1960 г. Декабрь *Т. LXXII, вып. 4*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

КЛАССИФИКАЦИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Д. Иваненко и А. Старцев

1. ВВЕДЕНИЕ

Задачей настоящего обзора является рассмотрение существующих попыток классификации элементарных частиц. Все современные исследования в этом направлении исходят из феноменологической схемы Гелл-Манна — Нишиджимы (в дальнейшем Г.-М. — Н), основанной на введении нового свойства частиц — странности. Как известно, наряду со свойствами и законами сохранения, непосредственно связанными с поведением частиц в обычном 4-мерном псевдоевклидовом пространстве — времени, у частиц имеются внутренние или изотопические свойства, характеризующие, в частности, их принадлежность к определенному зарядовому мультиплету или семейству. К ним относятся изоспин $\mathbf{T}$, барионное число N, странность S, а также часто применяемая комбинация — гиперзаряд $Y=N+S$. Имеет место основное соотношение для электрического заряда

$$Q=T_3+\frac{S}{2}+\frac{N}{2}=T_3+\frac{Y}{2},$$

выполняющееся для всех барионов: нуклонов (p, n), гиперонов (Λ, Σ, Ξ), а также для мезонов: π и K. С другой стороны, парадоксальным образом лептоны: e, μ, ν и фотоны, не говоря уже о гипотетических гравитонах, оказались на втором плане при разработке классификации частиц, и вопрос о характеристике их изосвойств еще далеко не решен.

Уже давно было предложено рассматривать изосвойства частиц в пространстве 3, 4 или более измерений того или иного типа (евклидова или псевдоевклидова). Весьма удачная теоретическая интерпретация феноменологической схемы Г.-М. — Н. была дана д'Эспанья и Прентки (в дальнейшем Э. — П.), взявшими за основу трехмерное изопространство, в котором осуществляются не только вращения, но и отражения. В то же время Салам и Полкингхорн (в дальнейшем С.—П.) разработали схему 4-мерного изопространства, приведшую к близким, хотя и не совпадающим результатам. Эти работы достаточно известны, и их изложение вошло в ряд книг [1, 2] и обзоров [3, 4, 120]. В дальнейшем, в п. 2, мы дадим лишь самое краткое резюме результатов этих работ.

Однако как феноменологическая схема Г.-М. — Н., так и теория Э.—П. и С.—П. ни в коей мере не являются окончательными, даже независимо от некоторого разнобоя в их результатах. Это видно хотя бы из следующих двух важных обстоятельств. Теория Э.—П. вводит восемь не зависимых констант взаимодействия между барионами и π- и K-мезонами, в то время как опытные данные указывают на наличие известного единообразия в этих взаимодействиях. Во-вторых, в данных схемах полностью игнорируются лептоны и даже остается открытым вопрос относительно целесообразности их характеристики с помощью изоспина и странности.

За последние 3—4 года появилось значительное число работ, пытающихся продвинуть дальше интересующий нас вопрос о систематике частиц. При этом многие авторы естественным образом исходят из желания отразить динамическую картину взаимодействий частиц. Однако ввиду того, что современный уровень экспериментальных и теоретических исследований свойств элементарных частиц оказывается еще недостаточным для однозначной классификации, в этих попытках существенно используются разнообразные, часто конкурирующие между собой схемы внутренней симметрии взаимодействий частиц («глобальная», «фундаментальная» и «генеральная» симметрии). Эти схемы соответствуют допущению той или иной уравнительной трактовки групп частиц, например, всех барионов как состояний единого барионного поля B и всех π- и K-мезонов как состояний некоторого мезона Π (см. п. 3). В современных попытках классификации частиц рассматриваются с точки зрения внутренней симметрии такие вопросы, как относительная интенсивность тех или иных взаимодействий, структура частиц, объяснение спектра масс частиц, сохранение или нарушение четности в тех или иных взаимодействиях и др. Конечно, ответ на эти вопросы при подобном рассмотрении может быть только качественным, что отнюдь не уменьшает его значения. В п. 3 мы рассмотрим работы, использующие те или иные схемы динамической картины взаимодействий и вытекающие из них классификации частиц.

В ряде работ (Янга — Тиомно, Салама — Тэйлора и Д. Иваненко с М. Мирианашвили, А. М. Бродским и Г. А. Соколиком и др.) была предпринята попытка описать внутренние свойства частиц в рамках обычного 4-пространства, используя различные, обычно не учитываемые представления группы Лоренца, в частности так называемые аномальные спиноры (см. п. 4). Кроме того, была предпринята попытка объединенного описания всей материи на базе нелинейной спинорной теории поля и новых правил квантования (главным образом в работах Гейзенберга и ряда советских авторов,— см. п. 5), а также были высказаны некоторые предварительные соображения по объединенной теории материи, включая гравитацию, в духе топологической геометризованной единой теории (работы Уилера с сотрудниками). Наряду с этим рядом авторов, главным образом Саката, в настоящее время разрабатываются близкие модели сложных частиц, построенных из небольшого числа основных полей,— см. п. 6. Вопросы, связанные с классификацией лептонов, будут затронуты в п. 7.

Наша задача заключается в изложении основных идей последних лет, касающихся систематики частиц. Следует сразу оговориться, что пока еще ни одна из этих попыток не привела к окончательному результату. Более того, за последние годы не было получено полностью убедительным образом какого-либо результата, сравнимого по значению с введением странности. Несмотря на это, мы считаем анализ существующих попыток классификации частиц, как барионов и мезонов, так и лептонов, весьма полезным, способным дать ориентацию относительно наиболее перспективных линий исследования и стимулирующим дальнейшие эксперименты как в области космических лучей, так и при помощи мощных современных электронных и протонных ускорителей.

2. ТЕОРИЯ СТРАННОСТИ

а. Трехмерное изопространство

Для преодоления трудностей, возникающих при изучении процессов рождения и распада странных частиц (гиперонов и K-мезонов), Гелл-Манн[5] и Нишиджима[6] предложили классификацию частиц по зарядовым мультиплетам. Она основана на распространении понятия изотопического спина (изоспина) на странные частицы и на введении феноменологическим путем нового квантового числа S—странности, физический смысл которого—смещение центра заряда мультиплета. Частицы группируются в следующие мультиплеты: изосинглет Λ^0, изодублеты

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}; \ \Xi = \begin{pmatrix} \Xi^0 \\ \Xi^- \end{pmatrix}; \ K = \begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}; \ \overline{K} = i\tau_2 K^*, \tag{2,1}$$

изотриплеты

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_1 \\ \Sigma_2 \\ \Sigma_3 \end{pmatrix}; \quad \pi = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{pmatrix}. \tag{2,2}$$

Странность связана с электрическим зарядом частиц следующим образом:

$$Q = T_3 + \frac{N}{2} + \frac{S}{2}. \tag{2,3}$$

При сильных и электромагнитных взаимодействиях странность сохраняется ($\Delta S=0$), при слабых не сохраняется, причем в безлептонных распадах странных частиц имеет место правило отбора $\Delta S = \pm 1$.

Схема Г.-М. — Н. позволила предсказать некоторые частицы: Σ^0, Ξ^0, $\widetilde{K}^0$, замечательным образом найденные позднее экспериментально.

Д'Эспанья и Прентки [7], использовав полную группу ортогональных преобразований в 3-мерном изопространстве и сделав предположение о существовании изоспиноров 1-го и 2-го рода [8], различно преобразующихся при отражениях в изопространстве, дали математическую интерпретацию странности и тем самым подвели теоретический фундамент под схему Г.-М. — Н. Они ввели оператор изочетности U (число изофермионов минус число антиизофермионов) с собственными значениями $+1$ для изоспиноров 1-го рода и -1 для изоспиноров 2-го рода и, полагая, что дублеты N и K суть изоспиноры 1-го рода, а дублеты Ξ и $\widetilde{K}$— 2-го рода, показали, что

$$S = U - N \tag{2,4}$$

(при этом триплеты Σ, π суть изопсевдовекторы, а Λ — изоскаляр). Тогда выражение для заряда (2,3) принимает вид

$$Q = T_3 + \frac{U}{2}. \tag{2,5}$$

Следует особо подчеркнуть, что здесь мы имеем дело с первой удачной попыткой использовать различие свойств спиноров при отражениях.

Таким образом, гамильтониан взаимодействия инвариантен относительно полной ортогональной группы в 3-мерном изопространстве, т. е. сохраняется вектор изоспина $\mathbf{T}$ и изочетность U. Сохранение странности следует тогда из сохранения барионного числа N. Следует заметить, что в ряде работ [9, 10, 11] высказываются соображения о несохранении N (*см. п.* 4).

Формализм Э.—П. ограничивает число элементарных частиц. В то время как в схеме Гелл-Манна, при естественном ограничении заряда $|Q| \leqslant 1$, допускаются еще не найденные экспериментально фермионы Ω ($S=-3$, $\mathbf{T}=0$) и Z^+ ($S=+1$, $\mathbf{T}=0$), а также бозоны ω^+ и ω^-($S=\pm 2$, $\mathbf{T}=0$), в формализме Э.—П. сохранение изочетности U запрещает существование этих частиц (см. также[12]). Отметим, что имеются, пока еще предварительные, указания на существование заряженных бозонов со странностью $S=\pm 2$, обнаруженных в Дубне Ван Ган-чаном в 1959 г.[13].

Все же, несмотря на отсутствие противоречий с существующими экспериментальными данными и некоторое изящество математического оформления, схема Г.-М.— Н. имеет слабые стороны. Во-первых, она не в состоянии дать динамическую картину наблюдаемого спектра масс барионов и, во-вторых, в ней рассматривается слишком много взаимодействий и допускается большой произвол в выборе констант связи. Требуя инвариантность лагранжиана сильных взаимодействий относительно зарядового сопряжения, можно показать[14], что теория будет содержать восемь действительных констант связи:

$$L = g_1\overline{N}(i\gamma_5)\boldsymbol{\tau\pi}N + g_2 i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}(i\gamma_5)\times\boldsymbol{\pi\Sigma} + g_3[\overline{\Lambda}(i\gamma_5)\boldsymbol{\pi\Sigma} + \\ + \overline{\boldsymbol{\Sigma}}\boldsymbol{\pi}(i\gamma_5)\Lambda] + g_4\overline{\Xi}(i\gamma_5)\boldsymbol{\tau\pi}\Xi + f_1[\overline{N}\boldsymbol{\tau\Sigma}K + K^*\overline{\boldsymbol{\Sigma}}\boldsymbol{\tau}N] + \\ + f_2[\overline{N}K\Lambda + \overline{\Lambda}K^*N] + f_3[\overline{\Xi}\tau_2\boldsymbol{\tau\Sigma}K^* + K\boldsymbol{\tau}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}\tau_2\Xi] + \\ + f_4[\overline{\Xi}\tau_2K^*\Lambda + \overline{\Lambda}K\tau_2\Xi], \qquad (2,6)$$

что представляется неудовлетворительным. Чтобы наложить дальнейшие ограничения на константы связи, необходимо расширить изопространство, увеличив число его измерений и введя более общие инвариантные свойства, т. е. более высокую внутреннюю симметрию элементарных частиц.

Для удобства читателей мы приводим таблицу элементарных частиц, в которой наряду с основными эмпирическими данными приводятся также изотопические характеристики барионов и мезонов, следующие из схемы Э.—П.

б. Четырехмерное изопространство

Впервые идея расширения трехмерного изопространства до четырехмерного была предложена Пайсом[15] как продолжение его работ [16, 17], в которых была сделана попытка поставить в соответствие барионам различные спинорные представления полной трехмерной группы вращений. Однако рамки подобного рассмотрения оказались слишком узкими, чтобы включить в схему Ξ-гиперон, открытый вскоре после опубликования этой работы.

Чтобы найти выход из создавшейся трудности, Пайс предложил ввести в рассмотрение четырехмерное внутреннее пространство.

Как известно из общей теории представлений групп вращения, 4-мерные вращения, определяемые шестью операторами $T_{\alpha\beta} = -T_{\beta\alpha}$ бесконечно малых вращений (α, $\beta = 1, 2, 3, 4$), могут быть представлены в виде прямого произведения операторов T_i и Z_i ($i = 1, 2, 3$) независимых 3-мерных вращений, которые определяются как

$$T_i = \frac{1}{2}(T_{4i} + T_{jk}), \qquad Z_i = \frac{1}{2}(T_{4i} - T_{jk}) \qquad (2,7)$$

и удовлетворяют следующим правилам коммутации:

$$[T_i, T_j] = iT_k; \quad [Z_i, Z_j] = iZ_k, \quad [T_i, Z_j] = 0. \qquad (2,8)$$

Таким образом, представления 4-мерной группы вращений задаются двумя числами (T', Z'), причем сумма $T' + Z'$ определяет неприводимые представления этой группы: полуцелому $T' + Z'$ соответствуют двузначные, спинорные представления, а целому $T' + Z'$ — тензорные представления.

Считая барионы принадлежащими к спинорным представлениям, а мезоны к тензорным и учитывая, что оператор электрического заряда имеет целые значения, т. е.

$$Q = T_3 + Z_3 + \frac{1}{2} \text{ для барионов}$$

и

$$Q = T_3 + Z_3 \text{ для мезонов,}$$

Пайс пришел к классификации частиц по представлениям четырехмерной группы изотопических вращений, в которой, например, нуклонный дублет удачно описывался представлением ($^1/_2$, 0), но в которой предсказываются до сих пор ненаблюдавшиеся двукратно заряженные частицы. Несмотря на стимулирующее значение, схема Пайса вследствие только что указанных и некоторых других трудностей была оставлена.

