

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Е.Д. Косова
«Полиномиальные образы и сдвиги мер на линейных пространствах»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико–математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Представленная работа Е.Д. Косова является исследованием в области теории меры и функционального анализа. Ее цель — изучение нескольких типов преобразований мер в бесконечномерных пространствах и связанных с ними свойств мер. Тематика диссертации относится к активно развивающемуся направлению функционального анализа на стыке с теорией меры и теорией вероятностей. Этим направлением в последние десятилетия интересуются многие специалисты по теории меры, нелинейному анализу и стохастическому анализу. Идейно близкой проблематикой в последние десятилетия занимались такие известные ученые, как П. Маллявэна, А.В. Скороход, В.Н. Судаков, Л.А. Шепп, А.В. Угланов, А.М. Вершик, Р. Дадли, О.Г. Смолянов, Ю.А. Давыдов, М.А. Лифшиц, Н.В. Смородина. Полиномиальные преобразования мер и оценки распределений многочленов относятся к классическим задачам теории меры и теории вероятностей, в которых постоянно возникают новые интересные аспекты. Из сравнительно недавних новых достижений здесь можно отметить результаты Ю.В. Прохорова, В.В. Ульянова, Ж. Бургэна, А. Карбери, Дж. Райта, А.Л. Вольберга, Ф.Л. Назарова, М.Л. Содина, И. Нурдина, Д. Нуаларата, Дж. Пекати. Связанные с выпуклыми мерами проблемы, затронутые в диссертации, стали популярны в последние годы, среди известных специалистов, работающих в этой области, можно упомянуть Л. Амброзио, С.Г. Бобкова, К. Бола, К. Борелля, Б. Клартага, Е.П. Кругову, Р. Латалу, Э. Мильмана, А.С. Устюнеля.

Актуальность исследования свойств мер на бесконечномерных пространствах, в том числе свойств их носителей, нелинейных образов и поведения при сдвигах обусловлена широким применением таких свойств в бесконечномерном анализе, математической физике, финансовой математике. Возможные приложения результатов диссертации относятся к изучению случайных процессов и экстремальным задачам. Исследования в близких к диссертации направлениях ведутся во многих крупных научных центрах по всему миру, велико число публикаций на близкие темы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка цитируемой литературы. Во введении дан исторический обзор по теме работы и сформулированы ее основные результаты.

Глава 1 является вспомогательной и содержит необходимые предварительные сведения и используемые далее результаты.

Глава 2 посвящена вопросам, связанным с носителями мер на банаховых пространствах. Здесь приводятся необходимые и достаточные условия для мер со слабым моментом фиксированного порядка, гарантирующие наличие компактно вложенного сепарабельного рефлексивного подпространства полной меры, на котором данная мера будет также обладать слабым моментом исходного порядка. В отличие от случая сильных моментов эти условия выполнены не всегда, что подтверждается построенным примером.

В главе 3 изучаются свойства множеств допустимых сдвигов мер (т. е. множеств таких векторов, сдвиги меры на которые не сингулярны или эквивалентны исходной мере). Известный результат Шеппа дает необходимые и достаточные условия для того, чтобы сдвиг на всякий вектор из ℓ^2 счетной степени меры на прямой был эквивалентен исходной мере. В диссертации получены обобщения этого результата: приведены просто формулируемые необходимые и достаточные условия эквивалентности сдвига на всякий вектор из ℓ^q , заключающиеся в принадлежности корня из плотности сомножителя определенному пространству Никольского функций дробной дифференцируемости. Для логарифмически вогнутых мер (необязательно являющихся произведениями) в диссертации доказано, что множество их несингулярных сдвигов выпукло, а множество эквивалентных сдвигов является линейным пространством.

