

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ЭНЕРГЕТИКИ

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК

ЭНЕРГЕТИКА

Журнал основан в 1963 г.

Выходит 6 раз в год

Москва • "Наука"

№ 5

сентябрь–октябрь • 2000

РЕДАКЦИЯ

Главный редактор академик **К.С. Демирчян** (электротехника)

Отв. секретарь член-корр. **П.А. Бутырин** (электротехника), зам. главн. редактора докт. техн. наук **В.П. Васин** (электроэнергетика), член-корр. **Э.П. Волков** (теплоэнергетика), академик **Н.А. Доллежал** (теплотехника, атомная техника), докт. физ.-мат. наук **Э.М. Карташов** (теплотехника), член-корр. **А.В. Клименко** (теплоэнергетика), докт. техн. наук **И.П. Копылов** (электротехника), академик **А.И. Леонтьев** (теплотехника), член-корр. **А.А. Макаров** (энергетика), член-корр. **Н.А. Малышев** (гидротехника), академик **А.А. Саркисов** (атомная энергетика), академик **В.И. Субботин** (ядерная энергетика), академик **Н.Н. Тиходеев** (электроэнергетика), докт. техн. наук **В.П. Фотин** (энергетика)

Бурцев С.А., Леонтьев А.И. Температурная стратификация в сверхзвуковом потоке газа

101-11

УДК 636.4

© 2000 г. БУРЦЕВ С.А., ЛЕОНТЬЕВ А.И.

**ТЕМПЕРАТУРНАЯ СТРАТИФИКАЦИЯ
В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА***

В работе рассмотрен механизм температурной стратификации газа в сверхзвуковом потоке. Рассмотрено влияние вида газа и скорости потока на величину температурной стратификации и проведена оптимизация для случая ламинарного и турбулентного обтекания плоской пластины. Исследовано комплексное влияние вида газа, скорости потока и величины вдува газа на величину эффекта температурной стратификации при обтекании плоской проницаемой пластины. Проведены численные исследования влияния вида газа, скорости и массовых соотношений потоков на величину стратификации в устройстве температурной стратификации газа с цилиндрическими каналами. На основе выполненных исследований сделаны выводы о влиянии различных параметров на величину стратификации в сверхзвуковом потоке. Исследования проведены для идеального газа.

Введение. Способ температурной стратификации газа и устройство для его осуществления были предложены в [1, 2]. Предельные оценки эффекта температурной стратификации были даны в [3]. Теоретическое и экспериментальное исследования влияния вдува газа на коэффициент восстановления и величину температурной стратификации газа были сделаны в [4, 5]. Методика расчета устройства температурной стратификации газа при разных законах изменения параметров газовых потоков приведена в [6]. Оптимизация формы канала и учет толщины и термического сопротивления стенки проведены в [7, 8].

Исследование термогазодинамических циклов тепловых и холодильных машин с газодинамической регенерацией выполнено в [9–11]. Во всех работах показано, что величина температурной стратификации зависит от многих параметров. Однако до сих пор мало исследованным оставался вопрос о совместном влиянии всех параметров и об оптимальных значениях числа Прандтля рабочего тела, величины вдува и величинах приведенных скоростей в дозвуковом и сверхзвуковом потоках.

Ламинарное обтекание пластины. Для оценки максимальной газодинамической температурной стратификации рассмотрим задачу обтекания плоской, бесконечно тонкой пластины сверхзвуковым потоком газа, с одной стороны, и дозвуковым потоком, с другой стороны (рис. 1). Дозвуковой поток получается в результате торможения сверхзвукового потока через скачок уплотнения. В случае организации прямого скачка уплотнения

$$\lambda_2 = 1/\lambda_1; P_2^*/P_1^* = \sigma,$$

а температуры торможения сверхзвукового и дозвукового потоков останутся одинаковыми $T_{01}^* = T_{02}^* = T_0^*$.

Можно рассмотреть и более общий случай, когда у передней кромки пластины образуется косой скачок уплотнения.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ. Грант № 99-02-17847а.

Рассмотрим случай течения газа с $Pr < 1$. Количество тепла, передаваемого от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку на некоторой длине можно записать в виде

$$Q = KF(T_2^* - T_{ст}^*), \quad (1)$$

где K – коэффициент теплопередачи от дозвукового потока газа к сверхзвуковому потоку; F – площадь поверхности теплообмена; T_2^* – температура дозвукового потока; $T_{ст}^*$ – температура теплоизолированной стенки

$$T_{ст}^* = T_1^* [1 - (1-r)\lambda^2(k-1)/(k+1)]. \quad (2)$$

Для того чтобы выполнить оценку оптимальных значений числа Прандтля и приведенных скоростей потоков, пренебрегаем толщиной и термическим сопротивлением стенки. В таком случае коэффициент теплопередачи можно записать в виде

$$K = \left[\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right]^{-1} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_2 + \alpha_1} = \frac{\alpha_1}{1 + (\alpha_1 / \alpha_2)}. \quad (3)$$

Преобразуем соотношение коэффициента теплоотдачи со сверхзвуковой стороны и коэффициента теплоотдачи с дозвуковой стороны, используя выражение для числа Стантона $St = \alpha / (C_p \rho W)$. Запишем его для случая ламинарного пограничного слоя при течениях газа с $\rho \mu = \text{const}$, согласно [12],

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{St_1 \Psi_c}{St_2} \cdot \frac{\rho_{01} W_{01}}{\rho_{02} W_{02}} = \sqrt{\frac{Re_{x2}}{Re_{x1}}} \cdot \frac{\rho_{01} W_{01}}{\rho_{02} W_{02}}. \quad (4)$$

Так как в прямом скачке $\rho_{01} W_{01} = \rho_{02} W_{02}$, то

$$\alpha_1 / \alpha_2 = \sqrt{\frac{\mu_{01}}{\mu_{02}}} \Psi_c = \sqrt{T_{01} / T_{02}} \Psi_c = \sqrt{\tau(\lambda_1) / \tau(\lambda_2)} \Psi_c, \quad (5)$$

где $\tau(\lambda) = 1 - \lambda^2(k-1)/(k+1)$.