Салам и Полкингхорн [18], используя тензорные представления четырехмерной группы изотопических вращений как для мезонов, так и для барионов, избежали указанных выше трудностей схемы Пайса и пришли к систематике в основных чертах подобной феноменологической классификации Г.-М.— Н. Оператор электрического заряда дается формулой

$$Q = T_3 + Z_3 \tag{2,9}$$

для всех частиц (в обозначениях рассматриваемой работы $T_3 \equiv \tau_3$, $Z_3 \equiv \mu_3$). Связь со схемой Гелл-Манна становится ясной, если принять во внимание, что T_3 имеет смысл третьей компоненты изоспина, а $Z_3 - \frac{S}{2} + \frac{N}{2} = \frac{U}{2}$. Одной из интересных особенностей схемы С.—П. является полная симметрия между барионным и мезонным семействами, что видно из табл. II.

В первоначальном варианте этой классификации [18] представление ($^1/_2$, $^1/_2$) в мезонном семействе связывалось с θ-мезонами, а представление (0,1) с τ-мезонами. Однако в последующей работе [19], принимая во внимание тождественность θ и τ, представлению ($^1/_2$, $^1/_2$) были сопоставлены K-мезоны. Подобно систематике Гелл-Манна, схема предсказывает некоторые не открытые до сих пор частицы, которым соответствуют «свободные» представления в табл. II. В классе бозонов имеются два таких представления (0,0) и (0,1). Первое из них можно связать с так называемым ϱ^0-мезоном, допускаемым из различных соображений рядом авторов, а второе — сопоставить D-мезону [20].

Близкое к классификации С.—П. рассмотрение частиц было недавно предложено Г. Соколиком. Все известные барионы и мезоны можно разбить на группы: два 4-изовектора $\begin{pmatrix} N \\ \Xi \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} K \\ \bar{K} \end{pmatrix}$; антисимметричный изотензор второго ранга, распадающийся на два неприводимых представления (0,1) и (1,0), соответствующих триплетам (Σ^+, Σ^0, Σ^-) и (π^+, π^0, π^-); два синглета Λ^0 и ϱ^0. Легко видеть, что представление, распадающееся на перечисленные неприводимые представления, задается матрицами, удовлетворяющими алгебре Дуффина — Кеммера:

$$\beta_\mu \beta_\nu \beta_\lambda + \beta_\lambda \beta_\nu \beta_\mu = \delta_{\mu\nu} \beta_\lambda + \delta_{\lambda\nu} \beta_\mu$$

и по этому представлению преобразуется Ψ-функция всех 16 элементарных частиц.

В связи с расширением размерности изопространства до четырех измерений возникает вопрос об эвклидовом или псевдоэвклидовом его характере. Хотя большинство авторов склоняется к эвклидову 4-изопространству, этот вопрос не представляется еще окончательно решенным.

Имеются два основных возражения [21, 22] против псевдоэвклидова изопространства: трудности, возникающие при определении амплитуды вероятности и при установлении коммутационных соотношений. Оба эти возражения основаны на отсутствии аналога условия Лоренца в изопространстве, что связано с отсутствием понятия трансляции в изопространстве*).

3. ДИНАМИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА КЛАССИФИКАЦИИ ЧАСТИЦ

Как мы видели, отправным пунктом современной теории «сильных» частиц явилась систематика Гелл-Манна — Нишиджимы в математической интерпретации д'Эспанья— Прентки. В дальнейшем наметилась тенденция к уравнительной трактовке взаимодействия всех барионов, прежде всего с пионами — схема «глобальной» симметрии Гелл-Манна [23], в которой было введено универсальное взаимодействие четырех барионных дублетов с пионами. При этом K-связь играла лишь побочную роль. С другой стороны, Тиомно [24], развивая некоторые идеи Швингера [25], носившие предварительный характер, выдвинул мысль о наличии «фундаментальной» симметрии, проявляющейся в универсальной связи барион — K-мезонного взаимодействия; при этом, наоборот, взаимодействие с пионами играло второстепенную роль. Естественным обобщением обеих выше указанных в известном смысле альтернативных схем явились недавние работы Фейнберга — Гюрши [26], а также Сурьо [27], Умезава и Висконти [29], в которых на базе «генеральной» симметрии было введено универсальное взаимодействие с общим π- и K-мезонным П-полем. Подобная схема является привлекательной с точки зрения наличия в ней всего лишь одной константы взаимодействия и допускает довольно изящную математическую трактовку, например, в рамках 7-мерного внутреннего пространства. Однако Пайсом и другими авторами [29, 30, 26] было указано, что подобные слишком уравнительные схемы, обладающие очень высокой степенью симметрии, в ряде пунктов противоречат эксперименту.

В теории барионов и мезонов большое значение имеет проблема построения такой динамической схемы взаимодействий элементарных частиц и соответствующей ей классификации, которая давала бы наблюдаемый спектр масс частиц. Модели глобальной, фундаментальной («космической» в терминологии Сакураи [31]) и генеральной симметрии определяют различные подходы к попытке решения этой проблемы.

Во всех трех указанных моделях допускается широко принятое в настоящее время предположение о том, что нуклоны и гипероны являются различными состояниями одной и той же частицы — бариона (B), аналогично тому, как протон и нейтрон являются двумя состояниями нуклона. Тем самым предполагается, точно так же как в случае p и n, что массы различных барионов в отсутствие снимающих вырождение взаимодействий тождественны. Разница масс p и n по всей видимости обусловлена электромагнитными взаимодействиями, именно, интерференцией электрических и магнитных членов энергии взаимодействия [33-35], точно так же как разности масс между заряженными и нейтральными гиперонами Σ [36], Ξ [37], пионами [35] и K-мезонами [38,39]. Однако следует отметить, что полностью убедительных расчетов разности масс до сих пор не было проведено.

Возникает вопрос, чем обусловлена разница масс барионных мультиплетов между собой. С точки зрения глобальной симметрии взаимодействие всех барионов с пионами является универсальным, реализующим так называемую сильную связь с константой $g_\pi^2/4\pi\sim 15$ для случая ps — ps

*) Однако, как указал А. М. Бродский, в изопространстве можно ввести выделенное направление, некоторый вектор k_μ, и потребовать, чтобы выполнялось условие, подобное условию Лоренца, в импульсном представлении ($k_\mu A^\mu(\mathbf{k})=0$).

взаимодействия. Лишь включение связи с K-мезонами, которая предполагается умеренно сильной $g_k^2/4\pi \sim 0{,}1\ g_\pi^2/4\pi$, снимает вырождение и приводит к разнице масс между различными мультиплетами [21]. С другой стороны, согласно гипотезе фундаментальной симметрии универсальным является взаимодействие барионов с K-мезонами, и лишь включение дополнительного взаимодействия с пионами снимает вырождение и приводит к различным массам [31, 32]. Для объяснения разницы масс в рамках модели генеральной симметрии приходится вводить взаимодействия специального типа [30, 40, 41].

Перейдем теперь к основным выводам, вытекающим из теории глобальной симметрии в отношении систематики элементарных частиц.

а. Глобальная симметрия

Теория глобальной симметрии основывается на введении барионных дублетов [23]

$$N_1 = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \quad N_2 \equiv \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ Y^0 \end{pmatrix}, \quad N_3 \equiv \begin{pmatrix} Z^0 \\ \Sigma^- \end{pmatrix}, \quad N_4 \equiv \begin{pmatrix} \Xi^0 \\ \Xi^- \end{pmatrix}, \tag{3,1}$$

где

$$Y^0 \equiv \frac{\Lambda^0 - \Sigma^0}{\sqrt{2}}; \qquad Z^0 \equiv \frac{\Lambda^0 + \Sigma^0}{\sqrt{2}}. \tag{3,2}$$

Тогда лагранжиан взаимодействия барионов с пионным полем имеет вид

$$L_\pi = g_{N\pi} P_{N\pi} + g_{\Xi\pi} P_{\Xi\pi} + g\,(P_{\Sigma\pi} + P_{\Lambda\pi}), \tag{3,3}$$

где

$$\left.\begin{aligned} P_{N\pi} &= i\,[(\bar{p}\gamma_5 p - \bar{n}\gamma_5 n)\,\pi^0 + \sqrt{2}\,(\bar{p}\gamma_5\, n\pi^+ + \bar{n}\gamma_5\, p\pi^-)], \\ P_{\Sigma\pi} + P_{\Lambda\pi} &= i\,[(\bar{\Sigma}^+\gamma_5\Sigma^+ - \bar{Y}^0\gamma_5 Y^0)\,\pi^0 + \sqrt{2}\,(\bar{\Sigma}^+\gamma_5 Y^0\pi^+ + \bar{Y}^0\gamma_5\Sigma^+\pi^-)] + \\ &\quad + i\,[(\bar{Z}^0\gamma_5 Z^0 - \bar{\Sigma}^-\gamma_5\Sigma^-)\,\pi^0 + \sqrt{2}\,(\bar{Z}^0\gamma_5\Sigma^-\pi^+ + \bar{\Sigma}^-\gamma_5 Z^0\pi^-)]. \end{aligned}\right\} \tag{3,4}$$

При этом, ввиду универсальности взаимодействия,

$$g_{N\pi}^2 = g_{\Xi\pi}^2 = g^2. \tag{3,5}$$

Предварительные подсчеты Гелл-Манна в низшем по связи с K-мезонами приближении привели к соотношению

$$\frac{m_N + m_\Xi}{2} = \frac{3m_\Sigma + m_\Lambda}{4},$$

находящемуся в неплохом согласии с экспериментальными данными.

Дальнейшее развитие идей глобальной симметрии, приведшее к классификации элементарных частиц, было проведено в ряде работ Швингера. Хотя в первой статье [25], носившей предварительный характер, автор считает симметричным взаимодействие барионов с K-мезонами, а взаимодействие пионов — вносящим асимметрию, в дальнейших работах Швингер [21] использует идею глобальной симметрии и строит динамическую теорию частиц, включая лептоны, систематически применяя факт уменьшения симметрии при включении все более слабых взаимодействий. Остановимся на основных соотношениях теории Швингера.

Будем описывать все частицы многокомпонентным эрмитовым полем χ, которое разбивается на ферми-поле ψ и бозе-поле φ. Бросается в глаза тот факт, что величина спина известных в настоящее время частиц ограничена значениями $^1/_2$ для фермионов и 0 и 1 для бозонов, причем в сильных взаимодействиях участвуют частицы с минимальным спином: $^1/_2$ и 0.

Швингер считает, что бозе-поля со спином 1 представляют существенно другое семейство частиц, в которое, в частности, входит фотон.

Существование внутренних степеней свободы выражается в дополнительном увеличении компонент каждого из полей ψ и φ. Показывается, что, несмотря на различия в трехмерной интерпретации барионов (N и Ξ относятся к представлению трехмерной группы изотопических вращений $T=1/2$, а Λ и Σ — к представлению $T=0, 1$, соответственно), существует возможность дать их объединенное описание в рамках 4-мерного эвклидова внутреннего пространства. В самом деле, одни и те же матрицы T_α ($\alpha=1, 2, 3, 4$) четырехмерных вращений можно рассматривать относящимися как к представлениям $T=0, 1$, так и к представлениям $T=1/2$; в этом смысле говорят, что четырехмерное описание реализует объединяющую симметрию для представлений $T=1/2$ и $T=0,1$ трехмерных групп вращения.

Затем, исходя из идеи глобальной симметрии пион-барионного взаимодействия, Швингер указывает, что нуклонный заряд N есть общее свойство барионов, не зависящее от значения их изоспина, а пионное поле является динамическим агентом, определяющим нуклонный заряд. Лагранжиан пион-барионного взаимодействия тогда имеет вид

$$L_\pi = g_\pi \varphi_{(1)} \cdot \frac{1}{2} \left\{ \psi_{\left(\frac{1}{2}\right)} \beta\gamma_5 \nu\tau\psi_{\left(\frac{1}{2}\right)} + \psi_{(0)}\beta\gamma_5 i\nu\psi_{(1)} - \right.$$
$$\left. - \psi_{(1)}\beta\gamma_5 i\nu\psi_{(0)} + \psi_{(1)}\beta\gamma_5\nu\frac{1}{i}\cdot\psi_{(1)} \right\}, \qquad (3,6)$$

где $\varphi_{(1)}$ — *пионное поле*, $\psi_{(i)}$ — *барионные поля*, *индекс* (i) *указывает* представление 3-мерной группы изотопических вращений, β и γ_5 — матрицы Дирака, относящиеся к обычному пространству, τ — изотопическая матрица, ν — матрица нуклонного заряда N (напомним, что спиноры ψ вещественны):

$$\nu = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \qquad (3,7)$$

Пионное поле $\varphi_{(1)}$ в (3,6) описывается самодуальным антисимметричным тензором (возможность, впервые указанная Саламом и Мэтьюсом[42]):

$$\varphi_{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & -i\pi_3 & i\pi_2 & 0 \\ i\pi_3 & 0 & -i\pi_1 & 0 \\ -i\pi_2 & i\pi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (3,8)$$

Разница между барионами с целым и полуцелым изоспином вносится взаимодействием барионов с K-мезонами, которое, кроме того, согласно Швингеру, нарушает 4-мерную симметрию в представлениях $\psi_{(1/2)}$ и $\psi_{(0,1)}$ и приводит, таким образом, к разнице масс между зарядовыми мультиплетами.

