

# ОБЗОР

## ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

### Спаривание нуклонов в атомных ядрах

Б. С. Ишханов<sup>1,2</sup>, М. Е. Степанов<sup>1,2,a</sup>, Т. Ю. Третьякова<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей ядерной физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ).

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: <sup>a</sup>stepanov@depni.sinp.msu.ru, <sup>b</sup>tretyakova@dubna.ru

Статья поступила 10.09.2013, подписана в печать 06.11.2013.

Рассмотрено одно из ярких проявлений ядерной динамики — спаривание нуклонов. Спаривание нуклонов для различных цепочек ядер в зависимости от числа протонов или нейтронов в ядре позволяет объяснить появление большого числа состояний положительной четности в четно-четных ядрах в области энергии возбуждения  $E^* < 4$  МэВ, образующих мультиплет основного состояния ядра. Взаимодействие спаренных нуклонов с колебательными и вращательными степенями свободы ядра приводит к большому разнообразию спектров возбуждения состояний положительной четности четно-четных ядер.

*Ключевые слова:* нуклон-нуклонное взаимодействие, модели атомных ядер, спаривание нуклонов в атомных ядрах.

УДК: 539.14. PACS: 21.10.Dr, 21.30.Fe, 29.87.+g.

#### Введение

Атомные ядра, составляющие 99.9% барионной материи во Вселенной, представляют собой связанные системы, состоящие из  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов,  $Z + N = A$ ,  $A$  — массовое число ядра.

Зависимость центрального взаимодействия двух нуклонов от расстояния  $r$  между ними показана на рис. 1. Ядерные силы являются короткодействующими: при сближении нуклонов притяжение усиливается до максимального значения в области  $r \approx 0.8$  фм, затем переходит в отталкивание при  $r < 0.7$  фм. Приведенная зависимость учитывает только центральные силы. Взаимодействие между нуклонами зависит не только от расстояния, но и от спинов нуклонов, их взаимного расположения, орбитального движения нуклонов. В частности, единственное связанное состояние двух нуклонов — дейтрон — соответствует доминирующему состоянию с полным моментом количества движения  $J = 1$ , орбитальным моментом количества движения  $L = 0$  и сонаправленным спинам нуклонов. В атомных ядрах нуклон-нуклонное взаимодействие еще больше

усложняется, так как зависит от окружения соседних нуклонов: нуклон-нуклонное взаимодействие в вакууме отличается от взаимодействия нуклонов в ядерной среде.

Свойства атомного ядра, его структура сильно зависят от массового числа  $A$  и от соотношения между числом протонов и нейтронов в ядре. С момента открытия атомного ядра предпринимаются значительные усилия по построению общей теории ядра, охватывающей весь диапазон известных ядер и обладающей устойчивой предсказательной силой. Эта задача особенно актуальна на данном этапе, когда современные экспериментальные средства позволяют получать данные по экзотическим короткоживущим атомным ядрам, расширить карту изотопов в область сверхтяжелых ядер и ядер с экстремальным соотношением между числами протонов и нейтронов.

Одной из основополагающих моделей является капельная модель ядра. В ней ядро описывается как заряженная капля жидкости, что позволяет в энергии связи ядра выделить вклады объемной, поверхностной и кулоновской энергии. Данная трактовка, а также учет энергии симметрии легли в основу полуэмпирической формулы Бете–Вайцзеккера [2, 3] масс атомных ядер

$$M(N, Z) = N \cdot m_n + Z \cdot m_p - E_{\text{bind}}(N, Z)/c^2,$$

$$E_{\text{bind}}(N, Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{1}{2} a_4 \frac{(N - Z)^2}{A}, \quad (1)$$

где  $M(N, Z)$  — масса атомного ядра, состоящего из  $N$  нейтронов и  $Z$  протонов,  $E_{\text{bind}}$  — энергия связи ядра (минимальная энергия, необходимая для разделения ядра на составляющие его нуклоны),  $m_n$  и  $m_p$  — массы нейтрона и протона. Параметры  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  и  $a_4$  соответствуют вкладам объемной, поверхностной энер-

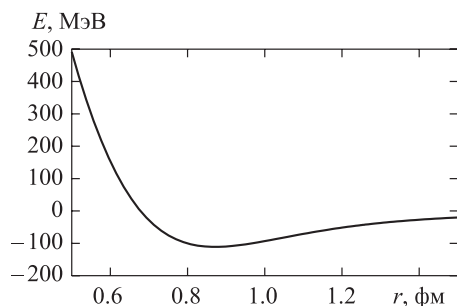


Рис. 1. NN-взаимодействие в канале  $^1S_0$  в аргоннском  $v_{18}$  потенциале [1]

гии, кулоновскому взаимодействию, энергии симметрии ядра и определяются из эксперимента. В работе [3] рассчитаны следующие значения коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  и  $a_4$ :

1) коэффициенты  $a_1 = 13.86$  МэВ и  $a_2 = 13.2$  МэВ подобраны так, чтобы воспроизвести массы ядер  $^{16}\text{O}$  и  $^{200}\text{Hg}$ ;

2) коэффициент в кулоновской энергии определен из эмпирического значения радиусов радиоактивных ядер

$$a_3 = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} = 0.58 \text{ МэВ};$$

3) коэффициент энергии симметрии  $a_4 = 19.5$  МэВ определен так, чтобы наиболее стабильное ядро с  $A = 200$  имело заряд  $Z = 80$ .

Сразу же было отмечено [2, 3], что формула (1) описывает ядра с четными числами  $Z$  и  $N$ . Ядра с нечетным  $A$  имеют большую массу и соответственно меньшую энергию связи. Формула Бете–Вайцзеккера описала зависимость удельной энергии связи ядра  $\varepsilon(A) = E_{\text{bind}}(A)/A$  от массового числа  $A$  и позволила объяснить процесс деления атомного ядра. В рамках капельной модели удалось описать возбужденные состояния ядра как поверхностные колебания. Однако существование так называемых магических чисел  $N$  и  $Z$

$$N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126,$$

при которых наблюдается повышенная стабильность атомных ядер по сравнению с соседними ядрами, такие квантовые характеристики, как спин и четность ядер, удалось объяснить только с появлением одночастичной модели оболочек [4].