С учетом того, что

$$\alpha_1 = St_1 \rho_{01} W_{01} C_p = \frac{0,332}{\sqrt{Re_{x1}}} \frac{C_p \rho_{01} W_{01}}{Pr^{2/3}},$$

из формулы (3) имеем

$$\bar{q} = \frac{\bar{Nu}}{0,332 \sqrt{Re_{00}} Pr^{1/3} (1-r)} = \frac{(1-I^2)^{k/2(k-1)} I^{2,5}}{1 + (1-I^2)^{0,5}}, \quad (6)$$

где $\bar{Nu} = q_{ст} x / T_0^* \lambda_0^*$, $Re_{00} = \rho_0^* W_{\max} x / \mu_0^*$,

$$I = \frac{W_0}{W_{\max}} = \sqrt{(k-1)/(k+1)} \lambda.$$

Интересно отметить, что температура стенки в этом случае не изменяется по длине пластины. Из (6) следует, что

$$q_{ст} \approx 1/\sqrt{x}, \text{ так как } T_{ст} = T_{ст}^* - (q_{ст} / \alpha) \text{ и } \alpha \approx 1/\sqrt{x}, \text{ то } T_{ст} = \text{const.}$$

На рис. 2 показаны зависимости правой части уравнения (6) от I при различных значениях k .

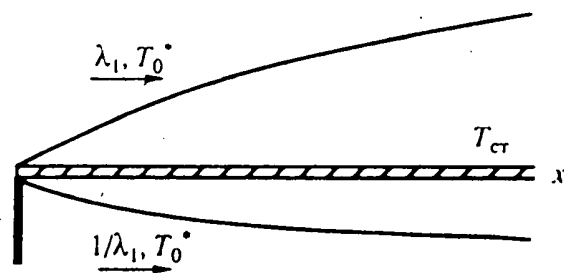


Рис. 1

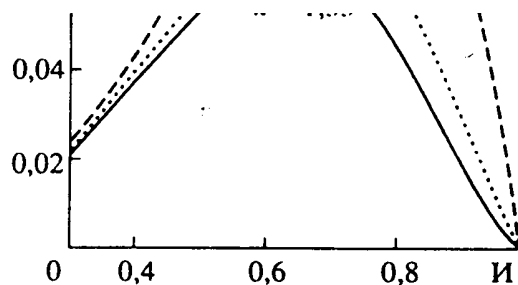


Рис. 2

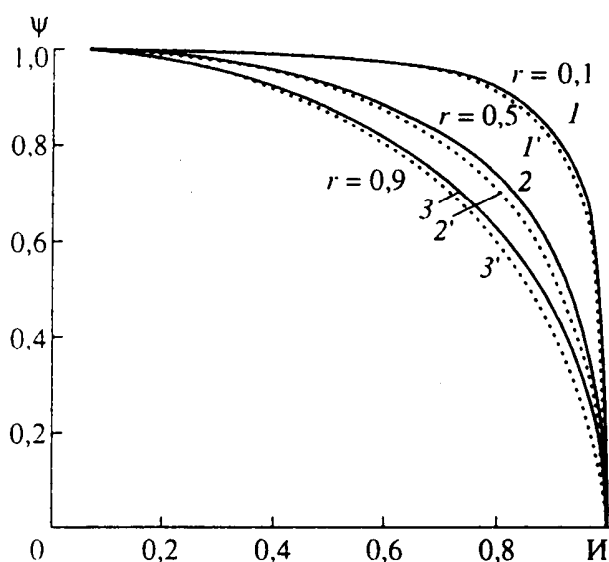


Рис. 3

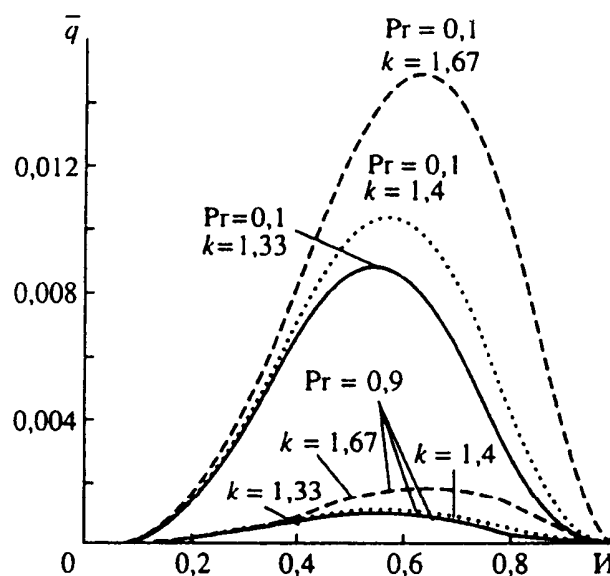


Рис. 4

Рис. 1. Схема обтекания плоской, бесконечно тонкой пластины сверхзвуковым потоком газа (с одной стороны) и дозвуковым потоком (с другой стороны)

Рис. 2. Зависимости правой части уравнения (6) от И при различных значениях показателя адиабаты k

Рис. 3. Сравнение точного значения функции, учитывающей влияние сжимаемости на число Стантона $\Psi_{ст}$, для неизотермичного пограничного слоя на непроницаемой пластине при $Re \rightarrow \infty$ (1', 2', 3') и для конечных чисел Рейнольдса по (8) (1, 2, 3)

Рис. 4. Графики зависимости правой части уравнения (9) от И при различных значениях показателя адиабаты k и $Pr = 0,1$ и $0,9$

Как видно из графика, при заданных параметрах торможения и заданном критерии Pr и соответственно $r = \sqrt{Pr}$ существует экстремальное значение И (или λ), при котором происходит наиболее интенсивный теплообмен между дозвуковым и сверхзвуковым потоками газа. Например, для $k = 1,4$ $И_{экстр} = 0,66$ ($\lambda_{экстр} = 1,68$).

Следует обратить внимание на существенное влияние показателя адиабаты k на количество передаваемого тепла. При переходе k от 1,33 до 1,67 тепловой поток увеличивается примерно на 70%.

Из (6) следует, что тепловой поток существенным образом зависит от величины коэффициента восстановления. Так как для случая ламинарного пограничного слоя $r = \sqrt{\text{Pr}}$, то

$$\bar{Nu} / 0,332\sqrt{\text{Re}_{00}} F(\text{И}) = \text{Pr}^{1/3} (1 - \sqrt{\text{Pr}}), \quad (7)$$

где $F(\text{И}) = (1 - \text{И}^2)^{k/2(k-1)} \text{И}^{2,5} / [1 + (1 - \text{И}^2)^{0,5}]$.

Из формулы (7) следует, что максимальный тепловой поток будет для газа с $\text{Pr} = 0,16$.

Известно [13], что для области малых чисел Прандтля, когда динамический пограничный слой значительно меньше теплового, существует асимптотическое решение

$$\text{Nu}_x = (1/\sqrt{\pi})\sqrt{\text{Re}_x \text{Pr}}.$$

В этом случае правая часть уравнения (8), см. ниже, будет иметь вид $\text{Pr}^{0,5} (1 - \text{Pr}^{0,5})$ и $\text{Pr}_{\text{экстр}} = 0,25$.

