра,  $i_b = 2$ , такое соединение приводит к вычитанию двух откликов вида  $\bar{v}(\phi_e) = |\sin \phi_e|$  друг из друга со сдвигом на  $\pi/2$ . Рассматривая задачу в диапазоне нормированного магнитного потока  $\phi_e \in [0 \dots \pi/2]$ , соответствующему рабочему склону отклика (половине кванта  $\Phi_0/2$ ), суммарный отклик схемы (см. рис. 3.5б) можно записать в виде:

$$v_{\Sigma} = \sin(\phi_e) - \sin(\phi_e + \pi/2) = \sqrt{2} \sin(\phi_e - \pi/4) \quad \text{для } \phi_e \in [0 \dots \pi/2]. \quad (3.5)$$



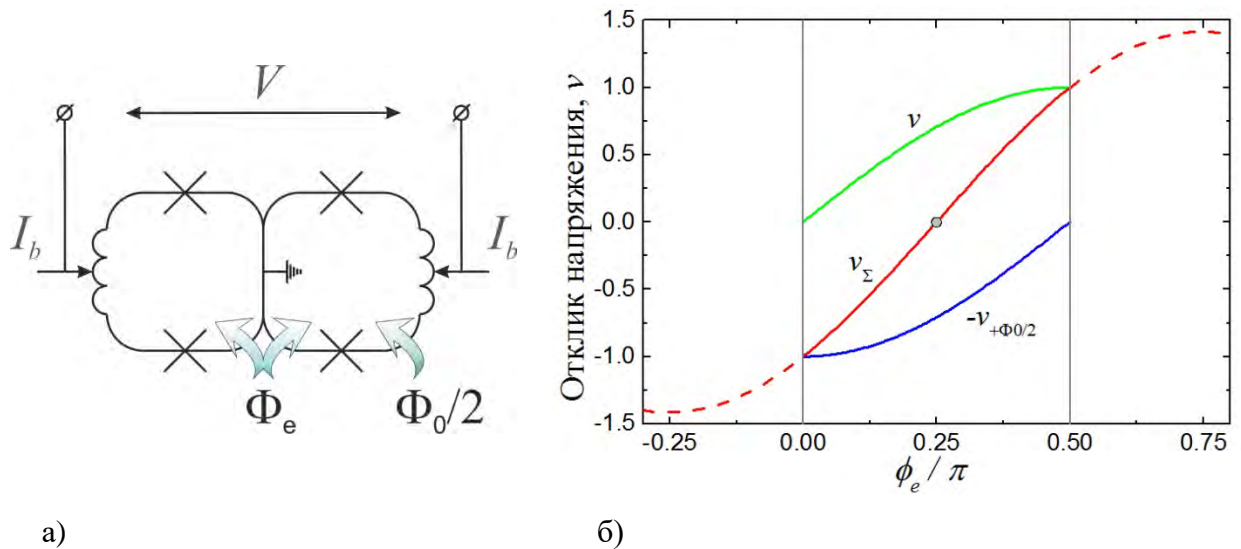


Рисунок 3.5. а) Схема дифференциального соединения двух СКВИДов, один из которых дополнительно смещен магнитным потоком на половину периода отклика. б) Отклики СКВИДов,  $v$ ,  $-v_{+\Phi_0/2}$ , и суммарный отклик схемы,  $v_\Sigma$ , (сплошные линии) в диапазоне решения задачи  $\phi_e \in [0 \dots \pi/2]$ , границы которого показаны вертикальными серыми линиями. Для наглядности пунктиром показано продолжение функции  $\sqrt{2} \sin(\phi_e - \pi/4)$  за границах указанного диапазона. Серой точкой показана рабочая точка на суммарном отклике, соответствующая  $\bar{\phi}_e = \pi/4$ .

Таким образом, при задании рабочей точки  $\bar{\phi}_e = \pi/4$  отклик схемы представляет собой чисто гармоническую антисимметричную функцию, что обеспечивает отсутствие четных гармоник в выходном спектре. В отличие от отклика одного СКВИДа, рассматриваемом при большом токе питания (см. рис. 3.4, кривая для  $i_b = 4$ ), рабочий склон отклика дифференциальной схемы соответствует функции синуса в диапазоне его аргумента не от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$ , а от  $-\pi/4$  до  $\pi/4$ . При использовании линейного участка функции синуса  $\phi_e \in [-\pi/6 \dots \pi/6]$  (для которого THD меньше 1%) это позволяет вдвое ослабить ограничение на амплитуду входного сигнала,  $\Phi_a < 0.2\Phi_0$ , и соответственно использовать не треть, а две трети ( $\sim 60\%$ ) рабочего слона. При этом динамический диапазон увеличивается в  $2\sqrt{2}$  раз или на 9 дБ, поскольку в соответствии с последовательным соединением двух СКВИДов крутизна преобразования схемы равна удвоенной максимальной крутизне преобразования одиночного СКВИДа. Максимальный размах отклика напряжения соответственно так же больше в два раза.

Стоит отметить, что  $\bar{\phi}_e = \pi/4$  является оптимальной рабочей точкой, обеспечивающей одновременно максимальную линейность, крутизну преобразования и наибольший рабочий диапазон по магнитному потоку. Обеспечение требуемого сдвига по

магнитному потоку возможно как посредством дополнительного подмагничивания одного из СКВИДов, так и путем подмагничивания обоих СКВИДов одинаковым по модулю, но разным по знаку магнитным потоком, либо с использованием магнитного пи-контакта, автоматически задающего сдвиг на пол кванта в контуре.

Ток питания может быть задан либо раздельно, как показано на рис. 3.5а, либо по единой шине через резистивный делитель. Для удобства возможно также изменение схемы питания, например, можно поменять местами земляной терминал и один из источников тока, однако при этом полярность источника тока, подключаемого к средней точке схемы, должна быть изменена на обратную, а величина задаваемого им тока удвоена.

В случае, когда индуктивность отлична от нуля и ток питания отличен от критического, в дифференциальной схеме оптимальным может оказаться магнитное смещение одного СКВИДа относительно другого отличное от  $\phi_b = \pi/2$ . Для диапазона параметров  $l \in [0 \dots 2\pi]$ ,  $i_b \in [2 \dots 2.4]$  с помощью численного решения системы уравнений (2.1), представленной в предыдущей главе, было найдено оптимальное значение магнитного сдвига  $\phi_b$ , отвечающее максимальному значению линейного динамического диапазона SFDR отклика дифференциальной схемы, при том что максимальная амплитуда входного сигнала соответствовала 30 % рабочего склона отклика,  $\phi_a = 0.3 \phi_b/2$  (размер рабочего склона равен  $\phi_b$ ). Входной сигнал представлял собой сумму двух синусоид близкой частоты ( $\omega_2 = 1.1 \omega_1$ ) с одинаковыми амплитудами, максимальное значение которых равно  $\phi_a/2$ . Рабочая точка по магнитному потоку соответствовала середине рабочего склона,  $\bar{\phi}_e = \phi_b/2$ .

Численная схема нахождения среднего напряжения СКВИДов состояла в определении зависимости разностной от суммарной фазы  $\psi(\theta)$  из численного решения дифференциального уравнения, получаемого путем объединения уравнений (2.1а), (2.1б),

$$\frac{d\psi}{d\theta} = \frac{-2(\psi + \phi_e)/l - \sin \psi \cos \theta}{i_b/2 - \cos \psi \sin \theta},$$

с последующим нахождением периода осцилляций напряжения интегрированием выражения

$$T = \int_0^T dt = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{i_b/2 - \cos \psi(\theta) \sin \theta},$$

полученного из (2.1б), в пределах  $\theta \in [0 \dots 2\pi]$ .

Линейный динамический диапазон и гармоническое искажение спектра выходного сигнала для найденных оптимальных значений  $\phi_b$  магнитного смещения СКВИДов представлены на рис. 3.6а,б соответственно. Видно, что для значений индуктивности  $l \leq 1$  высокая линейность достигается только при токе питания порядка критического тока

$i_b \approx 2$ . Начиная со значений индуктивности  $l > 1$ , диапазон значений тока питания обеспечивающих высокую линейность начинает расти вплоть до значения  $i_b \approx 2.2$ . В указанных диапазонах параметров линейный динамический диапазон оказывается больше  $SFDR > 90$  дБ, а гармоническое искажение сигнала составляет тысячные доли процента.

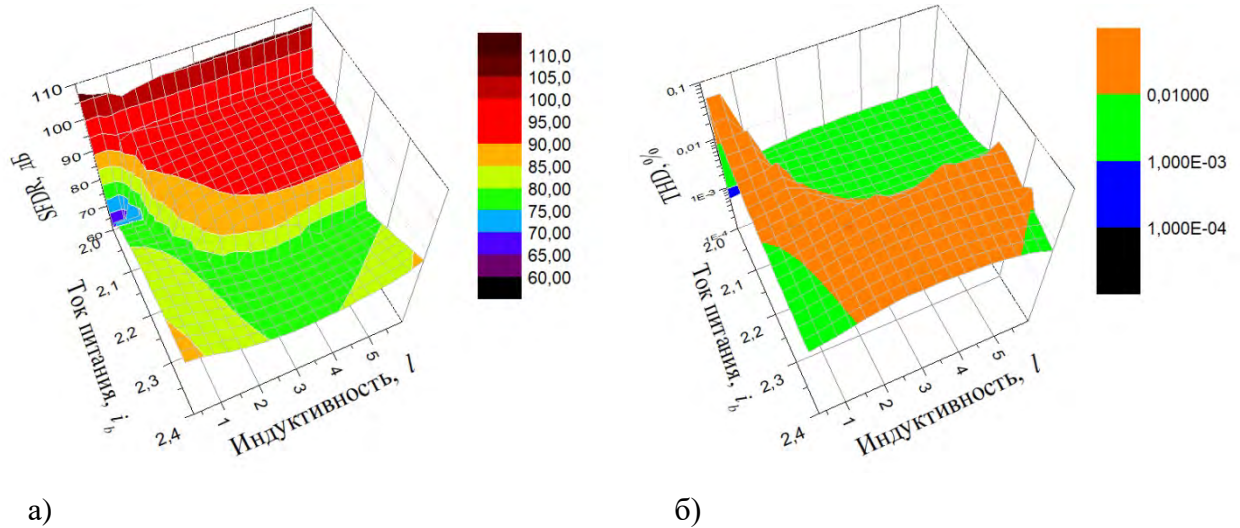


Рисунок 3.6. а) Линейный динамический диапазон, SFDR, и б) гармоническое искажение спектра сигнала, THD, преобразованного дифференциальной схемой СКВИДов с параметрами в диапазоне  $l \in [0 \dots 2\pi]$ ,  $i_b \in [2 \dots 2.4]$  и оптимально подобранным магнитным смещением  $\phi_b$ . Входной сигнал представляет собой две синусоиды с близкими частотами  $\omega_2 = 1.1 \omega_1$  и одинаковыми амплитудами, максимальное суммарное значение которых соответствует 30 % рабочего склона отклика ( $0.3 \phi_b/2$ ). Рабочая точка по магнитному потоку соответствует середине рабочего склона  $\bar{\Phi}_e = \phi_b/2$ .

Для расчета размаха линейного участка отклика по напряжению  $v_{pp}$ , в соответствие с выбранным размером линейного участка по магнитному потоку,  $\phi_{pp} = 0.3 \phi_b$ , а также коэффициента преобразования магнитного потока в напряжение,  $dv/d\phi$ , удобно использовать аналитическое выражение (2.61), описывающее форму отклика полученное в предыдущей главе. Стоит отметить, что выражение (2.61) позволяет получить среднее напряжение, совпадающее с численным счетом с точностью до второго знака после запятой. Таким образом, в то время как аналитическая аппроксимация отклика (2.61) подходит для достаточно точного определения искомых величин  $v_{pp}$ ,  $dv/d\phi$ , для точного нахождения значений параметров SFDR, THD, в области высокой линейности необходимо использовать численный счет.

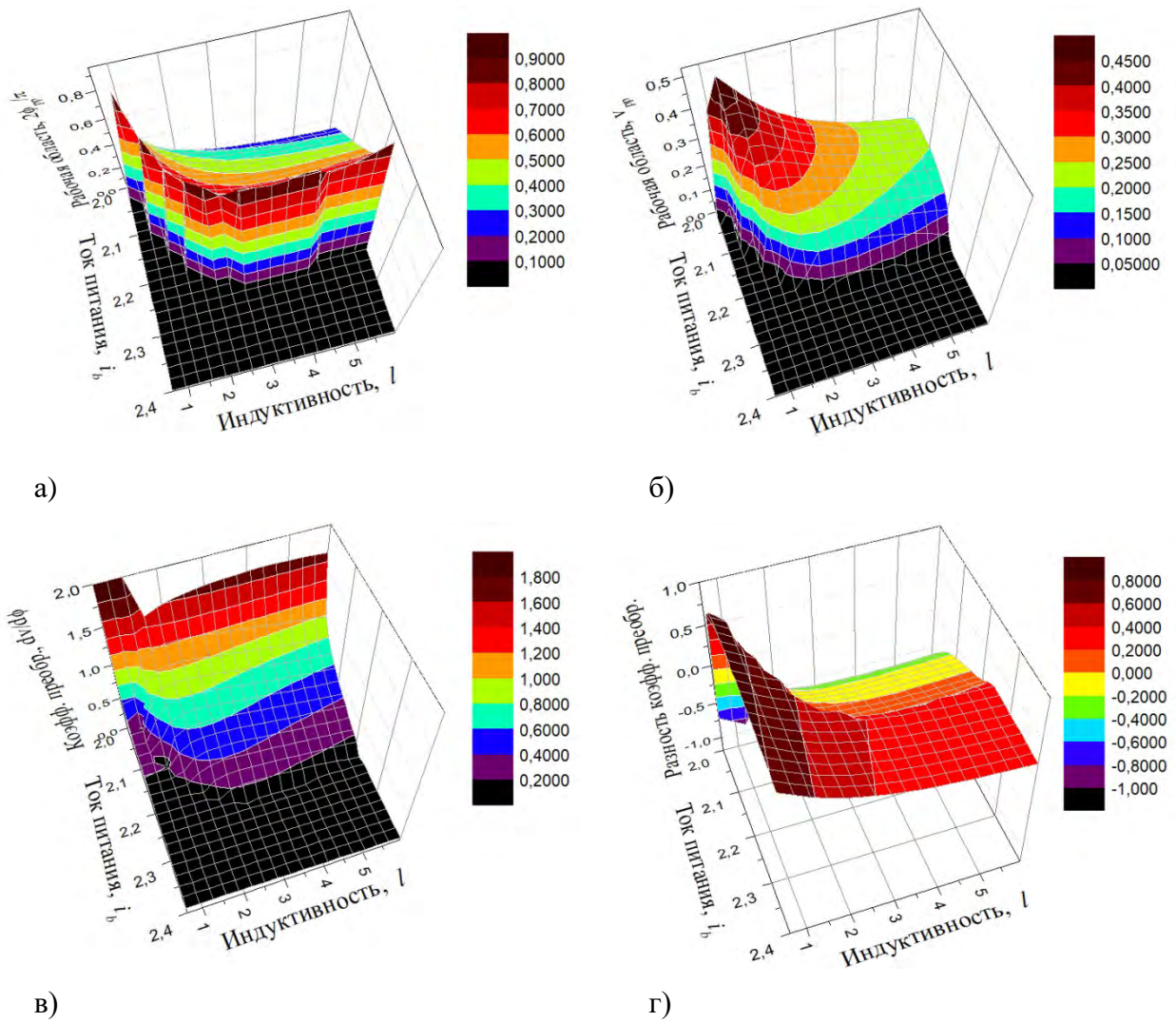


Рисунок 3.7. Размер линейного участка отклика дифференциальной схемы СКВИДов по магнитному потоку  $2\phi_{pp}/\pi$  (а), по напряжению  $v_{pp}$  (б) и соответствующий коэффициент преобразования  $dv/d\phi$  (в), а также разность коэффициента преобразования дифференциальной схемы и обычного последовательного соединения двух СКВИДов (в случае последовательного соединения рабочая точка по магнитному потоку,  $\bar{\phi}_e = \pi/4$ ) (г). Линейный участок соответствует 30 % рабочего склона дифференциальной схемы,  $\phi_{pp} = 0.3 \phi_b$ .

Размер линейного участка отклика дифференциальной схемы по магнитному потоку нормированный на размер рабочего склона СКВИДа,  $\phi_{pp}/(\pi/2)$ , размах линейного участка по напряжению  $v_{pp}$  и коэффициент преобразования  $dv/d\phi$  представлены на рис. 3.7а,б,в соответственно. Проведенная оптимизация показывает, что за упомянутыми выше границами параметров  $l$ ,  $i_b$  обеспечивающих высокую линейность, размер линейного участка стремиться к нулю. Не смотря на то что линейность (см. рис. 3.6а,б) и коэффициент преобразования магнитного потока в напряжение (рис. 3.7в) при токе

питания  $i_b \approx 2$  оказываются высокими, размер линейного участка в этой области так же стремится к нулю (рис. 3.7а,б), что означает что оптимальным является минимальное смещение СКВИДов по магнитному потоку. С учетом этого, а также, поскольку область вблизи нуля по напряжению может оказаться размытой из-за тепловых флуктуаций и разброса критических токов джозефсоновских переходов, выбор рабочего значения тока питания вблизи критического тока представляется непрактичным.

Выбор тока питания можно осуществить исходя из компромисса между необходимостью наличия конечного размера линейного участка по магнитному потоку  $\phi_{pp}$  (рис. 3.7а) и его размаха по напряжению  $v_{pp}$  (рис. 3.7б), и то же время, достаточно большого коэффициента преобразования  $dv/d\phi$  (рис. 3.7в). Из представленных на рис. 3.7 данных следует, что такому компромиссу удовлетворяют значения в окрестности максимума зависимости размаха линейного участка по напряжению от тока питания  $v_{pp}(i_b)$  (см. рис. 3.7б). Поскольку при выбранном токе питания  $i_b > 2$  размах по напряжению  $v_{pp}$ , а вместе с ним и коэффициент преобразования  $dv/d\phi$  падают, оптимальным является выбор наименьшего значения индуктивности, которое уже обеспечивает высокую линейность в соответствие с рис. 3.6. Так например, выбор значений параметров  $l = 2.2$ ,  $i_b = 2.04$ ,  $\phi_b = 0.3895\pi$  обеспечивает при использовании 30 % рабочего склона отклика дифференциальной схемы линейный динамический диапазон,  $SFDR \approx 92$  дБ, и уровень гармонического искажения спектра сигнала,  $THD \approx 6 \cdot 10^{-3}$  %. Отклик напряжения дифференциальной схемы с выбранными параметрами представлен на рис. 3.8а.

Размер линейного участка по магнитному потоку соответствует примерно четверти,  $\phi_{pp}/(\pi/2) = 0.234$ , рабочего склона одного СКВИДа (равного половине кванта магнитного потока  $\Phi_0/2$ ), при том что размах линейного участка по напряжению,  $v_{pp} \approx 0.38$ , а коэффициент преобразования  $dv/d\phi \approx 1.04$ . Стоит отметить, что при обычном последовательном соединении двух СКВИДов с аналогичными параметрами и использовании стандартной рабочей точки по магнитному потоку соответствующей четверти кванта потока, коэффициент преобразования  $dv/d\phi$  при использовании аналогичного диапазона по магнитному потоку (четверти рабочего склона отклика) составит всего  $dv/d\phi \approx 0.72$ . Таким образом, предлагаемая оптимизация соединения СКВИДов приводит не только к линеаризации отклика, но и к увеличению размаха рабочего диапазона по напряжению, и увеличению крутизны передаточной характеристики. Разность коэффициента передачи дифференциальной схемы с подобранным магнитным смещением  $\phi_b$  (рабочая точка соответствует  $\bar{\Phi}_e = \phi_b/2$ ) и

коэффициента передачи обычного последовательного соединения двух СКВИДов с рабочей точкой по магнитному потоку  $\bar{\Phi}_e = \pi/4$  показана на рис. 3.7г. Видно, что в области высокой линейности коэффициент передачи дифференциальной схемы везде больше коэффициента передачи последовательного соединения.

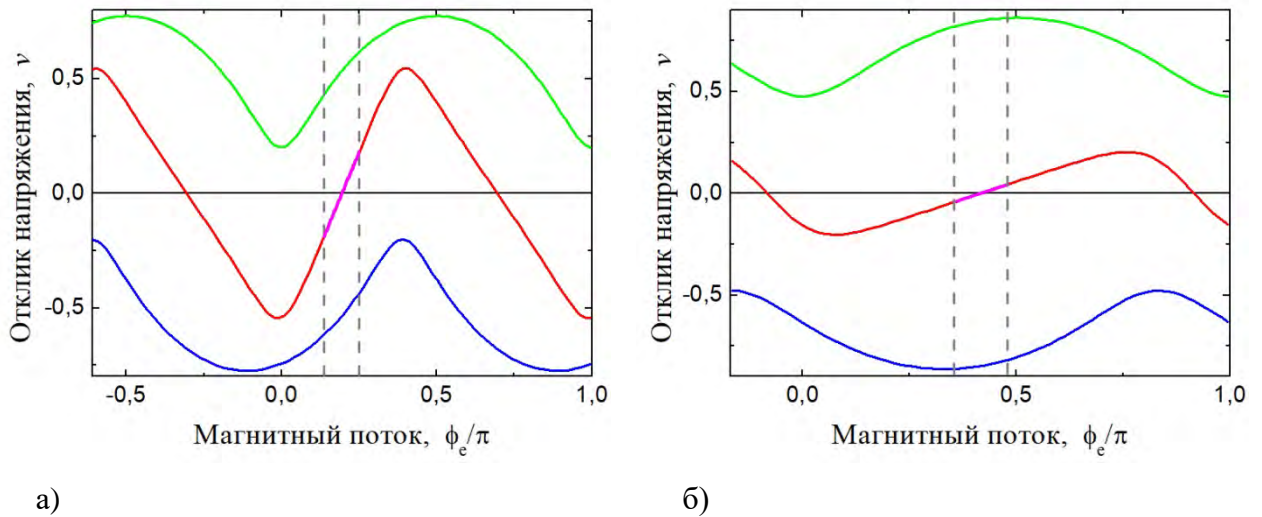


Рисунок 3.8. Отклик напряжения СКВИДов и образованной ими дифференциальной схемы с параметрами  $l = 2.2$ , а)  $i_b = 2.04$ ,  $\phi_b = 0.3895\pi$ , б)  $i_b = 2.216$ ,  $\phi_b = 0.8337\pi$ . Вертикальными пунктирными линиями показаны границы линейной области.

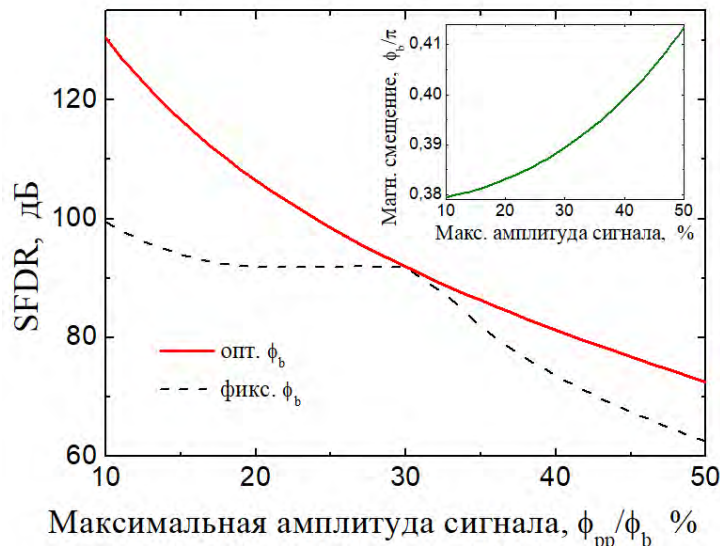


Рисунок 3.9. Зависимость линейного динамического диапазона от максимальной амплитуды входного сигнала в процентах от полного размера рабочего склона, для дифференциальной схемы с параметрами  $l = 2.2$ ,  $i_b = 2.04$  и оптимально подобранным магнитным смещением  $\phi_b$  (сплошная линия; значения  $\phi_b$  показаны на вставке), и фиксированным магнитным смещением  $\phi_b = 0.3895\pi$  (пунктирная линия).

Дополнительное увеличение линейности возможно с уменьшением максимальной амплитуды сигнала. Однако при этом, при сохранении фиксированных значений параметров  $l$ ,  $i_b$  магнитное смещение  $\phi_b$  должно быть дополнительно подстроено. Зависимость линейного динамического диапазона от максимальной амплитуды входного сигнала (в процентах от полного размера рабочего склона) при оптимально подобранном магнитном смещении для выбранных значений параметров  $l = 2.2$ ,  $i_b = 2.04$  представлена на рис. 3.9. Оптимальные значения магнитного смещения показаны на вставке. Для сравнения пунктирной линией показана зависимость линейного динамического диапазона от максимальной амплитуды при фиксированном значении  $\phi_b = 0.3895\pi$ . Как видно, с уменьшением максимальной амплитуды входного сигнала  $\phi_{pp}$  при оптимально подобранном магнитном смещении  $\phi_b$  линейный динамический диапазон заметно растет, и при  $\phi_{pp}/\phi_b = 0.1$  достигает SFDR  $\approx 130$  дБ.

Стоит отметить, что при выбранном значении индуктивности  $l = 2.2$ , и использовании фиксированной части рабочего склона дифференциальной схемы ( $\phi_{pp}/\phi_b = 0.3$ ), согласно данным представленным на рис. 3.6а, максимальный динамический диапазон, SFDR = 105 дБ достигается при токе питания равном критическому току  $i_b = 2$ . При этом размер линейного участка составляет,  $\phi_{pp} = 0.202$  (примерно 13 % рабочего склона СКВИДа), размах по напряжению,  $v_{pp} \approx 0.37$ , а коэффициент преобразования,  $dv/d\phi \approx 1.62$ . В случае задания выбранного тока питания  $i_b = 2.04$ , и оптимального смещения  $\phi_b = 0.3895\pi$ , такой же участок по магнитному потоку  $\phi_{pp} = 0.202$  соответствует использованию 16,5 % рабочего склона дифференциальной схемы. При этом, согласно рис. 3.9, SFDR = 113 дБ. С учетом коэффициента преобразования  $dv/d\phi \approx 1.04$  размах по напряжению используемого участка становится меньше,  $v_{pp} \approx 0.21$ . Таким образом, в определенном диапазоне индуктивностей для фиксированной индуктивности и фиксированного абсолютного размера линейного участка с увеличением тока питания улучшается линейность, но в то же время размах по напряжению линейного участка и коэффициент преобразования падают.

Для иллюстрации сделанного заключения на рис. 3.10 для выбранной индуктивности  $l = 2.2$  приведены зависимости линейного динамического диапазона от размера линейного участка для двух токов питания  $i_b = 2.04$  и  $i_b = 2.2$  при оптимально подобранных магнитных смещениях  $\phi_b$ . Пунктирной линией показана аналогичная зависимость, соответствующая данным приведенным на рис. 3.6а для выбранной индуктивности и токов питания в диапазоне  $i_b \in [2 \dots 2.22]$  (размер линейного участка  $\phi_{pp}/\phi_b = 0.3$ ). Видно, что при выбранной индуктивности и использовании линейного

участка, размер которого соответствует примерно четверти рабочего склона СКВИДа, с увеличением тока питания от  $i_b = 2.04$  до  $i_b = 2.2$  линейность возрастает от  $SFDR \approx 90$  дБ до  $SFDR \approx 110$  дБ. Наилучшая линейность при заданной индуктивности  $l = 2.2$ :  $SFDR \approx 112$  дБ,  $THD \approx 6 \cdot 10^{-4} \%$  достигается при токе питания  $i_b = 2.216$  и магнитном сдвиге  $\phi_b = 0.8337\pi$ , однако при этом размах по напряжению составляет только  $v_{pp} \approx 0.086$ , а коэффициент преобразования равен  $dv/d\phi \approx 0.22$ . Соответствующая форма отклика дифференциальной схемы показана на рис. 3.8б.

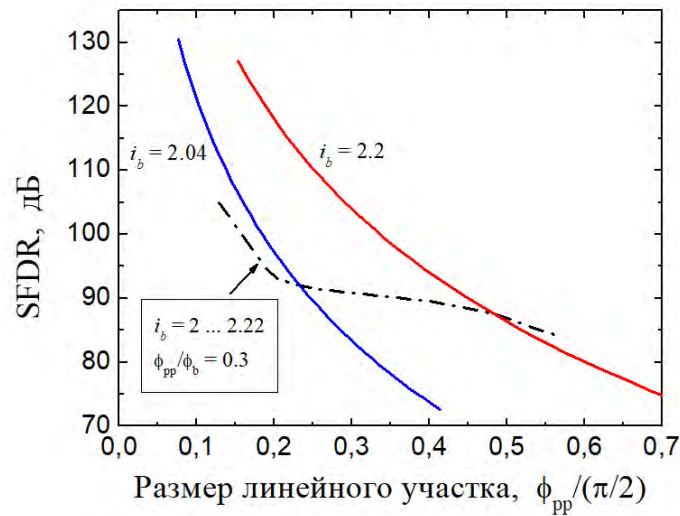


Рисунок 3.10. Зависимость линейного динамического диапазона SFDR от размера линейного участка  $\phi_{pp}$  (нормированного на размер рабочего склона СКВИДа) для двух токов питания  $i_b = 2.04$  и  $i_b = 2.2$  при оптимально подобранных магнитных смещениях  $\phi_b$ . Пунктиром показана зависимость линейного динамического диапазона от размера линейного участка при фиксированном отношении размера линейного участка к размеру рабочего склона,  $\phi_{pp}/\phi_b = 0.3$ , для токов питания в диапазоне  $i_b \in [2 \dots 2.22]$  (данные соответствуют рис. 3.6а). Значение индуктивности:  $l = 2.2$ .

На рис. 3.11а,б представлены зависимости линейного динамического диапазона и гармонического искажения сигнала, соответственно, при оптимальном магнитном смещении (рис. 3.11в) для фиксированной максимальной амплитуды входного сигнала, соответствующей четверти рабочего склона отклика одного СКВИДа,  $\phi_{pp} = \pi/4$ . На рис. 3.11г представлен соответствующий коэффициент преобразования магнитного потока в напряжение  $dv/d\phi$ . Из представленных данных видно, что с точки зрения линейности и коэффициента преобразования оптимальная область параметров находится в окрестностях значений  $l \approx 0.9$ ,  $i_b \approx 2.02$ .



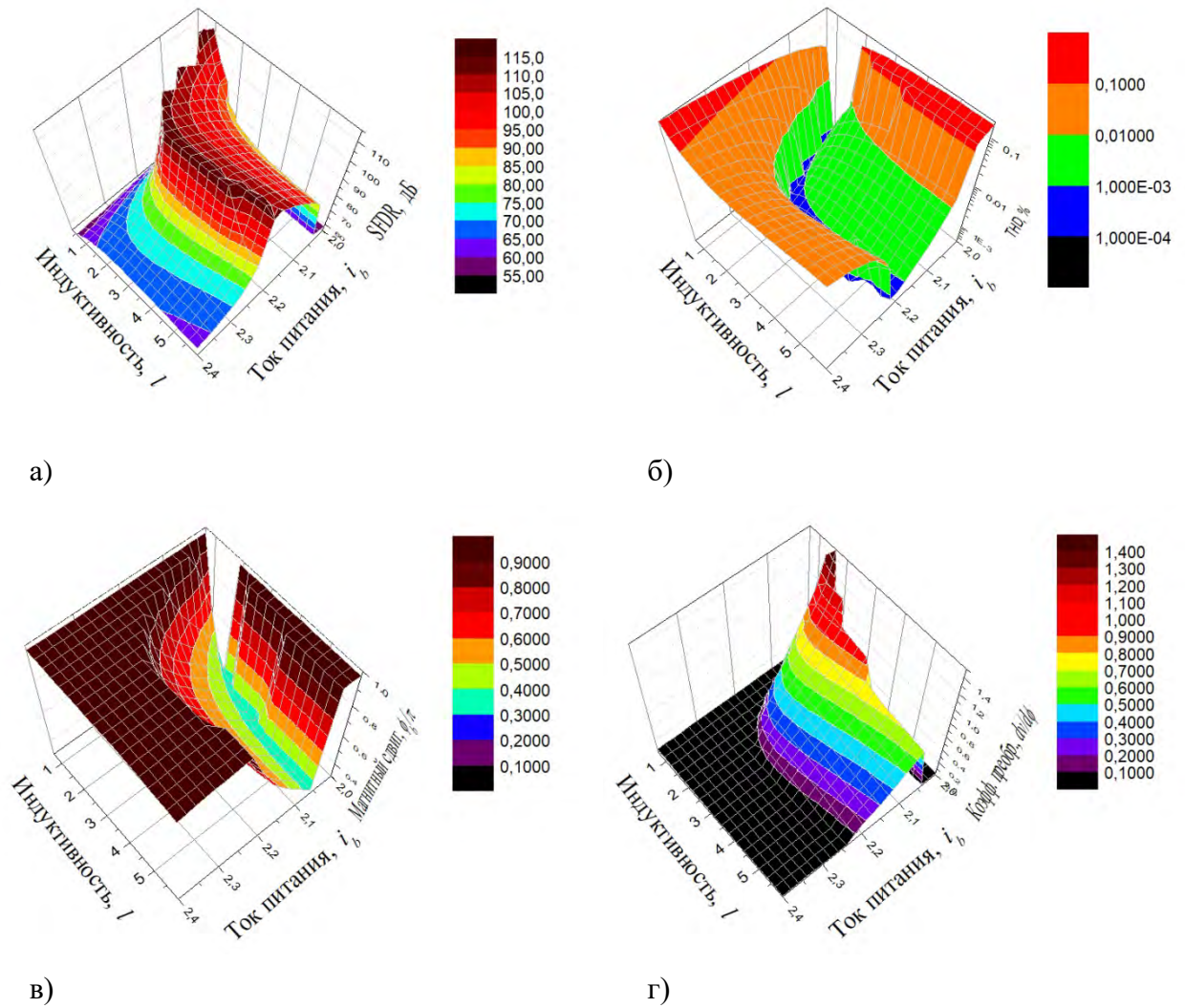


Рисунок 3.11. а) Линейный динамический диапазон, SFDR, и б) гармоническое искажение спектра сигнала, THD, преобразованного дифференциальной схемой СКВИДов с параметрами в диапазоне  $l \in [0 \dots 2\pi]$ ,  $i_b \in [2 \dots 2.4]$  и оптимально подобранным магнитным смещением  $\phi_b$  (в), а также коэффициент преобразования магнитного смещения в напряжение соответствующий наклону линейного участка (г) при максимальной амплитуде входного сигнала, соответствующей четверти рабочего склона отклика одного СКВИДа,  $\phi_{pp} = \pi/4$ .

Зависимости линейного динамического диапазона при выбранной индуктивности  $l = 2.2$  от отклонения параметров ( $\delta i_b / i_b = i_b^* / i_b - 1$ ,  $\delta \phi_b / \phi_b = \phi_b^* / \phi_b - 1$ ) в процентах от выбранных значений  $i_b = 2.04$ ,  $\phi_b = 0.3895\pi$  и  $i_b = 2.216$ ,  $\phi_b = 0.8337\pi$  при соответствующих размерах линейного участка  $\phi_{pp} / (\pi/2) = 0.234$  и  $\phi_{pp} / (\pi/2) = 0.25$  показаны на рис. 3.12. Представленные данные иллюстрируют резкое ухудшение линейности отклика при отклонении параметров от выбранных значений. При этом изменении тока питания сказывается на порядок сильнее, чем изменение магнитного

смещения. Так для сохранения линейности не хуже максимальной на 10 дБ при выбранных параметрах допустимо отклонение тока питания всего на  $\pm 0.1 - 0.2 \%$  (рис. 3.12а), в то время как магнитное смещение может быть выдержано с точностью  $\pm 1 - 2 \%$  (рис. 3.12б).

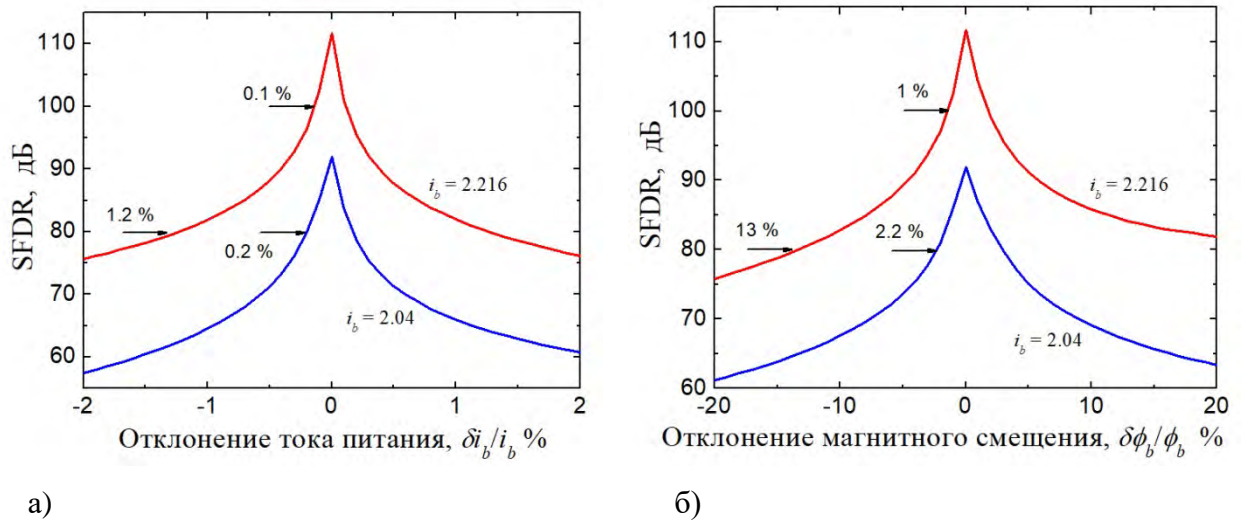


Рисунок 3.12. Зависимость линейного динамического диапазона от отклонения (а) тока питания и (б) магнитного смещения от выбранных значений  $i_b = 2.04$ ,  $\phi_b = 0.3895\pi$  и  $i_b = 2.216$ ,  $\phi_b = 0.8337\pi$  при соответствующих размерах линейного участка  $\phi_{pp}/(\pi/2) = 0.234$  и  $\phi_{pp}/(\pi/2) = 0.25$ .

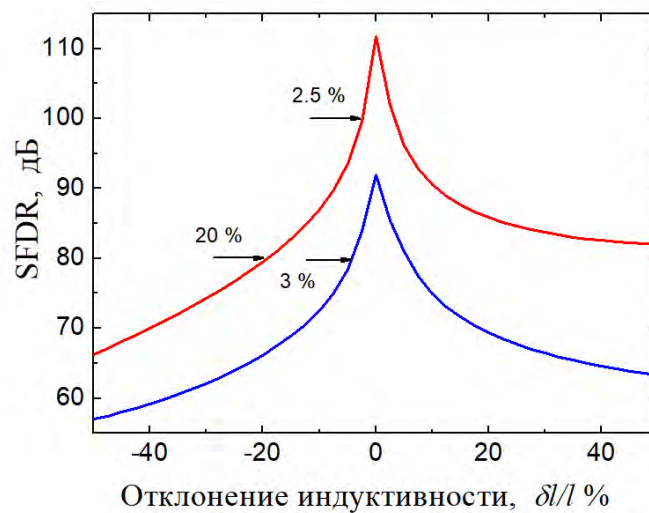


Рисунок 3.13. Зависимость линейного динамического диапазона от отклонения индуктивности от выбранного значения  $l = 2.2$  при  $i_b = 2.04$ ,  $\phi_b = 0.3895\pi$  и  $i_b = 2.216$ ,  $\phi_b = 0.8337\pi$  и соответствующих размерах линейного участка  $\phi_{pp}/(\pi/2) = 0.234$  и  $\phi_{pp}/(\pi/2) = 0.25$ .

Аналогичная зависимость линейного динамического диапазона от отклонения индуктивности от выбранного значения  $l = 2.2$  при фиксированных параметрах  $i_b$ ,  $\phi_b$  показана на рис. 3.13. Отклонение индуктивности от выбранного значения сказывается на линейности отклика примерно аналогично отклонению магнитного смещения.

Данные представленные на рис. 3.12, 3.13 свидетельствуют о высоких требованиях, предъявляемых к идентичности параметров СКВИДов в дифференциальной схеме. При этом, поскольку форма отклика сильно зависит от тока питания, разброс критических токов джозефсоновских контактов должен быть минимален, а ток питания необходимо выдерживать с высокой точностью.

Стоит отметить, что наибольшая линейность достигается при использовании в дифференциальной схеме участка отклика близкого к  $\pi/2$ , см. рис. 3.9, 3.12, 3.13. Это легко видеть и из разложения решения (2.61) предыдущей главы вблизи магнитного потока, соответствующего  $\Phi_0/2$ :

$$\lim_{\phi_e \rightarrow \pi/2} \bar{v}(\phi_e) \approx \frac{i_b}{2} - \frac{1}{i_b} \left[ q + (1 - qp) \left( \phi_e - \frac{\pi}{2} \right)^2 \right], \quad (3.6)$$

где выражения для коэффициентов  $q, p$  имеют следующий вид

$$q = A \left[ 1 + \left( \frac{l_s i_b}{4} \right)^{-2} \right]^{-1}, \quad p = 1 - \left[ \left( \frac{l_s i_b}{4} \right)^2 - 3 \right] \left( i_b^2 \left[ 1 + \left( \frac{l_s i_b}{4} \right)^2 \right] \right)^{-1}$$

В соответствие с (3.6) данный участок имеет форму близкую к параболической. При небольшом взаимном магнитном сдвиге  $\phi_b$  откликов СКВИДов, результирующий отклик вблизи  $\phi_e = \pi/2$  будет примерно соответствовать линейной функции:

$$\bar{v}_\Sigma(\phi_e) = \bar{v}(\phi_e - \phi_b/2) - \bar{v}(\phi_e + \phi_b/2) = \frac{2\phi_b(1-qp)}{i_b} \left( \phi_e - \frac{\pi}{2} \right).$$

Работа на данном участке с одной стороны позволяет снизить требования к точности параметров схемы (рис. 3.12, 3.13), но с другой стороны соответствует меньшему коэффициенту преобразования. Таким образом, выбор рабочих параметров является компромиссной оптимизацией схемы.

Необходимо так же отметить, что представленные в данном параграфе результаты были получены в приближении изолированно работающей схемы. Подключение реальной нагрузки может изменить динамику СКВИДов и усредненное напряжение. Поэтому полученные оптимальные параметры могут использоваться в качестве начальных значений при численном моделировании и оптимизации реальной схемы. При этом естественно ожидать, что схожие характеристики могут быть получены при подключении

реальной нагрузки, по крайней мере, на порядок превышающей суммарное нормальное сопротивление рассматриваемой схемы.

### 3.3. Дифференциальное соединение цепочек СКВИДов.

Как было отмечено в главе I, для улучшения таких параметров СКВИДа как крутизна преобразования приложенного магнитного поля в напряжение, улучшения согласования импедансов интерферометра и нагрузки, увеличения динамического диапазона используют соединение СКВИДов в цепочки. В дифференциальной схеме так же возможно использование не одиночных СКВИДов, а последовательных или параллельных одинаковых цепочек интерферометров, в общем случае с произвольным распределением их площадей (СКИФов).

При использовании последовательных СКИФов линеаризация отклика может быть реализована последовательным расчетом откликов отдельных СКВИДов, составляющих цепочку. При этом основным выигрышем может являться увеличение коэффициента преобразования и размаха линейного участка по напряжению.

Параллельное соединение СКВИДов удобно увеличением суммарного критического тока схемы, за счет чего на практике ток питания может быть задан более точно. Кроме того, изначально форму отклика оказывается более линейной по сравнению с одиночным интерферометром. Действительно, линейность отклика одиночного интерферометра с пренебрежимо малой индуктивностью и током питания равным критическому току,  $\bar{v}(\phi_e) = |\sin \phi_e|$ , можно оценить, раскладывая его в наиболее линейной области  $\phi_e \approx 0$  в ряд:

$$\sin(\phi_e) = \phi_e - \frac{\phi_e^3}{6} + \frac{\phi_e^5}{120} + \dots O(\phi_e^7). \quad (3.7)$$

Зависимость критического тока параллельной цепочки с большим количеством интерферометров с пренебрежимо малой индуктивностью от магнитного потока стремиться к функции  $|\sin \phi_e / \phi_e|$ . Разложение отклика напряжения такой цепочки при токе питания равным критическому току вблизи  $\phi_e \approx 0$  в ряд дает следующее выражение:

$$\sqrt{1 - \frac{\sin(\phi_e)^2}{\phi_e^2}} = \frac{\phi_e}{\sqrt{3}} - \frac{\phi_e^3}{15\sqrt{3}} + \frac{4\phi_e^5}{1575\sqrt{3}} + \dots O(\phi_e^7). \quad (3.8)$$

Сравнивая выражения (3.7), (3.8) можно отметить, что вклад нелинейных компонент в форму отклика в интересующей нас области для параллельной цепочки действительно заметно меньше, в соответствие с чем, улучшение линейности отклика дифференциальной структуры за счет параллельного соединения интерферометров оказывается возможным.

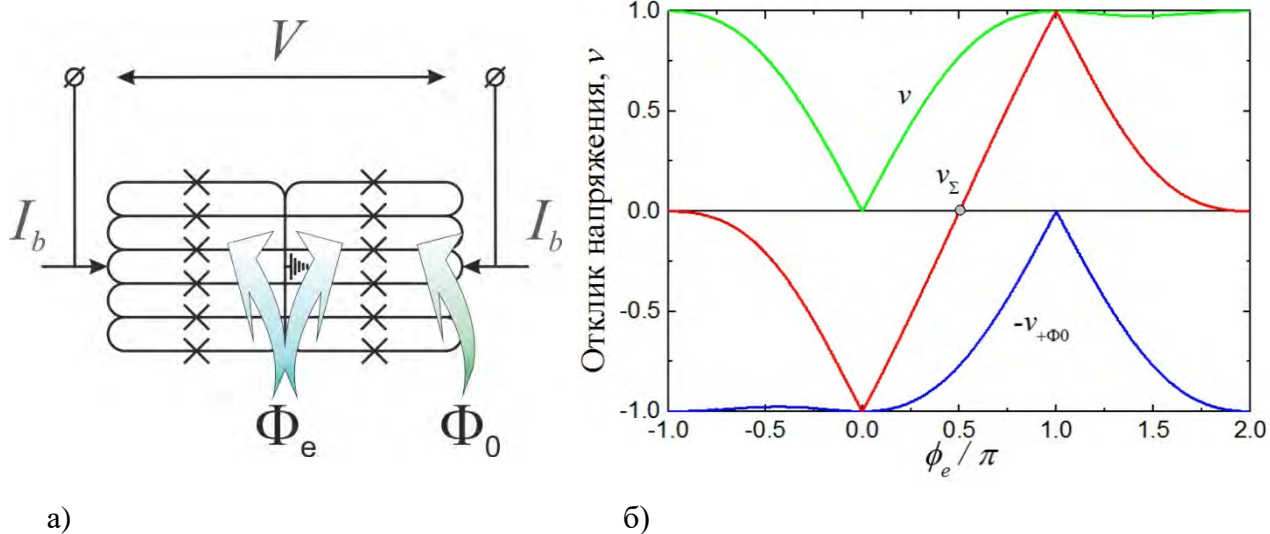


Рисунок 3.14. а) Схема дифференциального соединения двух одинаковых параллельных цепочек СКВИДов, одна из которых дополнительно смещена магнитным потоком на  $\Phi_0$ . б) Отклики параллельных цепочек СКВИДов с большим числом интерферометров пренебрежимо малой индуктивности при токе питания равным критическому току,  $v$ ,  $-v_{+\Phi_0}$ , и суммарный отклик схемы,  $v_\Sigma$ . Серой точкой показана рабочая точка на суммарном отклике, соответствующая  $\bar{\Phi}_e = \pi/2$ .

На рис. 3.14а показана принципиальная схема дифференциального соединения параллельных цепочек СКВИДов. Стоит отметить, что в отличие от двухконтактного интерферометра, первый минимум критического тока которого достигается при  $\Phi_e = \Phi_0/2$ , первый минимум критического тока цепочки с большим числом контактов достигается при задании целого кванта потока в цепочку. В соответствии с этим, для сохранения амплитуды размаха дифференциального отклика равной удвоенной амплитуде отклика одной цепочки, дополнительное магнитное смещение одной из цепочек может быть выбрано равным  $\Phi_0$ . На рис. 3.14б показаны отклики параллельных цепочек, входящих в состав дифференциальной схемы и суммарный отклик схемы. В соответствии с выбранным дополнительным сдвигом одной из цепочек на квант потока, рабочая точка для дифференциальной схемы соответствует  $\bar{\Phi}_e = \pi/2$ .

Расчет показывает, что при использовании  $2/3$  рабочего склона отклика дифференциальной схемы, состоящей из параллельных цепочек с пренебрежимо малой индуктивностью, при  $i_b = i_c$ , THD уменьшается примерно в два раза по сравнению с аналогичным случаем использования одиночных интерферометров.

В процессе численной оптимизации было получено следующее распределение площадей  $a_n$  петель параллельного СКИФа с пренебрежимо малой индуктивностью, входящего в состав дифференциальной схемы:

$$a_n = 2.5 - |\sin(\pi n/N)|^3, \quad (3.9)$$

где  $n$  – номер СКВИДа в цепочке, состоящей из  $N$  интерферометров. Линейность отклика дифференциальной схемы СКИФов с указанным распределением площадей может достигать THD = 0.001 %.

Оптимизации параметров дифференциальной схемы с практическими значениями индуктивностей СКВИДов в параллельных цепочках посвящены работы [10А, 11А].

### 3.4 Би-СКВИД.

Еще одной возможностью увеличения линейности отклика СКВИДа является объединение в одной схеме одноконтактного СКВИДа, через который задается магнитный поток, и двухконтактного СКВИДа, формирующего отклик напряжения. Синтезированная таким образом ячейка была предложена в работе [12А] и названа би-СКВИД, см. рис. 3.15а.

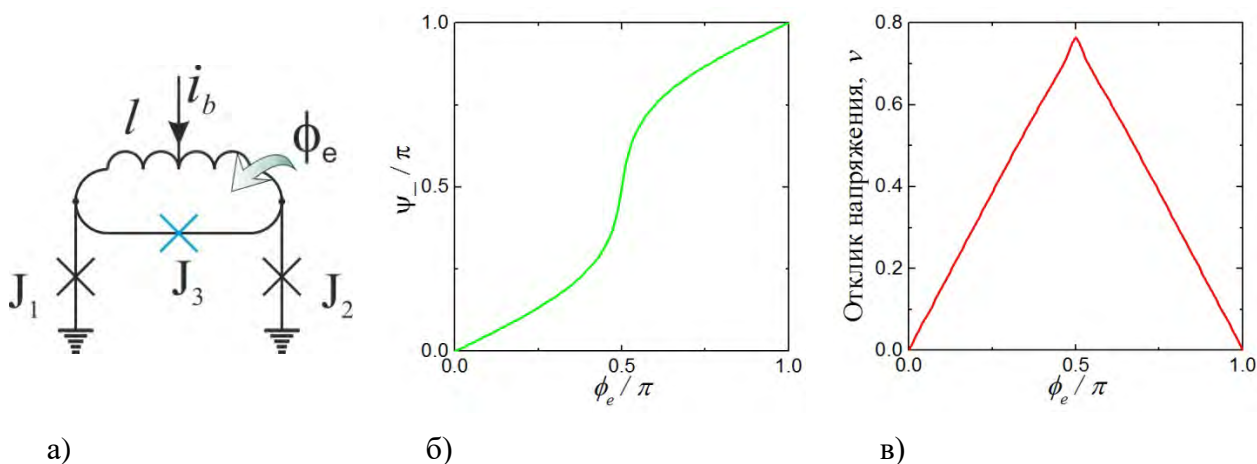


Рисунок 3.15. а) Принципиальная схема би-СКВИДа. б) Зависимость фазы на контакте J3 (соответствующей разностной фазе  $\psi$ ) от внешнего магнитного потока  $\Phi_e$ . в) Отклик напряжения би-СКВИДа. Параметры ячейки:  $i_b = 2$ ,  $l = 1.3$ , критический ток 3-го контакта (J3)  $i_{c3} = 0.8$ .

Идея линеаризации отклика заключается в нелинейной трансформации магнитного потока в одноконтактном контуре, образованном индуктивностью  $l$  и переходом J3,

рис. 3.15а. Если нормированная индуктивность этого контура не мала, поток проникающий в контур, и соответственно приложенный к двухконтактному контуру ( $J_1 - I/J_3 - J_2$ ) поскольку фаза перехода  $J_3$  соответствует разностной фазе  $\phi_{J_1} - \phi_{J_2} = 2\psi$ , остается малым вплоть до нелинейного участка зависимости  $\psi_-(\phi_e)$ , рис. 3.15б. Таким образом, линейный участок отклика напряжения эффективно растягивается по оси внешнего потока  $\phi_e$ , см. рис. 3.15в. За счет нелинейности зависимости  $\psi_-(\phi_e)$ , нелинейный участок отклика напряжения (в районе  $\psi \approx \pi/2$ ) по оси  $\phi_e$  наоборот сжимается. Кроме того, нелинейность зависимости  $\psi_-(\phi_e)$  в окрестности  $\psi_- = \pi/2$  приводит к дополнительной линеаризации отклика напряжения. Отметим, что при больших значениях индуктивности одноконтактного контура зависимость  $\psi_-(\phi_e)$ , и соответственно  $v(\phi_e)$ , становится гистерезисной.

В системе дифференциальных уравнений описывающих би-СКВИД уравнение для суммарной фазы аналогично уравнению (2.16) для СКВИДа. В то же время, уравнение для разностной фазы отличается множителем производной разностной фазы и дополнительным слагаемым в правой части:

$$\frac{l}{2} \left(1 + \frac{2}{r_3}\right) \dot{\psi} = -(\psi - \phi_e) - \frac{l}{2} \sin\psi \cos\theta - \frac{l}{2} i_{c3} \sin 2\psi, \quad (3.10a)$$

$$\dot{\theta} = \frac{i_b}{2} - \cos\psi \sin\theta, \quad (3.10б)$$

где  $r_3$  - шунтирующее сопротивление, а  $i_{c3}$  - критический ток 3-го перехода ( $J_3$ ). Эти слагаемые возникают в соответствии с шунтированием тока циркулирующего в двухконтактном контуре резистивной и сверхпроводящей составляющей тока, протекающего через контакт  $J_3$ . В (3.10а) по сравнению с (2.1а) для удобства записи дальнейших выражений изменен знак магнитного потока  $\phi_e$ .

Для приближенного нахождения формы отклика би-СКВИДа можно воспользоваться решением (2.61) найденным в предыдущей главе. Поскольку при этом не учитывается резистивное шунтирование циркулирующего тока, полученное решение будет наиболее аккуратно описывать линейную часть отклика и отличаться для значений  $\psi_- \approx \pi/2$ . Для учета шунтирования сверхпроводящей компонентой тока необходимо отметить, что в соответствии с усреднением уравнения (3.10а), медленно меняющаяся компонента разностной фазы должна быть определена из трансцендентного уравнения

$$\psi_- + \frac{l}{2} i_{c3} \sin 2\psi_- = \phi_e. \quad (3.11)$$

Решение этого уравнения можно найти посредством метода, изложенного в параграфе 2.3.1 предыдущей главы. В этом случае в уравнении  $f(\psi) = 0$  трансцендентной функцией будет

$$f(\psi_-) = \psi_- + \frac{l}{2} i_{c3} \sin 2\psi_- - \phi_e. \quad (3.12)$$

Производная этой функции:

$$\frac{\partial f}{\partial \psi_-} = 1 + li_{c3} \cos 2\psi_-. \quad (3.13)$$

В соответствие с этим экстремумы функции  $f(\psi_-)$  достигаются при значениях разностной фазы  $\psi_-$ :

$$\psi_-^{\uparrow\downarrow} = \frac{\pi}{2} \mp 0.5 \arccos[(li_{c3})^{-1}] \quad (3.14)$$

Изменение верхнего предела (2.19) может быть формализовано аналогично (2.20):

$$b(\phi_e^{\uparrow\downarrow}) = b + H[-f(a)\uparrow\downarrow(\phi_e)](\psi^{\uparrow\downarrow} - b), \quad (3.15)$$

где

$$\uparrow\downarrow(\phi_e) = f(\psi_-^{\uparrow\downarrow}; \phi_e) \text{ при } \psi_-^{\uparrow\downarrow} \neq \pi/2 \text{ и}$$

$$\uparrow\downarrow(\phi_e) = \frac{\pi}{2} - \phi_e \text{ в противном случае.}$$

В обоих случаях изменения направления приложенного магнитного потока,  $\phi_e^{\uparrow} \in [0 \dots \pi]$  и  $\phi_e^{\downarrow} \in [\pi \dots 0]$ , решения для  $\psi_-$  получаются аналогично (2.24):

$$\psi_-(\phi_e^{\uparrow}) = \int_0^{\pi + H[-f(0; \phi_e^{\uparrow})\uparrow(\phi_e)](\psi^{\uparrow + \pi})} H[-f(\phi; \phi_e^{\uparrow})] d\phi, \quad (3.16a)$$

$$\psi_-(\phi_e^{\downarrow}) = \pi + \int_{\pi}^{H[-\uparrow\downarrow(\phi_e)]\psi^{\downarrow}} H[f(\phi; \phi_e^{\downarrow})] d\phi. \quad (3.16b)$$

Для обобщения полученных решений на произвольные значения  $\phi_e$  можно ввести проекцию  $\phi_e$  на диапазон  $[0 \dots \pi]$ . Такую проекцию можно получить, например, посредством следующей простой комбинации функций:  $\phi_e^{[0, \pi]} = \text{atan}(\tan \phi_e) + \pi H[-\text{atan}(\tan \phi_e)]$ .

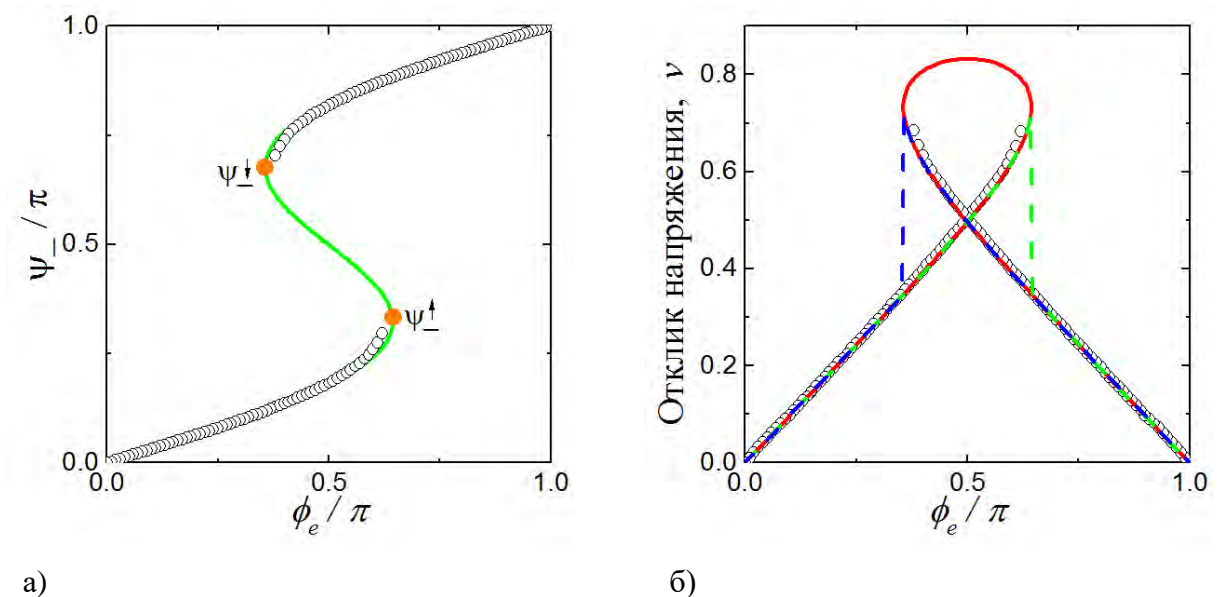


Рисунок 3.16. а) Зависимость медленно меняющейся компоненты разностной фазы



двухконтактного контура би-СКВИДа от внешнего магнитного потока. Оранжевыми точками показаны значения  $\psi_{-}^{\uparrow\downarrow}$  (3.14). б) отклик би-СКВИДа. На обоих рисунках открытыми кружками показано численное решение системы (3.10), линиями – аналитические решения, полученные с помощью выражений (3.11) (а) и (2.61), (3.11) – сплошная красная линия (б), и (2.61), (3.16) – пунктирные линии (б). Параметры би-СКВИДа:  $i_b = 2, l = 1.5, i_{c3} = 1.5$ .

На рис. 3.16 представлено сравнение численного и аналитического расчета зависимости разностной фазы  $\psi_{-}$  от внешнего магнитного потока  $\phi_e$  (рис. 3.16а) и отклика напряжения би-СКВИДа  $\bar{v}(\phi_e)$  (рис. 3.16б) с параметрами  $i_b = 2, l = 1.5, i_{c3} = 1.5$ . Численное решение системы (3.10) показано открытыми кружками. Аналитическое решение для зависимости  $\psi_{-}(\phi_e)$  построено с помощью (3.11) и показано сплошной линией. Точки экстремума  $\psi_{-}^{\uparrow\downarrow}$  соответствуют (3.14). Аналитическая зависимость отклика напряжения, показанная сплошной красной линией на рис. 3.16б, была получена путем построения зависимостей  $\bar{v}(\psi_{-})$  и  $\phi_e(\psi_{-})$  по соответствующим осям с помощью выражений (2.61) и (3.11), в которых параметр  $\psi_{-}$  изменялся в диапазоне  $[0 \dots \pi]$ . Аналитические зависимости отклика напряжения, показанные пунктирными линиями на рис. 3.16б,  $\bar{v}[\psi_{-}(\phi_e^{\uparrow\downarrow})]$ , получены посредством подстановки (3.16) в (2.61). Видно, что аналитические кривые достаточно хорошо совпадают с численным решением, особенно в области линейного участка отклика.

Индуктивность одноконтактного контура би-СКВИДа  $li_{c3}$  определяет растяжение начального участка отклика СКВИДа (а следовательно и коэффициент преобразования магнитного потока в напряжение) и размер рабочего склона. Для малых значений  $\psi_{-}$  это растяжение примерно линейно (см. (3.11)),

$$\psi_{-}(1 + li_{c3}) \approx \phi_e, \quad (3.17)$$

так что коэффициент преобразования магнитного потока в напряжения уменьшается пропорционально  $(1 + li_{c3})^{-1}$ . Размер рабочего склона ограничен  $\psi_{-}^{\uparrow\downarrow}$  (3.14) при  $li_{c3} > 1$ , а при  $li_{c3} \leq 1$ ,  $\psi_{-} = \pi/2$ . При линеаризации отклика би-СКВИДа в первую очередь интересны значения произведения  $li_{c3} \leq 1$ , при которых коэффициент преобразования магнитного потока в напряжения и размах рабочего склона по напряжению уменьшены незначительно. Этот же диапазон оказывается оптимальным и с точки зрения линейности.

При оценке оптимального значения произведения  $li_{c3}$ , обеспечивающего наибольшую линейность отклика, можно для определенности рассмотреть случай  $i_b = 2$ . В первую очередь нас будет интересовать область малых значений разностной фазы  $\psi_{-}$ ,

поскольку отклик СКВИДа при выбранном токе питания в этой области наиболее линеен. Так как влияние индуктивности на форму отклика увеличивается по мере приближения  $\psi_-$  к  $\pi/2$ , для малых положительных значений  $\psi_-$  форму отклика можно примерно положить равной  $\bar{v}(\psi_-) = \sin \psi_-$ . Для построения отклика би-СКВИДа по осям графика необходимо отложить зависимости  $\bar{v}(\psi_-)$  и  $\phi_e(\psi_-)$  (3.11).

В противоположность полученным выражениям (3.16), оптимальное значение произведения  $li_{c3}$  удобно искать, выражая  $\psi_-(\bar{v}) = \text{asin}(\bar{v})$ , и подставляя полученную функцию в (3.11):

$$\phi_e(\bar{v}) = \text{asin}(\bar{v}) + li_{c3} \bar{v} \sqrt{1 - \bar{v}^2}. \quad (3.18)$$

Разложение первого и второго слагаемого (3.18) в ряд Тэйлора имеет следующий вид:

$$\text{asin}(\bar{v}) = \bar{v} + \frac{\bar{v}^3}{6} + \frac{3\bar{v}^5}{40} + \dots O(\bar{v}^7), \quad (3.19a)$$

$$li_{c3} \bar{v} \sqrt{1 - \bar{v}^2} = li_{c3} [\bar{v} - \frac{\bar{v}^3}{2} - \frac{\bar{v}^5}{8} + \dots O(\bar{v}^7)]. \quad (3.19b)$$

Видно, что при значении  $li_{c3} = 1/3$  кубический член в (3.18) обращается в ноль, так что зависимость  $\phi_e(\bar{v})$  оказывается равна:

$$\phi_e(\bar{v}) = \bar{v} + \frac{\bar{v}^5}{30} + \dots O(\bar{v}^7). \quad (3.20)$$

Отклонение функции (3.20) на 0.1% от линейной зависимости будет достигнуто при значении  $\bar{v} = \sqrt[5]{0.03} \approx 0.5$ , что соответствует  $\psi_- = \pi/6$  или 1/3 рабочего склона отклика по магнитному потоку. Согласно (3.19a) зависимость  $\phi_e(\bar{v})$  СКВИДа отклоняется от линейной на тот же процент при  $\bar{v} = \sqrt[3]{0.006} = 0.18$ , что соответствует  $\psi_- \approx 0.18$  или 0.11 рабочего склона отклика по магнитному потоку. Поскольку кубическое слагаемое в разложении отклика параллельной цепочки СКВИДов присутствует (3.8), представляется, что линеаризация отклика с помощью би-СКВИДа может быть более эффективной, чем с помощью цепочки.

Размах отклика би-СКВИДа может быть увеличен путем объединения би-СКВИДов в цепочку. При этом расчеты показывают, что дифференциальный способ соединения существенного увеличения линейности не дает.

### 3.5 Экспериментальное исследование.

Для экспериментальной проверки возможности линеаризации откликов СКВИД-структур предложенными методами на базе стандартной Nb технологии фирмы HYPRES

(краткое описание технологии изложено в Приложении) были спроектированы и изготовлены различные варианты цепочек СКВИДов и би-СКВИДов.

Измерения проводились в лаборатории фирмы HYPRES, в экранированной комнате при температуре 4.2 К. Образец крепился к 40 пиновому держателю криогенной штанги, рассчитанному на измерения с общей землей. Держатель был окружен двойным цилиндрическим экраном и  $\mu$ -металла. Штанга погружалась в дюар с жидким гелием, который в свою очередь так же был окружен цилиндрическим экраном и  $\mu$ -металла.

Для измерений на постоянном токе преимущественно использовалась измерительная система OSTOPUX [13] под управлением компьютера. С ее помощью к схеме можно было подключать до 40 каналов, 6 из которых можно было использовать в качестве источников тока (с точностью задания до 1 мкА). Остальные использовались для измерений сопротивления или напряжения.

Образцы изготавливались по стандартному Nb технологическому процессу с плотностью критического тока джозефсоновских контактов  $4.5 \text{ кА/см}^2$ , и специфической емкостью  $59 \text{ фФ/мкм}^2$ . Стандартным значением критического тока джозефсоновских контактов в разрабатываемых схемах, закладываемом при проектировании, было  $I_c = 125 \text{ мкА}$ . Контакты шунтировались Mo резисторами (1.76 – 1.26 Ом) для уменьшения влияния емкости (соответствующий параметр Маккамбера 0.2 – 0.1). Характерная частота таких переходов равнялась примерно 223 – 158 мкВ. Отношение тока тепловых флуктуаций к критическому току составляло  $\gamma = 0.0017$ , вследствие чего влияние шумов на форму отклика напряжения было пренебрежимо мало. Основное влияние на отклик оказывал разброс критических токов джозефсоновских переходов в цепочках исследуемых структур.

Для защиты джозефсоновских структур от захвата паразитных квантов магнитного потока их топология включала в себя двойное экранирование, исследуемые структуры помещались между верхним и нижним сверхпроводящим слоем разделенными изоляторами. Во избежание образования паразитных емкостей в больших последовательных цепочках у каждой ячейки был отдельный экран, причем верхний и нижний экранирующие слои соединялись сверхпроводящими перемычками.

### ***3.5.1. Последовательные цепочки би-СКВИДов***

На рис. 3.17 представлена микрофотография последовательной цепочки, состоящей из 40 би-СКВИДов. Цепочка сложена в 4 раза и состоит из одинаковых ячеек. Магнитный

сигнал подавался посредством тока, задаваемого на терминал 1 (см. рис. 3.17) контрольной линии, соединенной с общей землей. Контрольная линия была индуктивно связана с петлями би-СКВИДов и проходила непосредственно над ними на расстоянии 150 нм (соответствующему толщине слоя изолятора  $\text{SiO}_2$ ). Темные точки вокруг и внутри цепочки рядом с ячейками представляют собой отверстия в общем сверхпроводящем земляном слое проделанные для захвата вихрей магнитного потока.

Экспериментально измеренные отклики напряжения цепочек би-СКВИДов, состоящих из 20 и 128 ячеек для различных токов питания показаны на рис. 3.18. Безразмерные параметры би-СКВИДов цепочки из 128 ячеек (рис. 3.18а) были следующими:  $l = 0.85$ ,  $i_{c3} = 1.2$ ,  $I_c = 105$  мкА, что обеспечивало примерно треугольную форму отклика при  $l \leq 1$ . Значения тока питания:  $I_b = 130, 163, 197, 220$  мкА (от нижней до верхней кривой).