Динамическая роль электромагнитного поля состоит в сокращении трехмерной симметрии до двухмерной, причем имеет место общее соотношение

$$Q = T_3 + \frac{1}{2} Y, \qquad (3,9)$$

где Y - гиперзаряд, численно совпадающий с изочетностью U. Нетрудно показать, что электромагнитные взаимодействия инвариантны относительно отражения заряда

$$R_Q^{-1} Q R_Q = \quad Q, \qquad (3.10)$$

где R_Q — унитарный оператор отражения заряда, равный

$$R_Q = R_N e^{i\pi\left(T_3 - \frac{1}{2}Y\right)}. \tag{3,11}$$

Здесь R_N — унитарный оператор отражения нуклонного заряда ($R_N^2 = +1$). При этом вместе с изменением знака Q меняется знак N и Y.

Взаимодействия, включающие лептоны, обладают более низкой симметрией, чем рассматривавшиеся выше. Поэтому для описания лептонов Швингер предлагает представление $T = 1$ трехмерной группы вращений, объединяя лептоны в зарядовый триплет. При этом

$$Q = T_3 \tag{3,12}$$

с собственными значениями 1, 0, -1.

По аналогии с нуклонным зарядом N, вводится лептонный заряд L, который изображается матрицей

$$\lambda = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \tag{3,13}$$

Лептонный заряд (лептонное число) впервые был введен Конопинским и Махмудом [43], которые показали, что если считать μ^+, ν, e^- лептонами ($L = +1$), а μ^-, $\tilde{\nu}$, e^+ — антилептонами ($L = -1$), то можно, постулируя сохранение числа лептонов, наложить запрет на все наблюдаемые реакции с участием лептонов (например, $\mu^+ \to e^+ + e^+ + e^-$ и т. п.), тогда как все наблюдаемые реакции оказываются разрешенными. Заметим, что теория двухкомпонентного нейтрино несовместна с таким определением лептонов и антилептонов (в самом деле, по этой теории $\mu^+ \to e^+ + \nu + \tilde{\nu}$).

Существующая симметрия между тяжелыми бозонами и барионами в их изосвойствах приводит к мысли о существовании семейства бозонов, осуществляющего представление $T = 1$ трехмерной группы вращений. Исключительное положение фотона в рассматриваемой классификации и формальная возможность отождествить его с третьей компонентой трехмерного изовектора содержит возможный ответ. Таким образом, приходим к понятию семейства бозонов со спином 1, состоящего из фотона ($m = 0$, $Q = 0$) и двух заряженных векторных частиц $Z_\mu^\pm$, имеющих отличную от нуля массу покоя.

Поскольку заряженные Z-частицы играют роль партнеров электромагнитного поля, Швингер, а также Салам и Ворд [44] считают, что константа взаимодействия Z-частиц с фермионами является универсальной электромагнитной связью $e^2/\hbar c$. Если это так, то связь с заряженным Z-полем приведет к дальнейшему сокращению внутренней симметрии, что позволит, вероятно, описать общий механизм слабых взаимодействий через промежуточную гипотетическую заряженную Z-частицу. Такое взаимодействие должно иметь еще меньшую симметрию, чем электромагнитное; оно будет нарушать инвариантность относительно отражения электрического заряда R_Q (3,11), хотя будет инвариантным при двухмерных изотопических вращениях (сохранение Q).

Исследуя взаимодействия лептонов с $Z^\pm$-частицами, нарушающими инвариантность относительно R_Q, Швингер показал, что такие взаимодействия автоматически должны нарушать инвариантность относительно пространственных отражений R_S:

$$L_{Zl} = g_Z Z^\mu \psi_l \beta \gamma_\mu (t - i\gamma_5 \{t_3, t\}_+) \psi_l. \tag{3,14}$$

Здесь $t = t_1$ или t_2; $Z^\mu = Z_1^\mu$ или Z_2^μ, соответственно $(Z_{1,2}^\mu = (Z^+ \pm iZ^-)/\sqrt{2})$, t_i $(i = 1, 2, 3)$ — изотопические матрицы 3×3, а ψ_l — волновая функция лептона.

Легко видеть, что L_{Zl} инвариантен относительно произведения

$$R = R_s R_Q, \tag{3,15}$$

т. е. относительно комбинированной четности [45].

Аналогичное соотношение было установлено также несколько ранее в нашей с Г. А. Соколиком работе [46], исходившей из представления совместного описания обычного и изотопического пространств, вплоть до вывода о возможных переходах из одного пространства в другое. Близкие идеи о связи внутренних (изотопических) свойств с обычными «внешними» развивали также Юкава [47], Пайс [48], Вижье [49], Райский [50].

Чтобы обеспечить равенство нулю массы нейтрино, нужно потребовать инвариантность относительно преобразования

$$\psi_l \to [1 + i\delta\varphi\,((1 - t_3^2)\, i\gamma_5 - t_3)]\, \psi_l, \tag{3,16}$$

которое является обобщением преобразования Салама — Тушека [51, 52, 53] на все семейство лептонов. Эта инвариантность приводит к сохранению так называемого нейтринного заряда n, которому соответствует ток

$$j_n^\mu = \frac{1}{2}\, \psi_l \beta\gamma^\mu\, ((1 - t_3^2)\, i\gamma_5 - t_3)\, \psi_l. \tag{3,17}$$

При этом нейтринный заряд μ-мезона и электрона имеет знак, противоположный знаку электрического заряда, а нейтринный заряд нейтрино изображается матрицей γ_5, собственные значения которой имеют смысл проекции спина вдоль направления движения нейтрино. Таким образом, нейтрино с $n = +1\,(-1)$ можно рассматривать как правополяризованное (левополяризованное) нейтрино. В процессах рождения пар лептонов с участием заряженного Z-поля нейтринный заряд сохраняется. Поэтому положительно заряженный лептон рождается с правополяризованным нейтрино, отрицательно заряженный — с левополяризованным нейтрино.

Закон сохранения нейтринного заряда совершенно независим от сохранения лептонного заряда (см. также Паули [54]), например, нейтрино $(L = +1)$ может сопровождать как позитрон, так и μ^--мезон. Таким образом,

$$Z^+ \longleftrightarrow \mu^+ + \tilde{\nu}_R \quad \text{или} \quad e^+ + \nu_R, \tag{3,18а}$$

$$Z^- \longleftrightarrow \mu^- + \nu_L \quad \text{или} \quad e^- + \tilde{\nu}_L, \tag{3,18б}$$

где индексы L и R означают соответственно левую или правую поляризации. Подобная теория нейтрино развивалась также Нишиджимой [55]. Эта теория оказывается не совпадающей с двухкомпонентной теорией. Из сохранения лептонного и нейтринного зарядов следует, что

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_R + \nu_L, \tag{3,19а}$$

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \tilde{\nu}_R + \tilde{\nu}_L. \tag{3,19б}$$

Аналогично можно построить взаимодействие заряженных Z-частиц с барионами:

$$L_{ZN} = \frac{1}{\sqrt{2}} g_Z Z^\mu \cdot \frac{1}{2}\, \psi\beta\gamma_\mu \left(\tau - i\gamma_5 \left\{ \frac{\tau_3 - \zeta_3}{2},\ \tau \right\}_+ \right) \psi. \tag{3,20}$$

Таким образом, заряженные Z-частицы осуществляют связь лептонных пар с барионными, играя роль промежуточных бозонов, рассматривавших ся в ряде других работ (см. п. 7).

Из предыдущего рассмотрения следует, что классификация барионов и мезонов по Швингеру не отличается от классификации д'Эспанья—Прентки, хотя следует отметить, что пионы могут быть введены в эту схему двумя альтернативными способами: либо как самодуальный антисимметричный тензор (3,8), либо как 4-вектор (зарядовый триплет π и зарядовый синглет σ). Тем самым в рассматриваемой схеме предсказывается новый нейтральный бозон с $\mathbf{T}=0$ и $S=0$. Классификацию лептонов и семейства Z-частиц можно представить в виде табл. III.

Таким образом, мы имеем перед собой любопытную попытку динамического описания всех известных элементарных частиц, причем схема предсказывает три новые частицы: σ-мезон, Z^+- и Z^--частицы. Более того, Швингер считает возможным включить в данную схему также взаимодействие с гравитационным полем, что, по его мнению, должно привести к еще более низкой симметрии чем симметрия слабых взаимодействий.

6. Фундаментальная симметрия

Как уже было сказано выше, в первой статье [25], посвященной динамической теории элементарных частиц, Швингер ввел представление о симметричном взаимодействии барионов с K-мезонами в рамках 4-изопространства. Взаимодействие барионов с пионами вносит преимущественное направление в одном из трехмерных подпространств, тем самым нарушая четырехмерную изосимметрию барионов; соответствующее инвариантное свойство, связанное с вращением вокруг преимущественной оси, аналогично введению электрического заряда Q, позволяет ввести нуклонный заряд N, равный $+1$ для барионов, -1 для антибарионов и 0 для мезонов. Развивая эту аналогию, Швингер указывает, что K-мезоны обладают аналогичным свойством типа заряда, который динамически реализуется связью с полем пионов. Таким образом, вводится гиперзаряд Y, причем $Y=+1$ для K^+, K^0 и $Y=-1$ для K^-, $\widetilde{K}^0$. Барионы, имеющие изоспин $\mathbf{T}=1/2$, также обладают гиперзарядом. Хотя приведенная классификация, по существу, не отличается от классификации д'Эспанья—Прентки, однако следует подчеркнуть, что Швингер трактует гиперзаряд с динамической точки зрения (как следствие взаимодействия пионов с K-мезонами), а не с геометрической (изочетность U в (2,4) определялась как операция отражения в трехмерном изопространстве).

Идея фундаментального барион — K-мезонного взаимодействия получила дальнейшее развитие в работе Тиомно [24], который, кроме того, использовал весьма общее 7-мерное вспомогательное пространство (см. также [57]), описывающее внутренние свойства частиц. Эмпирической основой при этом служит замечание, что сопоставление полуцелого изоспина K-мезонам, с одной стороны, и целого изоспина Λ- и Σ-гиперонам, с другой, представляющее основу классификации Г.-М. — Н., не является единственно возможным, но вытекает из соотношения

$$Q=T_3+\frac{Y}{2}. \tag{3,21}$$

Оказывается возможной альтернативная схема, исходящая из соотношений

$$Q=I_3+J_3, \tag{3,22}$$

$$Y=J_3-J'_3, \tag{3,23}$$

где I_3, J_3 и J'_3 — новые квантовые числа. Из целочисленности Q и Y следует, что I_3, J_3 и J'_3 должны быть полуцелыми или целыми одновременно. Отсюда следует таблица классификации IV.

Затем Тиомно переходит к математическому обоснованию предложенной им эмпирической схемы, аналогично исследованию д'Эспанья — Прентки по отношению к феноменологической схеме Г.-М. — Н. Поскольку каждое из чисел I_3, J_3 и J'_3 принимает (для барионов) по два значения $\pm {}^1/_2$, то их неприводимое представление будет задано 8×8 матрицами. Поэтому волновая функция барионов должна иметь 8 компонент, что совпадает с числом известных барионов: N, Ξ, Λ Σ. Как известно, восьмикомпонентные спиноры соответствуют 7-мерному пространству [8], которое строится как прямая сумма 3-мерного изопространства и 4-мерного пространства гиперзаряда. Обозначая вектор гиперспина

$$\mathbf{J} = (M_{23}, M_{31}, M_{12}), \tag{3,24}$$

имеем

$$J_3 = \frac{1}{i} M_{12}, \quad J' = \frac{1}{i} M_{31}. \tag{3,25}$$

Требование инвариантности всех вращений в 7-мерном пространстве, вообще говоря, пока что не нужно, так как оно приводит к предсказанию трех новых частиц — партнеров K-мезонов, до сих пор не наблюдавшихся. Поэтому Тиомно требует инвариантность относительно независимых вращений в 3-мерном изопространстве (сохранение I_3) и в 4-мерном гиперпространстве (сохранение J_3 и J'_3). При этом мезоны описываются тензором

$$B^{r_1 \ldots r_m}_{\lambda_1 \ldots \lambda_n} \quad (r_i = 1, 2, 3; \quad \lambda_i = 1, 2, 3, 4) \tag{3,26}$$

ранга m в изо- и ранга n в гиперпространстве. Как известно из теории представлений группы вращений, максимальными собственными значениями I_3 и J_3 (или J'_3) будут, соответственно, m и n. Из условия, что максимальный электрический заряд равен 1, имеем

$$m + n = 1.$$

Таким образом, для мезонов имеются две возможности:

а) $m = 1$, $n = 0$ (изоспин 1),

б) $m = 0$, $n = 1$ (гиперспин 1).

Первый случай соответствует пионам, второй — K-мезонам. В самом деле, известно, что пионы образуют три зарядовых состояния, а четыре зарядовых состояния K-мезонов предлагается сейчас описывать эрмитовым гипервектором:

$$\mathcal{K}_\mu = \begin{pmatrix} \mathcal{K}_1 \\ \mathcal{K}_2 \\ \mathcal{K}_3 \\ \mathcal{K}_4 \end{pmatrix}.$$

Гамильтониан взаимодействия барионов и K-мезонов записывается в виде

$$H_K = g\mathcal{K}^\mu \bar{\psi} \Gamma_\mu \psi, \tag{3,27}$$

где Γ_μ ($\mu = 1, \ldots, 4$) — матрицы, действующие на гиперзарядовые компоненты барионного поля ψ и коммутирующие с изоспиновыми матрицами. Кроме того,

$$\Gamma_\mu \Gamma_\nu + \Gamma_\nu \Gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}. \tag{3,28}$$

Как замечает Тиомно, указанные выше рассуждения основаны на более широкой группе преобразований, чем применявшаяся д'Эспанья — Прентки. В самом деле, только выбирая некоторое определенное представление Γ^{μ} и записывая затем $\mathscr{K}^{\mu}\Gamma_{\mu}$ в виде изоспиноров, можно получить гамильтониан

$$H_K = g\,[\bar{N}\,(\Lambda + i\boldsymbol{\Sigma\tau})\,K + \bar{\Xi}\,(\Lambda + i\boldsymbol{\Sigma\tau})\,K'] + \text{э. с.}, \tag{3,29}$$

где

$$K = \begin{pmatrix} K^{+} \\ K^{0} \end{pmatrix}; \quad K' = \begin{pmatrix} -K^{0*} \\ K^{-} \end{pmatrix}, \tag{3,30}$$

который формально совпадает с гамильтонианом (2,6) д'Э.- П.[7] и Салама[14] в части, касающейся взаимодействия с K-мезонами.