Турбулентное обтекание пластины. Аналогичным образом можно получить формулу для случая турбулентных пограничных слоев на поверхностях пластины. Как известно [14], сжимаемость газа оказывает существенное влияние на коэффициент теплоотдачи. Поправка, учитывающая влияние сжимаемости на число Стантона Ψ_c , для неизоэргического пограничного слоя на непроницаемой пластине при $\text{Re} \rightarrow \infty$ записывается в виде

$$(\text{St}/\text{St}_0)_{\text{Re},x} = \Psi_c = [\text{arctg}(M\sqrt{r \cdot (k-1)/2}) / M\sqrt{r \cdot (k-1)/2}]^{1,6}.$$

Эту зависимость можно аппроксимировать формулой

$$(\text{St}/\text{St}_0)_{\text{Re},x} = \Psi_c = (1 - \text{И}^2)^{0,5} / [1 - \text{И}^2(1 - r)]^{0,5}. \quad (8)$$

Сравним обе функции, построив их графики при $k = 1,4$ и различных значениях коэффициента восстановления r . Из рис. 3 видно, что аппроксимация дает хорошее совпадение при небольших значениях коэффициента восстановления и не очень хорошее – при больших. Однако в первую очередь представляет интерес область малых значений критерия Прандтля, и, следовательно, малых значений r . Как видно из рис. 3, с уменьшением значения коэффициента восстановления влияние сжимаемости на St уменьшается и при $r \rightarrow 0$, $\Psi \rightarrow 1$. Аналогичная картина наблюдается и при других значениях показателя адиабаты.

Приняв

$$\text{St} = 0,028/\text{Re}_x^{0,2} \text{Pr}^{0,75},$$

после соответствующих преобразований получим

$$\frac{\bar{Nu}}{0,028 \text{Re}_{00}^{0,8} \text{Pr}^{1/4} (1-r)} = \frac{(1 - \text{И}^2)^{7k+1/10(k-1)} \text{И}^{2,8} \Psi_c}{(1 + \Psi_c)} = \frac{(1 - \text{И}^2)^{7k+1/10(k-1)} \text{И}^{2,8}}{[1 + (1/\Psi_c)]}$$

или

$$\frac{\bar{Nu}}{0,028 \text{Re}_{00}^{0,8}} = \frac{(1 - \text{И}^2)^{12k-4/10(k-1)} \text{И}^{2,8} \text{Pr}^{1/4} (1-r)}{[1 - \text{И}^2(1-r)]^{0,5} + (1 - \text{И}^2)^{0,5}}, \quad (9)$$

где $\bar{Nu} = q_{\text{ст},x} / T_0^* \lambda_0^*$; $\text{Re}_{00} = \rho_0^* W_{\text{max}} x / \mu_0^*$; $r = \sqrt[3]{\text{Pr}}$.

На рис. 4 показаны зависимости правой части уравнения (9) от И при различных значениях показателя адиабаты и $\text{Pr} = 0,1$ и $0,9$. Как видно из рис. 4, для каждого значения показателя адиабаты k существует экстремальное значение И (при заданном Pr), соответствующее максимальному количеству тепла, переданного через пластину.

Существенное влияние на количество переданного тепла оказывает показатель адиабаты k и значения критерия Прандтля.

Нельзя в чистом виде определить влияние значения числа Прандтля на максимальное значение теплового потока через стенку. Однако мы можем представить эту зависимость в виде

$$\hat{q} = \text{Pr}^{1/4} (1-r) / [1 - \text{И}^2 (1-r)]^{0.5} + (1 + \text{И}^2)^{0.5}, \quad (10)$$

и рассмотрим при разных значениях И. На рис. 5 представлены зависимости теплового потока через стенку от значения числа Прандтля при заданных И. Из приведенных графиков видно, что для каждого И есть $\text{Pr}_{\text{экстр}}$ и с ростом И происходит уменьшение значения $\text{Pr}_{\text{экстр}}$.

Ламинарное обтекание пористой пластины. Известно [14], что на пористой поверхности коэффициент восстановления уменьшается с увеличением вдува.

Рассмотрим обтекание плоской пористой пластины, изображенной на рис. 6. Газ будет вдуваться в сверхзвуковой пограничный слой и отсасываться из дозвукового пограничного слоя, так как $P_{02} > P_{01}$.

В этом случае можно записать следующую систему уравнений, согласно [15],

$$\left. \begin{aligned} q_{\text{ст1}} &= \alpha_1 (T_{\text{ст1}} - T_{\text{ст}}^*) \\ q_{\text{ст1}} &= C_p j_{\text{ст}} (T_{\text{ст2}} - T_{\text{ст1}}) [e^{b_r \text{Bi}} / (e^{b_r \text{Bi}} - 1)] \\ q_{\text{ст1}} &= \alpha_2 e^{b_r \text{Bi}} (T_0^* - T_{\text{ст2}}) \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

откуда

$$K = \left[\frac{1}{\alpha_1} + \frac{e^{b_r \text{Bi}} - 1}{C_p j_{\text{ст}} e^{b_r \text{Bi}}} + \frac{1}{\alpha_2 e^{b_r \text{Bi}}} \right]^{-1}, \quad (12)$$

где $b_r = (j_{\text{ст}} / \rho_{01} W_{01}) (1 / \text{St}_0)$ – параметр пористости; $\text{Bi} = \alpha_0 \delta / \lambda_m$ – критерий Био; λ_m – теплопроводность пористого материала; δ – толщина пористой стенки.

Для случая $\text{Bi} \rightarrow 0$ ($\delta \rightarrow 0$ или $\lambda_m \rightarrow \infty$) $K = 1 / [(1/\alpha_1) + (1/\alpha_2)]$.

В другом предельном случае $\text{Bi} \rightarrow \infty$ ($\lambda_m \rightarrow 0$)

$$K = 1 / [(1/\alpha_1) + (1/C_p j_{\text{ст}})].$$

Пренебрегая термическим сопротивлением стенки, получим

$$K = \alpha_{01} \Psi_{\text{н}} / [1 + (\alpha_{01} / \alpha_{02}) (\Psi_{\text{н}} / \Psi_{\text{отс}})],$$

где α_0 – коэффициент теплоотдачи для непроницаемой стенки; $\Psi_{\text{н}}$ и $\Psi_{\text{отс}}$ – относительные законы теплообмена на пористой поверхности. Согласно [16], для ламинарного пограничного слоя

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{\text{н}} &= 1 - (b_{r1} / 1,6) \\ \Psi_{\text{отс}} &= 1 + (b_{r2} / 1,6) \\ r / r_0 &= 1 - 0,13 b_{r1} \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

где $b_{r1} = \frac{j_{\text{ст}}}{\rho_{01} W_{01}} \cdot 1 / \text{St}_{01}$, $b_{r2} = \frac{j_{\text{ст}}}{\rho_{02} W_{02}} \cdot 1 / \text{St}_{02}$, $r_0 = \sqrt{\text{Pr}}$ – коэффициент восстановления на непроницаемой стенке.