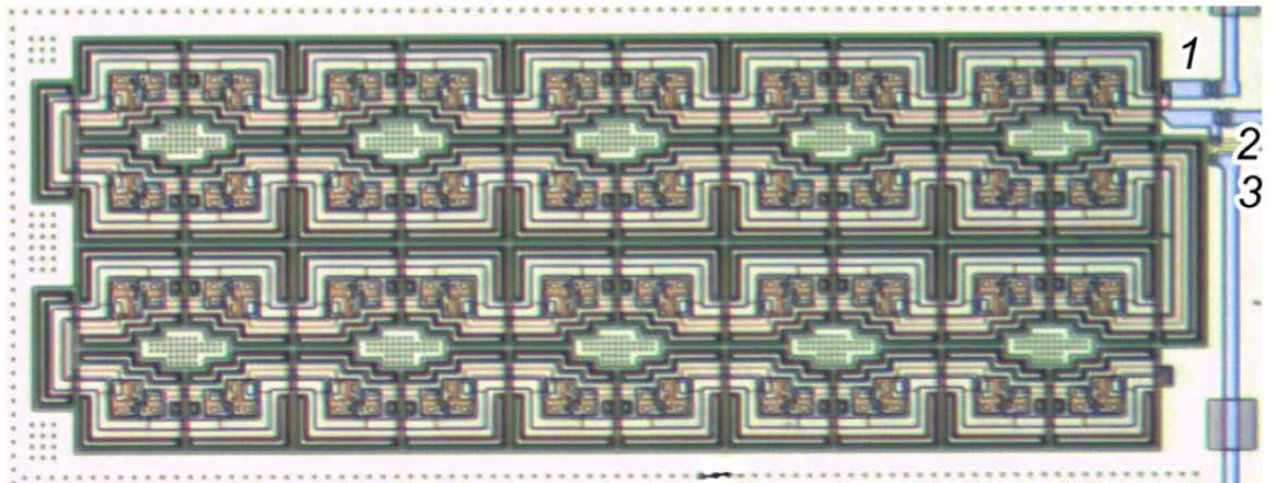
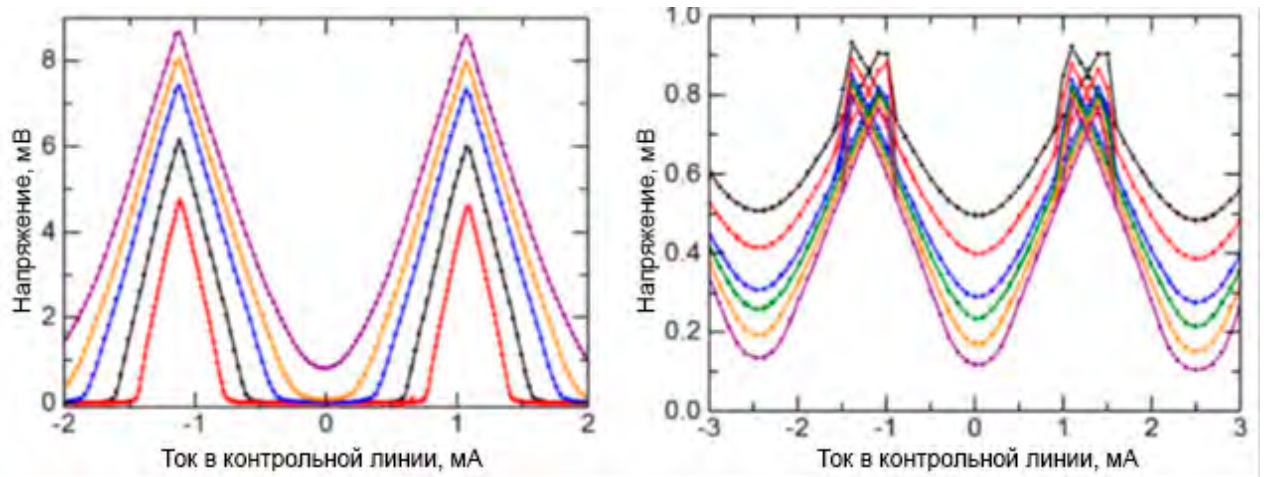


Рисунок 3.17. Микрофотография последовательной цепочки из 40 би-СКВИДов. Линии 2 и 3 использовались для задания тока питания. По линии 1 задавался ток, индуцирующий магнитное поле.

Параметры второй цепочки, состоящей из 20 би-СКВИДов (рис. 3.18б):  $l = 2.5$ ,  $i_{c3} = 0.8$ ,  $I_c = 120$  мкА, были близки к оптимуму для случая  $l \geq 1$ . Значения тока питания:  $I_b = 245, 248, 250, 252, 260, 270$  мкА (от нижней до верхней кривой).



а)

б)

Рисунок 3.18. Набор откликов напряжения двух последовательных цепочек би-СКВИДов, измеренных при различных токах питания с помощью системы ОСТОРУХ. а) Цепочка из 128 ячеек с параметрами би-СКВИДа:  $l = 0.85$ ,  $i_{c3} = 1.2$ ,  $I_c = 105$  мкА при значениях тока питания:  $I_b = 130, 163, 197, 220$  мкА (от нижней до верхней кривой). б) Цепочка из 20 ячеек с параметрами би-СКВИДа:  $l = 2.5$ ,  $i_{c3} = 0.8$ ,  $I_c = 120$  мкА при значениях тока питания:  $I_b = 245, 248, 250, 252, 260, 270$  мкА (от нижней до верхней кривой). Сигнальный магнитный поток индуцировался током в контрольной линии.

Острые нижние края периодического отклика при токе питания близком к критическому значению не наблюдались в эксперименте из-за разброса критических токов джозефсоновских контактов, составлявшем  $\sim 1\%$ .

### 3.5.2. Последовательные цепочки параллельных цепочек СКВИДов

Последовательные цепочки параллельных цепочек СКВИДов состояли из базовых блоков, представляющих собой две последовательно соединенные параллельные цепочки джозефсоновских контактов с зеркальной топологией. Микрофотография, показанная на рис. 3.19, демонстрирует фрагмент из 3-х базовых блоков, в которых параллельные цепочки состоят из 5 джозефсоновских переходов.

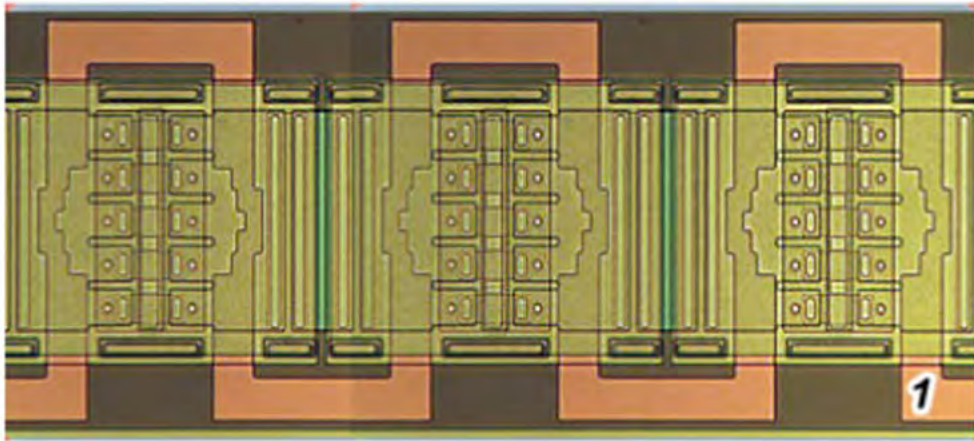
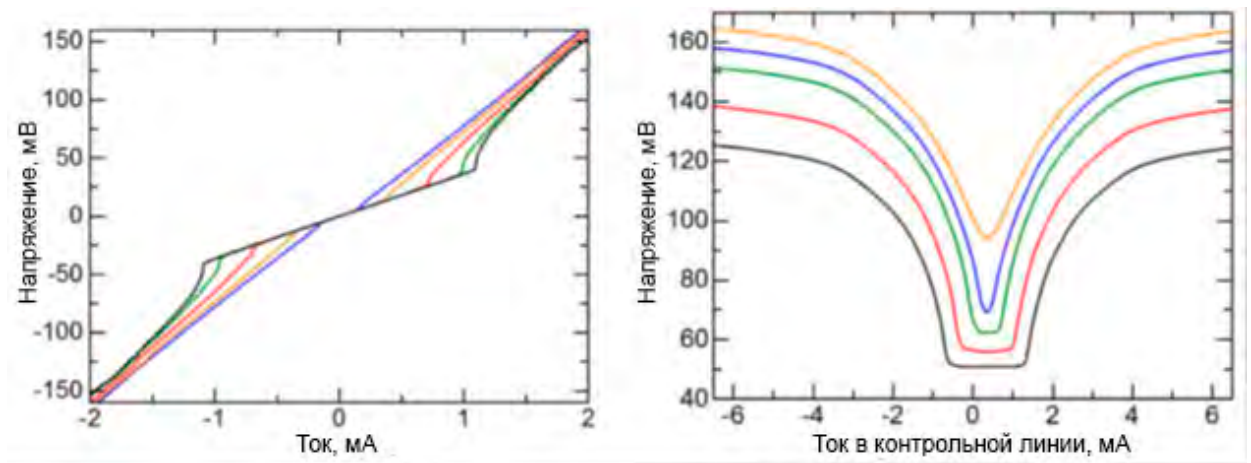


Рисунок 3.19. Микрофотография фрагмента дифференциального соединения последовательных цепочек параллельных цепочек джозефсоновских контактов, состоящего из 3-х базовых блоков. Каждый блок содержит две параллельные цепочки из 5 джозефсоновских контактов с зеркальной топологией. Контрольная линия 1 в виде меандра предназначена для задания магнитного сигнала.

Для подавления паразитных резонансов в цепочке элементарные блоки соединялись через небольшие резисторы ( $\sim 0.1$  Ом). Из-за наличия этих резисторов сверхпроводящий участок ВАХ имел конечный наклон. На рис. 3.20а показано типичное семейство ВАХ для различного значения приложенного магнитного потока (посредством задания тока в контрольную линию). Исследуемая цепочка состояла из 204 блоков, каждый из которых содержал две параллельные цепочки из 10 джозефсоновских переходов. На рис. 3.20б показано семейство откликов напряжения аналогичной цепочки, но вдвое большей длины (состоящей из 408 блоков), для различных значений тока питания, начиная с  $I_b \cong 0.8(10I_c)$ , где критический ток одного джозефсоновского контакта  $I_c = 127$  мкА. Как видно из рис. 3.20б острый нижний край отклика, ожидаемый при  $I_b \approx I_c$ , при нулевом внешнем магнитном поле, не реализуется, что может объясняться разбросом критических токов джозефсоновских контактов.



а)

б)

Рисунок 3.20. а) Набор ВАХ последовательной цепочки, состоящей из 204 блоков, каждый из которых состоит из двух последовательно соединенных параллельных цепочки из 10 джозефсоновских контактов, при различном магнитном смещении,  $\Phi/\Phi_0 = 0, 0.8, 0.18, 0.27, 0.745$ . б) Набор откликов напряжения последовательной цепочки из 408 блоков при различном токе питания,  $I_b = 1, 1.1, 1.2, 1.25, 1.3$  мА. Критический ток одного джозефсоновского перехода,  $I_c = 127$  мкА.

### 3.5.3. Дифференциальные параллельно-последовательные структуры

Помимо того, что объединение СКВИДов в цепочки, как упоминалось в предыдущих разделах, увеличивает крутизну преобразования магнитного сигнала в напряжение, амплитуду выходного сигнала и динамический диапазон, формирование параллельно – последовательных структур (к примеру, представленных в предыдущем параграфе) позволяет так же получать требуемый выходной импеданс. Это особенно важно в рассматриваемом случае структур с линейным откликом напряжения. Перераспределение тока питания между исследуемой структурой и нагрузкой изменяет условия формирования отклика, ухудшая линейность передаточной характеристики.

Наиболее удобной для формирования заданного выходного импеданса СКВИД-структурой с линейным откликом является дифференциальное соединение последовательных цепочек, ячейки которых представляют собой параллельные цепочки джозефсоновских контактов. Для такой структуры влияние нагрузки на линейность может быть до некоторой степени скомпенсировано посредством увеличения тока питания (порядка 5%), но только в том случае когда импеданс нагрузки по крайней мере на порядок превышает импеданс дифференциальной структуры. Это условие можно

представить в виде ограничения на максимальный выходной ток,  $I_{out} = 0.05I_b$ , в максимуме отклика напряжения.

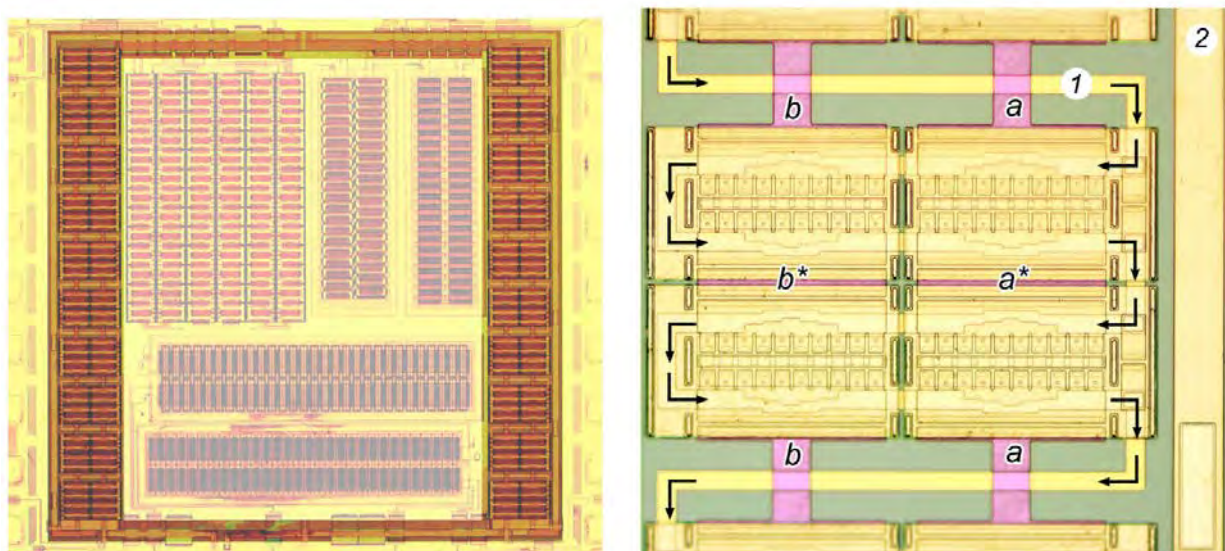
Выходная мощность, снимаемая с дифференциальной структуры, тем не менее, может быть достаточно большой. Действительно,  $P_{out} = I_{out}V_{out}/2$ , где  $I_{out}$  и  $V_{out}$  – амплитуды выходного тока и напряжения, пропорциональные количеству переходов соединенных параллельно в ячейке, и количеству ячеек соединенных последовательно. При выборе количества контактов в параллельной цепочке ячейки структуры необходимо помнить, что в случае, когда контакты цепочки разъединены большой индуктивностью (многоэлементная структура), их динамика не оказывает взаимного влияния, и поэтому форма отклика с дальнейшим увеличением числа контактов практически не меняется. Для описания этого явления в работах [10А, 11А] был введен так называемый «эффективный радиус взаимодействия», зависящий от индуктивности и частоты джозефсоновской генерации. Выходной ток может быть дополнительно увеличен посредством параллельного соединения последовательных цепочек.

Для экспериментального исследования возможности использования СКВИД-структур с линейным откликом как в качестве активных элементов преобразующих сигнал, поступающий от внешних устройств (например, антенны), так и в качестве самостоятельных сенсоров магнитного поля, были изготовлены экспериментальные образцы многоэлементных дифференциальных структур с внешним трансформатором магнитного потока и без него.

### *3.5.3.1 Дифференциальные структуры с внешним трансформатором магнитного потока*

Трансформатор внешнего магнитного потока представлял собой прямоугольную петлю, индуктивно связанную с ячейками дифференциальной цепочки. Плечи дифференциальной структуры располагались, например, по двум сторонам периметра, см. микрофотографию экспериментального образца на рис. 3.21а. Рабочая точка по магнитному потоку задавалась с помощью тока, протекающего симметрично через оба плеча трансформатора. Внешний магнитный поток индуцировал циркулирующий ток в трансформаторе, так что в одном из плеч он складывался с током, задающим рабочую точку, а в другом вычитался.





а)

б)

Рисунок 3.21. а) Микрофотография экспериментального образца дифференциальной цепочки с трансформатором магнитного потока. Для использования всей площади чипа внутри дифференциальной структуры расположены дополнительные тестовые образцы (показано бледным цветом). Внешний магнитный сигнал прикладывался к исследуемой структуре посредством однопетлевой катушки, расположенной вокруг ее периметра. б) Фрагмент плеча дифференциальной структуры, содержащий 4 элементарных блока. Каждый блок состоит из двух параллельных цепочек джозефсоновских переходов с зеркальной топологией. Каждая цепочка содержит 10 джозефсоновских контактов. Маркером «а» обозначены резисторы, соединяющие каждые два блока (между собой блоки соединены через широкие резисторы «а\*»), в первой цепочки плеча. Маркерами «b» и «b\*» обозначены аналогичные резисторы второй цепочки. Маркером «1» обозначена линия трансформатора магнитного потока, «2» - линия катушки, задающей магнитное поле в экспериментальную структуру. Стрелками показано направление протекание тока в трансформаторе.

Экспериментальный образец изготавливался на чипе размером  $5 \times 5 \text{ мм}^2$ . Площадь занимаемая структурой составляла  $3.3 \times 3.3 \text{ мм}^2$ . На рис. 3.21б показан фрагмент плеча дифференциальной структуры, содержащий 4 элементарных блока, каждый из которых состоит из двух последовательно соединенных параллельных цепочек содержащих по 10 джозефсоновских контактов.

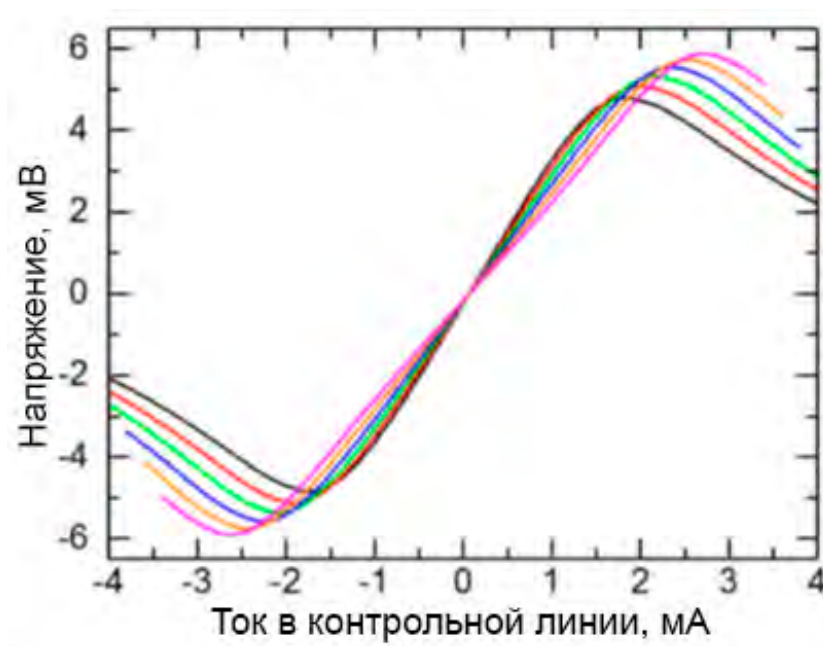


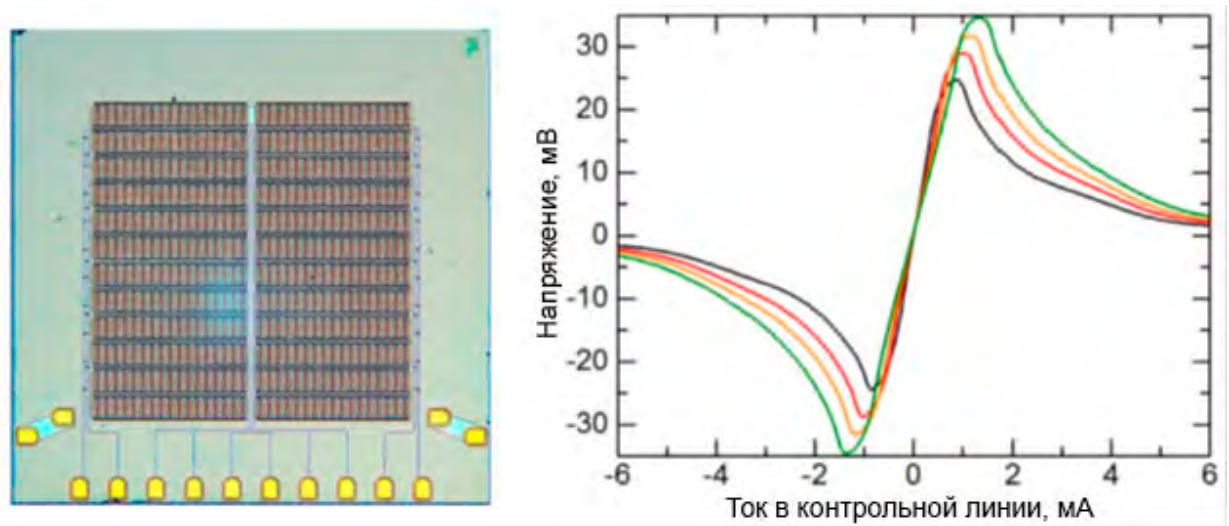
Рисунок 3.22. Набор откликов напряжения дифференциальной структуры состоящей из 80 блоков в каждом плече при различном взаимном магнитном смещении ее плеч (ток, задающий рабочую точку по магнитному потоку,  $I_m = 1.6, 1.8, 2, 2.2, 2.4, 2.6$  мА. Каждый блок состоит из двух последовательно соединенных параллельных цепочек из 10 джозефсоновских контактов. Ток питания,  $I_b = 1.02 (10 I_c) \cong 1.23$  мА. Критический ток одного джозефсоновского контакта,  $I_c \cong 121$  мкА.

Экспериментально измеренный коэффициент преобразования магнитного поля в напряжение составил 750 мВ/мТ для экспериментального образца содержащего 80 блоков. На рис. 3.22 показан набор откликов напряжения для этого образца при различном задании рабочей точки по магнитному потоку (взаимному магнитному смещению плеч дифференциальной схемы). Полный размах откликов достигал 12 мВ.

При двухтоновом анализе линейности отклика было получено отношение амплитуды основного тона к наибольшей амплитуде интермодуляционного искажения 70 дБ. Для измерений использовалась стандартная криогенная штанга с общей землей, предусилитель (с полосой до 400 КГц) с дифференциальным входом для снятия напряжения с дифференциального выхода исследуемой структуры, низкочастотные генераторы (задаваемые частоты: 300, 300.2 кГц), подключенные через резисторы с номиналом 1 кОм, и спектраллизатор. Задаваемый сигнал составлял 30% и 80% от общего размаха отклика.

## 3.5.3.2 Дифференциальные структуры без трансформатора магнитного потока

Прототипы дифференциальных структур, предназначенных для использования в качестве самостоятельных сенсоров магнитного поля без трансформатора магнитного потока, представляли собой решетку из элементарных блоков, см. рис. 3.23а. Несверхпроводящие соединения блоков и регулярность структуры решетки обеспечивали равномерность задания внешнего магнитного поля в ячейки структуры. Магнитный поток, приложенный перпендикулярно решетке, проходил параллельно плоскости сверхпроводящих слоев в сверхпроводящие контура параллельных цепочек джозефсоновских контактов.



а)

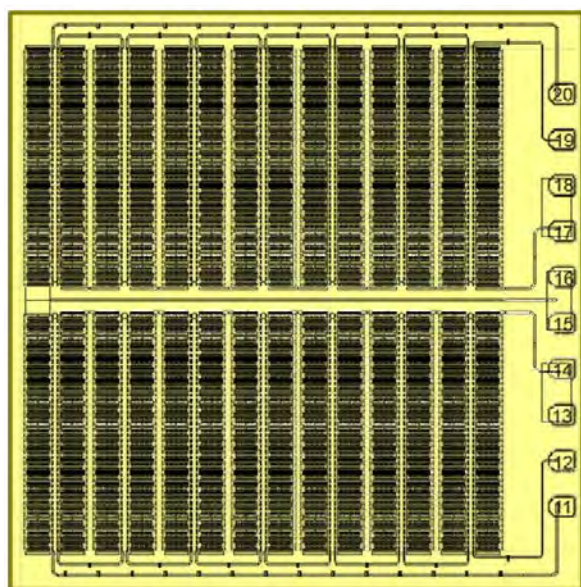
б)

Рисунок 3.23. а) Микрофотография дифференциальной структуры без трансформатора магнитного потока, содержащей по 408 блоков в каждом плече (каждый блок состоит из двух последовательно соединенных параллельных цепочек из 12 джозефсоновских контактов). б) Набор откликов напряжения исследуемой структуры при различном значении тока в контрольной линии ( $I_m = 1.6, 1.8, 2, 2.2, 2.4, 2.6$  мА), задающем рабочую точку по магнитному потоку. Ток питания составлял  $I_b = 1.02 (12 I_c) \cong 1.47$  мА, критический ток одного джозефсоновского контакта,  $I_c = 120$  мкА.

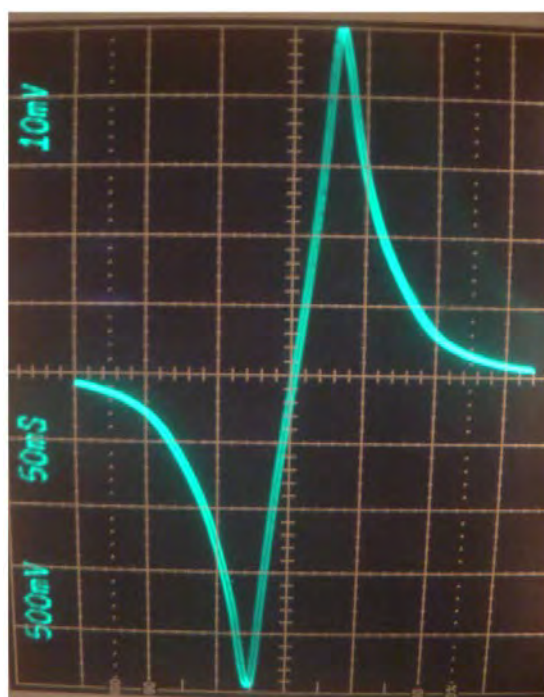
На рис. 3.23а показана микрофотография экспериментального образца размером  $3.3 \times 3.3$  мм<sup>2</sup> на чипе  $5 \times 5$  мм<sup>2</sup>. Дифференциальная структура состоит из 408 блоков в каждом плече (каждый блок состоит из двух последовательно соединенных параллельных цепочек из 12 джозефсоновских контактов). Набор откликов напряжения исследуемой структуры при различном задании рабочей точки по магнитному потоку показан на

рис. 3.23б. Ток питания составлял  $I_b = 1.02 (12 I_c) \cong 1.47$  мА, критический ток одного джозефсоновского контакта,  $I_c = 120$  мкА.

В процессе тестирования магнитный сигнал задавался посредством внешней катушки. Рабочая точка по магнитному потоку устанавливалась с помощью тока, протекающего по микрополосковой контрольной линии. Коэффициент трансформации магнитного поля в напряжение составил  $\sim 5600$  мВ/мТ. Размах отклика напряжения достигал 70 мВ. Увеличение размаха отклика в 5 раз по сравнению с экспериментальным образцом с трансформатором магнитного потока прямо пропорционально увеличению количества блоков в структуре.



а)



б)

Рисунок 3.24. а) Шаблон дифференциальной структуры содержащей 588 блоков в одном плече (каждый блок состоит из двух последовательно соединенных параллельных цепочек из 12 джозефсоновских контактов). Структура занимает площадь  $\sim 4.2 \times 4.6$  мм<sup>2</sup>. б) Осциллограмма отклика напряжения с размахом 100 мВ (цена деления по оси ординат – 10 мВ/деление).

С увеличением количества блоков до  $N = 588$ , см. рис. 3.24а, удалось достичь размаха отклика напряжения 100 мВ, см. рис. 3.24б. Набор откликов напряжения этой структуры при различном задании рабочей точки по магнитному потоку показан на рис. 3.25а. Коэффициент преобразования магнитного сигнала в напряжение составил

8000 мВ/мТ. Набор откликов одного плеча исследуемой структуры при различном токе питания показан на рис. 3.25б.

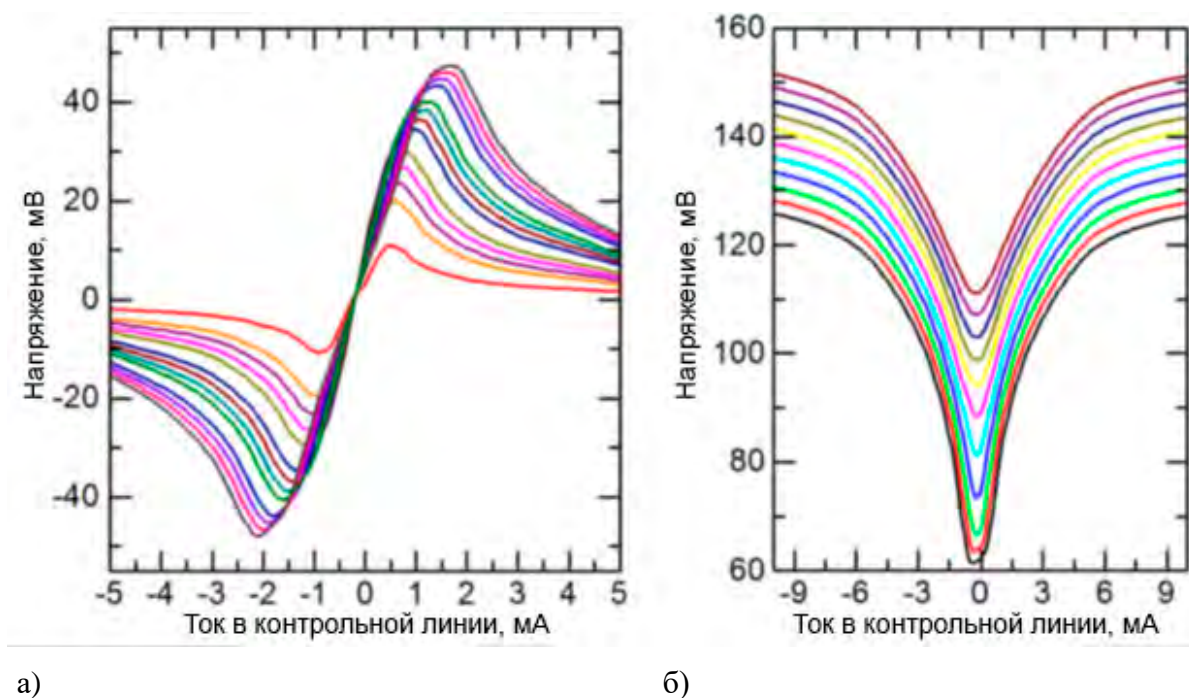


Рисунок 3.25. а) Отклики напряжения дифференциальной структуры, содержащей 588 блоков в одном плече при различном задании рабочей точки по магнитному потоку (ток в контрольной линии  $I_m$  увеличивается от 0.2 мА до 1.7 мА с шагом 0.1 мА). Ток питания,  $I_b = 1.014 (12 I_c) \cong 1.375$  мА, критический ток одного джозефсоновского контакта,  $I_c = 113$  мкА. б) Отклики напряжения одного плеча этой дифференциальной структуры при различном токе питания  $I_b$ , увеличивающимся от 1.35 мА (нижняя кривая) до 1.6 мА (верхняя кривая) с шагом 0.025 мА.

### 3.6. Приложение. Описание ниобиевой технологии фирмы HYPRES

Стандартный процесс изготовления сверхпроводниковых микросхем в фирме HYPRES включает в себя использование 10 слоев, из которых 2 резистивных и 4 слоя металлизации, с минимальным характерным размером формируемой структуры 1 мкм<sup>2</sup>. В данном процессе используются исключительно тугоплавкие материалы за исключением слоя металлизации Ti/PdAu, используемого в основном для формирования контактных площадок. В качестве сверхпроводящего материала используется ниобий, так как этот материал обладает высокой (для низкотемпературных сверхпроводников) критической температурой, а также высокой электро- и термостабильностью, допускающей многократное термоциклирование и даже термообработку без деградации свойств

структур на его основе. Для формирования джозефсоновских переходов Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb на первом этапе производится напыление на всю подложку слоя Nb, затем слоя Al с последующим окислением и снова слоя Nb. На следующем этапе производится выделение областей джозефсоновских переходов в созданной пленочной SIS структуре с помощью 1 мкм<sup>2</sup> литографии и удаление травлением остальных частей этой SIS структуры. Такой метод обеспечивает надежное формирование джозефсоновских переходов с заданными параметрами и высокую воспроизводимость характеристик переходов.

Таблица 3.1. Использование масок фотошаблона в процессе изготовления микросхемы

Маска №	Слой	Описание
1	M0	Определяет отверстия в земляном слое ниобия напыление SiO <sub>2</sub>
2	I0	Контакт между M1 и земляным слоем Напыление трехслойки Nb/AlO <sub>x</sub> /Nb
3	I1A	Определение противоположного электрода джозефсоновского перехода. (После этого технологического шага, ниобиевый электрод перехода будет удален везде кроме участков I1A)
4	M1	Определение основного электрода трехслойки Напыление SiO <sub>2</sub>
5	R2	Определение резисторов Напыление SiO <sub>2</sub>
6	I1B	Контакт между M2 и (I1A или R2 или M1) Напыление SiO <sub>2</sub>
7	M2	Напыление ниобиевого (соединительного) слоя Напыление SiO <sub>2</sub>
8	I2	Контакт между M2 и M3
9	M3	Напыление ниобиевого слоя
10	R3	Металлизация контактных площадок (может быть использовано для формирования низкоомного резистора)

Соединение джозефсоновского перехода с другими элементами интегральной схемы обеспечивается с помощью двух непосредственно примыкающих к нему слоев ниобия (M1 и M2), нижнего «земляного» слоя ниобия (M0) и двух резистивных слоев. Для шунтирования джозефсоновских переходов, формирования резисторов в цепях питания и прочих сопротивлений используется слой молибдена с погонным сопротивлением 1 Ом/квadrat (при температуре 4.2 К). Второй резистивный слой PdAu с сопротивлением 0.02 Ом/квadrat (при той же температуре) используется, как было указано, в основном для металлизации контактных площадок. Для обеспечения изоляции между джозефсоновскими переходами, резисторами, земляным слоем и различными

соединениями напыляется диоксид кремния. В технологическом процессе изготовления интегральных схем используются подложки, из оксида кремния диаметром 15 см, «вафли», которые после всех этапов формирования многослойных структур разрезаются на отдельные чипы размерами  $5 \times 5 \text{ мм}^2$  или  $1 \times 1 \text{ см}^2$ . Один цикл изготовления занимает 7 недель.

Таблица 3.2. Физические свойства слоев

Слой	Сдвиг [мкм]	Свойства физического слоя	Толщина (нм)	Отклонение (нм)
M0	$0.2 \pm 0.25$	Nb, сверхпроводник. Глубина проникновения магнитного поля: $\lambda_L = 100 \text{ нм} \pm 5\%$	100	$\pm 10$
I0	$0.2 \pm 0.25$	SiO <sub>2</sub> , изолятор. Емкость: $0.277 \text{ фФ/мкм}^2 \pm 20\%$	150	$\pm 15$
M1	$-0.3 \pm 0.25$	Основной электрод трехслойки, сверхпроводник. $\lambda_L \sim 100 \text{ нм}$	135	$\pm 10$
IIA	$-0.27 \pm 0.05$	(см. Таб. 3.1)	45	$\pm 5$
SiO <sub>2</sub>		SiO <sub>2</sub> , изолятор. Емкость: $0.416 \text{ фФ/мкм}^2 \pm 20\%$	100	$\pm 10$
R2	$0.0 \pm 0.25$	Mo, резистор. Сопротивление при 4.2 К: $1.0 \text{ Ом/квadrat} \pm 20\%$	100	$\pm 20$
SiO <sub>2</sub>		SiO <sub>2</sub> , изолятор. Емкость: $0.416 \text{ фФ/мкм}^2 \pm 20\%$	100	$\pm 10$
IIВ	$-0.1 \pm 0.25$	Контактное отверстие через два предыдущих слоя изолятора SiO <sub>2</sub>		
M2	$-0.2 \pm 0.25$	Nb, сверхпроводник. Глубина проникновения магнитного поля: $\lambda_L = 90 \text{ нм} \pm 5\%$	300	$\pm 20$
SiO <sub>2</sub>		SiO <sub>2</sub> , изолятор. Емкость: $0.08 \text{ фФ/мкм}^2 \pm 20\%$	500	$\pm 40$
I2	$0.1 \pm 0.25$	Контактное отверстие через предыдущий изолятор		
M3	$-0.3 \pm 0.25$	Nb, сверхпроводник. Глубина проникновения магнитного поля: $\lambda_L = 90 \text{ нм} \pm 5\%$	600	$\pm 50$
R3	$0.0 \pm 1.00$	Ti/PdAu, резистор. Сопротивление при 4.2 К: $0.02 \text{ Ом/квadrat}$	350	$\pm 60$

В таблице 3.1 представлено описание назначения масок фотошаблона в процессе изготовления интегральной схемы. Физические характеристики слоев представлены в таблице 3.2. Вследствие того, что в процессе изготовления используется проекционная литография и травление, размеры изготовленных структур могут отличаться от заданных размеров на маске. В таблице эти отклонения представлены, как сдвиги границ объектов в

соответствии с их уширением/сужением по отношению к размерам, заданным на маске. Положительный сдвиг означает, что размер структуры будет больше, чем изначально заданный.

Таблица 3.3. Плотность критического тока пленок Nb в слоях металлизации

Слой	M0	M1	M2	M3
$J_c$ (МА/МКМ)	5.0	3.0–5.0	20.0	32.0

Таблица 3.4. Литографические свойства слоев

Маска	Тип маски	Шаг сетки [МКМ]
M0	Отрицательный	0.5
I0	Отрицательный	0.5
M1	Положительный	0.5
IIA	Положительный	0.1
A1	Положительный	0.5
R2	Положительный	0.5
IIB	Отрицательный	0.1
M2	Положительный	0.5
I2	Отрицательный	0.5
M3	Положительный	0.5
R3	Положительный	0.5

Слои M0, M1, M2, M3 – являются сверхпроводящими (при  $T = 4.2$  К) ниобиевыми слоями с плотностями тока, указанными в таблице 3.3; R2 и R3 – резистивные слои соответственно Mo и PdAu, описанные выше. Слой IIA служит для формирования джозефсоновского туннельного перехода. В маске слоя A1 определяется область анодизации джозефсоновского перехода. Остальные слои служат для реализации межслойных соединений путем формирования отверстий в изоляторе.

В описываемой технологии маски фотошаблона условно разделяются на положительные и отрицательные по методу формирования соответствующих им слоев в процессе изготовления интегральной схемы. Отрицательный тип маски означает, что соответствующий физический слой будет удален в областях, обозначенных на маске. В случае положительного типа маски, напротив, в заданных на маске областях материал слоя остается. В таблице 3.4 указаны типы масок и шаг сетки, используемый в фотолитографии при формировании соответствующего слоя.

Пример поэтапного формирования заданной в фотошаблоне структуры показан на рис. 3.26. Этапы изготовления описаны в таблице 3.5.



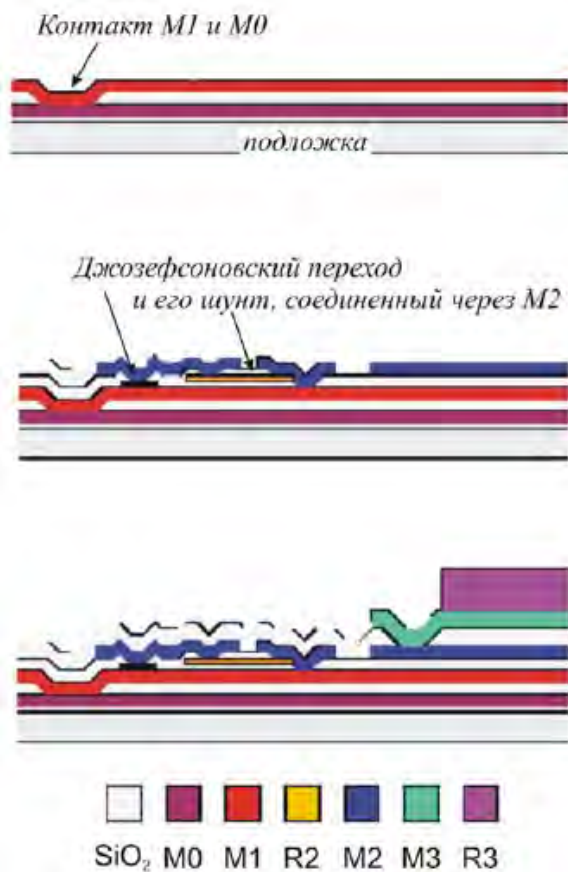


Рисунок 3.26. Примеры межслоевого соединения, шунтированного джозефсоновского контакта и контактной площадки в стандартной ниобиевой технологии фирмы NYPRES.

Таблица 3.5. Этапы изготовления сверхпроводниковой микросхемы

1	Напыление M0 (100 нм)	21	Напыление SiO <sub>2</sub> (100 нм)
2	Фотолитография M0	22	Фотолитография I1B
3	Травление M0	23	Травление I1B
4	Смывание резиста	24	Смывание резиста
5	Напыление SiO <sub>2</sub> (150 нм)	25	Напыление M2 (300 нм)
6	Фотолитография I0	26	Фотолитография M2
7	Травление I0	27	Травление M2
8	Смывание резиста	28	Смывание резиста
9	Напыление трехслойки Nb/AlO <sub>x</sub> /Nb	29	Напыление SiO <sub>2</sub> (500 нм)
10	Фотолитография M1	30	Фотолитография I2
11	Травление M1	31	Травление I2
12	Смывание резиста	32	Смывание резиста
13	Фотолитография I1A, определение области дж. перехода	33	Напыление M3 (600 нм)
14	Травление I1A	34	Фотолитография M3
15	Смывание резиста	35	Травление M3
16	Напыление SiO <sub>2</sub> (100 нм)	36	Смывание резиста
17	Напыление R2	37	Напыление R3
18	Фотолитография R2	38	Фотолитография R3
19	Травление R2	39	Травление R3
20	Смывание резиста		

### 3.7. Основные результаты главы III

Разработаны различные методы линеаризации отклика напряжения структур на базе СКВИДов, включающие в себя дифференциальное соединение СКВИДов, а так же параллельных и последовательных цепочек СКВИДов, и объединение схем одноконтантного и двухконтантного СКВИДа – синтеза схемы би-СКВИДа. Предложенные методы исследованы посредством оценки гармонического искажения привносимого во входной сигнал нелинейностью передаточных характеристик рассматриваемых структур и вычисления линейного динамического диапазона методом двухтонового анализа.

Показано, что в случае дифференциального соединения СКВИДов нелинейное искажение сигнала для реалистичных значений параметров схемы может быть меньше тысячной доли процента. При этом линейный динамический диапазон оказывается порядка 110 дБ. Высокая линейность отклика может быть также достигнута с использованием схемы би-СКВИДа. Ввиду сильной зависимости линейности отклика напряжения от тока питания, экспериментально линейный отклик дифференциальной

схемы удобно наблюдать с использованием дифференциального соединения параллельных цепочек СКВИДов.

Разработаны топологии и произведены измерения исследуемых джозефсоновских СКВИД-структур. Экспериментальная проверка подтвердила эффективность предлагаемых методов линеаризации передаточных характеристик.

Теоретическим и экспериментальным исследованиям СКВИД-структур с линейным откликом напряжения на магнитный поток посвящены работы [A5-A19, A21, A24-A28, A36, A37, A40, A41, A43, A47] из списка публикаций автора. Наиболее удачные конструкции СКВИД-структур защищены патентами [П1, П3, П9-П11].

### Литература к главе III

- [1] D. Drung, "Advanced SQUID read-out electronics" in *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications (NATO ASI Series E: Applied Sciences vol. 329) ed H Weinstock*, Dordrecht: Kluwer, 63–116.
- [2] D. G. Nichols, E. Dantsker, R. Kleiner, M. Muck and J. Clarke, "Linearity of high-Tc dc superconducting quantum interference device operated in a flux-locked loop", *J. Appl. Phys.*, **80**, 6032, 1996.
- [3] M. Muck and R. McDermott, "Radio-frequency amplifiers based on dc SQUIDs", *Supercond. Sci. Technol.*, **23**, 093001, 2010.
- [4] R. Bradley, J. Clarke, D. Kinion, L. J. Rosenberg, K. van Bibber, S. Matsuki, M. Muck and P. Sikivie, "Microwave cavity searches for dark-matter axions", *Rev. Mod. Phys.*, **75**, 777–817, 2003.
- [5] S. J. Asztalos et al., "SQUID-based microwave cavity search for dark-matter axions", *Phys. Rev. Lett.*, **104**, 041301, 2010.
- [6] S. Michotte, "Qubit dispersive readout scheme with a microstrip superconducting quantum interference device amplifier", *Appl. Phys. Lett.*, **94**, 122512, 2009; E. M. Hoskinson, D. H. Slichter, J. E. Johnson, C. Macklin, O. Naaman, J. Clarke and I. Siddiqi, "Dispersive readout of a flux qubit using a microstrip SQUID amplifier", *Bull. Am. Phys. Soc. 55 Abstract ID: BAPS.2010.MAR.T26.4*, 2010, <http://meetings.aps.org/link/BAPS.2010.MAR.T26.4>
- [7] I. Serban, B. L. T. Plourde and F. K. Wilhelm, "Quantum nondemolition-like fast measurement scheme for a superconducting qubit", *Phys. Rev. B*, **78**, 054507, 2008.

- [8] M. Muck and J. Clarke, “Harmonic distortion and intermodulation products in the microstrip amplifier based on a superconducting quantum interference device”, *Appl. Phys. Lett.*, **78**(23), 3666 – 3668, 2001.
- [9A] V. Kornev, I. Soloviev, N. Klenov, O. Mukhanov, “Differential Parallel-Serial SQIF Structures Providing High Linearity Response”, *Journal of Physics: Conference Series* **97** 012011, 2008.
- [10A] V. Kornev, A. Sharafiev, I. Soloviev, N. Kolotinskiy, N. Scripka, O. Mukhanov, “Superconducting Quantum Arrays” *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **24**(4), 1800606, 2014.
- [11A] V. Kornev, N. Kolotinskiy, N. Scripka, A. Sharafiev, I. Soloviev, O. Mukhanov, “High Linearity Voltage Response Parallel-Array Cell”, *Journal of Physics: Conference Series*, **507** 042018, 2014.
- [12A] V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, "Bi-SQUID: a novel linearization method for dc SQUID voltage response", *Supercond. Sci. Technol.*, **22**, 114011, 2009.
- [13] D. Y. Zinoviev, Y. A. Polyakov, “Octopux: an advanced automated setup for testing superconductor circuits”, *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **7**, 3240-3243, 1997.

## Глава IV

### МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕРФЕЙСНЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ НА БАЗЕ ЦЕПОЧЕК СКВИДОВ

#### 4.1. Введение

Основное достоинство цифровой сверхпроводниковой электроники заключается в ее высокой энергоэффективности и высоких тактовых частотах. В первой главе были подробно описаны различные варианты сверхпроводниковой логики. Их общей чертой является низкий уровень диссипируемой энергии, соответствующий передаче логических состояний, порядка  $10^{-19} - 10^{-20}$  Дж. Столь малая энергия соответствует низкому напряжению, порядка долей мВ, на джозефсоновских контактах, что является преградой для непосредственной связи схем сверхпроводниковой электроники с полупроводниковой электроникой. Ввиду этой особенности важной составляющей цифровых сверхпроводниковых устройств являются интерфейсные усилители сигналов, преобразующие одноквантовые импульсы в импульсы напряжения, которые могут быть обработаны полупроводниковыми устройствами (низкошумящими усилителями или компараторами).

К настоящему времени были предложены разнообразные подходы к созданию сверхпроводниковых интерфейсных усилителей. Общим подходом усилителей на базе джозефсоновских контактов является соединение джозефсоновских структур (обычно СКВИДов) в последовательную цепочку.

Одними из наиболее компактных (требующих меньшего количества элементов) являются усилители использующие переменное питание [1-5]. В таких усилителях джозефсоновские контакты отличаются высоким характерным напряжением  $I_c R_n$ , так что их параметр Маккамбера обычно  $\beta_c > 2$ , а следовательно ВАХ гистерезисная. Если сигнал приходит на такой усилитель в течение положительного полупериода задания тока питания, то вся цепочка переходит из сверхпроводящего в резистивное состояние с высоким напряжением порядка  $N I_c R_n$ , где  $N$  – число последовательно соединенных элементов. С отрицательным полупериодом тока питания цепочка возвращается в сверхпроводящее состояние. К недостаткам таких усилителей можно отнести переменное питание, обычно представляющее известную сложность для проектирования высокочастотных многоканальных систем.

Компактным вариантом усилителя, использующим постоянный ток питания, является усилитель на базе HUFFLE (от английского Hybrid Unlatching Flip-Flop Logic Element) [6-7]. Он представляет собой два последовательно соединенных СКВИДа со слабо шунтированными джозефсоновскими контактами, и высоким характерным напряжением. Один из СКВИДов дополнительно смещен по магнитному потоку, а вся цепочка шунтирована внешним резистором таким образом, что в зависимости от приложенного магнитного потока (внешнего сигнала) в резистивном состоянии может находиться только один из интерферометров. Выходное напряжение снимается со средней точки цепочки (с одного из СКВИДов). Недостатком этой конструкции является как ограниченность выходного напряжения величиной  $I_c R_n$  одного перехода, так и низкая максимальная частота работы устройства, порядка 1 – 2 ГГц.

Еще одним вариантом усилителя является цепочка цифровых умножителей напряжения [8]. В таком усилителе сигнал последовательно удваивается по напряжению на каждой ячейке. Ввиду этой особенности конструкции время нарастания (а затем спадания) выходного сигнала пропорционально количеству ячеек, что ограничивает ее быстродействие (обычно на уровне 1 – 2 ГГц). Схожий принцип усиления реализован и в работе [9].

Наиболее быстродействующими из усилителей с постоянным током питания являются усилители на последовательной цепочке СКВИДов [10] или логических элементах на их основе [11]. Джозефсоновские контакты в цепочках СКВИДов характеризуются малым значением параметра Маккамбера,  $\beta_c < 1$ , что обеспечивает безгистерезисный вид ВАХ. Однако при этом их характерное напряжение  $I_c R_n$  сравнительно мало, что приводит к необходимости увеличения количества ячеек в структуре. Для задания магнитного потока одновременного на все СКВИДы обычно используется дерево ветвителей [12], размножающих входной одноквантовый импульс. Другой возможностью является использование преобразователей одноквантового импульса в ток [13], который подается в контрольную линию связанную с ячейками цепочки. Для обеспечения высокого быстродействия таких устройств необходимо тщательное высокочастотное проектирование топологии. К примеру, паразитные емкости между цепочкой СКВИДов и сверхпроводящим экраном могут заметно снижать максимальную частоту работы устройства.

К схожему типу относится усилитель на стеке Сузуки [14], структура которого представляет собой СКВИД, в котором каждый контакт заменен на последовательную цепочку джозефсоновских контактов для увеличения суммарного нормального сопротивления. Линия, по которой приходит сигнал, подключена к нижнему переходу

одного из плеч структуры. Напряжение снимается с верхней точки структуры, к которой подключен ток питания. При переходе нижнего перехода в резистивное состояние за счет задания сигнала, весь ток питания перетекает из одного плеча в другое, за счет чего на цепочке образуется высокое напряжение. Недостатком такого усилителя так же является ограничение по быстродействию, обусловленное динамикой переключения распределенной джозефсоновской системы.

Наконец, недавно для передачи информации на уровень полупроводниковой электроники было предложено использовать так называемый n-Tron [15]. Это устройство представляет собой тонкую сверхпроводящую полосу с наноразмерным сужением в середине, к которому подведен управляющий электрод. За счет высокой плотности тока в месте сужения, задание управляющего сигнала локально переводит сверхпроводящую полосу в резистивное состояние. Высокое сопротивление образованного резистивного участка (порядка кОм) обеспечивает высокое выходное напряжение [16,17], достаточное для полупроводниковых схем [18,19]. Большие времена, характеризующие переход между резистивным и сверхпроводящим состоянием, ограничивают быстродействие и этой конструкции.

В настоящей главе будут рассмотрены различные аспекты конструкций интерфейсных усилителей, использующих постоянный ток питания, на базе последовательной цепочки СКВИДов и показаны пути оптимизации параметров устройств для достижения высокой частоты работы и наибольшей компактности.

## **4.2. Структура интерфейсных усилителей**

### ***4.2.1 Режимы работы***

При использовании постоянного тока питания возможно два режима работы устройства. В первом из них, ток питания меньше критического тока цепочки. Приложение к каждому СКВИДу импульса внешнего магнитного потока приводит к переходу СКВИДов в резистивное состояние с соответствующим проходом кванта магнитного потока через каждый СКВИД. Выходной импульс напряжения соответствует сумме импульсов на каждом СКВИДе. В таком подходе можно отметить две основных проблемы. Во-первых, необходим высокий коэффициент связи между элементами входной цепи и СКВИДами, воспроизводящими входные одноквантовые импульсы в

суммирующей цепочке. Во-вторых, генерация импульсов в СКВИДах суммирующей цепочки должна идти достаточно синхронно, не смотря на естественный технологический разброс параметров. Такое функционирование усилителя можно условно обозначить как «S-режим» (S – от английского Superconductive).

Во втором режиме ток питания больше критического тока цепочки, так что она изначально находится в резистивном состоянии, которому соответствует небольшое напряжение. Одноквантовые импульсы входного сигнала смещают СКВИДы цепочки по передаточной характеристики в область большего напряжения. В этом случае, требования к коэффициенту связи не столь высокие. Для достижения необходимой амплитуды выходного импульса при относительно малом коэффициенте связи количество СКВИДов в цепочке может быть увеличено. Этот режим можно условно обозначить как «R-режим» (от английского Resistive). Далее будут рассмотрены две схемы усилителя, функционирующих, соответственно, в R- и S-режимах и проведено сравнение их компонент.

#### **4.2.2 Принципиальная схема**

Усилитель, работающий в R-режиме, подробно исследовался в кандидатской диссертации автора [20]. Его схема показана на рис. 4.1. Входной сигнал от схем одноквантовой логики подпадает на дерево ветвителей, выходы которого магнитным образом связаны с ячейками цепочки. На каждом узле ветвления входной цепи происходит мультиплицирование входного сигнала на два выхода. Таким образом, на выходе образуется  $2^N$  каналов, воспроизводящих входной сигнал, где  $N$  – количество этапов ветвления (колонок входной цепи ветвителей). В соответствие с этим цепочка СКВИДов, производящее усиление, должна содержать  $2^N$  СКВИДа. Такая структура входной цепи обеспечивает одновременное задание входного сигнала на все ячейки суммирующей цепочки, за счет чего достигается наибольшая пропускная способность. Стоит отметить, что суммирующая цепочка представляет собой СКИФ, что обеспечивает возможность использования устройства до более высоких частот, как это будет показано ниже. Выходной сигнал может сниматься через щелевую линию или фильтр, подавляющий высокочастотные джозефсоновские колебания, если это необходимо.



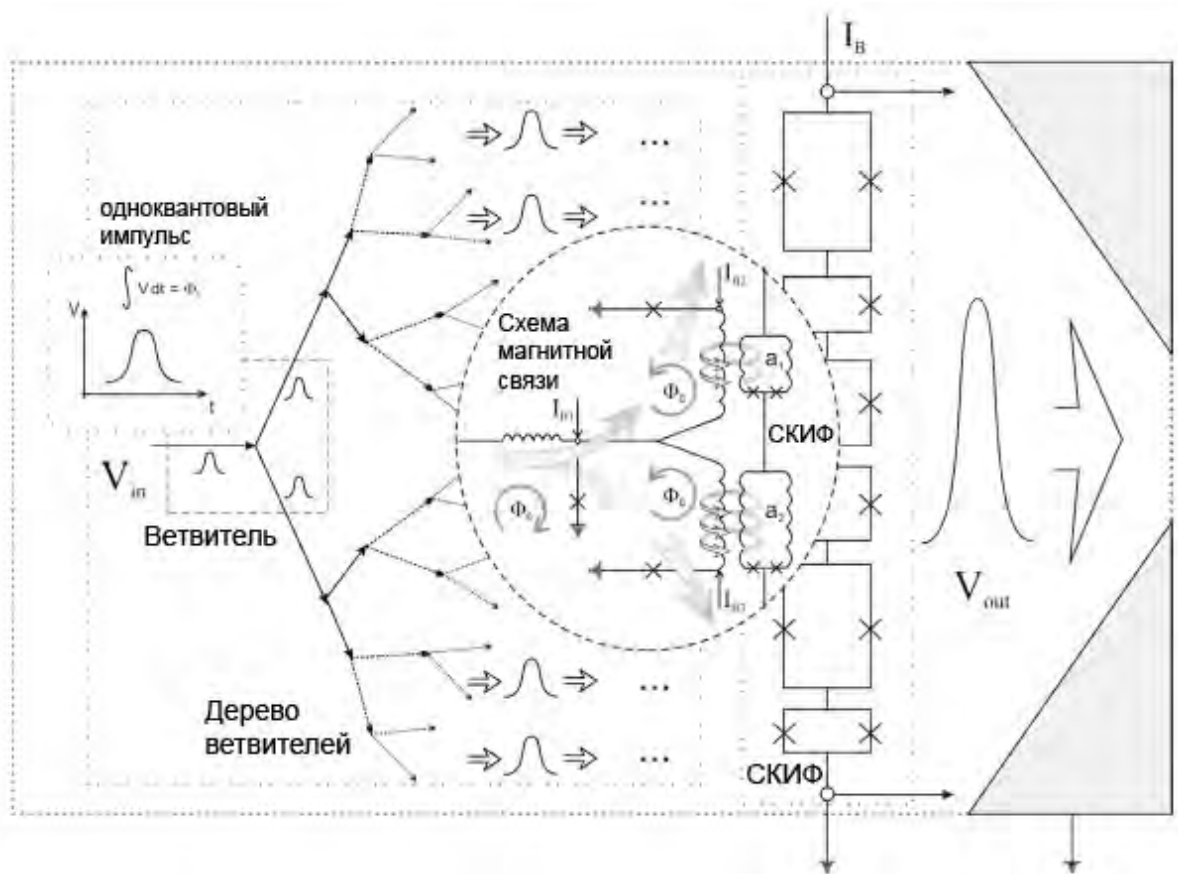


Рисунок 4.1. Принципиальная схема интерфейсного усилителя, функционирующего в R-режиме. На вставке показана связь выходного каскада дерева ветвителей со СКВИДами суммирующей цепочки.

Исследуемая схема усилителя работающего в S-режиме показана на рис. 4.2. Для обеспечения синхронного сложения импульсов на входе устройства установлен SFQ/DC преобразователь, переключающийся между сверхпроводящим и резистивным состоянием под действием входного одноквантового импульса. С помощью SFQ/DC пара входных одноквантовых импульсов преобразуется в непрерывную цепочку одноквантовых импульсов общей длительностью, соответствующей времени между приходом входных импульсов.

Сформированная последовательность одноквантовых импульсов через согласующую ДПЛ задается на цепочку ветвителей, с ответвлений которых сигнал поступает на ДПЛ с усилением по мощности. Можно отметить, что использование цепочки ветвителей вместо дерева ветвителей обеспечивает большую компактность схемы. В то же время, использование SFQ/DC преобразователя и выбранной структуры ветвителей несколько ограничивает максимальную частоту работы устройства, которая тем не менее на



### 4.2.3 Связь входной цепи с суммирующей цепочкой СКВИДов

Одним из ключевых моментов в дизайне усилителя является связь входной цепи с суммирующей цепочкой. При выборе R-режима функционирования усилителя необходимо чтобы обратное время изменения входного сигнала было меньше частоты джозефсоновской генерации,  $d\Phi_{in}/dt < \omega_J$ . Для выполнения этого условия входной импульс в выходной ячейке сплиттерного дерева может быть уширен. Поскольку одноквантовый импульс имеет постоянную площадь в координатах время – напряжение,  $\int V dt = \Phi_0$ , его уширение соответствует уменьшению его амплитуды по напряжению. Не смотря на это, амплитуда соответствующего токового импульса, протекающего по обкладке трансформатора, а соответственно и магнитного потока задаваемого в СКВИД суммирующей цепочки, не уменьшается, и может наоборот возрасти с ростом тока питания, см. рис. 4.3а. Помимо этого, спектр импульса обедняется, так что передаваемая энергия заметно растет и концентрируется в первой гармонической компоненте, рис. 4.3б. Таким образом, уширение импульсов приводит не только к требуемому уменьшению  $d\Phi_{in}/dt$ , но и к дополнительному усилению сигнала.

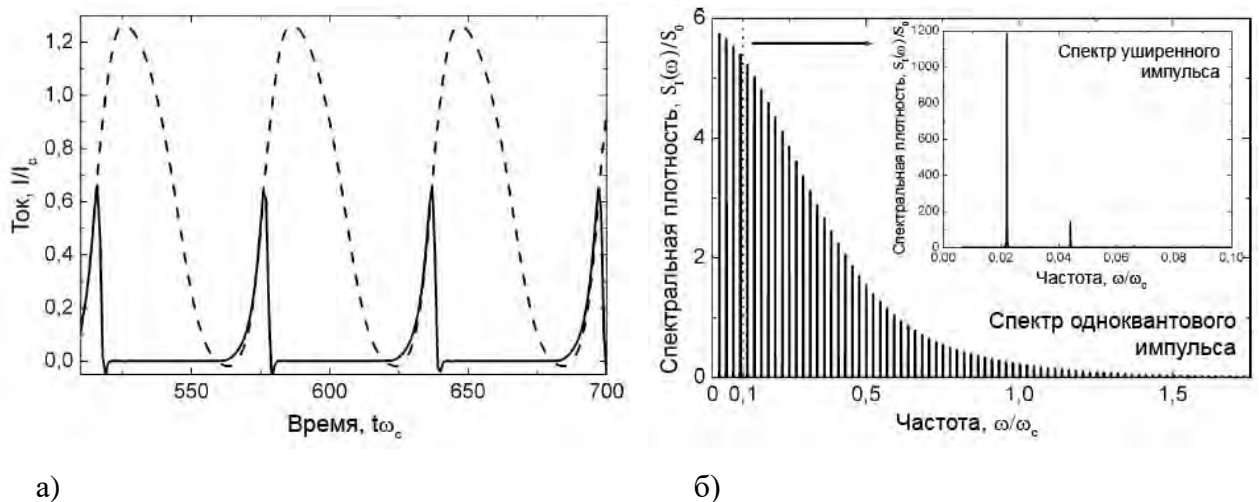


Рисунок 4.3. а) Исходный токовый импульс, соответствующий одноквантовому импульсу (сплошная линия) и уширенный импульс (пунктирная линия) протекающий по обкладке трансформатора выходной ячейки дерева ветвителей. б) Спектр исходного и уширенного токовых импульсов, показанных на панели (а).

Предлагаемое уширение импульса реализовано в конструкции усилителя посредством уменьшения характерного напряжения джозефсоновских переходов ячеек

дерева ветвителей, связанных магнитным образом со СКВИДами суммирующей цепочки (рис. 4.4а).

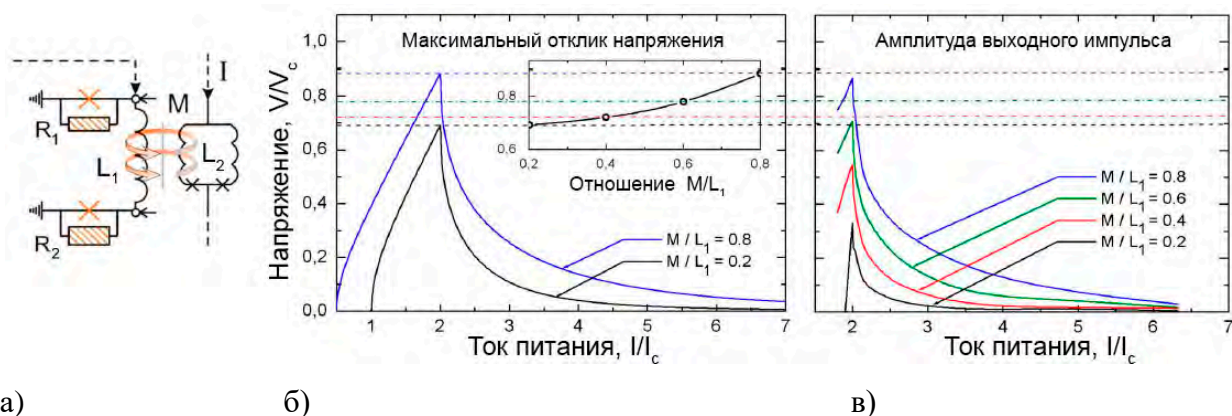


Рисунок 4.4. а) Схема выходной ячейки дерева ветвителей магнитно связанной со СКВИДом суммирующей цепочки.  $L_1, L_2$  - индуктивности ячейки сплиттера и СКВИДа соответственно,  $M$  – коэффициент взаимной индукции. б) Зависимость максимального отклика напряжения СКВИДа суммирующей цепочки под воздействием магнитного потока, передаваемого от выходной ячейки дерева ветвителей при различном коэффициенте взаимной индукции от тока питания. На вставке показана зависимость максимального отклика напряжения от коэффициента взаимной индукции при нормированном значении тока питания,  $i = 2$ . в) Амплитуда выходного импульса напряжения на СКВИДе суммирующей цепочки в зависимости от тока питания при различных коэффициентах взаимной индукции. Нормированные индуктивности ячейки дерева ветвителей и СКВИДа  $l_{1,2} = 3$ .

Форма уширенного импульса показана на рис. 4.5. Резистор  $R_1$  определяет фронт уширенного импульса, а резистор  $R_2$  – форму спада тока. Оптимальную форму импульса, близкую к симметричной, можно получить при отношении  $R_1/R_2 = 2$ .

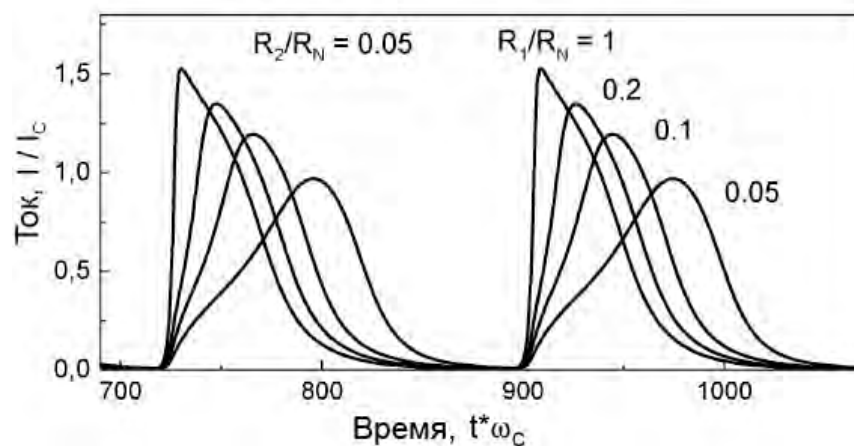


Рисунок 4.5. Форма уширенного токового импульса в индуктивности выходной ячейки дерева ветвителей, см. рис. 4.4а, для разных значений нормированного сопротивления резистивного шунта  $R_1$ .

На рис. 4.4б представлен максимальный отклик напряжения СКВИДа суммирующей цепочки на магнитный поток, задаваемый из выходной ячейки дерева ветвителей в зависимости от нормированного тока питания. Максимальное значение соответствует току  $i = 2$  и растет с ростом коэффициента связи. Последнее можно объяснить уменьшением эффективной индуктивности СКВИДа за счет магнитной связи:

$$L_{eff} = L_2(1 - M^2/(L_1L_2)), \quad (4.1)$$

где  $L_1$  – индуктивность ячейки дерева ветвителей,  $L_2$  – индуктивность СКВИДа суммирующей цепочки,  $M$  – коэффициент взаимной индукции. Уменьшение эффективной индуктивности приводит к уменьшению критического тока СКВИДа при приложении половины кванта магнитного потока.

Зависимость амплитуды выходных импульсов, формирующихся на СКВИДе суммирующей цепочки, при воздействии одноквантовых импульсов проходящих по дереву ветвителей от тока питания суммирующей цепочки показана на рис. 4.4в. Видно, что амплитуда растет с ростом коэффициента взаимной индукции. Стоит отметить, что представленные данные верны вплоть до обратного времени длительности уширенного импульса порядка  $1/10$  характерной джозефсоновской частоты.

Связь входной цепи с суммирующей цепочкой в случае усилителя, функционирующего в S-режиме, имеет схожие черты с представленным выше описанием. Схема связи показана на вставке рис. 4.2. Так же используется уширение входного импульса. Однако ввиду особенностей СКВИДа суммирующей цепочки, асимметричная форма уширенного импульса является более предпочтительной, ввиду чего вместо двух

джозефсоновских переходов в выходной ячейке дерева ветвителей используется один переход с  $LR$  цепью, связанной магнитным образом со СКВИДом суммирующей цепи.