Взаимодействие нуклонов в ядре можно представить как сумму среднего самосогласованного поля и остаточного взаимодействия. В простейшей одночастичной модели оболочек нуклоны движутся независимо друг от друга в самосогласованном поле общего силового центра. Остаточное взаимодействие считается пренебрежимо малым и не учитывается. Оболочечная модель ядра была предложена по аналогии с моделью электронных оболочек в атоме, поскольку в ядре, как и в атоме, наблюдается «периодичность свойств» и объяснить ее можно заполнением ядерных оболочек [3]. Такие сильно связанные системы, как  $\alpha$ -частица и ядро  $^{16}\text{O}$ , можно представить как полностью заполненные  $s$ - и  $p$ -оболочки. Решение уравнения Шрёдингера для центрально-симметричного осцилляторного потенциала приводит к следующим числам заполнения ядерных оболочек для нуклонов одного типа: 2, 8, 20, 40, 70, 112. В сферическом потенциале с радиальной зависимостью в виде бесконечной прямоугольной ямы последовательность чисел заполнения иная: 2, 8, 20, 34, 40, 58, 92, 132. Данное рассмотрение уже позволило объяснить повышенную стабильность систем, имеющих в своем составе 2, 8 или 20 нейтронов (или протонов) [3].

Введение спин-орбитального взаимодействия  $V_{LS}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})$  в самосогласованное поле позволило объяснить природу экспериментально установленных магических чисел 28, 50, 82 и 126 и правильно воспроизвести квантовые характеристики основных и некоторых возбужденных состояний ядер, отличающих-

ся от магических на один нуклон [4]. Результирующий гамильтониан модели оболочек представляет собой сумму одночастичных гамильтонианов:

$$H_0 = \sum_{i=1}^A [T_i + V(r_i) + V_{LS}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})], \quad (2)$$

где  $T_i$  — кинетическая энергия  $i$ -го нуклона,  $V(r_i)$  — средний самосогласованный потенциал. Решение задачи на собственные значения сводится к набору независимых одночастичных уравнений Шрёдингера:

$$[T_i + V(r_i) + V_{LS}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{s})] \psi_i(\mathbf{r}_i) = \epsilon_i \psi_i(\mathbf{r}_i), \quad (3)$$

где  $\psi_i(\mathbf{r}_i)$  и  $\epsilon_i$  — собственная волновая функция и энергия  $i$ -го нуклона. Полная волновая функция ядра представляет собой антисимметризованное произведение одночастичных волновых функций, а энергия ядра — сумму одночастичных энергий нуклонов:

$$E = \sum_{i=1}^A \epsilon_i.$$

В одночастичной модели оболочек основное состояние дважды магических ядер должно иметь нулевой спин  $J$  и положительную четность  $P$ ,  $J^P = 0^+$ , что соответствует экспериментальным данным. Замечательной особенностью более чем 800 известных четно-четных ядер является то, что основные состояния всех без исключения ядер имеют спин и четность  $J^P = 0^+$ . Данный факт является наиболее ярким свидетельством того, что остаточное взаимодействие играет существенную роль и приводит в атомном ядре к спариванию нуклонов одного типа.

Тенденция частиц со спином  $s = 1/2$  к образованию связанных пар с полным моментом  $J = 0$  наблюдается в различных многофермионных системах. Например, этот эффект лежит в основе описания явления сверхпроводимости в физике твердого тела [5, 6]. В этом случае взаимодействующими фермионами являются электроны, образующие куперовские пары. Поскольку куперовские пары обладают целым спином, принцип Паули на них не распространяется и система проявляет свойства, присущие многочастичным бозонным системам (сверхтекучесть). Теория парных корреляций сверхпроводящего типа в атомных ядрах была построена в работах [7–9] и положила начало широкому изучению ядерной структуры на основе полумикроскопического подхода.

Многие свойства ядер, не воспроизводимые в модели оболочек, свидетельствуют о наличии эффекта спаривания нуклонов (см. обсуждение, например в [10–13]). О том, что силы спаривания тождественных нуклонов играют существенную роль в ядерной динамике, свидетельствуют следующие факты.

**Полный момент основного состояния всех без исключения четно-четных ядер  $J^P = 0^+$ .**

**Состав ядер.** Из анализа карты атомных ядер следует, что наиболее энергетически выгодными состояниями являются конфигурации ядер с четным числом нуклонов одного типа:

1) существуют всего 4 стабильных изотопа с нечетными числами протонов и нейтронов:  $^2_1\text{H}$ ,  $^6_3\text{Li}$ ,  $^{10}_5\text{B}$  и  $^{14}_7\text{Ne}$ ;

2) для определенного нечетного массового числа  $A$  существует только одно стабильное ядро-изобар;

3) для четного массового числа  $A$  могут существовать два и более стабильных ядра-изобара с четными числами протонов и нейтронов  $Z$  и  $N$  (четно-четные ядра).

**Четно-нечетный эффект.** Систематическое исследование энергий связи  $E_{\text{bind}}(A)$  показывает, что для ядер с нечетным массовым числом  $A$  выполняется правило

$$E_{\text{bind}}(A) < \frac{1}{2}[E_{\text{bind}}(A-1) + E_{\text{bind}}(A+1)]. \quad (4)$$

В литературе этот эффект получил название четно-нечетного скачка энергии связи EOS (even-odd staggering). На рис. 2 показана зависимость энергии связи в ядрах-изобарах с  $A = 132$  от заряда ядра. Явно видно расслоение энергий связи на три группы ядер: с четным  $A$  (четные  $N$  и  $Z$ ), нечетным  $A$  (четное  $N$ , нечетное  $Z$  или нечетное  $N$ , четное  $Z$ ) и с четным  $A$  и нечетными значениями  $N$  и  $Z$ . Масштаб разности между величинами энергии связи четно-четных и нечетно-нечетных ядер составляет  $\sim 2$  МэВ. Зависимость энергии связи для ядра с нечетным  $A$  располагается между данными зависимостями (пунктир на рис. 2) соответствует усредненной зависимости от  $Z$  для ядер с  $A = 131$  и  $A = 133$ ). Величина EOS-эффекта есть отклонение экспериментального значения энергии связи  $E_{\text{bind}}(N, Z)$  от среднего значения энергий связи соседних ядер:

$$\Delta_n(N, Z) = E_{\text{bind}}(N, Z) - \frac{1}{2}[E_{\text{bind}}(N-1, Z) + E_{\text{bind}}(N+1, Z)] \quad (5)$$

в случае, если нечетное значение  $A$  получается путем прибавления (вычитания) нейтрона, или

$$\Delta_p(N, Z) = E_{\text{bind}}(N, Z) - \frac{1}{2}[E_{\text{bind}}(N, Z-1) + E_{\text{bind}}(N, Z+1)], \quad (6)$$

если нечетное значение  $A$  получается путем прибавления (вычитания) протона.