Из (6) следует, что при заданном значении И существует экстремальное значение критерия Прандтля, соответствующее максимальному значению теплового потока

$$\frac{q_{\text{ст1 пр}}^{\text{эк}}}{0,332 \sqrt{\text{Re}_{(0)}} \lambda_0^* T_0^*} = \frac{(1 - \text{И}^2)^{k/2(k-1)} \text{И}^{2,5} \Psi_{\text{н}}}{[1 + (1 - \text{И}^2)^{0,5} (\Psi_{\text{н}} / \Psi_{\text{отс}})]} \text{Pr}^{1/4} [1 - r_0 (1 - 0,13 b_r)]. \quad (14)$$

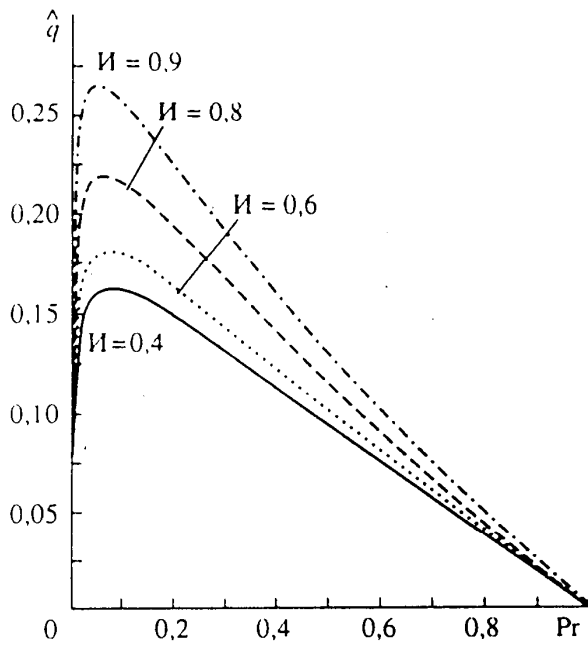


Рис. 5

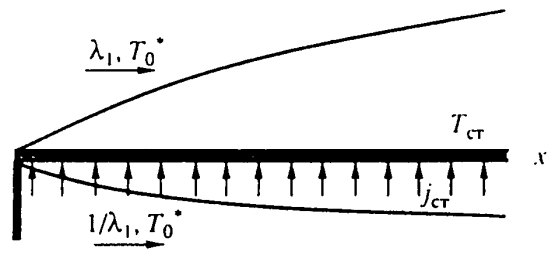


Рис. 6

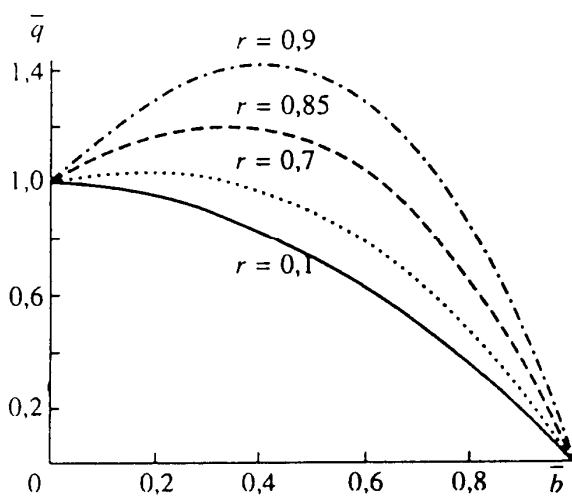


Рис. 7

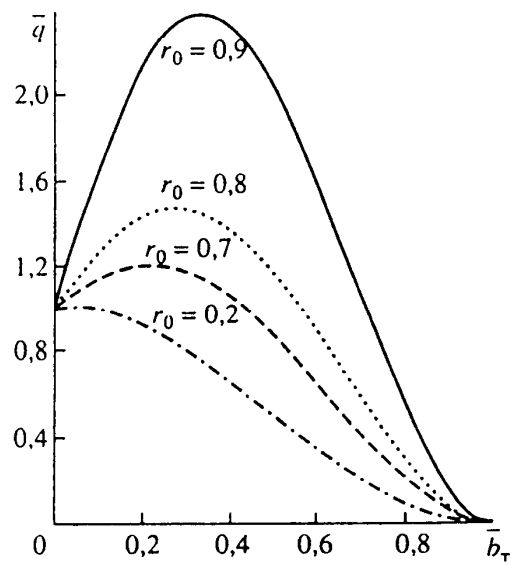


Рис. 8

Рис. 5. Графики зависимости теплового потока через стенку по формуле (10) от значения числа Прандтля при заданных I

Рис. 6. Схема обтекания плоской, бесконечно тонкой проницаемой пластины сверхзвуковым потоком газа (с одной стороны) и дозвуковым потоком (с другой стороны)

Рис. 7. Влияние величины вдува газа на количество тепла, передаваемого через бесконечно тонкую проницаемую пластину, для случая ламинарных пограничных слоев и разных значений коэффициента восстановления

Рис. 8. Влияние величины вдува газа на количество тепла, передаваемого через бесконечно тонкую проницаемую пластину, для случая турбулентных пограничных слоев, $I = 0,8$ и разных значений коэффициента восстановления

Из (14) следует, что экстремальное значение числа Прандтля определяется:

$$\text{Pr}_{\text{экстр}} = [2 / 5(1 - 0,20\bar{b}_r)]^2, \quad (15)$$

где $\bar{b}_r = b_r/b_{r\text{кр}}$.

Таким образом, с увеличением параметра вдува оптимальные значения Pr увеличиваются, и при $\bar{b}_r \rightarrow \bar{b}_{r\text{кр}}$, $\text{Pr}_{\text{экстр}} \rightarrow 0,25$.