СКВИД суммирующей цепи содержит нешунтированный джозефсоновский переход и критически шунтированный (с параметром Маккамбера  $\beta_c \leq 1$ ). Нешунтированный переход генерирует сразу два одноквантовых импульса в ответ на каждый входной одноквантовый импульс, что увеличивает усиление на каждом СКВИДе суммирующей цепочки вдвое. Значение резистивного шунта шунтированного перехода оптимизировано таким образом, чтобы исключить переход СКВИДа в устойчивое резистивное состояние при высоком значении тока питания. Для увеличения чувствительности СКВИДа к задаваемому сигналу, критический ток его контактов имеют минимальное значение, доступное в используемой технологии. Ключевым параметром, определяющим рабочий диапазон тока питания, является коэффициент связи между ячейками входной цепью и СКВИДа суммирующей цепочки. Отверстие в сверхпроводящем экране под СКВИДа позволяет достичь коэффициента связи,  $k = 0.75$ . Индуктивности оптимизированы для максимального увеличения отклика СКВИДа с учетом роста индуктивности на участках без экранирования.

Частота следования одноквантовых импульсов в цепочке, генерируемой SFQ/DC преобразователем, соответствует  $\omega_{PT} = 0.337\omega_c$ , где  $\omega_c$  – характерная частота джозефсоновских переходов. Временная константа  $LR$  цепи на выходе дерева ветвителей,  $\omega_{L/R} = 0.22\omega_c$ . Эти частоты были специально взаимно подобраны для увеличения рабочего диапазона по току питания, так что при большей частоте следования импульсов СКВИД суммирующей цепочки переходит в устойчивое резистивное состояние, а при меньшей частоте тока питания оказывается недостаточно для переключения СКВИДа.

Амплитуду выходных импульсов цепочки состоящей из  $N$  СКВИДов можно оценить как  $V_{out} = 2NI_cR_n\omega_{PT}/\omega_c$ . Для цепочки из  $N = 10$  СКВИДов при характерном напряжении джозефсоновских контактов  $I_cR_n = 0.5$  мВ (соответствующему Nb технологии NYPRES с плотностью критического тока  $j_c = 4.5$  кА/см<sup>2</sup>) выходной сигнал будет представлять собой прямоугольные импульсы с амплитудой порядка 3 мВ. Однако, на практике характеристики усилителя оказываются ограничены паразитными эффектами, связанными с топологией суммирующей цепочки СКВИДов.

#### 4.2.4 Суммирующая цепочка СКВИДов

При R-режиме работы усилителя суммирующая цепочка СКВИДов постоянно находится в резистивном состоянии, что определяет оптимизацию ее параметров. На рис. 4.6а показана зависимость амплитуды отклика напряжения СКИФа от значения параметра Маккамбера его джозефсоновских переходов при частоте следования входного сигнала  $\omega = 0.1\omega_c$ . Видно, что размах выходного сигнала остается примерно постоянным вплоть до  $\beta_c \cong 0.5$ . Дальнейшее уменьшение размаха обусловлено уменьшением модуляции ВАХ.

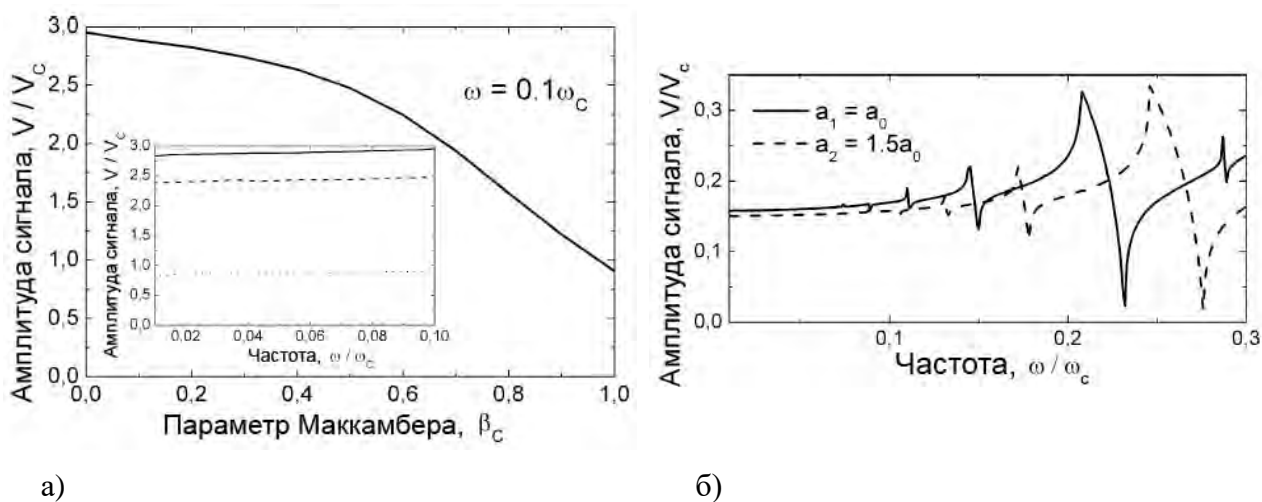


Рисунок 4.6. а) Зависимость амплитуды выходного сигнала СКИФа от параметра Маккамбера его джозефсоновских переходов на частота следования входного сигнала  $\omega = 0.1\omega_c$ . На вставке представлены АЧХ СКИФа с различным значением параметра Маккамбера джозефсоновских переходов,  $\beta_c = 0$  (сплошная линия),  $\beta_c = 0.5$  (пунктирная линия),  $\beta_c = 1$  (штриховая линия). б) АЧХ СКВИДов различной площади в суммирующей цепочке.

На вставке рис. 4.6а показана амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) СКИФа с различными значениями параметра Маккамбера его джозефсоновских контактов. АЧХ остается постоянной вплоть до  $\omega = 0.1\omega_c$ .

АЧХ двух СКВИДов с различными площадями,  $a_1 = a_0$ ,  $a_2 = 1.5a_0$ , в суммирующей цепочке показаны на рис. 4.6б. На частотах  $\omega > 0.1\omega_c$  видно образование особенностей связанных с синхронизацией на интермодуляционных частотах джозефсоновской генерации. В случае использование в суммирующей цепочке СКВИДов одинаковой площади эти особенности конструктивно складываются. Однако, при

использования СКИФа, цепочки СКВИДов с нерегулярным разбросом площадей, с количеством ячеек  $N \gg 1$ , сложение особенностей, возникающих на разных частотах в соответствие с различными частотами джозефсоновской генерации отдельных ячеек, приводит к эффективному сглаживанию АЧХ, что открывает возможность задания более высокочастотного сигнала. Заметим, что разброс джозефсоновских частот отдельных СКВИДов может быть так же реализован за счет небольшого разброса шунтирующих сопротивлений джозефсоновских переходов СКВИДов суммирующей цепочки.

Эффективность работы усилителя может быть значительно снижена из-за возникновения паразитных резонансов в суммирующей цепочке. Можно выделить два типа таких резонансов. Первый из них относится к резонансу внутри каждой ячейки, который проявляется на ВАХ при приложении половины кванта магнитного потока. Этот резонанс обусловлен индуктивностью СКВИДа, емкостью джозефсоновских переходов и паразитной емкостью между СКВИДом и сверхпроводящим экраном. Для демпфирования такого резонанса можно подключить дополнительный резистор параллельно индуктивности в каждую ячейку суммирующей цепочки.

Второй тип резонансов обусловлен возбуждением стоячей волны в цепочке, расположенной над сверхпроводящим экраном, как в секции микрополосковой линии. Демпфирование такого резонанса возможно посредством 1) аналогичного привнесения потерь, подключения резисторов последовательно со СКВИДами цепочки, 2) снятия напряжения с цепочки без подключения ее к общему земляному терминалу, и наконец 3) формированию разрывов в экранах.

Еще одним аспектом, влияющим на эффективность усиления, является согласование с выходной нагрузкой. Соединение суммирующей цепочки с выходным импедансом по постоянному току приводит ее шунтированию, а следовательно, уменьшает размах выходного импульса напряжения. Этот эффект становится существенным при суммарном импедансе цепочки большем 50 Ом (импеданса нагрузки). При использовании Nb технологии NYPRES с плотностью критического тока  $j_c = 4.5 \text{ кА/см}^2$  этот эффект мал при количестве ячеек в СКИФе  $N = 32$ , становится заметным при  $N = 64$ , и сильно проявляется при  $N = 128$  и большем.

При функционировании усилителя в S-режиме основное ограничение на скорость работы так же связано с индуктивностями цепочки, емкостями джозефсоновских переходов и паразитными емкостями между СКВИДами и сверхпроводящим экраном. В случае, когда цепочка находится над сплошным экраном и может рассматриваться как



микростриповая линия, емкости определяемые площадью СКВИДов оказываются слишком большими, так что временная константа такой линии будет порядка 10 нс.

В то же время, временные константы связанные с другими особенностями структуры усилителя оказываются на несколько порядков меньше. Распространение цепочки одноквантовых импульсов, генерируемой SFQ/DC преобразователем, по последовательной цепи ветвителей (см. рис. 4.2) дает конечное время нарастания и спада выходного импульса напряжения. Однако, для цепочки состоящей из  $N = 10$  ячеек эти времена составляют всего порядка 0.05 нс. При этом время релаксации СКВИДа составляет всего 0.01 нс.

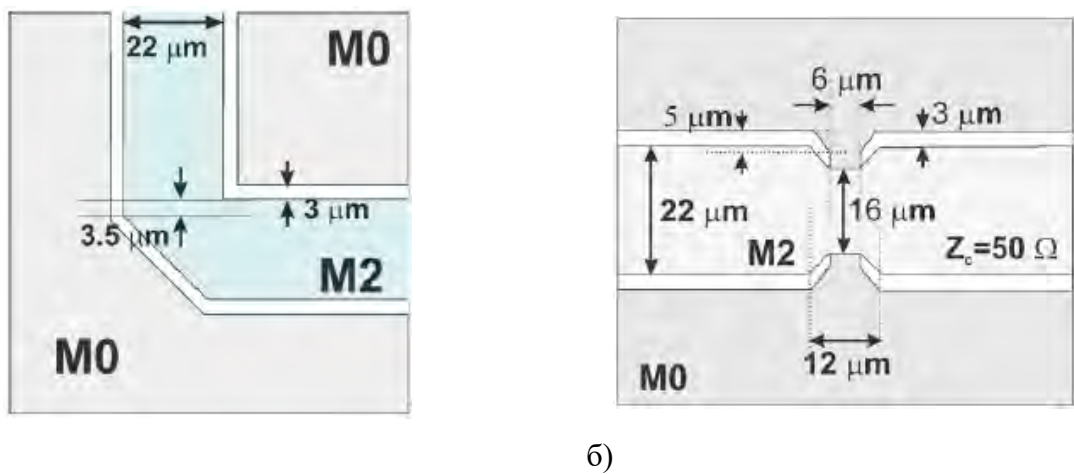


Рисунок 4.7. Топология оптимизированного изгиба (а) и соединения земли (б) 50 Омной копланарной линии. М2 – Nb слой сигнальной линии, М0 – Nb слой сверхпроводящего экрана (земли). Обозначения слоев соответствуют описанию стандартной Nb технологии фирмы NYPRES, приведенному в Приложении 1.

Для уменьшения паразитных емкостей между СКВИДами суммирующей цепочки и экраном были спроектированы специальные разрывы экранов. Эти разрывы позволили уменьшить временную константу цепочки СКВИДов и сформировать ее в виде квазикопланарной линии с импедансом 50 Ом, что обеспечило согласование импедансов разрабатываемого сверхпроводящего усилителя с низкошумящим полупроводниковым усилителем. Однако, с увеличением импеданса цепочки цепь с учетом нагрузки начинает работать как резистивный делитель. Для выходного импульса 3 мВ на 50 Омной нагрузке отток тока питания составляет до 0.06 мА, что соответствует примерно четверти критического тока СКВИДов в цепочке. Перераспределение тока питания сужает границы рабочего диапазона тока питания до  $\Delta I_{b,marg} = \pm 20\%$ .

Одним из достоинств разработанной схемы усилителя является преобразование низкоомного импеданса цифровых одноквантовых цепей, составляющего 3 - 5 Ом, к стандартному входному импедансу полупроводниковых цепей, 50 Ом без использования дополнительного пассивного трансформатора импедансов. Размер пассивного преобразователя импедансов обычно составляет  $\lambda/4$  [21], что соответствует 4.49 см для частоты 1 ГГц, что на порядок превышает стандартный размер чипа, 0.5 см.

Для улучшения передаточных характеристик линии связи усилителя с нагрузкой, изгибы копланарной линии и соединения земли были оптимизированы для получения 50 Омного импеданса. Оптимизированный изгиб линии длиной 18.5 мкм показан на рис. 4.7а. Земляные соединения (рис. 4.7б) использовались для связи земляных плоскостей микрополосковой линии, расположенных по обеим сторонам от сигнальной линии. Наличие таких связей через одинаковые промежутки сглаживает распределение тока, обеспечивая постоянную скорость волны и характерный импеданс. Коэффициент отражения для оптимизированных участков показан на рис. 4.8. Дополнительные пики на кривой для изгиба объясняются наличием небольшой передающей линии, соединенной с портами расчетной модели. Отражение на потери для обеих структур составляют менее -30 дБ до частоты 4 ГГц, что обеспечивает практически 100% передачу выходного сигнала от усилителя. Оптимизация высокочастотных характеристик элементов производилась в программном комплексе SONNET.

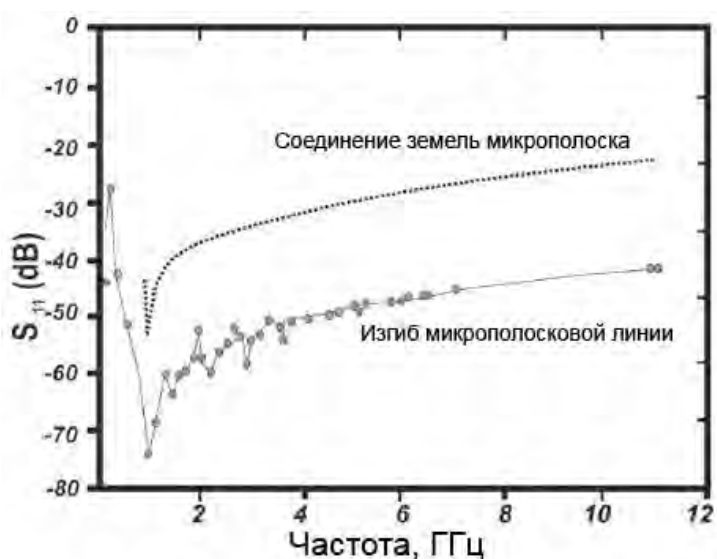


Рисунок 4.8. Частотная зависимость коэффициента отражения оптимизированных участков 50 Омной микрополосковой линии.

#### 4.2.5 Моделирование работы усилителя

Расчетная модель прототипа драйвера, функционирующего в R-режиме, содержала СКИФ с 16 ячейками без внешней нагрузки. Результат моделирования представлен на рис. 4.9. Входные одноквантовые импульсы напряжения обозначены  $V_{in}$ , токовые импульсы в выходной ячейке дерева ветвителей –  $I_L$ , выходной импульс, формируемый на СКИФе –  $V_{out}$ . Уширение импульсов отвечает максимальной частоте следования (случай показанный на рис. 4.9). Высокочастотные колебания тока в индуктивности выходной ячейки дерева ветвителей обусловлены обратным влиянием джозефсоновской генерации в ячейках СКИФа.

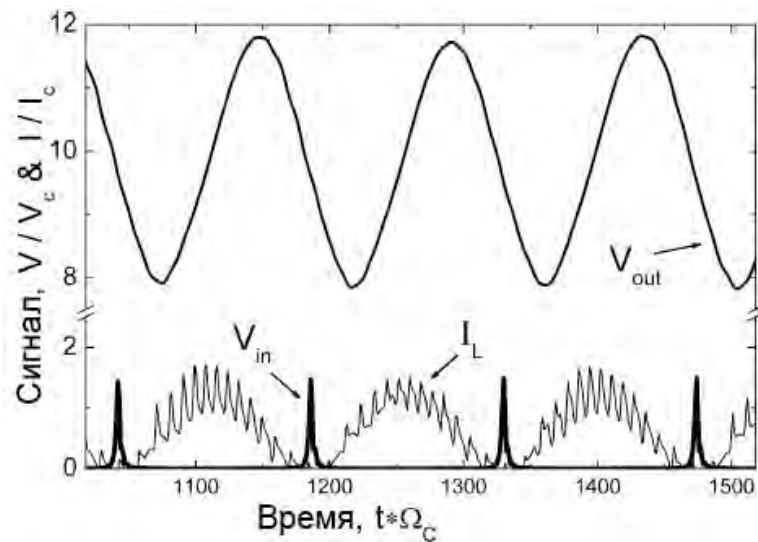


Рисунок 4.9. Сигнал в различных частях прототипа усилителя, функционирующего в R-режиме.  $V_{in}$  – входные одноквантовые импульсы,  $I_L$  – токовые импульсы в индуктивности выходной ячейки дерева ветвителей, связанной с ячейкой СКИФа,  $V_{out}$  – суммарный выходной импульс напряжения на СКИФе. Количество ячеек СКИФа,  $N = 16$ . Моделирование производилось без учета нагрузки.

Для СКИФа состоящего из 16 ячеек размах выходного сигнала в моделировании составил примерно  $4 V_c$ . При использовании стандартной Nb технологии NYPRES это обеспечивает выходной сигнал на уровне 1.2 мВ. Из полученных результатов, с учетом упомянутых паразитных эффектов, было сделано предположение о том, что оптимальное количество ячеек СКИФа, обеспечивающее выходной сигнал с размахом более 1 мВ на частоте 1 ГГц, будет соответствовать  $N = 32$ .

В моделируемой структуре усилителя, функционирующего в S-режиме, суммирующая цепочка была спроектирована в виде квази-копланарной линии с отверстием в экранах шириной 28 мкм, внутри которого располагалась сигнальная полоса – цепочка СКВИДов – шириной 22 мкм. Цепочка состояла из 8 СКВИДов. Для оптимизации связи между ячейками входной цепи и СКВИДАми суммирующей цепочки использовалась программа 3D MLSI. На рис. 4.10 показана оптимизированная топология одного СКВИДа суммирующей цепочки и соответствующая ей эквивалентная схема. Рассчитанный коэффициент связи составил  $k = 0.78$ . Паразитные емкости на входе и выходе СКВИДа в цепочке, соответственно, 1.63 пФ и 2.47 пФ.

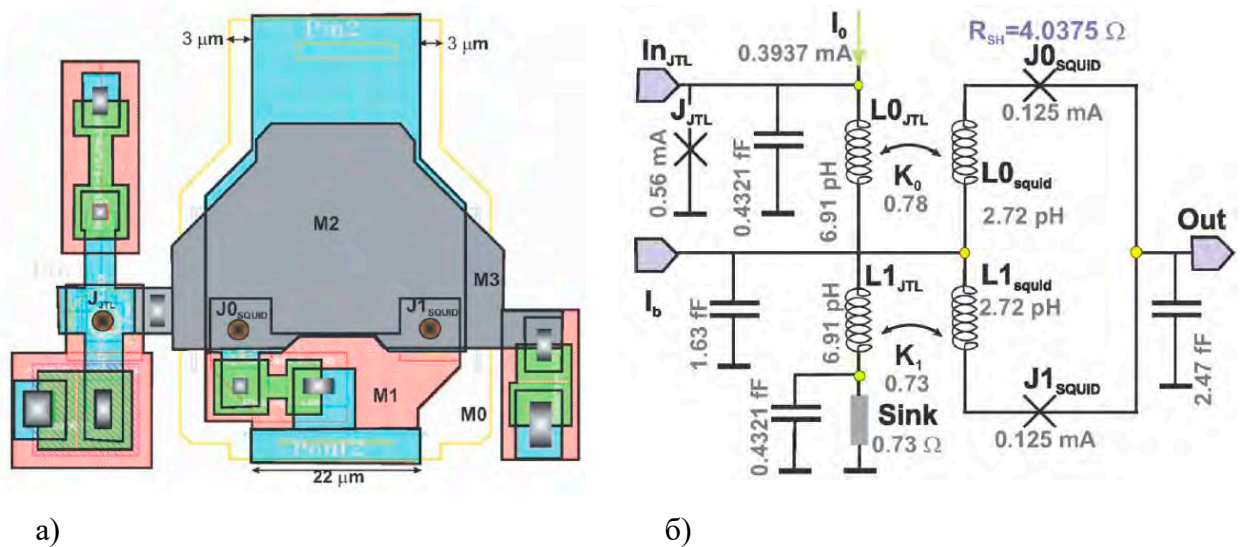


Рисунок 4.10. Топология (шаблон) (а) и эквивалентная схема (б) одного СКВИДа суммирующей цепочки усилителя, функционирующего в S-режиме.

В моделировании работы усилителя использовались параметры, полученные при расчете топологии СКВИДа. С добавлением реалистичных параметров для коэффициента связи и паразитных индуктивностей, рабочий диапазон тока питания сузился с  $\pm 20\%$  до  $\pm 18\%$ . Время спада выходного импульса увеличилось до 95 пс. Общая ширина импульса увеличилась на 30 пс. Усредненная амплитуда выходного импульса составила 2.46 мВ, см. рис. 4.11а. На рис. 4.11б показан результат быстрого преобразования Фурье полученного выходного импульса. Видно, что спектр содержит компоненты на частоте 85 ГГц, соответствующей частоте SFQ/DC преобразователя,  $\omega_{PT}$ , и ее первой гармонике на частоте 170 ГГц.

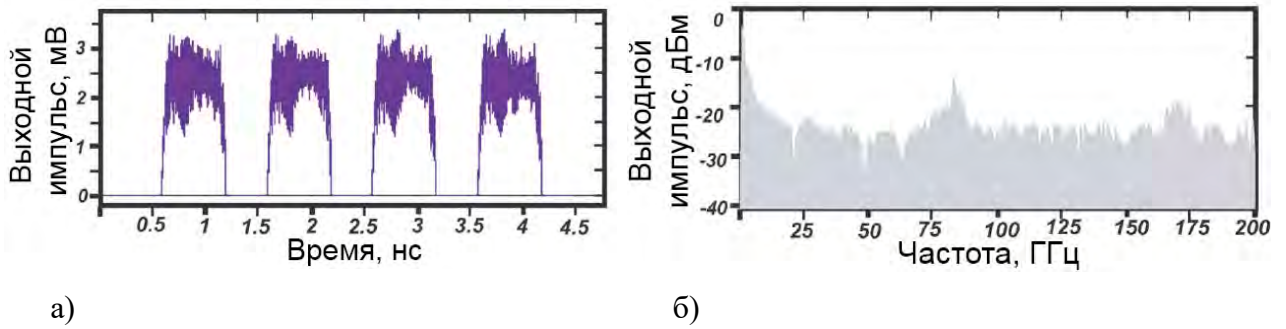


Рисунок 4.11. Рассчитанный выходной импульс прототипа усилителя, работающего в S-режиме, с суммирующей цепочкой из 8 СКВИДов (а) и Фурье образ этого импульса (б).

### 4.3. Проектирование прототипа усилителя

#### 4.3.1 Оптимизация топологии усилителя

Для экспериментальной проверки сделанных расчетов на базе ниобиевой технологии NYPRES был спроектирован и экспериментально исследован усилитель, функционирующий в R-режиме. Оптимизация топологии устройства проводилась в три итерации. Предметом оптимизации было как демпфирование резонансов, рассмотренное в параграфе 4.2.4, так и защита структуры от захвата паразитных квантов магнитного потока.

Результаты эксперимента показали, что для структур с разрывом экранирующего слоя характерна быстрая деградация ВАХ суммирующей цепочки с соответствующим уменьшением размаха отклика. Такая деградация соответствует значительному увеличению индуктивности выходной ячейки дерева ветвителей, при котором внутри нее становится возможным существование постоянного магнитного потока. Кроме того, причиной уменьшения отклика может служить захват квантов магнитного потока на неоднородностях структуры цепочки СКВИДов.

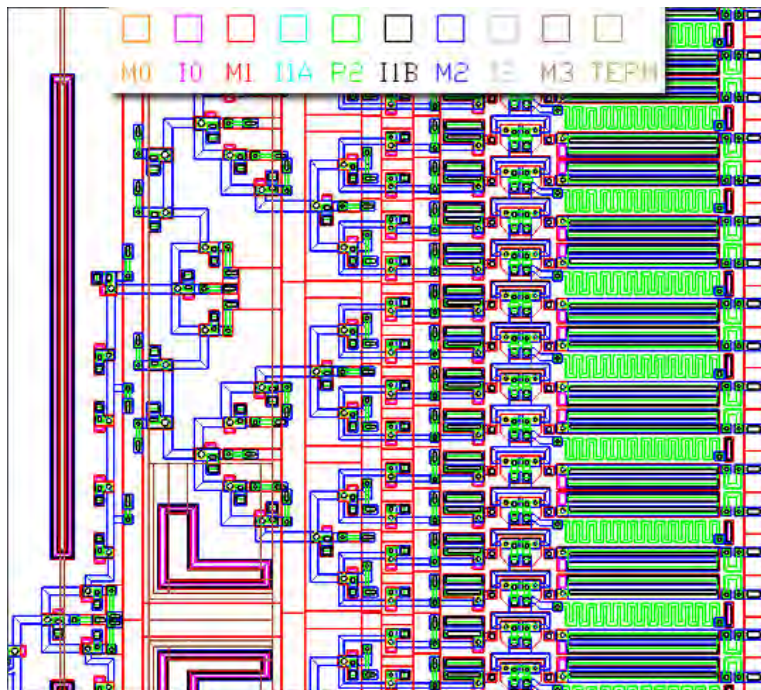
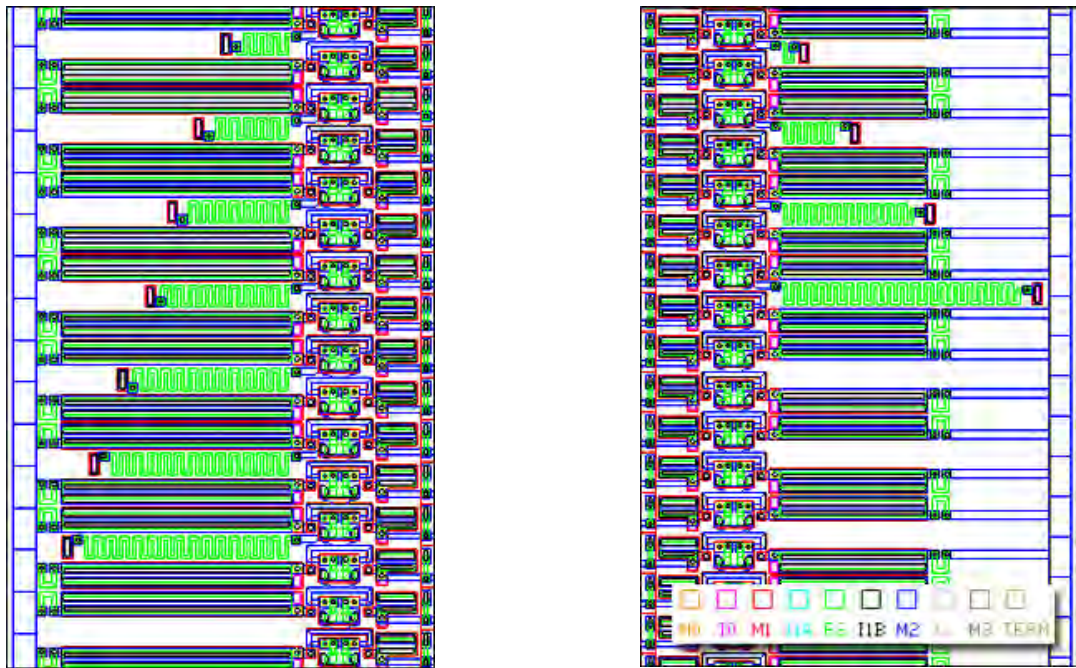


Рисунок 4.12. Фрагмент фотошаблона разрабатываемого усилителя, изготовленного во второй итерации. К суммирующей цепочке СКВИДов подключены высокоомные демпфирующие резисторы одинакового номинала (резисторы в форме меандра в правой стороне рисунка) для обеспечения равномерного демпфирования геометрических резонансов.

Во второй итерации демпфирование стоячих волн в суммирующей цепочке осуществлялось путем подключения СКВИДов к экранирующему слою через высокоомные резисторы (см. рис 4.12), которое описано в параграфе 3.4.2. При этом во всей области, занимаемой интегральной схемой, формировался единый экранирующий слой. Проведенные измерения показали, что наряду с необходимым подавлением резонансов имеет место заметное уменьшение наклона ВАХ суммирующей цепочки. Уменьшение наклона ВАХ происходит в основном за счет демпфирующих сопротивлений подключенных к концу цепочки, с которого снимается напряжение. В этой части цепочки значение суммарного сопротивления СКВИДов приближается к значению демпфирующего сопротивления, вследствие чего в точках подключения демпфирующих сопротивлений образуется эффективный резистивный делитель.



а)

б)

Рисунок 4.13. Фрагменты фотошаблонов усилителей, изготовленных в третий итерации. К суммирующей цепочке СКВИДов подключены демпфирующие резисторы с равномерно нарастающим значением сопротивления (а) и с квадратично нарастающим значением сопротивления (б).

В третий итерации было разработано и апробировано неравномерное демпфирование цепочки. При таком демпфировании сохраняется суммарная проводимость демпфирующих резисторов, однако величины сопротивлений резисторов возрастают по мере удаления начальной точки подключения резисторов у заземленного конца цепочки (см. рис. 4.13). В качестве закона нарастания номиналов сопротивлений демпфирующих резисторов было выбрано равномерное нарастание (рис. 4.13а) и квадратичное нарастание (рис. 4.13б), при котором обеспечивается одинаковое деление тока смещения цепочки в точках подключения демпфирующих резисторов. Подключение демпфирующих резисторов заканчивалось на сопротивлении, номинал которого намного превышает эффективное суммарное сопротивление интерферометров цепочки ( $R_{дем} > 4NR_N/2$  для количества интерферометров в цепочке  $N = 32$ ), так как подключение резистора с большим значением сопротивления практически не влияет на демпфирование геометрических резонансов. В случае использования закона равномерного нарастания демпфирующих сопротивлений, подключение резисторов осуществлялось до половины длины цепочки, состоящей из  $N = 32$  интерферометров и до четверти длины цепочки, состоящей из  $N = 64$  интерферометров в цепочке. В случае использования квадратичного

законна нарастания сопротивлений демпфирующих резисторов, сопротивления подключались до одной восьмой длины цепочки при  $N = 64$ . Анализ экспериментальных данных показал, что реализация обоих способов демпфирования приводит к необходимому подавлению геометрических резонансов, обеспечивающему корректную работу схемы усилителя.

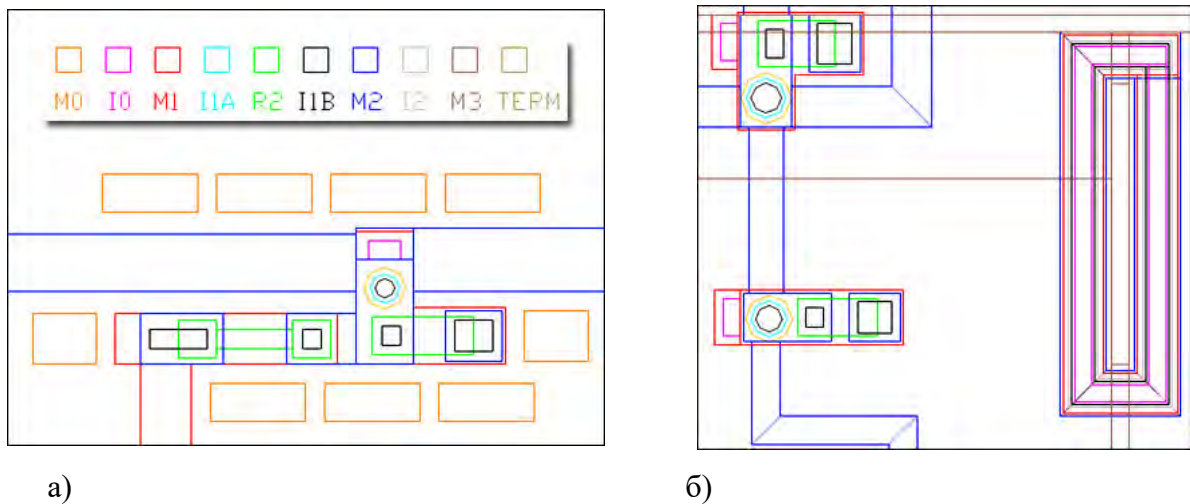


Рисунок 4.14. Фрагменты фотошаблона с прорезями в нижнем экранирующем слое вокруг джозефсоновского перехода (а) и с прорезью в верхнем и нижнем экранирующих слоях, окруженную сквозным соединением слоев (б). Неоднородности в топологии формировались для защиты цепей от захвата квантов магнитного потока.

В процессе разработки фотошаблонов производилась так же поэтапная оптимизация защиты цепей усилителя от влияния замороженного магнитного потока. В первой итерации для этой цели создавались специальные неоднородности в топологии структуры - прорези в нижнем экранирующем слое (слой M0, рис. 4.14а). Экспериментальное исследование изготовленных структур показало, что такой подход не обеспечивает необходимой защиты цепей интегральной схемы, вследствие чего измеряемые структуры работали неустойчиво, что, например, проявлялось в быстрой деградации ВАХ суммирующей цепочки. Для дополнительной защиты изготавливаемых схем во второй и третьей итерации применялось двойное экранирование. В случае двойного экранирования, отверстия для захвата квантов замороженного магнитного потока проделывались в обоих экранах (слои M0 и M3) и окружались сквозными соединениями всех слоев, образуя структуру наподобие колодца (рис. 4.14б). Структуры с двойным экраном работали гораздо более стабильно, в течение нескольких часов при измерениях в неэкранированном помещении.



### 4.3.2 Фотошаблоны экспериментальных образцов

Фотошаблоны исследуемых образцов интегральных схем разрабатывались с учетом использования держателя чипа размером  $5 \times 5 \text{ мм}^2$ , рассчитанном на подключение 40 контактных площадок. Фотошаблоны чипов, изготовленных в первой, второй и третьей итерациях показаны соответственно на рис. 4.15, 4.16 и 4.17. В представленных фотошаблонах сформированы интегральные схемы прототипов усилителей и отдельные цепочки интерферометров. Среднее значение нормального сопротивления джозефсоновских переходов в СКВИДах суммирующих цепочек усилителей во всех итерациях (за исключением одной схемы усилителя) составляло  $R_n = 1.4 \text{ Ом}$ , что в рамках используемой Nb технологии NYPRES с плотностью критического тока переходов  $j_C = 1 \text{ кА/см}^2$  давало значение параметра Маккамбера переходов  $\beta_C = 0.5$ .

На рис. 4.15а показан фотошаблон интегральных схем усилителей с количеством СКВИДов в суммирующей цепочке  $N = 128$ , отличающихся структурой цепочки (регулярная / нерегулярная), наличием или отсутствием разброса сопротивлений шунтов джозефсоновских переходов (в пределах 20%), величиной уширения импульса (0.25 нс или 0.4 нс), а также способом подключения суммирующей цепочки к выходной нагрузке - через емкость или напрямую.

На рис. 4.15б представлен фотошаблон усилителей, суммирующая цепочка которых состоит из  $N = 64, 128$  или  $256$  СКВИДов, подсоединенных к нагрузке соответственно напрямую, через выходной низкочастотный фильтр или через емкость. Во всех суммирующих цепочках усилителей реализован разброс нормальных сопротивлений джозефсоновских переходов. Длительность уширенных импульсов  $\tau = 0.25 \text{ нс}$ .

На следующем рисунке (рис. 4.15в) показан фотошаблон усилителей с суммирующей цепочкой, состоящей из  $N = 128$  СКВИДов, отличающихся длиной цепочки (цепочка сложена в два или четыре раза) и способом подключения к выходной нагрузке - через емкость или напрямую соответственно. В суммирующих цепочках СКВИДов реализован разброс нормальных сопротивлений джозефсоновских переходов. Длительность уширенных импульсов  $\tau = 0.4 \text{ нс}$ . Помимо указанных усилителей в фотошаблоне сформированы отдельные цепочки СКВИДов, состоящие из  $N = 128$  (регулярная / нерегулярная цепочка) и  $N = 256$  ячеек. Все цепочки подключены к выходной нагрузке через высокоомный резистор.

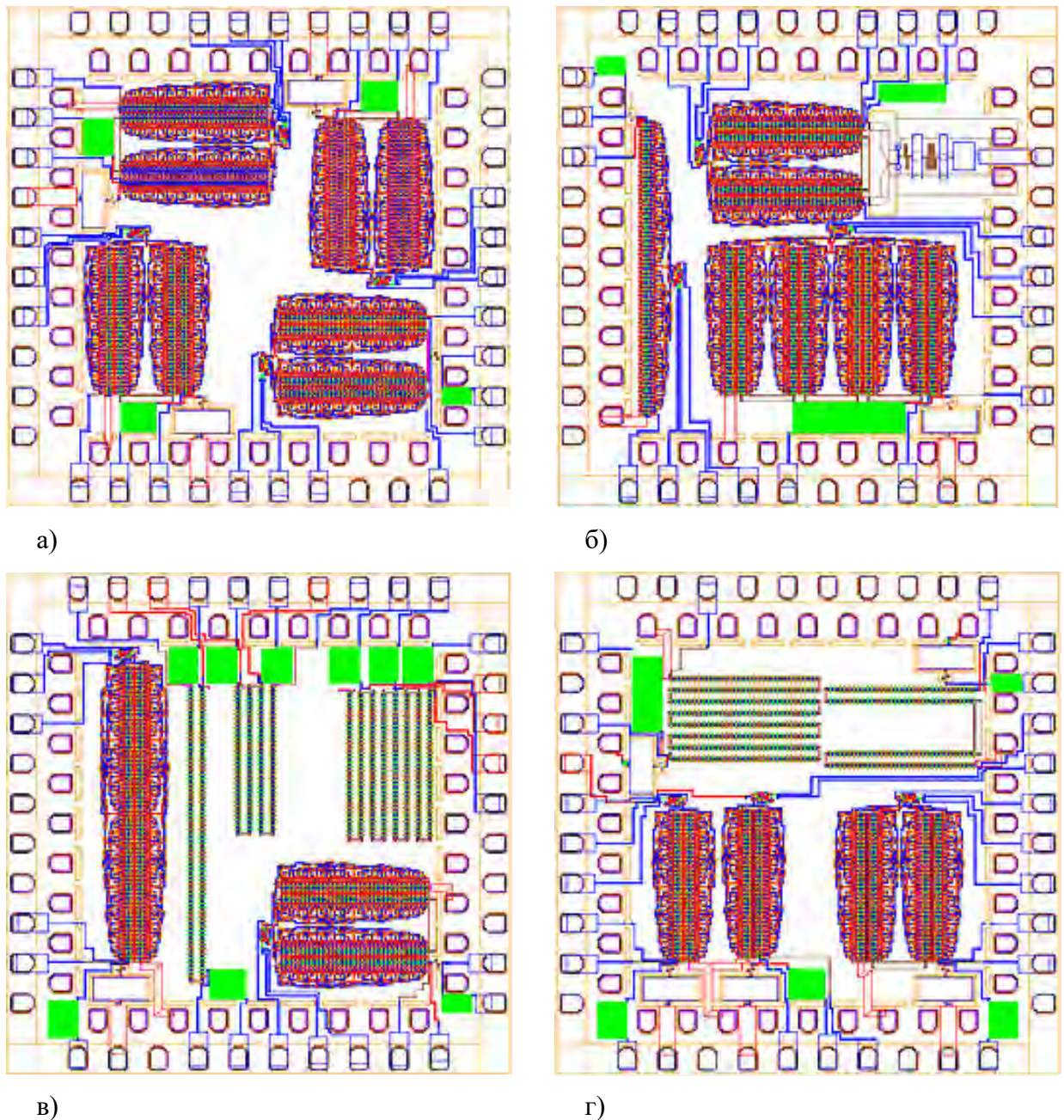


Рисунок 4.15. Фотошаблоны чипов, изготовленных в первой итерации. В число изготавливаемых структур входили усилители и отдельные цепочки СКВИДов для исследования различных параметров структур и сопоставления с теоретическими расчетами.

В последнем фотошаблоне, разработанном в первой итерации (рис. 4.15г), сформированы усилители с суммирующей цепочкой из  $N = 64$  интерферометров, отличающиеся величиной уширения импульсов (0.25 нс или 0.4 нс), а также усилитель с суммирующей цепочкой из  $N = 128$  переходов и с характерным временем уширения  $\tau = 0.25$  нс. В суммирующих цепочках усилителей был реализован разброс нормальных сопротивлений джозефсоновских переходов. Суммирующие цепочки подключены к

выходной нагрузке через емкость. Помимо усилителей в представленном фотошаблоне были сформированы отдельные регулярные цепочки, состоящие из  $N = 128$  и  $256$  СКВИДов, в которых также реализован разброс сопротивлений шунтов джозефсоновских переходов. Цепочки подключены к выходной нагрузке через параллельную  $RC$  цепочку.

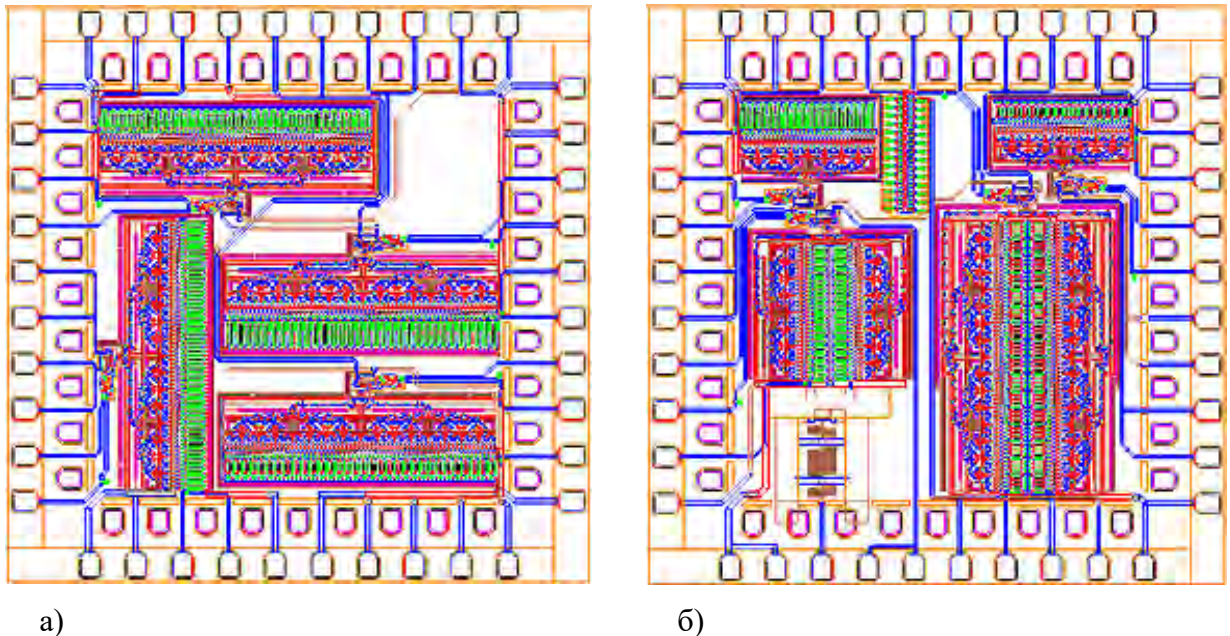


Рисунок 4.16. Фотошаблоны чипов, разработанные во второй итерации. Интегральные схемы были оптимизированы в соответствии с результатами измерений исследуемых структур, изготовленных в первой итерации.

В соответствии с результатами, полученными при экспериментальном исследовании изготовленных интегральных схем, была произведена оптимизация цепи уширения одноквантовых импульсов, разработана новая концепция демпфирования геометрических резонансов, а также оптимизирована структура цепи мультиплицирования одноквантовых импульсов, изменена топология выходного фильтра и топология отдельных нерегулярных цепочек интерферометров. Для защиты интегральных схем от замороженного магнитного потока, начиная со второй итерации, применялось двойное экранирование.

Фотошаблоны структур, изготовленных во второй итерации, показаны на рис. 4.16. На первом рисунке 4.16а показан фотошаблон чипа, содержащий четыре усилителя, суммирующая цепочка которых состоит из  $N = 64$  интерферометров. Во всех суммирующих цепочках усилителей сформирован разброс нормальных сопротивлений джозефсоновских переходов. Структура суммирующей цепочки одного из усилителей сделана нерегулярной. Реализованные схемы уширения соответствуют схемам, представленным на рис. 4.4а и вставке рис 4.2 с характерным временем уширения  $\tau = 0.16$

нс,  $\tau = 0.23$  нс и  $\tau = 0.38$  нс. Для демпфирования геометрических резонансов использованы резисторы с сопротивлениями  $R_{демп} = 100$  Ом и  $R_{демп} = 150$  Ом (эффективное суммарное сопротивление СКВИДов суммирующей цепочки  $64R_N/2 = 44.8$  Ом).

На втором рисунке 4.16б представлен фотошаблон интегральной схемы, содержащей усилители с суммирующей цепочкой из  $N = 32$ , 64 и 128 СКВИДов, а также отдельной расположенной цепочки с нерегулярной СКИФ-структурой, состоящей из  $N = 58$  ячеек. Два усилителя с цепочкой из  $N = 32$  СКВИДов отличаются типом схемы уширения. В усилителе, показанном в левом верхнем углу на рис. 4.16б реализована схема уширения, представленная на рис. 4.4а, с величиной уширения  $\tau = 0.38$  нс, а в усилителе в правом верхнем углу рисунка – схема уширения, представленная на вставке рис. 4.2, с величиной уширения  $\tau = 0.23$  нс. Номиналы демпфирующих резисторов, подключенных к суммирующим цепочкам усилителей для подавления геометрических резонансов составляют соответственно  $R_{демп} = 150$  Ом и  $R_{демп} = 100$  Ом (эффективное сопротивление суммирующей цепочки усилителей  $32R_N/2 = 22.4$  Ом). В усилителе с суммирующей цепочкой, состоящей из  $N = 64$  СКВИДов, была использована схема уширения, показанная на рис. 4.4а, с характерным временем уширения  $\tau = 0.16$  нс; величина демпфирующих резисторов подключенных к суммирующей цепочке  $R_{демп} = 100$  Ом. Усилитель подключен к нагрузке через выходной низкочастотный фильтр. В усилителе с суммирующей цепочкой, состоящей из  $N = 128$  СКВИДов использована схема уширения, показанная на рис. 4.2, с характерным временем уширения  $\tau = 0.23$  нс; величина демпфирующих резисторов  $R_{демп} = 150$  Ом.

Измерения чипов, изготовленных во второй итерации, подтвердили целесообразность произведенных изменений схем и топологий исследуемых структур и, наряду с этим, выявили недостатки предложенной концепции демпфирования геометрических резонансов. В последней итерации разработки интегральных схем основное внимание уделялось определению наиболее оптимального метода неравномерного демпфирования геометрических резонансов, и, кроме того, исследовался вопрос реализации максимально возможного нормального сопротивления джозефсоновских переходов суммирующей цепочки, при котором возможна корректная работа схемы усилителя.

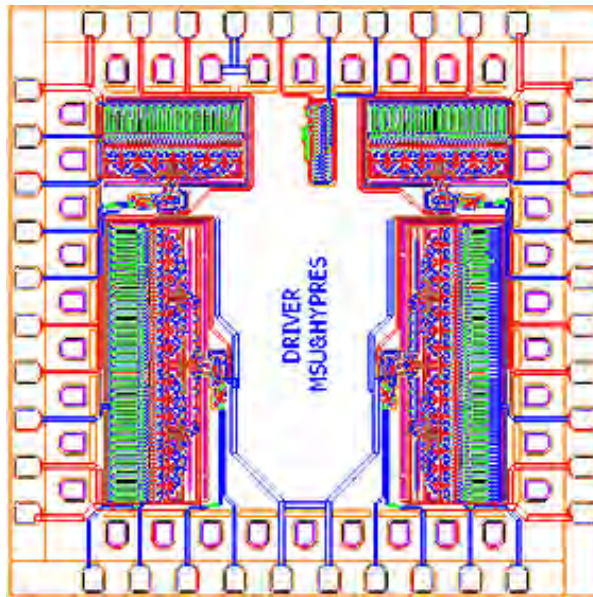


Рисунок 4.17. Фотошаблон чипа, изготовленного в третий итерации. В последней итерации разработки интегральных схем основное внимание уделялось поиску наиболее оптимального метода неравномерного демпфирования резонансов.

На рис. 4.17 показан фотошаблон интегральной схемы, разработанный в третий итерации. В фотошаблоне сформированы усилители с суммирующей цепочкой, состоящей из  $N = 32$  и  $64$  СКВИДов, а также отдельная нерегулярная цепочка, состоящая из  $N = 36$  ячеек. Во всех усилителях использована схема уширения, представленная на рис. 4.4а, и реализован разброс нормальных сопротивлений джозефсоновских переходов суммирующих цепочек. В схеме усилителей с суммирующей цепочкой из  $N = 32$  интерферометров величина уширения импульсов  $\tau = 0.7$  нс. В схеме усилителей с суммирующей цепочкой из  $N = 64$  интерферометров величина уширения импульсов  $\tau = 0.35$  нс и  $\tau = 0.22$  нс соответственно для усилителей, показанных в левом и правом нижнем углах рисунка.

В схеме усилителя, показанного в левом верхнем углу рисунка (с количеством ячеек  $N = 32$ ) для демпфирования геометрических резонансов использованы равномерно распределенные резисторы с одинаковым номиналом  $R_{дем} = 150$  Ом (эффективное суммарное сопротивление интерферометров  $32R_N/2 = 22.4$  Ом).

В схемах усилителей, показанных в правом верхнем углу рисунка (с  $N = 32$ ) и левом нижнем углу рисунка (с  $N = 64$ ) использовано неравномерное демпфирование геометрических резонансов. При этом величины демпфирующих резисторов нарастают равномерно от  $R_{min} = 25$  Ом до  $R_{max} = 200$  Ом, начиная от заземленного конца суммирующей цепочки усилителя. Общее количество демпфирующих резисторов  $N_{R_{дем}} = 8$ , подключение резисторов осуществлено на половине (в случае усилителя с

$N = 32$ ) или на одной четверти (в случае усилителя с  $N = 64$ ) длины суммирующей цепочки, как описано в параграфе 3.3.1. На рис. 4.13а представлен увеличенный фрагмент схемы усилителя (с  $N = 64$ ), показанного в левом нижнем углу на рис. 4.17 с подключенными демпфирующими резисторами.

В схеме усилителя с суммирующей цепочкой, состоящей из  $N = 64$  СКВИДов, которая показана в правом нижнем углу на рис. 4.17 среднее значение нормального сопротивления джозефсоновских переходов суммирующей цепочки увеличено до  $R_N = 1.9$  Ом, что в случае используемой технологии соответствует параметру Маккамбера  $\beta_C = 0.9$ . Номиналы сопротивлений, демпфирующих геометрические резонансы в суммирующей цепочке, нарастают квадратично от  $R_{min} = 25$  Ом до  $R_{max} = 200$  Ом. При этом общее количество суммирующих резисторов  $N_{R_{дем}} = 4$ , так что подключение демпфирующих резисторов осуществлено только на одной восьмой длины суммирующей цепочки (от заземленного конца). Увеличенный фрагмент области подключения демпфирующих резисторов к суммирующей цепочке схемы рассматриваемого усилителя показан на рис. 4.13б.

Помимо усилителей в описываемом фотошаблоне была сформирована нерегулярная цепочка, состоящая из  $N = 36$  ячеек. В цепочке применено нерегулярное демпфирование с квадратичным законом нарастания номиналов демпфирующих резисторов.

#### 4.4. Экспериментальное исследование

Измерения экспериментальных образцов проводились в лаборатории фирмы HYPRES. Дополнительно к оборудованию упомянутому в предыдущей главе использовался генератор сигналов до частоты 2 ГГц и стробоскопический осциллограф.

Образцы изготавливались по стандартной Nb технологии HYPRES с плотностью критического тока  $j_c = 1$  кА/см<sup>2</sup>. На рис. 4.18а показаны типичные ВАХ цепочек СКВИДов, изготовленных в первой и второй итерациях. На ВАХ цепочки первой итерации (рис. 4.18а, вставка) видны многочисленные особенности резонансного типа, соответствующие возбуждению стоячей волны при отсутствии внешнего магнитного сигнала. Так же отчетливо виден выгиб ВАХ при приложении половины кванта магнитного потока, соответствующий возбуждению резонанса внутри СКВИДа. В соответствии с применением техники демпфирования резонансов в структурах, изготовленных во второй итерации, резонансные особенности на ВАХ отсутствуют

(рис. 4.18а). На рис. 4.18б показан типичный отклик напряжения суммирующего СКИФа с единственным острым пиком в нуле магнитного поля.

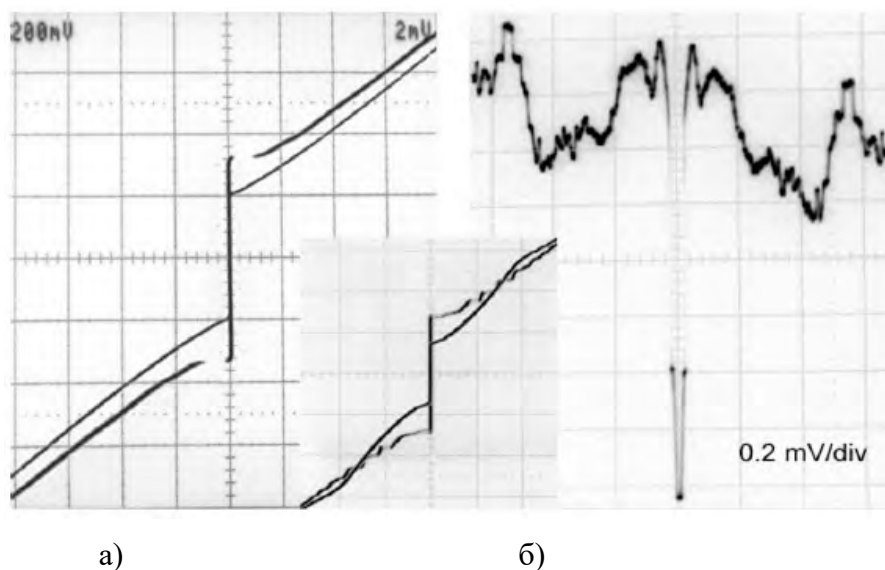


Рисунок 4.18. а) ВАХ цепочки из 32 СКВИДов, изготовленной во второй итерации с применением техники демпфирования резонансов, при нулевом внешнем магнитном потоке и задании полукванта потока. На вставке показана ВАХ цепочки из 64 СКВИДов, изготовленной в первой итерации (топология без демпфирования резонансов). б) Отклик цепочки из 32 СКВИДов при токе питания равном критическому току цепочки.

Для тестирования прототипа усилителя в эксперименте использовались два источника сигнала. В качестве первого источника использовался шунтированный джозефсоновский переход с буферной ДПЛ. Он контролировался посредством задания тока питания. Вторым источником был SFQ/DC преобразователь. Выходы обоих источников через объединитель одноквантовых импульсов (Merger) задавались на вход дерева ветвителей.

Низкочастотный тест выполнялся с использованием первого источника сигнала (джозефсоновского перехода). Для формирования периодического сигнала, на генератор подавался ток питания в виде меандра на частоте 100 кГц, что приводило к периодической генерации последовательностей одноквантовых импульсов. Результаты тестирования показаны на рис. 4.19. С увеличением амплитуды тока питания генератора амплитуда выходных импульсов растет и достигает 1.5 мВ для суммирующей цепочки из 32 СКВИДов. При дальнейшем увеличении тока питания амплитуда выходных импульсов либо уменьшается (для регулярной суммирующей цепочки СКВИДов), либо остается примерно постоянной в случае суммирующего СКИФа. Пологий фронт и спадание

выходных импульсов соответствуют форме импульсов тока питания генератора, соответствующей временной RC контакте цепи питания.

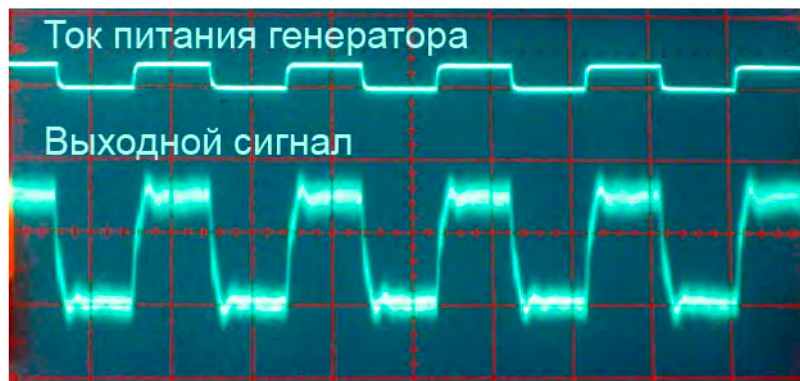


Рисунок 4.19. Выходной сигнал с суммирующей цепочки прототипа усилителя, состоящей из 32 СКВИДов, и входной сигнал - ток питания генератора на базе шунтированного джозефсоновского перехода. Частота модуляции тока питания генератора – 100 кГц. Цена деления по шкале напряжения – 1 мВ/деление.

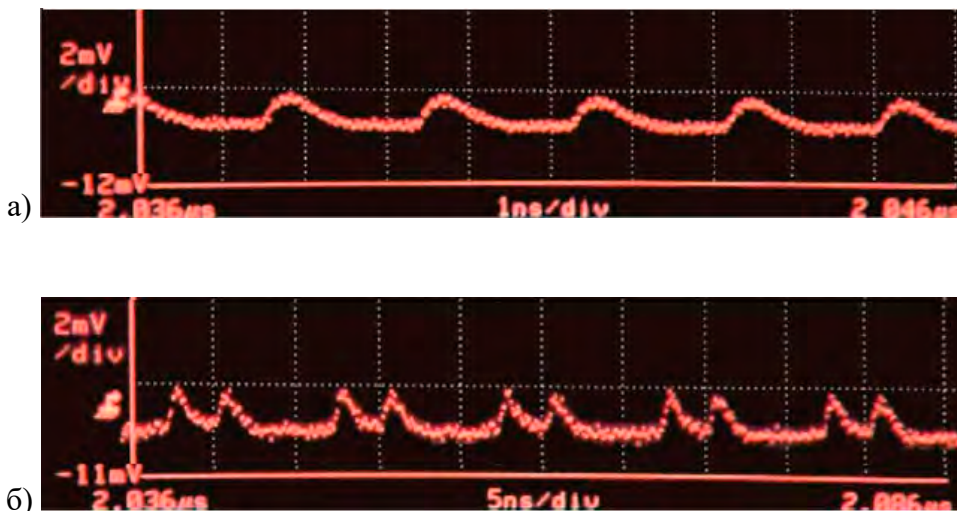


Рисунок 4.20. Выходные импульсы с суммирующей цепочки усилителя, состоящей из 32 ячеек, соответствующие одноквантовому сигналу поступающему с SFQ/DC преобразователя при заданной амплитуде и частоте опорного синусоидального сигнала (а) 1.2 мВ, 0.5 ГГц и (б) 1.7 мВ, 0.1 ГГц.

Генератор одноквантовых импульсов на базе SFQ/DC преобразователя использовался для высокочастотного тестирования прототипа усилителя в режиме усиления одиночных одноквантовых импульсов. Выходное напряжение на суммирующей цепочке усилителя, состоящей из 32 ячеек, показано на рис. 4.20. Две представленных кривые соответствуют разной амплитуде входного сигнала, задаваемого на SFQ/DC



преобразователь. С увеличением амплитуды SFQ/DC преобразователь генерирует не один (рис. 4.20а), а два (рис. 4.20б) одноквантовых импульса на каждом периоде входного синусоидального сигнала.

Амплитуда выходного сигнала усилителя составила порядка 1 мВ. Ширина выходного импульса  $\sim 0.5$  нс. С учетом коэффициента связи между выходными ячейками дерева ветвителей и суммирующей цепочкой,  $M/L_1 \cong 0.4$ , экспериментально полученная амплитуда выходных импульсов соответствует расчетным данным, представленным на рис. 4.4б,в. Отношение максимального размаха отклика СКИФа к амплитуде выходных импульсов для реализованного коэффициента связи составляет примерно 1.45, что соответствует экспериментально измеренным значениям амплитуд выходного сигнала, 1.5 мВ и  $\sim 1$  мВ (рис. 4.19, 4.20). Дополнительное уширение выходных импульсов по сравнению с заданным уширением (примерно в 1.5 раза) может быть компенсировано посредством дополнительной высокочастотной оптимизацией топологии суммирующей цепи и выходного тракта.

#### 4.5. Основные результаты главы IV

Разработаны методы построения интерфейсных усилителей на базе цепочки СКВИДов, находящейся в сверхпроводящем или резистивном режиме, и использующей постоянный ток питания. Показано, что для относительно низкочастотного функционирования (частота следования одноквантовых импульсов,  $f \approx 1$  ГГц) предпочтительно использование сверхпроводящего режима. Выигрышной стороной такого усилителя является его компактность, для реализации которой в схемах СКВИДов можно использовать нешунтированный туннельный джозефсоновский контакт, обеспечивающий многоквантовый отклик интерферометра на входной одноквантовый сигнал. С учетом высокочастотного согласования с 50-омной нагрузкой СКВИДовской цепи усиления, состоящей из 8 СКВИДов и сформированной в виде 50-омной компланарной линии, амплитуда выходного сигнала модели прототипа усилителя на частоте 1 ГГц в расчете составила порядка 2 мВ.

Для более высокочастотного функционирования усилителя возможно использование резистивного режима [20]. При этом частота входного сигнала может достигать 0.1 от характерной частоты джозефсоновских контактов. Однако для правильной работы СКВИДовской цепи усиления необходимо сильное шунтирование джозефсоновских

контактов (нормированная емкость,  $\beta_c \approx 0.5$ ), вследствие чего общее количество СКВИДов в цепи усиления должно быть достаточно большим. Для экспериментальной проверки возможности использования резистивного режима был разработан ряд топологий усилителя. При низкочастотном тестировании прототипа, содержащего 32 СКВИДа в цепи усиления, на частоте 1 ГГц была получена амплитуда выходного сигнала 1 мВ, что хорошо согласовывалось с ожидаемым результатом, отвечающим данным численного моделирования.

Исследованию различных конструкций интерфейсных усилителей посвящены работы [A1-A4, A46] из списка публикаций автора.

#### Литература к главе IV

- [1] J. X. Przybysz, J. H. Kang, S. S. Martinet, A. H. Worsham, "Interface circuits for input and output of gigabit per second data," in *Extended Abstracts of ISEC'95*, Nagoya, Japan, Sep. 1995, pp. 304-306.
- [2] M. Suzuki, M. Maezawa, H. Takato, H. Nakagawa, F. Hirayama, S. Kiryu, M. Aoyagi, T. Sekigawa and A. Shoji, "An interface circuit for a Josephson-CMOS hybrid digital system," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 9, Jun. 1999, pp. 3314-3317.
- [3] Q. Liu, T. Van Duzer, K. Fujiwara, and N. Yoshikawa, "Hybrid Josephson-CMOS Memory in Advanced Technologies and Larger Sizes," *Journ. of Phys.: Conf. Series* 43 (2006) 1171-1174.
- [4] T. Van Duzer, Y. Feng, X. Meng, S.R. Whiteley, N. Yoshikawa, "Hybrid Josephson-CMOS memory: A solution for the Josephson memory problem" *Supercond. Sci. Technol.* (2002), 15 (12), pp. 1669-1674.
- [5] C. J. Fourie and W. J. Perold, "A single-clock asynchronous input COSL set-reset flip-flop and SFQ to voltage state interface," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, Jun. 2005, pp. 263-266.
- [6] D. F. Schneider, J. C. Lin, S. V. Polonsky, and V. K. Semenov, "Broadband interfacing of superconducting digital systems to room temperature electronics," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 5, Jun. 1995, pp.3152-3155.
- [7] Y. Hatano, et. al, "Performance analysis of the Josephson dc flip-flop", *IEEE Trans. on Appl. Supercond.* (September 1992), vol. 2, no. 3, pp. 148-155.
- [8] V. K. Semenov, and Y. A. Polyakov, "Circuit improvements for a voltage multiplier," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 11, Jun. 2001, pp.550-553.

- [9] Q. P. Herr, "Stacked double-flux-quantum output amplifier," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, Jun. 2005, pp. 259-262.
- [10] O. A. Mukhanov, S. R. Rylov, D. V. Gaidarenko, N. B. Dubash, and V. V. Borzenets, "Josephson output interfaces for RSFQ Circuits", *IEEE Trans. Applied Supercond.*, vol. 7, Jun. 1997, pp. 2826-2831.
- [11] R. Koch, P. Ostertag, E. Crocoll, M. Goetz, M. Neuhaus, T. Scherer, M. Winter and W. Jutzi, "A NRZ – output amplifier for RSFQ circuits", *IEEE Trans. Applied Supercond.* (Jun. 1999), vol. 9, pp. 3549-3552.
- [12] P. Bunyk, K. Likharev, and D. Zinoviev, "RSFQ TECHNOLOGY: PHYSICS AND DEVICES", *Int. Journal of High Speed Electronics and Systems* (2001), Vol. 11, No. 1, pp. 257-305.
- [13] S. Nagasawa, K. Hinode, T. Satoh, Y. Kitagawa, M. Hidaka, "Design of all-dc-powered high-speed single flux quantum random access memory based on a pipeline structure for memory cell arrays", *Supercond. Sci. Technol.*, **19**, S325-S330, 2006.
- [14] H. Suzuki, A. Inoue, T. Imamura, S. Hasuo "A Josephson driver to interface Josephson junctions to semiconductor transistors", *IEDM Tech. Dig.*, 290-293, 1988.
- [15] A. N. McCaughan, K. K. Berggren, "A superconducting-nanowire three-terminal electrothermal device", *Nano Lett.*, **14**, 5748-5753, 2014.
- [16] A. J. Kerman, J. K. W. Yang, R. J. Molnar, E. A. Dauler, K. K. Berggren, "Electrothermal feedback in superconducting nanowire single-photon detectors", *Phys. Rev. B*, **97**, 100509(R), 2009.
- [17] A. D. Semenov, G. N. Gol'tsman, R. Sobolewski, "Hot-electron effect in superconductors and its applications for radiation sensors", *Supercond. Sci. Technol.*, **15**, R1-15, 2002.
- [18] Q.-Y. Zhao, A. N. McCaughan, A. E. Dane, K. K. Berggren, T. Ortlepp, "A nanocryotron comparator can connect single-flux-quantum circuits to conventional electronics", *Supercond. Sci. Technol.*, **30**, 044002, 2017.
- [19] M. Tanaka, M. Suzuki, G. Konno, Y. Ito, A. Fujimaki, N. Yoshikawa, "Josephson-CMOS Hybrid Memory With Nanocryotrons", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **27**, 1800904, 2017.
- [20] И. И. Соловьев, «Исследование процессов в усилителе сигналов быстрой одноквантовой логики на основе многоэлементных джозефсоновских структур», диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва 2007.
- [21] R. E. Collin, *Foundation for Microwave Engineering*, 2-е издание, ISBN 0-7803-6031-1: IEEE press series, 2001.

## Глава V

### ФЛАКСОННЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ

#### 5.1. Введение

Уединенные волны, сохраняющие свою форму благодаря сильному нелинейному взаимодействию со средой в которой они распространяются, называются солитонами и хорошо известны в физике от микроскопических до макроскопических масштабов [1]. Одним из уравнений имеющих солитонное решение является уравнение синус-Гордона (СГ). Этим уравнением описываются различные нелинейные системы [1-13], включая и сверхпроводниковые устройства приема и обработки информации [14, 15], а так же и сверхпроводящие квантовые схемы [16-19].

Одной из важных задач при исследовании и применении квантовых схем является задача считывания их состояния. Она может быть решена посредством объединения высокой чувствительности сверхпроводящих интерферометрических детекторов [20] и малого обратного влияния на измеряемый объект, достигаемого с использованием специальной концепции измерений называемой баллистическим считыванием [21]. В основе функционирования баллистического детектора лежит возможность влияния измеряемого объекта на транспорт частиц посредством создания им эффективного потенциала рассеяния, что аналогично идеи экспериментов Резерфорда. Из-за своей частице-подобной стабильности соединенной с волновой природой, солитоны (флаксоны в сверхпроводящих цепях) являются естественными кандидатами на роль частиц в такой схеме.

Флаксоновый детектор был предложен в работе [22], исследован [23-26], и экспериментально протестирован в работах [18, 27]. Было показано, что с помощью такого детектора возможна реализация всех типов измерений известных в квантовой механике. Так, измерения могут быть реализованы в режиме одиночного считывания [26А], режиме «слабой связи», также известном как «непроектирующие» измерения [28, 29], и практически неразрушающем режиме [22], что привело к росту интереса к использованию такого устройства в исследованиях столь фундаментальных научных концепций как коллапс волновой функции и декогеренция.

Один из вариантов схемы измерения [22] слабого магнитного поля (которым может быть поле кубита) показан на рис. 5.1а. В этой схеме пара флаксонов одновременно

распространяется по джозефсоновским передающим линиям (ДПЛ). Измеряемый объект магнитно связан с одной из ДПЛ, как показано на рис. 5.1б. Его поле в связывающей петле преобразуется в циркулирующий ток, который в свою очередь преобразуется в токовый диполь локально увеличивающий и уменьшающий ток питания ДПЛ (диполь движущей силы влияющий на распространение флаксона). Рассеяния флаксона на токовом диполе приводит к изменению его времени распространения по сравнению со временем прохождения флаксона по соседней (референсной) ДПЛ. Разница во времени прохождения флаксонов по ДПЛ может детектироваться выходной схемой сравнения при достаточно низком уровне шумов последней.

