СВЯЗЬ ВОЛНОВОЙ МЕХАНИКИ С КЛАССИЧЕСКОЙ.

Д. Иваненко и *Л. Ландау.*

Задачей настоящей работы является получение возможно более естественным путем уравнения Шрёдингера и его основных свойств. К волновой механике можно, в виду отсутствия модели, с еще большим правом, чем к теории Максвелла применить слова Герца «Теория Шрёдингера это уравнение Шрёдингера». Поэтому от рационального вывода последнего можно требовать наибольшей эвристической силы как в смысле общности, так и в смысле возможности дальнейшего обобщения.

§ 1. Известно, что отклонения от обычной Гамильтоновой механики становятся заметными только на весьма малых размерах (порядка размеров атома); в этом естественно усмотреть аналогию с отношением явлений диффракции к геометрической оптике. Между обеими группами явлений можно установить полное соответствие. Лучам геометрической оптики сопоставляются траектории механики. Можно построить систему «волновой» механики, находящуюся в таком же отношении с обычной, как волновая оптика с геометрической, что и было впервые проделано Шрёдингером.

Для установления соответствия, необходимо прежде всего найти механический аналог фазы. Обращение к вариационным принципам указывает, что роль последней играет величина пропорциональная действию (принцип Ферма для фазы $\delta\int d\varphi = 0$ и принцип Гамильтона для действия $\delta\int dW = 0$). Таким образом, можно написать:

$$W = h\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

где h — некоторая универсальная постоянная, имеющая размер действия (фаза величина нулевой размерности); она оказывается равной постоянной Планка, деленной на 2π. Впервые на возможность построения волновой механики и на связь действия с фазой указал Л. де-Бройль.[1]

Произведем предельный переход. Для этого введем волновую функцию

$$\psi = ae^{i\varphi} = ae^{i\frac{W}{h}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

---

[1] L. de Broglie. Ann. d. Phys. (10), 3, 22 (1925).

За исходный пункт возьмем основное уравнение для W — уравнение Гамильтона-Якоби.[1] Как предельное по отношению к волновой механике, оно будет тем точнее, чем меньше «длина волны», т.-е. чем сильнее фаза меняется с изменением координат или чем меньше h в сравнении с интересующими нас размерами (подобным же образом релятивистская механика переходит в классическую при подстановке $c \to \infty$). Таким образом, нашей задачей является нахождение линейного («волнового») уравнения, при стремлении h к нулю переходящего в уравнение Гамильтона-Якоби. Для этого нам придется вычислять различные степени производных W по координатам и времени. Дифференцирование (2) дает:[2]

$$\frac{\partial\psi}{\partial q} = \frac{i}{h}\frac{\partial W}{\partial q} a e^{\frac{iW}{h}} + \frac{\partial a}{\partial q} e^{\frac{iW}{h}}$$

или при $h \to 0$

$$\frac{\partial\psi}{\partial q} = \frac{i}{h}\frac{\partial W}{\partial q}\psi; \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

оставляя и при вычислении дальнейших производных только главные члены относительно h получим:

$$\frac{\partial^n\psi}{\partial q^n} = \left(\frac{i}{h}\frac{\partial W}{\partial q}\right)^n\psi; \quad \left(\frac{\partial W}{\partial q}\right)^n\psi = \left(\frac{h}{i}\right)^n\frac{\partial^n\psi}{\partial q^n}$$

или, символически,

$$\left(\frac{\partial W}{\partial q}\right)^n = \left(\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial q}\right)^n \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

В виду предположенной линейности окончательного уравнения, степени $\frac{\partial W}{\partial q}$ должны вычисляться из (4), а не из (3). Таким образом мы можем для получения уравнения Шрёдингера заменить в уравнении Г.-Я. каждую производную W по q (координате или времени) на оператор $\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial q}$ и символически умножить на ψ. Моменту $p = \frac{\partial W}{\partial q}$ очевидно сопоставляется оператор

$$\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial q},$$

а энергии

$$E = -\frac{\partial W}{\partial t} \text{ оператор } -\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial t} \quad \ldots\ldots \quad (4a)$$

Мы видим, что предельный переход приводит к изящному методу операторов, предложенному Шрёдингером.[3] В случае Гамильтоновой функции $H(q, p)$ и соответствующего уравнения Г.-Я. $\frac{\partial W}{\partial t} + H\left(q, \frac{\partial W}{\partial q}\right) = 0$ мы по предыдущему напишем уравнение Шрёдингера в виде:

$$\frac{h}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t} + [H\psi] = 0 \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

[1] В дальнейшем для краткости Г.-Я.