С учетом (13) уравнение (14) приводится к виду

$$\frac{\bar{Nu}}{0,332\sqrt{\text{Re}_{00}} \text{Pr}^{1/3}} = \frac{(1 - \text{И}^2)^{k/2(k-1)} \text{И}^{2,5} \Psi_{\text{н}}}{[1 + (1 - \text{И}^2)^{0,5} (\Psi_{\text{н}} / \Psi_{\text{отс}})]} [1 - r_0(1 - 0,13b_r)]. \quad (16)$$

Таким образом, при заданных параметрах торможения и одинаковых И

$$\frac{q_{\text{ст пр}}}{q_{\text{ст0}}} = \frac{(1 - \text{И}^2)^{k/2(k-1)} \text{И}^{2,5} \Psi_{\text{н}}}{1 + (1 - \text{И}^2)^{0,5} (\Psi_{\text{н}} / \Psi_{\text{отс}})} \cdot \frac{1 - r_0(1 - 0,13b_r)}{(1 - r)}, \quad (17)$$

где $q_{\text{ст пр}}$ – тепловой поток к проницаемой стенке.

Для условий $\text{И}_{\text{экстр}} = 0,66$; $\text{Pr}_{\text{экстр}} = 0,16$ и $b_{r2} = b_{r1} \tau^{0,5}$ получаем

$$\frac{q_{\text{ст пр}}}{q_{\text{ст0}}} = \frac{1,75(1 - 0,625b_r)}{1 + [0,75(1 - 0,47b_r)/(1 + 0,47b_r)]} \cdot (1 + 0,087b_r). \quad (18)$$

Из рис. 7 видно, что для случая ламинарных пограничных слоев вдув газа не приводит к заметному увеличению количества переданного тепла. Более того, при дальнейшем росте b_r начинается существенное падение теплового потока. График показывает, что с увеличением коэффициента восстановления относительное влияние вдува на количество переданного тепла по сравнению с непроницаемой пластиной может увеличиваться.

Турбулентное обтекание проницаемой пластины. Для турбулентного пограничного слоя, согласно работе [14],

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{\text{н}} &= \Psi_S \left(1 - \frac{b_r}{b_{r\text{кр}}} \right)^2; \quad \Psi_S = \frac{(1 - \text{И}^2)^{0,5}}{[1 - \text{И}^2(1 - r)]^{0,5}} \\ \Psi_{\text{отс}} &= \left(1 + \frac{b_r}{b_{r\text{кр}}} \right)^2; \quad \frac{r}{r_0} = 1 - 0,2b_r \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Тогда из формулы (9) следует

$$\frac{q_{\text{ст пр}}}{q_{\text{ст0}}} = \frac{\Psi_{\text{отс}} \Psi_{\text{н}} (1 + \Psi_{\text{с}})}{(\Psi_{\text{отс}} + \Psi_{\text{н}}) \Psi_{\text{с}}} \cdot \frac{1 - r_0(1 - 0,8\bar{b}_r)}{(1 - r)} \quad (20)$$

или

$$\frac{q_{\text{ст пр}}}{q_{\text{ст0}}} = \frac{[1 - r_0(1 - 0,8\bar{b}_r)](1 - \bar{b}_r^2)^2}{(1 - r_0)} \times \frac{[1 - \text{И}^2(1 - r)]^{0,5} + (1 - \text{И}^2)^{0,5}}{(1 + \bar{b}_r)^2 \{1 - \text{И}^2[1 - r_0(1 - 0,8\bar{b}_r)]\}^{0,5} + (1 - \text{И}^2)^{0,5}(1 - \bar{b}_r)^2}. \quad (21)$$

Из рис. 8 видно, что с уменьшением коэффициента восстановления $r_0 = \sqrt[3]{\text{Pr}}$ относительное влияние вдува на количество переданного тепла уменьшается. При малых значениях коэффициента восстановления происходит уменьшение количества тепла, передаваемого через проницаемую пластину по сравнению с непроницаемой. Так же снижение количества тепла, передаваемого через проницаемую пластину по сравнению с непроницаемой наблюдается в области больших значений \bar{b}_r (для всех значений коэффициента восстановления).

Анализ формулы (21) показал, что при одинаковых значениях коэффициента восстановления $r_0 = \sqrt[3]{Pr}$ с увеличением И происходит небольшое уменьшение оптимального значения относительного теплового потока (при почти неизменном $h_{\text{мин}}$).

Турбулентное течение газа в коаксиальных цилиндрических каналах. Для практической реализации способа температурной стратификации газа [2] было предложено устройство – труба Леонтьева (ТЛ), (рис. 9). В первом приближении будем считать, что сверхзвуковой канал имеет цилиндрическую форму.

Для того чтобы выполнить оценку оптимальных значений и приведенных скоростей потоков, пренебрегаем толщиной и термическим сопротивлением стенки. В таком случае коэффициент теплопередачи можно записать в виде (3). Преобразуем соотношение коэффициента теплоотдачи со сверхзвуковой стороны и коэффициента теплоотдачи с дозвуковой стороны, используя выражение для числа Стантона $St = \alpha / (C_p \rho W)$, и запишем его в виде

$$\frac{\alpha_c}{\alpha_d} = \frac{St_c \Psi_c}{St_d} \cdot \frac{C_{pc} \rho_c W_c}{C_{pd} \rho_d W_d}.$$

Газодинамическая функция расхода $q(\lambda)$ может быть выражена несколькими способами (см. например [17]), один из которых может быть записан в виде

$$q(\lambda) = \rho W / \rho_{кр} W_{кр}.$$

Используя это соотношение, можем преобразовать выражение (3) к виду

$$\frac{\alpha_c}{\alpha_d} = \frac{St_c \Psi_c}{St_d} \cdot \frac{C_{pc} q(\lambda_c) \rho_{крс} W_{крс}}{C_{pd} q(\lambda_d) \rho_{крд} W_{крд}}.$$

В начале канала можем принять, что $C_{pc} = C_{pd}$, $W_{крс} = W_{крд}$ и при условии равенства полных давлений и температур потоков $\rho_{крс} = \rho_{крд}$. Следовательно, можем переписать выражение (3) в форме

$$\frac{\alpha_c}{\alpha_d} = \frac{St_c \Psi_c}{St_d} \cdot \frac{q(\lambda_c)}{q(\lambda_d)}. \quad (22)$$

Преобразуем выражение (22), используя $St = Nu / (Re Pr)$ и учитывая то, что $Pr_c = Pr_d$. Поскольку в большинстве технических приложений, рассматриваемых для ТЛ, режим течения потоков газа турбулентный, то для определения числа Нуссельта можем использовать формулу Михеева – Крауссольда $Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}$. Результат запишем в виде выражения

$$\alpha_c / \alpha_d = \left(\frac{Re_d}{Re_c} \right)^{0,2} \frac{q(\lambda_c) \Psi_c}{q(\lambda_d)}. \quad (23)$$

ТЛ представляет собой конструкцию из коаксиально расположенных труб, следовательно, эквивалентный диаметр дозвукового канала (без учета толщины стенки) можно определить как

$$d_{\text{экв}} = 4\pi[(D^2/4) - (d^2/4)] / \pi d = (D^2 - d^2) / d,$$

где D – внешний диаметр дозвукового канала; d – диаметр сверхзвукового канала.