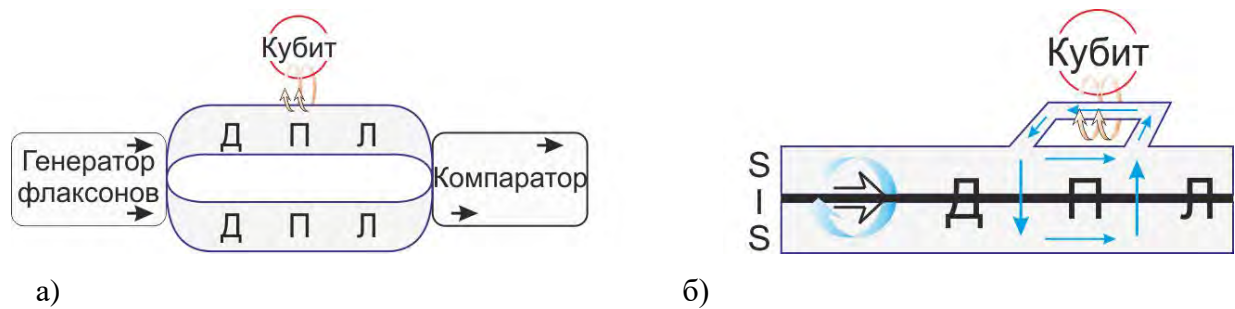


Рисунок 5.1. а) Схема баллистического детектора. б) Трансформация магнитного поля кубита в токи, протекающие по ДПЛ (синими стрелками показаны токи индуцированные полем кубита и токи соответствующие флаксону в ДПЛ). Черной стрелкой показан флаксон. S означает сверхпроводящий слой, I – слой изолятора.

Измерения на базе рассеяния солитонов могут так же быть реализованы в частотном домене, как было показано в экспериментальных работах [18, 25, 27]. Полученные результаты свидетельствуют о важности учета релятивистского аспекта в расчете динамики флаксонов, в то время как в работах, посвященных изучению баллистического детектора, в основном рассматривался нерелятивистский режим в приближении стационарной скорости флаксона [23, 24] ввиду математической сложности. Нерелятивистский подход так же традиционно использовался для оценки влияния шумов на динамику флаксона в цифровых сверхпроводниковых схемах [30-32]. Однако, в работах [33, 34А] было показано, что такие эффекты как лоренцево сокращение формы и изменение эффективной массы оказывают существенное влияние на свойства системы.

В настоящей главе будет представлена разработка аналитической и численной модели рассеяния флаксонов на неоднородностях движущей силы в присутствии тепловых флуктуаций в релятивистском режиме. Рассмотрен вопрос распространения флаксонов в дискретных джозефсоновских средах в присутствии флуктуаций, и влияние

черенковского излучения на их «джиттер» (стандартное отклонение времени распространения факсона по рассматриваемой ДПЛ, вызванное влиянием флуктуаций). Представлены и оптимизированы различные схемы баллистического детектора на базе непрерывных и дискретных ДПЛ, а так же описано проектирование экспериментальных образцов.

## 5.2. Динамика рассеяния солитона

Непрерывная ДПЛ может быть описана уравнением СГ. Для разности сверхпроводящей фазы  $\phi$  это уравнение может быть записано в следующей форме:

$$\phi_{tt} - \phi_{xx} + \sin \phi = -\alpha\phi_t + i + i_f(x, t) + i_s(x). \quad (5.1)$$

Здесь первые два слагаемых  $(-\alpha\phi_t + i)$  в правой части уравнения (5.1) представляют соответственно диссипацию энергии, связанную с туннелированием нормальных электронов через барьер, и плотность тока питания, приносящую энергию в рассматриваемую систему. Следующие два слагаемых  $[i_f(x, t) + i_s(x)]$  учитывают термические флуктуации и рассеивающую неоднородность тока питания.

Компоненты плотности тока,  $i$ ,  $i_f$ ,  $i_s$ , нормированы на плотность критического тока  $J_c$ . Пространственная,  $x$ , и временная,  $t$ , координаты нормированы соответственно на джозефсоновскую глубину проникновения,  $\lambda_J$ , и на обратную плазменную частоту,  $\omega_p^{-1}$ . Коэффициент демпфирования,  $\alpha = \omega_p/\omega_c$ , где  $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$ ,  $\omega_c = 2eI_c R_n/\hbar$ , критический ток  $I_c = J_c \lambda_J$ ,  $C$  – емкость ДПЛ,  $R_n$  – сопротивление в нормальном состоянии. Корреляционная функция шума,  $\langle i_f(x, t) i_f(x', t') \rangle = 2\alpha\gamma\delta(x - x')\delta(t - t')$ , где безразмерная интенсивность шума,  $\gamma = I_t/I_c$  [35, 36],  $I_t = 2ekT/\hbar$  – ток термических флуктуаций,  $e$  – заряд электрона,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $k$  – константа Больцмана,  $T$  – температура. Если рассеивающая неоднородность тока питания имеет ширину много меньшую характерного размера факсона,  $\lambda_J$ , соответствующее слагаемое в уравнении (5.1) может быть представлено в виде  $i_s(x) = \mu\delta(x - x_c)$ , где  $\mu$  – амплитуда,  $x_c$  – центральная координата неоднородности.

### 5.2.1. Аналитическое решение

Аналитическое описание динамики рассеяния солитона может быть получено если все слагаемые в правой части уравнения (5.1) малы:  $\alpha, i, i_f, i_s \ll 1$ . В этом случае можно использовать теорию возмущения для коллективной координаты, разработанную Маклафлином и Скоттом в работе [37]. Невозмущенное уравнение СГ

$$\phi_{tt} - \phi_{xx} + \sin \phi = 0 \quad (5.2)$$

может быть представлено как гамильтонова система с гамильтонианом

$$H^{SG} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} \phi_t^2 + \frac{1}{2} \phi_x^2 + 1 - \cos \phi \right] dx. \quad (5.3)$$

Эта система имеет солитонные решения, выражение для которых содержит два параметра:

$$\phi_0(x, t; x_0, u) = 4 \tan^{-1} \left[ \exp \pm \left( \frac{x-ut-x_0}{\sqrt{1-u^2}} \right) \right], \quad (5.4)$$

где скорость,  $|u| < 1$ , и координата,  $x_0$ , являются параметрами, а знак « $\pm$ » отражает солитонное и антисолитонное состояние.

В соответствии с анализом по теории возмущения для коллективной координаты солитонная динамика реальной системы рассматривается путем добавления малого структурного возмущения в идеальное уравнение СГ (5.2):

$$\phi_{tt} - \phi_{xx} + \sin \phi = \epsilon f, \quad (5.5)$$

где  $0 \leq |\epsilon| \ll 1$ , и находится отклик волнового решения СГ уравнения  $\vec{W} = \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_{0t} \end{pmatrix}$  (предполагается что изначально решение представляет собой чистое солитонное состояние  $\vec{W}_0 = \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_{0t} \end{pmatrix}$ , соответствующее уравнению (5.2)) на возмущение в виде

$$\vec{W} = \vec{W}_0 + \epsilon \vec{\chi} \quad (5.6)$$

посредством определений уравнений для  $\vec{\chi}$  задающих изменение волновых параметров во времени.

Для интересующего нас случая одиночной солитонной волны (5.4), эти уравнения имеют следующий вид [37]:

$$\frac{du}{dt} = \mp \epsilon \frac{1}{4} (1 - u^2) \int_{-\infty}^{\infty} f[\phi_0(\Theta)] \operatorname{sech} \Theta dx, \quad (5.7a)$$

$$\frac{dx_0}{dt} = -\epsilon \frac{1}{4} u (1 - u^2) \int_{-\infty}^{\infty} f[\phi_0(\Theta)] \Theta \operatorname{sech} \Theta dx, \quad (5.7b)$$

где  $\Theta(x, t) = \left[ x - \int_{t_0}^t u(t') dt' - x_0 \right] / \sqrt{1 - u^2}$ .

Можно отметить, что система (5.7) может быть просто получена из энергетического уравнения и уравнения для импульса солитона,  $p = -\frac{1}{8} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{0x} \phi_{0t} dx$ , соответственно:

$$\frac{dH^{SG}(\phi_0)}{du} \frac{du}{dt} = \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} f[\phi_0] \phi_{0t} dx, \quad (5.8a)$$

$$\left(\frac{d}{du} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{0x} \phi_{0t} dx\right) \frac{dx_0}{dt} = \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} f[\phi_0] \phi_{0u} dx. \quad (5.8a)$$

Вводя определение центральной координаты солитона

$$X \equiv \int_{t_0}^t u(t') dt' + x_0, \quad (5.9)$$

так что  $\dot{X} = u + \dot{x}_0$ , и подставляя правую часть уравнения СГ (5.1) вместо  $\epsilon f$  в систему (5.7), получим следующую систему дифференциальных уравнений для скорости солитона,  $u$ , и его центральной координаты,  $X$ :

$$\frac{du}{dt} = -\alpha u(1-u^2) - \frac{1}{4} [\pi i + \xi(t)] (1-u^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4} (1-u^2) \mu \operatorname{sech} \theta, \quad (5.10a)$$

$$\frac{dX}{dt} = u - \frac{1}{4} u \sqrt{1-u^2} \mu \theta \operatorname{sech} \theta, \quad (5.10a)$$

где  $\theta = (X - x_c) / \sqrt{1-u^2}$ , скорость  $u$  нормирована на скорость Свихарта,  $c = \omega_p \lambda_J$ ,  $X$  нормировано на  $\lambda_J$ , и интенсивность шума [38],  $\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = \alpha \gamma (1-u^2)^{-1/4} \delta(t-t')$ .

Система (5.10) сложна для решения при одновременном учете всех слагаемых возмущения. Однако, можно найти приближенные зависимости, рассматривая рассеяние и влияние шумов как возмущение к основному решению, определяемому постоянным привнесением и потерей энергии ( $i$  и  $\alpha$ ).

Поскольку при  $\mu, \xi = 0$  возмущение  $\epsilon f$  является четной функцией  $\Theta$ , то  $\dot{x}_0 = 0$ , а  $\dot{X} = u$ , как это следует из уравнения (5.7б). В этом случае уравнение (5.7a) имеет простой вид:

$$\dot{p} = -\alpha p - \pi i / 4, \quad (5.11)$$

который описывает релаксационный процесс, определяемый отношением  $i/\alpha$ , так что явные зависимости импульса, скорости и координаты солитона от времени могут быть представлены в следующей форме:

$$p = \left( \beta + u^{rel}(t_0) / \sqrt{1-u^{rel}(t_0)^2} \right) e^{-\alpha(t-t_0)} - \beta, \quad (5.12)$$

$$u^{rel}(t) = \operatorname{sign}(p) (1+p^{-2})^{-1/2}, \quad (5.13a)$$

$$X^{rel}(t) = u_{st} (t - t_0) + \frac{u_{st} \ln A_1 - \ln A_2}{\alpha} + C, \quad (5.13a)$$

где

$$A_1 = p(\sqrt{\beta^2 + 1} \sqrt{1+p^{-2}} \operatorname{sign}(p) - \beta) + 1, \quad (5.14a)$$

$$A_2 = p(\sqrt{1+p^{-2}} \operatorname{sign}(p) + 1), \quad (5.14b)$$

константа  $C$  имеет выражение

$$C = X^{rel}(t_0) - \frac{1}{\alpha} \left( u_{st} \ln \left[ \frac{\sqrt{\beta^2 + 1} - \beta u^{rel}(t_0)}{\sqrt{1-u^{rel}(t_0)^2}} + 1 \right] - \ln \left[ \frac{1+|u^{rel}(t_0)|}{\sqrt{1-u^{rel}(t_0)^2}} \right] \operatorname{sign}[u^{rel}(t_0)] \right), \quad (5.14b)$$

а  $u_{st}$  – стационарная скорость солитона,



$$u_{st} = -\text{sign}(\beta)(1 + \beta^{-2})^{-1/2}, \quad (5.15)$$

параметры  $t_0$ ,  $X^{rel}(t_0)$ ,  $u^{rel}(t_0)$  задают начальные условия,  $\beta = \pi i/4\alpha$ . Из уравнения (5.12) видно, что скорость релаксации определяется демпфированием.

Следующим шагом мы рассчитываем эффект привносимый в динамику рассеянием, предполагая баллистический режим распространения солитона,  $i, \alpha, \xi = 0$ . Приближенное решение системы (5.10) в этом случае имеет вид:

$$u^{sc}(\theta) = \text{sign}(u_0) \sqrt{1 - \frac{1-u_0^2}{\left[1 - \frac{\mu}{2}\sqrt{1-u_0^2}(\arctan[\tanh(\frac{\mu}{2})] + c_{\pm\infty})\right]^2}}, \quad (5.16a)$$

$$X^{sc}(\theta) = \frac{\theta \sqrt{1-u_0^2}}{1 - \frac{\mu}{2}\sqrt{1-u_0^2}(\arctan[\tanh(\frac{\mu}{2})] + c_{\pm\infty})} + x_c, \quad (5.16b)$$

где  $c_{\pm\infty}$  - константа соответствующая решениям для налетающего ( $c_{-\infty} = \pi/4$ ) и рассеянного ( $c_{+\infty} = -\pi/4$ ) солитона для  $u_0 > 0$ , и соответственно наоборот для отрицательной скорости  $u_0 < 0$ .

Для падающего солитона баллистически распространяющегося со скоростью  $u_0$ , рассеяние приводит к ступенчатому изменению скорости

$$u_0 \rightarrow \text{sign}(u_0) \sqrt{1 - \frac{1-u_0^2}{\left[1 - \text{sign}(u_0)\frac{\mu\pi}{4}\sqrt{1-u_0^2}\right]^2}}, \quad (5.17)$$

в координате  $\theta = 0$ . Согласно (5.16b) эта ступенька соответствует изгибу на координатной зависимости,

$$X \rightarrow \frac{X-x_c}{1 - \text{sign}(u_0)\frac{\mu\pi}{4}\sqrt{1-u_0^2}} + x_c. \quad (5.18)$$

Последующая релаксация скорости солитона к ее стационарному значению (5.15) может быть получена с использованием решения (5.13) в системе (5.16):  $u_0 = u^{rel}$  и  $\theta = (X^{rel} - x_c)/\sqrt{1 - (u^{rel})^2}$ . Момент рассеяния может быть получен из уравнения  $X^{rel}(t^{sc}) = x_c$ , так что

$$t^{sc} = \int_{t_0}^{\infty} H(u^{rel}(t)) - \text{sign}[u^{rel}(t)]H(X^{rel}(t) - x_c)dt + t_0, \quad (5.19)$$

где  $H(x)$  – ступенчатая функция Хевисайда.

Поскольку рассеяние привносит возмущение в релаксационную динамику налетающего солитона, решения определяемые начальными условиями,  $t_0$ ,  $X^{rel}(t_0)$ ,  $u^{rel}(t_0)$ , могут использоваться в системе (5.16) только до момента рассеяния ( $t < t^{sc}$ ). После этого момента ( $t \geq t^{sc}$ ) необходимо использовать решение для рассеянного солитона с соответствующими новыми начальными условиями,  $t^{sc}$ ,  $X^{rel}(t^{sc}) = x_c$ , и скоростью  $u^{rel}(t^{sc})$  равной измененной скорости, определяемой

правой частью выражения (5.17), где  $u_0 = \lim_{t \rightarrow t^{sc}} u^{rel}(t)$  берется из решения для налетающего солитона для связи.

Для учета влияния флуктуаций можно рассматривать солитон как массивную броуновскую частицу с интенсивностью шума зависящей от времени [33]. Для получения решения удобно опустить слагаемые отвечающие рассеянию (слагаемые с  $\mu$ ) в системе (5.10) и предположить что скорость в множителях, отвечающих релятивистским эффектам  $((1 - u^2)$  и  $(1 - u^2)^{\frac{3}{2}}$ ), не значительно флуктуирует в пределе малого шума, так что  $u$  может быть заменено на  $u^{sc}(t)$ . Для дальнейшего упрощения можно положить некоторое фиксированное релятивистское уменьшение демпфирования, заменяя  $u^{sc}(t)$  в множителе  $(1 - (u^{sc})^2)$  перед слагаемым описывающим демпфирование на среднюю скорость  $\langle u^{sc}(t) \rangle$  (получение которой будет описано ниже), так что эффективный коэффициент демпфирования равен:  $\alpha^* = \alpha(1 - \langle u^{sc} \rangle^2)$ . В таком приближении для гауссова шума  $\xi(t)$  можно найти дисперсию  $D(t)$  и соответствующую вероятность  $P(t)$  найти солитон внутри сегмента длиной  $L$  в виде:

$$D(t) = \frac{\gamma}{4\alpha^*} \int_{t_0}^t (1 - 2e^{-\alpha^* t'} + e^{-2\alpha^* t'}) [1 - (u^{sc}(t'))^2]^{\frac{5}{2}} dt', \quad (5.20)$$

$$P(t) = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[L - X^{sc}(t)] / \sqrt{2D(t)}. \quad (5.21)$$

Эти уравнения позволяют определить среднее время  $\tau$  распространения солитона по сегменту длиной  $L$  и стандартное отклонение этого времени  $\sigma$  (джиттер), используя понятие интегрального времени релаксации [39]:

$$\tau = \int_{t_0}^{\infty} P(t) dt, \quad (5.22)$$

$$\sigma = \sqrt{2 \int_{t_0}^{\infty} t P(t) dt - \tau^2}. \quad (5.23)$$

В пределе  $D(t) \rightarrow 0$  уравнения (5.21)-(5.23) служат для определения времени распространения без учета шума и соответствующей средней скорости  $\langle u^{sc} \rangle$ , которая в свою очередь позволяет определить эффективный коэффициент демпфирования  $\alpha^*$ .

Отметим, что полученные выражения позволяют оценить отношения сигнала к шуму, SNR (Signal to Noise Ratio), в измерительном процессе на базе рассеяния солитона. К примеру, если измерение предполагает сравнение времени распространения солитона с рассеянием  $\tau_{\mu}$  и без рассеяния  $\tau_0$ , то в этом случае

$$SNR = \frac{|\Delta\tau|}{\sigma_{\Sigma}} = \frac{|\tau_{\mu} - \tau_0|}{\sqrt{\sigma_{\mu}^2 + \sigma_0^2}}, \quad (5.24)$$

где  $\sigma_{\mu,0}$  соответствуют средним временам  $\tau_{\mu,0}$ .

### 5.2.2. Общий метод решения

Представленный аналитический подход может быть обобщен на произвольное количество неоднородностей движущей силы. К примеру, рассеяние на диполе может быть представлено как два последовательных рассеяния на неоднородностях расположенных друг относительно друга на длине соответствующей длине диполя,  $d = x_{c1} - x_{c2}$ , с одинаковыми амплитудами противоположной полярности,  $\mu_2 = -\mu_1$ . Для нахождения решения в этом случае необходимо сначала получить решения  $u_1^{sc}$ ,  $X_1^{sc}$ , используя  $\mu_1$ ,  $x_{c1}$  в системе (5.16), а затем снова использовать систему (5.16), но уже с  $\mu_2$ ,  $x_{c2}$  и полученными зависимостями  $u_1^{sc}$ ,  $X_1^{sc}$  вместо прежних  $u^{rel}$ ,  $X^{rel}$  для налетающего солитона.

В случае когда рассеяние не может рассматриваться как возмущение (например, из-за большой амплитуды рассеяния или из-за того что движение солитона не может считаться баллистическим), необходимо численно рассчитывать систему (5.10), в которой последние слагаемые нужно заменить на  $-(1 - u^2) \sum_n \mu_n \operatorname{sech}(\theta_n)/4$  и  $-u\sqrt{1 - u^2} \sum_n \mu_n \theta_n \operatorname{sech}(\theta_n)/4$  в уравнениях определяющих соответственно  $u$  и  $X$  (здесь  $n$  – номер неоднородности). Для ускорения вычислений флуктуационное слагаемое может быть опущено (если  $\xi \ll 1$ ) в численном расчете зависимостей  $u(t)$  и  $X(t)$ . Эффект привносимый шумом может быть учтен в дальнейшем с помощью выражений (5.20) – (5.23).

Наконец, если слагаемые в правой части СГ уравнения (5.1) не малы, это уравнение само необходимо решать численно. В этом случае удобно заменить дельта функцию на более гладкую зависимость, например, гиперболический секанс [18]:  $i(x) = \sum_n \mu_n \delta(x - x_{cn}) \approx \sum_n \mu_n \operatorname{sech} \left[ \frac{x - x_{cn}}{a_n} \right] / (\pi a_n)$ , где  $a_n$  характеризует ширину рассеивающей неоднородности. Среднее время распространение солитона по выбранному пути и его временной джиттер могут быть рассчитаны посредством усреднения по ансамблю реализаций.

### 5.3. Влияние дискретности среды на динамику солитона

Дискретный вариант уравнения СГ описывается моделью Френкеля – Конторовой (ФК) [40]. Исследуемое уравнение не имеет аналитического решения и поэтому исследуется в рамках численных методов. Дискретные ДПЛ являются стандартным

элементом схем цифровой сверхпроводниковой электроники и поэтому их использование удобно при построении обсуждаемых детекторов состояний кубитов. Однако, дискретность приводит к возникновению принципиально новых эффектов в динамике распространения солитнов, которые будут обсуждаться в этом параграфе.

Рассмотрим модель ФК со слабым демпфированием, движущей силой и флуктуациями, описывающую дискретную ДПЛ аналогичную рассмотренному выше непрерывному аналогу (5.1) за исключением потенциала рассеяния:

$$\ddot{\phi}_n - (\phi_{n-1} - 2\phi_n + \phi_{n+1})/l + \sin \phi_n = -\alpha\dot{\phi}_n + i_n + i_{n,f}, \quad (5.25)$$

где  $n$  - номер джозефсоновского перехода в ДПЛ, а точки означают дифференцирование по времени. Динамика такой ДПЛ аналогична динамике цепочки связанных маятников с константой связи  $1/l$ , коэффициентом демпфирования  $\alpha$ , движущей силой  $i_n$ , и флуктуационным слагаемым  $i_{n,f}$ . Уравнение (5.25) описывает джозефсоновские переходы связанные между собой нормированной индуктивностью  $l = 2eI_c L / \hbar$  ( $L$  - индуктивность).

Поскольку размер флаксона составляет примерно  $\sim 4/\sqrt{l}$  переходов (или  $4\lambda_J$  [41]) мы рассмотрели диапазон  $l \geq 0.5$  где дискретность оказывает заметное влияние на динамику.

Параметр демпфирования  $\alpha = \omega_p / \omega_c$  соответствует отношению плазменной и характерной частот джозефсоновских контактов. Ток питания контактов нормирован на их критический ток,  $i_n = I / I_c$ , флуктуационный ток моделируется белым гауссовым шумом с нулевым средним значением и корреляционной функцией  $\langle i_{n,f}(t) i_{n,f}(t + \tau) \rangle = 2\alpha\gamma\delta(\tau)$ .

Время прохождения солитона по ДПЛ рассчитывается как время до момента когда последний джозефсоновский контакт в цепи переходит через положение неустойчивого равновесия своей потенциальной энергии. Среднее время и джиттер рассчитываются посредством усреднения по 1000 – 10000 реализаций. Для оценки дисперсии исследуемого времени прохождения  $\sigma_J^2$  можно начать с рассмотрения двух предельных случаев – слабого и сильного демпфирования [41]:

$$\sigma_J^2 \approx \bar{\tau} \gamma i'^{-2} \quad \text{при } \alpha \gg 1, \quad (5.26a)$$

$$\sigma_J^2 \approx \bar{\tau} \gamma i'^{-8/5} \omega_p^{-2/5} \quad \text{при } \alpha \ll 1, \quad (5.26b)$$

где  $i'$  - временная производная тока протекающего через переход,  $\bar{\tau}$  - среднее время в течение которого фаза перехода близка к положению неустойчивого равновесия при переходе через барьер потенциальной энергии. В выражениях (5.26)  $\bar{\tau}$  используется как подгоночный параметр, который может быть получен из численных расчетов. Можно

отметить, что в обоих случаях дисперсия интересующего нас времени обратно пропорциональна скорости роста тока через переход и пропорциональна  $\bar{\tau}$ .

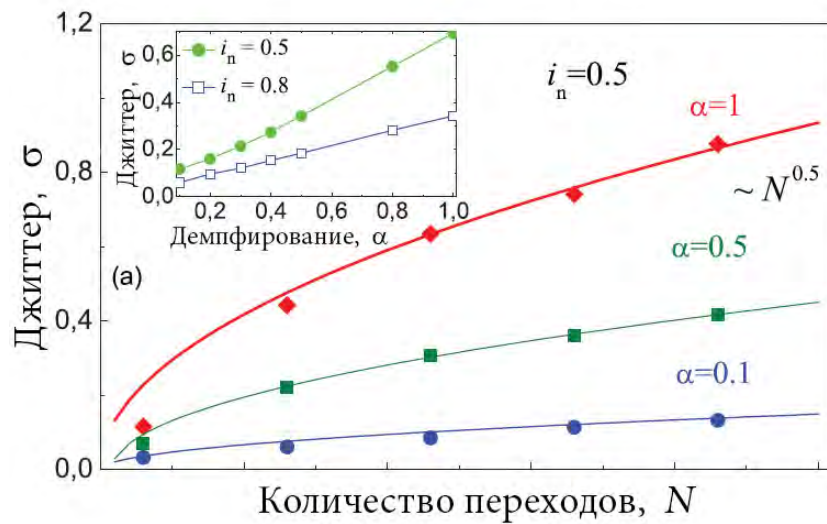


Рисунок 5.2. Накопление джиттера с ростом количества переходов  $N$  в ДПЛ при различных значениях параметра демпфирования  $\alpha$ . Точками показаны результаты расчета уравнения (5.25), сплошными кривыми – аналитическая аппроксимация с использованием (5.26). На вставке показан рост джиттера с увеличением параметра демпфирования для ДПЛ состоящей из 30 контактов. Индуктивность,  $l = 2.5$ , интенсивность шума,  $\gamma = 10^{-3}$ .

В произведенных расчетах фиксировалась начальная форма солитона. Результаты численного расчета уравнения (5.25) представлены на рис. 5.2 точками. Аналитическая аппроксимация с использованием (5.26) показана сплошными линиями. Хорошее совпадение означает что можно рассматривать джозефсоновские контакты как источники независимых флуктуаций описываемые (5.26). Уменьшение параметра демпфирования соответствует увеличению скорости всех процессов, включая нарастание тока  $i'$  и уменьшение  $\bar{\tau}$ , что в свою очередь приводит к уменьшению джиттера (см. вставку рис. 5.2).

Накопление джиттера для различных значений  $i_n$  представлено на рис. 5.3. Отклонение закона роста джиттера от корневого означает неодинаковость влияния флуктуаций на динамику переходов. Согласно (5.26) это соответствует изменению  $i'$  и  $\bar{\tau}$ , которое происходит в следствие лоренцова сжатия (или растяжения) [33] в процессе ускорения (или замедления) солитона. Как было показано в предыдущем параграфе, ускорение солитона и его ускоренное движение зависит от  $i_n$  и  $\alpha$ . Представленные

результаты (рис. 5.3) подтверждают возможность подавления джиттера [33] за счет релятивистского эффекта сокращения солитона в дискретном случае.

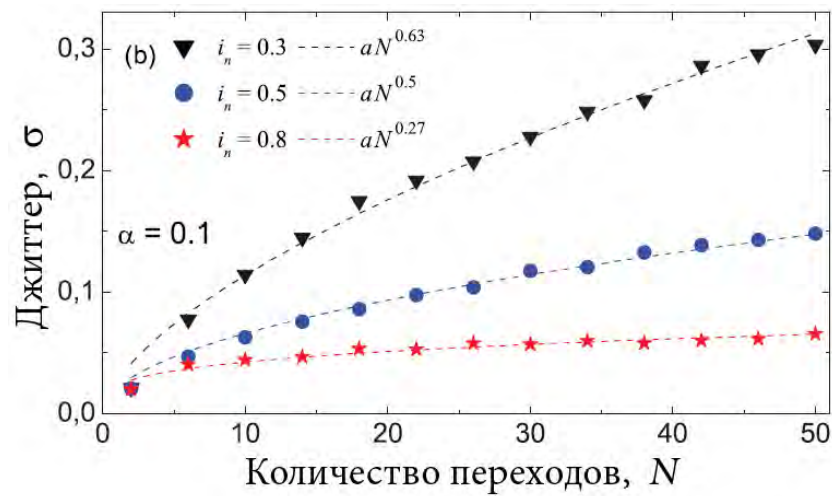


Рисунок 5.3. Накопление джиттера с ростом количества переходов  $N$  в ДПЛ при различных значениях тока питания. Точками показаны результаты расчета уравнения (5.25), сплошными кривыми – аналитическая аппроксимация с использованием функции  $y = aN^x$ , где  $a$  – подгоночный параметр. Индуктивность,  $l = 2.5$ , интенсивность шума,  $\gamma = 10^{-3}$ .

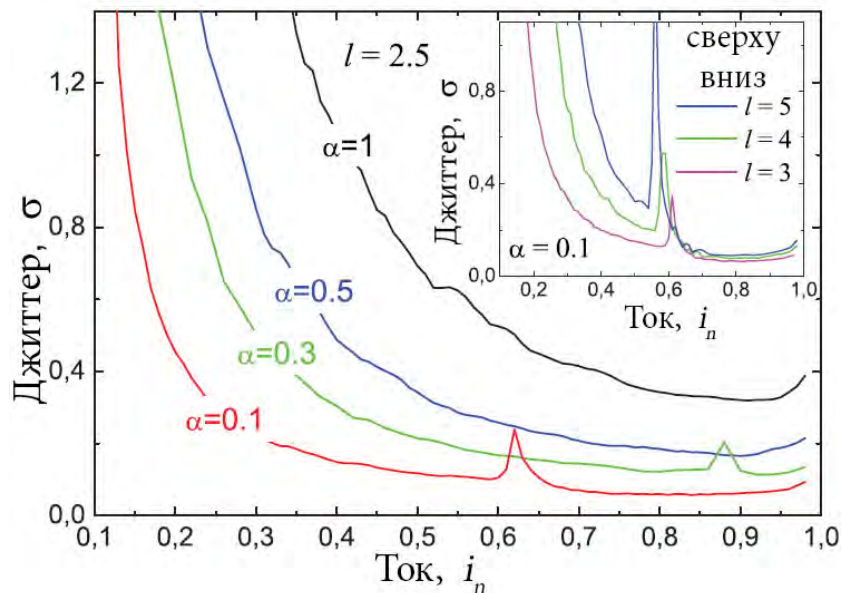


Рисунок 5.4. Джиттер времени прохождения солитона по ДПЛ в зависимости от тока питания,  $i_n$ , в ДПЛ состоящей из 30 контактов. На вставке показаны зависимости джиттера при различной дискретности системы. Интенсивность шума,  $\gamma = 10^{-3}$ .

Зависимость джиттера времени прохождения солитона по ДПЛ от тока питания контактов  $i_n$  при разных значениях параметра демпфирования  $\alpha$  показана на рис. 5.4. ДПЛ состоит из  $N = 30$  переходов. Подавление джиттера соответствует изменению отношения  $i_n/\alpha$ . Увеличение джиттера вблизи критического значения,  $i_n = 1$ , объясняется возрастанием процессов термической активации на прохождение положения неустойчивого равновесия. Быстрый рост джиттера в области малых токов является следствием дискретности системы, см. вставку рис. 5.4. Он соответствует пинингу солитона в яме пространственно-периодического потенциала Пьерлса-Набарро, что отражает неинвариантность системы по отношению к произвольному переносу солитона в цепочке [40, 42]. В идеальном случае, в отсутствие шумов, депинингующий ток может быть рассчитан аналитический, следуя результатам работы [43]. Резкие пики джиттера в середине кривых для малых значений параметра демпфирования ( $\alpha = 0.1, 0.3$ ), однако, не могут быть объяснены в рамках обычного подхода оценки джиттера на базе рассмотрения уравнения СГ. Их объяснение в рамках модели ФК состоит в следующем.

Солитон можно рассматривать как частицу, обладающую характерной массой и скоростью, а следовательно можно обсуждать и вопрос возбуждения линейных колебаний вызванных быстрым движением солитона как возбуждения черенковского излучения [40, 42]. В случае слабого демпфирования черенковское излучение может приводить к неустойчивости быстрого солитона, описанной в работе [44]. Пример динамики кинка фазы, соответствующего солитону в модели ФК показан на рис. 5.5. Если ток питания превышает пороговое значение, в хвостовой части солитона может образоваться дискретный бризер, который впоследствии затухает в солитон-антисолитонную пару (соответствующую паре  $2\pi$  кинка-антикинка на представленной фазовой диаграмме, рис. 5.5в). Новообразовавшийся солитон и изначальный солитон сливаются в единую структуру с удвоенным топологическим зарядом. Это преобразование мод колебаний повторяется для солитонов и антисолитонов, что приводит к формированию расширяющегося домена, границы которого – мульти- $2\pi$  кинковые структуры - распространяются со скоростью близкой к максимальной для солитонов  $c = \omega_p \lambda_J$ . Пороговое значение перехода системы из «фиксированного» в «бегущее» состояние и соответствующие пороговые скорости солитонов могут быть получены с использованием результатов работы [44].

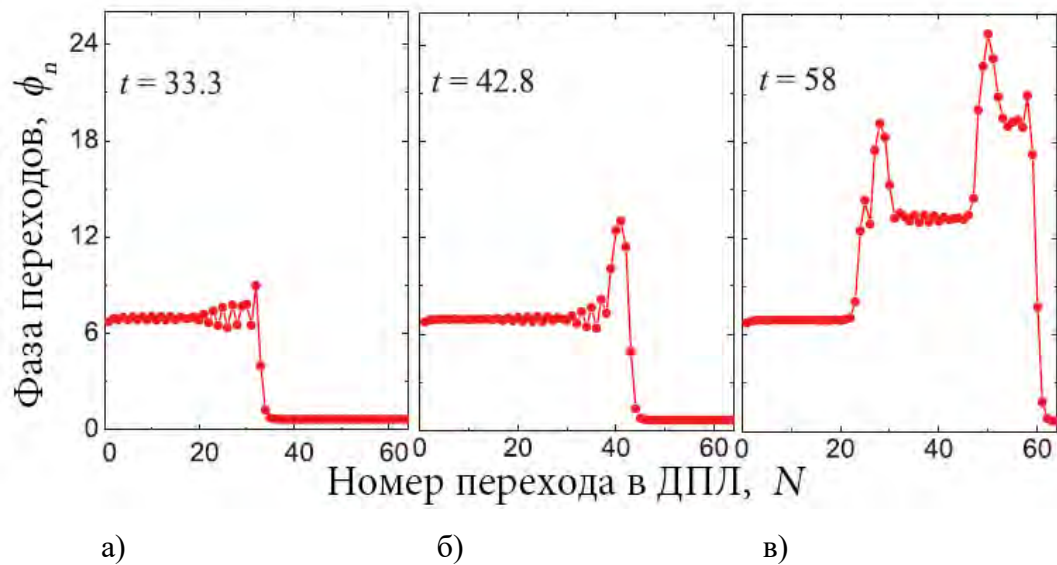


Рисунок 5.5. Динамика кинка фазы, соответствующего солитону в модели ФК, при переходе системы из фиксированного в бегущий режим в различные моменты времени (а), (б), (в). ДПЛ состоит из 64 контактов со следующими параметрами:  $i_n = 0.61$ ,  $l = 2.5$ ,  $\alpha = 0.1$ .

Накопление джиттера, соответствующее представленной на рис. 5.5 динамике показано на рис. 5.6 красной кривой с заполненными кружками. Видно, что джиттер быстро растет в течение переходного процесса в узком диапазоне токов (см. вставку рис. 5.6). Различная высота пиков джиттера для ДПЛ с различными длинами объясняется различной конечной шириной и начальной точкой переходного процесса, зависящих от конкретных значений  $l$  и  $\alpha$ .

Динамика фаз переходов в течение переходного процесса показана на рис. 5.7. Для того чтобы сделать переходный процесс более явным в расчете было использовано значение индуктивности  $l = 4$ . Положения устойчивого равновесия джозефсоновской фазы определяются приложенным током,  $\phi_{st} = \arcsin(i_n) + 2\pi m$ , где  $m$  – целое число. Прохождение солитона соответствует изменению фазы на  $2\pi$  ( $m = 0 \rightarrow 1$ ). Переходный процесс начинается с джозефсоновского контакта номера  $n = 14$  когда его фаза переходит из второго устойчивого состояния ( $m = 1$ ) в третье ( $m = 2$ ) (оба состояния показаны на рисунке горизонтальными пунктирными линиями). Распространение вновь образовавшихся солитона и антисолитона соответствуют таким же дополнительным прыжкам фазы последующих и предшествующих контактов. Тем не менее, расчет показывает, что появление солитон-антисолитонной пары не приводит к увеличению джиттера, см. рис. 5.8.



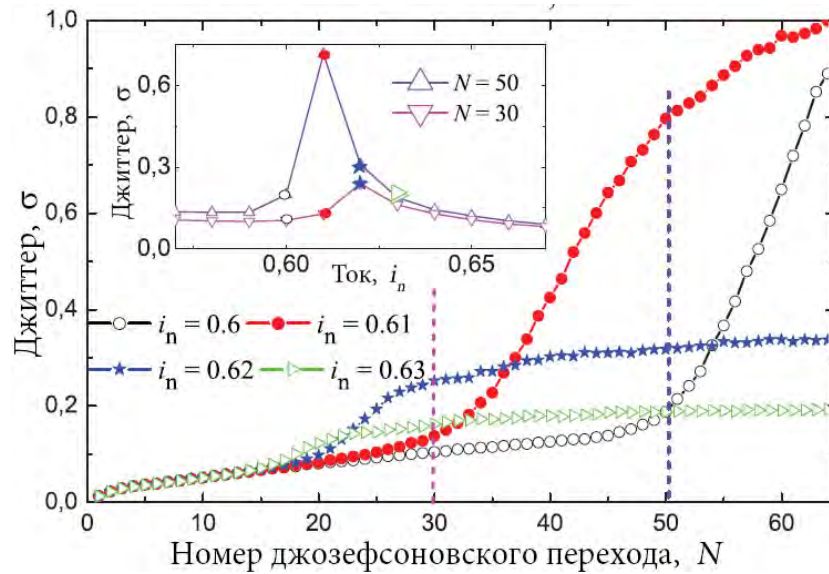


Рисунок 5.6. Накопление джиттера в ДПЛ состоящей из 64 контактов с индуктивностью,  $l = 2.5$ , и коэффициентом демпфирования,  $\alpha = 0.1$ . Ток питания указан на рисунке. Интенсивность шума,  $\gamma = 10^{-3}$ . На вставке представлена зависимость джиттера от длины ДПЛ. Вертикальные пунктирные линии соответствующих цветов пересекают кривые джиттера для выбранных ( $N = 30$  и  $50$ ) номеров джозефсоновских контактов.

Накопление джиттера было рассчитано с остановкой вычислений в момент когда фаза последнего перехода ДПЛ в этом расчете достигает определенного значения. Эти значения ( $\pi/2$ ,  $\pi$  и  $2\pi$ ) показаны на фазовой кривой перехода с номером  $n = 25$  на рис. 5.7. Соответствующие кривые джиттера показаны на вставке (1) рис. 5.8. Эти кривые практически совпадают до номера перехода  $n = 24$ . Это означает, что флуктуации не оказывают существенного влияния на динамику последнего перехода в ДПЛ когда он достигает этих значений фазы, поскольку они далеки от положения неустойчивого равновесия. Расхождение кривых для ДПЛ состоящих из большего количества переходов свидетельствует о заметном вкладе от ближайших соседних переходов, в то время как эти переходы находятся вблизи положения их неустойчивого равновесия (выше  $m = 1$ ). Кривые джиттера начинают опять совпадать при завершении переходного процесса, соответствующего формированию мульти- $2\pi$  кинковой структуры границы расширяющегося домена бегущей фазы. Согласно (5.25) накопление джиттера минимально для этой быстрой структуры и обсуждаемый дополнительный вклад в джиттер исчезающе мал (см. кривую для перехода с  $n = 32$ , рис. 5.7 наклон кривой джиттера на рис. 5.8 для номеров контактов  $n \geq 32$ ).

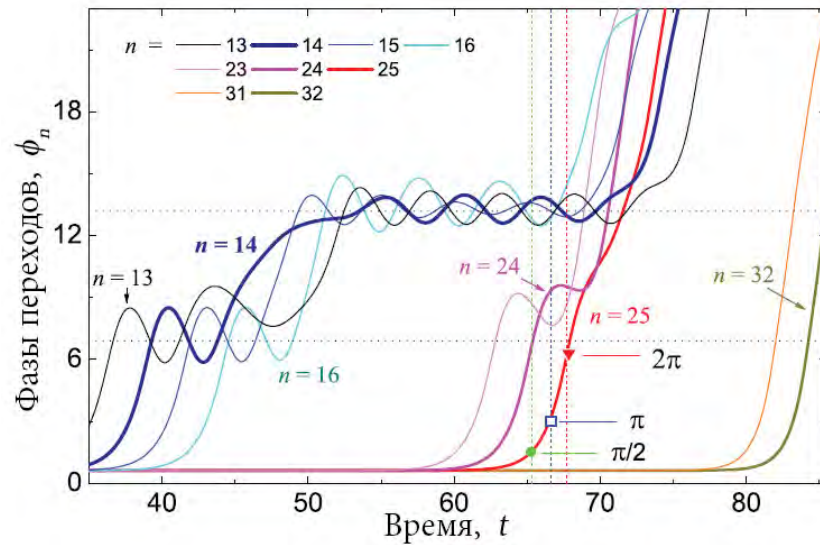


Рисунок 5.7. Динамика джозефсоновской фазы в течение процесса перехода системы из фиксированного режима в режим бегущей фазы для ДПЛ состоящей из 48 джозефсоновских переходов с параметрами  $l = 4$ ,  $i_n = 0.58$ ,  $\alpha = 0.1$ . Второе и третье положение устойчивого равновесия показаны пунктирными горизонтальными линиями. Интенсивность шума,  $\gamma = 10^{-3}$ .

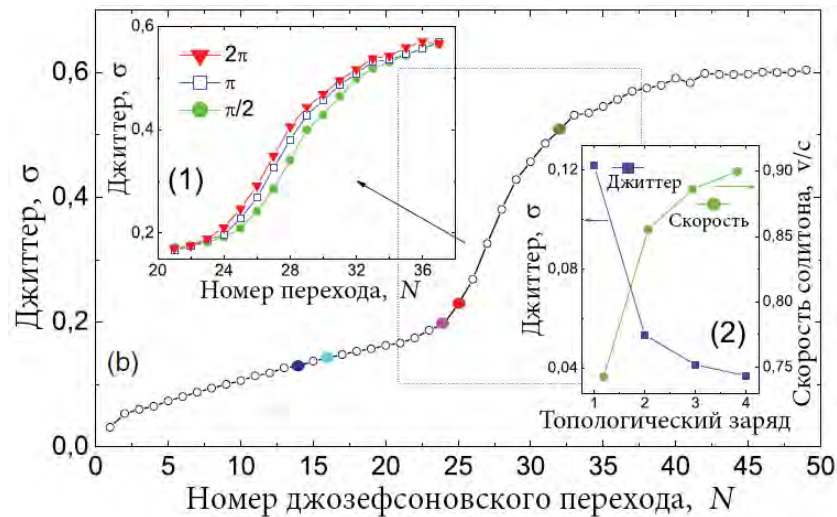


Рисунок 5.8. Зависимость накопление джиттера с ростом длины ДПЛ с параметрами  $l = 4$ ,  $i_n = 0.58$ ,  $\alpha = 0.1$ . На вставке (1) показаны кривые накопления джиттера рассчитанные для различных уровнях пороговой фазы расчета ( $\pi/2$ ,  $\pi$  и  $2\pi$ ) в диапазоне переходов, выделенных пунктирной рамкой на основном рисунке. На вставке (2) показаны зависимости джиттера и скорости солитона от топологического заряда для ДПЛ состоящей из 32 контактов;  $l = 2.5$ ,  $i_n = 0.5$ ,  $\alpha = 0.1$ , интенсивность шума,  $\gamma = 10^{-3}$ .

В диапазоне токов ниже порогового джиттер может быть дополнительно минимизирован с использованием предварительно сформированной мультисолитонной структуры. Такая структура динамически стабильна в дискретной системе и распространяется со скоростью большей скорости одиночного солитона [40]. С увеличением топологического заряда ток, ниже которого структура становится нестабильной, растет. Это приводит к необходимости нахождения компромисса между минимизацией джиттера и шириной границы рабочих токов питания. Для среднего значения тока питания  $i_n = 0.5$  зависимости джиттера и скорости солитона от топологического заряда представлены на вставке (2) рис. 5.8.

Таким образом, в отличие от непрерывного аналога, рассмотренного в предыдущем параграфе, большие значения движущей силы в дискретной модели ФК со слабым демпфированием могут приводить к значительному росту джиттера связанному с процессом объединения изначального солитона с образовавшимся из хвоста черенковского излучения приводящему к образованию единой многосолитонной структуры. Границы вынуждающей силы, соответствующие фиксированному режиму системы определяются барьером Пьерлса-Набарро и пороговым значением перехода из фиксированного режима в режим бегущей фазы.

#### 5.4. Оптимизация процесса измерений в схемах баллистического детектора

В настоящем разделе рассматриваются различные варианты схемы баллистического детектора, рис. 5.1, в котором рассеяние флаксонов на токовой неоднородности в ДПЛ используется для измерений слабых магнитных полей, например, поля кубита.

Значения параметров уравнения СГ, соответствующие экспериментальным работам [25], были приняты следующими. Параметр демпфирования при температуре  $T = 4.2$  К,  $\alpha \approx 0.2$ . Для температур соответствующих измерениям квантовых схем,  $T \geq 50$  мК, можно ожидать уменьшение этого значения [23] до  $\alpha \approx 0.02$ . Значение безразмерной интенсивности шума при указанной температуре может быть оценено  $\gamma = 10^{-5}$ . Однако, для ускорений численных расчетов удобно использовать большее значение,  $\gamma = 10^{-3}$ . Это значение все еще значительно меньше остальных коэффициентов уравнения СГ, так что шумовой эффект остается слабым. В то же время, можно отметить что джиттер и отношение сигнала к шуму в измерительной схеме масштабируются как  $\sigma_z \sim \sqrt{\gamma}$  и  $SNR = 1/\sqrt{\gamma}$ , соответственно, как будет показано ниже.

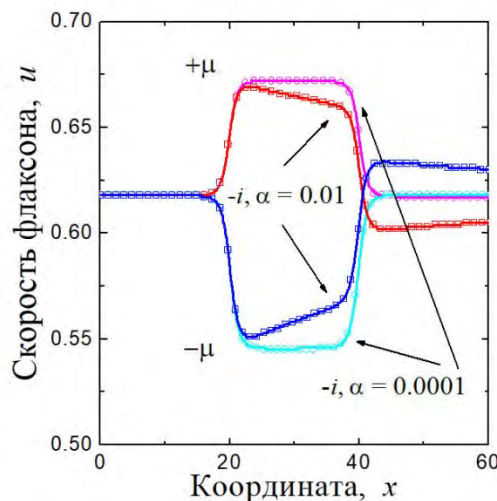
Рассеивающий токовый диполь индуцируется полем магнитно-связанного потокового кубита. Его амплитуда,  $\mu = \pm I_p M / 2L_{cl} J_c \lambda_J$ , где  $I_p$  персистентный циркулирующий ток кубита,  $M$  - коэффициент взаимной индукции между кубитом и петлей связи,  $L_{cl}$  - индуктивность петли связи. В соответствие с результатами работы [25], величина амплитуды диполя порядка,  $\mu = 0.1$ .

### 5.4.1. Случай непрерывных ДПЛ

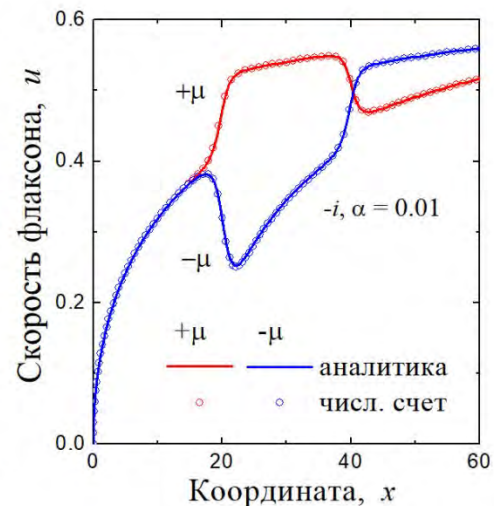
#### 5.4.1.1 Динамика рассеяния флаксона

Начнем рассмотрение измерительного процесса на базе рассеяния солитонов с изучения зависимости временного отклика детектора от начальной и стационарной скорости солитона. Выберем значения амплитуды и ширины токового диполя,  $\mu = 0.1$  и  $d = 20$ , соответственно (размер нормирован на  $\lambda_J$ ). Длина ДПЛ,  $L = 3d = 60$ . Диполь помещен в центр ДПЛ, так что  $x_{dc} = L/2 = 30$ .

Для начала рассмотрим случай когда начальная скорость солитона равна его стационарной скорости,  $u(t_0) = u_{st}$ . Полярность диполя считается «положительной», « $+\mu$ », в случае когда первый полюс диполя сонаправлен току питания (первый полюс ускоряет флаксон) и «отрицательной», « $-\mu$ », в противоположном случае (первый полюс замедляет флаксон). Демпфирование предполагается малым,  $\alpha \rightarrow 0$ .



а)



б)

Рисунок 5.9. Зависимости скорости флаксона от координаты, рассчитанные для обеих полярностей диполя аналитически (сплошные линии) и численно с помощью системы (5.10) (точки), для начальной скорости флаксона равной стационарной скорости,  $u(t_0) = u_{st}$ , (а) и для нулевой начальной скорости флаксона,  $u(t_0) = 0$ , (б). Параметры ДПЛ и диполя:  $L = 60$ ,  $d = 20$ ,  $x_{dc} = 30$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $\gamma = 0$ .

Рассеяние флаксона на диполе приводит к отклонению его скорости от стационарной,  $\Delta u = u - u_{st}$ , когда флаксон движется внутри диполя, что в дальнейшем детектируется как временной отклик при сравнении со временем распространения флаксона по референсной линии (без рассеяния). Зависимости скорости диполя от координаты для рассеяния на диполях обеих полярностей рассчитанные с помощью представленного аналитического подхода (сплошные линии) и посредством численного моделирования системы (5.10) (точки) представлены на рис. 5.9а. Для расчета баллистического режима параметры ДПЛ были выбраны следующими:  $-i = 0.0001$ ,  $\alpha = 0.0001$ ,  $\gamma = 0$ . Видно что данные полученные обоими методами абсолютно совпадают.

Заметим, что замедление флаксона может быть более выраженным чем его ускорение за счет релятивистского эффекта зависимости эффективной массы от скорости. В соответствие с этим, отклик для диполя отрицательной полярности может быть большим, чем отклик для положительного диполя.

Для учета релаксации скорости солитона те же кривые были рассчитаны для реалистичных параметров,  $-i, \alpha = 0.01$ , см. рис. 5.9а. Поскольку после первого рассеяния скорость солитона релаксирует ближе к стационарной, второе рассеяние приводит к перекомпенсации отклонения скорости,  $\Delta u$ , так что оно меняет свой знак. В следствие этого релаксация приводит к уменьшению отклика диполя с увеличением значения коэффициента демпфирования.

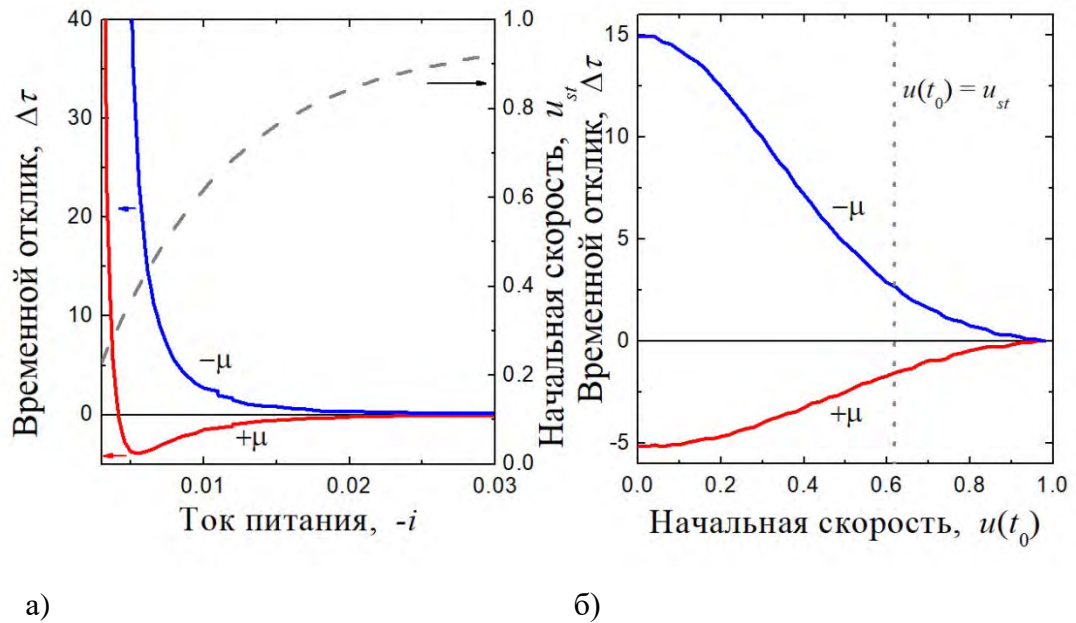


Рисунок 5.10. а) Зависимость отклика детектора от тока питания для начальной скорости флаксона равной стационарной скорости,  $u(t_0) = u_{st}$ , ( $u_{st}$  показана пунктирной линией),  $\alpha = 0.01$ . б) Зависимость отклика детектора от начальной скорости флаксона при  $-i, \alpha = 0.01$ . Вертикальная пунктирная линия показывает стационарную скорость флаксона. Параметры ДПЛ и диполя:  $L = 60$ ,  $d = 20$ ,  $x_{dc} = 30$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $\gamma = 0$ .

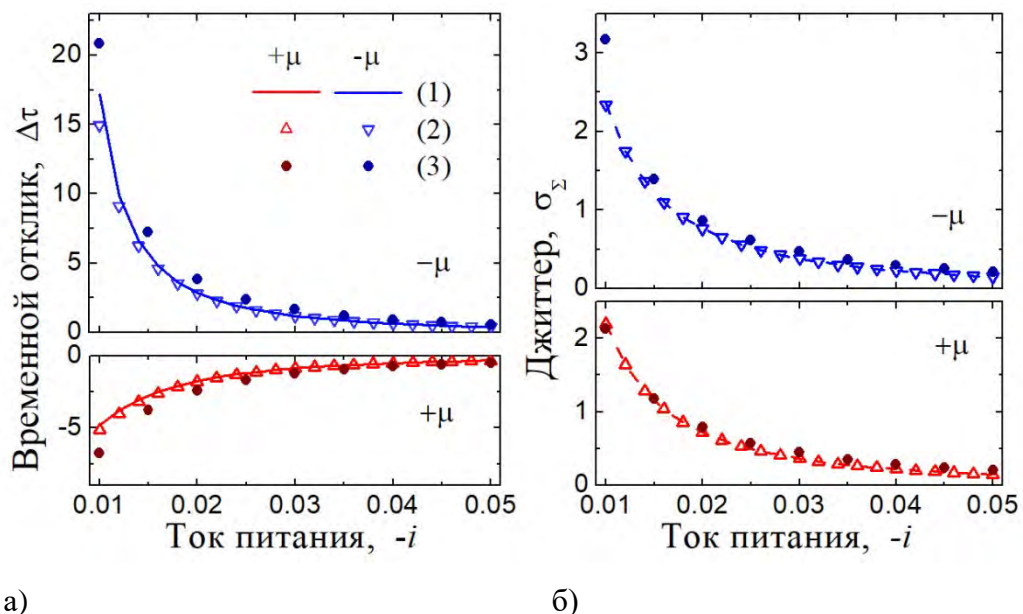
На рис. 5.10а показан временной отклик детектора,  $\Delta\tau = \tau_\mu - \tau_0$  (индексы  $\mu/0$  означают наличие/отсутствие рассеяния), рассчитанный численно для того же демпфирования, но различных токов питания, определяющих стартовую и стационарную скорость флаксона. Малые значения скорости соответствуют малым эффективным массам, что делает флаксон более восприимчивым к воздействию рассеивающего потенциала, что усиливает отклик. Быстрый рост отклика с уменьшением тока питания свидетельствует о наличии порогового значения. Этот порог соответствует захвату флаксона первым (или вторым) полюсом диполя в случае отрицательной (положительной) полярности.

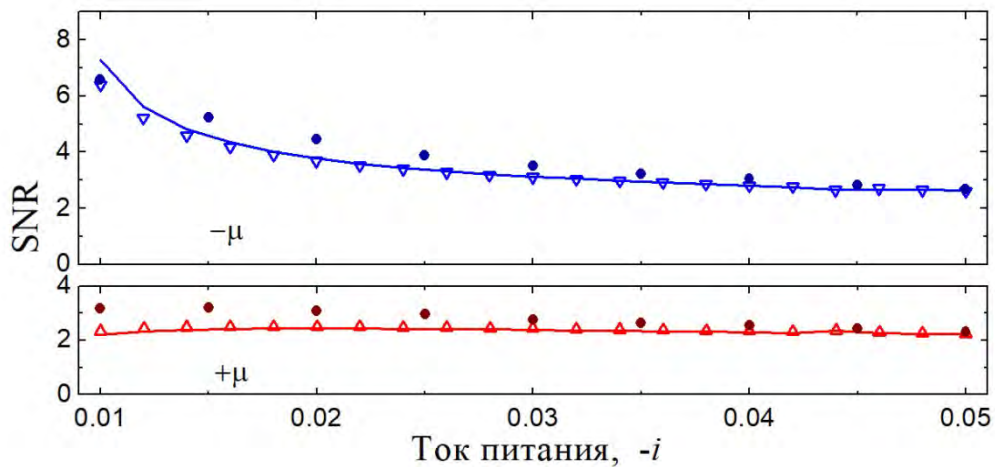
Видно что ток питания максимизирующий разницу между откликами на диполи противоположной полярности находится в районе порогового значения для отрицательного диполя. Однако, такой ток непрактичен для реализации последовательности измерений. Рабочее значение тока необходимо выбирать в области больших значений относительно оптимума, чтобы избежать случайного захвата флаксона из-за влияния флуктуаций. Тем не менее, существует дальнейшая возможность увеличения отклика путем изменения начальной скорости флаксона.

На рис. 5.9б показаны кривые скорости флаксона для тех же значений тока питания и коэффициента демпфирования ( $-i, \alpha = 0.01$ ), которые были выбраны для построения кривых рис. 5.9а, но с нулевой стартовой скоростью,  $u(t_0) = 0$ . На рис. 5.10б представлены зависимости отклика детектора от начальной скорости флаксона для тех же параметров, рассчитанные численно с помощью системы (5.10). Уменьшение начальной скорости в рассматриваемом случае приводит к пятикратному увеличению отклика для противоположных полярностей диполя. Можно отметить, что различие знаков отклика предпочтительно для измерительных схем использующих цифровые компараторы на выходе.

#### 5.4.1.2 Расчет отношения сигнала к шуму

В работе [24] было показано, что главным источником ошибок в измерительной схеме флаксонного детектора является временной джиттер связанный с тепловыми флуктуациями, и потеря когерентности кубита. Если время измерений много меньше времени потери когерентности, то отношение сигнала к шуму, SNR, может быть рассчитано согласно выражению (5.24). Суммарный джиттер,  $\sigma_\Sigma = \sqrt{\sigma_\mu^2 + \sigma_0^2}$ , в этом уравнении соответствует стандартному отклонению временного отклика детектора,  $\Delta\tau$ , который может быть рассчитан в соответствии с динамикой распространения флаксона по ДПЛ с ( $\sigma_\mu$ ) и без ( $\sigma_0$ ) рассеяния.





в)

Рисунок 5.11. Зависимости временного отклика детектора (а), суммарного джиттера (б) и отношения сигнала к шуму, SNR, (в) от тока питания для обеих полярностей диполя, рассчитанные (1) аналитически с помощью (5.11) – (5.24) (сплошные линии), (2) численно с помощью системы (5.10) в приближении  $\xi = 0$ , с последующим учетом шумов с помощью выражений (5.20) – (5.24) (треугольники), и (3) численно с помощью уравнения СГ (5.1) с усреднением по ансамблю из 10000 реализаций (точки). Параметры модели:  $L = 60$ ,  $d = 20$ ,  $x_{dc} = 30$ ,  $-i, \alpha = 0.01$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $\gamma = 10^{-3}$ ,  $u(t_0) = 0$ .

Для проверки развитого теоретического подхода оценки параметров процедуры измерения с помощью флаксонного рассеяния, зависимости временного отклика детектора, его джиттера и SNR были рассчитаны от тока питания для обеих полярностей диполя с использованием трех представленных выше методов: (1) аналитический расчет (5.11) – (5.24), (2) численный расчет системы (5.10) в приближении  $\xi = 0$ , с последующим учетом шумов с помощью выражений (5.20) – (5.24), и (3) численный расчет уравнения СГ (5.1) с усреднением по ансамблю из 10000 реализаций. В последнем случае (3), расчет проводился с использованием оригинальной имплицитной конечно-разностной схемы [35, 36], которая аналогична схеме Кренка-Николсона, но с учетом источника белого шума. Параметры ДПЛ и диполя были оставлены прежними:  $L = 60$ ,  $d = 20$ ,  $x_{dc} = 30$ ,  $-i, \alpha = 0.01$ ,  $\mu = 0.1$ , кроме интенсивности шума,  $\gamma = 10^{-3}$ . Стартовая скорость флаксона равна нулю,  $u(t_0) = 0$ . Результаты расчета показаны на рис. 5.11.

Видно, что данные полученные всеми методами хорошо совпадают. Некоторое расхождение появляется в области малых токов питания, где эффект от рассеяния наиболее ярко выражен.



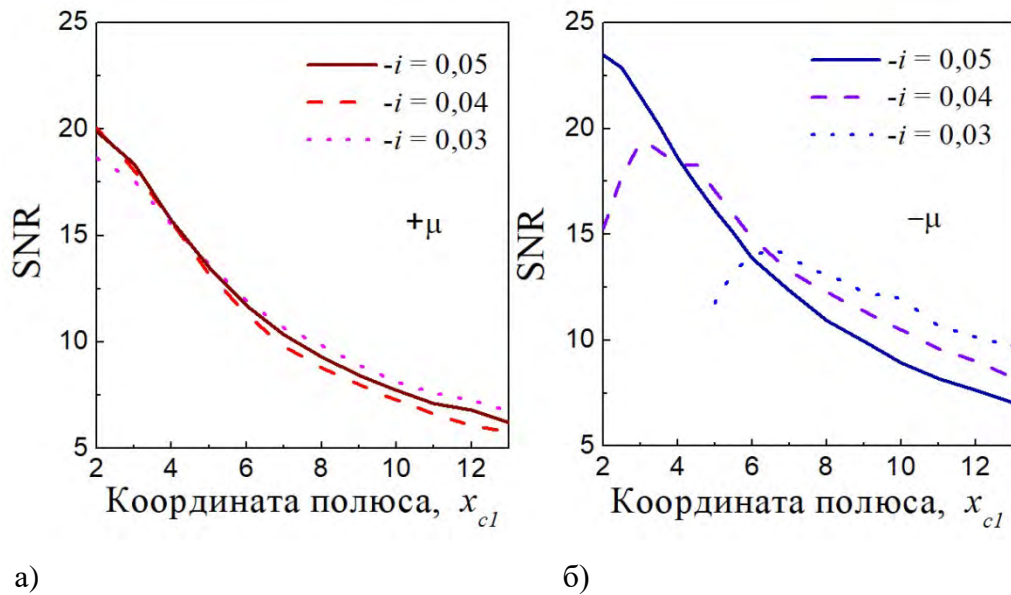


Рисунок 5.12. Зависимость отношения сигнала к шуму детектора от положения первого полюса диполя,  $x_{c1}$ , в ДПЛ для положительной (а) и отрицательной (б) полярности диполя. Значения тока питания:  $-i = 0.03; 0.04; 0.05$ ,  $x_{c2} = 55$ ,  $\alpha = 0.02$ ,  $\gamma = 10^{-3}$ ,  $L = 60$ ,  $\mu = 0.2$ ,  $u(t_0) = 0$ .

Увеличение джиттера с уменьшением тока питания (и стационарной скорости флаксона) может быть качественно объяснено релятивистским уменьшением эффективной массы, которое делает флаксонную динамику более чувствительной к воздействию рассеивающего потенциала. Несмотря на это увеличение, отношение сигнала к шуму для отрицательной полярности диполя немного растет при уменьшении тока питания (см. рис. 5.11в) из-за более быстрого роста временного отклика. В противоположность этому, для положительной полярности SNR примерно постоянен вследствие ограниченной возможности роста отклика, см. также рис. 5.10а.

Наряду с достаточно пологими зависимостями SNR от тока питания, соответствующими широкому диапазону стационарных скоростей флаксона, зависимость SNR от скорости флаксона перед рассеянием на диполе оказывается более ярко выраженной. Поскольку рассеяние на втором полюсе диполя прекращает конструктивное формирование временного отклика, мы сдвинули в расчете второй полюс диполя в конец ДПЛ:  $x_{c2} = L - 5 = 55$ . Для того чтобы сделать наши результаты более соотносимыми с экспериментом, мы увеличили параметр демпфирования до  $\alpha = 0.02$  так же как и амплитуду диполя,  $\mu = 0.2$ . Начальная скорость флаксона и интенсивность шума остались прежними,  $\gamma = 10^{-3}$ ,  $u(t_0) = 0$ . Зависимости SNR от положения первого полюса диполя при

различных токах питания были рассчитаны численно с помощью уравнения СГ (5.1). Результаты полученные для положительной и отрицательной полярности диполя показаны на рис. 5.12а,б соответственно.

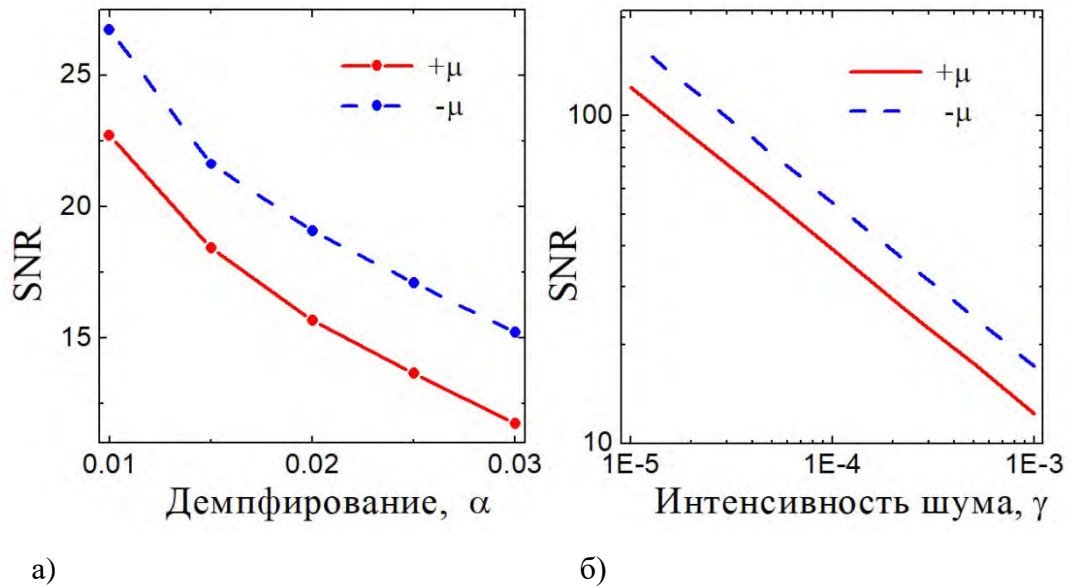


Рисунок 5.13. Зависимость отношения сигнала к шуму детектора от значения параметра демпфирования (а) при  $-i = 0.048$ ,  $x_{c1} = 5$ , и от интенсивности шума (б) при  $\alpha = 0.02$ . Параметры ДПЛ и диполя:  $L = 60$ ,  $\mu = 0.2$ ,  $u(t_0) = 0$ .

Сдвиг первого полюса диполя в начало ДПЛ приводит к уменьшению скорости флаксона перед рассеянием и соответствующему уменьшению эффективной массы. Вследствие того что рассеяние в основном формирует отклик детектора, SNR для положительного диполя монотонно растет в сторону уменьшения координаты. В то же время, изгиб SNR для отрицательной полярности показывает увеличение вклада джиттера вблизи порогового значения тока питания. Максимумы этих изгибов соответствуют оптимальному набору параметров для рассматриваемой процедуры измерений.

Полагая, что ближайшим положением первого полюса диполя к началу ДПЛ может быть  $x_{c1} = 5$ , была рассчитана зависимость SNR от параметра демпфирования для оптимального тока питания,  $-i = 0.048$ , соответствующего выбранному  $x_{c1}$ , см. рис. 5.13а. Видно что релаксационный процесс оказывает примерно одинаковое влияние на формирование SNR для обеих полярностей диполя. В заключение, для оценки реального отношения сигнала к шуму, достижимого в эксперименте, была рассчитана зависимость SNR от интенсивности шума при значении параметра демпфирования,  $\alpha = 0.02$ . Результаты показаны на рис. 5.13б. В соответствие со сделанными предположениями,

отношение сигнала к шуму масштабируется как,  $SNR \sim \sigma_{\Sigma}^{-1} \sim \gamma^{-1/2}$ , что соответствует выражениям (5.26). Для оценочной интенсивности шума,  $\gamma = 10^{-5}$ , отношение сигнала к шуму оказывается больше сотни. Поскольку полученный временной отклик и джиттер детектора в рамках модели, учитывающей только флаксонную динамику в ДПЛ, на порядки больше соответствующего временного разрешения и шума цифровых схем детектирования временных задержек [24], эту оценку можно считать достоверной оценкой достижимых параметров устройства.