[2] D. Iwanenko u. L. Landau. ZS f. Phys. 40, 161 (1926).

[3] E. Schrödinger. Ann. d. Phys. 79 (1926).

где [ ] — знак символического умножения оператора H на ψ. Если

$$H = \sum_k \frac{1}{2m_k} \mathfrak{p}_k^2 + V$$

($\mathfrak{p}_k$ — вектор момента для точки с номером k, V не зависит от моментов и суммирование производится по всем точкам), то вместо (5) имеем:

$$\sum_k \frac{1}{2m_k} \Delta_k \psi + \frac{i}{h} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{1}{h^2} V\psi = 0 \text{ [1]} \qquad (6)$$

где Δ_k — оператор Лапласа, по координатам k-той точки.

При употреблении криволинейных координат нужно взять соответственные выражения для Δ.

Перейдем к выводу релятивистского уравнения Шрёдингера. Будем исходить из выражения для действия

$$dW = -mc\, ds + e\varphi_k\, dx^k, \qquad (7)$$

где m — масса, e — заряд частицы, φ_k — потенциал внешнего поля, $ds^2 = \mp g_{kl}\, dx^k\, dx^l$ — квадрат элемента длины и суммирование по всем четырем значкам подразумевается.

Имеем:

$$dW = \frac{\partial W}{\partial x^k} dx^k = -mc \frac{g_{kl}\, dx^k\, dx^l}{ds} + e\varphi_k\, dx^k \qquad (8a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x^k} = -mc\, g_{kl} \frac{dx^l}{ds} = e\varphi_k \qquad (8b)$$

(мы могли «разделить» на dx^k, так как (8a) годно для любых dx^k). Или

$$\frac{\partial W}{\partial x^k} - e\varphi_k = -mcg_{kl}\frac{dx^l}{ds}, \qquad g^{kl}\left(\frac{\partial W}{\partial x^k} - e\varphi_k\right)\left(\frac{\partial W}{\partial x^l} - e\varphi_l\right) = -m^2c^2 \qquad (9)$$

Применяя метод предельного перехода, мы получим, обозначая тензорные производные точками,

$$\psi_{:k}^{:k} - 2e\frac{i}{h}\varphi^k\psi_k - \frac{1}{h^2}(m^2c^2 + e^2\varphi_k\varphi^k)\psi = 0. \qquad (10a)$$

что можно переписать в виде

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^l}\left(\sqrt{-g}\, g^{kl}\frac{\partial \psi}{\partial x^k}\right) - 2e\frac{i}{h}\varphi^k\frac{\partial \psi}{\partial x^k} - \frac{1}{h^2}(m^2c^2 + e^2\varphi_k\varphi^k)\psi = 0 \qquad (10b)$$

для плоского мира

$$\Delta\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - 2\frac{i}{h}e\left(\frac{\varphi}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t} + \mathfrak{A}\operatorname{grad}\psi\right) - \frac{1}{h^2}\left\{m^2c^2 + \frac{e^2}{c^2}(\mathfrak{A}^2 - \varphi^2)\right\}\psi = 0$$

(10c), где φ скалярный и $\mathfrak{A}$ векторпотенциал. Это уравнение было впервые получено Клейном [2] и Фоком [3] с помощью пятой координаты.

---

[1] См. E. Schrödinger. Ann. d. Phys. **81**, 132 (1926).

[2] O. Klein. ZS. f. Phys. **37**, 895 (1926).

[3] V. Fock. ZS. f. Phys. **39**, 226 (1926).

Для нахождения связи между уравнениями (10с) и (5) воспользуемся формулой для действия (7) и соотношением

$$ds^2 = c^2\,dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = c^2\,dt^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \quad (v \text{ — скорость}).$$

Формула (7) перепишется:

$$dW = -mc^2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,dt + e\varphi_k\,dx^k \quad \text{или при } c \to \infty$$

$$dW = -mc^2\,dt + dW' \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11a)$$

где dW' остается конечным и переходит в $L\,dt$, где L Лагранжева функция классической механики $\left(L = \frac{mv^2}{2} + \dots\right)$. Интегрируя (11a) получаем окончательно

$$W' = \lim_{c \to \infty} (W + mc^2 t) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11b)$$

и в виду (2)

$$\psi' = \lim_{c \to \infty} \psi e^{\frac{i}{h} mc^2 t} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11c)^{1}$$

Подставляя (11b) в уравнение (10с) и переходя к пределу $c \to \infty$, мы для ψ' получим действительно уравнение типа (5).