В области  $A = 130 - 140$  EOS-эффект составляет около 1 МэВ.

Более явно четно-нечетный эффект проявляется в зависимости энергии отделения нуклона от массового

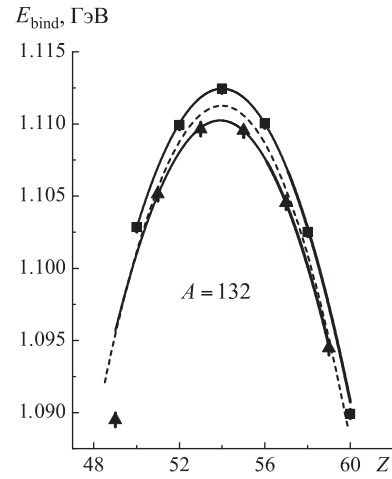


Рис. 2. Зависимость энергии связи ядер-изобар  $A = 132$  от заряда ядра  $Z$ . Квадраты — значения энергии связи в ядрах с четными значениями  $N$  и  $Z$ , треугольники — с нечетно-нечетными  $N$  и  $Z$ . Пунктир соответствует усредненным значениям для  $A = 131$  и  $A = 133$ . Экспериментальные данные взяты из [14]

числа  $A$ . Энергия отделения нейтрона  $B_n$ :

$$B_n(N, Z) = M(N-1, Z) + m_n - M(N, Z) = E_{\text{bind}}(N, Z) - E_{\text{bind}}(N-1, Z). \quad (7)$$

На рис. 3 представлены зависимости  $B_n(A)$  в изотопах кальция  $^{35-58}\text{Ca}$ , олова  $^{100-138}\text{Sn}$  и свинца  $^{179-220}\text{Pb}$ . Ярко выраженный пилообразный характер зависимости указывает на парное взаимодействие между нуклонами. В случае четного числа нейтронов энергия отделения  $B_n$  увеличивается за счет дополнительного притяжения пары нейтронов.

На рис. 4 схематично представлено атомное ядро с четными числами  $N$  и  $Z$  как замкнутый дважды магический остов  $(N-2, Z)$  и два валентных нейтрона. Если бы валентные нейтроны не взаимодействовали между собой, то энергия отделения пары нейтронов  $B_{nn}(N, Z)$  в ядре  $(N, Z)$  совпадала бы с удвоенной энергией отделения нейтрона в ядре  $(N-1, Z)$ . Отличие величины отделения двух нейтронов в ядре  $(N, Z)$  от удвоенной энергии отделения нейтрона в ядре  $(N-1, Z)$  является следствием остаточного взаимодействия двух

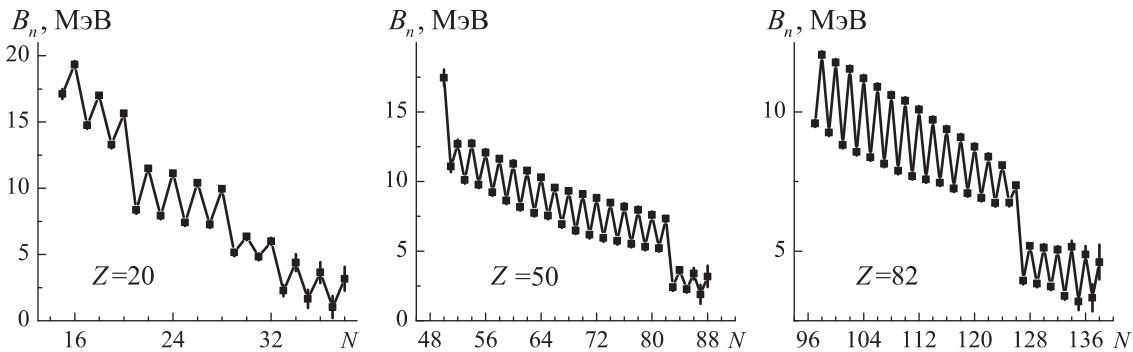


Рис. 3. Зависимость энергии отделения нейтрона  $B_n$  от числа нейтронов  $N$  в изотопах Ca, Sn и Pb (экспериментальные данные из [14]). Пилообразная зависимость  $B_n(A)$  объясняется эффектом спаривания нуклонов в атомных ядрах. Повышенная величина изменения энергии отделения нейтрона при  $N = 20, 28, 50, 82$  и  $126$  соответствует заполнению ядерных оболочек

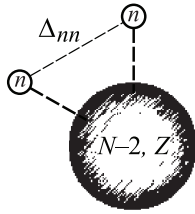


Рис. 4. Остаточное взаимодействие между парой нейтронов в ядре  $(N, Z)$ .  $\Delta_{nn}$  — энергия спаривания двух нейтронов сверх заполненного магического остова  $(N-2, Z)$

нейтронов  $\Delta_{nn}(N, Z)$  в ядре  $(N, Z)$ :

$$\begin{aligned} \Delta_{nn}(N, Z) &= B_{nn}(N, Z) - 2 \cdot B_n(N-1, Z) = \\ &= E_{\text{bind}}(N, Z) - 2 \cdot E_{\text{bind}}(N-1, Z) + E_{\text{bind}}(N-2, Z) = \\ &= B_n(N, Z) - B_n(N-1, Z). \end{aligned} \quad (8)$$

Однако поскольку наблюдается общее уменьшение энергии отделения  $B_n$  от  $A$  (см. рис. 3), более реалистичным будет усредненное значение

$$\Delta_{nn}(N, Z) = B_n(N, Z) - \frac{1}{2} [B_n(N-1, Z) + B_n(N+1, Z)]. \quad (9)$$

Сравнивая соотношения (8) и (5), можно видеть, что EOS-эффект фактически составляет половину от величины спаривания двух нейтронов:

$$\Delta_{nn}(N, Z) = 2\Delta_n(N, Z). \quad (10)$$

**Энергетическая щель.** В области энергий до 1.5 МэВ в спектрах четно-четных ядер наблюдается существенно меньшее количество возбужденных состояний по сравнению с четно-нечетными ядрами. Большинство этих уровней имеет коллективную природу и принадлежит вращательным или колебательным спектрам.