Используя выражения для числа Рейнольдса, перепишем выражение (23) в виде

$$\frac{\alpha_c}{\alpha_d} = \left[\frac{W_d [(D^2 - d^2) / d] \rho_d}{\mu_d} \cdot \frac{\mu_c}{W_c d \rho_c} \right]^{0,2} \cdot \frac{q(\lambda_c) \Psi_c}{q(\lambda_d)}.$$

Поскольку величина динамической вязкости в сверхзвуковом потоке определяется по температуре теплоизолированной стенки (2), то для оценок можно пренебречь ее

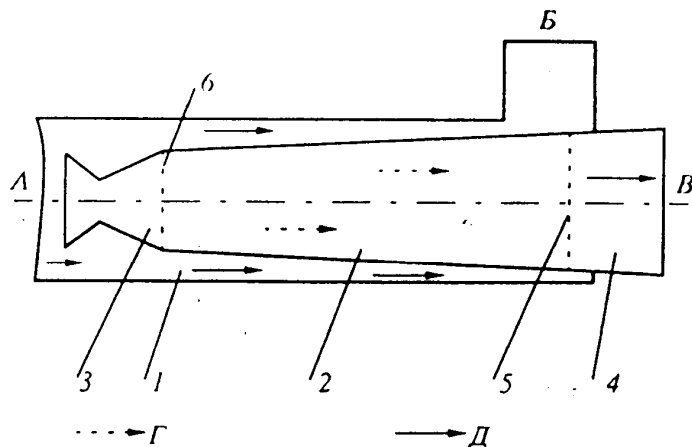


Рис. 9. Принципиальная схема устройства температурной стратификации газа (труба Леонтьева – далее ТЛ): 1 – дозвуковой канал; 2 – рабочий участок сверхзвукового канала; 3 – сверхзвуковое сопло; 4 – диффузор; 5 – конец рабочего участка сверхзвукового канала; 6 – начальное сечение рабочего участка сверхзвукового канала; А – вход в ТЛ; Б – выход из дозвукового канала ТЛ; В – выход из сверхзвукового канала ТЛ; Г – сверхзвуковой поток газа; Д – дозвуковой поток газа

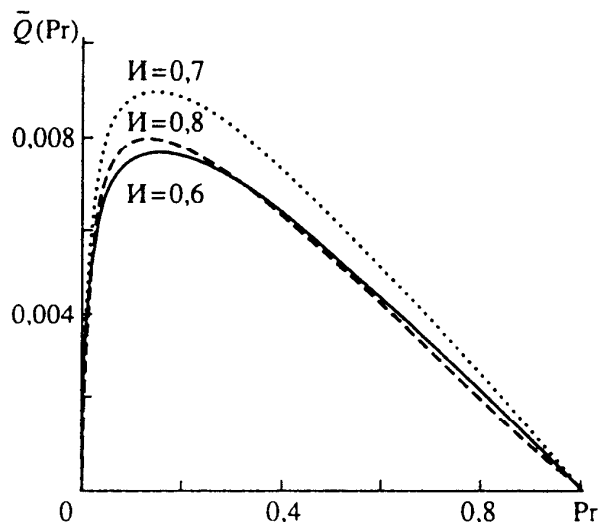


Рис. 10. График влияния числа Pr на количество тепла, переданного от дозвукового потока газа к сверхзвуковому потоку (по (29)), при $k = 1,4$, $q(\lambda_d) = 0,456$, $m = 1$ и различных И

отличием от величины динамической вязкости в дозвуковом потоке. Введя обозначение отношения расхода рабочего тела по сверхзвуковому каналу к расходу рабочего тела по дозвуковому каналу $m = G_c/G_d$ и, учитывая, что расход можно записать как $G = W\rho F$, преобразуем выражение (23) и запишем

$$\frac{\alpha_c}{\alpha_d} = \left(\frac{1}{m}\right)^{0,2} \frac{q(\lambda_c)}{q(\lambda_d)} \Psi_c. \quad (24)$$

Выразим значение коэффициента теплоотдачи со сверхзвуковой стороны, используя выражение для числа Стантона и формулу Михеева – Крауссольтда

$$\alpha_c = (0,023 C_{pe} \rho_c^{0,8} W_c^{0,8} \mu_c^{0,2} \Psi_c) / d^{0,2} Pr_c^{0,6}.$$

Умножив и разделив правую часть выражения на $d^{0,8} \mu_c^{0,8} \lambda_c^r$, где λ_c^r – теплопро-

водность рабочего тела сверхзвукового канала, можем получить выражения для определения коэффициента теплоотдачи со стороны сверхзвукового канала

$$\alpha_c = (0,023\lambda_c^r \text{Re}_{00}^{0,8} / d) \text{Pr}^{0,4} \varepsilon(\lambda_c)^{0,8} \text{И}^{0,8} \Psi_c, \quad (25)$$

где $\text{Re}_{00} = W_{\text{max}} d \rho_{\text{кр}}^* / \mu_{\text{кр}}$ – см. [14].

Перепишем выражение для определения количества тепла, переданного от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку (1), используя уравнения (2), (3), (24) и (25) и предположив, что температура торможения сверхзвукового потока приблизительно равна температуре торможения дозвукового потока:

$$Q = \frac{0,023 F T^* \lambda_c^r \text{Re}_{00}^{0,8}}{d} \cdot \frac{\text{Pr}^{0,4} (1-r) \varepsilon(\lambda_c)^{0,8} \text{И}^{2,8} \Psi_c}{[1 + (1/m)^{0,2}] [q(\lambda_c) / q(\lambda_{\text{н}})] \Psi_c}. \quad (26)$$

При такой записи количества тепла, переданного от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку в первой дроби правой части находятся только члены, определяемые геометрией канала и параметрами торможения на входе в канал.