Схема Тиомно симметрична относительно всех барионов, пока не введены электромагнитное и пионное взаимодействия: первое вводит выделенное направление в изопространстве (разница масс между заряженными и нейтральными компонентами данного зарядового мультиплета), второе приводит к выделенному направлению в гиперзарядовом пространстве (разница масс между различными зарядовыми мультиплетами).

Довольно изящная математическая интерпретация схемы Тиомно была развита в статье Фейнберга и Гюрши[26]. Вращение в 4-гиперзарядовом пространстве можно представить в виде произведения двух коммутирующих 3-мерных вращений:

$$\text{(I)} \quad \psi \to \exp\left\{\frac{1}{2}\,i\,(1+\Gamma_5)\,\boldsymbol{\Sigma u}\right\}\psi, \tag{3,31}$$

$$\text{(II)} \quad \psi \to \exp\left\{\frac{1}{2}\,i\,(1-\Gamma_5)\,\boldsymbol{\Sigma u}\right\}\psi, \tag{3,32}$$

где

$$\Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\,(\Gamma_{\mu}\Gamma_{\nu} - \Gamma_{\nu}\Gamma_{\mu}).$$

Легко видеть, что преобразование

$$\text{(III)} \quad \psi \to a\psi + ib\Sigma_2\psi^{*}, \quad |a|^2 + |b|^2 = 1, \tag{3,33}$$

коммутирует с (I) и (II). Оно представляет собой аналог преобразования Паули — Гюрши[54, 56] для случая 4-мерного эвклидова пространства, будучи изоморфно 3-мерным вращениям. Таким образом, схема Тиомно может быть описана в рамках 4-мерного внутреннего пространства.

В ряде работ Даллапорта с сотрудниками, характеризуемых отходом от идей уравнительной «генеральной» симметрии барион — пион — каон-взаимодействия, сделана попытка качественно объяснить наблюдаемый спектр масс барионов, исходя из 7-мерного внутреннего пространства Тиомно. Как было показано в [58, 59], в 4-мерном гиперпространстве можно ввести две группы 3-мерных генераторов вращения: $\mathbf{Y}$ — гиперзарядовый спин и $\mathbf{Z}$ — гиперспиновое число, причем имеет место следующая связь Y_3 и Z_3 с квантовыми числами J_3 и J_3' Тиомно:

$$J_3 = Y_3 + Z_3, \quad J_3' = Y_3 - Z_3 \tag{3,34}$$

(см. табл. IV).

Барион — K-мезонное взаимодействие гиперзарядово-независимо, т. е. сохраняются как $\mathbf{Y}$, так и $\mathbf{Z}$; пион-барионное взаимодействие зарядово-независимо (в смысле дублетного приближения, где все барионы имеют изоспин, равный ($^1/_2$), т. е. сохраняется $\mathbf{I}$. Таким образом,

$$L = L_K + L_{\pi} = iF\sum_{k=1}^{4} \mathrm{X}\Omega_k G_5^{k+1}\mathrm{X}\Phi_k + ig\sum_{j=1}^{3} \mathrm{X}T_j G_5^{j+1}\mathrm{X}\pi_j, \tag{3,35}$$

где Ω_k и T_j — операторы, действующие соответственно на гиперзарядовые и изоспиновые координаты 32-компонентного спинора X, описывающего барионы; G_5 — 32×32 матрица, обобщающая на этот случай обычную матрицу Дирака γ_5. Вводя вместо Ω_k матрицы Ω'_k:

$$\Omega'_k = \begin{cases} -i\Omega_{k+1}\Omega_5 & \text{для } k=1,\,3, \\ i\Omega_{k-1}\Omega_5 & \text{для } k=2,\,4, \end{cases}$$

получим новый лагранжиан барион — K-мезонного взаимодействия, который в комбинации L_k нарушает 4-мерную симметрию гиперзарядового пространства и может привести к разнице масс N и Ξ [49, 59]:

$$\overline{L}_k = \sum_{k=1}^{4} \mathrm{X}\,(iF\Omega_k + iF'\Omega'_k G_5)\, G_5^{k+1} \mathrm{X}\Phi_k. \tag{3,36}$$

В самом деле, константа K-связи теперь будет $F-F'$ для N и $F+F'$ для Ξ; тем самым $\mathbf{Y}$ не будет уже сохраняться, и константами движения будут Y_3 и $\mathbf{Z}$.

В недавней работе Даллапорта и Пандита [60] делается попытка объяснить разницу масс Λ и Σ, благодаря чему вместо двух дублетов Гелл-Манна получается синглет Λ и триплет Σ. Это достигается введением лагранжиана взаимодействия, в котором фиктивные нейтральные частицы Y^0 и Z^0, в противоположность предыдущему формализму, входят симметричным образом. Иначе говоря, предлагается взять линейную комбинацию старого лагранжиана L_π и нового лагранжиана L'_π, в котором $Y^0 \longleftrightarrow Z^0$,

$$\overline{L}_\pi = L_\pi + bL'_\pi,$$

где b — вещественная константа. Тогда оказывается, что результирующий лагранжиан имеет в точности форму (2,6). Однако вместо восьми констант связи сейчас вводится всего четыре параметра; g, F, F' и b: Связь между константами обеих теорий видна из следующих равенств.

$$\left.\begin{aligned} & g_1 = g_2 = g_3 = g, \\ & \frac{g_3}{g} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_4}{f_3} = \frac{b-1}{b+1}, \\ & \frac{f_3}{f_1} = \frac{f_4}{f_2} = \frac{F'+F}{F'-F}\,. \end{aligned}\right\} \tag{3,37}$$

В лагранжиане $\overline{L}_\pi$ связь Σ-гиперона с π-полем пропорциональна $(1+b)$, тогда как связь Λ-гиперона с π-полем — $(1-b)$. Это обстоятельство, по мнению авторов, должно привести к различным массам Σ и Λ.

Полный лагранжиан взаимодействия барионов с K- и π-полями оказывается инвариантным относительно вращений в 3-мерном «эффективном» изопространстве, т. е. сохраняется только «эффективный» изоспин $\mathbf{T}$:

$$\mathbf{T} = \mathbf{Z} + \mathbf{I}, \tag{3,38}$$

который совпадает с обычным изоспином д'Эспанья — Прентки. Кроме того, будет сохраняться Y_3. Серия работ Даллапорта с сотрудниками интересна, в частности, отражением эволюции взглядов, связанных сначала со стремлением к фундаментальной и даже генеральной симметрии, а затем некоторым отходом от нее.

Остановимся теперь на работах Сакураи, в которых автор детально развил идеи [25] симметричного барион — K-мезонного взаимодействия (фундаментальная или «космическая», по терминологии автора, симметрия).

Сакураи [31] проводит параллель между электромагнитной и пионной связью, с одной стороны, и между пионной и K-мезонной связью, с другой. Электромагнитная связь не допускает процессов с изменением электрического заряда участвующих во взаимодействии частиц, тогда как пионная связь может привести к такому изменению; подобно этому пионная связь не может изменить гиперзаряда взаимодействующих частиц, в то время как при K-связи такое изменение имеет место. $\pi - B$-взаимодействие является зарядово-независимым и, следовательно, обладает соответствующей внутренней симметрией, которая нарушается электромагнитным взаимодействием. Аналогично, можно ожидать, что K-связь более симметрична, чем π-связь, и последняя нарушает эту высшую степень симметрии. С этой точки зрения K-связь не различает B с различными значениями гиперзаряда ($Y = +1, 0, -1$), а также K- и анти-K-мезоны ($Y = +1, -1$, соответственно); точно так же как π-связь зарядово-независима, можно сказать, что K-связь гиперзарядово-независима.

Соответствующий гамильтониан для K-связи имеет вид

$$H_k = \sqrt{2}\, G_k\, [\overline{N}YK^0 + \overline{N}ZK^+ \pm (\overline{\Xi}Y\widetilde{K}^+ - \overline{\Xi}Z\widetilde{K}^0)] + \text{эрм. сопр.}, \tag{3,39}$$

где $Y = \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ Y^0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} Z^0 \\ \Sigma^- \end{pmatrix}$ — так называемые дублеты «первого рода» (см. (3,1)).

Подробно рассматривая теоретические и экспериментальные аргументы, из которых исходит модель глобальной симметрии, Сакураи заключает, что пока еще эти аргументы не позволяют сказать ничего определенного в ее пользу. Более того, расчет разницы масс $\Xi^- - \Xi^0$ гиперонов [37], основанный на модели глобальной симметрии, дает неправильный знак, в то время как соответствующий расчет из модели фундаментальной симметрии дает правильный знак разницы масс, причем

$$m_{\Xi^-} - m_{\Xi^0} \simeq 3m_e.$$

Гамильтониан взаимодействия пионов с барионами строится таким образом, чтобы $\pi - B$-взаимодействие нарушало 4-мерную симметрию барионов. Имеется два возможных варианта $N - \pi$- и $\Xi - \pi$-взаимодействий, симметричных относительно N и Ξ:

$$(\overline{N}\boldsymbol{\tau}N + \overline{\Xi}\boldsymbol{\tau}\Xi)\,\boldsymbol{\pi} \quad \text{и} \quad (\overline{N}\boldsymbol{\tau}N - \overline{\Xi}\boldsymbol{\tau}\Xi)\,\boldsymbol{\pi}.$$

Симметрия между N и Ξ нарушится, если считать, что оба эти взаимодействия имеют место одновременно. В таком случае оказывается, что Ξ-поле не связано непосредственно с пионным полем ($g^2_{\Xi\pi} = 0$).

Это обстоятельство привело Сакураи в [37] к интересному предсказанию, что аномальный магнитный момент Ξ-гиперонов равен нулю:

$$\mu(\Xi^0) = \mu(\Xi^-) = 0.$$

Иначе обстоит дело с нарушением симметрии между дублетами Y и Z. В этом случае нужно, чтобы взаимодействие с π-полем привело к триплету Σ и синглету Λ. Учитывая малую разность масс $\Lambda - \Sigma$, Сакураи считает, что $g_{\Lambda\Xi\pi}$ и $g_{\Sigma\Sigma\pi}$ одинаковы по величине. В случае $g_{\Lambda\Sigma\pi} = g_{\Sigma\Sigma\pi}$ будет иметь место 4-мерная симметрия; поэтому берется $g_{\Lambda\Sigma\pi} = -g_{\Sigma\Sigma\pi}$. При этом предположении Λ и Σ следует сгруппировать в дублеты «второго рода»:

$$V = \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ -Z^0 \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} Y^0 \\ \Sigma \end{pmatrix}. \tag{3,40}$$

То обстоятельство, что K-связь и π-связь осуществляют различную 4-мерную симметрию для барионов с $Y=0$, впервые было замечено Швингером [21].

Таким образом, $\pi - B$-взаимодействие характеризуется двумя константами $g_{N\pi}$ и $g_{\Lambda\Sigma\pi} = -g_{\Sigma\Sigma\pi}$. В этом смысле модель фундаментальной симметрии соответствует требованию минимального числа констант [61].

В дальнейшем Сакураи [31, 32] делает предположение о возможной связи между всеми константами $\pi - B$-взаимодействия, вводя в некотором роде «квантование констант связи»: для Ξ $(S=-2)$ эта константа равна нулю, для Λ и Σ $(S=-1)$ — константа умеренной силы и, наконец, самая сильная константа — для N $(S=0)$. Подобные соображения ведут к идее Швингера [25], что величина эффективного «заряда» $\pi - B$-взаимодействия дается значением $Y+B=2B+S$. Если принять подобное предположение, то лагранжиан для π-связи будет иметь вид

$$L_\pi = g_\pi \left[\bar N \tau N \pi + \frac{1}{2} \bar\Sigma \times \Sigma\pi - \frac{1}{2} (\bar\Lambda \Sigma\pi + \bar\Sigma \Lambda\pi) \right]. \tag{3,41}$$

в. Генеральная симметрия

Рассмотрим работы, в которых на базе генеральной симметрии вводится универсальное взаимодействие между барионным полем и общим π- и K-мезонным полем.

В статье Фейнберга — Гюрши [26] вводится общее 32-компонентное B-поле

$$B = B(p,\ n,\ \Sigma^+,\ Y^0,\ -Z^0,\ -\Sigma^-,\ -\Xi^0,\ -\Xi^-),$$

внутренние вращения которого записываются в виде

$$B = B \exp\left[i(\sigma\mathbf{I} + \varrho\mathbf{J}' + \xi\mathbf{J})\right],$$

где σ, ϱ, ξ — коммутирующие между собой 8×8 матрицы вращения. Таким образом, каждый барион можно связать с определенными значениями I-спина, J-спина и J'-спина, введенных Тиомно [24]. Можно ввести три операции отражения, изменяющие знак одного из этих спинов:

$$S_Q: (I_3,\ J_3,\ J'_3) \to (-I_3,\ J_3,\ J'_3), \tag{3,42а}$$

$$S^{s_1}: (I_3,\ J_3,\ J'_3) \to (I_3,\ -J_3,\ J'_3), \tag{3,42б}$$

$$S^{s_2}: (I_3,\ J_3,\ J'_3) \to (I_3,\ J_3,\ -J'_3). \tag{3,42в}$$

Эти отражения являются естественным обобщением операции зарядовой симметрии для нуклонов, для которых

$$S_Q: \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \tau_1.$$

В самом деле, S_Q соответствует симметричному взаимодействию барионов с пионами, S^{s_1} и S^{s_2} с K-мезонами.