На рис. 5 представлены спектры низколежащих состояний ядер с четным и нечетным  $A$  на примере изотопов кальция  $^{42-45}\text{Ca}$ . В четно-четных изотопах  $^{42,44}\text{Ca}$  низшие возбужденные состояния расположены в области энергий  $E^* > 1$  МэВ, в то время как в нечетных изотопах  $^{43,45}\text{Ca}$  низшие возбужденные состояния лежат при 373 кэВ и 174 кэВ. Это различие можно объяснить, если учесть, что для образования низших одночастичных состояний в четно-четном ядре необходимо разорвать связь между спаренными нуклонами.

**Моменты инерции.** Теоретические расчеты моментов инерции ядер в рамках модели независимых частиц для четно-четных ядер превышают в два-три раза экспериментальные значения. Кроме того, моменты инерции нечетных ядер существенно больше моментов инерции соседних четно-четных ядер, причем эта разница во много раз превосходит вклад от одного дополнительного нуклона. Учет эффектов спаривания позволяет достичь согласия с экспериментом, что свидетельствует о наличии сверхтекучего состояния ядерной материи.

**Деформации.** В модели независимых частиц сферическое основное состояние реализуется только для ядер с полностью заполненными оболочками. Все ядра с незаполненными оболочками деформированы. Однако из экспериментальных данных следует, что ядра в окрестности магических ядер также имеют сфери-

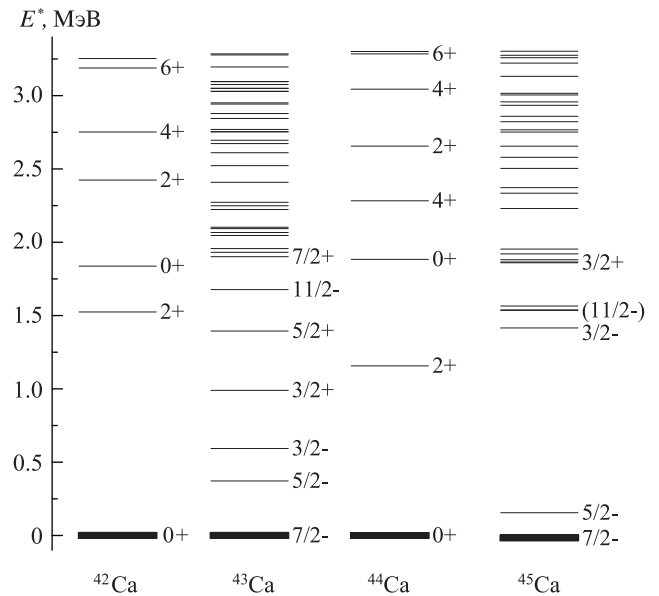


Рис. 5. Спектры возбужденных состояний изотопов кальция  $^{42-45}\text{Ca}$ . Экспериментальные данные [15]

ческие основные состояния. Переход к эллипсоидальной форме происходит при заполнении примерно четверти мест в последней оболочке и по мере ее заполнения деформация резко возрастает, достигая максимума к середине заполнения оболочки.

**Низколежащие состояния  $2^+$ .** В рамках оболочечной модели без учета спаривания нельзя описать низколежащие уровни  $2^+$  в ядрах вблизи магических чисел. В большинстве случаев эти уровни описываются как квадрупольные колебания в ядре, что также свидетельствует о сильных корреляциях между нуклонами.

Интерпретация уровней  $2^+$  как проявления колебательной или вращательной степеней свободы предполагает наличие в спектре ядра ряда возбужденных состояний с определенной последовательностью значений спина и четности  $J^P$  и определенным соотношением между энергиями возбуждений ядра. На рис. 6 приведены характерные примеры спектров коллективной природы: вращательный и колебательный. Каждый из них имеет определенную последовательность уровней и характерное соотношение между энергиями возбуждения.

На рис. 6, а приведен спектр вращательных состояний  $^{180}\text{Ni}$ . В случае вращательного спектра энергия возбуждения ядра пропорциональна  $J(J+1)$  и расстояние между уровнями увеличивается с ростом  $J$ . На рисунке справа указаны экспериментальные значения энергии возбуждения уровней, в скобках приведен результат расчета в простейшей модели жесткого ротатора, нормированный на энергию первого возбужденного состояния  $E(2^+) = 93$  кэВ. Видно, что для низколежащих возбуждений хорошо выполняется соотношение  $E(4^+)/E(2^+) = (4 \cdot 5)/(2 \cdot 3) = 3.33$ .

На рис. 6, б приведен спектр низколежащих состояний  $^{114}\text{Cd}$ . В случае квадрупольных колебаний ядро имеет эквидистантный спектр с характерной последовательностью уровней. Энергии группы уровней  $E(0^+, 2^+, 4^+)$  и первого возбужденного состояния  $E(2^+)$  относятся как 2 к 1. Таким образом, ни колебательный, ни вращательный спектры не предполагают соотно-

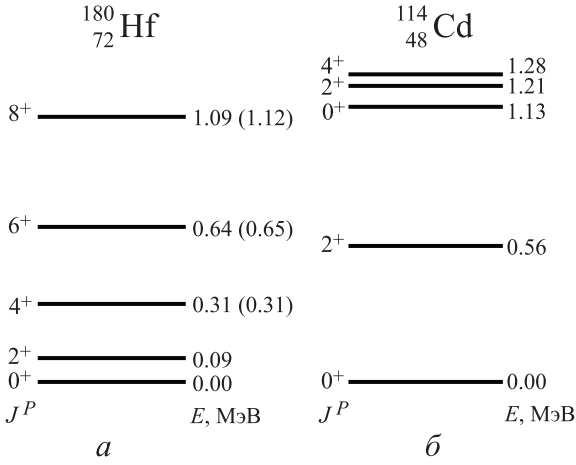


Рис. 6. Примеры спектров низколежащих возбужденных состояний различной природы: вращательный спектр  $^{180}\text{Hf}$  (а) (в скобках — рассчитанные в модели жесткого ротатора положения уровней, нормированные по энергии на положение первого уровня  $2^+$ ) и спектр квадрупольных колебаний  $^{114}\text{Cd}$  (б). Экспериментальные данные [15]