Область применения уравнения (10) ограничена уже выбором величины действия (7), при получении которого из электромагнитного действия делаются различные пренебрежения. Поэтому, в частности, затухание не может быть получено из уравнения (10).

Что касается вывода уравнения (10) с пятой координатой, то заметим, что он носит случайный характер: выбор метрики, к тому же зависящей от заряда и массы частицы (электрона? протона?), произволен, так же как исключение потенциала самой частицы из φ_k. Вывод основного уравнения волновой механики, как простого волнового, вида $\Delta\psi - \frac{1}{u^2}\frac{d^2\psi}{dt^2} = 0$, не может считаться общим методом, так как этим путем можно получить только экспоненциальные решения ($\psi = \psi_0\, e^{i\varepsilon t}$) уравнений (6) и (10), что имеет место только в случае консервативных систем.

§ 2. Перейдем к рассмотрению физического смысла уравнения Шрёдингера. Для этого обратимся к уравнению Г.-Я., служившему нам исходным пунктом. Пусть имеется физическая величина f (напр., q^2, q^3, p и т. д.). Нам необходимо характеризовать ее как функцию движения. Но всякий интеграл уравнения Г.-Я. сопоставляет каждой точке с координатами q^k момент $p_k = \frac{\partial W}{\partial q^k}$ и, следовательно, определенную «скорость». В этом смысле можно говорить о «жидкости», все точки которой двигаются по данному закону. Введем понятие о «плотности» жидкости ρ — пусть «количество точек»

[1] См. также V. Bursian. ZS. f. Phys. **40**, 708 (1927).

в объеме $d\tau = dq^1 \ldots dq^n$ будет $\rho\, d\tau$. Естественнее всего, очевидно, сопоставить величине f некоторое среднее значение

$$\bar{f} = \frac{\int f \rho\, d\tau}{\int \rho\, d\tau}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

где интеграл берется по всем значениям q^k, или полагая, без уменьшения общности, $\int \rho\, d\tau = 1$.

$$\bar{f} = \int f \rho\, d\tau \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Таким образом для физической интерпретации уравнения Г.-Я. мы ввели в рассмотрение не одну, а бесконечное множество точек, движущихся по одному и тому же закону, следовательно, пришли к статистическому его пониманию. Изменение ρ со временем дается уравнением непрерывности для жидкости

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial}{\partial q^k} (\rho \dot{q}^k) = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

где $\dot{q}^k$ определяется из

$$\dot{q}^k = \frac{\partial H}{\partial p_k} \text{ и } p_k = \frac{\partial W}{\partial q^k} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14a)$$

Для истолкования уравнения Г.-Я. нам пришлось присоединить к нему уравнение (14) для ρ. Покажем, что уравнение Шрёдингера уже содержит в себе аналог последнего. Для этого произведем обратный переход. Например, подстановка $\psi = a e^{\frac{iW}{h}}$ в уравнение (6) даст, если расположить члены по степеням $\left(\frac{h}{i}\right)$:

$$a\left(\frac{\partial W}{\partial t} + \sum_k \frac{1}{2m_k} \overline{\mathrm{grad}_k\, W^2} + \dot{V}\right) + \frac{h}{i}\left(\frac{\partial a}{\partial t} + \sum_k \frac{1}{m_k} \mathrm{grad}_k\, a\, \mathrm{grad}_k\, W + \right.$$

$$\left. + a \sum_k \frac{1}{2m_k} \Delta_k W\right) - h^2 (\ldots .) = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15a)$$

Приравнивая нулю отдельно действительную и мнимую часть уравнения (15a), мы получим в первом приближении ($h \to 0$) с одной стороны уравнение Г.-Я., а с другой стороны уравнение:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \sum_k \frac{1}{m_k} \mathrm{grad}_k a\ \mathrm{grad}_k W + a \sum_k \frac{1}{2m_k} \Delta_k W = 0, \quad \ldots \quad (15b)$$

которое при подстановке $a^2 = \rho$ (15c) переходит в уравнение (14). Таким образом величина $\psi\psi^* = a^2$ [1] играет роль «плотности» ρ и $\psi\psi^*\, d\tau$ соответствует «вероятности» попадания точки в объем $d\tau$. Действительно:

$$\frac{\partial \psi\psi^*}{\partial t} = \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = \psi^* \left(-\sum_k \frac{h}{2im_k} \Delta_k \psi - \frac{i}{h} V\psi\right) + \psi\left(+\sum_k \frac{h}{2im_k} \Delta_k \psi^* - \frac{i}{h} V\psi^*\right)$$

$$= -\sum_k \frac{h}{2im_k} \mathrm{div}_k (\psi^* \mathrm{grad}\, \psi - \psi\, \mathrm{grad}\, \psi^*) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

[1] Звездочка при ψ означает комплексно-сопряженную величину.