Лагранжиан взаимодействия полей B, π, K, инвариантный относительно преобразований (3,42), будет иметь вид

$$L = L_\pi + L_k = Tr\,\{G_\pi \gamma_5 B \Pi B^+ \gamma_4 + G_k \gamma_5 B K B^+ \gamma_4 + \text{эрм.сопр.}\}, \tag{3,43}$$

где Π, K-пионная и K-мезонная, соответственно, 8×8 матрицы (см. также [62]), причем пионы и K-мезоны являются компонентами 7-вектора.

В данной связи обратим внимание на недавние исследования Сурьо[27], Умезава и Висконти[28], которые, развивая соображения, по существу совпадающие с предыдущими принципами «генеральной» симметрии, приходят в конце концов к лагранжиану вида

$$L = g\overline{\Psi}\gamma_5\Gamma_j\Phi_j\Psi \qquad (j = 1, \ldots, 7), \tag{3,44}$$

где матрицы Γ_j, обобщающие матрицы Дирака для данного случая, порождают соответствующую группу Клиффорда.

Поскольку лагранжиан (3,43) описывает полностью симметричное взаимодействие барионов с π- и K-мезонами, для получения разности масс барионов приходится вводить дополнительные взаимодействия специального типа, разрушающие эту генеральную симметрию. Укажем на предположение Пайса[61], что K^+- и K^0-мезоны имеют различную относительную четность, ввиду чего взаимодействие между ними типа

$$\overline{K^+}K^0\pi^+ + \text{эрм. сопр.} \tag{3,45}$$

внесет асимметрию в лагранжиан (3,43); однако подобное предположение приводит к большей разнице масс между K^+ и K^0.

Со своей стороны, Фейнберг — Гюрши подробно исследовали разнообразные виды взаимодействий типа $K^2\pi^2$ и B^2K^2, которые предлагались ранее различными авторами[40,41], и нашли, что только взаимодействие типа

$$L_A = \sum_{i=1}^{4} \overline{N}_i\tau(a + b\gamma_5)N_i\overline{K}\tau K \tag{3,46}$$

(N_i — известные дублеты Гелл-Манна (3,1), a и b — произвольные действительные числа) приводит к расщеплению масс барионного сверхмультиплета.

Заканчивая краткое изложение работ, посвященных классификации частиц на базе глобальной, фундаментальной и генеральной симметрии следует признать, что, как справедливо отмечается в статьях различных авторов вплоть до начала 1960 г., в настоящее время еще нет окончательных аргументов в пользу того или иного типа симметрии. Однако наиболее общая и, если угодно, наиболее изящная генеральная симметрия, по-видимому, оказывается слишком уравнительной и не удовлетворяет ряду экспериментальных данных.

4. АНОМАЛЬНЫЕ СПИНОРЫ И БОЗОНЫ

Сейчас мы изложим попытки описать внутренние (изотопические) свойства частиц, оставаясь *в рамках обычного пространства, но привлекая* неиспользованные ранее возможности различного поведения спиноров при инверсиях. В самом деле, известно, что, определяя повторную *инверсию как тождественное преобразование, получаем для оператора* инверсии значения $I = \pm 1$, если же определить повторную инверсию как поворот на 2π, то получим по формулам преобразования спиноров при *вращениях, что спинор при этом умножается на* -1, т. е. отдельная инверсия будет соответствовать умножению на $I = \pm i$. Таким образом, вообще говоря, имеем при инверсии всех трех пространственных осей

$$\psi' = \varrho_s\gamma_1\psi \tag{4,1}$$

и при инверсии времени

$$\psi' = \varrho_t\gamma_1\gamma_2\gamma_3\psi, \tag{4,2}$$

где ϱ_s и ϱ_t независимо могут принимать значения ± 1 и $\pm i$. Подобное различие в поведении спиноров было впервые рассмотрено Янгом и Тиомно[63] (см. также[64]), которые предложили рассматривать классы спиноров A, B, C, D ($\psi^A, \psi^B, \psi^C, \psi^D$) в соответствии со значениями $\varrho_s = +1$, -1, $+i, -i$. Обобщение на случай временных отражений было сделано в[65]. Удобно ввести очевидные обозначения: ψ^{AA}, ψ^{AB} и т. д. Важно отметить, что отличие спиноров различных классов является лишь относительным и существует только в присутствии обоих полей; следует также иметь в виду, что наличие коэффициентов ± 1, $\pm i$ соответствует представлениям группы Лоренца, по-разному дополненной.

Используя классы A, B, C, D, было предложено[63] сопоставить различным частицам индивидуальные спиноры: электрону и μ-мезону — спинор D, нейтрино — спинор C, протону и нейтрону — соответственно спиноры A и B.

Эти идеи были развиты Марианашвили[65] и позднее Гюрши[66], указавшими, что билинейные комбинации спиноров, и тем самым функции бозонов в духе метода слияния, можно образовывать, беря спиноры существенно различных классов, например, $\psi^A \psi^C$; тогда мы приходим к бозонам, умножающимся при инверсии координат на $\pm i$, а не на ± 1, как в случае скаляров и псевдоскаляров. Естественным образом предлагается сопоставить подобным бозонам с мнимой пространственной четностью K-мезоны. В классификации Гюрши различные барионы, в том числе гипероны характеризуются классами A, B, C, D и тем самым странность связывается с пространственной четностью P. Следует отметить, что Янг, Тиомно[63] и Гюрши[66] используют для классификации частиц только различие спиноров по пространственной четности.

В дальнейшем, главным образом в работах советских авторов (работы Д. Иваненко с А. М. Бродским и Г. А. Соколиком и математические исследования группы И. М. Гельфанда), было обращено внимание на возможность введения новых, так называемых «аномальных», типов спиноров, еще более глубоко различающихся при инверсиях от обычных («нормальных») спиноров, благодаря использованию допустимого добавочного множителя γ_5[67, 68].

Для получения аномальных спинорных представлений группы Лоренца следует обратить внимание на следующую теорему[69]. Пусть I_{4j} являются операторами вращения в обычном пространстве, где j нумерует одну из пространственных осей, а P — оператором инверсии всех трех координат, T — оператором инверсии временно́й оси. Тогда, как легко видеть,

$$\{T_{4j}, P\} = \{I_{4j}, T\} = 0$$

и, кроме того,

$$[P, I_{ij}] = [T, I_{ij}] = 0.$$

Эти соотношения можно одновременно рассматривать как условия для определения представления P, T. Рассматриваемая теорема заключается в констатации факта, что указанным соотношениям можно удовлетворить либо коммутирующими (аномальными) представлениями P, T

$$P'T' = T'P', \tag{4,3}$$

либо антикоммутирующими (обычными нормальными) представлениями

$$PT = TP. \tag{4,4}$$

Сказанное выше можно пояснить наглядным образом, рассматривая различные инверсии в случае вектора, компоненты которого образованы, как обычно, билинейным образом из спиноров. Тогда оказывается, что инверсию в случае вектора можно получить, беря не только обычные нормальные преобразования спиноров

$$(x'_{1,2,3}\to -x_{1,2,3}): \psi' = P\psi, \text{ где } P=\gamma_4,$$
$$(t'\to -t): \psi' = T\psi, \text{ где } T=\gamma_1\gamma_2\gamma_3,$$

но также аномальные преобразования P' и T, при которых либо $P'=P$, а $T'=iP$, либо $P'=iT$, $T'=T$. Следовательно, инверсия всех четырех координат, равная γ_5 в нормальном случае, в аномальном случае равна i. Отсюда видно, что в нормальном случае инверсия всех четырех осей сводится к произведению двух вращений, например, в плоскостях (t, z) и (x, y); с другой стороны, в аномальном случае подобная операция не может быть сведена к 4-мерным вращениям. Следует отметить, что глубокое различие между спинорами в пространствах четного и нечетного числа измерений проявляется в том, что аномальные спиноры могут быть введены только в четномерном пространстве. Любопытно напомнить, что уже основатель теории спиноров Картан [8] коротко указывал на существование двух возможностей при инверсных преобразованиях спиноров, соответствующих наличию дополнительного множителя γ_5 в указанном выше смысле. Вместе с тем, у Картана еще не было различия между нормальными и аномальными спинорами, которое связано с включением множителя γ_5 либо при пространственных, либо при временных инверсиях (А. М. Бродский).

Следует иметь в виду, что аномальные спиноры реализуют представления произведения собственной группы Лоренца на группу инверсий, в то время как под полной группой Лоренца обычно подразумевается собственная группа Лоренца, дополненная инверсией одной или трех осей.

Будем обозначать обычные (нормальные) спиноры через ψ^{11} и ψ^{22} (спиноры I и II рода), аномальные («смешанные») спиноры — через ψ^{12} и ψ^{21} (спиноры III и IV рода). Здесь первый значок вверху относится к пространственным, второй — к временным инверсиям. Тогда имеем:

$$\psi^{11}\to\gamma_5 a_\mu\gamma_\mu\psi^{11} \quad \text{при } P \text{ и } T, \tag{4,5а}$$
$$\psi^{22}\to a_\mu\gamma_\mu\psi^{22} \quad \text{при } P \text{ и } T, \tag{4,5б}$$
$$\psi^{12}\to\begin{cases}\gamma_5 a_\mu\gamma_\mu\psi^{12} & \text{при } P,\\ a_\mu\gamma_\mu\psi^{12} & \text{при } T,\end{cases} \tag{4,5в}$$
$$\psi^{21}\to\begin{cases}a_\mu\gamma_\mu\psi^{21} & \text{при } P,\\ \gamma_5 a_\mu\gamma_\mu\psi^{21} & \text{при } T\end{cases} \tag{4,5г}$$

(a_μ — единичный вектор нормали к гиперповерхности, относительно которой производится отражение).

Кроме того, учитывая возможность дополнительного разделения спиноров на классы A, B, C, D, приходим к 64 взаимно различным типам спиноров [66], которые удобно обозначать, например, через ψ^{1A2D} и т. д. Матрицы преобразований этих спиноров в ряде случаев унитарно эквивалентны и можно говорить только об относительном различии. Однако при учете антилинейных преобразований, связанных с античастичным сопряжением, эквивалентность нарушается.

С точки зрения рассматриваемых соображений наиболее существенным является относительное различие в поведении спиноров при пространственной и временной инверсии. Выше мы охарактеризовали спиноры двумя парами значков a, b и α, β. Индекс a принимал значения 1 (или 2) при наличии (или отсутствии) фактора γ_5 при пространственных инверсиях. Аналогично индекс b характеризовал поведение при временной инверсии. Индексы α, β принимают четыре значения ($+1, 0, +1, +2$) соответственно появлению множителя $(i)^{\alpha}$ при пространственных и множителя $(i)^{\beta}$ при временных инверсиях (классы A, B, C, D). Существенное отличие спиноров характеризуется модулями разностей $(a-b)$ и $(\alpha-\beta)$. Так как для «смешанных» спиноров уравнение Дирака с массой будет инвариантно только относительно сильной инверсии (комбинированной четности) $P^s=PC$, то введем [9] самосопряженные спиноры:

$$\Psi(1)=\frac{1}{2}[(1+\gamma_5)\psi+(1-i\gamma_5)\psi^C], \qquad (4.6a)$$

$$\Psi(2)=\frac{1}{2}[(1-\gamma_5)\psi+(1+i\gamma_5)\psi^C]. \qquad (4,6б)$$

Для характеристики поведения спиноров Ψ при сильных инверсиях P^s и T^s ($T^s=TC$, T - вигнеровская инверсия) достаточно только пары индексов $J=a-\alpha$, $K=b+\beta$. При этом величина

$$N=J-K=(a-b)+(\alpha-\beta) \qquad (4,7)$$

сохраняется по mod 4. Заманчиво сопоставить N — барионному числу, $(a-b)$ - гиперзаряду Y, а разность $(\beta-\alpha)$ — странности, тогда приходим к (2,4):

$$N=Y-S.$$

Следует подчеркнуть, что согласно развиваемой точке зрения, барионное число не сохраняется точно, в противоположность обычному допущению. Конечно, барионное число будет сохраняться с большой вероятностью, поскольку для аннигиляции требуется четыре бариона и этот процесс будет затруднен ввиду других законов сохранения. Недавно, исходя из астрономических соображений, Уилер [10] указал, что наличие довольно резкой верхней границы масс подсказывает возможность аннигиляции нуклонов в космических масштабах.

В свете сказанного естественно попытаться характеризовать лептоны «нормальными» спинорами, сопоставляя частицам e, ν, μ различные множители ± 1, i, γ_5, а барионы — «смешанными» спинорами Ψ (1) и Ψ (2). Близкие предложения о возможности описания барионов аномальными спинорами были сделаны Огиевецким и Чжоу Гуан-чжао [70], Саламом [71], Тэйлором [72], Мак-Леннаном [73].