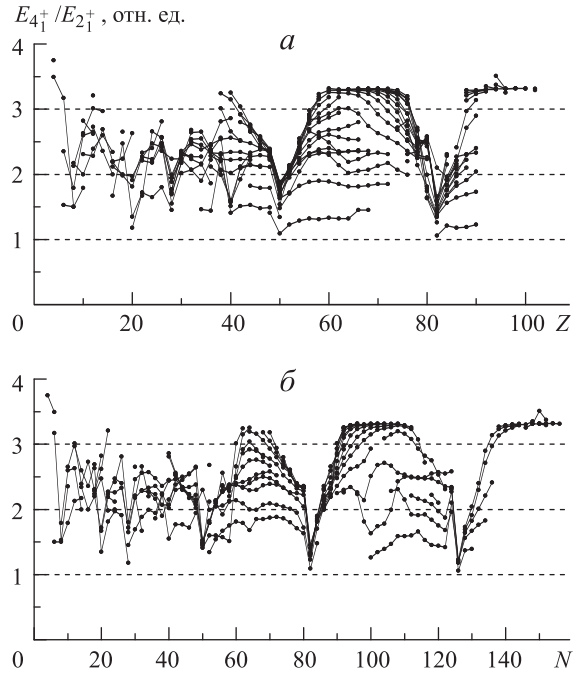


Рис. 8. Отношение энергий первых возбужденных состояний с  $J^P = 4_1^+$  и  $J^P = 2_1^+$  в зависимости от числа протонов  $Z$  (линии соединяют цепочки изотонов  $N = \text{const}$ ) (а) и числа нейтронов  $N$  (линии соединяют изотопы  $Z = \text{const}$ ) (б). Экспериментальные данные [16]

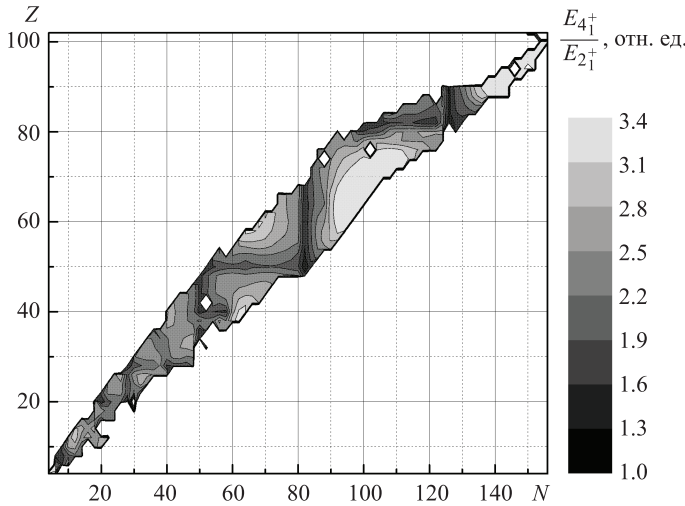


Рис. 7. Отношение энергий первых возбужденных состояний с  $J^P = 4_1^+$  и  $J^P = 2_1^+$ . Карта построена на основе экспериментальных данных [16]

шения  $E(4^+)/E(2^+)$  существенно меньше 2. На рис. 7 приведена карта отношения энергий первых возбужденных состояний  $E(4^+)/E(2^+)$  в зависимости от  $Z$  и  $N$ . Темные области, соответствующие  $E(4^+)/E(2^+) < 2$  располагаются широкими полосами вдоль линий магических чисел. Из рис. 8 видно, что в область  $E(4^+)/E(2^+) < 2$  попадают целые цепочки изотопов и изотонов. В ядрах, расположенных вблизи магических ядер, имеются возбужденные состояния положительной четности  $2^+$  и  $4^+$ , природа которых отличается от вращательной или колебательной. Как будет показано ниже, эти состояния также имеют коллективную природу, обусловленную спариванием нуклонов в ядрах, имеющих пары тождественных нуклонов на внешней оболочке.

### 1. Оценка величины энергии спаривания из экспериментальных данных по энергиям связи ядер

Формула Бете–Вайцзеккера (1) для массовой поверхности хорошо воспроизводит значения энергии связи четно-четных ядер. Поправка на четно-нечетный эффект (EOS) определяется энергией парного взаимодействия и вводится следующим образом:

$$E_{\text{pair}} = \begin{cases} +\delta(A) & \text{при } Z \text{ четном, } N \text{ четном,} \\ 0 & \text{при } A \text{ нечетном,} \\ -\delta(A) & \text{при } Z \text{ нечетном, } N \text{ нечетном.} \end{cases} \quad (11)$$

Параметры аналитической функции  $\delta(A)$  (11) определяются фитированием экспериментальных значений четно-нечетного эффекта  $\Delta_n$  (5) и  $\Delta_p$  (6).

В основе определений  $\Delta_n$  и  $\Delta_p$  лежит предположение, что без учета эффекта спаривания массы ядер хорошо описываются гладкой функцией от  $Z$  и  $N$ . Тогда величина четно-нечетного эффекта EOS  $\Delta_n$ , рассчитанная по трем экспериментальным значениям энергий связи,

$$\begin{aligned} \Delta_n^{(3)}(N, Z) &= \\ &= E_{\text{bind}}(N, Z) - \frac{1}{2}[E_{\text{bind}}(N-1, Z) + E_{\text{bind}}(N+1, Z)] = \\ &= \frac{1}{2}[B_n(N, Z) - B_n(N+1, Z)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Однако такая линейная интерполяция не учитывает кривизну массовой поверхности и приводит к систематическому завышению значения EOS.

В работе [17] была предложена модификация формулы, усредненная по четырем значениям энергии связи. Для четного числа нейтронов

$$\begin{aligned} \Delta_n^{(4)}(N, Z) &= \frac{1}{4} [E_{\text{bind}}(N-2, Z) - 3E_{\text{bind}}(N-1, Z) + \\ &\quad + 3E_{\text{bind}}(N, Z) - E_{\text{bind}}(N+1, Z)] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ B_n(N, Z) - \frac{1}{2} [B_n(N-1, Z) + B_n(N+1, Z)] \right], \quad (13) \end{aligned}$$

где  $B_n(N, Z)$  — энергия отделения нейтрона в ядре  $(N, Z)$  (7). Для нечетного числа нейтронов  $N$  соотношение (13) берется с противоположным знаком. Для четного числа протонов

$$\begin{aligned} \Delta_p^{(4)}(N, Z) &= \frac{1}{4} [E_{\text{bind}}(N, Z-2) - 3E_{\text{bind}}(N, Z-1) + \\ &\quad + 3E_{\text{bind}}(N, Z) - E_{\text{bind}}(N, Z+1)] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ B_p(N, Z) - \frac{1}{2} [B_p(N, Z-1) + B_p(N, Z+1)] \right], \quad (14) \end{aligned}$$

$B_p(N, Z) = E_{\text{bind}}(N, Z) - E_{\text{bind}}(N, Z-1)$ , для нечетного  $Z$  соотношение (14) также берется со знаком минус.