#### 5.4.1.3 Симметризация оригинальной схемы детектора

Рассмотренная в предыдущих параграфах схема детектора исследовалась экспериментально [25]. При этом в некоторых работах [18, 27] измерения проводились не во временном, а в частотном домене. В этих работах вместо пары ДПЛ авторы использовали одну кольцевую ДПЛ, измеряя отклонение частоты вращения флаксона при рассеянии на диполе от опорной частоты (без рассеяния), см. рис. 5.14. Измерения показали, что отклонение частоты практически не зависит от полярности диполя. Такая ситуация может сложиться в случае, когда с учетом лоренцева сокращения, размер флаксона становится много меньшим размера диполя, так что вклад от последовательных актов рассеяния на полюсах диполя в сдвиг частоты вращения флаксона перестает зависеть от порядка расположения полюсов. Поскольку влияние флаксона на измеряемый кубит происходит тогда когда флаксон проходит по участку ДПЛ связанному петлей связи с кубитом, релятивистское сокращение дополнительно увеличивает обратное влияние детектора на кубит.

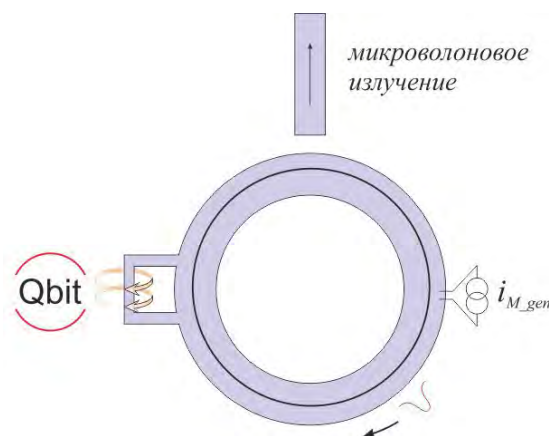


Рисунок 5.14. Схема баллистического детектора для проведения измерений в частотном

домене. Флаксон в кольцевой ДПЛ индуцируется путем задания тока  $i_{M\_gen}$  между двумя близкорасположенными точками в верхнем электроде. Вращение флаксона в ДПЛ возбуждает микроволновое излучение, которое детектируется посредством микрополосковой антенны. Индуцированный полем кубита токовый диполь изменяет частоту вращения флаксона. По отклонению частоты восстанавливается состояние кубита.

Естественным подходом, позволяющим получить различие полярности диполя при детектировании, является уменьшение его ширины, приводящее к взаимному влиянию актов рассеяния (скорость флаксона не успевает релаксировать до стационарной между актами рассеяния). Сужение диполя одновременно уменьшает временной отклик и обратное влияние. Поскольку диполь ориентирован параллельно направлению распространения флаксона, см. рис. 5.15а, скорость флаксона и длина диполя оказываются связанными параметрами оптимизации.

Задачу оптимизации можно существенно облегчить посредством изменения схемы детектора. В симметричной схеме, показанной на рис. 5.15б, каждый флаксон рассеивается на одиночном полюсе диполя. Поскольку оба флаксона участвуют в рассеянии, отклик детектора оказывается эффективно увеличен по сравнению со случаем, представленным на рис. 5.15а. При этом полярность диполя может быть легко определена по знаку отклика. Обратное влияние в этой схеме соответствует взаимному сдвигу флаксонов, а следовательно пропорционально отклику. Поскольку диполь в такой схеме ориентирован «перпендикулярно» распространению флаксона, единственным оптимизационным параметром является скорость флаксона.

В случае ортогонального расположения диполя, слагаемое в правой части уравнения СГ (5.1), описывающее неоднородность движущей силы, принимает вид:  $i_s(x) = \mu_{\perp} \delta(x - x_c)$ , где  $\mu_{\perp} \approx 2\mu_{\parallel}$  [26А] (индексами  $\perp$  и  $\parallel$  обозначены соответственно случаи перпендикулярного и параллельного расположения диполя). Удвоение амплитуды качественно следует из того что при параллельном расположении диполя, ток индуцированный полем кубита растекается по верхнему и нижнему электроду ДПЛ, см. рис. 5.15а.

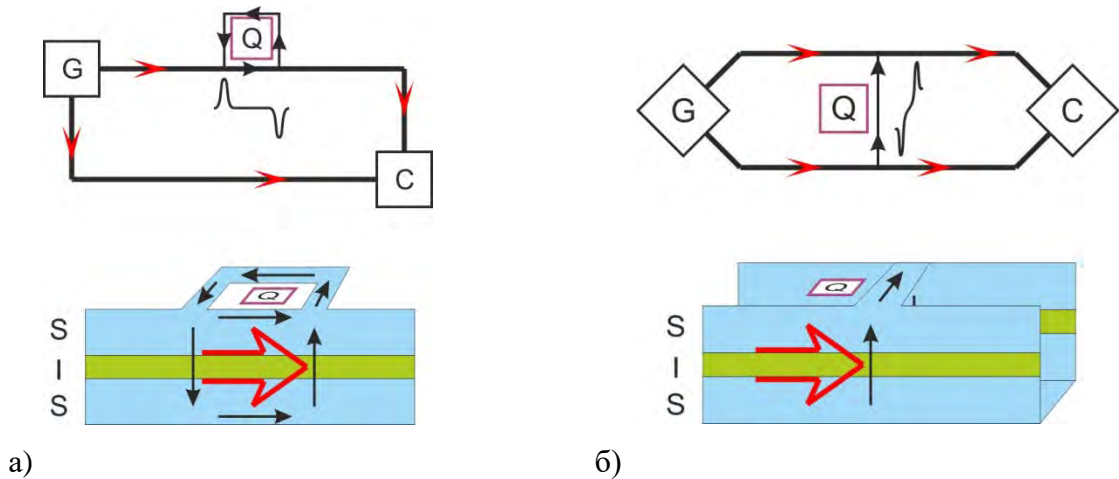


Рисунок 5.15. Схема флаксонного интерферометрического баллистического детектора (верхняя часть рисунка) для параллельного (а) и перпендикулярного (б) расположения диполя относительно направления распространения флаксона(ов). Обозначения блоков детектора: G – генератор, Q – кубит, C – компаратор. Внизу показана связь кубита с ДПЛ детектора. S – сверхпроводник, I – изолятор. Черными стрелками показано направление протекания тока индуцированного полем кубита, красными стрелками – направление распространения флаксона(ов).

Для рассматриваемых ориентаций диполя отклик детектора,  $\Delta\tau = |\tau_L - \tau_R|$ , суммарный джиттер,  $\sigma_\Sigma = \sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_R^2}$ , и их отношение, SNR, в зависимости от тока питания показаны на рис. 5.16 (индексы  $L$  и  $R$  обозначают соответственно левое и правое плечо интерферометра). Знаками  $\parallel$  и  $\perp$  обозначены соответственно случаи параллельного и перпендикулярного расположения диполя. В параллельном случае полярность диполя обозначена знаками «+» и «-», отражающими ориентацию первого полюса диполя по отношению к току питания ДПЛ. Для ортогонального случая данные показаны только для одной полярности диполя, поскольку изменение полярности изменяет только знак отклика детектора. Диполь ориентированный параллельно расположен в центре ДПЛ длиной  $L = 60$ , при ширине диполя  $d = 20$ . Ортогональный диполь расположен таким образом, что координаты его полюсов совпадают с координатой первого полюса диполя в случае параллельного расположения:  $x_{c\perp} = x_{c\parallel} = 20$ . Амплитуды диполей взяты согласно характерным данным эксперимента [18, 27],  $\mu_{\parallel} = \mu_{\perp} / 2 = 0.05$ . Значения параметра демпфирования,  $\alpha = 0.01$ , и интенсивности шума,  $\gamma = 0.001$ , типичны для измерений при температуре  $T = 4.2$  К.

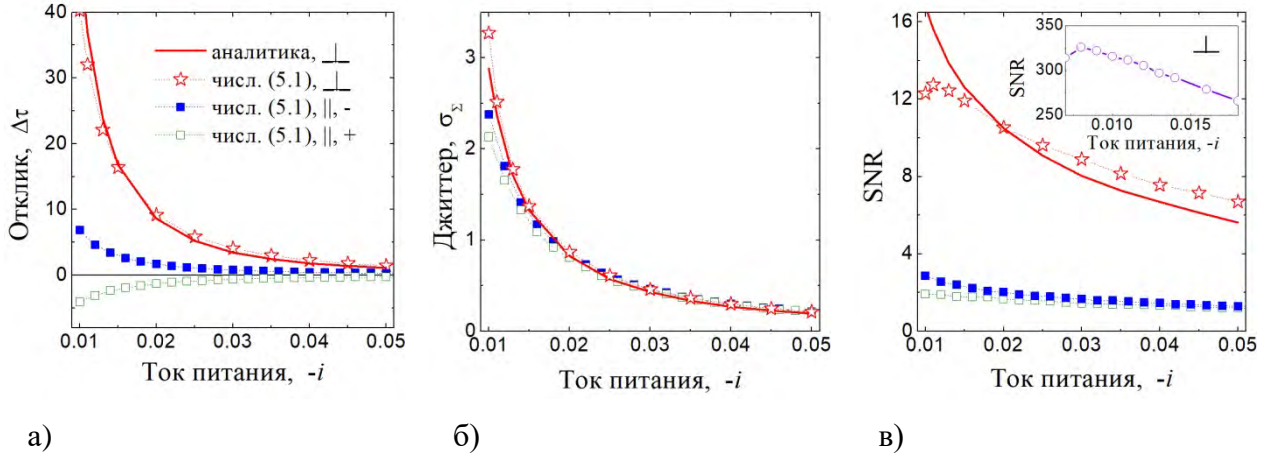


Рисунок 5.16. Зависимости отклика детектора (а), джиттера (б) и отношения сигнала к шуму (в) от тока питания. Параметры:  $\alpha = 0.01$ ,  $\gamma = 0.001$ ,  $\mu_\parallel = \mu_\perp / 2 = 0.05$ ,  $L = 60$ ,  $x_{c\parallel} = 30$ ,  $d = 20$ ,  $x_{c\perp} = 20$ . На вставке рисунка (в) показана зависимость отношения сигнала к шуму для  $\alpha = 0.001$  и  $\gamma = 10^{-5}$  для ортогональной ориентации диполя.

Как и для случая параллельной ориентации диполя, для перпендикулярно ориентированного диполя отклик заметно растет при уменьшении тока питания, см. рис. 5.16а. Вместе с тем увеличивается и джиттер (рис. 5.16б), что определяет наличие оптимального тока питания и для ортогонального расположения диполя, см. рис. 5.16в. Для выбранных параметров отношение сигнала к шуму для ортогонального расположения диполя оказывается примерно в 5 раз выше, чем для параллельного расположения. Для экспериментального случая (при низкой температуре,  $T \geq 50$  мК) SNR в конфигурации с перпендикулярным расположением диполя оказывается заметно больше ста (см. вставку на рис. 5.16в).

Магнитный поток флаксона, захваченный петлей связывающей ДПЛ с кубитом,  $\Phi_{cf}$ , может быть рассчитан с помощью свертки функции ( $F_{c\parallel}$  или  $F_{c\perp}$ ) соответствующей расположению петли связи в детекторе (и так же соответствующей слагаемому  $i_s(x)$ ) и магнитного потока флаксона,  $\Phi_{fl}$ . Магнитный поток оказывающий обратное воздействие детектора на кубит,  $\Phi_{BA}$ , может быть выражен следующим образом:

$$\Phi_{BA\parallel} = \frac{M}{L_{cl}} \Phi_{cf} = \frac{M}{L_{cl}} (F_{c\parallel} * \Phi_{fl})(X), \quad (5.27)$$

$$\Phi_{BA\perp} = \frac{M}{L_{cl}} \left[ (F_{c\perp} * \Phi_{fl})(X_1) - (F_{c\perp} * \Phi_{fl})(X_2) \right], \quad (5.28)$$

$$\Phi_{fl} = \frac{4e^\theta}{(1+e^{2\theta})\sqrt{1-u^2}}, \quad (5.29)$$

где  $F_{c\parallel}(x) = H(x+d/2-x_c) - H(x-d/2-x_c)$ ,  $F_{c\perp}(x) = H(x-x_c)$ .

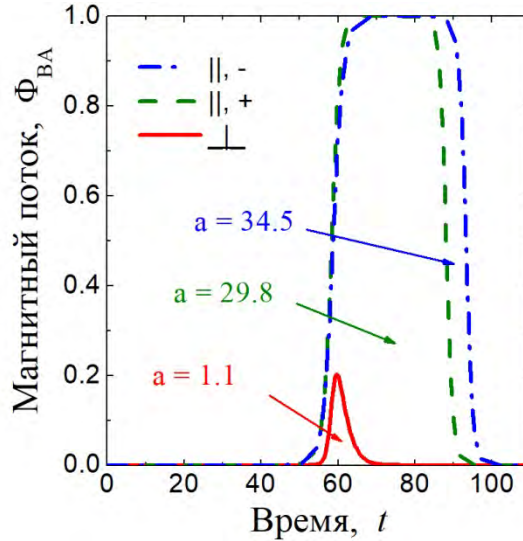


Рисунок 5.17. Зависимость магнитного потока оказывающего обратное влияние на кубит в схеме детектора от времени. Параметры:  $-i = 0.02$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $\gamma = 0.001$ ,  $\mu_{\parallel} = \mu_{\perp} / 2 = 0.05$ ,  $L = 60$ ,  $x_{c\parallel} = 30$ ,  $d = 20$ ,  $x_{c\perp} = 20$ .

Зависимость потока оказывающего обратное воздействие детектора на кубит от времени показана на рис. 5.17. Считая, что вероятность неадиабатических переходов в кубите мала [25], можно рассматривать интегральное влияние потока как количественную характеристику обратного влияния детектора на кубит. Возмущение фазы кубита может быть выражено следующим образом:  $\delta\varphi = \int_0^{\tau} \delta E_0(t) dt / \hbar$ , где  $\delta E_0(t)$  - отклонение расщепления уровня энергии кубита зависящее от времени из-за влияния рассматриваемого потока  $\Phi_{BA}$ . Ввиду этого, определенный интеграл  $a = \int_0^{\tau} \Phi_{BA}(t) dt$  может быть выбран в качестве сравнительного параметра для качественной оценки обратного влияния. Из данных приведенных на рис. 5.17 видно, что симметризация схемы приводит к значительному уменьшению обратного влияния, поскольку в этом случае магнитный поток, оказывающий это влияние, определяется сдвигом флаксонов относительно друг друга.

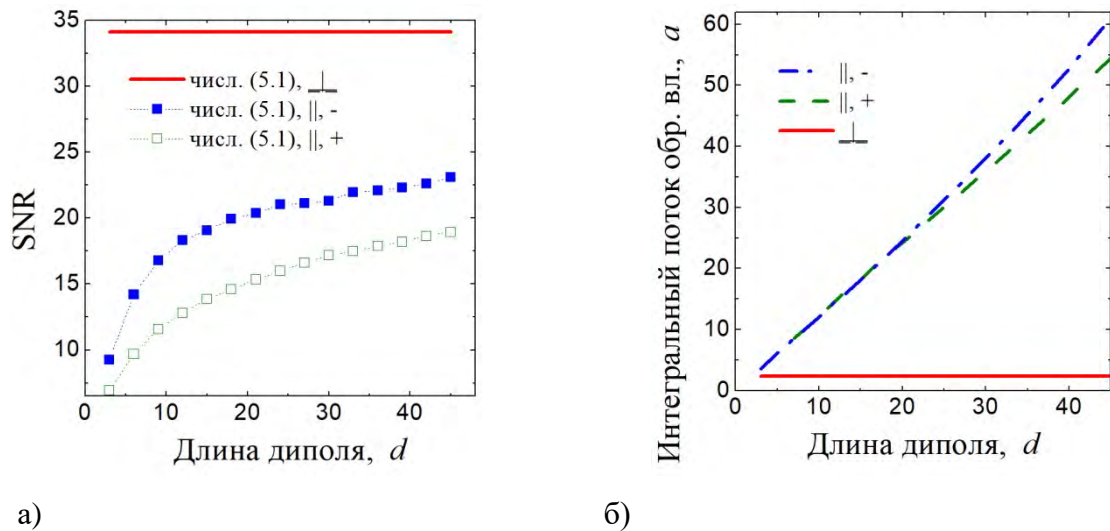


Рисунок 5.18. Зависимости отношения сигнала к шуму (а) и интегрального потока обратного влияния (б) от ширины диполя для его параллельной и ортогональной ориентации,  $-i = 0.046$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $\gamma = 0.001$ ,  $\mu_{\parallel} = \mu_{\perp} / 2 = 0.2$ ,  $L = 60$ ,  $x_{c\parallel} = 5$ ,  $x_{c\perp} = 8$ .

Отношение сигнала к шуму детектора может быть увеличено посредством усиления связи кубита с ДПЛ или, как было показано в предыдущем параграфе, с посредством расположения полюсов диполя (в параллельной конфигурации) вблизи концов ДПЛ. Однако в обоих подходах обратное влияние на кубит усиливается. Зависимость отношения сигнала к шуму и интегрального потока обратного влияния от размера диполя показана на рис. 5.18. Первый полюс диполя в параллельной ориентации зафиксирован в позиции,  $x_{c\parallel} = 5$ . Положение диполя в перпендикулярной ориентации,  $x_{c\perp} = 8$ . Ток питания,  $-i = 0.046$ . Оптимальная ширина диполя в параллельной (точки и пунктирные линии на рис. 5.18а,б, соответственно) конфигурации соответствует,  $d \approx 15 - 20$ , поскольку при меньшей ширине последовательные рассеяния заметно компенсируют влияния друг друга, а при большей ширине интегральный поток обратного влияния начинает нелинейно расти. Данные для диполя в перпендикулярной ориентации показаны сплошной линией. Видно, что симметризация схемы позволяет добиться лучших характеристик детектора, а именно одновременно увеличить отношения сигнала к шуму детектора и уменьшить его обратное влияние на кубит.

#### 5.4.1.4 Симметризация схемы детектора с кольцевой ДПЛ

Необходимо отметить, что предложенную симметризацию можно реализовать и в случае использования кольцевой ДПЛ для проведения измерений в частотном домене. Соответствующая симметричная схема детектора представлена на рис. 5.19. Такая схема



эквивалентна СКВИДу, джозефсоновские переходы которого заменены на кольцевые ДПЛ. Так же как и в схеме показанной на рис. 5.14 флаксоны индуцируются в ДПЛ посредством задания тока  $i_{M\_gen}$  между двумя близко расположенными точками в верхних электродах. Для минимизации обратного влияния флаксоны вращаются в противоположном направлении, как показано стрелками на рис. 5.19. Откликом детектора, как и в оригинальной схеме, использованной в работах [18, 27] является отклонение частоты вращения флаксонов, которая детектируется по испускаемому флаксонами микроволновому излучению с помощью микрополосковых антенн. В то же время, информацию о состоянии кубита можно получить и из взаимного сдвига фазы вращения флаксонов. В отличие от оригинальной схемы, в предложенном варианте флаксон в каждой ДПЛ рассеивается на токовом монополе (диполь расположен «перпендикулярно», следуя терминологии введенной в предыдущем параграфе).

Частотный отклик  $\Delta\omega/\omega_p$  рассматриваемой схемы (частота пропорциональна среднему напряжению на ДПЛ) – зависимость отклонения частоты вращения от приложенного магнитного потока  $\Phi/\Phi_0$ ,  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ , где  $\omega_0$  – частота вращения при  $\Phi = 0$  – показан на рис. 5.20а. Коэффициент демпфирования,  $\alpha = 0.2$ , длина каждой ДПЛ,  $L = 10$ . Видно, что для выбранных параметров для отклика напряжения существуют оптимальные значения тока питания, при которых изменение частоты для случаев приложенного потока  $\Phi = 0$  и  $\Phi = \Phi_0/2$  максимально. Наибольшее уменьшение частоты (при  $j/j_c = 0.035$ ) достигается когда один из флаксонов оказывается захваченным монополем направленным против ток питания. Его вращение продолжается за счет перетекания тока питания из соседней ДПЛ (циркулирующего тока в петле СКВИДа). Максимальное увеличение частоты (при  $j/j_c = 0.2$ ) напротив объясняется наиболее эффективным ускорением флаксона в одной из ДПЛ на фоне заданного тока питания.

Размах частотного отклика ( $\Delta\omega_{max} = \omega(\text{при } \Phi = \Phi_0/2) - \omega(\text{при } \Phi = 0)$ ) в зависимости от тока питания и безразмерной индуктивности связывающей две ДПЛ представлен на рис. 5.20б. С ростом индуктивности ток диполя спадает и поэтому эффект от рассеяния флаксонов быстро нивелируется.

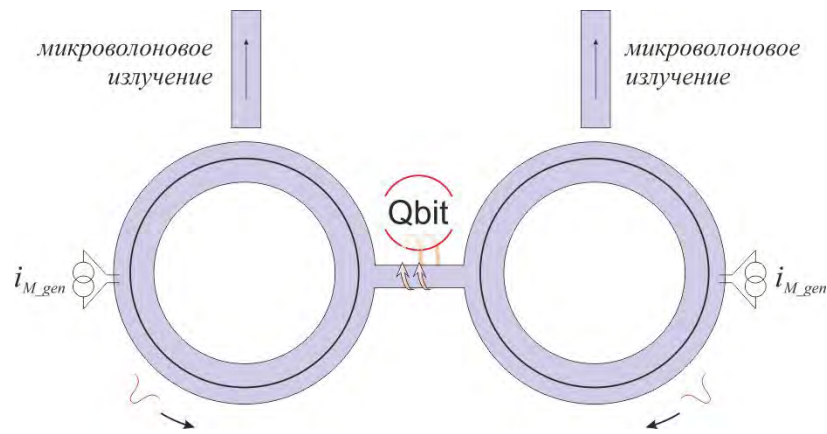


Рисунок 5.19. Схема баллистического детектора для проведения измерений в частотном домене. Флаксоны в кольцевых ДПЛ индуцируются путем задания тока  $i_{M\_gen}$  между двумя близкорасположенными точками в верхнем электроде. Вращение флаксонов в ДПЛ возбуждает микроволновое излучение, которое детектируется посредством микрополосковых антенн. Рассеяние на индуцированном поле кубита токовым диполе приводит к отклонению частоты и фазы вращения флаксонов, по которым состояние кубита может быть восстановлено.

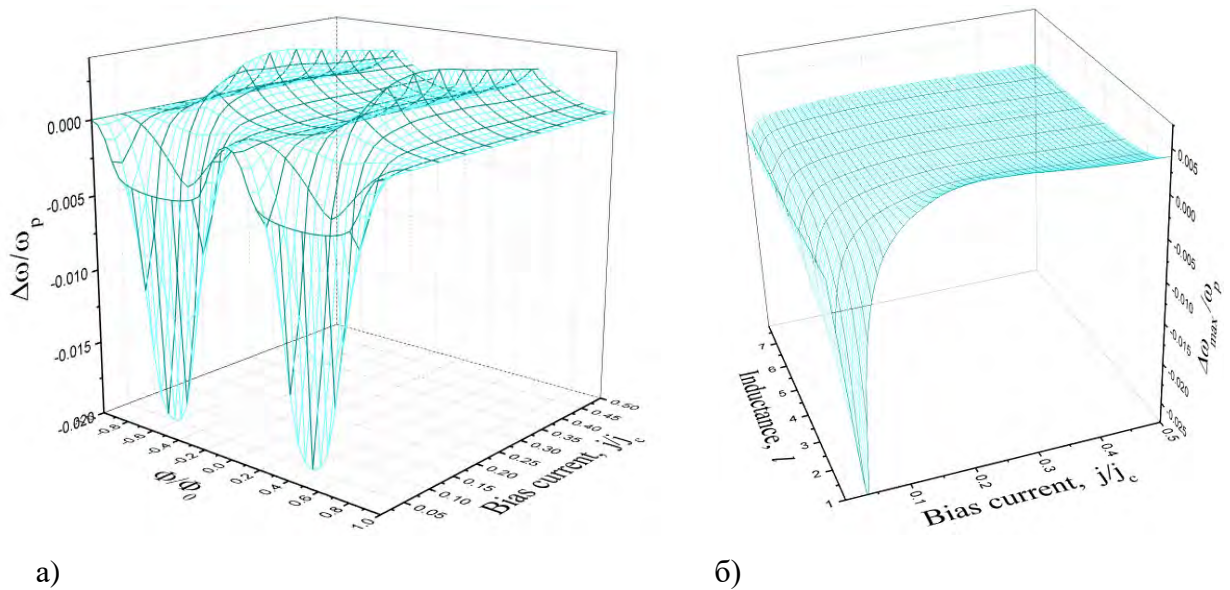


Рисунок 5.20. а) Частотный отклик детектора с кольцевыми ДПЛ для диапазона тока питания  $j/j_c = 0.02 \dots 0.5$ . Параметры:  $\alpha = 0.2$ , индуктивность приемной петли  $l = 1$ , длина каждой ДПЛ  $L = 10$ . б) Размах частотного отклика детектора ( $\Delta\omega_{max} = \omega_{\Phi/2} - \omega_0$ ) для диапазона тока питания  $j/j_c = 0.02 \dots 0.5$  и диапазона нормированной индуктивности  $l = 1 \dots 7$ . Параметры:  $\alpha = 0.2$ , длина ДПЛ,  $L = 7$ .

Отклик детектора для одного из выбранных оптимальных токов питания ( $j/j_c = 0.2$ ) в зависимости от размера ДПЛ представлен на рис. 5.21а. Как показывает расчет, оптимальная длина ДПЛ примерно соответствует размеру флаксона,  $L \approx 7$ . При большем размере флаксоны большую часть пути между актами рассеяния проходят со своей стационарной скоростью. С уменьшением размера ДПЛ диполь начинает играть роль тока питания, так что рассеяния по сути не происходит. При этом, как и можно было ожидать, форма отклика становится похожей на отклик обычного СКВИДа. Зависимости максимального размаха отклика от длины ДПЛ для обоих токов питания представлены на рис. 5.21б.

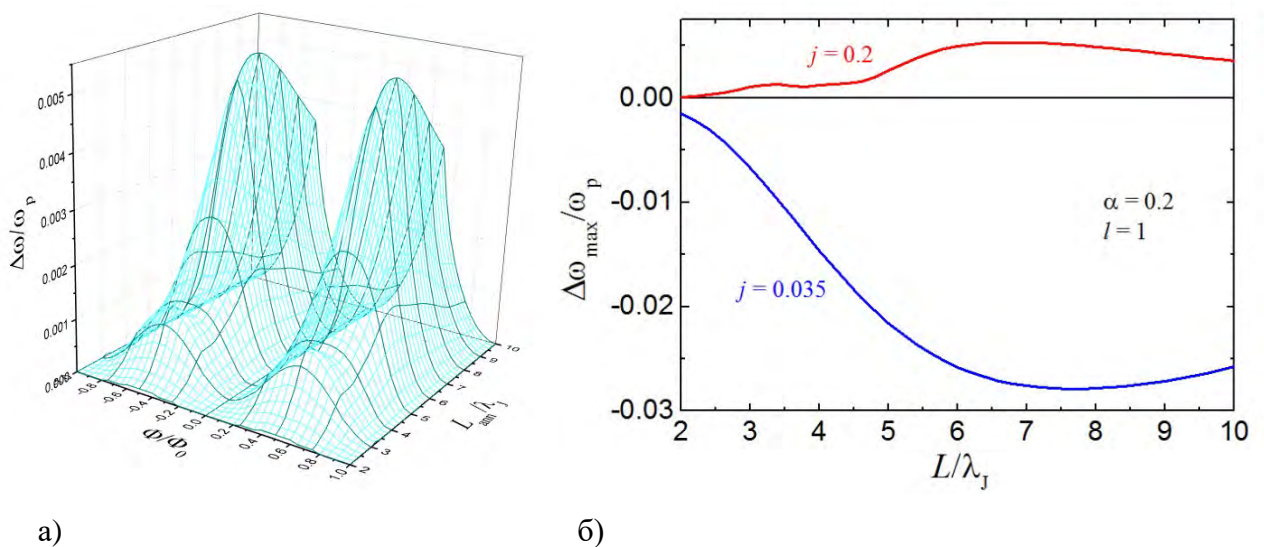


Рисунок 5.21. а) Частотный отклик детектора для диапазона длины ДПЛ:  $L = 2 \dots 10$ ,  $j/j_c = 0.2$ . б) Размах частотного отклика в зависимости от длины ДПЛ при фиксированных токах питания  $j/j_c = 0.035$  и  $j/j_c = 0.2$ . Параметры:  $\alpha = 0.2$ ,  $l = 1$ .

Из представленных данных видна возможность реализации сверхпроводящего квантового интерферометра, отклик которого формируется за счет эффекта рассеяния флаксонов на неоднородностях тока питания. В то же время, за счет связи двух ДПЛ частотное отклонение для противоположных направлений приложенного магнитного потока оказывается одинаковым. Определение направления приложенного потока возможно с помощью измерения сдвига фазы вращения флаксонов в ДПЛ. На рис. 5.22 показаны зависимости сдвига фазы вращения флаксонов,  $\Delta\varphi$ , от заданного потока для различных длин ДПЛ (рис. 5.22а), и для различных значений индуктивности связывающей ДПЛ детектора (рис. 5.22б). Поскольку с уменьшением длины ДПЛ индуцированный приложенным потоком токовый диполь начинает играть роль равномерной добавки к току

питания, зависимость сдвига фазы от магнитного потока линейризуется. В то же время, несмотря на заметное уменьшение частотного отклика с ростом связующей индуктивности, зависимость  $\Delta\varphi(\Phi)$  остается практически неизменной.

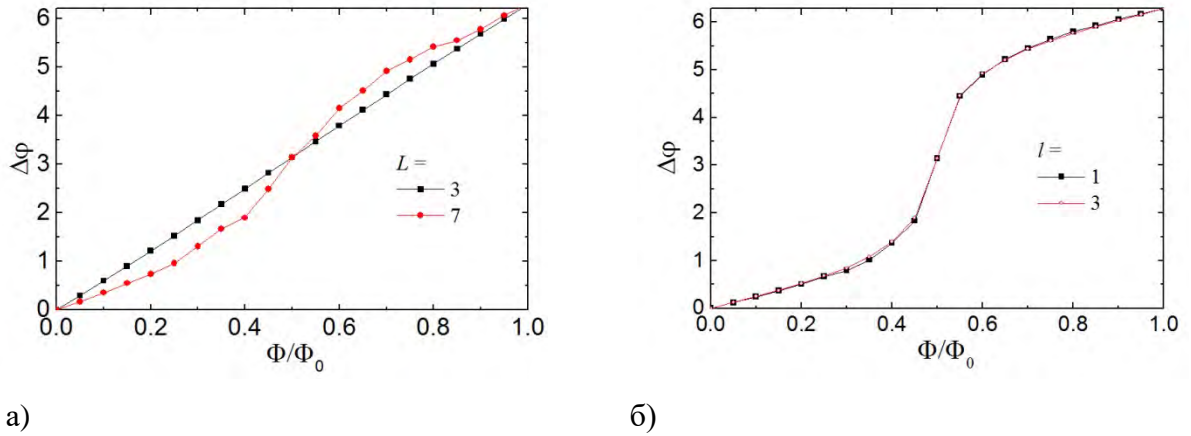


Рисунок 5.22. Зависимость разности фаз вращения флаксонов в ДПЛ от внешнего магнитного потока для различных длин ДПЛ (а),  $L = 3, 7$  при  $l = 1$ , и для различных значений связующей индуктивности (б),  $l = 1, 3$ , при  $L = 10$ . Параметры:  $\alpha = 0.2, j/j_c = 0.2$ .

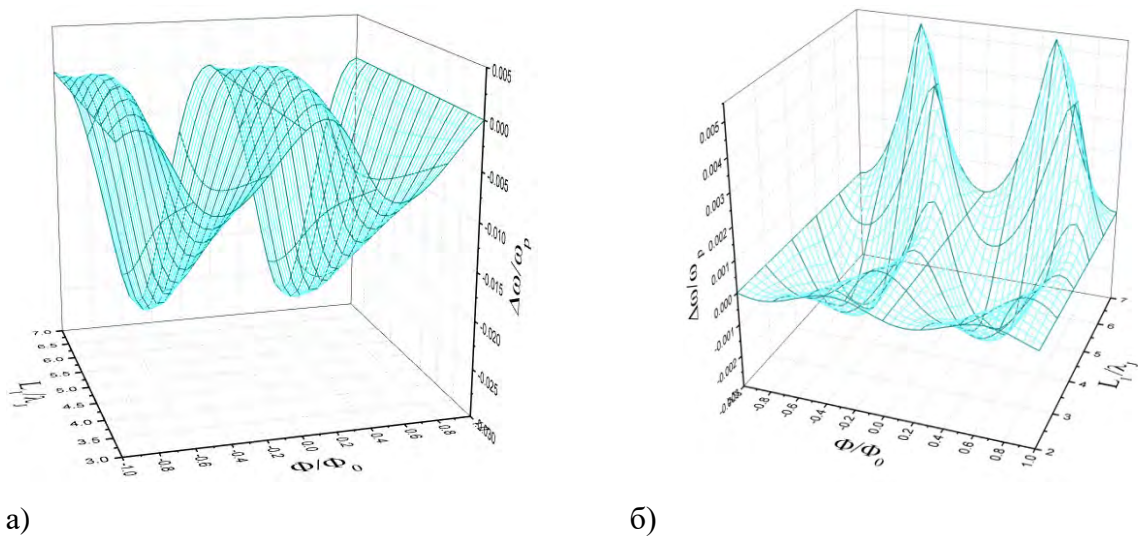


Рисунок 5.23. Частотный отклик детектора в зависимости от длины одной из ДПЛ при фиксированной длине другой ДПЛ,  $L = 7$  для тока питания  $j/j_c = 0.035$  (а),  $0.2$  (б). Параметры:  $\alpha = 0.2, l = 1$ .

Еще одной возможностью различия направления заданного магнитного потока в эксперименте является привнесение асимметрии в схему детектора, а именно использование ДПЛ с различными длинами. Частотные отклики в зависимости от длины одной из ДПЛ при фиксированной длине другой ДПЛ, для выбранных токов питания  $j/j_c =$

0.035, 0.2 представлены на рис. 5.23а,б соответственно. Различие условий рассеяния, обеспечиваемое разницей длин ДПЛ, выливается в зависимость знака отклонения частоты от знака приложенного потока, что может быть использовано для различения состояний кубита в эксперименте.

#### 5.4.2. Случай дискретных ДПЛ

В работе [27] было высказано предположение о том, что с прогрессом в области сверхпроводящих квантовых вычислений, большое количество информации будет обрабатываться при низких температурах, и поэтому использование хорошо развитой одноквантовой электроники в качестве интерфейсных схем окажется весьма удобным. Обсуждаемые выше схемы могут легко быть связаны с одноквантовыми цепями и реализованы практически на той же элементной базе, а именно с использованием дискретных ДПЛ. В этом случае возможно эффективное использование цифровых схем детектирования временных задержек [24] или, например, создание многоканальных цепей считывания с использованием дерева ветвителей, которое обсуждалось в предыдущей главе.

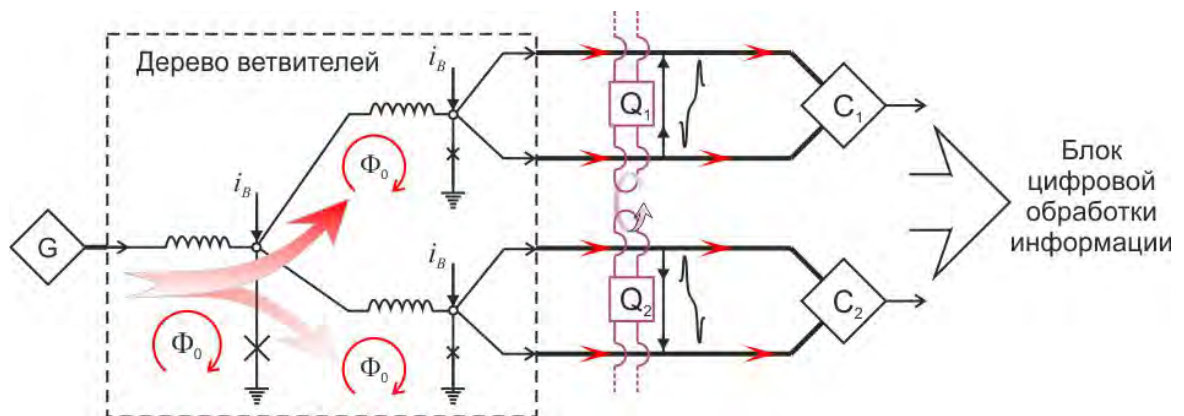


Рисунок 5.24. Цепь считывания массива кубитов на базе предложенной симметричной схемы баллистического флаксонового детектора. Обозначения блоков цепи: G – генератор флаксонов, Q – кубиты, C – компараторы. Сплиттерное дерево производит начальное клонирование флаксонов и их распределение в ДПЛ детекторов.

На рис. 5.24 представлен пример такой многоканальной цепи считывания массива кубитов на базе рассмотренной симметричной схемы баллистического детектора. В качестве компараторов могут быть использованы D флип-флопы, рассмотренный в

главе I. Для уменьшения взаимного влияния для цепи считывания и квантовых схем удобно их располагать на разных чипах связанных друг с другом магнитным образом в конфигурации «флип-чип» [45].

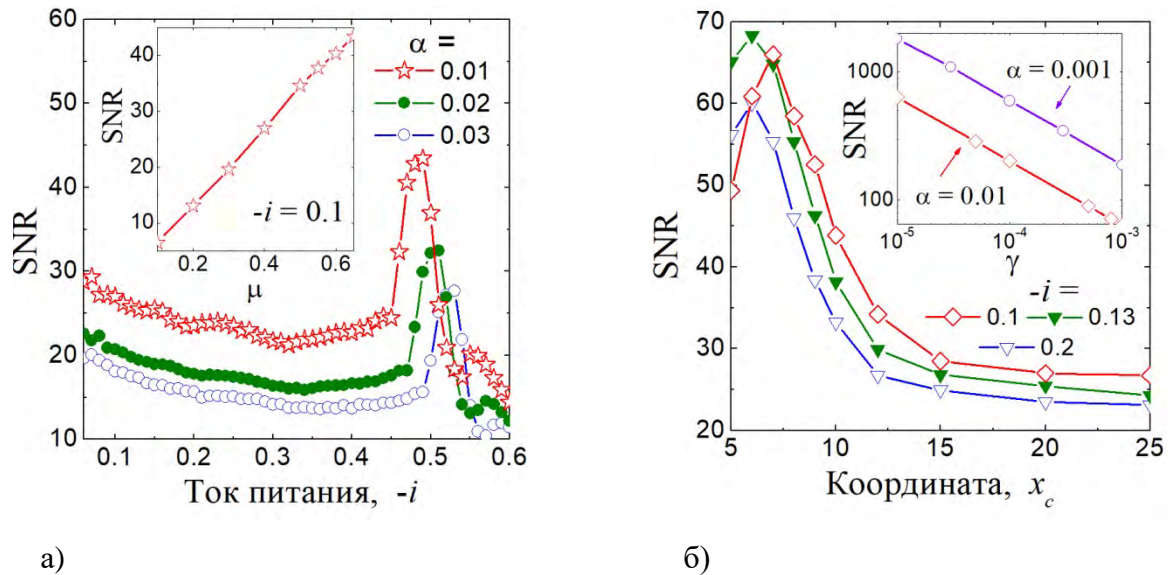


Рисунок 5.25. а) Зависимость отношения сигнала к шуму от тока питания при различных значениях параметра демпфирования.  $\gamma = 0.001$ ,  $\mu_{\perp} = 0.4$ ,  $x_{c\perp} = 20$ . На вставке показана зависимость отношения сигнала к шуму от амплитуды диполя при  $\alpha = 0.01$ ,  $-i = 0.1$ . б) Зависимость отношения сигнала к шуму от расположения диполя при различных токах питания.  $\alpha = 0.01$ ,  $\gamma = 0.001$ ,  $\mu_{\perp} = 0.4$ . На вставке показана зависимость отношения сигнала к шуму от интенсивности шума при  $-i = 0.1$ ,  $x_{c\perp} = 7$ ,  $\alpha = 0.01, 0.001$ . Длина дискретной ДПЛ:  $L = 40$ ,  $l = 1$ .

На рис. 5.25 представлены зависимости отношения сигнала к шуму для ортогональной ориентации диполя от тока питания, амплитуды диполя, его расположения в ДПЛ, и интенсивности шума. Нормированное значение индуктивности, соединяющей джозефсоновские контакты в дискретной ДПЛ,  $l = 1$ . Для случая малого значения параметра демпфирования, увеличение тока питания приводит к переходу системы из фиксированного режима в режим бегущей фазы, который обсуждался в параграфе 5.3. Этот переход приводит к резкому всплеску SNR вблизи значения тока питания,  $-i = 0.5$ . При меньших токах питания ( $-i = 0.1$ ) система находится в обычном «фиксированном» режиме, в котором рабочие границы тока питания заметно превосходят стандартные  $\pm 25\%$  для одноквантовых схем. Вставка на рис.5.25б показывает, что для выбранного тока питания ( $-i = 0.1$ ) и найденного оптимального расположения диполя в ДПЛ,  $x_{c\perp} = 7$ , (см.

зависимость отношения сигнала к шуму от положения диполя на рис. 5.25б) при интенсивности шума  $\gamma = 10^{-5}$  отношение сигнала к шуму может составлять  $SNR = 600$  для  $\alpha = 0.01$ , и  $SNR = 1800$  для  $\alpha = 0.001$ . Если такие значения для измерительной процедуры представляются избыточными, они позволяют уменьшить обратное влияние детектора на кубит (уменьшая силу связи, см. зависимость  $SNR(\mu)$  на вставке рис. 5.25а) или увеличить рабочий диапазон тока питания, увеличивая значение параметра демпфирования (кривые отношения сигнала к шуму для различных значений  $\alpha$  показаны на рис. 5.25а).

### 5.5. Проектирование экспериментальных образцов

Для экспериментальной проверки полученных результатов были спроектированы схемы, позволяющие измерять джиттер в непрерывных и дискретных ДПЛ. На первом этапе разработки были изучены параметры ниобиевой технологии изготовления сверхпроводниковых схем, существующей в институте ИРНТ, которую планировалось использовать для изготовления экспериментальных образцов. Данная технология включает в себя 3 ниобиевого слоя, 1 слой для создания резисторов, используемых для шунтирования джозефсоновских переходов и для задания нужного тока питания в подводящих линиях (Mo, 1 Ом/квдрат), 5 слоев изоляции ( $\text{SiO}_2$ ), слой металлизации для создания контактных площадок (Au) и композитную трехслойную прослойку ( $\text{Nb}/\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Al}/\text{Nb}$ ) для создания джозефсоновских переходов типа SINS «сэндвич». Плотность критического тока джозефсоновских переходов составляет  $1 \text{ кА/см}^2$ . Характерная удельная емкость джозефсоновского контакта –  $50 \text{ фФ/мкм}^2$ . Важным параметром технологии является качество джозефсоновских переходов – отношение подщелевого сопротивления контакта к его нормальному сопротивлению. Для джозефсоновских переходов с критическим током  $100 \text{ мкА}$  данный показатель составляет 20, из чего можно сделать вывод, что значение безразмерного параметра  $\alpha$ , характеризующего потери в джозефсоновском переходе, может составлять порядка  $\sim 0.01$ , что соответствует полученным оценкам на величину требуемого в настоящем эксперименте безразмерного затухания.

Для правильного построения схемы эксперимента необходимо провести оценку джиттера который планируется измерить. Дисперсия переключения единичного джозефсоновского перехода пропорциональна безразмерной плотности шумов  $\gamma$ . Для

джозефсоновского перехода при температуре 4.2 К величина безразмерной плотности шумов составляет  $\gamma \sim 10^{-3}$ . Длительность одноквантового импульса для величины характерного напряжения контакта  $V_c = 400$  мкВ составляет  $\tau = 5$  пс. С учетом представленной  $\gamma$  естественно ожидать, что величина джиттера в расчете на один джозефсоновский переход будет на полтора порядка меньше половины длины одноквантового импульса и составит порядка  $\sigma_{JJ} \sim 0.1$  пс.

В соответствие с полученной оценкой величины джиттера при экспериментальном исследовании джозефсоновской передающей линии, состоящей из 100 – 1000 джозефсоновских переходов, суммарный джиттер составит всего 1 – 3 пс, что достаточно сложно измерить непосредственно с помощью внешних устройств для сбора статистики времени прохождения импульсов по ДПЛ. Параллельно с возможностью непосредственного измерения джиттера, разумно предложить альтернативную схему измерений, использующую одноквантовую схему сравнения на чипе.

В качестве схемы сравнения предлагается использовать стандартную логическую ячейку D флип-флоп, рассмотренную в главе I. Принципиальная схема данной ячейки показана на рис. 5.26а. Схема состоит из четырех джозефсоновских переходов, два из которых (J1 и J4) вместе со связующей индуктивностью образуют СКВИД постоянного тока. Критический ток перехода J2 меньше, чем критический ток перехода J1, критический ток перехода J3 меньше, чем критический ток перехода J4.

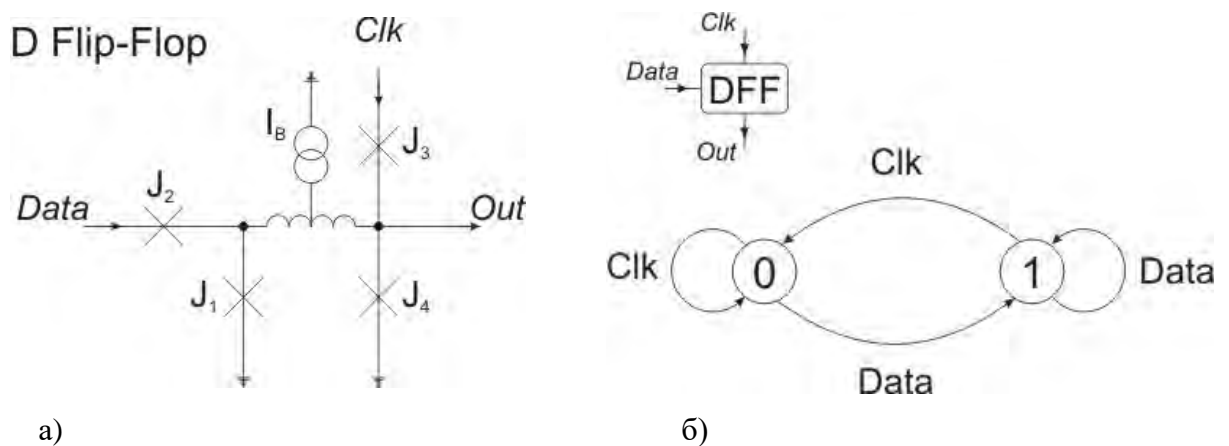


Рисунок 5.26. а) Принципиальная схема RSFQ блока D Flip-Flop, используемого в качестве схемы сравнения на чипе в измерениях. б) Диаграмма Мура работы данного блока

Рассмотрим функционирование данной цепи, диаграмма Мура для которой представлена на рис. 5.26б. В отсутствие кванта потока внутри СКВИДа при приходе



одноквантового импульса по линии *Data*, ток, соответствующий этому импульсу, складывается с током питания, поступающим от источника тока  $I_B$  в переход J1, так что суммарный ток, текущий через переход J1, превышает критический ток этого перехода, и квант потока входит в СКВИД, что соответствует переходу из состояния «0» в состояние «1» на диаграмме Мура. Если после этого по линии *Data* приходит еще один одноквантовый импульс, то переключается уже переход J2, поскольку круговой ток, соответствующий существованию кванта магнитного потока внутри СКВИДа оказывается направленным против тока питания, так что при нарастании тока, соответствующего пришедшему одноквантовому импульсу, сперва превышает значения критического тока для J2, а не J1. Таким образом, пришедший одноквантовый импульс выходит через переход J2, не изменяя состояния СКВИДа, что соответствует круговой траектории на диаграмме Мура вокруг состояния «1». В случае прихода импульса по линии *Clk*, при наличии кванта потока внутри СКВИДа, суммарный ток, соответствующий току питания, круговому току и току от пришедшего импульса, превышает значение критического тока перехода J4, так что квант потока выходит из СКВИДа и поступает в выходную линию, что соответствует обратному переходу из состояния «1» в состояние «0». Если же одноквантовый импульс поступает из линии *Clk* в отсутствие кванта потока в СКВИДе и соответствующего кругового тока, то ток от пришедшего импульса вначале достигает значения критического тока перехода J3, а не J4. Таким образом, пришедший квант выходит через переход J3, не изменяя состояние схемы, что соответствует круговой траектории на диаграмме Мура вокруг состояния «0».

Из представленного описания видно, что при нулевом начальном состоянии схемы в случае поступления двух одноквантовых импульсов из линий *Data* и *Clk*, по наличию импульса в выходной линии (Out) можно однозначно судить, из какой линии (*Data* или *Clk*) импульс пришел первым. Необходимо отметить, что в случае отсутствия импульса в выходной линии, что соответствует тому, что импульс первым пришел из линии *Clk*, одноквантовый импульс, пришедший из линии *Data*, оказывается заключенным в квантующем контуре схемы сравнения. Поэтому перед проведением следующего измерения схему необходимо перевести из состояния «1» в исходное состояние «0» с помощью дополнительного импульса в линии *Clk*.

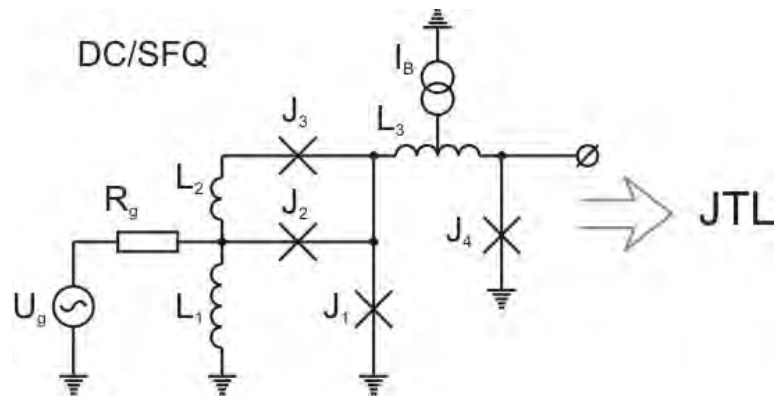


Рисунок 5.27. Схема преобразователя импульсов напряжения, поступающих от внешнего генератора переменного сигнала  $U_g$ , в одноквантовые импульсы.

Еще одним стандартным блоком одноквантовых схем, которым будет удобно воспользоваться в проектируемом устройстве, является преобразователь опорного переменного сигнала в одноквантовые импульсы, называемый DC/SFQ, схема которого представлена на рис. 5.27. Принцип его функционирования следующий. С помощью резистора  $R_g$  импульс напряжения, поступающий с генератора  $U_g$ , преобразуется в импульс тока и задается в контур СКВИДа, образованного переходами  $J_1$ ,  $J_2$  и индуктивностью  $L_1$ . Когда значение тока, текущего по резистору, превышает некоторое определенное значение, величина тока, протекающего через переход  $J_2$ , становится больше критического тока этого перехода, что приводит к его переключению в резистивное состояние и генерации пары кванта-антикванта магнитного потока. Квант магнитного потока перемещается в сторону перехода  $J_4$  на выход преобразователя. Антиквант оказывается захваченным в квантующем контуре СКВИДа, что сразу же приводит к уменьшению постоянного тока в СКВИДе (на величину порядка  $\Phi_0/L_1$ ) и уменьшению тока, текущего через  $J_2$ , ниже значения критического тока перехода. Уменьшение тока, текущего по резистору  $R_g$  ниже определенного значения, аналогично приводит к переключению сдвоенного перехода  $J_2 - J_3$  и восстановлению начального состояния DC/SFQ преобразователя. Таким образом, на выходе преобразователя мы имеем одиночный пикосекундный одноквантовый импульс, для генерации которого необходимо задать импульс медленно меняющегося напряжения (тока) с некоторой амплитудой, точность задания которой может быть порядка  $\Phi_0/L_1$ . Видно, что переход  $J_4$  не является неотъемлемой частью схемы преобразователя и используется как переходной элемент для обострения сгенерированного одноквантового импульса и потому может являться так же и первым переходом дискретной ДПЛ.

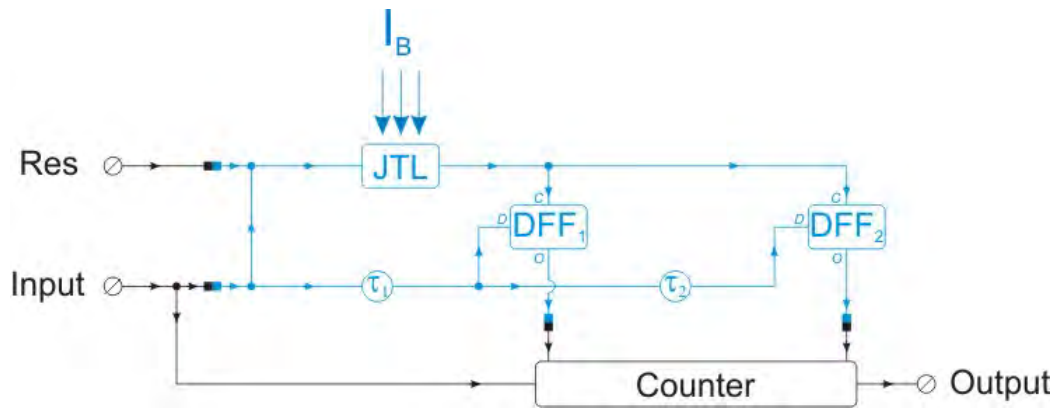


Рисунок 5.28. Принципиальная схема экспериментального измерения джиттера в джозефсоновской передающей линии.

### 5.5.1. Принципиальная схема измерений

На основании представленной схемы сравнения и DC/SFQ преобразователя, можно построить принципиальную схему измерения джиттера в ДПЛ, представленную на рис. 5.28. Голубым цветом изображены компоненты, находящиеся на чипе. Данная схема использует структуру стандартного RSFQ TDC (Time to Digital Converter). Функционирование данной схемы заключается в следующем. Импульс напряжения от внешнего генератора, поступающий на вход Input, разделяется на две линии, одна из которых идет на Counter (счетчик импульсов), а другая на чип. На чипе импульс напряжения преобразуется в одноквантовый импульс с помощью DC/SFQ. С помощью ветвителя (splitter, отображенный в виде точки), образовавшийся импульс разделяется надвое, так что один одноквантовый импульс далее распространяется по нижней сверхпроводящей линии на чипе в сторону элемента  $\tau_1$ , а другой распространяется в сторону верхней линии и далее попадает на исследуемую джозефсоновскую передающую линию. Элемент  $\tau_1$  представляет собой пассивную передающую линию (ПЛ) с известной скоростью распространения импульса. После ДПЛ и ПЛ импульсы попадают на первую схему сравнения – DFF<sub>1</sub>. В зависимости от того, из какой линии импульс пришел первым, на Counter поступает (или не поступает) импульс напряжения с выхода схемы сравнения. Для преобразования одноквантового импульса в импульс напряжения на выходе чипа используется стандартный SFQ/DC преобразователь. Перед заведением импульсов на первую схему сравнения, в каждой из линий, импульсы делятся надвое с помощью ветвителя, так что один из импульсов в каждой линии идет на первую схему сравнения, а другой распространяется в сторону второй схемы сравнения DFF<sub>2</sub>. Образующаяся при

этом фиксированная временная задержка на второй последовательно включенной пассивной передающей линии представлена в виде элемента  $\tau_2$ . Смысл использования двух схем сравнения будет пояснен ниже. Выходной одноквантовый импульс со второй схемы сравнения аналогичным образом преобразуется в импульс напряжения и поступает на второй вход счетчика – Counter.

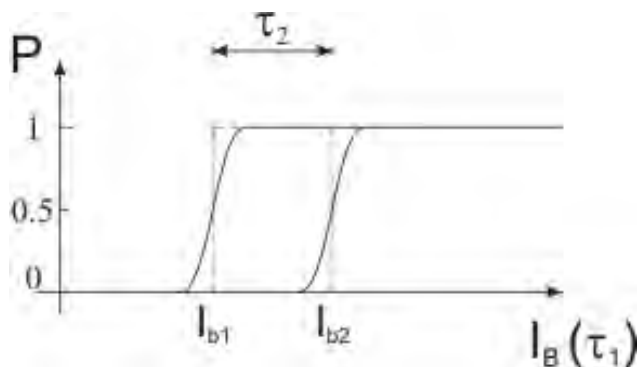


Рисунок 5.29. Статистика сигнала на выходе схемы сравнения в зависимости от тока питания ДПЛ.  $P = 1$  соответствует отсутствию одноквантового импульса, а  $P = 0$  – наличию импульса на выходе схемы сравнения.

Поскольку время прохождения одноквантового импульса по ДПЛ зависит от величины тока питания джозефсоновских переходов, изменяя ток питания, можно изменять задержку, образуемую при прохождении одноквантового импульса по исследуемой ДПЛ. В соответствии с этим, задавая различный ток питания ДПЛ, можно реализовывать случаи когда импульс распространяющийся по линии, содержащей ДПЛ, приходит на схему сравнения раньше импульса из ПЛ и наоборот. При этом статистика сигнала на выходе схемы сравнения без учета дисперсии времени распространения импульса по ДПЛ имеет вид ступеньки. Две ступеньки, представленные пунктиром на рис. 5.29, соответствуют переходу между описанными случаями для двух схем сравнения. Поскольку задержка импульса, образуемая на элементе  $\tau_2$  известна, разнице токов питания JTL  $\Delta I_{B2-1}$  соответствует данная временная задержка  $\tau_2$ .

Учет джиттера приведет к размытию данных ступенек в статистике выходного сигнала. Ожидаемая реальная статистика показана сплошными линиями на рис. 5.29. По размытию значения тока питания вокруг среднего значения, соответствующего переходу между случаями наличия/отсутствия выходного сигнала ( $P = 0.5$ ), можно судить о джиттере, образующемся в ДПЛ. При этом предполагается, что в малой окрестности среднего значения тока питания время прохождения одноквантового импульса по ДПЛ линейно зависит от тока питания.

Описанная схема измерения по структуре соответствует двухуровневому TDC. Из представленного описания видно, что данная схема позволяет проводить измерения вблизи конкретных значения суммарных токов питания ДПЛ, которые определяются временем задержки импульса в первой пассивной передающей линии  $\tau_1$ . Для снятия этого ограничения можно использовать два подхода. Включить большее количество схем сравнения в предлагаемую схему измерений, что соответствует построению TDC с большим количеством уровней. Другим решением может стать использование изменяемой задержки в первой пассивной передающей линии  $\tau_1$ . В качестве такой задержки можно использовать одноконтный СКВИД, представляющий собой индуктивность, зависящую от потока в кольце данного СКВИДа.

### ***5.5.2. Цифровые цепи измерительной схемы***

На рис. 5.30 представлена принципиальная схема входного блока, используемого для генерации одноквантовых импульсов, их задания в исследуемые структуры и сброса измерительной схемы в начальное состояние после проведения измерений. На чипе содержатся следующие основные элементы данного блока: DC/SFQ, SFQ/DC, ветвитель (Splitter), объединитель (Merger), элемент задания одноквантовых импульсов в исследуемые структуры ДПЛ (Pulse driver), элемент задания одноквантовых импульсов в ПЛ (PTL pulse driver), и ДПЛ (JTL). С помощью элемента «Splitter» осуществляется разветвление сигнала из одной входной линии в две выходные посредством удвоение одиночных входных одноквантовых импульсов с одновременным заданием выходных импульсов в две выходные линии. Посредством элемента «Merger» производится объединение сигнала из двух входных линии в одну выходную. «Pulse driver» используется для согласования импедансов цепей входного блока с исследуемыми структурами длинных джозефсоновских переходов. «PTL pulse driver» служит для задания одноквантового импульса в пассивную передающую линию.

Функционирование входного блока происходит следующим образом. Сигнал от внешнего генератора напряжения поступает по линии «Input» (от англ. «вход», см. рис. 5.30) на вход элемента DC/SFQ. Когда входное напряжение превышает определенное фиксированное значение, элемент DC/SFQ вырабатывает один одноквантовый импульс. Количество одноквантовых импульсов определяется количеством периодов колебания напряжения, поступающего от входного генератора. С выхода элемента DC/SFQ через промежуточную JTL одноквантовый импульс поступает на Splitter после которого, один

из одноквантовых импульсов распространяется в сторону исследуемых структур, а другой поступает на Merger. С выхода Merger'а одноквантовый импульс поступает на SFQ/DC, на котором в ответ на поступление каждого одноквантового импульса изменяется уровень выходного напряжения. С выхода SFQ/DC сигнал поступает на внешний осциллограф для контроля функционирования блока. Изменение напряжения на осциллографе свидетельствует об успешном функционировании DC/SFQ и распространении одноквантовых импульсов по цепям входного блока. Импульс, распространяющийся в сторону исследуемых структур, попадает на следующий Splitter с выхода которого одноквантовые импульсы одновременно поступают в две параллельные ветви баллистической схемы, содержащие исследуемые структуры. Задание одноквантовых импульсов в исследуемые структуры производится посредством согласующих элементов Pulse driver. Питание этих элементов отделено от питания остальных элементов блока, что на рис. 5.30 показано двойными стрелками. Изменение данного тока питания позволяет изменять граничные условия вхождения одноквантового импульса в исследуемые структуры.

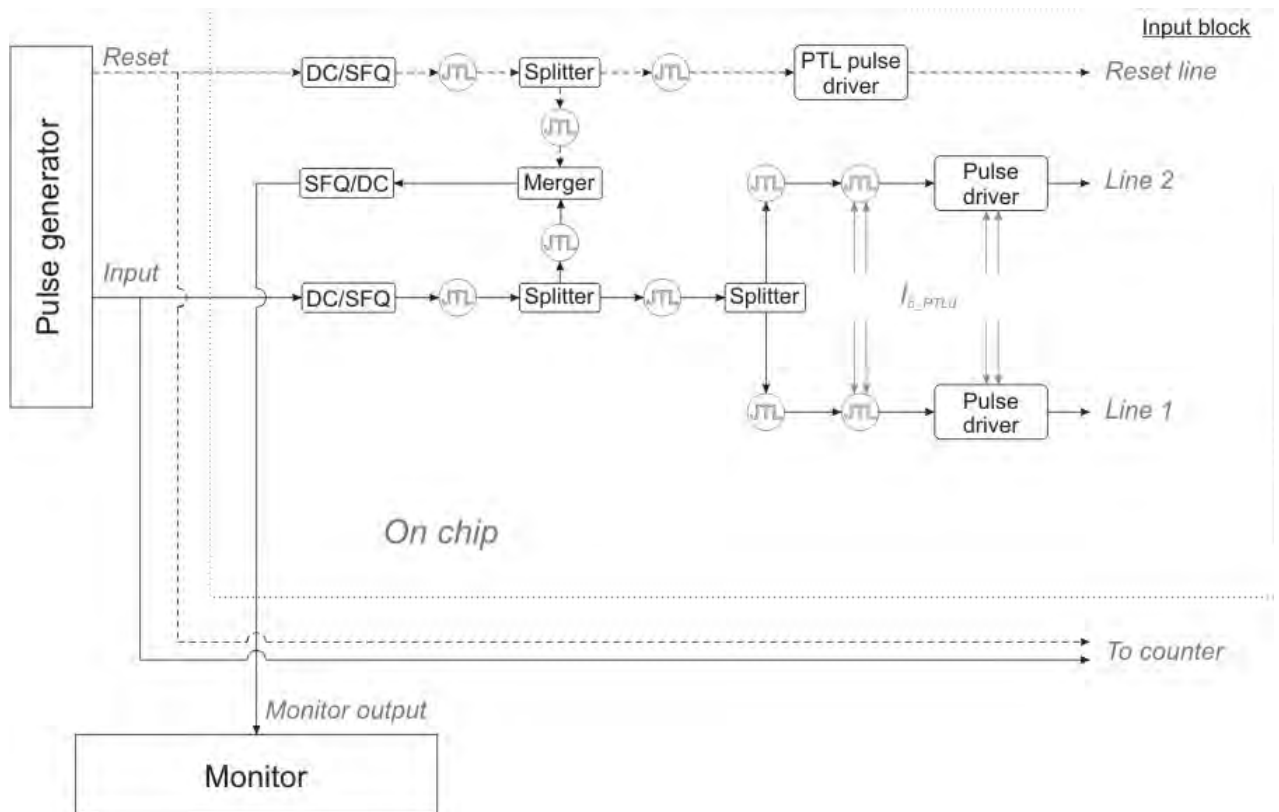


Рисунок 5.30. Принципиальная схема входного блока. Двойными стрелками показаны отдельные линии питания для элементов Pulse driver и подводящих к ним JTL. Данные линии используются для тонкой подстройки функционирования этих элементов.

Параллельно с переменным напряжением в линии «Input», от входного генератора поступает переменное напряжение такой же частоты, но сдвинутое на полпериода в линию «Reset». Данное напряжение поступает на вход второго элемента DC/SFQ, с выхода которого одноквантовые импульсы аналогичным образом поступают на вход SFQ/DC, с помощью которого обеспечивается контроль работы схемы, и на вход элемента PTL driver. Посредством PTL driver осуществляется задание одноквантового сигнала в пассивную передающую линию, используемую для передачи сигнала о сбросе схемы измерения, содержащуюся в выходном блоке, в начальное состояние. Поскольку выходные линии обоих элементов DC/SFQ, принимающих сигнал из линий Input и Reset, объединяются и заводятся на вход контролирующего SFQ/DC, при правильном функционировании входного блока за один период модуляции напряжения входного генератора, напряжение на осциллографе должно изменяться дважды.

С помощью стандартных разветвителей сигналы в линиях Input и Reset разветвляются каждый на два канала, как показано на рис. 5.30. При этом сигнал параллельно поступает на чип и на каунтера (счетчика импульсов от англ. – «counter»), переводя его в активное или пассивное состояние. Таким образом, обеспечивается отключение каунтера в момент сброса схемы измерения.

Схема выходного блока представлена на рис. 5.31. Она состоит из тех же основных элементов, что и входной блок за исключением «PTL pulse receiver» – элемента, используемого для согласования импеданса пассивной линии с импедансом цепей выходного блока, и DFF – схемы сравнения.

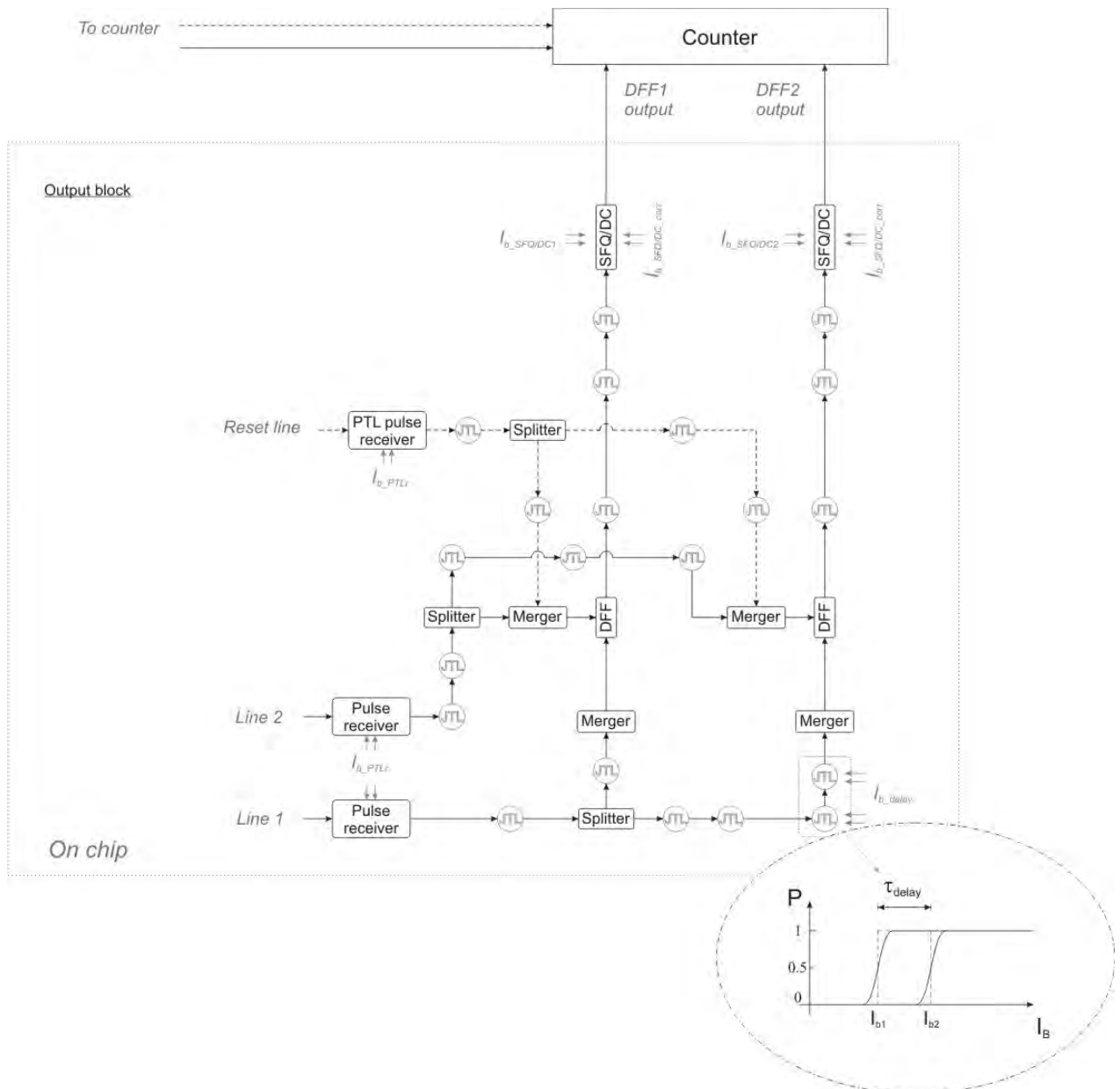


Рисунок 5.31. Принципиальная схема выходного блока. На вставке показана диаграмма зависимости вероятности наблюдения импульса на выходах двух схем сравнения DFF от токов питания исследуемых структур. Разница токов питания соответствует известной изменяемой временной задержке, вводимой посредством дополнительных JTL, питание которых выведено отдельно от других элементов схем.