Несколько отличный вариант классификации частиц при помощи аномальных спиноров был предложен недавно Г. А. Соколиком [74], имевшим в виду специальное сопоставление эмпирической классификации частиц В. И. Гольданского [75]. Суть дела заключается в том, что из рассмотренных выше двух аномальных (ψ^{12}, ψ^{21}) и двух нормальных (ψ^{11}, ψ^{22}) 4-компонентных спиноров можно построить два аномальных скалярных дублета, один из которых (вместе с его сопряженным) сопоставляется K-мезонным дублетам $\begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \widetilde{K}^0 \\ K^- \end{pmatrix}$, а другой (и его сопряженный)—следующей комбинации из пионов и гипотетического ϱ-мезона (σ-мезон Швингера [22]): $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \frac{\pi^0+\varrho^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} \frac{\pi^0+\varrho^0}{\sqrt{2}} \\ \pi^- \end{pmatrix}$. Прямое произведение двух нормальных спиноров на два аномальных скаляра дает четыре 8-компонентных аномальных спинора, которые сопоставляются четырем барионным изодублетам Гелл-Манна (3,1). С другой стороны, гипотетические барионные изосинглеты Гелл-Манна Ω^+ и Z связываются с нормальными спинорами, а гипотетиче ские мезоны ω^+ и ω^- — с нормальными скалярными представлениями. Наконец, для лептонного семейства μ задается нормальным 4-компонентным спинором, а e и ν — аномальным 8-компонентным спинором.

Несмотря на то, что попытки построения классификации частиц на базе аномальных и нормальных спиноров носят пока что лишь предварительный характер, подобная возможность обойтись при описании внутренних свойств частиц без какого-либо изотопического пространства, находясь в рамках только обычного 4-пространства, представляется привлекательной. Она должна быть использована как при образовании инвариантных лагранжианов 4-фермионного слабого взаимодействия (β-распад и другие), а также самодействия полей в нелинейной теории поля.

5. КЛАССИФИКАЦИЯ ЧАСТИЦ В НЕЛИНЕЙНОЙ СПИНОРНОЙ ТЕОРИИ И ЕДИНОЙ ГЕОМЕТРИЗОВАННОЙ ТЕОРИИ

а. Нелинейная спинорная теория

Перейдем к классификации элементарных частиц, возникающей на базе единой спинорной нелинейной теории. Не входя в детали, напомним, что, по-видимому, одна из перспективных попыток выхода за рамки существующей релятивистской теории с целью построения единой теории всех частиц, притом лишенной трудностей с расходимостями, связана с нелинейным обобщением теории поля. Коротко говоря, будем исходить из идей де-Бройля [76], предложившего положить в основу материи поле с минимальным спином $s=\frac{1}{2}$. Эта идея представляет собой, в известной мере, перевод на современный язык идей Кельвина и Гельмгольца, пытавшихся строить материю из вращающихся эфирных образований. Корни подобной теории материи восходят даже к «вихрям» Декарта. Комбинацией спиноров можно надеяться получить любые высокие или исчезающие спины. Для получения функций сложных частиц де-Бройль предложил метод «слияния», в котором ψ-функция равняется $\psi_1\psi_2$, причем на ψ_1 и ψ_2 накладываются некоторые дополнительные условия. Наглядным примером являлась попытка де-Бройля, развивавшаяся Кронигом [77], А. Соколовым [78] и другими, построить нейтринную теорию света, комбинируя фотон из пар нейтрино. В методе слияния имелся слабый пункт, связанный с отсутствием энергии взаимодействия между частицами.

Если встать на точку зрения единой спинорной теории, то следует ввести в уравнение дираковского типа нелинейный член, описывающий взаимодействие спинорного поля с самим собою. В самом деле, поскольку других полей не существует, то основному полю ничего не остается как взаимодействовать с самим собою! Возможные формы нелинейных добавок были указаны нами с А. М. Бродским [79].

Существенно развивая эти идеи, Гейзенберг [80] вычеркнул в нелинейном дираковском уравнении член с массой, полагая, что масса элементарных частиц должна получиться в результате квантования фундаментального поля, способного возбуждаться в результате самодействия. В качестве правил квантования Гейзенберг предлагает видоизмененные значения антикоммутаторов, которые позволяют, по-видимому, избавиться от характерных для линейной теории расходимостей. Недавно Д. Ф. Курдгелаидзе [81] и Миттер [82] предложили взять за пропагатор в нелинейном случае радиально симметричное 4-мерное решение нелинейного уравнения. Отсылая за подробностями к литературе [88], достаточно заметить, что в рамках подобной схемы удается получить конечные значения массы основной частицы — нуклона, ряд значений масс мезонов, пока в примерном соответствии с опытом, а также конечные значения электрического и мезонного зарядов. Несмотря на наличие пока лишь грубого соответствия с опытными данными, мы имеем здесь внушительную попытку построения объединенной теории материи.

Нас здесь, однако, интересуют общие соотношения нелинейной спинорной теории в смысле классификации частиц, которые в известной мере не зависят от деталей формализма.

Во главу угла кладется спинорное уравнение, в котором вычеркивается член с массой и добавляется нелинейный член псевдовекторного вида:

$$\gamma_\mu \frac{\partial\psi}{\partial x_\mu} \pm l^2\gamma_\mu\gamma_5\psi\,(\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi) = 0. \tag{5,1}$$

Выбор псевдовекторного инварианта (а не простейшего скалярного $\psi\,(\bar{\psi}\psi)$) из числа всех других возможных производится на основании требования инвариантности не только по отношению к пространственным и лоренцевым вращениям, но также к преобразованиям Паули — Гюрши [54, 56],

$$\begin{aligned} \psi &\to a\psi + b\gamma_5 C^{-1}\bar{\psi}^T, \\ \bar{\psi} &\to a^*\bar{\psi} + b^*\psi^T C\gamma_5, \end{aligned} \tag{5,2}$$

где

$$|a^2| + |b^2| = 1, \quad \bar{\psi} = \psi^*\gamma_4, \quad C\gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T, \quad C^T = -C,$$

T-транспонирование по дираковским индексам, и к преобразованию Салама — Тушека [51, 52, 53]:

$$\psi \to e^{ia\gamma_5}\psi, \quad \bar{\psi} \to \bar{\psi}e^{ia\gamma_5}. \tag{5,3}$$

Первое преобразование изоморфно группе вращений в трехмерном пространстве и определяет два независимых квантовых числа J и J_3 ($J^2 = J_1^2 + J_2^2 + J_3^2$), которые отождествляются с вектором изоспина и третьей компонентой изоспина. Второе преобразование приводит к сохранению $2J_N$ — числа фермионов минус число антифермионов. Связь чисел J, J_3 и J_N с зарядом Q, странностью S, барионным числом N и лептонным числом L осуществляется с помощью формул:

$$Q = J_3 + \frac{l_Q}{2}, \tag{5,4а}$$

$$N = J_N + \frac{l_N}{2}, \tag{5,4б}$$

$$L = J_N - \frac{l_N}{2}, \tag{5,4в}$$

$$S = l_Q - l_N, \tag{5,4г}$$

где l_Q и l_N должны принимать любые положительные и отрицательные значения, тогда как S, в соответствии с экспериментальными данными, принимает значения $S = 0, \pm 1, 2$, т. е. определено по mod 4. Отметим, что основное нелинейное уравнение инвариантно по отношению к однопараметрической непрерывной группе конформных преобразований которая представляет собой простое расширение пространства — времени:

$$x_r \to \eta x_r, \qquad \psi \to \eta^{3/2}\psi\,(x\eta,\ l\eta) \tag{5,5}$$

(η — вещественно).

Вследствие инвариантности основного уравнения и перестановочных соотношений относительно этих преобразований, можно определить в гильбертовом пространстве «полуунитарный» (так как он умножает собственные векторы на вещественные коэффициенты) оператор Q_η такой, что

$$O_\eta \psi(x,\ l)\, O_\eta^{-1} = \eta^{3/2}\psi(x\eta,\ l\eta). \tag{5,6}$$

Для бесконечно малого преобразования Λ

$$O_\eta = \eta^\Lambda;$$

Λ — новое квантовое число с целыми и полуцелыми собственными значениями, которые отождествляются с квантовым числом $\frac{l_N}{2}$. Тогда l_Q, как видно из (4,5а) и (4,5г), имеет смысл изочетности.

Таким образом, оказывается возможным все элементарные частицы расклассифицировать по значениям квантовых чисел J_3, J_N, $\frac{l_N}{2}$ и $\frac{l_Q}{2}$, что отражено в табл. V.

б. Гравитация и единая спинорная нелинейная теория поля

Перспективы получения всей обычной материи, т. е. элементарных частиц, на базе спинорной нелинейной теории побуждают поставить вопрос о включении гравитации в подобную схему. По-видимому, следует различать вопрос о возможности конструирования гравитонов как квантов слабого гравитационного поля, обладающего спином $S=2$, в качестве возбужденного состояния фундаментального спинора, от проблемы построения объединенной теории, сводящей полное поле $g_{\mu\nu}$ к спинорам. Отправным пунктом рассуждений должно явиться выражение для ковариантной производной спинора

$$\nabla_\mu \psi = \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - \Gamma_\mu\right)\psi, \tag{5,7}$$

где коэффициенты параллельного переноса Γ_μ, введенные В. А. Фоком и одним из нас [84], заменяют для данного случая символы Кристоффеля. Это позволяет записать уравнение Дирака в общековариантной форме и учесть влияние гравитации на фермионы.

Важно отметить, что коэффициенты Γ_μ не определены однозначно через соответствующие метрические величины γ_μ — обобщенные матрицы Дирака, являющиеся в данном случае функциями координат и времени. Как было отмечено нами ранее, в выражение ковариантной производной можно включить вектор-потенциал электромагнитного поля A_μ.

Кроме того, как заметил Кита [85], ковариантную производную можно дополнить вектором и псевдовектором, составленными билинейно из ψ, учитывая, таким образом, наличие сильной и слабой связи. Конструируя A_μ из ψ, получаем типичные нелинейные добавки вида ψ^3 к нелинейному уравнению. Однако, как указывает Кита, сами $g_{\mu\nu}$ или γ_μ оказывается невозможным построить из ψ, так что приходится пока лишь остановиться на дуалистической точке зрения, разделяя геометрические величины $g_{\mu\nu}$ и величины, описывающие обычную материю. Кита предлагает положить в основу три поля, наряду с гравитацией и полем сильно взаимодействующих частиц (барионов), нейтрино, электронов и фотонов, надеясь из них построить все остальные частицы. Недавно Кита и Предацци [86] пытались трактовать мюоны как возбужденные состояния электронов.

В данной связи необходимо коротко остановиться на одной новейшей попытке построения геометризированной картины мира, которую выдвинул Уилер. Как известно, успех эйнштейновской теории гравитации, в которой последняя оказалась связанной с искривлением пространства-времени согласно римановой геометрии, возбудил надежду объяснить также электромагнитное, мезонное и другие поля геометрическим путем. С этой целью в двадцатых годах нашего века были предприняты многочисленные попытки обобщения римановой геометрии в различных направлениях: несимметричная метрика (Эйнштейн), обобщение коэффициентов аффинной связности (Эдингтон, Вейль), переход к закрученному, а не только к искривленному пространству (Картан), введение пятой координаты (Калюца, позднее Иордан и Тири) и другие обобщения. Возникающие при этом дополнительные геометрические величины использовались для описания электромагнитного поля и даже мезонного поля (Шредингер). Несмотря на математическое изящество многих из этих работ, они не привели ни к каким физическим результатам.

Отбрасывая все попытки подобного типа и оставаясь в рамках римановой геометрии, Уилер вместе с Мизнером и другими сотрудниками [103, 87, 88] делает сейчас ударение на топологии и привлекает современную квантовую трактовку поля и частиц. Они указывают, что на самых малых расстояниях $r\approx\sqrt{\frac{h\varkappa}{c^3}}\approx 10^{-32}$ *см* квантовые вакуумные флуктуации гравитационного поля или метрики должны достигать значительной величины, благодаря чему пространство будет искажаться различными способами. Дырки в пространстве, соединенные трубками, Уилер пытается связать с классической моделью электрических зарядов и набрасывает предварительную квантовую интерпретацию зарядов и электромагнитного поля. На пути превращения подобной «геометродинамики» в единую геометризованную теорию пространства-времени, гравитации и обычной материи, кроме ряда более частных затруднений стоит основная трудность, связанная с необходимостью включения в подобную картину, основанную на бозевском поле $g_{\mu\nu}$, фермионов. Так или иначе, цикл работ Уилера, содержащих много интересных идей и результатов, представляет собой довольно внушительную и, пожалуй, единственно возможную попытку реванша со стороны единой геометризованной теории поля. За подробностями читатель отсылается к работам Уилера, главные из которых будут опубликованы в двух сборниках, посвященных новейшим проблемам гравитации.