Определение (13) по существу является усреднением  $\Delta_n^{(3)}(N, Z)$  по ядрам  $(N, Z)$  и  $(N-1, Z)$ :

$$\Delta_n^{(4)}(N, Z) = \frac{1}{2} \left( \Delta_n^{(3)}(N, Z) + \Delta_n^{(3)}(N-1, Z) \right)$$

и фактически компенсирует систематическую ошибку.

На рис. 9 показаны схемы расчета четно-нечетного эффекта EOS по трем и четырем значениям энергии связи ядер  $E_{\text{bind}}$ , схематически приведены параболы, соответствующие энергиям связи в четно-четных (вверху) и нечетно-нечетных (внизу) изотопах. Пунктир соответствует ядрам с нечетным  $A$ . Видно, что в случае расчета по трем значениям  $E_{\text{bind}}$   $\Delta_n^{(3)}$  (12) наличие кривизны массовой поверхности приводит к систематической ошибке в определении расстояния между четно-четной и четно-нечетной поверхностями. Расчет по четырем значениям  $E_{\text{bind}}$   $\Delta_n^{(4)}$  (13) позволяет частично скомпенсировать отклонение, обусловленное кривизной массовой поверхности.

Поскольку определение величины  $\Delta_{n,p}$  из экспериментальных данных применяется прежде всего для получения аналитических зависимостей энергии спаривания от числа нуклонов, то в некоторых современных расчетах используются еще более сглаживающие формулы, учитывающие пять [18–20] или шесть экспериментальных значений энергии связи [21]. Увеличение числа значений  $E_{\text{bind}}$  существенно не влияет на результат расчета EOS, но при этом расширение диапазона экспериментальных данных при удалении от области стабильных ядер может приводить к необходимости использования значений энергий связи ядер со значительными ошибками.

Существуют различные аналитические зависимости функции  $\delta(A)$ . Первоначально наборы экспериментальных данных подгонялись степенными зависимостями  $\delta(A) = a/A^b$ . Широкое распространение получили зависимости  $A^{-3/4}$  [10, 12] и  $A^{-1/2}$  [11, 17]. В работе [22] было проведено сравнение зависимостей  $\delta(A) = 140/A$ ,

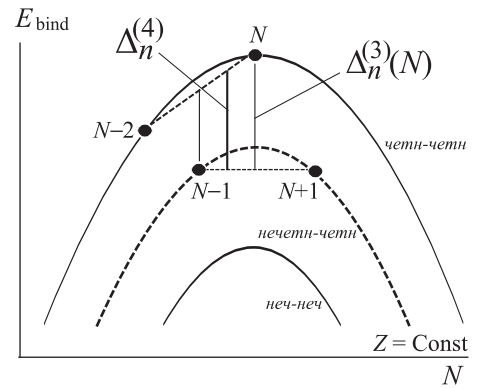


Рис. 9. Схема расчета EOS (расстояние между параболом с четным и нечетным значением массового числа  $A$ ).  $\Delta_n^{(3)}$  — расчет по трем экспериментальным значениям энергии связи (12),  $\Delta_n^{(4)}$  — расчет по четырем значениям энергии связи (13)

$\delta(A) = 36/A^{3/4}$  и  $\delta(A) = 10/A^{1/2}$  и показано, что функция  $\delta(A) = 12/A^{1/2}$  несколько лучше описывает существовавшие на то время (1953 г.) экспериментальные данные. С увеличением числа экспериментальных данных по ядрам вдали от линии стабильности приводятся новые оценки параметров формулы для энергии связи атомных ядер. Для учета изменения соотношения между числом протонов и нейтронов в параметризацию энергии спаривания вводится зависимость от относительного избытка нейтронов в ядре [21, 23–25], либо эффект EOS параметризуется отдельно для протонов и для нейтронов [18, 19, 26]. Попытки учесть микроскопические эффекты и описать максимально широкий диапазон современных экспериментальных данных привели к созданию различных моделей, описывающих весь набор экспериментально определенных масс ядер с точностью 300–600 кэВ [26–28], сравнительный обзор различных подходов проведен в [29]. Для аналитических выражений для энергии спаривания наиболее распространено использование в качестве базовой степенной зависимости  $A^{-1/3}$ .

На рис. 10 приведены экспериментальные значения EOS-эффекта  $\Delta_{n,p}^{(4)}$  (13), (14) в зависимости от  $A$ . Разброс экспериментальных данных позволяет в равной степени использовать в области ядер с  $A > 50$  различные степенные зависимости для учета поправки в определении энергии связи ядра, связанной со спариванием нуклонов.

Как видно из определения (11), добавочная энергия нечетно-нечетного ядра по сравнению с четно-четной конфигурацией равна  $\Delta_p + \Delta_n \approx 2\Delta$  [17]. Соответственно энергия спаривания двух нуклонов одного типа определяется как

$$\begin{aligned} \Delta_{nn}(N, Z) &= 2\Delta_n^{(4)} = \\ &= B_n(N, Z) - \frac{1}{2} [B_n(N-1, Z) + B_n(N+1, Z)], \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{pp}(N, Z) &= 2\Delta_p^{(4)} = \\ &= B_p(N, Z) - \frac{1}{2} [B_p(N, Z-1) + B_p(N, Z+1)], \quad (16) \end{aligned}$$

что совпадает с определением  $\Delta_{nn}$  (9). На рис. 11 приведены зависимости энергий спаривания двух нейтро-