Функционирование выходного блока происходит следующим образом. Одноквантовые импульсы, распространяющиеся по исследуемым структурам (LJJ/JTL), поступают на вход элементов Pulse receiver, эквивалентных элементам Pulse driver входного блока, но топологически зеркально отображенных для правильного согласования импедансов. Затем, как показано на рис. 5.31, через связующие JTL импульсы попадают на Splitter'ы, после чего, через Merger'ы, одноквантовые импульсы



поступают на вход схем сравнения DFF. Как было описано нами в отчете за предыдущий месяц, в зависимости от того, из какой линии Line 1 или Line 2 одноквантовый импульс пришел первым на вход схемы сравнения DFF, на выходе данного элемента генерируется или не генерируется выходной одноквантовый импульс. С выхода DFF одноквантовые импульсы через связующие JTL попадают на входы элементов SFQ/DC, так что в случае наличия одноквантового импульса на выходе DFF в единичном акте измерения уровень напряжения на выходе SFQ/DC изменяется, что в свою очередь фиксируется внешним каунтером.

Изменение тока питания исследуемой структуры однозначно связано со скоростью распространения импульса по этой структуре. Поэтому, фиксируя ток питания на одной исследуемой структуре, и изменяя его на другой, можно перейти от случая, когда одноквантовый импульс, распространяющийся по линии Line 1, опережает импульс в линии Line 2 к обратному случаю, когда этот импульс запаздывает относительно другого. Данный переход будет сопровождаться переходом от случая генерации одноквантового импульса на выходе DFF к случаю отсутствия импульса на выходе DFF, что однозначно детектируется по наличию или отсутствию изменения уровня напряжения на соответствующем входе каунтера. При отсутствии каких либо шумов и полной эквивалентности исследуемых структур данный переход осуществлялся бы с уменьшением тока питания исследуемой структуры, входящей в состав линии Line 1, и ступенька на графике вероятности изменения уровня напряжения на каунтере от тока питания данной структуры точно соответствовала бы значению тока питания исследуемой структуры в линии Line 2, как показано на вставке рис. 5.31 пунктирной линией. При наличии шумов данная ступенька будет размыта. Проводя статистические измерения переключений уровня напряжения от тока питания исследуемой структуры можно определить токовый джиттер, как стандартное отклонение гауссова распределения вокруг среднего значения тока питания, соответствующего току питания исследуемой структуры в линии Line 2, используемой здесь в качестве опорной. Стоит отметить, что величину токового джиттера можно определить для произвольного значения токов питания исследуемых структур.

Для обеспечения возможности перевода токового джиттера во временной джиттер в выходном блоке предусмотрена вторая схема сравнения. Задание одноквантовых импульсов на данную схему производится с использованием соответствующих Splitter'ов, содержащихся в линиях Line 1 и Line 2, как показано на рис. 5.31. Входные и выходные цепи второй схемы сравнения DFF эквивалентны цепям первой схемы сравнения за исключением добавочных JTL, которые обеспечивают фиксированную известную

задержку одноквантового импульса в одной из линий (на рис. 5.31 это линия Line 1). Эта задержка однозначно определяется током питания данных JTL, который сделан отдельным от питания других элементов схемы.

Проводя описанное выше измерение зависимости статистики изменения напряжения от тока питания исследуемой структуры на входах каунтера, к которым подсоединены выходы одновременно двух схем сравнения, можно получить диаграмму качественно схожую с диаграммой, представленной на вставке рис. 5.31. Расстояние между ступеньками, отвечающими переключению между случаями наличия/отсутствия сигнала на выходах схем сравнения, будет определяться установленной известной задержкой на добавочных JTL. В то же время данная задержка будет соответствовать некоторому изменению тока питания исследуемой структуры. Сопоставляя данное изменение тока питания с известной временной задержкой можно определить зависимость изменения скорости прохождения импульса по исследуемой структуре от изменения тока питания, а также перевести полученный токовый джиттер в джиттер временной в случае линейной зависимости скорости распространения импульса от тока питания в окрестности значений, заданных в измерениях. Последнее предположение может быть подтверждено численным расчетом и проверено путем изменения вводимой временной задержки путем изменения тока питания дополнительных JTL.

В случае генерации одноквантового импульса на выходе схемы сравнения DFF, данная схема переходит в исходное состояние и готова к повторному измерению. В противном случае отсутствия импульса на выходе DFF, квант потока оказывается захвачен внутри данного элемента, так что перед повторным измерением данную схему необходимо перевести в исходное состояние. Для этой цели используется одноквантовый импульс, передаваемый по PTL линии Reset. Данная PTL оканчивается элементом PTL receiver, с выхода которого через связующие JTL одноквантовый импульс поступает на Splitter, направляющий сигнал сброса на входы обеих схем сравнения. Как было указано ранее, в процессе сброса схем каунтер не производит считывание сигнала со своих входов.

### **5.5.3. Проектирование фотошаблонов**

В соответствии с представленными принципиальными схемами блоков были спроектированы послойные фотошаблоны данных цепей с использованием библиотеки элементов RSFQ логики института ИФТ. Данная библиотека состоит из ячеек, представленных на рис. 5.32. Она включает в себя джозефсоновские переходы с

различным критическим током, компоненты Splitter, Merger, SFQ/DC и DC/SFQ, а так же элементарная ячейка JTL.

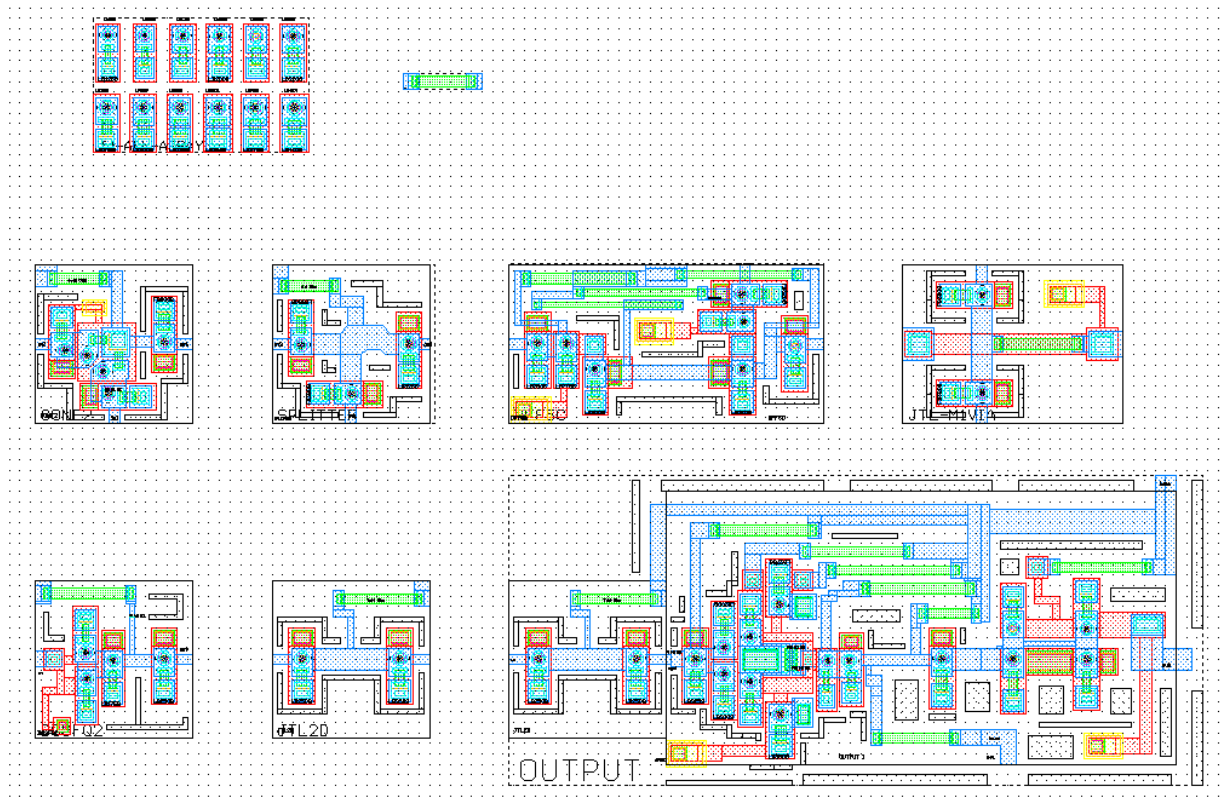


Рисунок 5.32. Фотошаблоны стандартных RSFQ блоков библиотеки IPHT, которые использовались при формировании фотошаблонов экспериментальных образцов.

Используемые в данной технологии слои с их физическими параметрами, соответствующими номерами, наименованиями и полярностями масок перечислены в таблице 5.1. Дополнительно к стандартной библиотеке блоков в процессе проектирования фотошаблонов были разработаны следующие элементы: Pulse driver, три базовых двухконтактных ячейки JTL с характерной емкостью (параметром Маккамбера) джозефсоновских переходов  $\beta_c = 0.8, 9, 60$ , PTL pulse driver, PTL pulse receiver. Шаблоны данных элементов представлены на рис. 5.33. Справа на вставке показаны цвета отображения слоев.

Таблица 5.1

Mask	GDSII No.	Name	Layout polarity	Material	Thickness/ nm	Description	Mask polarity	Wafer resist	Process
A	1	M0	positive	Nb	200	Ground plane	dark	+	etch
B	2	I0A	negative	Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	50	Holes in anodisation	clear	-	anod
C	3	I0B	negative	SiO	100	Holes in isolation	clear	-	liftoff
D	4	I0C	negative	SiO	100	Holes in isolation	clear	-	liftoff
E	5	M1	positive	Nb	250	Wiring1	dark	+	etch
F	6	T1	positive	Nb/Al/Nb	60/12/30	Trilayer package	clear	-	etch
G	7	I1A	negative	Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	70	Holes in anodisation, Definition of junction	clear	-	anod
H	8	CUT	positive	---	---	Cutting of bridges for anodisation	clear	+	etch
I	9	I1B	negative	SiO	150	Holes in isolation	clear	-	liftoff
J	10	R1	positive	Mo	80	Resistance layer	clear	+	liftoff
K	11	I2	negative	SiO	150	Holes in isolation	clear	-	liftoff
L	12	M2	positive	Nb	350	Wiring 2	dark	+	etch
M	13	R2	positive	Au	45	Bond pads, optional	dark	-	liftoff
N	14	I3	negative	SiO	400	Holes in cover	clear	-	liftoff

GDS II-No.	Name	Layout polarity	Place on mask	Description
15	SMA	Positive	all	Used for text and labels on masks
16	SMC	Positive	N-I3	Used for text and labels on chip
17	MDN	Negativ	A-M0	Defines holes (moats) in M0 plane by XOR with A-M0
18	TEXT	Positive	none	Used for help lines and notes
19	TERM	---	none	Defines ports for L-meter inductance calculation
20	INVERT	---	All with dark mask polarity	Area to invert polarity to use only masks with polarity clear

Как было отмечено выше, задание одноквантовых импульсов в исследуемые структуры происходит посредством элемента Pulse driver, обеспечивающего согласование импедансов цепей входного блока и исследуемых структур. С помощью расчетов физических параметров длинного джозефсоновского перехода с учетом его топологии было установлено, что его волновое сопротивление составляет  $\sim 0.1$  Ом, что на порядок меньше сопротивления обычных ячеек JTL входного блока. Pulse driver представляет последовательное соединение 6 джозефсоновских переходов, сопротивление шунта в которых изменяется от 1 до 0.1 Ома. Конструкция данной ячейки обеспечивает ее правильное функционирование в широком диапазоне токов питания от заданного рабочего значения, что обеспечивает ее устойчивость к технологическому разбросу параметров джозефсоновских переходов.

Необходимость разработки специальных ячеек JTL была обусловлена сразу двумя причинами: отсутствием JTL с джозефсоновскими переходами, характеризующимися высоким значением параметра Маккамбера в стандартной библиотеке элементов, и

необходимостью согласования в JTL, состоящих из таких переходов, джозефсоновского импеданса с волновым импедансом микрополосковой линии, соединяющей переходы [46].

Элементы PTL pulse driver и PTL pulse receiver обеспечивают максимально эффективную передачу энергии одноквантового импульса из элементов JTL в микрополосковую линию заданной ширины и эффективный прием энергии этого импульса в RSFQ цепи выходного блока.

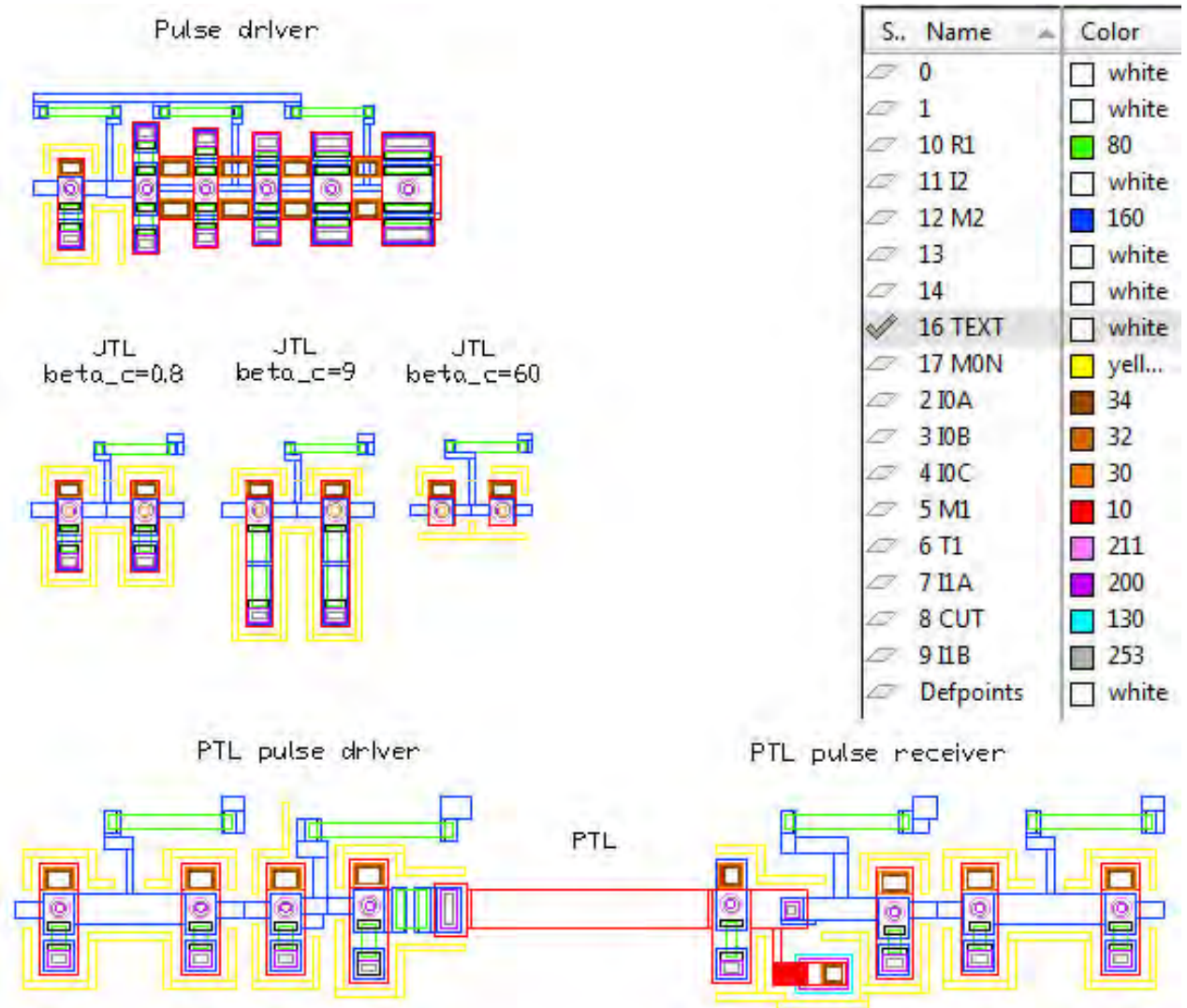


Рисунок 5.33. Фотошаблоны элементов, разработанных дополнительно к стандартной RSFQ библиотеке института IPHT. Справа на вставке показаны цвета отображения слоев.

Фотошаблон входного блока представлен на рис. 5.34. Питание элементов данного блока реализовано таким образом, чтобы ток, текущий в одной линии питания (от одного источника), не превышал 10 мА. Превышение данного значения может привести к заметному дополнительному магнитному смещению RSFQ элементов блока и увеличить риск сбоя функционирования схемы.

Для повышения стабильности работы схемы, было сделано отдельное питание для двух элементов DC/SFQ, элемента SFQ/DC, элементов Pulse driver, и общая шина питания для всех остальных элементов блока.

Фотошаблон выходного блока представлен на рис. 5.35. Питание двух элементов SFQ/DC данного блока объединено с питанием SFQ/DC входного блока. Корректирующее напряжение для тонкой подстройки функционирования всех элементов SFQ/DC входного и выходного блока подается по одной линии. Отдельное питание сделано для блоков Pulse receiver и PTL pulse receiver для обеспечения возможности их тонкой подстройки. Так же, как было указано выше, отдельное питание выведено для двух JTL, используемых для задания задержки в одной из линий распространения одноквантовых импульсов. Для повышения надежности функционирования схемы питание всех остальных элементов разделено на две линии так, чтобы ток, текущий в каждой из линий, не превышал 10 мА.

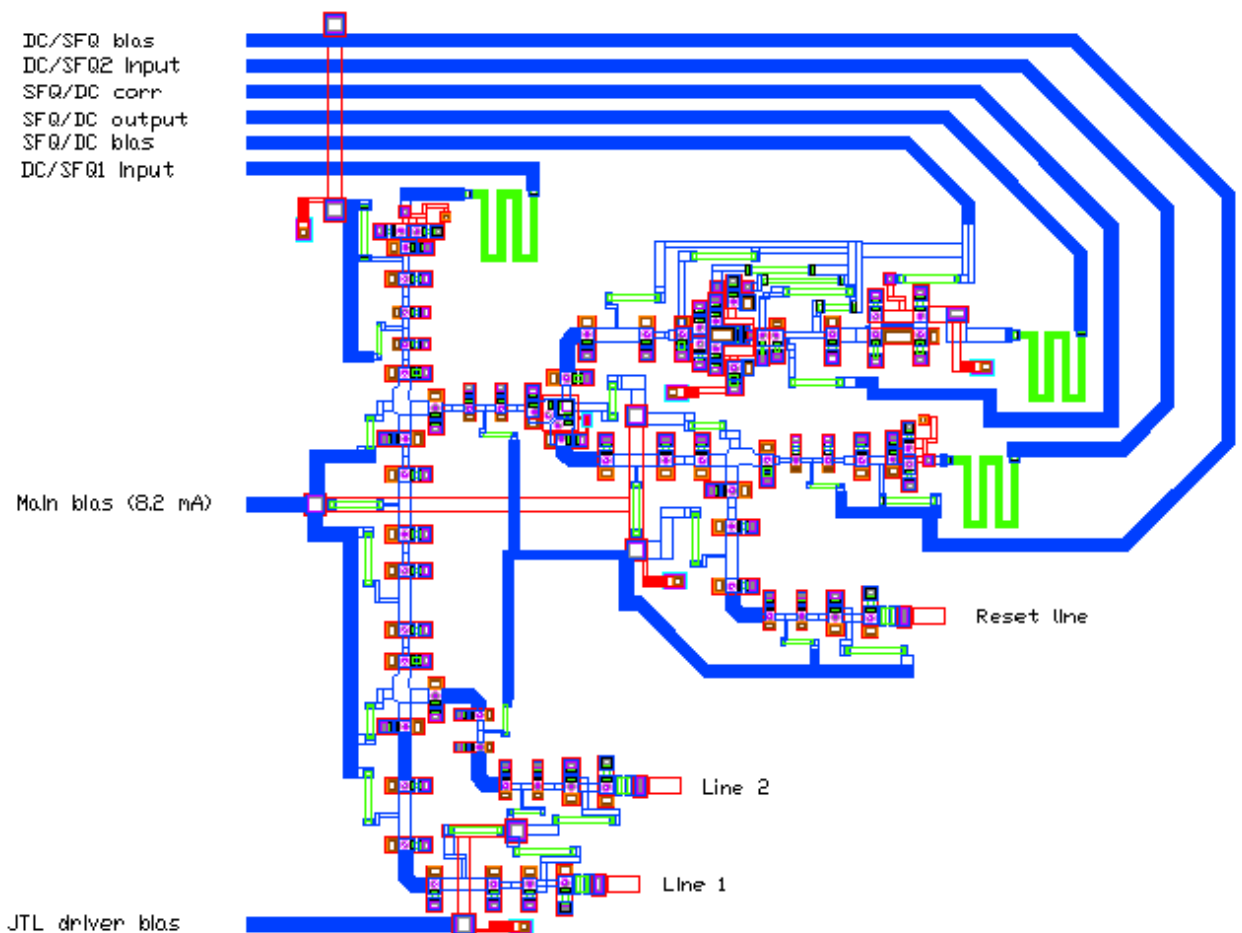


Рисунок 5.34. Фотошаблон входного блока схемы измерения.

Стандартный размер чипа в технологии IPHT составляет  $5 \times 5 \text{ мм}^2$ . Полезная площадь чипа за вычетом площади, занимаемой 52 контактными площадками составляет

4.35x4.35 мм<sup>2</sup>. Размеры входного блока – 1.46x1.08 мм<sup>2</sup>, размеры выходного блока – 1.19x1.61 мм<sup>2</sup>. Данные размеры определяются размерами элементов стандартной библиотеки. Исходя из этих минимальных размеров, которые удалось получить при проектировании блоков, было принято решение использовать один из двух запланированных чипов для исследования длинных джозефсоновских переходов, а другой для исследования JTL с сосредоточенными джозефсоновскими переходами. На каждом из чипов удалось разместить по три схемы измерения, содержащих входной и выходной блок, а также пару одинаковых исследуемых структур.

На первом чипе (см. рис. 5.36) были расположены схемы измерения с длинными джозефсоновскими переходами разной длины – 0.6, 1.2, 1.8 мм. Данный чип предназначен для исследования зависимости джиттера в LJJ от его длины и зависимости скорости прохождения импульса от величины тока питания LJJ. Кроме этого, на чипе расположены три последовательные цепочки, состоящие из джозефсоновских переходов с различными значениями параметра Маккамбера –  $\beta_c = 0.8, 9, 60$ . Эти цепочки предназначены для исследования характеристик переходов, из которых состоят JTL, тестируемые на втором чипе.

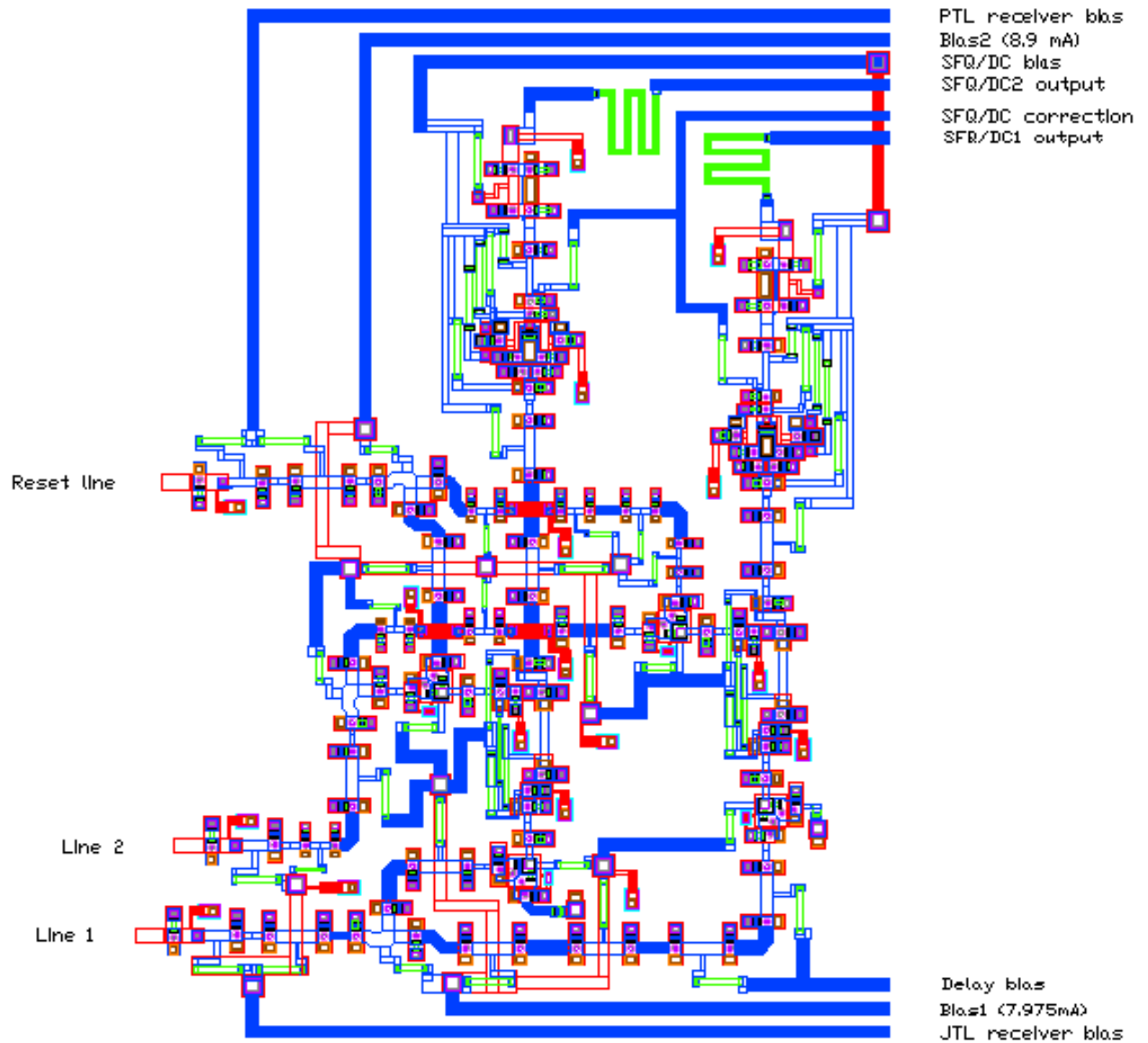


Рисунок 5.35. Фотошаблон выходного блока схемы измерения.

На втором чипе (см. рис. 5.37) расположены схемы измерения с JTL, состоящими из джозефсоновских переходов с различными параметрами Маккамбера, перечисленными выше. Данный чип предназначен для исследования зависимости джиттера от значения параметра демпфирования  $\alpha$  джозефсоновских переходов (однозначно связанного с параметром Маккамбера  $\alpha = \sqrt{\beta_c}$ ) в JTL, зависимости скорости распространения одноквантового импульса от величины и распределения тока питания по JTL. Помимо этого, планируется исследование задержки распространения импульса по JTL, привносимой магнитным полем, задаваемым в несколько смежных ячейках JTL, для чего специально были разработаны ячейки JTL с линией подмагничивания. Также планируется исследовать зависимость данной задержки от величины тока питания JTL.



На фотошаблонах обоих чипов стоит отметить многочисленные отверстия (показанные желтым цветом) в нижнем сверхпроводящем слое, являющимся экраном и общей землей для элементов цепей. Данные отверстия спроектированы для эффективного пининга вихрей, свободно распространяющихся по сверхпроводящей пленке данного слоя. Для перемораживания чипа без механического извлечения его из криостата предусмотрены специальные высокоомные резисторы (сплошная зеленая линия вверху фотошаблонов обоих чипов).

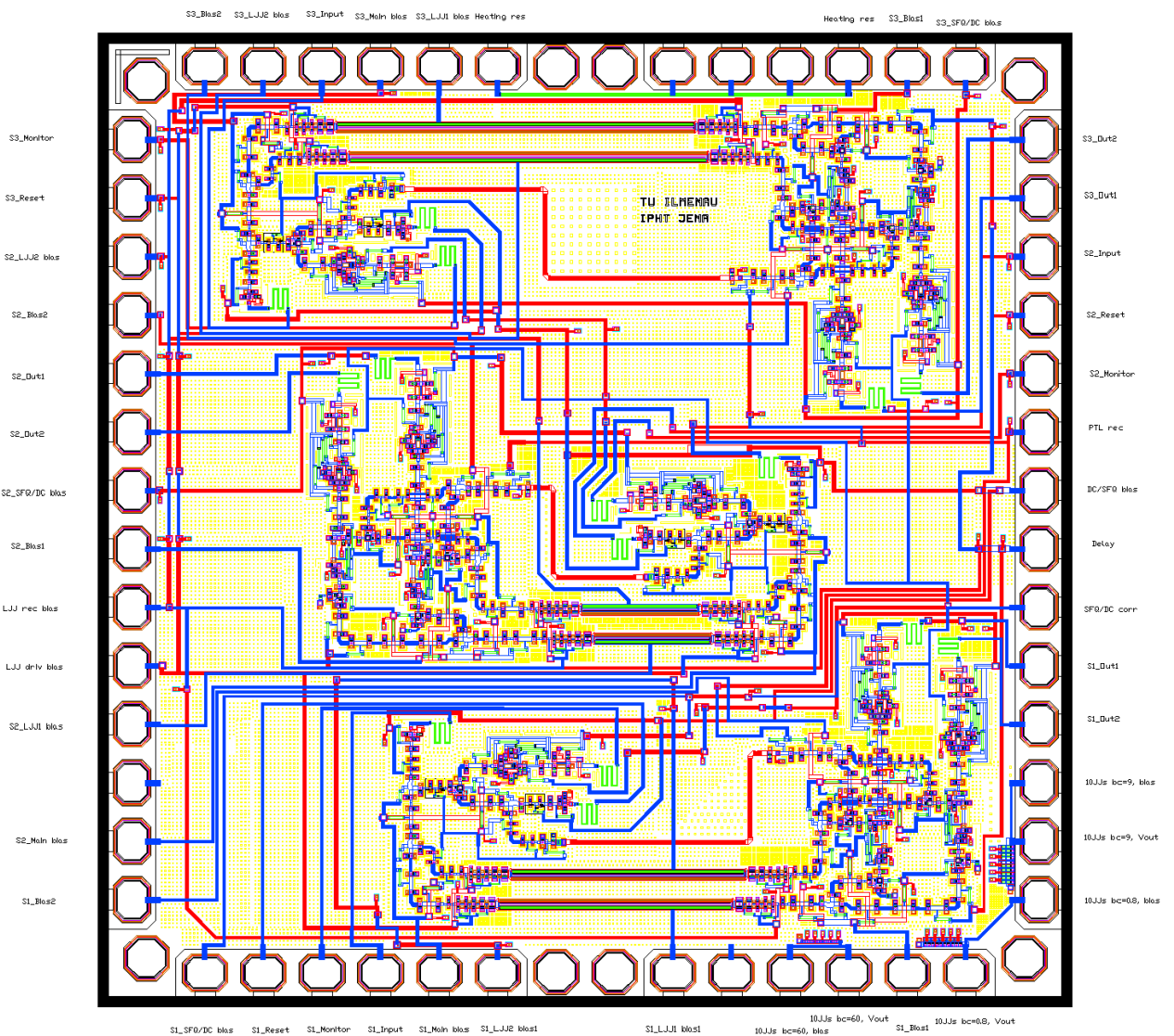


Рисунок 5.36. Фотошаблон первого чипа со схемами измерения, содержащими длинные джозефсоновские переходы различной длины.

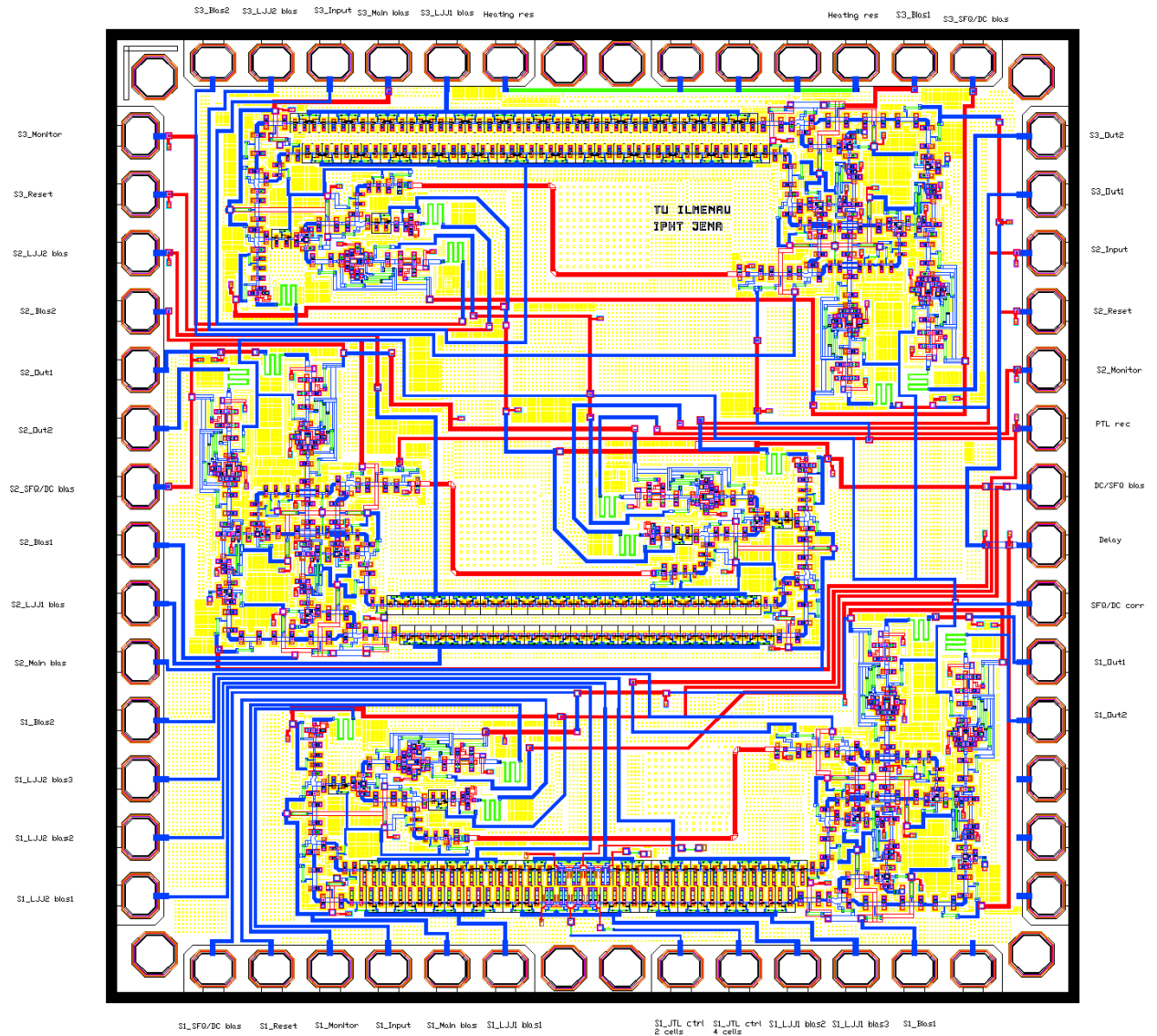


Рисунок 5.37. Фотошаблон второго чипа со схемами измерения, содержащими JTL с джозефсоновскими переходами с различным параметром Маккамбера.

Для работы с каждой из шести схем измерения расположенных на представленных двух чипах необходимо следующее оборудование:

- 1) Генератор напряжения с двумя выходами, с которых снимается сигнал одинаковой частоты и амплитуды, но сдвинутый по фазе на половину периода. Частота опорного сигнала определяет скорость накопления статистики и потому может быть выбрана невысокой (до 1 МГц). Амплитуда генерации может не превышать нескольких вольт.
- 2) Осциллограф для контроля работы входного блока. Данный осциллограф должен иметь разрешение не хуже 0.1 мВ и работать с сигналом на частоте опорного генератора.

3) Каунтер, который должен иметь два входа для управления его работой и два входа для накопления статистики. На входы управления будет подан сигнал от опорного генератора, определяющий период накопления статистики и период сброса схем измерения на чипе, во время которого накопление статистики не производится.

4) Помимо этого, необходимо иметь ряд источников тока. Источник тока необходим для элементов SFQ/DC входного и выходного блоков, отдельное питание предусмотрено для тонкой подстройки функционирования элементов SFQ/DC. Также отдельное питание используется для элементов DC/SFQ, PTL pulse receiver и пары JTL, обеспечивающих задержку в одной из линий распространения импульсов. Кроме того, пять источников тока будут использованы для осуществления основного питания входного блока, двух линий основного питания выходного блока и питания двух исследуемых структур. На схемах, расположенных на втором чипе дополнительно потребуются отдельные токи питания для элементов Pulse driver и Pulse receiver. Поскольку в одной из структур на втором чипе исследуемые JTL разделены на 3 секции для изучения влияния распределения тока питания по структуре, дополнительно потребуются еще 4 источника тока. Для задания тока в линию подмагничивания потребуется еще один источник тока. Максимальное количество источников тока, которое может быть задействовано при измерениях, составляет 17 шт. Для универсализации измерительного оборудования разумно предусмотреть переключения диапазонов задания тока в каждом из источников между следующими режимами: 1 мкА – 1000 мкА, 100 мкА - 10 мА и 0.2 - 200 мА.

Дополнительно к перечисленному оборудованию потребуется вольтметр, соединительные провода и тройники для разветвления сигнала, идущего от опорного генератора.

## 5.6. Основные результаты главы V

Разработан аналитический подход описания релятивистской динамики рассеяния солитона на короткой (по сравнению с размером солитона) неоднородности вынуждающей силы с учетом наличия флуктуаций в пределе малых значений параметров обуславливающих динамику системы описываемой уравнением типа синус-Гордон. Показан способ обобщения развитого подхода для описания рассеяния на произвольном количестве неоднородностей, а так же представлен способ численного решения задачи рассеяния для произвольных параметров системы.

Показан эффект сильного влияния черенковского излучения в присутствии флуктуаций на динамику солитона в дискретной среде, описываемой моделью Френкеля-Конторовой.

Рассеяние флаксона на токовой неоднородности рассмотрено в качестве измерительной процедуры, позволяющей считывать квантовое состояние потокового кубита в схеме баллистического детектора. Проведена оптимизация топологии и параметров схемы детектора для случаев использования непрерывных линейных и кольцевых, а также линейных дискретных джозефсоновских передающих линий, обеспечивающая максимальное отношение сигнала к шуму и минимальное обратное влияние процесса считывания. Показано, что для экспериментальных значений параметров отношение сигнала к шуму в процессе считывания с помощью предложенной симметризованной схемы детектора может быть более 1000. Показана принципиальная возможность модификации схемы детектирования для реализации многокубитного считывания.

Представлен алгоритм измерений и разработаны различные топологии измерительной схемы, включающей цифровые блоки задания и считывания однокубитного сигнала, позволяющей экспериментально определять стандартное отклонение времени распространения флаксона по непрерывным и дискретным джозефсоновским передающим линиям.

Основные результаты, полученные в данной главе, опубликованы в работах [A22, A31, A32, A34] списка публикаций автора. Наиболее удачные варианты схемы баллистического детектора защищены патентами [П5, П12].

## Литература к главе V

- [1] Y. S. Kivshar and B. A. Malomed, “Dynamics of solitons in nearly integrable systems”, [Rev. Mod. Phys.](#) **61**, 763 (1989).
- [2] A. Wallraff, J. Lisenfeld, A. Lukashenko, A. Kemp, M. Fistul, Y. Koval, and A. V. Ustinov, “Quantum dynamics of a single vortex”, [Nature \(London\)](#) **425**, 155 (2003).
- [3] K. K. Likharev, V. K. Semenov, O. V. Snigirev, and B. N. Todorov, “Josephson junction with lateral injection as a vortex transistor”, [IEEE Trans. Magn.](#) **15**, 420 (1979).
- [4] A. V. Ustinov, “Solitons in Josephson junctions”, [Physica D](#) **123**, 315 (1998).

- [5] S. Pnevmatikos and N. F. Pedersen, in *Future Directions of Nonlinear Dynamics in Physical and Biological Systems*, NATO ASI Series B: Physics, Vol. 312 (Plenum, New York, 1993), pp. 283-331.
- [6] V. P. Koshelets and S. V. Shitov, “Integrated superconducting receivers”, *Supercond. Sci. Technol.* **13**, R53 (2000).
- [7] A. L. Pankratov, A. S. Sobolev, V. P. Koshelets, and J. Mygind, “Influence of surface losses and the self-pumping effect on current-voltage characteristics of a long Josephson junction”, *Phys. Rev. B* **75**, 184516 (2007).
- [8] M. Salerno, “Discrete model for DNA-promoter dynamics”, *Phys. Rev. A* **44**, 5292 (1991).
- [9] M. Salerno and Yu. S. Kivshar, “DNA promoters and nonlinear dynamics”, *Phys. Lett. A* **193**, 263 (1994).
- [10] L. V. Yakushevich, A. V. Savin, and L. I. Manevitch, “Nonlinear dynamics of topological solitons in DNA”, *Phys. Rev. E* **66**, 016614 (2002).
- [11] A. Kundu, “Shape Changing and Accelerating Solitons in the Integrable Variable Mass Sine-Gordon Model”, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 154101 (2007).
- [12] C. Hutter, E. A. Tholen, K. Stannigel, J. Lidmar, and D. B. Haviland, “Josephson junction transmission lines as tunable artificial crystals”, *Phys. Rev. B* **83**, 014511 (2011).
- [13] D. Valenti, C. Guarcello, and B. Spagnolo, “Switching times in long-overlap Josephson junctions subject to thermal fluctuations and non-Gaussian noise sources”, *Phys. Rev. B* **89**, 214510 (2014).
- [14] J. Ren and V. K. Semenov, “Progress With Physically and Logically Reversible Superconducting Digital Circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **21**, 780 (2011).
- [15] S. Miki, H. Terai, T. Yamashita, K. Makise, M. Fujiwara, M. Sasaki, and Z. Wang, “Superconducting single photon detectors integrated with single flux quantum readout circuits in a cryocooler”, *Appl. Phys. Lett.* **99**, 111108 (2011).
- [16] Y. Makhlin, G. Schon, and A. Shnirman, “Quantum-state engineering with Josephson-junction devices”, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 357 (2001).
- [17] A. Wallraff, A. Kemp, and A. V. Ustinov, in *Quantum Information Processing* (Wiley-VCH, 2005), p. 163.
- [18] K. G. Fedorov, A. V. Shcherbakova, R. Schöfer, and A. V. Ustinov, “Josephson vortex coupled to a flux qubit”, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 132602 (2013).
- [19] O. Buisson, F. Balestro, J. P. Pekola, and F.W. J. Hekking, “One-Shot Quantum Measurement Using a Hysteretic dc SQUID”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 238304 (2003).
- [20] J. Clarke and A. I. Braginski, *The SQUID Handbook*, Vol. 1 (Wiley-VCH, Weinheim, 2004).

- [21] D. Averin, “Mesoscopic quantum measurements”, [arXiv:cond-mat/0603802](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0603802).
- [22] D. V. Averin, K. Rabenstein, and V. K. Semenov, “Rapid ballistic readout for flux qubits”, *Phys. Rev. B* **73**, 094504 (2006).
- [23] A. Herr, A. Fedorov, A. Shnirman, E. Il'ichev and G. Schön, “Design of a ballistic fluxon qubit readout”, *Supercond. Sci. Technol.* **20**, S450 (2007).
- [24] A. Fedorov, A. Shnirman, G. Schoen, and A. Kidiyarova-Shevchenko, “Reading out the state of a flux qubit by Josephson transmission line solitons”, *Phys. Rev. B* **75**, 224504 (2007).
- [25] K. G. Fedorov, Ph.D. thesis, Karlsruhe Institute of Technology, 2013.
- [26A] I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, A. L. Pankratov, and L. S. Kuzmin, “Symmetrical Josephson vortex interferometer as an advanced ballistic single-shot detector”, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 202602 (2014).
- [27] K. G. Fedorov, A. V. Shcherbakova, M. J. Wolf, D. Beckmann, and A. V. Ustinov, “Fluxon Readout of a Superconducting Qubit”, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 160502 (2014).
- [28] B. M. Mensky, *Quantum Measurements and Decoherence: Models and Phenomenology* (Kluwer Academic Publishers, 2000).
- [29] V. B. Braginsky, Yu. I. Vorontsov, K. S. Thorne, “Quantum Nondemolition Measurements”, *Science* **209**, 547 (1980).
- [30] A. V. Rylyakov and K. K. Likharev, “Pulse jitter and timing errors in RSFQ circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **9**, 3539 (1999).
- [31] H. Terai, Z. Wang, Y. Hishimoto, S. Yorozu, A. Fujimaki, and N. Yoshikawa, “Timing jitter measurement of single-flux-quantum pulse in Josephson transmission line”, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 2133 (2004).
- [32] H. Terai *et al.*, “The relationship between bit-error rate, operating speed and circuit scale of SFQ circuits”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **15**, 364 (2005).
- [33] A. L. Pankratov, A. V. Gordeeva, and L. S. Kuzmin, “Drastic Suppression of Noise-Induced Errors in Underdamped Long Josephson Junctions”, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 087003 (2012).
- [34A] I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. L. Pankratov, E. Il'ichev, and L. S. Kuzmin, “Effect of Cherenkov radiation on the jitter of solitons in the driven underdamped Frenkel-Kontorova model”, *Phys. Rev. E* **87**, 060901(R) (2013).
- [35] K. G. Fedorov and A. L. Pankratov, “Mean time of the thermal escape in a current-biased long-overlap Josephson junction”, *Phys. Rev. B* **76**, 024504 (2007).
- [36] K. G. Fedorov and A. L. Pankratov, “Crossover of the Thermal Escape Problem in Annular Spatially Distributed Systems”, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 260601 (2009).
- [37] D. W. McLaughlin and A. C. Scott “Perturbation analysis of fluxon dynamics”, *Phys. Rev. A* **18**, 1652 (1978).

- [38] E. Joergensen, V. P. Koshelets, R. Monaco, J. Mygind, M. R. Samuelsen, and M. Salerno “Thermal Fluctuations in Resonant Motion of Fluxons on a Josephson Transmission Line: Theory and Experiment”, *Phys. Rev. Lett.* 49, 1093 (1982).
- [39] A. L. Pankratov “On certain time characteristics of dynamical systems driven by noise”, *Phys. Lett. A* 234, 329 (1997).
- [40] O. M. Braun and Yu. S. Kivshar, “The Frenkel-Kontorova Model: Concepts, Methods, and Applications” (Springer-Verlag, Berlin, 2004).
- [41] K. K. Likharev, “Dynamics of Josephson Junctions and Circuits” (Gordon and Breach, New York, 1986).
- [42] A. V. Ustinov, M. Cirillo, and B. A. Malomed, “Fluxon dynamics in one-dimensional Josephson-junction arrays”, *Phys. Rev. B* 47, 8357 (1993).
- [43] G. Derks, A. Doelman, S. A. van Gils, and H. Susanto, “Stability Analysis of  $\pi$ -Kinks in a  $0-\pi$  Josephson Junction”, *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.* 6, 99 (2007).
- [44] O. M. Braun, B. Hu, and A. Zeltser, “Driven kink in the Frenkel-Kontorova model”, *Phys. Rev. E* 62, 4235 (2000).
- [45] R. McDermott, M. G. Vavilov, B. L. T. Plourde, F. K. Wilhelm, P. J. Liebermann, O. A. Mukhanov, and T. A. Ohki, "Quantum-Classical Interface Based on Single Flux Quantum Digital Logic", arXiv:1710.04645.
- [46] T. Ortlepp, F. H. Uhlmann, "Impedance Matching of Microstrip Inductors in Digital Superconductive Electronics", *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 19, 644 (2009).

## Глава VI.

### МАГНИТНЫЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКИЕ КОНТАКТЫ В БАЗОВЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ЛОГИКИ И ПАМЯТИ

#### 6.1. Введение

В главе I обсуждалось применение сверхпроводящих квантовых интерферометров в схемах вычислительных устройств. Было показано, что несмотря на успешную разработку прототипов оперативных запоминающих устройств (ОЗУ) на базе СКВИДов, достигнутые параметры ОЗУ не достаточны для реализации с их помощью высокоэффективных сверхпроводящих процессоров. Альтернативным путем явилось создание гибридных запоминающих устройств, включающих ячейки памяти на базе полупроводниковых транзисторов. Для связи сверхпроводниковых схем с полупроводниковыми ячейками памяти используются интерфейсные усилители, в качестве которых могут быть выбраны, например, схемы рассмотренные в главе IV. Однако и этот подход не лишен упомянутых недостатков, среди которых сравнительно большое энергопотребление и большое время обращение к памяти.

В данной главе будет рассмотрен один из вариантов решения вопроса создания компактного и энергоэффективного элемента памяти в русле наиболее активно развивающегося в наши дни подхода использования элементов спинтроники в сверхпроводниковой технологии. Предлагаемый элемент памяти представляет собой джозефсоновский контакт переключаемый поворотом намагниченности ферромагнитного слоя, содержащегося в области его слабой связи, между 0- и  $\pi$ -состояниями, так называемый «джозефсоновский поворотный вентиль». Конструкция обсуждаемого контакта эквивалентна наноразмерному СКВИДу с нулевой индуктивностью, внешнему полю которого и соответствует намагниченность упомянутого слоя.

В продолжение главы будет развита идея применения джозефсоновских  $\pi$ -контактов (в качестве которых может быть использован и предлагаемый вентиль) в устройствах логики. В частности, будет рассмотрено применение  $\pi$ -контакта в адиабатической логике, как наиболее энергоэффективной из существующих сверхпроводниковых логик.



## 6.2. Джозефсоновский поворотный вентиль

Изучение процессов в джозефсоновских структурах, содержащих сверхпроводящие (S) и ферромагнитные (F) материалы, вызывает все больший интерес не только с фундаментальной, но и с прикладной точки зрения. Так, проведенные теоретические [1–3] и экспериментальные [4–16] исследования показали, что критический ток  $I_c$  таких структур зависит от взаимной ориентации векторов намагниченности  $M$  ферромагнитных пленок, находящихся в области слабой связи. Этот эффект может быть использован для создания сверхпроводниковых спиновых вентилях – управляющих элементов сверхпроводниковой памяти, совместимой с быстрой одноквантовой логикой (RSFQ) [17].

Однако проведенные экспериментальные исследования [7–16] показали, что значения характерного напряжения вентилях  $V_c = I_c R_n$  (где  $R_n$  – нормальное сопротивление структур), содержащих две или более двух F-пленок в области слабой связи, лежат в микро- и нановольтовой областях соответственно. Эти значения на несколько порядков меньше величины  $V_c$  контактов, используемых в одноквантовой логике. Сильное подавление  $I_c$  имеет простую физическую причину: для осуществления эффекта управления необходимо перемагнитить один из F-слоев, не изменяя направления  $M$  другой F-пленки. Это возможно реализовать лишь в том случае, когда область слабой связи представляет собой комбинацию из “сильного” и “слабого” ферромагнетиков, т.е. материалов, существенно различающихся величиной своей обменной энергии  $H$  и (или) толщинами F-слоев. В результате управление величиной  $I_c$  происходит на фоне ее существенного подавления сильным ферромагнетиком. Данное обстоятельство затрудняет использование таких вентилях в качестве управляющего элемента сверхпроводниковой памяти.

Предложенные в [6A, 18–21A] SIsFS джозефсоновские переходы, представляющие собой многослойную структуру, состоящую из включенных последовательно туннельного SIs-контакта с высоким характерным напряжением  $V_c$  и sFS-перехода с одним F-слоем, позволяющего включать или выключать это напряжение  $V_c$  посредством приложения внешнего магнитного поля  $H_{ext}$ , свободны от указанного выше недостатка. Однако их использование в ячейках сверхпроводниковой памяти наталкивается на определенные трудности при осуществлении операций записи и считывания информации. Эти трудности связаны с возможностью дрейфа величины  $I_c$  при  $H_{ext} = 0$ , возникающего при многократной перезаписи информации в ячейке памяти. Использование в sFS-части нескольких ферромагнитных слоев, например переход к SIsF<sub>1</sub>F<sub>2</sub>S- или SIsF<sub>1</sub>F<sub>2</sub>F<sub>3</sub>S-

структурам, снимает проблему неопределенности величины  $I_c$  при  $H_{ext} = 0$ . Однако такое решение накладывает существенные ограничения на критический ток туннельной SIS-части управляющего элемента, который должен быть существенно меньше  $I_c$  sF<sub>1</sub>F<sub>2</sub>S- и sF<sub>1</sub>F<sub>2</sub>F<sub>3</sub>S-переходов при  $H_{ext} = 0$ .

Ниже будет показано, что одним из вариантов разрешения сформулированного выше противоречия является создание искусственной анизотропии в области слабой связи посредством введения в нее неоднородности, наличие которой приводит к образованию внутри контакта областей с положительными (0-контакт) и отрицательными ( $\pi$ -контакт) значениями плотности сверхпроводящего тока [22–27].

### 6.2.1. Модель джозефсоновской SF–NFS-структуры

Рассмотрим многослойную структуру, представленную на рис. 6.1. Она состоит из сверхпроводящих электродов, разделенных ферромагнитным слоем толщины  $d_F$  или “сэндвичем”, содержащим тот же F-слой и слой нормального (N) металла толщины  $d_N$ .

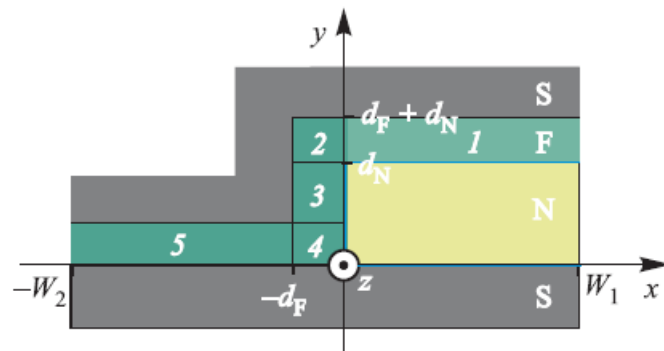


Рисунок 6.1. Схема рассматриваемой пространственно неоднородной многослойной структуры с добавлением тонкого N-слоя в часть области SF-интерфейса.

Будем предполагать, что условия “грязного” предела выполнен для всех металлов и что эффективная константа электрон-фононного взаимодействия в F- и N-материалах равна нулю. Для дальнейшего упрощения будем считать, что температура  $T$  близка к критической температуре сверхпроводящих электродов  $T_c$ . В рамках сделанных предположений решение задачи о вычислении пространственного распределения плотности сверхпроводящего тока  $J_s$  в рассматриваемой структуре сводится к решению линеаризованных уравнений Узалея [28]:

$$\xi_N^2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right\} F_N - \Omega F_N = 0, \quad (6.1)$$

$$\xi_F^2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right\} F_F - \tilde{\Omega} F_F = 0, \quad (6.2)$$

$$\frac{2eJ_S(\varphi)}{\pi T \sigma_F} = i \sum_{\omega=-\infty}^{\infty} \left( F_{F,\omega} \frac{\partial F_{F,-\omega}^*}{\partial y} - F_{F,-\omega}^* \frac{\partial F_{F,\omega}}{\partial y} \right). \quad (6.3)$$

Здесь  $\Omega = |\omega| / \pi T_c$ ,  $\tilde{\Omega} = (\Omega + ih \operatorname{sgn}[\omega])$ ,  $h = H / \pi T_c$ ,  $\xi_{N,F}^2 = (D_{N,F} / 2\pi T_c)$ ,  $D_{N,F}$  – коэффициенты диффузии,  $\omega = \pi T (2n + 1)$  – мацубаровские частоты,  $H$  – обменная энергия в ферромагнитном материале,  $F_{N,F}$  – узделевские гриновские функции в N- и F-пленке,  $\varphi$  – разность фаз параметров порядка S-электродов. При записи уравнений (6.1), (6.2) мы задали направление осей  $x$  и  $y$  параллельно и перпендикулярно плоскости SF-интерфейса, а начало координат поместили на SN-интерфейс (рис. 6.1). Систему уравнений (6.1), (6.2) необходимо дополнить граничными условиями [29]. При их написании мы будем считать, что параметр подавления  $\gamma_{BF} = R_{BF} A_{BF} / \rho_F \xi_F$  на SF-границе

$$\gamma_{BF} \gg \max \{1, \rho_S \xi_S / \rho_F \xi_F\}, \quad (6.4)$$

достаточно велик для того, чтобы пренебречь подавлением сверхпроводимости в сверхпроводящих электродах. Здесь  $R_{BF}$  и  $A_{BF}$  – сопротивление и площадь SF-интерфейса,  $\xi_S = (D_S / 2\pi T_c)^{1/2}$  и  $\xi_F$  – длины когерентности в S- и F-материалах,  $\rho_S$  и  $\rho_F$  – их удельные сопротивления,  $D_S$  – коэффициент диффузии в S-материале. В противоположность этому SN- и FN-интерфейсы считаются прозрачными для электронов. При указанных ограничениях граничные условия [29] представимы в следующем виде:

$$\frac{\partial F_S}{\partial y} = \frac{\gamma_S \xi_N}{\xi_S} \frac{\partial F_N}{\partial y}, F_S = F_N, y = 0, 0 \leq x \leq W_1, \quad (6.5a)$$

$$\frac{\partial F_N}{\partial y} = \frac{\gamma_N \xi_F}{\xi_N} \frac{\partial F_F}{\partial y}, F_F = F_N, y = d_N, 0 \leq x \leq W_1, \quad (6.5b)$$

$$\frac{\partial F_N}{\partial x} = \frac{\gamma_N \xi_F}{\xi_N} \frac{\partial F_F}{\partial x}, F_F = F_N, x = 0, 0 \leq y \leq d_N, \quad (6.5b)$$

$$\frac{\partial F_F}{\partial y} = \frac{\Delta \exp(-i\varphi/2)}{|\omega| \gamma_{BF} \xi_F}, y = 0, -W_2 \leq x \leq 0, \quad (6.5r)$$

$$\frac{\partial F_F}{\partial y} = -\frac{\Delta \exp(i\varphi/2)}{|\omega| \gamma_{BF} \xi_F}, \begin{cases} y = d_F, -W_2 \leq x \leq 0, \\ y = d_N + d_F, 0 \leq x \leq W_1, \end{cases} \quad (6.5d)$$

$$\frac{\partial F_F}{\partial x} = -\frac{\Delta \exp(i\varphi/2)}{|\omega| \gamma_{BF} \xi_F}, x = -d_F, d_F \leq y \leq d_N + d_F, \quad (6.5e)$$

$$\frac{\partial F_N}{\partial x} = 0, \quad x = W_1, \quad 0 \leq y \leq d_N, \quad (6.5\text{ж})$$

$$\frac{\partial F_F}{\partial x} = 0, \quad \begin{cases} x = W_1, & d_N \leq y \leq d_N + d_F, \\ x = -W_2, & 0 \leq y \leq d_F. \end{cases} \quad (6.5\text{з})$$

Здесь  $\Lambda \exp(\pm i\varphi/2)$  – параметр порядка в верхнем и нижнем S-электродах соответственно,

$$\gamma_N = \frac{\rho_N \xi_N}{\rho_F \xi_F}, \quad \gamma_S = \frac{\rho_S \xi_S}{\rho_N \xi_N}. \quad (6.6)$$

В типичной экспериментальной ситуации в качестве сверхпроводников используется Nb ( $\rho_S \approx 7 \times 10^{-6}$  Ом·см,  $\xi_S \approx 10$  нм), а в качестве нормального металла – Cu ( $\rho_N \approx 10^{-6}$  Ом·см,  $\xi_N \approx 100$  нм). Полагая  $\rho_F \approx 10^{-5}$  Ом·см и  $\xi_F \approx 10$  нм, для входящих в (6.6) параметров подавления  $\gamma_S$  и  $\gamma_N$  на FN- и SN-интерфейсах получаем относительно большие значения:  $\gamma_N \approx 1$ ,  $\gamma_S \approx 0.7$ .

Для решения краевой задачи (1), (2), (6.5а)–(6.5з) удобно разбить F-пленку на пять участков (см. рис. 6.1) и в первом приближении пренебречь вкладами в функции  $F_F$  от угловых ее участков, обозначенных на рис. 6.1 цифрами 2 и 4. Полагая далее, что производные функций  $F_F$  вдоль направлений нормали к границе между угловым участком и остальными частями F-слоя равны нулю, можно свести задачу к решению одномерных уравнений (6.1), (6.2) в областях 1, 3 и 5.

В области 1 решение представимо в виде

$$F_F = \frac{\Delta \exp(i\varphi/2) \sinh \left[ \sqrt{\tilde{\Omega}}(y - d_N)/\xi_F \right]}{|\omega| \sqrt{\tilde{\Omega}} \gamma_{BF} \cosh \left[ \sqrt{\tilde{\Omega}} d_F/\xi_F \right]} + \frac{F_N(d_N) \cosh \left[ \sqrt{\tilde{\Omega}}(y - d_N - d_F)/\xi_F \right]}{\cosh \left( \sqrt{\tilde{\Omega}} d_F/\xi_F \right)}, \quad (6.7)$$

где  $F_N(d_N)$  – постоянная интегрирования. Из выражений (6.1), (6.7) следует, что в области  $y = d_N$ ,  $0 \leq x \leq W_1$

$$\xi_N \frac{\partial}{\partial y} F_N = \gamma_N \sqrt{\tilde{\Omega}} F_N(d_N) \tanh \left( \frac{\sqrt{\tilde{\Omega}} d_F}{\xi_F} \right) - \frac{\gamma_N \Delta \exp(i\varphi/2)}{|\omega| \gamma_{BF}} \frac{1}{\cosh \left( \sqrt{\tilde{\Omega}} d_F/\xi_F \right)}. \quad (6.8)$$

Типичные толщины N-пленки лежат в интервале  $d_N \leq 20$  нм, что существенно меньше  $\xi_N$ . Учитывая это обстоятельство, из (6.8) нетрудно получить, что при выполнении неравенств  $\gamma_N \sqrt{\hbar} d_N / \xi_N \ll 1$ ,  $\gamma_N d_N / \gamma_{BF} \xi_N \ll 1$  условие (8) существенно упрощается и в первом приближении по этим параметрам сводится к равенству

$$\xi_N \frac{\partial}{\partial y} F_N = 0, \quad y = d_N, \quad 0 \leq x \leq W_1. \quad (6.9)$$

В области 3 решение краевой задачи (6.1), (6.2), (6.5а)–(6.5з) представимо в виде

$$F_F(x) = F_N(0) \frac{\cosh[\sqrt{\tilde{\Omega}}(d_F - x)/\xi_F]}{\cosh(\sqrt{\tilde{\Omega}}d_F/\xi_F)} + \frac{\Delta \exp(i\varphi/2) \sinh(\sqrt{\tilde{\Omega}}x/\xi_F)}{|\omega| \sqrt{\tilde{\Omega}} \gamma_{BF} \cosh(\sqrt{\tilde{\Omega}}d_F/\xi_F)}, \quad (6.10)$$

так что

$$\xi_N \frac{\partial}{\partial x} F_N(0) = -\gamma_N \sqrt{\tilde{\Omega}} F_N(0) \tanh\left(\frac{\sqrt{\tilde{\Omega}}d_F}{\xi_F}\right) + \frac{\gamma_N \Delta \exp(i\varphi/2)}{|\omega| \gamma_{BF}} \frac{1}{\cosh(\sqrt{\tilde{\Omega}}d_F/\xi_F)}. \quad (6.11)$$

Из (11) следует, что при  $\sqrt{\hbar} d_F \geq \xi_F$  произведение  $\gamma_N \sqrt{\hbar} \gg 1$ . Учитывая далее, что при  $W_1 \gg \xi_N$  производная в левой части равенства (6.11) меняется на длинах порядка  $\xi_N$ , так что  $\xi_N \partial F_N / \partial x \approx 1$ , имеем, что в первом приближении по  $(\gamma_N \sqrt{\hbar})^{-1} \ll 1$  условие (6.11) сводится к граничному условию первого рода:

$$F_N(0) = 0. \quad (6.12)$$

Это условие справедливо на всей FN-границе, расположенной при  $x = 0$ .

Наконец, из выражений (6.5а), (6.9) следует, что в рассматриваемом приближении на SN-границе имеет место жесткое граничное условие:

$$F_N = \frac{\Delta}{|\omega|} \exp(-i\varphi/2), \quad 0 \leq x \leq W_1, \quad y = 0. \quad (6.13)$$

## 6.2.1.1 Решение уравнений Узаделя в N-пленке

Решение краевой задачи (6.1), (6.5ж), (6.9), (6.12), (6.13), определяющее пространственное распределение сверхпроводящих корреляций в нормальной пленке, имеет следующий вид:

$$F_N(x, y) = \frac{4\Delta \exp(-i\varphi/2)}{\pi |\omega|} \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cosh[\zeta_m(y - d_N)/\xi_N] \sin(k_m x/\xi_N)}{q_m \cosh(\zeta_m d_N/\xi_N)}, \quad (6.14)$$

$$q_m = 2m + 1, \quad k_m = \frac{\pi \xi_N}{2W_1} q_m, \quad \zeta_m = \sqrt{|\omega| + k_m^2}. \quad (6.15)$$

В силу (6.12), (6.13) оно не зависит от вида граничных условий, сшивающих решения в областях 2, 4 и 1, 5. Из (6.14) нетрудно получить координатную зависимость функций Грина на границе нормального и ферромагнитного слоев ( $0 \leq x \leq W_1$ ,  $y = d_N$ ):

$$F_N(x, d_N) = \frac{4\Delta \exp(-i\varphi/2)}{\pi |\omega|} \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(k_m x/\xi_N)}{q_m \cosh(\zeta_m d_N/\xi_N)}, \quad (6.16)$$

что позволяет перейти к решению уравнений в ферромагнитной пленке.

## 6.2.1.2 Решение уравнений Узаделя в F-пленке

В области  $0 \leq x \leq W_1$ ,  $d_N \leq y \leq d_N + d_F$  краевая задача (6.2), (6.5д), (6.5з) замыкается условиями

$$F_F(x, d_N) = F_N(x), \quad (6.17)$$

$$\xi_F \frac{\partial}{\partial x} F_F = 0, \quad d_N \leq y \leq d_N + d_F \quad (6.18)$$

и имеет решение следующего вида:

$$F_F(x, y) = \frac{\Delta \exp(i\varphi/2)}{|\omega| \sqrt{\tilde{\Omega}} \gamma_{BF}} \frac{\sinh[\sqrt{\tilde{\Omega}}(y - d_N)/\xi_F]}{\cosh[\sqrt{\tilde{\Omega}} d_F/\xi_F]} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2\Delta \exp(-i\frac{\varphi}{2})}{\pi^2} \times \\
& \times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cosh[p_s(y - d_N - d_F)/\xi_F] \cos(k_s x/\xi_N)}{Z_{m,s} \cosh(p_s d_F/\xi_F) \cosh(p_s d_N/\xi_N)},
\end{aligned} \tag{6.19}$$

$$k_s = \frac{\pi \xi_N}{W_1} s, \quad p_s = \sqrt{\tilde{\Omega} + k_s^2}, \quad Z_{m,s} = \left[ \left( m + \frac{1}{2} \right)^2 - s^2 \right].$$

Определяя из (6.19) координатные зависимости функции  $F_{F,\omega}(x, d_N)$  и ее производной по координате  $y$  при  $y = d_N$  и подставляя их в выражение для плотности сверхпроводящего тока (6.3) для области 1 ( $0 \leq x \leq W_1$ ), получаем синусоидальную зависимость  $J_S(\varphi) = J_c \sin \varphi$  с плотностью критического тока  $J_{c1}$ , равной

$$\begin{aligned}
& \frac{e R_{BF} \mathcal{A}_{BF} J_{c1}}{T} = \\
& = \operatorname{Re} \sum_{\omega, m=0}^{\infty} \frac{8\Delta^2 \sin(k_m x/\xi_N)}{\omega^2 q_m \cosh(\zeta_m d_N/\xi_N) \cosh(\sqrt{\tilde{\Omega}} d_F/\xi_F)}.
\end{aligned} \tag{6.20}$$

Краевая задача для области 5 ( $-W_2 \leq x \leq -d_F$ ) имеет простое решение [30, 31]:

$$\begin{aligned}
F_F(x, y) &= p_- \cosh \left[ \frac{\sqrt{\tilde{\Omega}}(y - d_F)}{\xi_F} \right] + p_+ \cosh \left( \frac{\sqrt{\tilde{\Omega}} y}{\xi_F} \right), \\
p_{\pm} &= \frac{\Delta}{\gamma_{BF} \sqrt{\tilde{\Omega}} |\omega| \sinh \left[ \sqrt{\tilde{\Omega}} d_F/\xi_F \right]} \exp(\pm i\varphi/2),
\end{aligned}$$

подстановка которого в выражение для сверхтока (6.3) также приводит к синусоидальной зависимости  $J_S(\varphi)$  с плотностью критического тока  $J_{c5}$ , равной

$$\begin{aligned}
& \frac{e R_{BF} \mathcal{A}_{BF} J_{c5}}{T} = \\
& = \operatorname{Re} \sum_{\omega=0}^{\infty} \frac{4\pi \Delta^2}{\gamma_{BF} \sqrt{\tilde{\Omega}} \omega^2 \sinh \left( \sqrt{\tilde{\Omega}} d_F/\xi_F \right)}.
\end{aligned} \tag{6.21}$$

В расположенных в F-пленке областях 3 и 4 (см. рис. 6.1) плотность сверхтока в направлении оси  $x$  равна нулю, так как в рассматриваемом приближении  $F_N = 0$  при  $x = 0$ ,  $0 \leq y \leq d_N$ , а в направлении оси  $y$  она пренебрежимо мала по сравнению с  $J_S$  в областях 1 и 5. Эти обстоятельства позволяют без ограничения общности полагать  $J_S = 0$  в областях 2, 3, и 4.