Глава 4 посвящена исследованию измеримых многочленов на пространствах с логарифмически вогнутыми и гауссовскими мерами. Важные вопросы о поведении полиномиальных случайных величин и о структуре полиномиальных распределений связаны с оценками вероятностей больших и малых отклонений. Для многочленов на пространстве с логарифмически вогнутой мерой подобные оценки изучались в работах Ф.Л. Назарова, М.Л. Содина и А.Л. Вольберга, а также А. Карбери и Дж. Райта. В диссертации исследуются оценки такого типа: доказываются нижние оценки на меру отклонения многочлена от его математического ожидания, что является в некотором смысле обратным неравенством к известному неравенству Карбери – Райта.

Основные результаты диссертации состоят в следующем.

1. Для сепарабельного банахова пространства и вероятностной борелевской меры на нем со слабым моментом порядка p получены необходимые и достаточные условия существования компактно вложенного в это пространство рефлексивного сепарабельного банахова подпространства полной меры, сужение исходной меры на которое также обладает слабым моментом порядка p .
2. Для продакт-мер получены обобщения классического результата Шеппа на случай сдвигов на вектора из пространства ℓ^q .
3. Для логарифмически вогнутых мер установлено, что множество несингулярных сдвигов является выпуклым, а множество эквивалентных сдвигов является линейным пространством.
4. Для гауссовских мер получены нижние оценки мер отклонений многочленов произвольной степени от их математических ожиданий. Для логарифмически вогнутых мер такие оценки получены для многочленов второй степени.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и обоснованы в виде строгих математических доказательств.

По теме диссертации опубликованы 5 статей в журналах из списка ВАК, входящих в базы данных RSCI, SCOPUS и Web of Science.

Содержащиеся в диссертации результаты докладывались на научно-исследовательском семинаре «Бесконечномерный анализ и стохастика» под руководством В.И. Богачева, Н.А. Толмачева, С.В. Шапошникова (2012–2017 г.), международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов»

(Москва, МГУ, 2012, 2015 г.), научно-исследовательском семинаре по теории функций действительного переменного под руководством академика РАН Б.С. Кашина и академика РАН С.В. Конягина (МГУ, 2015 г.), международном научно-исследовательском семинаре “Infinite-dimensional stochastic analysis” в университете г. Билефельда, Германия (2014–2017 г.), научно-исследовательском семинаре в Пекинском Нормальном университете, Китай (2014, 2015 г.), международных конференциях «Вероятность, анализ и геометрия» в МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва, 2014 г.) и в университете города Ульм (Германия, 2015 г.), международной конференции “Infinite-dimensional analysis (the 19th ISE)”, Казальмаджоре, Италия (2016 г.).

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в различных вопросах теории меры, бесконечномерного анализа, теории вероятностей и стохастического анализа. Результаты и методы работы Е.Д. Косова будут востребованы в исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте проблем передачи информации РАН, Санкт-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Дальневосточном федеральном университете, Техническом университете им. Н.Э. Баумана, НИУ «Высшая школа экономики».

Таким образом, в диссертационной работе Е.Д. Косова «Полиномиальные образы и сдвиги мер на линейных пространствах» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ решен ряд важных и трудных задач теории меры и функционального анализа. Работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ.01.07.

Научный руководитель
профессор кафедры теории функций и функционального анализа
механико-математического факультета МГУ им. И.В. Ломоносова,
(119991, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание,
механико-математический факультет,
тел. +74959391244, факс +74959392090
email: mmmf@mech.math.msu.su, сайт <http://www.math.msu.su/>)
доктор физико-математических наук, профессор
(тел. +74959393680, email: vibogach@mail.ru)

В.И. Богачев

Подпись профессора В.И. Богачева удостоверяю
И.о. декана механико-математического факультета МГУ
доктор физико-математических наук, профессор

В.Н. Чубариков

Сведения о научном руководителе Е.Д. Косова

Богачев Владимир Игоревич

Ученая степень: доктор физико-математических наук

Ученое звание: профессор

Должность: профессор кафедры теории функций и функционального анализа
механико-математического факультета МГУ им. И.В. Ломоносова

Адрес: 119991, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание, механико-
математический факультет; тел. +74959393680 email: vibogach@mail.ru

Приведенные сведения верны