6. ГИПОТЕЗА СЛОЖНЫХ ЧАСТИЦ

Наряду с попыткой построения волновых функций частиц, исходя из ψ-функций других основных частиц в духе метода слияния Л. де-Бройля или единой спинорной теории материи, был предложен ряд моделей сложных частиц более наглядного и, вместе с тем, грубого типа. Впервые Ферми и Янг [80] заметили, что пионы можно представить образованными из нуклонов и антинуклонов, допуская при этом на самых малых расстояниях наличие некоторой огромной энергии связи, впрочем, неизвестного происхождения. Связь подобных представлений с идеями метода слияния и единой спинорной теории очевидна. Гольдхабер [90] предложил взять за основу нуклоны и K-мезоны. Наибольшее внимание в серии подобных моделей привлекла модель Саката [91], разрабатывавшаяся Маки [92], Л. Окунем [93], М. А. Марковым [1, 94], И. Полубариновым [95] и др. За основу предлагается взять нуклоны и Λ-гипероны вместе с их античастицами. Из них получаются все остальные гипероны, а также мезоны, например,

$$\begin{gathered}\pi\equiv N+\overline{N},\quad K\equiv N+\overline{\Lambda^0},\\ \Sigma\equiv N+\overline{N}+\Lambda^0.\end{gathered}\tag{6.1}$$

Таким образом, здесь, как и в других подобных моделях, гипероны рассматриваются как возбужденные состояния нуклонов и Λ-гиперонов. Контактное взаимодействие основных барионов строится по общему правилу 4-фермионных взаимодействий; при этом можно взять, как обычно, связь скалярного, векторного и т. д. вида с той или иной константой фермиевского типа. Конкретные расчеты показали, что при некоторых допущениях удается примерно воспроизвести соответствующие частицы в области сильных взаимодействий и вместе с тем прийти к некоторым возможным новым частицам. За всеми подробностями мы отсылаем к литературе.

Развивая предыдущие соображения Саката[96] с сотрудниками предлагают включить в единую систему материи также лептоны. За основу берутся три лептона ν, e^-, μ^- и некий новый вид материи B^+. Природа поля B^+ пока лишь не уточняется. Остается даже открытым вопрос, подобно ли оно обычной материи или носит характер заряда, или вообще может быть понято только при дальнейшем выходе за рамки теории. Тогда три основных бариона могут быть представлены как комбинации поля B^+ с соответственными лептонами

$$P \equiv B^+\nu; \qquad n \equiv B^+e^-; \qquad \Lambda^0 \equiv B^+\mu^-. \tag{6,2}$$

Мезоны и др. гипероны могут быть построены как комбинации p, n и Λ, согласно первоначальной модели Саката. Расщепление бариона на B^+ и лептон крайне затруднительно, если только вообще возможно. Далее, предполагается, что все корпускулярные свойства барионов (спин, статистика и т. д.) обязаны лептонной затравке, а поле B^+ в барионе обеспечивает его массу. В обобщенной модели Саката эффективный гамильтониан сильной связи имеет вид

$$H_s = \sum_a g_a (\bar{\chi}O^A\chi)(\bar{\chi}O^A\chi), \tag{6,3}$$

где барионная волновая функция $\chi = \begin{pmatrix} p \\ n \\ \Lambda \end{pmatrix}$. Теорию слабого взаимодействия предлагается строить на базе произведения токов в духе Фейнмана — Гелл-Манна[97]:

$$H_w = g_\mu g_\mu^+, \tag{6,4}$$

где

$$g_\mu = j_\mu + J_\mu,$$

$$J_\mu = f\{(\bar{n}\gamma_\mu(1+\gamma_5)p) + (\bar{\Lambda}\gamma_\mu(1+\gamma_5)p)\},$$

$$j_\mu = f\{(\bar{e}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu) + (\bar{\mu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu)\}.$$

Гамильтониан сильного взаимодействия будет зарядово-инвариантным, а также симметричным относительно трех основных барионов (p, n и Λ). В данной модели непосредственно обеспечивается важная симметрия

$$p \longleftrightarrow \nu, \quad n \longleftrightarrow e^-, \quad \Lambda \longleftrightarrow \mu^-, \tag{6,5}$$

отмеченная Гамба, Маршаком и Окубо[98].

В заключение своих любопытных, хотя крайне предварительных соображений Саката с сотрудниками указывают следующие очевидные возможности описания связи поля B^+ с лептонами L:

а) B^+ и L являются точками (атомоподобная модель);

б) B^+ (L) — точкой L (B^+) и образует облако (модель типа нуклонов);

в) B^+ и L являются взаимопроникающими жидкостями;

г) модель типа сосуда: лептон играет роль сосуда, который может заполняться полем B^+.

Отметим, наконец, возможность того, что поле B^+ Саката явится результатом тесной комбинации, обусловленной нелинейным взаимодействием поля ψ. По существу, в близкой связи к модели Саката находится предложение Тирринга [99] положить в основу сильных частиц три спинорных (вейлевских или майорановских) поля. Образуя произведения подобных полей (лишенных массы покоя), можно получить [99, 100] функции различных элементарных частиц и сохранение барионного числа N, изоспина **T**, гиперзаряда Y и комбинированной четности PC. Группа инвариантностей сильных взаимодействий, имеющая генераторами N, T, Y, изоморфна произведению двухмерной унитарной унимодулярной группы на две независимые унитарные одномерные группы, т. е. сдвиги, иначе говоря, изоморфна группе движений плоскости. С другой стороны, трехмерная полная унитарная группа, являющаяся естественным обобщением сильных взаимодействий, приводит к частицам двойного заряда и к ряду других ненаблюдавшихся состояний и должна быть, согласно Тиррингу, отброшена.

Таблица элементарных частиц. Основные эмпирические характеристики

Класс частиц	Гравитоны	Фотоны	Лептоны			Мезоны						
						π-мезоны			K-мезоны			
Частицы	g	γ	$\nu\tilde{\nu}$	e^-e^+	$\mu^+\mu^-$	π^+	π^-	π^0	K^+	K^-	K^0	$\tilde{K}^0$
Масса (m_e)	0	0	0	1	206,9	273,30		264,3	966,92		974,55	
Время жизни (*сек*)	∞	∞	∞	∞	$2{,}26\cdot10^{-6}$	$2{,}56\cdot10^{-8}$		$<4\cdot10^{-16}$	$1{,}22\times10^{-8}$		K_1**) : $1{,}00\times10^{-10}$ K_2 : $6{,}1\cdot10^{-8}$	
Спин	2?	1	$^1/_2$	$^1/_2$	$^1/_2$	0			0			
Изоспин					T	1			$^1/_2$			
					T_3	+1	−1	0	$+^1/_2$	$-^1/_2$	$-^1/_2$	$+^1/_2$
Странность S						0					+1	−1
Барионное число N						0			0			
Изочетность U						0			+1	−1	+1	−1

*) В настоящее время найдены следующие антибарионы $\tilde{p}$, $\tilde{n}$, $\tilde{\Lambda}^0$, $\tilde{\Sigma}^+$, $\tilde{\Sigma}^0$, $\tilde{\Sigma}^-$. ствующими значениями для барионов; изотопические характеристики (T_3, S, N, U)

**) $K_1=\frac{K^0+\tilde{K}^0}{\sqrt{2}}$, $K_2=\frac{K^0-\tilde{K}^0}{\sqrt{2}}$.

7. ПРОБЛЕМА ЛЕПТОНОВ

В связи с открытием несохранения четности в слабых взаимодействиях в настоящее время интенсивно разрабатываются вопросы слабых взаимодействий, в частности, процессы с участием лептонов. Сейчас является общепризнанным, что слабые взаимодействия 4-фермионного типа осуществляются через $V-A$-связь, как было указано Маршаком и Сударсханом [101], а также Гелл-Манном и Фейнманом [97]. Эти обстоятельства вызвали появление новых классификаций лептонов путем приписания им изотопических характеристик, таких как изоспин, странность, а также лептонное число и нейтринный заряд. Однако в этом направлении ясность еще не достигнута. Более того, ряд авторов вообще подвергает сомнению самую возможность подобной классификации, считая, что лептоны не имеют изотопических свойств. Трудность трактовки изосвойств лептонов связана, по-видимому, с тем, что для них наиболее характерны слабые взаимодействия, при которых изоспин и странность не сохраняются, даже для сильных частиц.

Таблица I

и классификация мезонов и барионов по зарядовым мультиплетам *)

Барионы							
нуклоны		гипероны					
p	n	Λ^0	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
1836,12	1838,65	2183,30	2328,34	2333,02	2341,73	2566,6	2581,9
∞	$1,04\cdot10^{+3}$	$2,50\cdot10^{-10}$	$0,8\cdot10^{-10}$	$<0,1\cdot10^{-10}$	$1,59\cdot10^{-10}$	$1,5\cdot10^{-10}$	$1,9\cdot10^{-10}$
$^1/_2$		$^1/_2$					
$^1/_2$		0	1			$^1/_2$	
$+^1/_2$	$-^1/_2$	0	$+1$	0	-1	$+^1/_2$	$-^1/_2$
0		-1	-1			-2	
$+1$		$+1$					
$+1$		0	0			-1	

Значения массы, времени жизни, спина для антибарионов совпадают с соответт-
антибарионов отличаются знаком от соответствующих характеристик барионов.

Взамен этого на первый план выступает новое свойство — спиральность, наиболее ярко проявляющаяся у нейтрино, в виду $m_\nu=0$.

Несмотря на это, с разных сторон был выдвинут ряд заслуживающих внимания, хотя по общему мнению далеко не окончательных попыток классификации лептонов.

Выше мы уже рассмотрели динамическую схему Швингера, в которую естественным образом входят лептоны, причем взаимодействие между ними, а также между барионами и лептонами, осуществляется через гипотетические промежуточные векторные Z-частицы, причем разница масс e и μ объяснялась особым взаимодействием со скалярными гипотетическими π_0^0-мезонами. Введение промежуточных (как векторных, так и скалярных) частиц, идея которых восходит еще к классической работе Юкава, является характерным для многих систематик лептонов. С помощью этих гипотетических бозонов делаются попытки объяснить большую разницу масс μ—e, а также трактовать слабые взаимодействия [21, 44, 102-109]. В частности, было высказано предположение, что универсальное V—A-взаимодействие реализуется при помощи заряженного векторного бозона, связанного с фермионными парами. Подобный механизм запрещает процессы между четырьмя нейтральными или четырьмя заряженными фермионами, что приводит к согласию с экспериментом в подавлении процессов: $\mu \to 3e$ и $\mu \to e+\gamma$. Были произведены подсчеты вероятности этого процесса в зависимости от различных значений масс промежуточного бозона и его магнитного момента; при достаточной массе бозона рассматриваемый распад маловероятен.

Кроме того, как выше было указано, лептоны учитывались как в попытках систематики, основанной на аномальных спинорах, так и в нелинейной спинорной теории поля.

С другой стороны, имеется ряд попыток построения более феноменологической классификации лептонов [75, 110-114], как более или менее естественного продолжения схемы Гелл-Манна — Нишиджимы на эти частицы.

Сакс [115] пытался применить понятие атрибута a, по существу, совпадающего с изочетностью $A=-U$, также для лептонов. Любопытное предложение допустить два типа нейтринных частиц: нейтрино, возникающее при распаде нейтрона, и нейтретто, возникающее при распаде мюона, развивалось рядом авторов вслед за Чини—Гамба [116]. Согласно Нишиджима [55] это возможно при 4-компонентной трактовке нейтрино. При этом в случае 4-компонентного нейтрино лептонами являются e_-, μ_+, тогда как для двухкомпонентного нейтрино e_- и μ_-. А. М. Бродский [117] заметил, что нейтрино и нейтретто могут обладать различными эффективными кинематическими магнитными моментами, которые предсказываются на основании формализма взаимодействия токов.

Кроме того, независимо от лептонного числа, часто вводится нейтринный заряд, связанный со спиральностью (винтом) нейтрино. Независимо от этого понятие нейтринного заряда было применено Я. П. Терлецким [118] для классификации частиц, который несколько в духе позднейшей модели Саката [96] пытался строить частицы, комбинируя различные заряды. В работе Умезава и др. [119] сделана попытка распространить понятие нейтринного заряда на все частицы. При этом оказывается, что нейтринный заряд барионов и мезонов совпадает с гиперзарядом, а для лептонов — с атрибутом Сакса. Здесь мы видим любопытный пример обратного перенесения типичных лептонных свойств на барионы.

Таким образом, несмотря на незаконченный характер трактовки лептонов, работы последних лет, несомненно, приблизили возможность их закономерного включения в общую классификацию частиц.