## 6.2.1.3 Распределение плотности критического тока

На рис. 6.2 представлены зависимости  $J_{c1}(d_F)$  и  $J_{c5}(d_F)$ , рассчитанные для параметров  $T/T_c = 0.5$ ,  $h = 30$ ,  $\gamma_{BF} = 0.6$ ,  $d_N / \xi_N = 0.2$ ,  $\xi_N / W_1 = 0.2$ . Они соответствуют типичной экспериментальной ситуации [22].

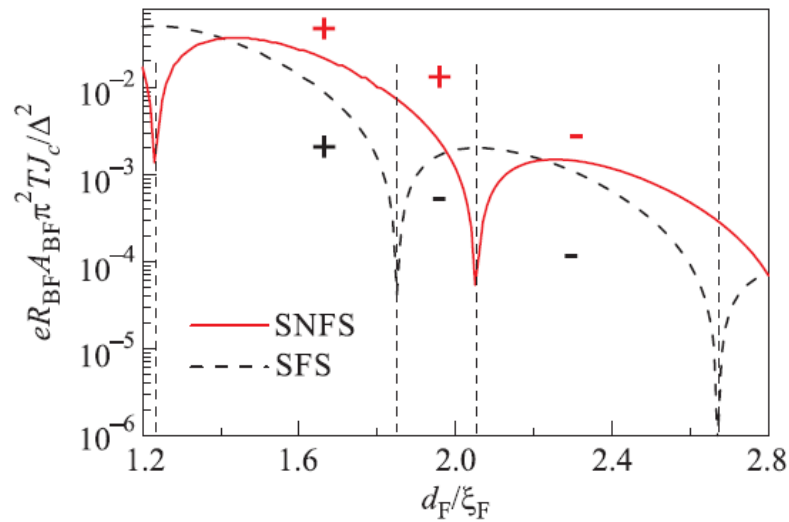


Рисунок 6.2. Плотности критического тока  $J_{c1}$  (SNFS) и  $J_{c5}$  (SFS) сегментов SF–NFS джозефсоновской структуры, изображенной на рис. 6.1, как функции толщины ферромагнитной пленки, вычисленные с использованием формул (6.20), (6.21).

Из этих кривых следует, что в зависимости от толщины F-слоя плотности критического тока  $J_{c1}$  и  $J_{c5}$  в сегментах 1 и 5 могут иметь либо одинаковый положительный (отрицательный) знак, либо противоположные знаки. Примеры таких распределений, рассчитанных для толщин F-слоя  $d_F / \xi_F = 1.51, 1.96, 2.34$ , представлены на рис. 6.3. В области толщин  $1.23 \leq d_F / \xi_F \leq 1.85$  SF–NFS-структура представляет собой джозефсоновский 0-контакт с неоднородно распределенной по координате  $x$  плотностью сверхтока. Основное состояние такого контакта отвечает разности фаз параметров порядка электродов  $\varphi = 0$ . При толщинах  $2.05 \leq d_F / \xi_F \leq 2.67$  мы имеем неоднородный  $\pi$ -контакт с основным состоянием, отвечающим  $\varphi = \pi$ . Наконец, в интервале  $1.85 \leq d_F / \xi_F \leq 2.05$  основное состояние структуры в интересующем нас случае ее малых (по сравнению с джозефсоновской глубиной проникновения магнитного поля  $\lambda_J$ ) ширин,  $W_1 + W_2 \ll \lambda_J$ , существенно зависит от соотношения между произведениями  $J_{c1}W_1$  и  $J_{c5}W_2$  и может отвечать  $\varphi$ , равному либо 0, либо  $\pi$ , либо некоторому значению [32–34], лежащему



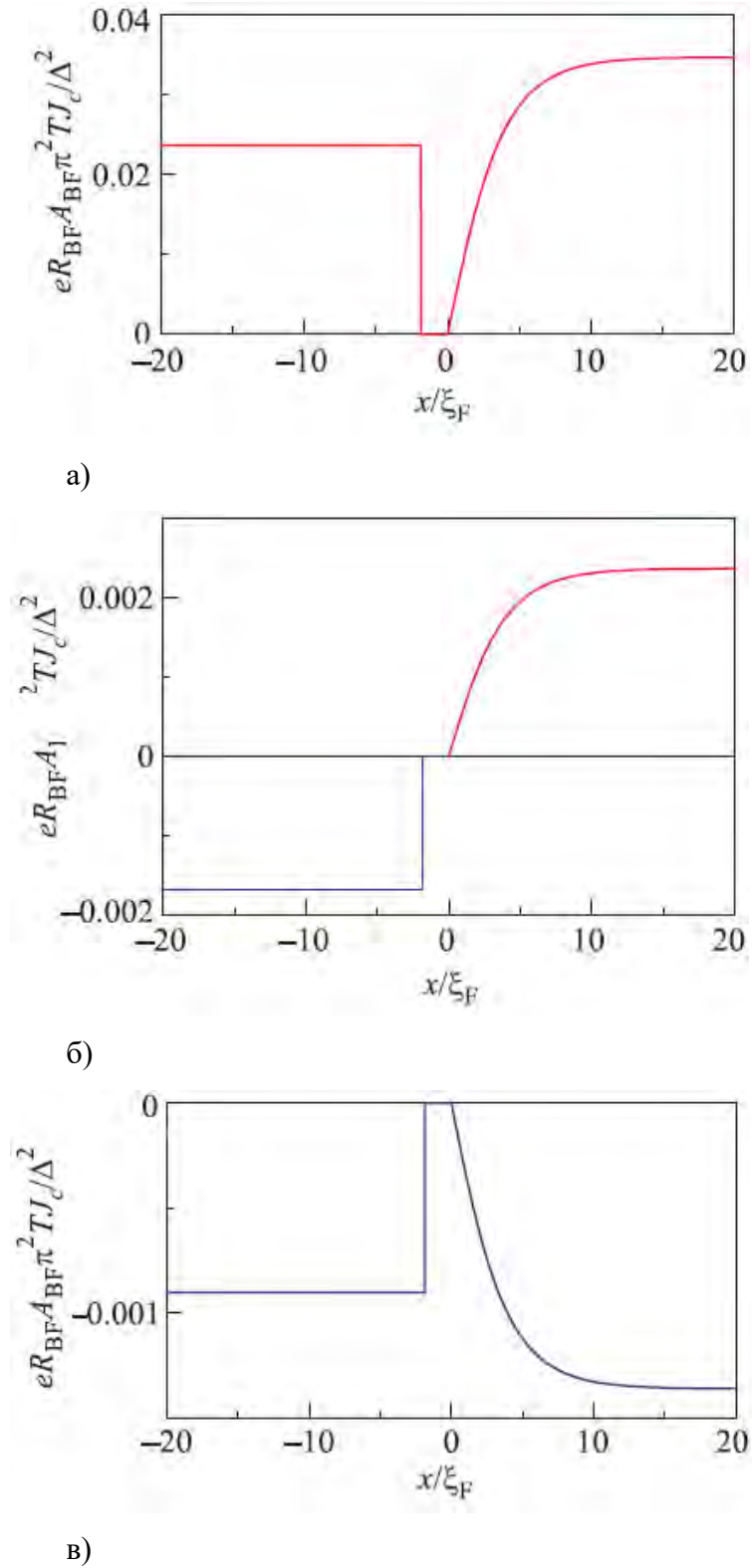


Рисунок 6.3. Фрагменты зависимостей плотности критического тока от координаты  $x$  вблизи ступеньки N-слоя, рассчитанных для значений толщины F-слоя  $d_F / \xi_F = 1.51$  (а), 1.96 (б) и 2.34 (в).

внутри интервала  $0 \leq \varphi \leq \pi$ . При этом критический ток структуры зависит от угла  $\theta$  между направлением вектора намагниченности F-пленки и направлением, разграничивающим SFS- и SNFS-сегменты SF–NFS-структуры.

### 6.2.1. Критический ток SF–NFS джозефсоновских структур

Для доказательства зависимости критического тока структуры от направления намагниченности F-слоя рассмотрим структуру с поперечным сечением в виде квадрата со стороной  $W = W_1 + W_2 = \lambda_J$  и положим для простоты  $W_1 = W_2$ . Для расчета ее критического тока как функции угла разворота вектора намагниченности в плоскости контакта (плоскость  $(xz)$  на рис. 6.1) необходимо решить двумерное уравнение синус-Гордона:

$$\varphi_{tt} - \varphi_{xx} - \varphi_{zz} + j_c(x) \sin \varphi = -\alpha \varphi_t + j - \eta_x - \eta_z. \quad (6.22)$$

Здесь пространственные координаты  $x$ ,  $z$  и время  $t$  нормированы на  $\lambda_J$  и на обратную частоту плазменных колебаний  $\omega_p^{-1}$  соответственно,  $\omega_p = \sqrt{2\pi I_c / C\Phi_0}$ ,  $\alpha = \omega_p / \omega_c$  – коэффициент затухания,  $\omega_c = 2\pi I_c R_n / \Phi_0$ ,  $C$  – емкость контакта. Плотности критического тока  $j_c(x)$  и тока смещения  $j$  нормированы на критическую плотность тока SNFS-сегмента  $J_{c1}$ . Вектор намагниченности F-слоя  $M = (M_x, \theta, M_z)$  представлен в (6.22) своими компонентами  $\eta_x$ ,  $\eta_z$  с нормировкой  $\eta = 2\pi\mu_0 |M| \Lambda \lambda_J / \Phi_0$ , где  $\mu_0$  – абсолютная магнитная проницаемость,  $\Lambda$  – магнитная толщина перехода.

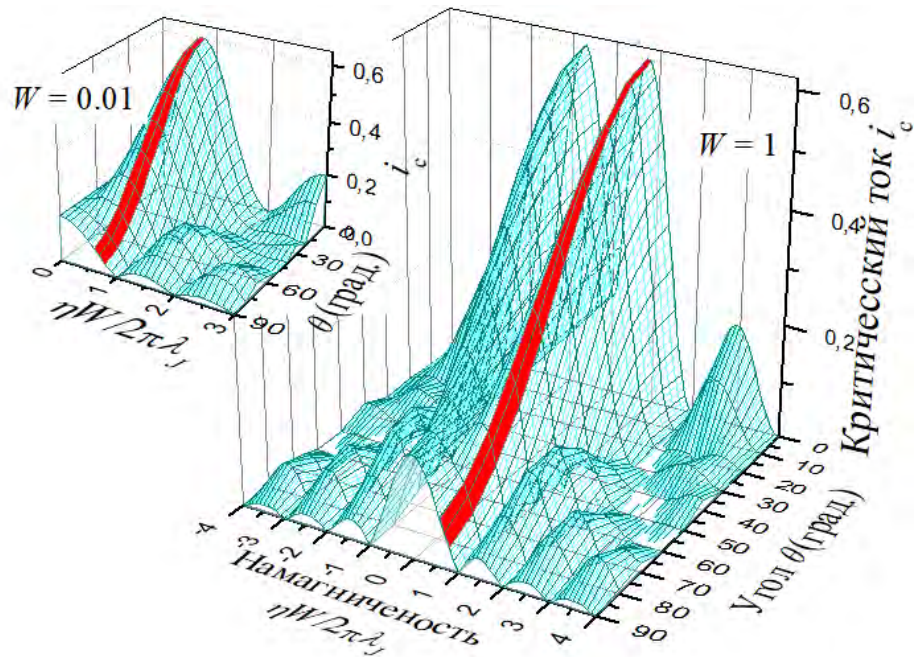
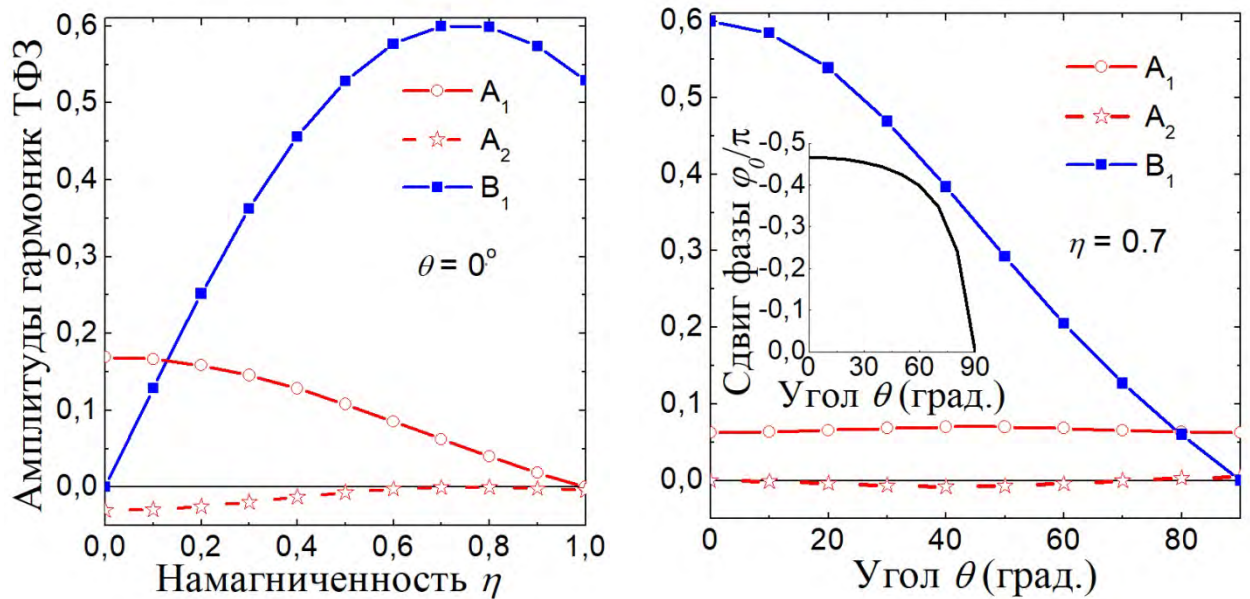


Рисунок 6.4. Критический ток рассматриваемой структуры в зависимости от величины намагниченности F-слоя,  $\eta$ , и угла  $\theta$  ее отклонения от оси  $z$  (см. рис. 6.1). Длина структуры  $W = \lambda_j$  (основная панель) и  $W = 0.01\lambda_j$  (вставка). Область наибольшего изменения критического тока закрашена красным цветом.

На рис. 6.4 представлена зависимость критического тока  $i_c$ , рассчитанная для значения толщины F-слоя, лежащего внутри интервала  $1.85 d_F / \xi_F \leq 2.05$ . В этом интервале при выбранных параметрах плотность критического тока сегмента 1 с рис. 6.1  $J_{c1} \geq 0$ , в то время как SFS-сегмент находится в  $\pi$ -состоянии, т.е. имеет отрицательную плотность критического тока  $J_{cS}$ . Ее абсолютное значение составляет  $0.66 J_{c1}$ .

Зависимость  $i_c(\eta)$  имеет минимум в нуле при  $\theta = 0^\circ$ . В то же время, для перпендикулярной ориентации намагниченности по отношению к направлению, разграничивающему SFS- и SNFS-сегменты, ( $\theta = 90^\circ$ ) зависимость имеет примерно фраугоферовскую форму, что характерно для 0- $\pi$  контактов [24]. Видно, что модуляция критического тока с поворотом намагниченности наиболее ярко проявляется при величине намагниченности  $\eta \leq 1$ . Для дальнейшего исследования связи 0- $\pi$  неоднородности структуры и ориентации намагниченности F-слоя была рассчитана ток-фазовая зависимость (ТФЗ) исследуемого контакта:  $i_s(\varphi) = A_1 \sin \varphi + A_2 \sin 2\varphi + B_1 \cos \varphi$ .



а)

б)

Рисунок 6.5. а) Зависимость амплитуд гармоник ТФЗ от (а) величины намагниченности F-слоя при  $\theta = 0^\circ$ , (б) угла отклонения намагниченности от направления, разграничивающего SFS- и SNFS-сегменты SF–NFS-структуры,  $\theta$  при  $\eta = 0.7$ . На вставке показан соответствующий сдвиг фазы основного состояния.

Изменение амплитуд ТФЗ с увеличением намагниченности  $\eta = 0 \dots 1$  при  $\theta = 0^\circ$  представлено на рис. 6.5а. Вторая гармоника в ТФЗ при  $\eta = 0$  появляется за счет спонтанной модуляции тока вдоль границы перехода [32]. В нашем случае амплитуда второй гармоники сравнительно мала,  $A_2 / A_1 = -0.18$ , и недостаточна для формирования ф-контакта (для этого требуется  $A_2 < -A_1 / 2$  [32]), а следовательно основное состояние невырождено и соответствует джозефсоновской фазе  $\varphi_0 = 0$ . Этот случай соответствует заметной разнице плотностей критических токов  $J_{c\pi/0} \neq 1$  и малому размеру структуры [24]. Увеличение намагниченности приводит к возникновению асимметрии джозефсоновского потенциала, что проявляется в появлении косинусоидальной компоненты ТФЗ и соответствующего ей фазового сдвига. Общее увеличение критического тока и уменьшение амплитуды второй гармоники показывает компенсацию выравнивания джозефсоновских фаз 0- и  $\pi$ -частей структуры (характерную для 0- $\pi$  контактов малого размера) за счет магнитного поля F-слоя. Этот эффект максимален при  $\eta = 0.7$ .

Изменение амплитуд гармоник ТФЗ с поворотом намагниченности  $\theta = 0^\circ \dots 90^\circ$  при  $\eta = 0.7$  показано на рис. 6.5б. Подавление критического тока (соответствующая кривая закрашена на рис. 6.4) соответствует уменьшению косинусоидальной компоненты, в то время как амплитуды синусоидальных компонент практически не изменяются. Это означает, что модуляция критического тока  $i_c$  связана с компенсацией выравнивания джозефсоновской фазы вдоль структуры (вдоль оси  $x$  на рис. 6.1), в то время как подавление  $i_c$  соответствующее наличию магнитного поля F-слоя остается неизменным. В сверхпроводящих схемах рассматриваемая структура может быть описана в рамках одногармоничной модели, но с учетом фазового сдвига основного состояния (показанного на вставке рис. 6.5б) и модуляции критического тока, которая при выбранных параметрах составляет примерно порядок величины.

Таким образом, проведенные расчеты показали, что внесение пространственной неоднородности в область слабой связи джозефсоновской структуры, содержащей лишь один ферромагнитный слой, приводит к образованию сверхпроводникового спинового вентиля нового типа. В подобной структуре величина критического тока определяется ориентацией вектора намагниченности F-пленки относительно направления, разграничивающего SFS- и SNFS-сегменты SF–NFS-структуры (ось  $Oz$  на рис. 6.1). Такой спиновый вентиль может иметь два состояния с сильно различающимся критическим током. Эти состояния отвечают взаимно ортогональным направлениям вектора  $M$ , что позволяет осуществлять переключения вентиля посредством приложения взаимно ортогональных внешних магнитных полей. Для поддержания этих состояний не требуются внешние источники энергии. Джозефсоновский SF–NFS-переход может быть использован в качестве управляющего элемента SIS–F/NF–S-структур при проектировании ячеек сверхпроводниковой памяти [36А].

Необходимо отметить, что характерное напряжение предлагаемой SIS–F/NF–S-структуры мало отличается от  $V_c$  SISFS джозефсоновских контактов. Действительно, наличие дополнительного N-слоя слабо влияет на критический ток его s-F/NF–S-части в силу малой толщины N-пленки ( $d_N \ll \xi_N$ ) и существенной разницы между  $\xi_N$  и размерами структуры в плане  $W$ . Единственным механизмом дополнительного подавления критического тока в s-F/NF–S-контакте является возможное отличие модулей критического тока его sFS- и sNFS-сегментов. Такое подавление составляет порядка отношения этих модулей и при правильном выборе толщины слоев может быть сведено к минимуму.

### **6.3. Адиабатические квантовые интерферометры в цифровых схемах**

В главе I были кратко описаны принципы функционирования наиболее энергоэффективной из существующих сегодня сверхпроводниковых логик - адиабатической сверхпроводниковой логики (ASL). В отличие от одноквантовых логик производных от RSFQ, потенциал базовых ячеек ASL может изменяться адиабатически в процессе их переключения, за счет чего соответствующая выделяемая энергия оказывается обратно пропорциональна времени переключения, а сам процесс переключения может быть сделан физически обратимым. На базе ячеек ASL возможно построение не только физически, но и логически обратимых схем, энергия переключения которых может быть сколь угодно малой.

По сравнению со схемами одноквантовой логики, где бит информации представлен в виде наличия/отсутствия кванта магнитного потока на периоде одного такта в квантующих контурах содержащих джозефсоновские контакты, в адиабатических схемах джозефсоновские контакты заменены на сверхпроводящие интерферометры (параметрические квантроны), потенциал которых под внешним воздействием тактирующего сигнала переходит от одноявного к двухъявному виду, так что бит информации ассоциирован с нахождением квантрона в одном из минимумов потенциала (см. параграф 1.6.3 главы I). Передача бита информации соответствует передаче асимметрии (наклона) потенциала при переходе от одноявного к двухъявному виду от ячейки к ячейке, которая осуществляется за счет магнитной связи квантронов. Очевидно, что энергия переключения зависит от вида профиля потенциальной энергии конкретного квантрона. Ниже представлены различные виды квантронов с сопоставлением выражений для их потенциальной энергии и динамики переключения, а так же рассмотрена их возможная оптимизация с привнесением в схему ячейки магнитных джозефсоновских контактов.

#### ***6.3.1. Параметрический квантрон***

Базовые ячейки адиабатической сверхпроводниковой логики являются модификациями упоминавшегося в главе I параметрического квантрона (ПК) – одноконтактного джозефсоновского сверхпроводящего интерферометра (см. рис. 1.22 главы I) – для которого предполагается, что критический ток его джозефсоновского контакта может изменяться под воздействием внешнего сигнала. Потенциальная энергия

ПК складывается из энергии запасенной в индуктивности контура и в джозефсоновском контакте:

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{(\varphi - \varphi_e)^2}{2l} - \cos \varphi \quad (6.23)$$

где  $E_J = I_c \Phi_0$  - джозефсоновская энергия контакта,  $\varphi$  - джозефсоновская фаза контакта,  $l = (2\pi/\Phi_0) I_c L$  - нормированное значение индуктивности  $L$  контура ПК. Увеличение критического тока джозефсоновского контакта ПК приводит к увеличению нормированного значения индуктивности  $l$ , и следовательно, к уменьшению крутизны параболы индуктивного слагаемого потенциальной энергии, что в свою очередь приводит к трансформации потенциала ПК от одноямычного к двухъямычному виду, как показано на рис. 1.23 главы I.

На практике быстро управлять критическим током сосредоточенного джозефсоновского контакта оказывается трудно, поэтому для осуществления возможности управления нормированным значением индуктивности контура ПК, джозефсоновский контакт был заменен на СКВИД, эффективный критический ток которого зависит от приложенного к нему магнитного потока (см. параграф 2.7 главы II). Параметрический квантрон со СКВИДом вместо джозефсоновского контакта исторически был назван квантовым потоковым параметроном (КПП). Поскольку такие параметроны сейчас используются в основном в адиабатическом режиме переключения, к аббревиатуре была добавлена буква «А», АКПП (английский вариант – AQFP – adiabatic quantum flux parametron). В то же время, как будет показано ниже, и сам СКВИД, не включенный в контур ПК, может функционировать как квантрон. Перед более подробным рассмотрением разновидностей АКПП в следующем параграфе будет дано качественное описание разновидностей квантронов на базе СКВИДа.

### **6.3.2. Параметрические квантроны на базе СКВИДа**

#### **6.3.2.1 СКВИД**

Выражение для потенциальной энергии симметричного СКВИДа имеет вид:

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{1}{l} \left[ (\varphi_+ - \varphi_c)^2 + (\varphi_- - \varphi_e)^2 \right] - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_-, \quad (6.24)$$

где  $\varphi_{+/-} = (\varphi_1 \pm \varphi_2) / 2$ ,  $\varphi_{1,2}$  - джозефсоновские фазы контактов СКВИДа,  $\varphi_c$  - «ведущая» фаза - фаза в средней точке СКВИДа, см. рис. 6.6,  $\varphi_e = \pi\Phi_e / \Phi_0$  - фаза отвечающая внешнему магнитному потоку  $\Phi_e$ , задаваемому в СКВИД.

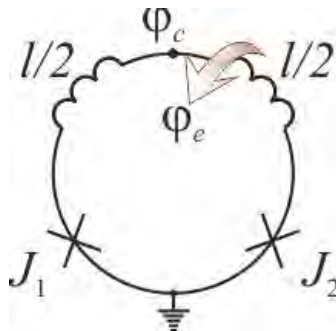
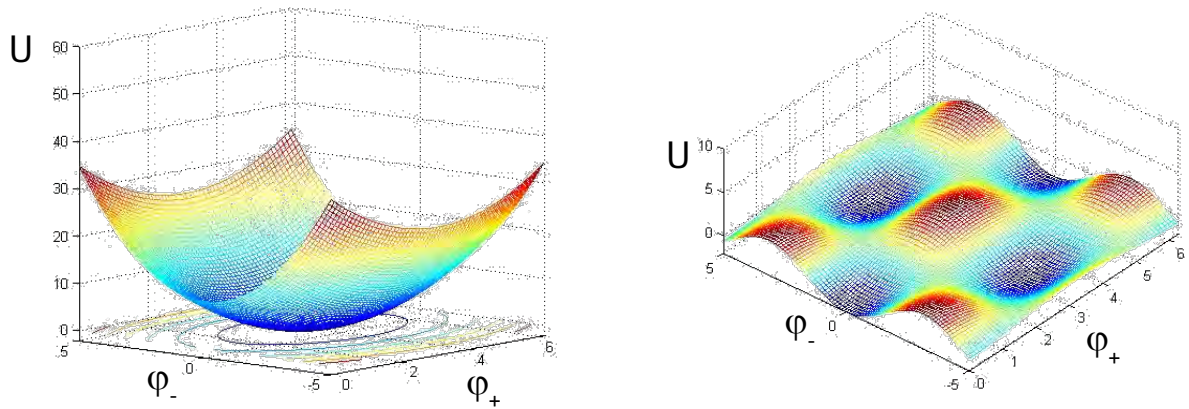


Рисунок 6.6. Принципиальная схема СКВИДа.

Сравнивая выражения (6.23) и (6.24) можно заметить, что при переходе от одноконтактного интерферометра (ПК) к двухконтактному СКВИДУ потенциал стал зависеть не от одной координаты ( $\varphi$ ), а от двух ( $\varphi_{+/-}$ ), что соответствует увеличению размерности пространства. В соответствии с этим, парабола индуктивного слагаемого перешла в параболоид (в координатах суммарной и разностной джозефсоновской фазы  $\varphi_{+/-}$ ), центр которого по координате разностной фазы по-прежнему определяется приложенным магнитным потоком через фазу  $\varphi_e$ , а по координате суммарной фазы – ведущей фазой  $\varphi_c$ . Так же «гармонический профиль» джозефсоновского слагаемого в (6.23) перешел в периодический гармонический рельеф в (6.24). Индуктивное и джозефсоновское слагаемое потенциальной энергии СКВИДа представлены на рис. 6.7.

Очевидно, что переход от одноямыного к двухъямыному виду потенциального профиля СКВИДа может осуществляться и при неизменной (но относительно малой) крутизне параболойда индуктивного слагаемого выражения (6.24) при перемещении его центра, например, вдоль одной из координат  $\varphi_+$  или  $\varphi_-$ . В качестве примера, на рис. 6.8 показаны отдельно слагаемые потенциальной энергии СКВИДа при значениях ведущей фазы  $\varphi_c = 0, \pi$  (рис. 6.8а,б) и их соответствующая сумма (рис. 6.8в,г).





а)

б)

Рисунок 6.7. а) Индуктивное и б) джозефсоновское слагаемое потенциальной энергии СКВИДа в выражении (6.24). Потенциальная энергия  $U$  нормирована на джозефсоновскую энергию  $E_J$ .



а)

б)



в)

г)

Рисунок 6.8. Слагаемые потенциальной энергии СКВИДа (6.24) (а), (б) и их сумма (в), (г) при значении разностной фазы  $\varphi_c = 0$  (а), (в) и  $\varphi_c = \pi$  (б), (г). Значение безразмерной индуктивности,  $l = 2$ . Потенциальная энергия  $U$  нормирована на джозефсоновскую энергию  $E_J$ .

Так, управляя, например, ведущей фазой СКВИДа  $\varphi_c$  можно реализовать его переключение аналогичное переключению ПК, которое осуществлялось за счет изменения

критического тока контакта  $I_c$ . При этом информация, отвечающая наклону потенциала, будет по-прежнему содержаться в фазе  $\varphi_e$ , соответствующей внешнему магнитному потоку.

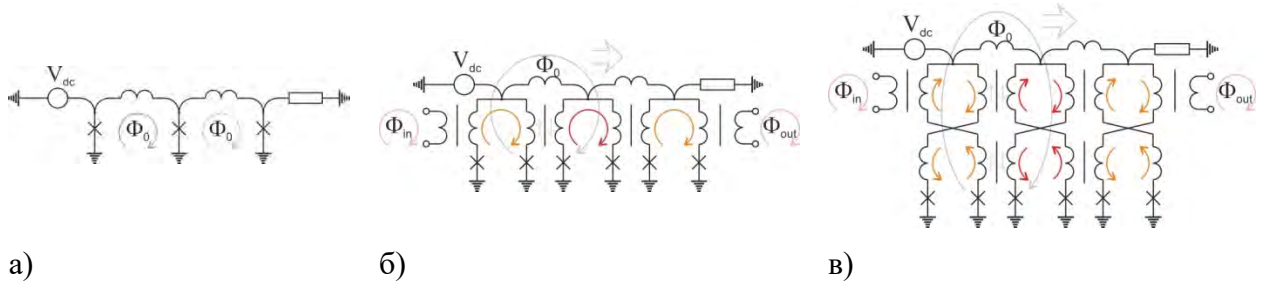


Рисунок 6.9. Иллюстрация замена джозефсоновских переходов одноквантовой шины передачи данных (а) на СКВИДы (б) с последующей симметризацией схемы СКВИДов (в)

Как было упомянуто выше, для передачи информации таким способом, джозефсоновские переходы одноквантовой шины передачи данных, рис. 6.9а, можно заменить на СКВИДы, связанные взаимными индуктивностями, рис. 6.9б. Работа источника напряжения,  $V_{dc}$ , подключенного к одному из концов шины, приводит к увеличению фазы  $\varphi_c$  последовательно на каждом СКВИДе цепочки (что эквивалентно введению флаксона в цепочку), а следовательно к последовательному изменению их потенциала от одноямного к двухъямному виду и обратно ввиду периодичности джозефсоновского рельефа потенциальной энергии (см. рис. 6.7, 6.8). Наклон потенциала передается за счет магнитной связи СКВИДов.

Однако, ввиду асимметрии схемы, представленной на рис. 6.9б, по отношению к токам текущим через СКВИДы и отвечающим ведущей фазе  $\varphi_c$ , тактирование ячеек будет препятствовать передаче информации. Решение этого вопроса возможно с помощью симметризации схемы СКВИДа относительно топологии шины передачи данных, показанной на рис. 6.9в. В такой схеме тактирующий ток и ток, циркулирующий в ячейке, оказываются развязанными, что является необходимым условием правильного функционирования схемы.

Стоит отметить, что параметр Маккамбера,  $\beta_c$ , туннельных контактов, обычно используемых в СКВИДах, соответствующий эффективной емкости (см. главу I) оказывается слишком большим для контролируемой манипуляции квантронами при разумном темпе переключения ячейки (в данном случае – изменении ведущей фазы,  $V_{dc} = d\varphi_c / dt$ ), ввиду чего джозефсоновские переходы шунтируются внешним

сопротивлением. Однако наличие шунтирующего сопротивления приводит к потере энергии, что противоречит идее реализации энергоэффективных схем. На практике, величина шунта подбирается таким образом, чтобы при заданной скорости переключения ячеек (частоте тактирования) динамика ячейки оставалась адиабатической.

Расчет потенциальной энергии в динамике переключения СКВИДа при равномерном увеличении ведущей фазы в различные моменты времени, соответствующие значениям ведущей фазы,  $\varphi_c = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ , в координатах суммарной и разностной фазы представлен на рис. 6.10. Сплошной черной линией показана траектория эволюции фаз  $\varphi_{+/-}$  СКВИДа. Черной точкой показаны значения фаз СКВИДа в текущий момент. Красной линией отмечено значение ведущей фазы. Цветом показан профиль потенциальной энергии СКВИДа при текущих значениях фаз  $\varphi_c, \varphi_e$ .

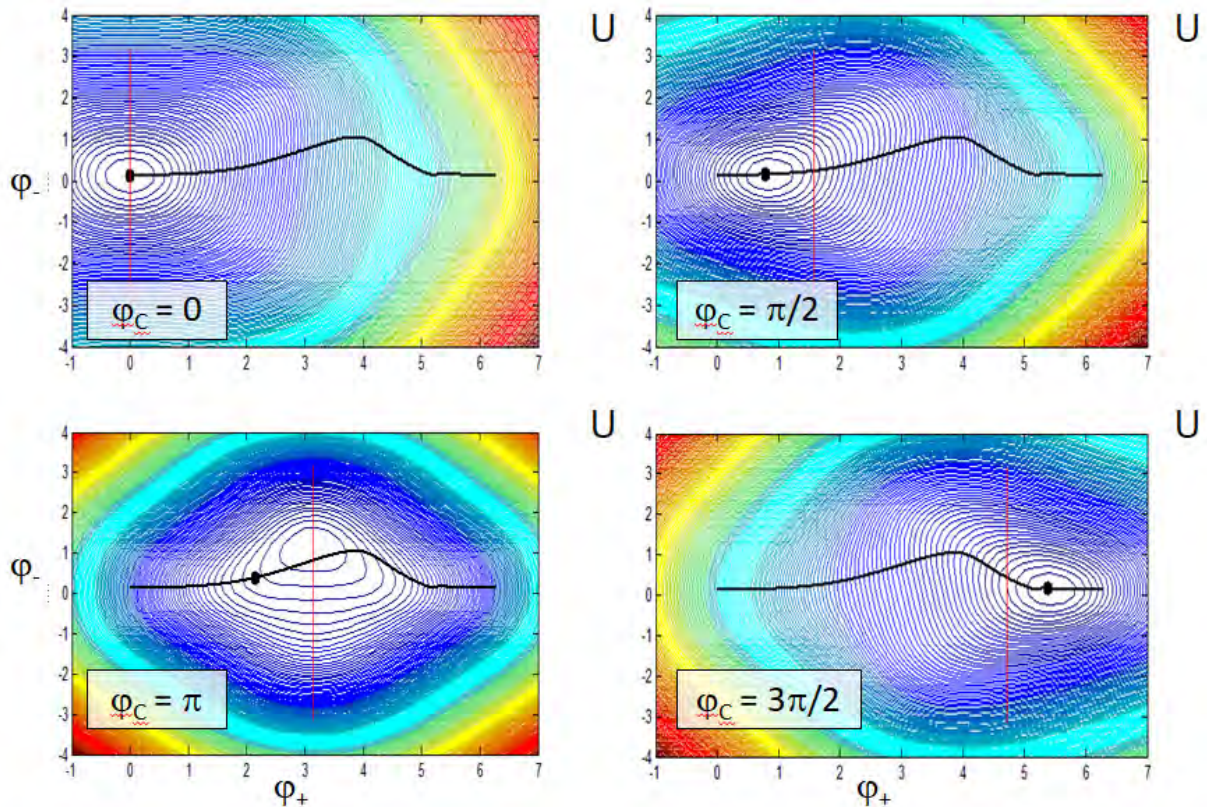


Рисунок 6.10. Расчет потенциальной энергии (показана цветом в произвольном масштабе) в динамике переключения СКВИДа в разные моменты времени при равномерном увеличении ведущей фазы. Черная линия соответствует эволюции состояния системы. Черной точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени. Красной линией показано значение ведущей фазы. Параметры системы:  $l = 2$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .

На рис. 6.10 влияние емкости отражается в асимметрии траектории эволюции состояния системы. В то же время видно, что при заданных параметрах положение системы в динамике заметно отклоняется от значения ведущей фазы  $\varphi_c$ , что свидетельствует о недостаточном контроле системы внешним тактирующим сигналом. Помимо влияния емкости этому содействует тот факт, что минимум потенциальной энергии не всегда соответствует значению ведущей фазы  $\varphi_c$ , как видно из рис. 6.10, что может говорить о слишком малой крутизне параболойда индуктивного слагаемого потенциальной энергии. В приведенном примере динамики процесс переключения оказывается физически необратимым и соответственно неадиабатическим.

### 6.3.2.2 Н-СКВИД

Естественным преобразованием топологии СКВИДа, схема которой показана на рис. 6.9в, увеличивающим ее компактность является формирование так называемого н-СКВИДа («н» от английского «negative») – СКВИДа с отрицательной взаимной индуктивностью между его индуктивными плечами, схема которой показана на рис. 6.11.

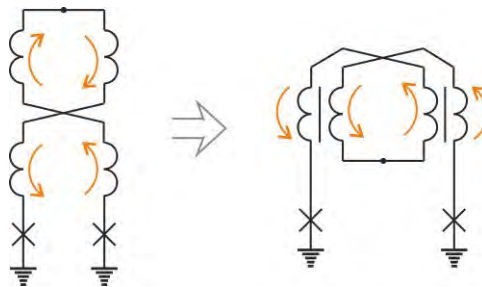


Рисунок 6.11. Преобразование схемы СКВИДа в н-СКВИД.

Помимо увеличения компактности, изменяется и вид потенциальной энергии квантрона,

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{1}{l} \left[ \frac{(\varphi_+ - \varphi_c)^2}{1-m} + \frac{(\varphi_- - \varphi_c)^2}{1+m} \right] - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_-, \quad (6.25)$$

где  $m = 2M/L$  - коэффициент взаимной индукции между индуктивными плечами н-СКВИДа. Согласно выражению (6.25), за счет отрицательной взаимной индуктивности крутизна параболойда индуктивного слагаемого потенциальной энергии увеличивается по оси суммарной фазы, что приводит к лучшему контролю состояния ячейки тактирующим

сигналом. В то же время, крутизна параболойда по оси разностной фазы уменьшается, что позволяет системе дальше отклоняться по оси разностной фазы, делая логические состояния более различимыми (разделенные большим потенциальным барьером), и в то же время, ослабляя требования к взаимной магнитной связи соседних ячеек, необходимой для передачи логического состояния.

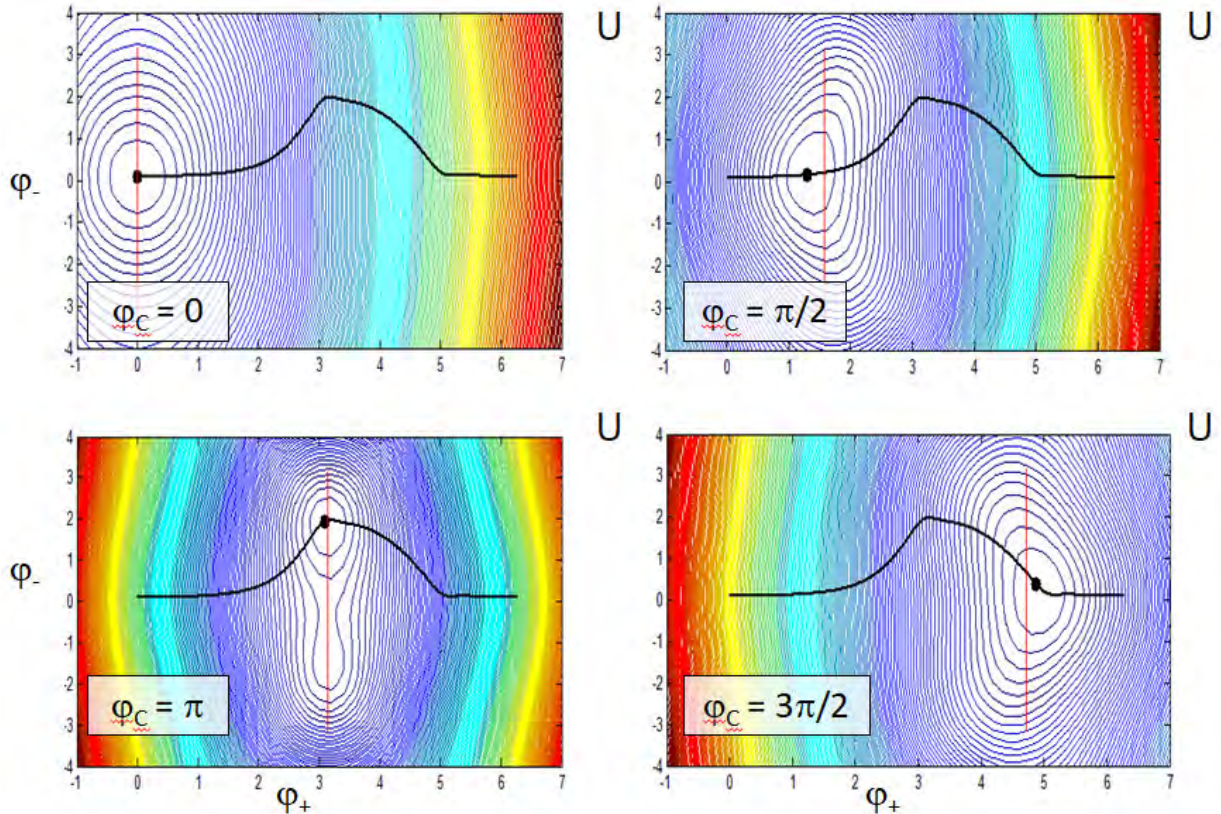


Рисунок 6.12. Расчет потенциальной энергии (показана цветом в произвольном масштабе) в динамике переключения н-СКВИДа в разные моменты времени при равномерном увеличении ведущей фазы. Черная линия соответствует эволюции состояния системы. Черной точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени. Красной линией показано значение ведущей фазы. Параметры системы:  $l = 2$ ,  $m = 0.77$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .

Расчет динамики эволюции состояния н-СКВИДа в процессе переключения представлен на рис. 6.12. Параметры системы аналогичны выбранным при расчете динамики СКВИДа. Величина взаимной индуктивности,  $m = 0.77$ . Видно, что динамика н-СКВИДа лучше контролируется тактирующим сигналом по сравнению со случаем СКВИДа (рис. 6.10). Тем не менее, траектория эволюции системы по-прежнему

асимметрична, что свидетельствует о важности оптимизации джозефсоновского потенциального рельефа ячейки для реализации адиабатического процесса переключения.

### 6.3.2.3 Би-СКВИД с пи-контактом

Джозефсоновское слагаемое потенциальной энергии СКВИДа может быть модифицировано с добавлением дополнительного джозефсоновского контакта, например, путем формирования би-СКВИДа, рассмотренного в главе III, в котором, однако, в качестве дополнительного перехода в данном случае удобно использовать пи-контакт. Выражение для потенциальной энергии би-СКВИДа имеет следующий вид:

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{1}{I} \left[ (\varphi_+ - \varphi_c)^2 + (\varphi_- - \varphi_e)^2 \right] - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_- + i_{c3} \cos 2\varphi_-, \quad (6.26)$$

где  $i_{c3}$  - нормированный критический ток третьего джозефсоновского контакта, см. параграф 3.4, рис. 3.11а главы III. Сдвиг ТФЗ третьего контакта на  $\pi$  эквивалентен смене знака его критического тока.

Гармонический профиль джозефсоновского слагаемого потенциальной энергии СКВИДа при переходе к биСКВИДУ с пи-контактом изменяется как показано на рис. 6.13.

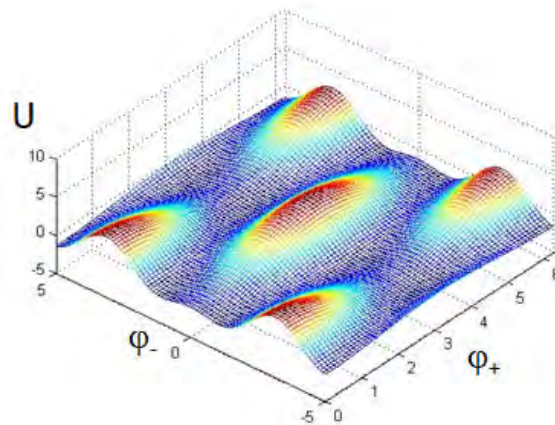


Рисунок 6.13. Джозефсоновское слагаемое в выражении (6.26) потенциальной энергии би-СКВИДа с пи-контактом. Потенциальная энергия  $U$  нормирована на джозефсоновскую энергию  $E_J$ .

За счет привнесения дополнительного слагаемого в потенциальную энергию для движения системы вдоль координаты суммарной фазы образуются траектории близкие к эквипотенциальным, см. рис. 6.13б. При прежней скорости роста ведущей фазы это

обеспечивает более плавную динамику, делая процесс переключения би-СКВИДа с пи-контактом близким к адиабатическому, см. рис. 6.14.

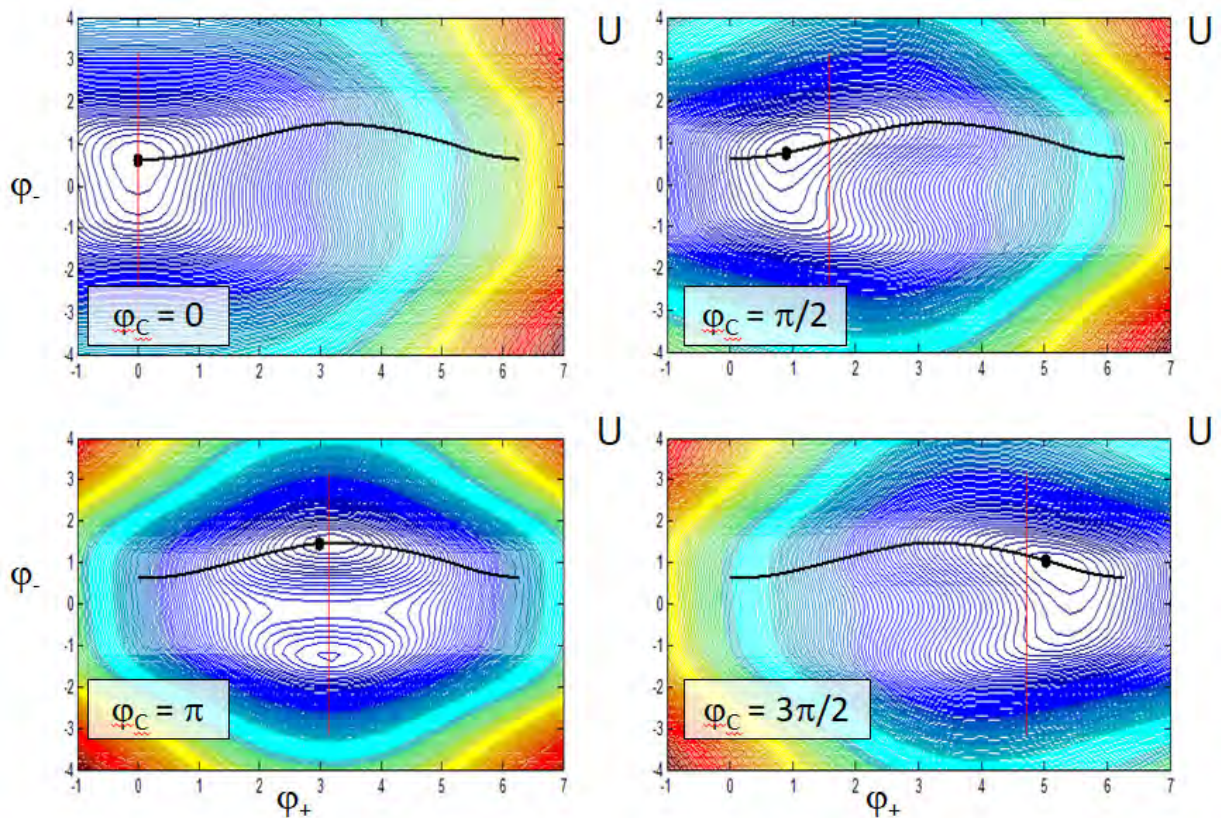


Рисунок 6.14. Расчет потенциальной энергии (показана цветом в произвольном масштабе) в динамике переключения би-СКВИДа с пи-контактом в разные моменты времени при равномерном увеличении ведущей фазы. Черная линия соответствует эволюции состояния системы. Черной точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени. Красной линией показано значение ведущей фазы. Параметры системы:  $l = 2$ ,  $i_{c3} = 1$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .

В то же время видно, что динамика би-СКВИДа с пи-контактом контролируется тактирующим сигналом хуже, чем динамика н-СКВИДа. Поскольку топология н-СКВИДа является более компактной и в то же время улучшает контролируемость динамики ячейки, наиболее оптимальным выбором схемы квантрона может являться н-би-СКВИД с пи-контактом.

#### 6.3.2.4 Н-би-СКВИД с пи-контактом

Преобразование схемы би-СКВИДа в н-би-СКВИД показано на рис. 6.15. В соответствии с выражениями (6.25), (6.26) выражение для потенциальной энергии н-би-СКВИДа имеет следующий вид:

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{1}{l} \left[ \frac{(\varphi_+ - \varphi_c)^2}{1-m} + \frac{(\varphi_- - \varphi_e)^2}{1+m} \right] - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_- + i_{c3} \cos 2\varphi_-. \quad (6.27)$$

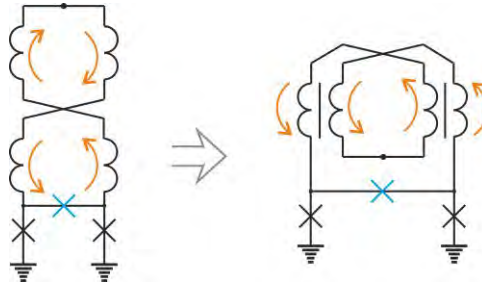


Рисунок 6.15. Преобразование схемы би-СКВИДа в н-би-СКВИД.

Расчет динамики переключения н-би-СКВИДа с пи-контактом представлен на рис. 6.16. За счет привнесенной трансформации парабола индуктивного слагаемого потенциальной энергии би-СКВИДа, динамика переключения н-би-СКВИДа контролируется тактирующим сигналом заметно лучше (сравнение рис. 6.14, 6.16). Траектория эволюции системы симметрична и процесс переключения при выбранных параметрах является адиабатическим.

Сравнение энергии,  $E_D$ , диссипируемой за однократное переключение (изменение ведущей фазы  $\varphi_c$  от 0 до  $2\pi$ ) рассмотренных ячеек СКВИДа, н-СКВИДа, би-СКВИДа и н-би-СКВИДа с пи-контактом в зависимости от различных параметров представлено на рис. 6.17. Скорость роста ведущей фазы и внешний магнитный поток оставлены прежними,  $V_{dc} = 0.1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ . Для ячеек н-СКВИДа, би-СКВИДа и н-би-СКВИДа параметр Маккамбера составляет  $\beta_c = 1$ . Из представленных данных расчета видно, что ячейка н-би-СКВИДа является оптимальной не только с точки зрения возможности наибольшего быстродействия в адиабатическом режиме, но и наиболее энергоэффективной из рассмотренных.



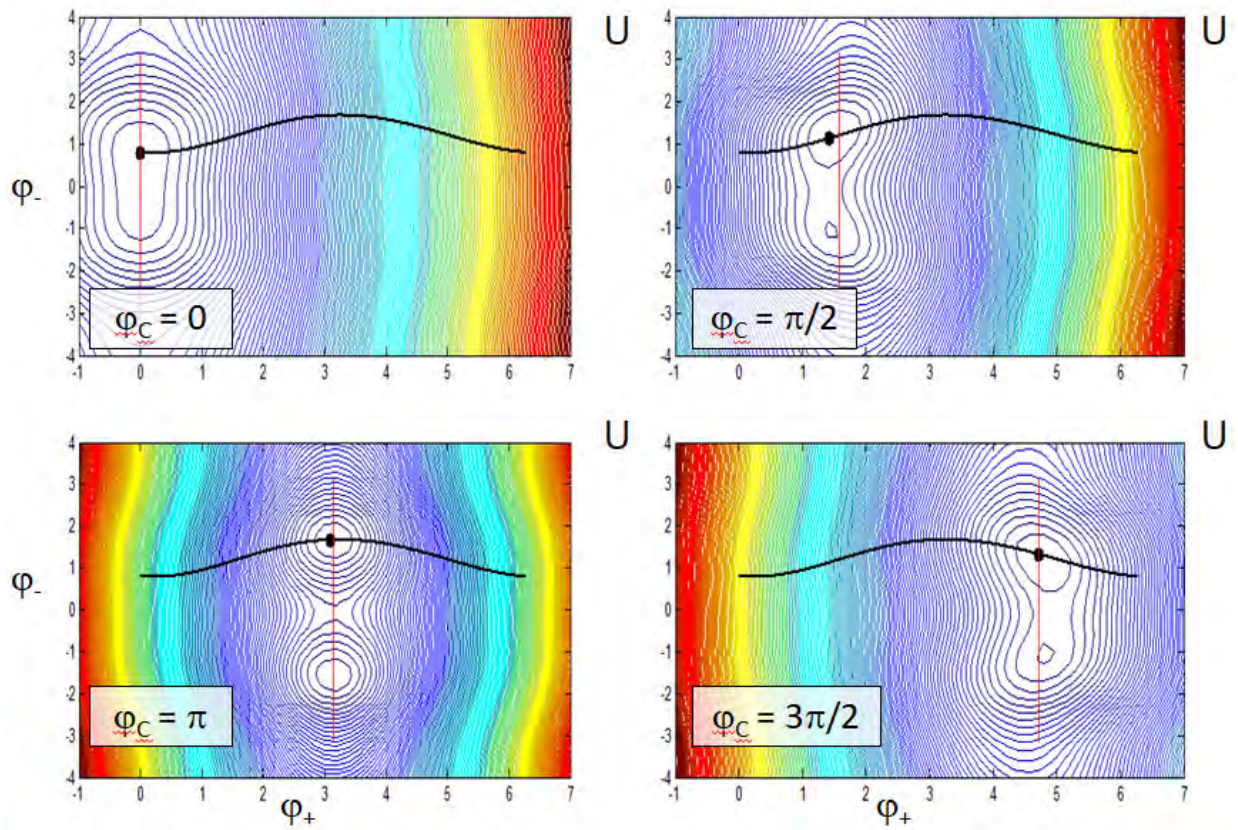


Рисунок 6.16. Расчет потенциальной энергии (показана цветом в произвольном масштабе) в динамике переключения н-би-СКВИДа с пи-контактом в разные моменты времени при равномерном увеличении ведущей фазы. Черная линия соответствует эволюции состояния системы. Черной точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени. Красной линией показано значение ведущей фазы. Параметры системы:  $l = 2$ ,  $m = 0.77$ ,  $i_{c3} = 1$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .

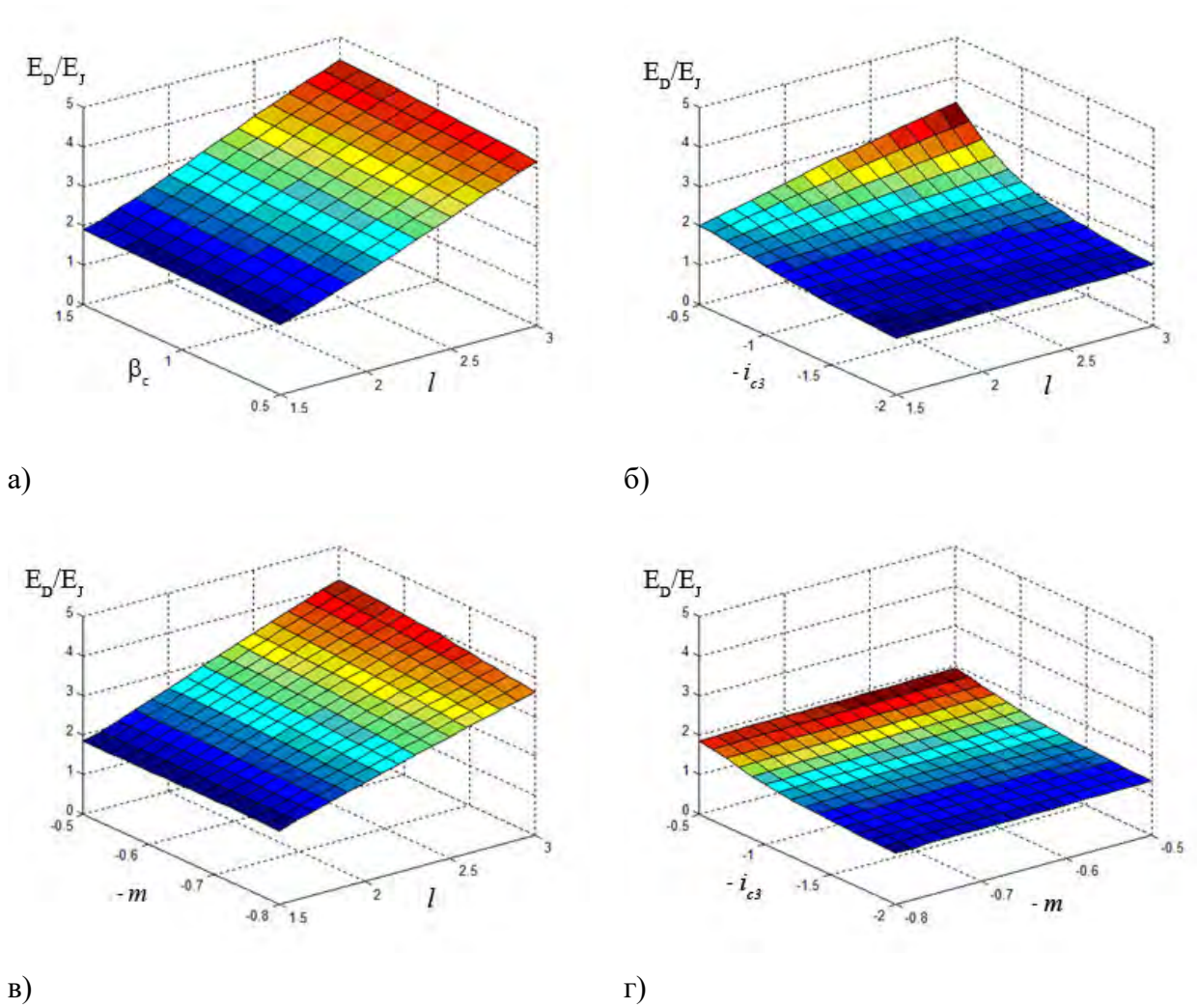


Рисунок 6.17. Расчет энергии рассеиваемой за однократное переключение ячеек СКВИДа (а), би-СКВИДа (б), н-СКВИДа (в) и н-би-СКВИДа (г) в зависимости от параметров указанных на рисунках. Параметр Маккамбера для расчетов, представленных на (б), (в), (г),  $\beta_c = 1$ . Значение индуктивности н-би-СКВИДа,  $l = 1.5$ .  $V_{dc} = 0.1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ .

### 6.3.3. Адиабатические квантовые потоковые параметроны - АКПП

Рассмотренные выше квантроны на базе СКВИДов отличаются от оригинальной схемы ПК отсутствием индуктивности контура ПК. В них предполагается, что источник ведущей фазы подключен непосредственно к СКВИДУ, что является некоторым приближением. С учетом этой индуктивности схема ПК, в котором джозефсоновский переход заменен на СКВИД, будет выглядеть как показано на рис. 6.18 (см. так же рис. 1.22 главы I). Как упоминалось выше, такой квантрон называется АКПП (адиабатическим квантовым потоковым параметроном).

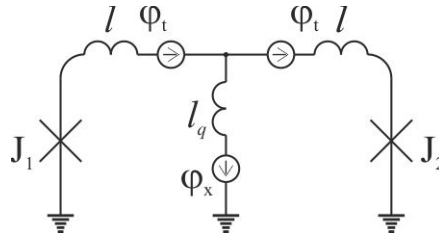


Рисунок 6.18. Схема адиабатического квантового потокового параметрона.

Индуктивности контуров АКПП  $l$ ,  $l_q$  нормированы на критический ток  $I_c$  (одинаковый для обоих контактов) стандартным образом. По сравнению с рассмотренными схемами СКВИДов в схеме АКПП общая индуктивность СКВИДа соответствует  $2l$ , фаза отвечающая внешнему магнитному потоку соответствует  $2\varphi_t$ , ведущая фаза соответствует фазе  $\varphi_x$  за вычетом падения фазы на учтенной в данном случае индуктивности основного контура ПК -  $l_q$ . Для установления фазы  $\varphi_x$  в схеме АКПП можно использовать не только источник напряжения как в предыдущем параграфе, но и внешний магнитный поток, задаваемый в ячейку через индуктивность  $l_q$ .

Уравнения, описывающие зависимость суммарной и разностной фазы джозефсоновских контактов АКПП в сверхпроводящем режиме от внешних источников, соответствующих генераторам фаз  $\varphi_t$ ,  $\varphi_x$ , достаточно просты:

$$\varphi_+ + (l + 2l_q) \sin \varphi_+ \cos \varphi_- = \varphi_x, \quad (6.28a)$$

$$\varphi_- + l \sin \varphi_- \cos \varphi_+ = \varphi_t. \quad (6.28b)$$

Их решение можно найти, используя подход, описанный в параграфе 2.3.1 главы II. Для относительно небольших индуктивностей,  $l \leq 10$ , и малого внешнего сигнала,  $\varphi_t \leq 1$ , решение уравнения (6.28b) может быть записано в виде:

$$\varphi_-(\varphi_+) = \int_0^\pi H[-f(x; \varphi_+)] dx, \quad (6.29)$$

где в соответствие с (6.28b),

$$f(\varphi_-; \varphi_+) = \varphi_- + l \sin \varphi_- \cos \varphi_+ - \varphi_t.$$

Подставляя решение (6.29) в (6.28a), можно получить выражение для обратной зависимости  $\varphi_x(\varphi_+)$ . Полученные зависимости  $\varphi_-(\varphi_+)$ ,  $\varphi_x(\varphi_+)$ , неявно определяют зависимость  $\varphi_-(\varphi_x)$  в процессе переключения, соответствующему изменению  $\varphi_+$  от 0 до  $2\pi$ .

Контролируемость динамики тактирующим сигналом, в качестве которого в данном случае выступает фаза  $\varphi_x$ , можно оценить по величине разности  $\varphi_+ - \varphi_x$ , найденной из выражения (6.28а). При малых значениях фазы  $\varphi_t \approx 0$ , отвечающей за передачу информации, и небольших значениях индуктивности  $l < 1$ ,

$$\varphi_+ - \varphi_x \approx (l + 2l_q) \sin \varphi_+, \quad (6.30)$$

так что для обеспечения адиабатического процесса переключения необходимо максимальное уменьшение индуктивности основного контура АКПП,  $l_q \rightarrow 0$ . Поэтому, например, в работах [37-40] эта индуктивность не учитывалась.

Как было наглядно показано в предыдущем параграфе, еще одним способом улучшения контроля АКПП тактирующим сигналом является введение отрицательной взаимной индуктивности между плечами СКВИДа, рис. 6.19. При этом, с учетом отрицательного знака коэффициента взаимной индукции,  $m$ , выражения (6.28) примут вид:

$$\varphi_+ + (l - m + 2l_q) \sin \varphi_+ \cos \varphi_- = \varphi_x, \quad (6.31a)$$

$$\varphi_- + (l + m) \sin \varphi_- \cos \varphi_+ = \varphi_t. \quad (6.31b)$$

Видно, что введенная связь уменьшает разность  $\varphi_+ - \varphi_x$  и увеличивает амплитуду нелинейного слагаемого в выражении (6.31б), обеспечивая возможность большего отклонения  $\varphi_-$  от  $\varphi_t$ , за счет чего и реализуется усиление сигнала несущего логическую информацию.

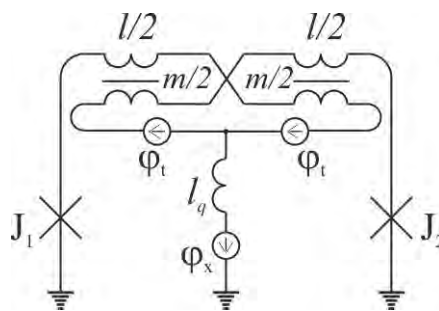


Рисунок 6.19. Схема АКПП со взаимной отрицательной магнитной связью индуктивных плеч СКВИДа.

Стоит отметить очевидную симметричность выражений (6.28а), (6.28б) по отношению к джозефсоновским фазам  $\varphi_{+/-}$  и фазам отвечающим внешним источникам  $\varphi_t$ ,  $\varphi_x$  (полная симметрия достигается при  $l_q = 0$ ). В связи с этим тактирование АКПП

можно осуществлять как через фазу  $\varphi_x$ , передавая информацию в фазе  $\varphi_t$ , так и наоборот через фазу  $\varphi_t$ , передавая информацию через фазу  $\varphi_x$ .

В последнем случае можно искать решение уравнения (6.28а) в виде аналогичном выражению (6.29):

$$\varphi_+(\varphi_-) = \int_0^\pi H[-g(x; \varphi_-)] dx, \quad (6.32)$$

где в соответствие с (6.28а),

$$g(\varphi_+; \varphi_-) = \varphi_+ + (l + 2l_q) \sin \varphi_+ \cos \varphi_- - \varphi_x.$$

Подставляя решение (6.32) в (6.28б), можно так же получить выражение для обратной зависимости  $\varphi_t(\varphi_-)$ . Полученные зависимости  $\varphi_+(\varphi_-)$ ,  $\varphi_t(\varphi_-)$ , неявно определяют зависимость  $\varphi_+(\varphi_t)$  в процессе переключения, который в данном случае соответствует изменению  $\varphi_-$  от 0 до  $2\pi$ .

Заметим, что при таком варианте использования фаз  $\varphi_t$ ,  $\varphi_x$  нет необходимости во введении отрицательной обратной связи плеч СКВИДа. Действительно, контроль динамики ячейки внешним воздействием (малость разности  $\varphi_- - \varphi_t$ ) обуславливается малостью значения индуктивности СКВИДа  $l$ , в то время как усиление сигнала несущего логическую информацию (отклонение  $\varphi_+$  от  $\varphi_x$ ) может быть сделано значительным за счет увеличения амплитуды нелинейного слагаемого в выражении (6.28а) посредством увеличения значения  $l_q$ .

Именно такой способ использования АКПП получил в последние годы наибольшее распространение [41-47]. В случае противоположного использования фаз ( $\varphi_x$  используется для тактирования сигнала, а  $\varphi_t$  - для передачи информации) АКПП традиционно называют н-СКВИДом [37-40, 48].

#### 6.3.4. АКПП с пи-контактами

Выражение для потенциальной энергии АКПП имеет вид:

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{(\varphi_+ - \varphi_x)^2}{l + 2l_q} + \frac{(\varphi_- - \varphi_t)^2}{l} - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_-. \quad (6.33)$$

Джозефсоновские рельеф выражения (6.33), определяемый СКВИДом, представлен на рис. 6.7б. В случае использования АКПП как н-СКВИДа, для реализации адиабатического

процесса переключения возможна модификация этого рельефа (рис. 6.13) посредством формирования н-би-СКВИДа с пи-контактом, рис. 6.20. При этом в системе описывающий такой параметрон появляется слагаемое, отвечающее добавленному контакту в уравнении для разностной фазы:

$$\varphi_+ + (l - m + 2l_q) \sin \varphi_+ \cos \varphi_- = \varphi_x, \quad (6.34a)$$

$$\varphi_- + (l + m)(\sin \varphi_- \cos \varphi_+ - i_{c3} \sin 2\varphi_-) = \varphi_t. \quad (6.34b)$$

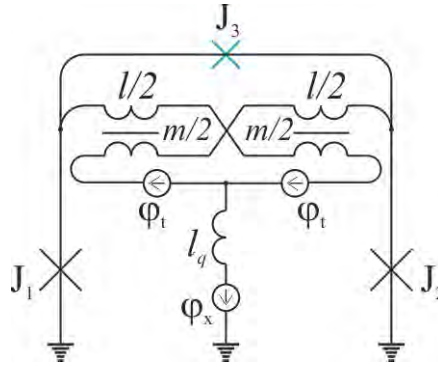


Рисунок 6.20. Схема АКПП со взаимной отрицательной магнитной связью индуктивных плеч би-СКВИДа с пи-контактом.

Данное слагаемое с удвоенной периодичностью по разностной фазе уменьшает потенциальный барьер между ямами потенциала  $\{\varphi_+, \varphi_-\} = \{0, 0\}$  и  $\{\varphi_+, \varphi_-\} = \{\pm\pi, \pm\pi\}$ , как показано на рис. 6.13, обеспечивая возможность реализации адиабатической эволюции АКПП в процессе переключения. Выражение для потенциальной энергии АКПП имеет вид:

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{(\varphi_+ - \varphi_x)^2}{l - m + 2l_q} + \frac{(\varphi_- - \varphi_t)^2}{l + m} - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_- + i_{c3} \cos 2\varphi_-. \quad (6.34)$$

В то время как такая модификация джозефсоновского рельефа подходит в случае тактирования АКПП посредством фазы  $\varphi_x$ , для противоположного случая (тактирования посредством  $\varphi_t$ ) более удобным было бы добавление аналогичного слагаемого периодичного по суммарной фазе. Добавка такого слагаемого в исходную схему АКПП (рис. 6.18) возможно с подсоединением джозефсоновского пи-контакта к основной индуктивности контура параметрона  $l_q$  как показано на рис. 6.21.

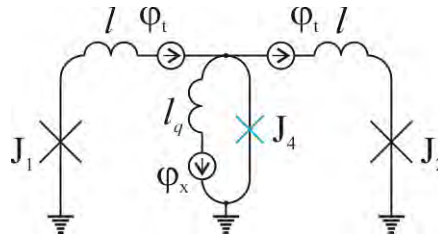


Рисунок 6.21. Схема АКПП с пи-контактом подключенным к основной индуктивности контура параметрона  $l_q$ .