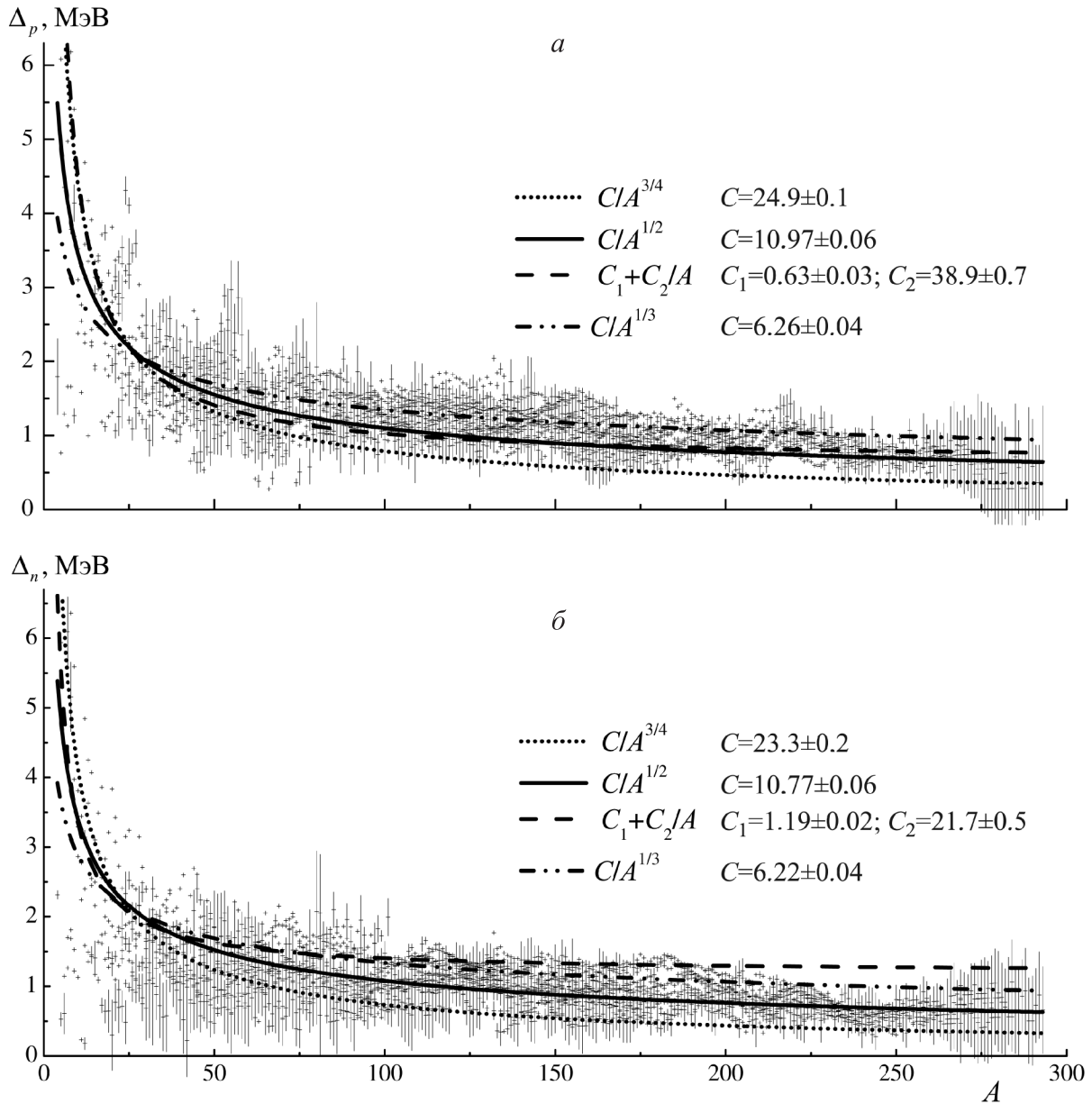


Рис. 10. Различные аналитические зависимости аппроксимации EOS-эффекта: а) значения  $\Delta_p^{(4)}$  определены по экспериментальным данным [14], гладкие кривые соответствуют аналитическим зависимостям: пунктирная —  $\delta = C/A^{-3/4}$ , сплошная —  $\delta = C/A^{-1/2}$ , штрихпунктирная —  $\delta = C/A^{-1/3}$ ; штриховая —  $\delta = C_1 + C_2/A$ . Параметры определены аппроксимацией экспериментальных данных. б) То же для  $\Delta_n^{(4)}$

нов  $\Delta_{nn}(N, Z)$  (15) в четно-четных магических ядрах Ca, Sn и Pb в зависимости от числа нейтронов. В энергиях спаривания отчетливо проявляются оболочечная структура ядра. Максимумы в энергии спаривания  $\Delta_{nn}$  при  $N = 20, 28, 82$  и  $126$  соответствуют полностью заполненным нейтронным оболочкам атомных ядер.

## 2. Спаривание нуклонов на оболочке $j$

Вопрос о последовательном заполнении ядерных оболочек подробно рассмотрен во многих монографиях (например, [4, 11, 12, 30]).

Эффект спаривания двух нуклонов проявляется в результате короткодействующего притягивающего нуклон-нуклонного взаимодействия. Для двух нуклонов одного типа на оболочке  $j$  с заданным

$j_1 = j_2 = j$  энергетически более выгодным является состояние с суммарным полным моментом  $J = 0$ . Это можно видеть из пространственной плотности распределения состояний, схематически показанной на рис. 12. Очевидно, что перекрытие плотности распределения двух нуклонов максимально при  $\theta_{12} = 0, \pi$  (т.е. при равных  $|m_j|$ ). Принцип Паули запрещает состояния с  $\theta_{12} = 0$  ( $m_{j_1} = m_{j_2}$ ), поэтому возможна только комбинация с  $\theta_{12} = \pi$  ( $m_{j_1} = -m_{j_2}$ ), что означает спаривание с полным моментом  $J = 0$ .

Волновую функцию двух нуклонов в сферически симметричном потенциале можно записать в виде

$$\Psi(l_1 l_2 : LM, ST) = \sum_{m_1 m_2} \psi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) \psi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_2) \times \chi(s_1 s_2 : S) \xi(\tau_1 \tau_2 : T), \quad (17)$$

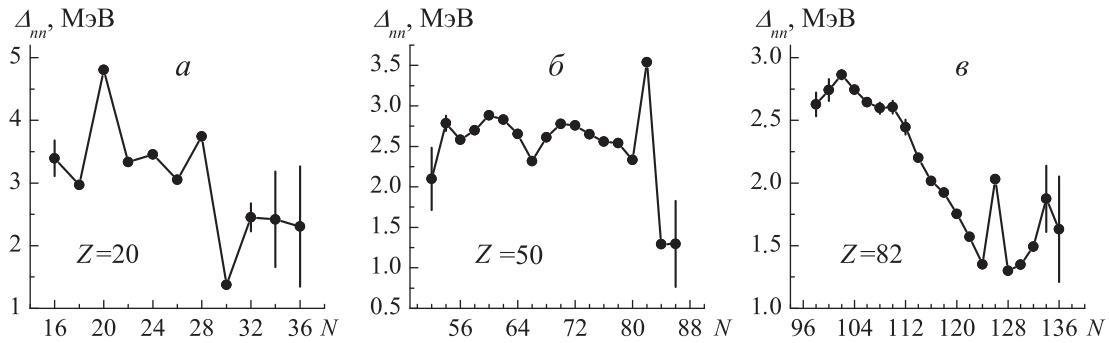


Рис. 11. Энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}$  в четно-четных изотопах: Ca ( $Z = 20$ ) (а), Sn ( $Z = 50$ ) (б), Pb ( $Z = 82$ ) (в). Максимумы в энергии спаривания  $\Delta_{nn}$  при  $N = 20, 28, 82$  и  $126$  соответствуют полностью заполненным нейтронным оболочкам. Значения  $\Delta_{nn}$  определены из данных работы [14]