Таблица II

Систематика Салама—Полкингхорна

	Представление	Частицы	T_3	Z_3
Барионы	(1/2, 1/2)	p, n	$+1/2$, $-1/2$	$-1/2$
		Ξ^0, Ξ^-	$+1/2$, $-1/2$	$-1/2$
	(1, 0)	Σ^+, Σ^0, Σ^-	$+1$, 0, -1	0
	(0,0)	Λ^0	0	0
	(0, 1)	?	0	$+1$, 0, -1
Мезоны	(1/2, 1/2)	K^+, K^0	$+1/2$, $-1/2$	$+1/2$
		$\tilde{K}^0$, K	$+1/2$, $-1/2$	$-1/2$
	(1, 0)	π^+, π^0, π^-	$+1$, 0, -1	0
	(0, 0)	?	0	0
	(0, 1)	?	0	$+1$, 0, -1

Таблица III

Классификация лептонов по Швингеру. Z^0-бозон отождествляется с фотоном

Класс частиц		Лептоны				Антилептоны				Z-бозоны		
Частицы		μ^+	ν (ν_R)	(ν_L)	e^-	μ	$\tilde{\nu}$ ($\tilde{\nu}_R$)	($\tilde{\nu}_L$)	e^+	Z^+	Z^0	Z^-
Лептонное число L		$+1$				-1				0		
Изоспин	T	1				1				1		
	T_3	-1	0		-1	-1	0		$+1$	$+1$	0	-1
Нейтринный заряд n		-1	$+1$	-1	$+1$	$+1$	$+1$	-1	-1	0		

Таблица IV

Классификация частиц в дублетном приближении

Поля	π			K				B							
Зарядовые состояния	π^+	π^0	π^-	K^+	K^0	$\widetilde{K}^0$	K^-	p	n	Σ^+	Y^0	Z^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
I_3	1	0	−1	0	0	0	0	1/2	1/2	1/2	−1/2	1/2	−1/2	1/2	−1/2
J_3	0	0	0	1	0	0	−1	1/2	1/2	1/2	1/2	−1/2	−1/2	−1/2	−1/2
J_3	0	0	0	0	1	−1	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	1/2	1/2	−1/2	−1/2
$Y_3 = \frac{1}{2}(J_3 + J_3')$	0	0	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	1/2	1/2	0	0	0	0	−1/2	−1/2
$Z_3 = \frac{1}{2}(J_3 - J_3')$	0	0	0	1/2	−1/2	1/2	−1/2	0	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	0	0
$T_3 = L_3 + Z_3$	1	0	−1	1/2	−1/2	1/2	−1/2	1/2	−1/2	1	0	0	−1	1/2	−1/2

Таблица V

Классификация частиц на базе нелинейной теории материи

Частицы	γ	e^+	$\tilde{\nu}$	ν	e^-	μ^+	μ^-	π^+	π^0	π^-	K^+	K^0	$\tilde{K}^0$	K^-	p	n	$\tilde{n}$	$\tilde{p}$	Λ^0	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
J_3	0	1/2	−1/2	1/2	−1/2	0	0	1	0	−1	1/2	−1/2	1/2	−1/2	1/2	−1/2	1/2	−1/2	0	1	0	−1	1/2	−1/2
J_λ	0	−1/2	−1/2	1/2	1/2	−1/2	1/2	0	0	0	0	0	0	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
$\frac{l_Q}{2}$	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	1	1	0	0	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	0	0	0	0	−1/2	−1/2
$\frac{l_\lambda}{2}$	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	1/2	−1/2	0	0	0	0	0	0	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
$Q=J_3+\frac{l_Q}{2}$	0	1	0	0	−1	1	−1	1	0	−1	1	0	0	−1	1	0	0	−1	0	1	0	−1	0	−1
$Y=J_\lambda+\frac{l_\lambda}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	−1	−1	1	1	1	1	1	1
$L=J_\lambda-\frac{l_\lambda}{2}$	0	−1	−1	1	1	−1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S=l_Q-l_\lambda$	0	0	0	0	0	1	−1	0	0	0	1	1	−1	−1	0	0	0	0	−1	−1	−1	−1	−2	−2

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Марков, Гипероны и K-мезоны, Физматгиз, 1958.
2. P. Román, Theory of elementary particles, London, 1959.
3. Л. Б. Окунь, УФН **61**, 535 (1957).
4. G. Morpurgo, C. Franzinetti, Nuovo cimento Suppl. **6**, 469 (1957).
5. M. Gell-Mann, Phys. Rev. **92**, 833 (1953).
6. T. Nakano, K. Nishijima, Progr. Theor. Phys. **10**, 581 (1953).
7. B. Espagnat, J. Prentki, Nucl. Phys. **1**, 33 (1956).
8. Э. Картан, Теория спиноров, М., ИЛ, 1947.
9. А. М. Бродский, Д. Д. Иваненко, ЖЭТФ **37**, 876 (1959).
10. J. A. Wheeler, Varenna Lectures, 1959, Nuovo cimento Suppl. (1960).
11. Y. Yamaquchi, Progr. Theor. Phys. **22**, 373 (1959).
12. G. Racah, Nucl. Phys. **1**, 302 (1956).
13. Ван Ган-чан, Сообщение на IX Международной конференции по физике высоких энергий, Киев, 1959.
14. A. Salam, Nucl. Phys. **2**, 173 (1956).
15. A. Pais, Physica **19**, 869 (1953).
16. A. Pais, Progr. Pheor. Phys. **10**, 457 (1953).
17. A. Pais, Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) **40**, 484 (1954).
18. A. Salam, J. C. Polkinghorne, Nuovo cimento **2**, 685 (1955).
19. B. d'Espagnat, J. Prentki, A. Salam, Nucl. Phys. **3**, 446 (1957).
20. A. Salam, J. C. Polkinghorne, Nuovo cimento **15**, 166 (1960).
21. J. Schwinger, Ann. Phys. **2**, 407 (1957).
22. P. W. Higgs, Nucl. Phys. **4**, 221 (1957).
23. M. Gell-Mann, Phys. Rev. **106**, 1296 (1957).
24. J. Tiomno, Nuovo cimento **6**, 69 (1957).
25. J. Schwinger, Phys. Rev. **104**, 1164 (1956).
26. Y. Feinberg, F. Gursey, Phys. Rev. **114**, 1153 (1959).
27. J. M. Souriau, Comp. rend., Paris **250**, 2807 (1960).
28. H. Umezawa, A. Visconti, Nucl. Phys., в печати (1960).
29. A. Pais, Phys. Rev. **110**, 574 (1958).
30. A. Pais, Phys. Rev. **110**, 1480 (1958).
31. J. J. Sakurai, Phys. Rev. **115**, 1304 (1959).
32. J. J. Sakurai, Phys. Rev. **113**, 1679 (1959).
33. R. P. Feynman, G. Speisman, Phys. Rev. **94**, 500 (1954).
34. M. A. Peterman, Helv. Phys. Acta **27**, 441 (1954).
35. А. Бродский, Д. Иваненко, Н. Корст, ДАН СССР **105**, 1192 (1955).
36. R. E. Marshak, S. Okubo, G. Sudarshan, Phys. Rev. **106**, 599 (1957).
37. J. J. Sakurai, Phys. Rev. **114**, 1152 (1959).
38. G. Feinberg, Phys. Rev. **109**, 1381 (1958).
39. Чжоу Гуан-чжао, В. Н. Огиевецкий, ЖЭТФ **37**, 866 (1959).
40. P. Budini, N. Dallaporta, L. Fonda, Nuovo cimento **9**, 316 (1958).
41. S. Barshay, Phys. Rev. **109**, 2160 (1958).
42. R. T. Matthews, A. Salam, Nucl. Phys. **2**, 583 (1956/1957).
43. E. J. Konopinski, H. M. Machmoud, Phys. Rev. **92**, 1045 (1953).
44. A. Salam, J. C. Ward, Nuovo cimento **11**, 568 (1959).
45. Л. Ландау, Nucl. Phys. **3**, 127 (1957).
46. Д. Д. Иваненко, Г. А. Соколик, Nuovo cimento **6**, 226 (1957).
47. H. Yukawa, Progr. Theor. Phys. **16**, 688 (1956).
48. A. Pais, Proc. of the Seventh Annual Rochester Conference, 1957.
49. Ж. П. Вижье, сообщение, Дубна, 1960.
50. J. Raiskij, Intern. Conf. on mesons and recently dis covered particles, Padova—Venezia 1957.
51. A. Salam, Nuovo cimento **5**, 299 (1957).
52. B. Touschek, Niovo cimento **5**, 1281 (1957).
53. L. Radicati, B. Touschek, Nuovo cimento **6**, 1693 (1957).
54. W. Pauli, Nuovo cimento **6**, 204 (1957).
55. K. Nishijima, Phys. Rev. **108**, 907 (1957).
56. F. Gursey, Nuovo cimento **7**, 411 (1958).
57. N. Dallaporta, Nuovo cimento **7**, 2006 (1958).
58. N. Dallaporta, T. Toyoda, Nuovo cimento **12**, 539 (1959); **14**, 142 (1959).
59. N. Dallaporta, V. De Santis, Nuovo cimento **14**, 255 (1959).
60. N. Dallaporta, L. K. Pandit, Nuovo cimento **16**, 135 (1960).

61. A. Pais, Phys. Rev. 112, 624 (1959); Phys. Rev. Lett. 1, 418 (1958).
62. Ning Hu, Nucl. Phys. 8, 85 (1958).
63. C. N. Yang, Y. Tiomno, Phys. Rev. 79, 495 (1950).
64. В. Б. Берестецкий, И. Я. Померанчук, ЖЭТФ 19, 756 (1949); Г. Ф. Жарков, ЖЭТФ 20, 492 (1950).
65. М. Мирианашвили, Труды Ин-та физики АН ГрузССР 4, 39 (1958); диссертация, Тбилисский ун-т, 1958.
66. F. Gursey, Phys. Rev. Lett. 1, 98 (1958).
67. А. М. Бродский, Д. Д. Иваненко, ЖЭТФ 33, 910 (1957).
68. А. М. Бродский, Д. Д. Иваненко, ЖЭТФ 36, 1279 (1959); Nucl. Phys. 13, 447 (1959).
69. И. М. Гельфанд, М. Н. Цетлин, ЖЭТФ 31, 1107 (1956).
70. В. Н. Огиевецкий, Чжоу Гуан-чжао, ЖЭТФ 36, 264 (1959); Nucl. Phys. 10, 235 (1959).
71. A. Salam, Proc. 7-th. Rochester Conference, 1957.
72. J. C. Taylor, Nucl. Phys. 3, 606 (1957).
73. McLennan, Phys. Rev. 109, 986 (1958).
74. Г. А. Соколик, Доклады Ужгородской теор. конференции, 1960, ЖЭТФ 36, 1098 (1959).
75. В. И. Гольданский, Nucl. Phys. 6, 531 (1957).
76. L. de Broglie, Theorie general des particules á Spin (Methode de fusion), 2 ed., Paris, 1954.
77. R. Kronig, Physica 2, 491, 854, 965 (1935).
78. А. Соколов, Phys. Zs. Sowjetunion 12, 148 (1937).
79. Д. Иваненко, А. Бродский, ДАН СССР 84, 683 (1952); ЖЭТФ 24, 384 (1953).
80. W. Heisenberg, H. Duer, H. Mitter, S. Schlieder, K. Yamazaki, Zs. Naturforsch. 14a, 441 (1959); Сб. «Нелинейная квантовая теория поля», М., ИЛ, 1959.
81. Д. Ф. Курдгеладзе, Труды 2-й теор. конференции. Ужгород
82. Н. Mitter, препринт, 1960 г.
83. Нелинейная квантовая теория поля, сборник статей, ИЛ, М., 1959.
84. В. Фок, Д. Иваненко, Zs. f. Phys. 54, 798 (1929); Comp. Rend., Paris 188, 1470 (1929); Phys. Zs. 30, 648 (1928); В. Фок, Zs. f. Phys. 57, 261 (1929); см. также А. Соколов. Д. Иваненко, Квантовая теория поля, Гостехиздат, 1952, ч. II, § 4.
85. H. Kita, Progr. Theor. Phys. Suppl. 9, 5 (1959).
86. H. Kita, E. Predazzi, препринт, 1960.
87. J. A. Wheeler, D. R. Brill, Rev. Mod. Phys. 29, 465 (1957).
88. J. A. Wheeler, C. W. Misner, Ann. of Phys. 2, 525 (1957).
89. E. Fermi, C. N. Yang, Phys. Rev. 76, 1739 (1949).
90. M. Goldhaber, Phys. Rev. 92, 1279 (1953); 101, 433 (1956).
91. S. Sakata, Progr. Theor. Phys. 16, 686 (1956).
92. Z. Maki, Progr. Theor. Phys. 16, 667 (1956).
93. Л. Б. Окунь, ЖЭТФ 34, 469 (1958); Reports High Energy Conference, Geneva, 1958.
94. М. Марков, ДАН 101, 51 (1955).
95. И. Полубаринов, ОИЯИ, 1956 и 1957 гг.
96. Z. Maki, M. Nakadawa, Y. Ohnuki, S. Sakata, Progr. Theor. Phys. 23, 1174 (1960).
97. R. Feynman, M. Gell-Mann, Phys. Rev. 109, 193 (1958).
98. S. Okubo, R. E. Marshak, E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. 113, 944 (1959).
99. W. Thirring, Nucl. Phys. 10, 97 (1959).
100. J. E. Wess, Nuovo Cimento 15, 52 (1960).
101. R. Marshak. E. Subarshan, Proc. Intern. Conf. for Elementary Particles, Venice, 1958.
102. S. Ogawa, Progr. Theor. Phys. 15, 487 (1956).
103. S. Goto, Progr. Pheor. Phys. 17, 107 (1957).
104. Y. Tanikawa, S. Watanabe, Phys. Rev. 113, 1344 (1959); 110, 289 (1958).
105. W. S. Cowland, Nucl. Phys. 8, 397 (1958).
106. I. R. Catland, Nucl. Phys. 14, 205 (1959); 9, 267 (1958/1959).
107. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ 37, 1817 (1959).
108. C. Fronsdal, S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 3, 570 (1959).
109. S. G. Eckstein, R. H. Pratt, Ann. Phys. 8, 297 (1957).
110. J. Katayama, Progr. Theor. Phys. 17, 510 (1957).
111. S. Goto, Progr. Theor. Thys. 17, 517 (1957).
112. K. Senba, Progr Theor. Phys. 17, 519 (1957).

113. P. Román, Nucl. Phys. 2, 651 (1956/57).
114. I. Saaverda, Nucl. Phys. 10, 6 (1959).
115. R. G. Sachs, Phys. Rev. 99, 1573 (1955).
116. M. Cini, A. Gamba, Nuovo cimento 10, 1040 (1953).
117. А. М. Бродский, Д. Иваненко, Nuovo cimento 16, 556 (1960).
118. Я. П. Терлецкий, ДАН 94, 209 (1954); 101, 1035 (1955); 108, 236 (1956).
119. M. Konuma, S. Nakamura, H. Umezawa, Nucl. Phys. 6, 282 (1958); Phys. Rev. 109, 1404 (1958).

Обращаем внимание на появившуюся статью:

120. Б. д'Эспанья, Ж. Прентки в сборнике «Физика элементарных частиц и космических лучей» М., ИЛ, 1960.