Переходя к безразмерной форме записи теплового потока, можно изучить влияние приведенных скоростей дозвукового и сверхзвукового потоков рабочего тела и числа Прандтля на его величину при различных показателях адиабаты:

$$\bar{Q} = \frac{\text{Pr}^{0,4} (1-r) \varepsilon(\lambda_c)^{0,8} \text{И}^{2,8} \Psi_c}{[1 + (1/m)^{0,2}] [q(\lambda_c) / q(\lambda_{\text{н}})] \Psi_c}. \quad (27)$$

Подставим в формулу (27) функцию, учитывающую влияние сжимаемости на число Стантона (8), и перепишем его в виде

$$\bar{Q} = \frac{\text{Pr}^{0,4} (1-r) \varepsilon(\lambda_c)^{0,8} \text{И}^{2,8} \{(1 - \text{И}^2)^{0,5} / [1 - \text{И}^2 \cdot (1-r)]^{0,5}\}}{1 + (1/m)^{0,2} \cdot [q(\lambda_c) / q(\lambda_{\text{н}})] \{(1 - \text{И}^2)^{0,5} / [1 - \text{И}^2 \cdot (1-r)]^{0,5}\}}.$$

Перепишем газодинамические функции плотности и расхода для сверхзвукового потока через функцию И:

$$q(\lambda_c) = \lambda_c \left(\frac{k+1}{2} \right)^{1/(k-1)} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \cdot \lambda_c^2 \right)^{1/(k-1)} = \text{И} \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \left(\frac{k+1}{2} \right)^{1/(k-1)} (1 - \text{И}^2)^{1/(k-1)};$$

$$\varepsilon(\lambda_c) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \cdot \lambda_c^2 \right)^{1/(k-1)} = (1 - \text{И}^2)^{1/(k-1)}.$$

Подставив их в выражение (27), получим

$$\bar{Q} = \frac{\text{Pr}^{0,4} (1-r) \text{И}^{2,8} \{(1 - \text{И}^2)^{(5k+3)/10(k-1)} / [1 - \text{И}^2 \cdot (1-r)]^{0,5}\}}{1 + (1/m)^{0,2} \cdot [\text{И} / q(\lambda_{\text{н}})] \sqrt{(k+1)/(k-1)} [(k+1)/2]^{1/(k-1)} \{(1 - \text{И}^2)^{(k+1)/2(k-1)} / [1 - \text{И}^2 \cdot (1-r)]^{0,5}\}}. \quad (28)$$

Из полученной формулы видно, что количество тепла, переданного от дозвукового потока газа к сверхзвуковому потоку, зависит от шести параметров Pr , r , k , m , И и $\lambda_{\text{н}}$.

Изучим влияние всех этих параметров на величину относительного количества тепла, переданного от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку газа.

Влияние числа Pr и r на количество передаваемого тепла. Согласно данным [18], для турбулентного течения в трубе запишем коэффициент восстановления температуры в виде $r = \sqrt[3]{Pr}$. Преобразуем \bar{Q} , подставив в правой части вместо коэффициента восстановления число Прандтля. Результат запишем в виде

$$\bar{Q} = \frac{Pr^{0,4} (1 - \sqrt[3]{Pr}) I^{2,8} (1 - I^2)^{5k+3/10(k-1)}}{[1 - I^2 \cdot (1 - \sqrt[3]{Pr})]^{0,5} + (1/m)^{0,2} [I/q(\lambda_d)] \sqrt{(k+1)/(k-1)} [(k+1)/2]^{1/(k-1)} (1 - I^2)^{(k+1)/2(k-1)}} \quad (29)$$

График влияния числа Прандтля на переданное количество тепла при заданных значениях k , m , I и λ_d представлен на рис. 10. Из него видно, что на оптимальное значение Pr оказывает влияние I , остальные параметры влияют слабее.

Проведенные расчеты показали, что для большинства наборов исходных данных максимальное количество тепла, передаваемое от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку при течении газа в цилиндрических коаксиально расположенных каналах, имеет место при небольших (0,1–0,2) значениях Pr . Однако уменьшение числа Прандтля до нуля – невыгодно, так как при уменьшении Pr растет температурный напор между сверхзвуковым и дозвуковым каналами, но одновременно происходит уменьшение коэффициента теплопередачи ($Pr^{0,4}$ в формуле (29)).

Из этого можно сделать вывод о том, что надо стремиться к уменьшению коэффициента восстановления температуры не за счет уменьшения числа Прандтля, а за счет других механизмов. Экспериментальные данные о влиянии конденсации на коэффициент восстановления при трансзвуковых скоростях приведены в [19], там же показано, что при конденсации около 10% от массового расхода экспериментально измеренное значение коэффициента восстановления $r \approx 0$. В работе [20] рассмотрено влияние конденсации в сверхзвуковом канале ТЛ на величину температурной стратификации и показано, что при условии конденсации около 10% массового расхода в сверхзвуковом канале, начиная с 20–50 калибров, должно происходить образование пленки конденсата на стенке и $r \rightarrow 0$.

Влияние λ_d и m на количество передаваемого тепла. Произведем оценку влияния приведенной скорости в дозвуковом канале ТЛ на относительное количество тепла, передаваемое от дозвукового потока газа к сверхзвуковому потоку.

Поскольку в большинстве технических приложений значение приведенной скорости в сверхзвуковом потоке находится в пределах $\lambda_d = 0,01 \div 0,35$, то значение $q(\lambda_d) \approx 0,01 \div 0,5$ (в зависимости от значения показателя адиабаты). Из анализа (28) можно сделать вывод, что увеличение приведенной скорости в дозвуковом канале приводит к росту $q(\lambda_d)$ и, следовательно, к росту \bar{Q} . Однако, во-первых, это приводит к росту потерь полного давления в дозвуковом канале, а во-вторых, при значительном увеличении λ_d наступает ограничение количества передаваемого тепла со стороны сверхзвукового потока, т.е. ограничение на рост λ_d накладывается только условиями конкретного технического приложения.

Влияние отношения расхода газа по сверхзвуковому каналу к расходу газа по дозвуковому каналу на количество передаваемого тепла слабое, так как m входит в выражение (28) в степени 0,2. В большинстве технических приложений значение m находится в пределах от 0,2 до 5 и множитель $(1/m)^{0,2} = 1,38 \div 0,72$ соответственно. Следовательно, чем выше доля сверхзвукового потока, тем больше количество переданного тепла при прочих равных условиях.