т.-е. $\psi\psi^*$ удовлетворяет уравнению «непрерывности» вида (14). Тот факт, что уравнение (15b) должно переходить в уравнение (14), показывает, что a и, следовательно, ψ имеют скалярный характер.

Мы видим, что уравнение Шрёдингера, как и уравнение Г.-Я. является результатом некоторого усреднения, смысл которого пока неясен. Все попытки перейти от описания множества одинаковых систем (средние!) к единичной модели следует признать неудавшимися.

Таким образом, функции координат f мы в волновой механике должны сопоставить

$$\bar{f}=\int f\psi\psi^*\,d\tau, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

где ψ удовлетворяет условию

$$\int\psi\psi^*\,d\tau=1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (18)$$

Продифференцируем обе части равенства (17) по времени

$$\frac{d\bar{f}}{dt}=\overline{v\,\mathrm{grad}\,f}=\int f\frac{\partial}{\partial t}(\psi\psi^*)\,d\tau=-\int\frac{h}{2im}f\,\mathrm{div}\,(\psi^*\,\mathrm{grad}\,\psi-\psi\,\mathrm{grad}\,\psi^*)\,d\tau=$$

$$=-\int\frac{h}{2im}\,\mathrm{div}\,\{(\psi^*\,\mathrm{grad}\,\psi-\psi\,\mathrm{grad}\,\psi^*)f\}\,d\tau+\int\frac{h}{2im}\,\mathrm{grad}\,f\,(\psi^*\,\mathrm{grad}\,\psi-\psi\,\mathrm{grad}\,\psi^*)$$

(19a).[1] Умножив (19) на m и обозначая grad f через $\mathfrak{F}$, мы получим, принимая во внимание теорему Гаусса:

$$\overline{\mathfrak{F}\mathfrak{p}}=\int\frac{h}{2i}\,\mathfrak{F}\,(\psi^*\,\mathrm{grad}\,\psi-\psi\,\mathrm{grad}\,\psi^*)\,d\tau, \quad \ldots \ldots \ldots (19b)$$

или, окончательно, для любой величины, линейно зависящей от моментов

$$\bar{F}=\int\frac{1}{2}\{\psi^*[F\psi]-\psi[F\psi^*]\}d\tau \quad \ldots \ldots \ldots (19c)$$

Для энергии получим из (4a) и (19c)

$$\bar{E}=\int\frac{h}{2i}\left(\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}-\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)d\tau \quad \ldots \ldots \ldots (19d).$$

§ 3. В релятивистском случае мы, не производя предельного перехода, обратимся прямо к синтетическому методу.[2]

Умножим уравнение для ψ и ψ^* соответственно на ψ^* и ψ и вычтем второе из первого:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{h}{i}(\psi^*\psi_{\cdot k}^{\cdot k}-\psi\psi^{*\cdot k}_{\cdot k})-2e\varphi^k(\psi^*\psi_{\cdot k}+\psi\psi^*_{\cdot k})=0,\\ \text{или}\quad &s^{\cdot k}_{\cdot k}=0,\\ \text{где}\quad &s^k=\frac{h}{2i}(\psi^*\psi^{\cdot k}-\psi\psi^{*\cdot k})-e\varphi^k\psi\psi^*;\end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots (20)$$

вводя тензорную плотность $\mathfrak{s}^k$:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\mathfrak{s}^k}{\partial x^k}=0\\ &\mathfrak{s}^k=\sqrt{-g}\,g^{kl}\left\{\frac{h}{2i}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x^l}-\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x^l}\right)-e\varphi_l\,\psi\psi^*\right\};\end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots (20a)$$

---

[1] Не нужно забывать, что слева f функция координат движущейся точки, а справа функция переменных интеграции.

[2] См. также W. Gordon. ZS. f. Phys. **40**, 117 (1926).

Из (20а) следует, что $\int \mathfrak{s}^k dS_k = \text{const}$, где интеграл берется по уходящей в бесконечность гиперповерхности S. Не уменьшая общности, положим:

$$\int \mathfrak{s}^k dS_k = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

По аналогии с (13) и (18) можно заключить, что величина $\mathfrak{s}^k dS_k$ есть «вероятность» для точки, находящей на участке dS_k гиперповерхности S. Для любой функции координат f имеем:

$$\bar{f}_s = \int f \mathfrak{s}^k dS_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

Для средних в данный момент интегралы берутся по объему.