В этом случае уравнения (6.28) описывающие АКПП преобразуются следующим образом:

$$\varphi_+ + (l + 2l_q) \sin \varphi_+ \cos \varphi_- - l_q i_{c4} \sin(\varphi_+ + l \sin \varphi_+ \cos \varphi_-) = \varphi_x, \quad (6.35a)$$

$$\varphi_- + l \sin \varphi_- \cos \varphi_+ = \varphi_t, \quad (6.35b)$$

где  $i_{c4}$  - нормированный критический ток добавленного контакта. При этом потенциальная энергия имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi U}{E_J} = & \frac{(\varphi_+ - \varphi_x)^2}{l + 2l_q} + \frac{(\varphi_- - \varphi_t)^2}{l} - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_- + \\ & + i_{c4} \cos(\varphi_+ + l \sin \varphi_+ \cos \varphi_-) - \frac{l_q}{4} \left( 1 - \frac{2l_q}{l + 2l_q} \right) i_{c4}^2 \cos(2[\varphi_+ + l \sin \varphi_+ \cos \varphi_-]). \end{aligned} \quad (6.36)$$

Видно, что слагаемое, добавленное в уравнение (6.35a), и соответствующие слагаемые в выражении (6.36) не обладают строгой удвоенной периодичностью по суммарной фазе. Тем не менее, их наличие позволяет поднять уровень потенциальной ямы джозефсоновского рельефа при  $\{\varphi_+, \varphi_-\} = \{0, 0\}$  до уровня барьера при  $\{\varphi_+, \varphi_-\} = \{\pm\pi/2, \pm\pi/2\}$ , как показано на рис. 6.22, что так же позволяет реализовать адиабатический процесс переключения параметрона. При этом значение критического тока добавочного контакта должно быть  $i_{c4} \approx 2$ .

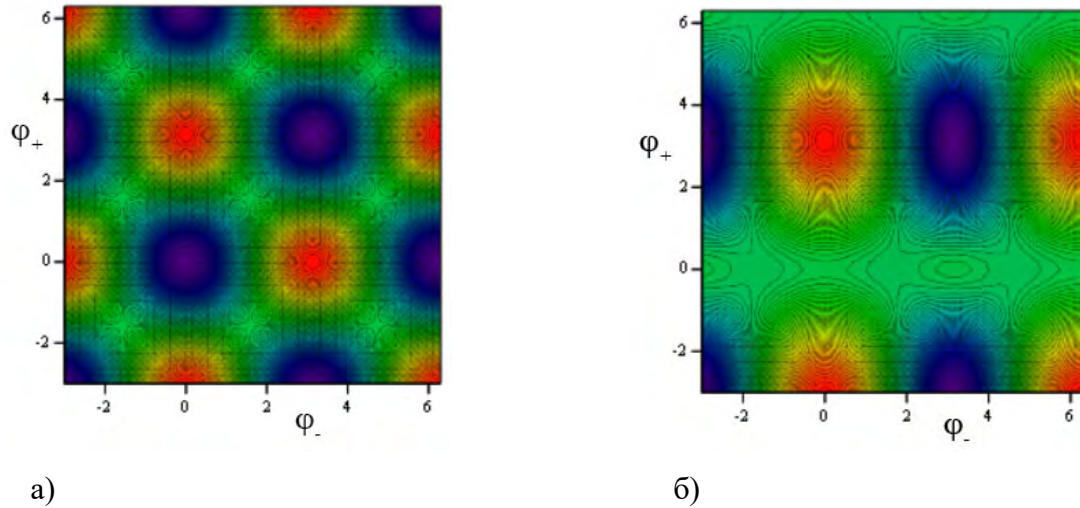


Рисунок 6.22. Джозефсоновское слагаемое в выражениях (6.33) (а) и (6.36) (б) потенциальной энергии (показано цветом в произвольном масштабе) АКПП и АКПП с пи-контактом подключенным к основной индуктивности контура параметрона  $l_q$  соответственно. Параметры АКПП с пи-контактом:  $l = 0.2, l_q = 3, i_{c4} = 2$ .

Из представленного выше рассмотрения видно, что наиболее универсальной схемой АКПП, позволяющей наиболее свободно оптимизировать параметры для реализации адиабатического процесса переключения при тактировании как посредством фазы  $\varphi_x$ , так и фазы  $\varphi_t$ , является АКПП с двумя пи-контактами  $J_3, J_4$  и отрицательной взаимной индуктивностью плеч СКВИДа, рис. 6.23.

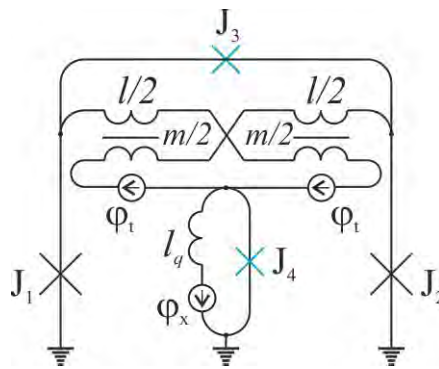


Рисунок 6.23. Схема АКПП с пи-контактом подключенным к основной индуктивности контура параметрона  $l_q$  на базе би-СКВИДа с пи-контактом со взаимной отрицательной индуктивностью плеч.

Уравнения, описывающие такой АКПП, будут иметь вид:

$$\varphi_+ + (l - m + 2l_q) \sin \varphi_+ \cos \varphi_- - l_q i_{c4} \sin(\varphi_+ + [l - m] \sin \varphi_+ \cos \varphi_-) = \varphi_x, \quad (6.37a)$$



$$\varphi_- + (l + m)(\sin \varphi_- \cos \varphi_+ - i_{c3} \sin 2\varphi_-) = \varphi_+, \quad (6.376)$$

а его потенциальная энергия будет иметь следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi U}{E_J} = & \frac{(\varphi_+ - \varphi_x)^2}{l - m + 2l_q} + \frac{(\varphi_- - \varphi_t)^2}{l + m} - \\ & - 2 \cos \varphi_+ \cos \varphi_- + i_{c3} \cos 2\varphi_- + i_{c4} \cos(\varphi_+ + l \sin \varphi_+ \cos \varphi_-) - \\ & - \frac{l_q}{4} \left( 1 - \frac{2l_q}{l - m + 2l_q} \right) i_{c4}^2 \cos(2[\varphi_+ + l \sin \varphi_+ \cos \varphi_-]). \end{aligned} \quad (6.38)$$

Заметим, что как в случае наиболее распространенного способа использования АКПП ( $\varphi_t$  является ведущей фазой), для которого обычно требуется минимизация индуктивности СКВИДа,  $l \rightarrow 0$ , так и для случая использования АКПП как н-СКВИДа, в случае чего требуется  $l_q \rightarrow 0$ , последнее слагаемое в выражении (6.38) оказывается мало.

Можно так же отметить, что для улучшения контроля АКПП тактирующим сигналом, задаваемым через фазу  $\varphi_t$ , можно организовать положительную взаимную индуктивную связь между плечами СКВИДа (в этом случае знак  $m$  в выражении (6.38) изменится на обратный).

### 6.3.5. Оптимизация характеристик АКПП с добавлением пи-контактов

Привнесение пи-контактов в схему АКПП обеспечивает возможность широкой оптимизации ее параметров, которая может быть направлена, например, на улучшение энергоэффективности и облегчение требований к дизайну топологии. В качестве примера ниже будет рассмотрена оптимизация ячеек н-СКВИДа и АКПП, параметры которых взяты их недавно опубликованных работ [48] и [49] соответственно.

#### 6.3.5.1 Схема н-СКВИДа

В работе [48] описано исследование возможности тактирования н-СКВИДа переменным током, задающим магнитный поток в индуктивность основного контура параметрона  $l_q$ . Экспериментальные параметры ячейки были следующими: критический ток джозефсоновских контактов,  $I_c = 15.7$  мкА, индуктивность контура СКВИДа,



Рисунок 6.24. Потенциальная энергия н-СКВИДа (показана цветом в произвольном масштабе) с экспериментальными параметрами взятыми из работы [48] для значений фаз отвечающих внешним источникам магнитного потока (см. рис. 6.19):  $\varphi_t = 0$  и  $\varphi_x = 2.5$  (а),  $\varphi_x = 2.62$  (б),  $\varphi_x = 2.7$  (в).

Увеличение критического тока джозефсоновских контактов СКВИДа, например, в 3 раза до значения близкого к пороговому,  $I_c \approx 47.1$  мкА, привело бы к соответствующему увеличению нормированных индуктивностей до значений:  $m = 2.17$ ,  $l = 2.85$ ,  $l_q = 0.24$ . Однако динамика н-СКВИДа с такими параметрами уже не является однозначной, см. рис. 6.25. В достаточно большом диапазоне ведущей фазы возникает состояние, характеризующееся тремя потенциальными ямами.

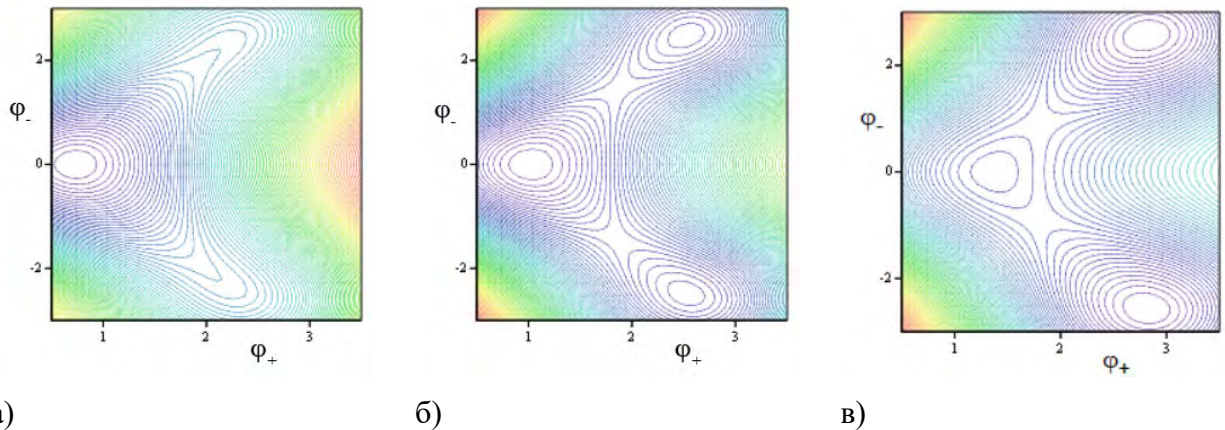
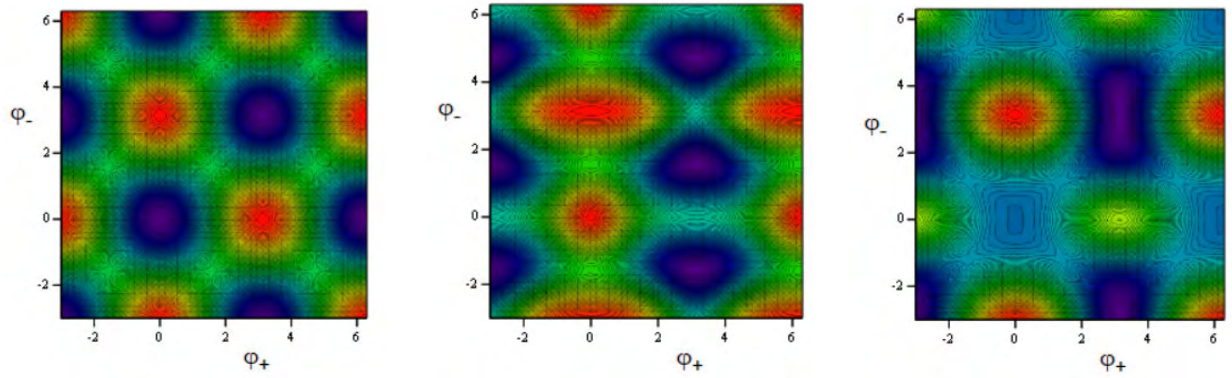


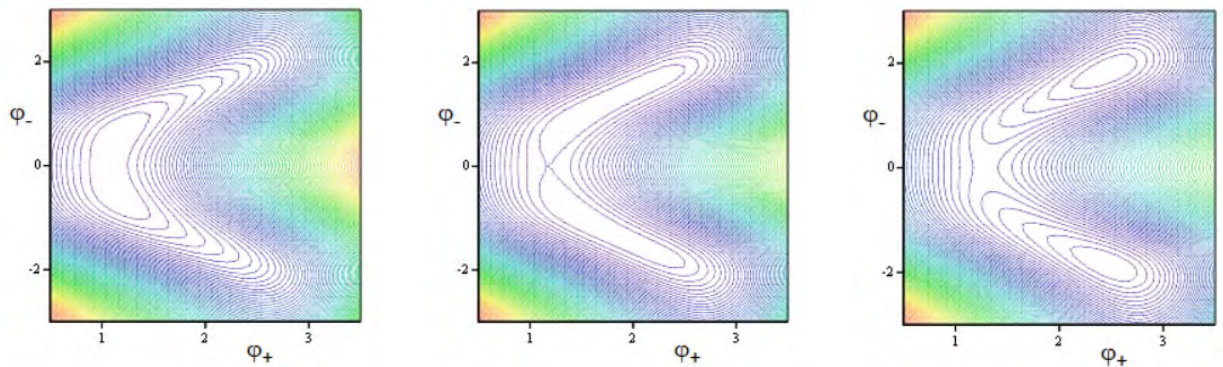
Рисунок 6.25. Потенциальная энергия н-СКВИДа (показана цветом в произвольном масштабе) со значениями нормированных индуктивностей увеличенных в три раза по отношению к экспериментальным:  $m = 2.17$ ,  $l = 2.85$ ,  $l_q = 0.24$ , для значений фаз (см. рис. 6.19):  $\varphi_t = 0$  и  $\varphi_x = 1.5$  (а),  $\varphi_x = 2$  (б),  $\varphi_x = 2.5$  (в).

Эта ситуация может быть существенно изменена за счет коррекции джозефсоновского рельефа потенциальной энергии. Используя ячейку АКПП с двумя пи-контактами (рис. 6.23), и задавая значения их критических токов  $i_{c3} = 0.5$ ,  $i_{c4} = 0.75$ , можно перейти от изначального джозефсоновского рельефа (рис. 6.26а) к рельефу показанному на рис. 6.26в за счет «корректирующего» слагаемого отвечающего энергии пи-контактов (рис. 6.26б). В соответствие с изменением джозефсоновского рельефа динамика н-СКВИДа становится однозначной, см. рис. 6.27.



а) б) в)

Рисунок 6.26. Джозефсоновский рельеф потенциальной энергии (показан цветом в произвольном масштабе) н-СКВИДа (а), рельеф отвечающий энергии пи-контактов в (6.38) (б) и джозефсоновский рельеф АКПП с пи-контактами (рис. 6.23) (в) для значений параметров:  $m = 2.17$ ,  $l = 2.85$ ,  $l_q = 0.24$ ,  $i_{c3} = 0.5$ ,  $i_{c4} = 0.75$ .



а) б) в)

Рисунок 6.27. Потенциальная энергия н-СКВИДа с пи-контактами (показана цветом в произвольном масштабе) с параметрами:  $m = 2.17$ ,  $l = 2.85$ ,  $l_q = 0.24$ ,  $i_{c3} = 0.5$ ,  $i_{c4} = 0.75$ , для значений фаз (см. рис. 6.23):  $\varphi_l = 0$  и  $\varphi_x = 1.5$  (а),  $\varphi_x = 1.704$  (б),  $\varphi_x = 1.9$  (в).

Необходимо отметить, что привнесение пи-контактов в схему н-СКВИДа изменяют и траекторию эволюции н-СКВИДа (см. рис. 6.28а,б), и его контролируемость тактирующим сигналом (см. рис. 6.28в,г). На рис. 6.28а сплошной линией показана зависимость разностной фазы н-СКВИДа с экспериментальными параметрами от ведущей фазы  $\varphi_- (\varphi_x)$ . Отвечающая ей зависимость отклонение суммарной фазы н-СКВИДа  $\varphi_+$  от ведущей фазы  $\varphi_x$ , характеризующие контролируемость динамики ячейки, представлена на рис. 6.28в. Для расчета использованы выражения (6.31). Те же зависимости для н-СКВИДа с параметрами соответствующими трехкратному увеличению критических токов

джозефсоновских контактов показаны пунктирными линиями на соответствующих рисунках. Поскольку участки зависимостей с отрицательным наклоном производных  $d\varphi_- / d\varphi_x$  и  $d(\varphi_+ - \varphi_x) / d\varphi_x$  в эксперименте не реализуются, динамика такой ячейки не может быть адиабатической и предполагает скачки фаз  $\varphi_+$ ,  $\varphi_-$  показанные на рис. 6.28а, рис. 6.28в вертикальными стрелками.

Рассматриваемые зависимости для н-СКВИДа, отвечающие привнесению в схему пи-контактов (значения параметров аналогичны использованным для построения рис. 6.27), полученные с помощью системы (6.37), показаны на рис. 6.28б, рис. 6.28г соответственно. Наличие пи-контактов обеспечивает адиабатический процесс переключения н-СКВИДа. По сравнению с экспериментальной структурой, для модифицированной ячейки (с пи-контактами) возрастает и магнитный поток, передаваемый в последующую ячейку, в широком диапазоне значений ведущей фазы. Это в свою очередь уменьшает требования к дизайну схем на базе таких ячеек, позволяя, например, в случае линии передачи данных располагать ячейки с большим шагом и делать их менее связанными по магнитному потоку. В соответствии с трехкратным увеличением критических токов джозефсоновских контактов СКВИДа отпадает необходимость уменьшать рабочую температуру до 1.6 К. В то же время, контролируемость динамики ячейки несколько уменьшается, что приведет к уменьшению ее максимального быстродействия для фиксированного значения параметра Маккамбера джозефсоновских контактов СКВИДа.

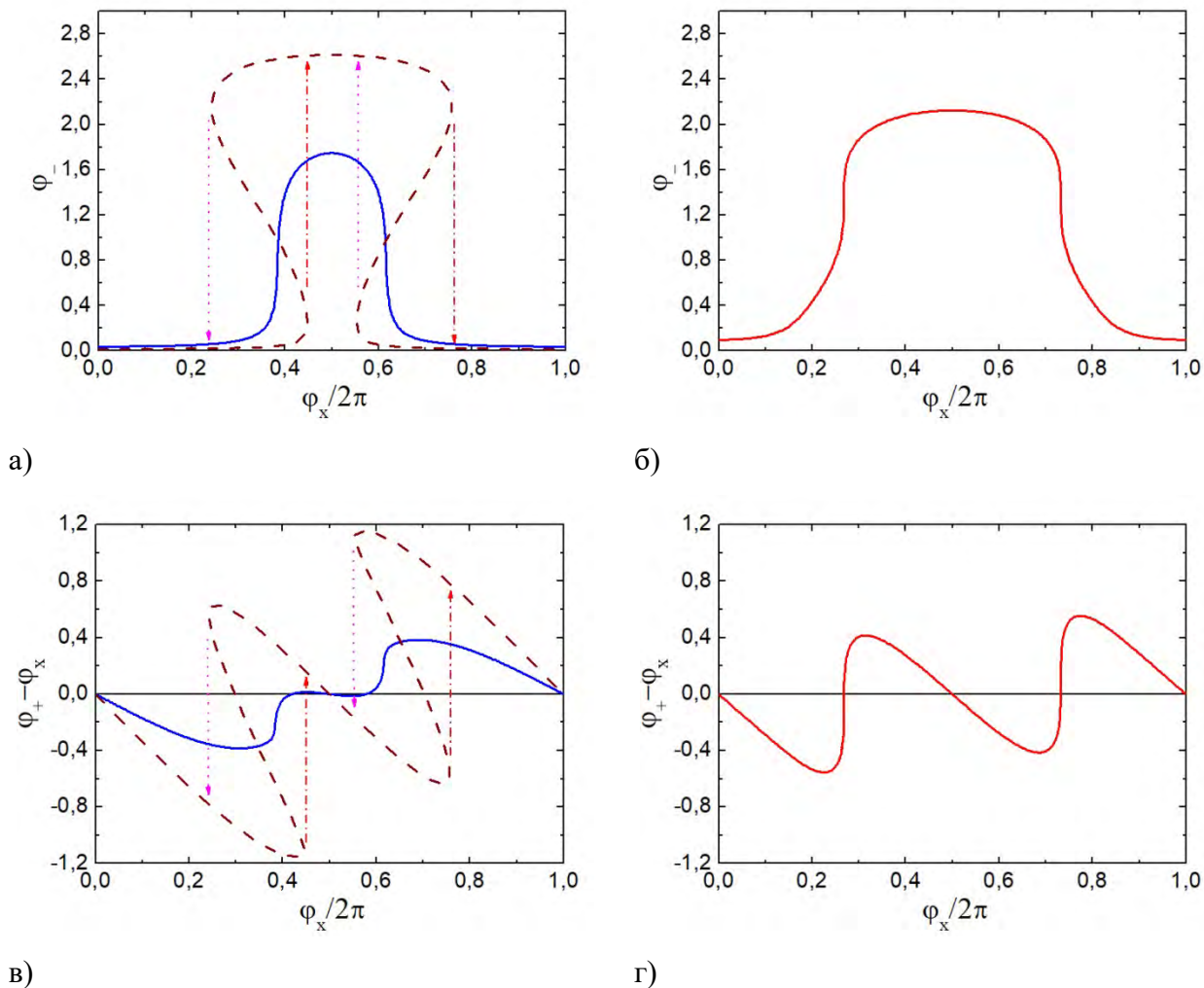


Рисунок 6.28. Зависимость разностной фазы  $\varphi_-$  от ведущей фазы  $\varphi_x$  н-СКВИДа (а), (б) и разности фаз  $\varphi_+ - \varphi_x$  от ведущей фазы  $\varphi_x$  н-СКВИДа (в), (г) для экспериментальных значений параметров [48] (сплошная линия, (а), (в)), со значениями соответствующими трехкратному увеличению критических токов джозефсоновских контактов по сравнению с экспериментом (пунктирная линия, (а), (в)) и с параметрами, аналогичными взятым для построения рис. 6.27 с добавлением в схему пи-контактов (рис. 6.23) (б), (г). Вертикальные пунктирные линии на панелях (а), (в) показывают траекторию скачков фазы  $\varphi_-$  и разности фаз  $\varphi_+ - \varphi_x$  при монотонном изменении фазы  $\varphi_x$ . Значение фазы, соответствующей входному логическому сигналу,  $\varphi_t = 0.1$ .

### 6.3.5.2 Схема АКПП

Оптимизация схемы АКПП в режиме, когда тактирующий сигнал задается посредством фазы  $\varphi_t$  (см. рис. 6.18), так же возможна с добавлением пи-контактов

(рис. 6.23). Для практического удобства в ряде работ [41-47,49] индуктивность основного контура АКПП была разделена на две параллельные части, как показано на рис. 6.29а, что позволяло организовывать отдельные магнитные связи для задания/снятия сигнала, и при этом эффективная индуктивность контура оставалась сравнительно небольшой. Уравнения, описывающие такой АКПП, соответственно имеют вид:

$$\varphi_+ + \left( l + 2 \frac{l_{in} l_{out}}{l_{in} + l_{out}} \right) \sin \varphi_+ \cos \varphi_- = \varphi_x \frac{l_{out}}{l_{in} + l_{out}}, \quad (6.39a)$$

$$\varphi_- + l \sin \varphi_- \cos \varphi_+ = \varphi_t. \quad (6.39b)$$

Видно, что уравнения (6.39) сводятся к (6.28) посредством следующей замены:

$$l_q = l_{in} l_{out} / (l_{in} + l_{out}), \quad \varphi_x = \varphi_x l_{out} / (l_{in} + l_{out}).$$

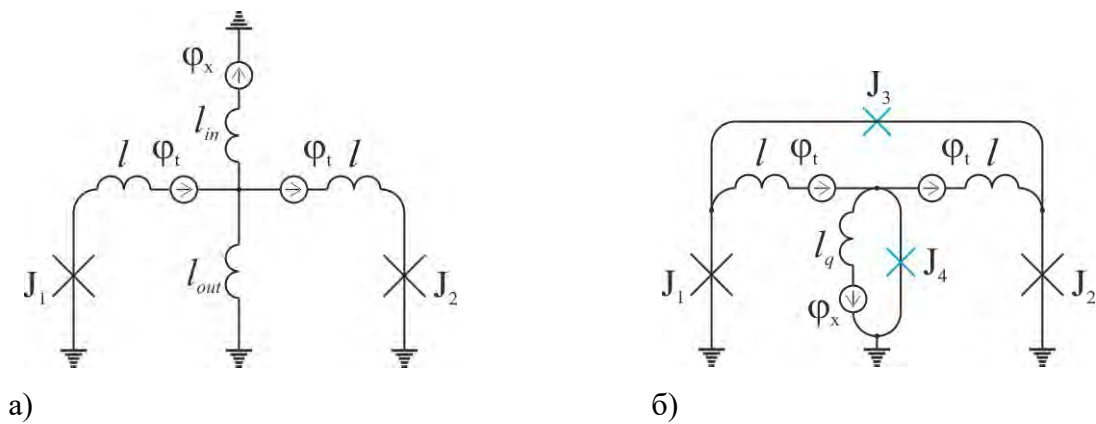


Рисунок 6.29. Схема АКПП с разделением основной индуктивности контура параметрона  $l_q$  на две параллельные части ( $l_{in}$ ,  $l_{out}$ ) (а), и с добавлением двух пи-контактов (б).

Оптимальными параметрами АКПП, определенными в работе [50]:  $l = 0.2$ ,  $l_q = 1.6$ .

Для этих параметров динамика переключения ячейки является однозначной. Однако, при минимально допустимом значении критического тока джозефсоновских контактов,  $I_c = 50$  мкА, индуктивность СКВИДа, соответствующую столь малому нормированному значению ( $l = 0.2$ ), реализовать сложно. Поэтому в ряде экспериментов [41,49] нормированное значение индуктивности удалось сделать лишь  $l = 0.4$ . Однако, при таком значении индуктивности динамика АКПП уже не является строго однозначной, см. рис. 6.30.

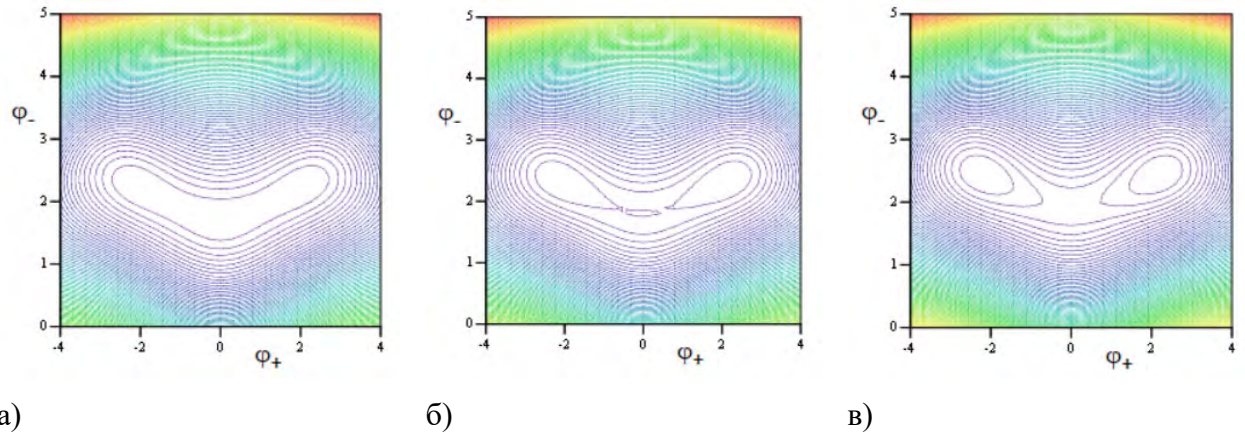


Рисунок 6.30. Потенциальная энергия АКПП (показана цветом в произвольном масштабе и рассчитанная с помощью выражения (6.33)) с нормированными значениями индуктивностей,  $l = 0.4$ ,  $l_q = 1.6$ , для значений фаз отвечающих внешним источникам магнитного потока (см. рис. 6.18):  $\varphi_x = 0$  и  $\varphi_l = 2.1$  (а),  $\varphi_l = 2.19$  (б),  $\varphi_l = 2.3$  (в).

Оптимизация динамики ячейки возможна с добавлением в схему двух пи-контактов, как показано на рис. 6.29б. Уравнения, описывающие такую ячейку, аналогичны (6.37), (6.38) с учетом отсутствия магнитной связи плеч СКВИДа,  $m = 0$ . При значениях критических токах пи-контактов  $i_{c3} = 0.6$ ,  $i_{c4} = 1.4$ , джозефсоновский рельеф потенциальной энергии изменяется, как показано на рис. 6.31. При этом даже при больших значениях индуктивностей,  $l = 0.4$ ,  $l_q = 2.4$ , динамика АКПП оказывается однозначной, рис. 6.32.

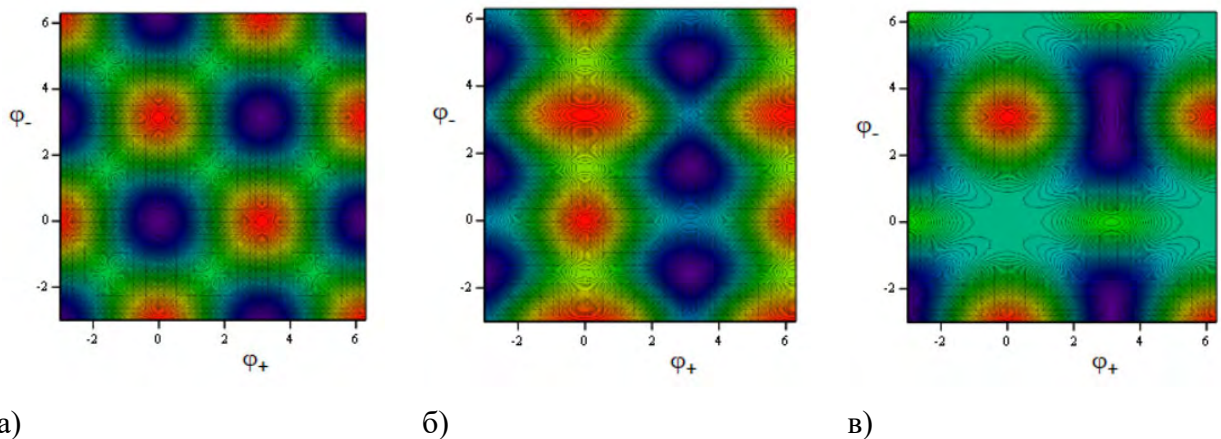
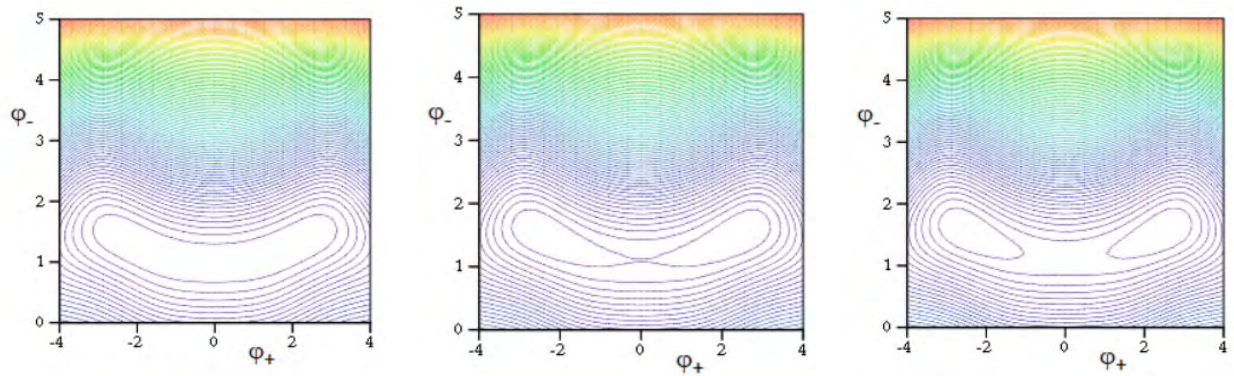


Рисунок 6.31. Джозефсоновский рельеф потенциальной энергии (показан цветом в произвольном масштабе) АКПП (а), рельеф отвечающий дополнительным слагаемым в (6.38) за счет энергии пи-контактов (б) и джозефсоновский рельеф АКПП с пи-контактами (рис. 6.29б) (в) для значений параметров:  $l = 0.4$ ,  $l_q = 2.4$ ,  $i_{c3} = 0.6$ ,  $i_{c4} = 1.4$ .





а)

б)

в)

Рисунок 6.32. Потенциальная энергия АКПП (показана цветом в произвольном масштабе и рассчитанная с помощью выражения (6.38)) с нормированными значениями индуктивностей,  $l = 0.4$ ,  $l_q = 2.4$ , и критических токов пи-контактов,  $i_{c3} = 0.6$ ,  $i_{c4} = 1.4$ , для значений фаз отвечающих внешним источникам магнитного потока (см. рис. 6.29б):  $\varphi_x = 0$  и  $\varphi_t = 1.1$  (а),  $\varphi_t = 1.255$  (б),  $\varphi_t = 1.3$  (в).

Траектория эволюции и отклонение разностной фазы от ведущей в АКПП в процессе переключения для рассматриваемых схем без пи-контактов и с пи-контактами, и соответствующих наборов параметров:  $l = 0.4$ ,  $l_q = 1.6$  и  $l = 0.4$ ,  $l_q = 2.4$ ,  $i_{c3} = 0.6$ ,  $i_{c4} = 1.4$ , показаны на рис. 6.33а,в и рис. 6.33б,г соответственно. В соответствие с полученными результатами можно отметить, что добавление в схему пи-контактов позволило не только обеспечить однозначность динамики ячейки, но и увеличить отклонение суммарной фазы, отвечающей передаваемому сигналу, от заданного входного значения фазы  $\varphi_x$ , которое в случае организации, например линии передачи данных, соответствует магнитному потоку, передаваемому от предыдущей ячейки. Одновременно расширился и диапазон значения тактирующего сигнала, в котором происходит усиление по магнитному потоку, причем отклонение разностной фазы от тактирующего сигнала несколько уменьшилось. Таким образом, привнесение пи-контактов позволило одновременно удовлетворить требованию обеспечения адиабатического процесса переключения, улучшить контролируемость ячейки и ее передаточные характеристики.

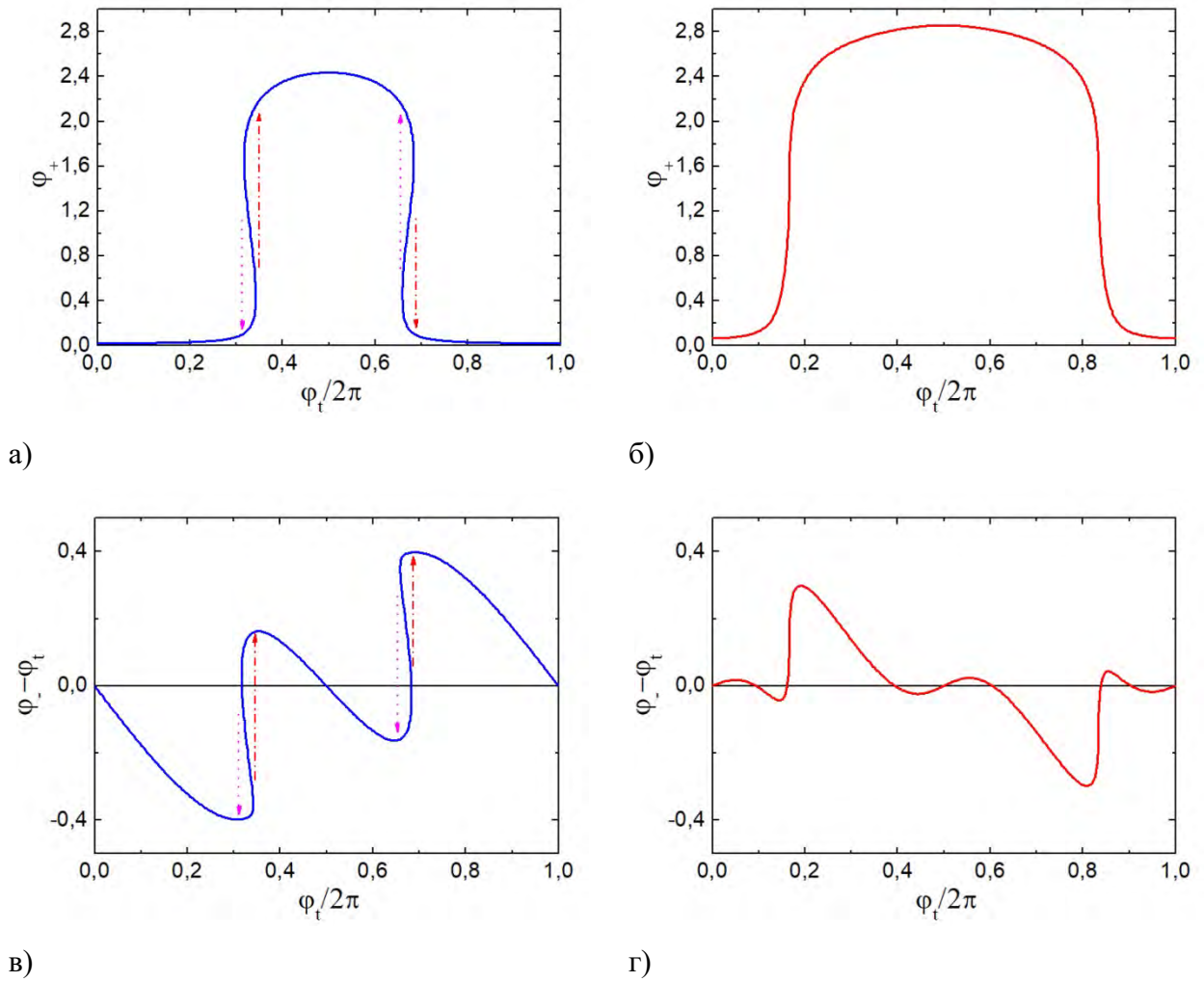


Рисунок 6.33. Зависимость суммарной фазы  $\varphi_+$  от ведущей фазы  $\varphi_t$  АКПП (а), (б) и разности фаз  $\varphi_- - \varphi_t$  от ведущей фазы  $\varphi_t$  АКПП (в), (г) для экспериментальных значений параметров [41,49],  $l = 0.4$ ,  $l_q = 1.6$ , (а), (в), и с параметрами,  $l = 0.4$ ,  $l_q = 2.4$ ,  $i_{c3} = 0.6$ ,  $i_{c4} = 1.4$ , с добавлением в схему пи-контактов (рис. 6.29б) (б), (г). Вертикальные пунктирные линии на панелях (а), (в) показывают траекторию скачков фазы  $\varphi_+$  и разности фаз  $\varphi_- - \varphi_t$  при монотонном изменении фазы  $\varphi_t$ . Значение фазы, соответствующей входному логическому сигналу,  $\varphi_x = 0.1$ .

#### 6.4. Основные результаты главы VI

На базе джозефсоновской структуры вида S-F/NF-S предложен магнитный джозефсоновский вентиль, состояние которого обусловлено взаимным расположением направления намагниченности ферромагнитного слоя в области слабой связи и

плоскостью пространственной неоднородности этой области. Управление вентилем обеспечивается посредством приложения магнитных полей ортогональной направленности. Состояния вентиля соответствуют сильно отличающимся значениям критического тока джозефсоновского контакта. Возможна миниатюризация топологии вентиля, поскольку модуляция критического тока не уменьшается с уменьшением размера структуры. Уменьшение размеров вентиля в направлении перпендикулярном плоскости границы между сегментами слабой связи предполагает пропорциональное увеличение намагниченности ферромагнитного слоя и уменьшение его толщины. Для сохранения логического состояния вентиля не требуется приложения энергии. Процедура считывания не изменяет состояния вентиля. Предложенный вентиль может быть использован в качестве управляющего элемента более сложной структуры SIs-F/NF-S, обладающей высокой характерной частотой.

Предложена оптимизация характеристик схем ячеек адиабатической сверхпроводниковой логики: адиабатического квантового потокового параметрона и n-СКВИДа, посредством добавления в них джозефсоновских пи-контактов. Показано, что привнесение пи-контактов позволяет увеличить индуктивности сверхпроводящих контуров при сохранении адиабатического характера эволюции ячеек в процессе их переключения. Это в свою очередь позволяет использовать в схемах ячеек джозефсоновские контакты с большим критическим током, а следовательно, и увеличивает максимально доступную рабочую температуру. При этом увеличивается магнитный поток, передаваемый от ячейки к ячейке, что снижает требования к величине их взаимной связи. Так же возможно улучшить контролируемости состояния ячейки тактирующим сигналом, что позволяет увеличивать тактовую частоту.

Результаты расчета характеристик предложенного спинового вентиля опубликованы в работах [A30, A33] списка публикаций автора. Исследованию характеристик SIsFS структур и вентилях на их основе посвящены работы [A20, A23, A35, A42]. Наиболее удачные конструкции вентилях защищены патентами [П2, П4, П6-П8]. Некоторые результаты расчета характеристик исследуемых адиабатических схем представлены в работах [A39, A49].

## Литература к главе VI

- [1] A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev, Rev. Mod. Phys. 76, 411 (2004).
- [2] A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. 77, 935 (2005).

- [3] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K.B. Efetov, *Rev. Mod. Phys.* 77, 1321 (2005).
- [4] S. Oh, D. Youm, and M. Beasley, *Appl. Phys. Lett.* 71, 2376 (1997).
- [5] R. Held, J. Xu, A. Schmehl, C.W. Schneider, J. Mannhart, and M. Beasley, *Appl. Phys. Lett.* 89, 163509 (2006).
- [6A] S.V. Bakurskiy, N.V. Klenov, I. I. Soloviev, V.V. Bol'ginov, V.V. Ryazanov, I. I. Vernik, O.A. Mukhanov, M.Yu. Kupriyanov, and A.A. Golubov, *Appl. Phys. Lett.* 102, 192603 (2013).
- [7] C. Bell, G. Burnell, C.W. Leung, E. J. Tarte, D.-J. Kang, and M.G. Blamire, *Appl. Phys. Lett.* 84, 1153 (2004).
- [8] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K.B. Efetov, *Rev. Mod. Phys.* 77, 1321 (2005).
- [9] J.W.A. Robinson, J.D. S. Witt, and M.G. Blamire, *Science* 329, 59 (2010).
- [10] D. Sprungmann, K. Westerholt, H. Zabel, M. Weides, and H. Kohlstedt, *Phys. Rev. B* 82, 060505 (R) (2010).
- [11] G. B. Halasz, M.G. Blamire, and J.W.A. Robinson, *Phys. Rev. B* 84, 024517 (2011).
- [12] B. Baek, W.H. Rippard, S.P. Benz, S.E. Russek, and P.D. Dresselhaus, *Nat. Commun.* 5, 3888 (2014).
- [13] A. Iovan, T. Golod, and V. M. Krasnov, Controllable generation of a spin-triplet supercurrent in a Josephson spin-valve, arXiv:1405.4754 (2014).
- [14] J.W.A. Robinson, N. Banerjee, and M.G. Blamire, *Phys. Rev. B* 89, 104505 (2014).
- [15] M. Alidoust and K. Halterman, *Phys. Rev. B* 89, 195111 (2014).
- [16] B.M. Niedzielski, S.G. Diesch, E.C. Gingrich, Y.Wang, R. Loloee, W.P. Pratt, and N.O. Birge, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 24, 1800307 (2014).
- [17] O.A. Mukhanov, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 21, 760 (2011).
- [18] V.V. Ryazanov, V.V. Bol'ginov, D. S. Sobanin, I.V. Vernik, S.K. Tolpygo, A.M. Kadin, and O.A. Mukhanov, *Phys. Procedia* 36, 35 (2012).
- [19] T. I. Larkin, V.V. Bol'ginov, V. S. Stolyarov, V.V. Ryazanov, I.V. Vernik, S.K. Tolpygo, and O.A. Mukhanov, *Appl. Phys. Lett.* 100, 222601 (2012).
- [20] I.V. Vernik, V.V. Bol'ginov, S.V. Bakurskiy, A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov, V.V. Ryazanov, and O.A. Mukhanov, *IEEE Tran. Appl. Supercond.* 23, 1701208 (2013).
- [21A] S.V. Bakurskiy, N.V. Klenov, I. I. Soloviev, M.Yu. Kupriyanov, and A.A. Golubov, *Phys. Rev. B* 88, 144519 (2013).
- [22] S.M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V.V. Bolginov, V.A. Oboznov, and V.V. Ryazanov, *Phys. Rev. B* 74, 020503(R) (2006).
- [23] M. Weides, C. Schindler, and H. Kohlstedt, *J. Appl. Phys.* 101, 063902 (2007).
- [24] J. Pfeiffer, M. Kemmler, D. Koelle, R. Kleiner, E. Goldobin, M. Weides, A. Feofanov, J. Lisenfeld, and A. Ustinov, *Phys. Rev. B* 77 214506 (2008).

- [25] C. G€urlich, S. Scharinger, M. Weides, H. Kohlstedt, R.G. Mints, E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner, *Phys. Rev. B* 81, 094502 (2010).
- [26] M. Kemmler, M. Weides, M. Weiler, M. Opel, S.T.B. Goennenwein, A. S. Vasenko, A.A. Golubov, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin, *Phys. Rev. B* 81, 054522 (2010).
- [27] N. Pugach, M. Kupriyanov, A. Vedyayev, C. Lacroix, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, and A. Sidorenko, *Phys. Rev. B* 80, 134516 (2009).
- [28] K.D. Usadel, *Phys. Rev. Lett.* 25, 507 (1970).
- [29] M.Yu. Kupriyanov and V. F. Lukichev, *ZhETF* 94, 139 (1988) [*Sov. Phys. JETP* 67, 1163 (1988)].
- [30] A.A. Golubov, M.Y. Kupriyanov, and Y.V. Fominov, *Pisma v JETP* 75, 709 (2002) [*JETP Lett.* 75, 588 (2002)].
- [31] A. Buzdin, *Pisma v JETP* 78, 1073 (2003) [*JETP Lett.* 78, 583 (2003)].
- [32] A. Buzdin and A.E. Koshelev, *Phys. Rev. B* 67, 220504(R) (2003).
- [33] E. Goldobin, H. Sickinger, M. Weides, N. Ruppelt, H. Kohlstedt, R. Kleiner, and D. Koelle, *Appl. Phys. Lett.* 102, 242602 (2013).
- [34] A. Lipman, R.G. Mints, R. Kleiner, D. Koelle, and E. Goldobin, *Phys. Rev. B* 90, 184502 (2014).
- [35] K.K. Likharev, *Rev. Mod. Phys.* 51, 101 (1979).
- [36A] I. I. Soloviev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, V.V. Bol'ginov, V.V. Ryazanov, M.Yu. Kupriyanov, and A.A. Golubov, *Appl. Phys. Lett.* 105, 242601 (2014).
- [37] V. K. Semenov, G. V. Danilov, D. V. Averin, "Negative-Inductance SQUID as the Basic Element of Reversible Josephson-Junction Circuits", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **13**, 938 – 943, 2003.
- [38] V. K. Semenov, G. V. Danilov, D. V. Averin, "Classical and Quantum Operation Modes of the Reversible Josephson-Junction Logic Circuits", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**, 455 – 461, 2007.
- [39] J. Ren, V. K. Semenov, Y. A. Polyakov, D. V. Averin, J. S. Tsai, "Progress Towards Reversible Computing With nSQUID Arrays", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**, 961-967, 2009.
- [40] J. Ren, V. K. Semenov, "Progress With Physically and Logically Reversible Superconducting Digital Circuits", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**, 780-786, 2011.
- [41] N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, "An adiabatic quantum flux parametron as an ultra-low-power logic device", *Supercond. Sci. Technol.*, **26**, 035010, 2013.

- [42] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Measurement of 10 zJ energy dissipation of adiabatic quantum-flux-parametron logic using a superconducting resonator”, *Appl. Phys. Lett.*, **102**, 052602, 2013.
- [43] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Simulation of sub- $k_B T$  bit-energy operation of adiabatic quantum-flux-parametron logic with low bit-error-rate”, *Appl. Phys. Lett.*, **103**, 062602, 2013.
- [44] N. Takeuchi, T. Ortlepp, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Novel latch for adiabatic quantum-flux-parametron logic”, *J. Appl. Phys.*, **115**, 103910, 2014.
- [45] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. J. Yoshikawa, “Adiabatic quantum-flux-parametron cell library adopting minimalist design”, *J. Appl. Phys.*, **117**, 173912, 2015.
- [46] N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Energy efficiency of adiabatic superconductor logic”, *Supercond. Sci. Technol.*, **28**, 015003, 2015.
- [47] Q. Xu, C. L. Ayala, N. Takeuchi, Y. Murai, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Synthesis Flow for Cell-Based Adiabatic Quantum-Flux-Parametron Structural Circuit Generation with HDL Backend Verification”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **27**, 1301905, 2017.
- [48] H. Li, J. Liu, Y. Zhang, H. Cai, G. Li, Q. Liu, S. Han, W. Chen, “Principle and experimental investigation of current-driven negative-inductance superconducting quantum interference device”, *Supercond. Sci. Technol.*, **30**, 035012, 2017.
- [49] N. Takeuchi, Extremely Energy-Efficient Integrated Circuits Using Adiabatic Superconductor Logic. Ph.D. Thesis, The Department of Physics, Electrical and Computer Engineering, Yokohama National University, Yokohama, Japan, 2014.
- [50] N. Takeuchi, K. Ehara, K. Inoue, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa, “Margin and Energy Dissipation of Adiabatic Quantum-Flux-Parametron Logic at Finite Temperature”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**, 1700304, 2013.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Разработан аналитический метод, позволяющий рассчитывать основные характеристики НТСП ПТ СКВИДов в диапазоне значений индуктивности контура интерферометра  $0 \leq L \leq \Phi_0/I_c$ , выходящем за рамки известных приближений ( $L \ll \Phi_0/I_c$  или  $L \gg \Phi_0/I_c$ ).

В частности, аналитический подход описания усредненной по времени вольт-потокковой характеристики симметричного СКВИДа с безразмерной индуктивностью контура,  $l \leq 1$ , подходит для расчета практических конструкций нано- и микро-СКВИДов. Выражения, описывающие СКВИД с неодинаковыми параметрами джозефсоновских контактов и асимметрией индуктивных плеч, используются для оценки влияния технологического разброса параметров на отклик как одиночного СКВИДа, так и последовательной цепочки интерферометров. Выражения для случая  $l > 1$  удобно использовать для расчета последовательных цепочек, содержащих большое количество СКВИДов. Полученные выражения для зависимости критического тока асимметричного СКВИДа от магнитного потока используются для определения индуктивности интерферометра из экспериментальных данных.

2. Предложен метод линеаризации функции преобразования магнитного потока в напряжение НТСП ПТ СКВИДов без использования обратной связи, позволяющий уменьшить суммарное гармоническое искажение сигнала до уровня меньше тысячных долей процента.

Данный метод используется для создания низкошумящих высоколинейных детекторов и усилителей гигагерцового диапазона частот на базе СКВИДов. Подобные устройства являются компонентами таких систем, как цепи считывания матриц детекторов с разделением каналов по частоте или аналого-цифровых преобразователей, например, использующих сигма-дельта модуляцию порядка выше первого.

3. Предложена конструкция компактного интерфейсного усилителя, передающего цифровой сигнал от сверхпроводниковых схем в цепи полупроводниковой электроники на гигагерцовой частоте на базе цепочки СКВИДов с многоквантовым откликом на одноквантовый сигнал.

Схема усилителя была разработана для связи сверхпроводниковых цепей цифрового сигнального процессора с полупроводниковой электроникой и является универсальной. С

увеличением плотности критического тока джозефсоновских контактов СКВИДов количество элементов суммирующей цепи может быть дополнительно уменьшено, а частота передачи сигнала увеличена.

4. Разработано аналитическое описание динамики релятивистского рассеяния солитонов на коротких (по сравнению с размером солитона) неоднородностях движущей силы в присутствии флуктуаций.

5. Показано наличие связи между черенковским излучением солитона и стандартным отклонением времени его распространения (джиттером) в дискретной среде, описываемой моделью Френкеля-Конторовой с флуктуациями.

Развитое описание физических процессов (пп. 4, 5) используется как для оценки параметров динамики сверхпроводящих систем, так и для анализа физических явлений в несверхпроводящих средах, описываемых уравнениями синус-Гордон или дискретный синус-Гордон. Прикладным аспектом в области сверхпроводниковой электроники является разработка и оптимизация устройств, принцип работы которых основан на рассеянии флаксонов на неоднородностях тока питания, таких как флаксонные баллистические детекторы. Эти детекторы являются важными компонентами интерфейсных схем, посредством которых реализуется управления сверхпроводящими квантовыми цепями устройствами цифровой сверхпроводниковой электроники.

6. Предложен спиновый вентиль с единственным ферромагнитным слоем в пространственно-неоднородной области слабой связи джозефсоновского контакта, состояние которого обусловлено направлением намагниченности этого слоя.

За счет использования единственного ферромагнитного слоя в области слабой связи джозефсоновского контакта, критический ток вентильной структуры подавлен меньше, чем в аналогичных конструкциях, использующих большее количество магнитных слоев. В то время как сравнительно малая абсолютная величина модуляции критического тока аналогов обусловлена изменением взаимного направления намагниченности слоев, при котором обычно большое обменное поле «фиксированного» магнитного слоя эффективно модулируется малой добавкой соответствующей «свободному» слою, в предложенной конструкции величина модуляции критического тока зависит от близости значений плотностей критических токов частей джозефсоновского контакта со взаимным сдвигом ток-фазовых соотношений, и может составлять порядка самого критического тока структуры. Предложенный механизм управления состоянием вентиля не зависит от размеров структуры, а следовательно, его конструкция допускает миниатюризацию. Данный вентиль удобно использовать для создания ячеек магнитной джозефсоновской памяти, сверхпроводниковых цифровых схем с перестраиваемым функционалом, а также



при разработке перестраиваемых синаптических связей искусственных нейронных сетей на базе сверхпроводников.

7. Показана возможность оптимизации характеристик адиабатических сверхпроводниковых схем посредством добавления в них джозефсоновских пи-контактов. Использование пи-контактов в базовых элементах адиабатической сверхпроводниковой логики существенно изменяет энергию, запасаемую в джозефсоновских контактах в процессе переключения. Подбор параметров контактов позволяет обеспечивать физическую обратимость данного процесса на более высоких частотах по сравнению с рабочими частотами традиционных аналогов. В то же время, при одинаковых тактовых частотах рассеиваемая энергия уменьшается, что улучшает энергоэффективность схем. Магнитный поток, передаваемый между ячейками (с которым ассоциирована информация), может быть увеличен, что снизит требования к связи между элементами, обеспечивая большую свободу при разработке схемотехнических решений вычислительных устройств.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### В рецензируемых журналах, индексируемых РИНЦ, SCOPUS и Web of Science

- A1. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, and O. A. Mukhanov, Possible Approach to the Driver Design Based on Series SQIF, *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **15**(2), 388-391 (2005).
- A2. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, O. A. Mukhanov, Splitting circuits for SFQ-pulse driver based on SQIF, *Supercond. Sci. Technol.*, **19**, S390-S393 (2006).
- A3. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, and O. A. Mukhanov, Development of SQIF-Based Output Broad Band Amplifier, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**, 633-636 (2007).
- A4. I. I. Soloviev, M. R. Rafique, H. Engseth, A. Kidiyarova-Shevchenko, High voltage driver for RSFQ digital signal processor, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **17**(2), 470-473 (2007).
- A5. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, Synthesis of High Linearity Array Structures, *Supercond. Sci. Technol.*, **20**, S362-S366 (2007).
- A6. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, High linearity Josephson-junction array structures, *Phys. C*, **468**, 813-816 (2008). DOI: 10.1016/j.physc.2007.11.077
- A7. V. Kornev, I. Soloviev, N. Klenov, O. Mukhanov, How to Build up the High Linearity SQIF Structures, *J. Phys. Conf. Ser.*, **97**, 01201101 (2008).
- A8. V. Kornev, I. Soloviev, N. Klenov, O. Mukhanov, Differential Parallel-Serial SQIF Structures Providing High Linearity Response, *J. Phys. Conf. Ser.*, **97**, 012011 (2008).
- A9. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, High Linearity SQIF-like Josephson-Junction Structures, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**(3), 741-744 (2009).
- A10. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, Performance Advantages and Design Issues of SQIFs for Microwave Applications, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **19**(3), 916-919 (2009).
- A11. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, Bi-SQUID - Novel Linearization Method for dc SQUID Voltage Response, *Supercond. Sci. Technol.*, **22**(11), 114011 (2009).
- A12. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, Dc SQUID array with nonlinear inductance, *J. Phys. Conf. Ser.*, **234**, 042034 (2010).
- A13. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov and O. A. Mukhanov, Progress in high linearity multi-element Josephson structures, *Phys. C*, **470**, 886-889, (2010).
- A14. И. И. Соловьев, В. К. Корнев, Н. В. Кленов, О. А. Муханов, Сверхпроводниковые джозефсоновские структуры с высокой линейностью преобразования магнитного сигнала в напряжение, *Физика Твёрдого Тела*, **52**(11), 2110-2115 (2010). / I. I. Soloviev, V. K. Kornev, N. V. Klenov, O. A. Mukhanov, Superconducting Josephson structures with high linearity of transformation of magnetic signal into voltage, *Phys. Solid State*, **52**(11), 2252-2258 (2010).

- A15. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, and O. A. Mukhanov, Design and Experimental Evaluation of SQIF Arrays with Linear Voltage Response, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**(3), 394-398 (2011).
- A16. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. V. Sharafiev, and O. A. Mukhanov, Linear Bi-SQUID Arrays for Electrically Small Antennas, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **21**(3), 713-716 (2011).
- A17. И. И. Соловьев, В. К. Корнев, А. В. Шарафиев, Н. В. Кленов, О. А. Муханов, Цепочки би-СКВИДов и параллельных СКИФ структур для построения активных электрически малых антенн, *Поверхность, Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*, **7**, 45–51 (2012). / I. I. Soloviev, V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, N. V. Klenov, O. A. Mukhanov, Bi-SQUID arrays and parallel SQIF structures for active electrically small antennas, *Journ. Surf. Invest.-X-Ray Synchrotron and Neutr. Tech.*, **6**(4), 591-597 (2012). DOI: 10.1134/S1027451012070129
- A18. A. Sharafiev, I. Soloviev, V. Kornev, M. Schmelz, R. Stolz, V. Zakosarenko, S. Anders and H.-G. Meyer, Bi-SQUIDs with submicron cross-type Josephson tunnel junctions, *Supercond. Sci. Technol.*, **25**(4), 045001 (2012).
- A19. V. Kornev, I. Soloviev, N. Klenov, A. Sharafiev, O. Mukhanov, Array designs for active electrically small superconductive antennas, *Phys. C*, **479**, 119–122 (2012).
- A20. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, I. V. Vernik, O. A. Mukhanov, M. Yu Kupriyanov, and A. A. Golubov Theoretical model of superconducting spintronic SIFS devices, *Appl. Phys. Lett.*, **102**, 192603 (2013).
- A21. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, A. V. Sharafiev, N. V. Klenov, and O. A. Mukhanov, Active Electrically Small Antenna Based on Superconducting Quantum Array, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **23**(3), 1800405 (2013).
- A22. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. L. Pankratov, E. Il'ichev, and L.S. Kuzmin, Effect of Cherenkov radiation on the jitter of solitons in the driven underdamped Frenkel-Kontorova model, *Phys. Rev. E*, **87**, 060901(R) (2013).
- A23. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Theory of supercurrent transport in SIFS Josephson junction, *Phys. Rev. B*, **88**, 144519 (2013).
- A24. И. И. Соловьев, В. К. Корнев, А. В. Шарафиев, Н. В. Кленов, О. А. Муханов, Подходы к созданию активной электрически малой сверхпроводниковой антенны, *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*, **7**, 70 (2013). / I. I. Soloviev, V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, N. V. Klenov, O. A. Mukhanov, Approaches to the creation of an active electrically small superconductive antenna, *Journ. Surf. Invest.-X-Ray Synchrotron and Neutr. Tech.*, **7**(4), 667-670 (2013).
- A25. V. Kornev, A. Sharafiev, I. Soloviev, N. Kolotinskiy, O. Mukhanov, Superconducting Quantum Arrays for Broadband RF Systems, *Journ. Phys. Conf. Ser.* **507**(4), 042019 (2014).
- A26. V. Kornev, A. Sharafiev, I. Soloviev, N. Kolotinskiy, V. Scripka, O. Mukhanov, Superconducting Quantum Arrays, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **24**(4), 1800606 (2014).

- A27. V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev, O. M. Mukhanov, Signal and noise characteristics of bi-SQUID, *Supercond. Sci. Technol.*, **27**, 115009 (2014).
- A28. V. Kornev, A. Sharafiev, N. Kolotinskiy, V. Scripka, I. Soloviev, O. Mukhanov, High Linearity Voltage Response Parallel-Array Cell, *Journ. Phys. Conf. Ser.* **507**(4), 042018 (2014).
- A29. С. В. Бакурский, А. Л. Гудков, Н. В. Кленов, А. В. Кузнецов, М. Ю. Куприянов, И. И. Соловьев, Прогресс в области создания новых базовых элементов для энергоэффективной сверхпроводниковой электроники, Вестник Московского университета. Серия 3. Физика и астрономия, **4**, 3 (2014) / S. V. Bakurskiy, A. L. Gudkov, N. V. Klenov, A. V. Kuznetsov, M. Yu. Kupriyanov, I. I. Soloviev, Progress in the Area of New Energy Efficient Basic Elements for Superconducting Electronics, *Moscow university physics bulletin*, **69**(4), 275 (2014).
- A30. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov. Josephson magnetic rotary valve. *Appl. Phys. Lett.*, **105**, 242601 (2014).
- A31. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, A. L. Pankratov, and L. S. Kuzmin. Symmetrical Josephson vortex interferometer as an advanced ballistic single-shot detector. *Appl. Phys. Lett.*, **105**, 202602 (2014).
- A32. Н. В. Кленов, И. И. Соловьев, А. Е. Щеголев, А. Панкратов. Баллистическое детектирование слабых сигналов в активных джозефсоновских средах. Вестник Московского университета. Серия 3. Физика, астрономия, (1):35–41, 2015. / N. V. Klenov, I. I. Soloviev, A. E. Shchegolev, A. L. Pankratov, Ballistic detection of weak signals in active Josephson media, *Moscow university physics bulletin*, 70(1), 35-41 (2015).
- A33. И. И. Соловьев, Н. В. Кленов, С. В. Бакурский, М. Ю. Куприянов, and А. А. Голубов. Критический ток SF–NFS джозефсоновских структур. ПЖЭТФ, **101**(4)б 258–264, (2015) / I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, Critical Current of SF–NFS Josephson Junctions, *JETP Lett.*, **101**(4), 240-246 (2015)
- A34. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. L. Pankratov, L. S. Revin, E. Il'ichev, L. S. Kuzmin, Soliton scattering as a measurement tool for weak signals, *Phys. Rev. B*, **92**, 014516 (2015).
- A35. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, Superconducting phase domains for memory applications, *Appl. Phys. Lett.*, 108(4), 042602-1-042602-5 (2016).
- A36. V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev, N. V. Kolotinskiy, O. A. Mukhanov, Dimensional Effects Affecting the Linearity of Active Superconducting Antennas, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **26**(3), 1500605 (2016).
- A37. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, N. V. Kolotinskiy, Design Issues of HTS bi-SQUID, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **26**(5), 1601205 (2016).
- A38. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. E. Schegolev, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, Analytical derivation of DC SQUID response, *Supercond. Sci. Technol.*, **29**(9), 094005 (2016).

- A39. A. E. Schegolev, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. V. Tereshonok, Adiabatic superconducting cells for ultra-low-power artificial neural networks, *Beilstein J. Nanotechnol.*, **7**, 1397-1403 (2016).
- A40. V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev, N. V. Kolotinskiy, O. A. Mukhanov, A Guide to Active Antennas Based on Superconducting Quantum Arrays, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **26**(3), 1400104 (2016).
- A41. В. К. Корнев, Н. В. Колотинский, А. В. Шарафиев, И. И. Соловьев, О. А. Муханов, From Single SQUID to Superconducting Quantum Arrays, *Физика низких температур*, **43**(7), 1037-1045 (2017) / V. K. Kornev, N. V. Kolotinskiy, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev, O. A. Mukhanov, From Single SQUID to Superconducting Quantum Arrays, *Low Temp. Phys.*, **43**(7), 829-836 (2017).
- A42. S. V. Bakurskiy, V. I. Filippov, V. I. Ruzhickiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, Current-phase relations in SISFS junctions in the vicinity of 0- $\pi$  transition, *Phys. Rev. B*, **95**(9), 094522–1-094522–11 (2017).
- A43. V. K. Kornev, N. V. Kolotinskiy, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev, O. A. Mukhanov, Broadband Active Electrically Small Superconductor Antennas, *Supercond. Sci. Technol.*, **30**(10), 103001 (2017).
- A44. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, A. L. Gudkov, A. S. Sidorenko, Beyond Moore's technologies: operation principles of a superconductor alternative, *Beilstein J. Nanotechnol.*, **8**, 2689-2710 (2017).
- A45. Л. В. Гинзбург, И. Е. Батов, В. В. Больгинов, С. В. Егоров, В. И. Чичков, А. Е. Щеголев, Н. В. Кленов, И. И. Соловьев, С. В. Бакурский, М. Ю. Куприянов, Определение ток-фазового соотношения джозефсоновских контактов с помощью несимметричного двухконтактного СКВИДа, *ПЖЭТФ*, **107**(1), 54-61 (2018) / L. V. Ginzburg, I. E. Batov, V. V. Bol'ginov, S. V. Egorov, V. I. Chichkov, A. E. Shchegolev, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, Determination of the Current-Phase Relation in Josephson Junctions by Means of an Asymmetric Two-Junction SQUID, *JETP Lett.*, **107**(1), 48-54 (2018).

#### **В рецензируемых журналах, индексируемых РИНЦ и входящих в перечень ВАК**

- A46. В. К. Корнев, И. И. Соловьев, Н. В. Кленов, А. В. Шадрин, О. А. Муханов, Выходной интерфейс для сверхпроводниковых цифровых устройств, *Радиотехника*, **3**, 131 (2009).
- A47. В. К. Корнев, И. И. Соловьев, А. В. Шарафиев, Н. В. Кленов. От одно- и двухконтактного сквидов к би-сквиду, *Радиотехника*, **12**, 32–47 (2012).

#### **В рецензируемых журналах, индексируемых РИНЦ**

- A48. А. Гудков, Н. Кленов, И. Соловьев, Цифровые системы приема и обработки информации на основе сверхпроводниковой электроники, *Электроника. Наука, Технология, Бизнес. Спецвыпуск (00137)*, 86 (2014).

- A49. А. Е. Щеголев, Н. В. Кленов, И. И. Соловьев, М. В. Терешонок, Передаточные характеристики ячеек адиабатической сверхпроводниковой логики, *Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения*, **17**(4), 946-949 (2017).

#### Список патентов

- П1. Патент РФ: Сверхпроводящая квантовая решетка на основе СКИФ-структур. Авторы: Соловьев И. И., Корнев В. К., Кленов Н. В., Колотинский Н. В., Шарафиев А. В. № RU 2 620 760, дата публикации 29 мая 2017 г.
- П2. Патент РФ: Джозефсоновский фазовый доменный вентиль (варианты). Авторы: Куприянов М. Ю., Бакурский С. В., Кленов Н. В., Соловьев И. И. № RU2 620 027С1, дата публикации 22 мая 2017 г.
- П3. Патент США: 2017 High linearity superconducting radio frequency magnetic field detector. Авторы: Kornev Victor K., Soloviev Igor I., Klenov Nikolai V., Mukhanov Oleg A. № US 9588191 В1, дата публикации 7 марта 2017 г.
- П4. Патент РФ: Джозефсоновский магнитный поворотный вентиль. Авторы: Куприянов М. Ю., Бакурский С. В., Кленов Н. В., Соловьев И. И. № RU2601775\_С2, дата публикации 10 ноября 2016 г.
- П5. Патент РФ: Флаксонный баллистический детектор. Авторы: Соловьев И. И., Куприянов М. Ю., Снигирев О. В., Кленов Н. В. № RU2592735 С1, дата публикации 27 июля 2016 г.
- П6. Патент РФ: Джозефсоновский фазовый доменный вентиль. Авторы: Бакурский С. В., Куприянов М. Ю., Кленов Н. В., Соловьев И. И. № 2016115791, дата публикации 22 апреля 2016 г.
- П7. Патент РФ: Джозефсоновский 0-пи переключатель. Авторы: Куприянов М. Ю., Бакурский С. В., Кленов Н. В., Соловьев И. И. № RU 2554614, дата публикации 27 июня 2015 г.
- П8. Патент РФ: Высокочастотный сверхпроводящий элемент памяти. Авторы: Куприянов М. Ю., Бакурский С. В., Кленов Н. В., Соловьев И. И., Гудков А. Л., Рязанов В. В. № RU 2554612, дата публикации 7 июня 2015 г.
- П9. Патент РФ: СВЧ-усилитель на основе высокотемпературного сквида с четырьмя джозефсоновскими контактами. Авторы: Соловьев И. И., Корнев В. К., Кленов Н. В., Шарафиев А. В., Калабухов А. С., Чухаркин М. Л., Снигирев О. В. № 2544275, дата публикации 20 марта 2015 г.
- П10. Патент США: High linearity superconducting radio frequency magnetic field detector. Авторы: Kornev Victor K., Soloviev Igor I., Klenov Nikolai V., Mukhanov Oleg A. № US 8 933 695 В1, дата публикации 13 января 2015 г.
- П11. Патент США: High linearity superconducting radio frequency magnetic field detector. Авторы: Kornev Victor K., Soloviev Igor I., Klenov Nikolai V., Mukhanov Oleg A. № US 008179133, дата публикации 15 мая 2012 г.

П12. Патент РФ на полезную модель: Флаксонный кольцевой детектор. Авторы: Кленов Н. В., Соловьев И. И., Терешонок М. В. № 177295 U1, дата публикации 15 февраля 2018 г.