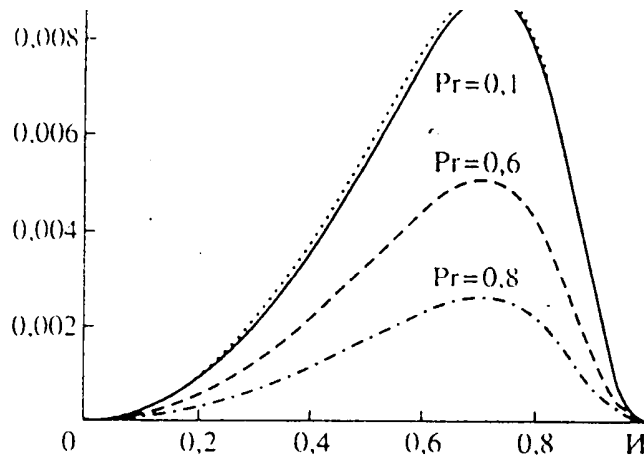


Рис. 11. Влияние значения I на величину относительного количества тепла, переданного от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку, при разных значениях числа Прандтля и $k = 1.4$, $q_{\lambda_{\mu}} = 0.456$ и $m = 1$

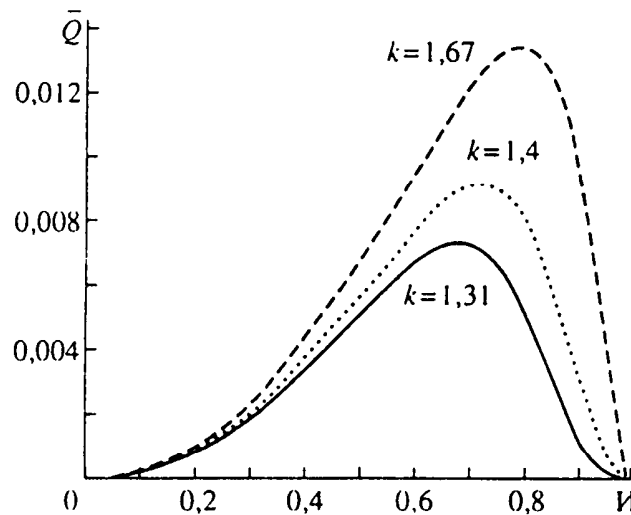


Рис. 12. Влияние значения I на величину относительного количества тепла, переданного от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку, при разных значениях показателя адиабаты k и $m = 1$, $Pr = 0.15$, $\lambda_{\mu} = 0.3$

Влияние параметра I на количество передаваемого тепла. Исследуем влияние параметра I при разных значениях Pr и k на относительное количество тепла, передаваемое от дозвукового потока газа к сверхзвуковому потоку.

Для этого воспользуемся формулой (29), приняв $k = 1.4$, $q_{\mu} = q(\lambda_{\mu}) = 0.456$ и $m = 1$. Построим зависимости \bar{Q} от I (см. рис. 11) для различных значений Pr .

Из рис. 11 видно, что при увеличении значения числа Прандтля происходит сильное уменьшение теплового потока и небольшое уменьшение $I_{\text{экстр}}$. Аналогичная картина наблюдается при наборах исходных данных.

Влияние показателя адиабаты на относительное количество тепла, передаваемое от дозвукового потока газа к сверхзвуковому потоку, при заданном значении Pr показано на рис. 12. Для расчетов принято $m = 1$, $Pr = 0.15$ и $\lambda_{\mu} = 0.3$, т.е. $q_{\mu} = q(\lambda_{\mu}) = 0.459$ при $k = 1.31$, $q_{\mu} = q(\lambda_{\mu}) = 0.456$ при $k = 1.4$ и $q_{\mu} = q(\lambda_{\mu}) = 0.446$ при $k = 1.67$.

Из рис. 12 видно, что для каждого показателя адиабаты существует оптимальная (с точки зрения увеличения количества тепла, передаваемого от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку) приведенная скорость сверхзвукового потока рабочего тела. Это происходит из-за того, что с увеличением приведенной скорости увеличивается температурный напор, но начинает уменьшаться коэффициент теплоотдачи со стороны сверхзвукового потока. Так же видно, что с ростом показателя адиабаты растет оптимальное значение параметра I и увеличивается количество переданного тепла.

Примеры практического применения газодинамической температурной стратификации в различных областях техники приводятся в работе [21].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Леонтьев А.И.* Газодинамический метод энергоразделения газовых потоков // ТВТ. 1997. Т. 35. № 1. С. 157–159.
2. *Леонтьев А.И.* Способ температурной стратификации газа и устройство для его осуществления (Труба Леонтьева): Патент на изобретение № 2106581. Приоритет 23.05.1996. Публикация: 10.03.1998.
3. *Леонтьев А.И.* Температурная стратификация сверхзвукового газового потока // Докл. РАН. 1997. Т. 354. № 4. С. 475–477.
4. *Леонтьев А.И.* Температурная стратификация в сверхзвуковом потоке // Литовская АН. Энергетика. 1998. № 2. С. 35–42.
5. *Виноградов Ю.А., Ермолаев И.К., Леонтьев А.И.* Течение газа в сверхзвуковом осесимметричном сопле с проницаемой вставкой // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 5. С. 205–208.
6. *Бурцев С.А.* Исследование температурной стратификации газа // Вестн. МГТУ. Сер. Машиностроение. 1998. № 2. С. 65–72.
7. *Бурцев С.А.* Оптимизация геометрии сверхзвукового канала в устройстве для энергоразделения // Вестн. МГТУ. Машиностроение. 1999. № 2. С. 48–54.
8. *Бурцев С.А.* Исследование влияния толщины стенки сверхзвукового канала и ее термического сопротивления на температурную стратификацию реального газа // Тр. 12 Школы-семинара молодых ученых и специалистов. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 27–30.
9. *Леонтьев А.И., Шмидт К.Л.* Безкомпрессорный идеальный цикл замкнутой газотурбинной установки // Изв. РАН. Энергетика. 1997. № 3. С. 132–141.
10. *Leontiev A.I.* Gas Dynamics Cycles of Thermal and Refrigerating Machines // NATO Advanced Study Institute "Thermodynamics and the Optimization of Complex Energy System". July, 1998. Constanta, Romania.
11. *Леонтьев А.И., Шмидт К.Л.* Идеальный цикл энерголазерной установки с газодинамической регенерацией // Изв. РАН. Энергетика. 1999. № 5. С. 74–78.
12. *Дородницын А.А.* Пограничный слой в сжимаемом газе // ПММ. 1942. № 6. С. 449.
13. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
14. *Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И.* Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоатомиздат, 1985. 320 с.
15. *Leontiev A.I.* Heat and mass transfer problems for film cooling // J. of Heat Transfer. 1999. V. 121. № 8. P. 509–527.
16. *Pattet J.P.* Mass transfer cooling // Handbook of Heat Transfer. Application Mc. Graw Hill Book Company, 1985. P. 1–111.
17. Газовая динамика. Механика жидкости и газа / Под ред. А.И. Леонтьева. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. 671 с.
18. *Романенко П.И.* Тепломассообмен и трение при градиентном течении жидкостей. М.: Энергия, 1971. 568 с.
19. *Дейч М.Е., Филиппов Г.А.* Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергия, 1968. 424 с.
20. *Бурцев С.А.* Исследование температурной стратификации газа и коэффициента восстановления при образовании конденсата газа // Тр. 2-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 8. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 58–59.
21. Научные основы технологии XXI века. М.: УНПЦ "Энергомаш", 2000. 136 с.