По (20а) $\frac{\partial \mathfrak{s}^0}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s}^\alpha = 0$ $(\alpha = 1, 2, 3)$ и скорость дается соотношением

$$\bar{v} = \int v\rho\, d\tau = \int \mathfrak{s}^\alpha\, dx\, dy\, dz \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

«Средний» потенциал электромагнитного поля частицы, как было указано Гордоном [1], дается

$$\overline{\Phi}_k = \int \frac{[S_k]_{t-\frac{r}{c}}}{r}\, dx\, dy\, dz.$$

Метода получения $\mathfrak{s}^k$, предложенная Шрёдингером [2] (из вариационного принципа), не заслуживает доверия, так как вариация производится одновременно по двум потенциалам (внешнего или полного потенциала).

§ 4. Обратимся к случаю консервативных систем. Легко показать, что общий интеграл будет иметь вид:

$$\Psi = \sum_n a_n \chi_n e^{i\varepsilon_n t}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

где χ_n не зависят от времени и a_n произвольные постоянные. Для уравнения (6) χ_n удовлетворяют соотношению:

$$\Delta \chi_n - \frac{2m}{h}\left(\varepsilon_n + \frac{1}{h} V\right) \chi_n = 0.$$

Как известно, ε_n (характеристические числа) могут составлять как дискретный, так и непрерывный ряд значений; χ_n удовлетворяют условиям ортогональности

$$\int \chi_n \chi_m^*\, d\tau = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

Нормируя χ_n так, чтобы $\int \chi_n \chi_n^* d\tau = \int |\chi_n|^2 d\tau = 1$, мы получим из условия (18)

$$\int \psi\psi^* d\tau = \sum_n |a_n|^2 = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

---

[1] W. Gordon, l. c.

[2] E. Schrödinger. Ann. d. Phys. 82, 265 (1927).

Для любой величины f имеем из (17) и (19c)

$$\overline{f} = \sum_n \sum_m a_n a_m^* f_{nm} e^{i(\varepsilon_n - \varepsilon_m) t}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

где f_{nm} — независящие от времени константы. Матрицы f_{nm} были впервые введены Гейзенбергом. Для энергии получим из (19d)

$$E = -\sum_k |a_n|^2 h\varepsilon_n = \sum_n |a_n|^2 E_n, \quad \ldots\ldots\ldots (27a).$$

где $E_n = -h\varepsilon_n$.

Излучение дается, как известно, второй производной вектора поляризации:

$$\overline{\ddot{\mathfrak{P}}} = \frac{d^2}{dt^2} \overline{\mathfrak{P}} = \frac{d^2}{dt^2} \sum_n \sum_m a_n a_m^* \mathfrak{P}_{nm} e^{i(\varepsilon_n - \varepsilon_m) t} =$$

$$= -\sum_n \sum_m a_n a_m^* (\varepsilon_n - \varepsilon_m)^2 \mathfrak{P}_{nm} e^{i(\varepsilon_n - \varepsilon_m) t} \quad \ldots\ldots\ldots (28)$$

Таким образом, амплитуда, фаза и поляризация линии частоты

$$2\pi \nu_{nm} = \omega_{nm} = \varepsilon_n - \varepsilon_m$$

определится вектором $-a_n a_m^* \omega_{nm}^2 \mathfrak{P}_{nm}$ и для данной линии, зависит от состояния системы атомов (числа a_n).

Мы видим, что волновая механика, как для получения результатов, так и для их интерпретации, не нуждается в введении стационарных состояний. Пользование моделью Бора не дает ничего нового, любой результат, толкуемый Борном[1] в ее пользу, может быть получен из волновой механики совершенно независимо от всяких дополнительных частных предположений.

§ 5. Видя в теории Шрёдингера результат некоторого усреднения, мы должны вводить статистику уже в самое ψ. В простом случае консервативных систем ряд соображений (в том числе и предельный переход) показывают, что нужно положить:

$$|a_n|^2 : |a_m|^2 = e^{-\frac{E_n}{kT}} : e^{-\frac{E_m}{kT}} {}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

Это выражение, как легко показать, приводит к статистике Планка.

---

[1] M. Born, ZS. f. Phys. 38, 803 (1926).

[2] D. Iwanenko und L. Landau. ZS. f. Phys. 42, 562 (1927).

Ответственный редактор А. Ф. Иоффе.

Гиз. № 20102. Ленинградский Гублит № 43450. Тираж 1000. 8 л.