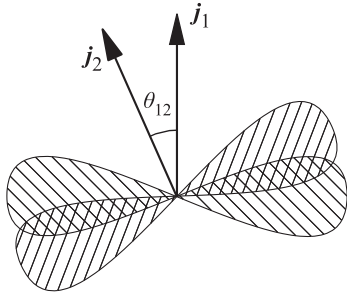


Рис. 12. Схематическое изображение перекрытия пространственных распределений волновых функций двух нуклонов в состояниях  $j_1, j_2$ . Перекрытие максимальное при  $j_1 = j_2$  и  $\theta_{12} = 0, \pi$

где  $\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = \frac{1}{r} R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$  — пространственная одночастичная волновая функция,  $R_{nl}(r)$  — ее радиальная часть,  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  — сферические функции Бесселя,  $\chi(s_1 s_2; S)$  и  $\xi(\tau_1 \tau_2; T)$  — спиновый и изоспиновый вклады в волновую функцию. Угловая часть в случае  $l_1 = l_2$  и  $J = 0, M_J = 0$  пропорциональна полиному Лежандра  $P_l(\cos \theta_{12})$ :

$$\sum_{m=-l}^l (-1)^m Y_{lm}(\theta_1, \varphi_1) Y_{l-m}(\theta_2, \varphi_2) = \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\cos \theta_{12}), \quad (18)$$

где  $\theta_{12}$  — классическая интерпретация угла между двумя векторами моментов нуклонов  $j_1$  и  $j_2$ , связанных в  $J$ , показывающая степень перекрытия волновых функций [31]:

$$\cos \theta_{12} = \frac{J(J+1) - j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)}{2\sqrt{j_1 j_2 (j_1+1)(j_2+1)}}.$$

Соответственно в случае короткодействующего притягивающего взаимодействия два нуклона стремятся находиться под углом, отвечающим максимально возможному перекрытию пространственного распределения.

Притягивающий  $\delta$ -потенциал

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -V_0 \cdot \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (19)$$

представляет собой предельный случай короткодействующего потенциала и позволяет для заданных конфигураций нуклонов проследить некоторые закономерности спектров двухчастичных состояний ядер. Поскольку в простейшем варианте взаимодействие не зависит от спиновых переменных, пространственные и спиновые

переменные могут быть разделены, и удобно начать рассмотрение со случая  $LS$ -связи. Полная волновая функция двух нуклонов с орбитальными моментами  $l_1$  и  $l_2$   $\Psi(l_1 l_2 : LM, ST)$  (17) должна быть антисимметричной. При этом пространственная волновая функция двух нуклонов должна быть симметричной, так как в случае  $\delta$ -взаимодействия  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$  и матричный элемент с  $\delta$ -потенциалом в обкладках двух антисимметричных функций будет равен нулю. Следовательно антисимметричной должна быть спин-изоспиновая часть:

$S = 0, T = 1$  — пара  $nn$  или  $pp$  с противоположно направленными спинами или

$S = 1, T = 0$  — пара  $np$ , спины нуклонов сонаправлены.

Матричный элемент  $\delta$ -взаимодействия представляет интеграл

$$\langle l_1 l_2 LM | V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) | l_1 l_2 LM \rangle = -V_0 \int \Psi_{l_1 l_2 : LM}^*(1, 2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \Psi_{l_1 l_2 : LM}(1, 2), \quad (20)$$

где  $\Psi_{l_1 l_2 : LM}(1, 2)$  — симметричная волновая функция

$$\begin{aligned} \Psi_{l_1 l_2 : LM}(1, 2) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m_1 m_2} (l_1 m_1 l_2 m_2 | LM) (\psi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) \psi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_2) + \\ &\quad + \psi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \psi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_2)) = \\ &= \sqrt{2} \frac{R_{n_1 l_1}(r) R_{n_2 l_2}(r)}{r^2} \times \\ &\quad \times \sum_{m_1 m_2} (l_1 m_1 l_2 m_2 | LM) Y_{l_1 m_1}(\theta, \varphi) Y_{l_2 m_2}(\theta, \varphi). \quad (21) \end{aligned}$$

Учитывая вид  $\delta$ -функции в сферической системе координат

$$\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \delta(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \delta(\varphi_1 - \varphi_2),$$

для интеграла (20) получим

$$\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)}{4\pi} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \int \frac{R_{n_1 l_1}^2(r) R_{n_2 l_2}^2(r)}{r^2} dr. \quad (22)$$

Прямым следствием соотношения (22) является то, что, в соответствии со свойствами коэффициентов сложения угловых моментов сумма  $l_1 + l_2 + L$  должна быть четной. То есть в случае, когда два нуклона



находятся на одной оболочке ( $l_1 = l_2 = l$ ,  $n_1 = n_2 = n$ ), суммарный момент двух нуклонов  $L$  может принимать только четные значения. Сдвиг энергии  $\Delta E_L$  состояния с определенным  $L$  (увеличение энергии связи ядра при наличии остаточного  $\delta$ -потенциала) составляет

$$\Delta E_L = -(2l + 1)^2 \begin{pmatrix} l & l & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 V_0 F_0(nl), \quad (23)$$

где  $F_0(nl)$  — радиальный интеграл

$$F_0(nl) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{R_{nl}^4(r)}{r^2} dr.$$

В случае  $L = 0$  соотношение (23) упрощается:

$$\Delta E_0 = -(2l + 1)V_0 F_0(nl).$$

Наибольший сдвиг энергии имеет место при  $L = 0$  и он увеличивается с ростом величины орбитального момента нуклонов  $l$ . Сдвиги энергии при  $L \neq 0$  для больших  $l \gg L$  описываются следующим соотношением [32]:

$$\frac{\Delta E_L}{\Delta E_0} \sim \left( \frac{(L - 1)!!}{L!!} \right)^2. \quad (24)$$

Характерный вид спектра состояний конфигурации ( $ll:LM$ ) приведен на рис. 13. Как и ожидалось, состояние с  $L = 0$  наиболее чувствительно к короткодействующему взаимодействию, в то время как остальные уровни сдвигаются незначительно. При этом с ростом  $L$  сдвиг энергии между уровнями стремится к нулю.

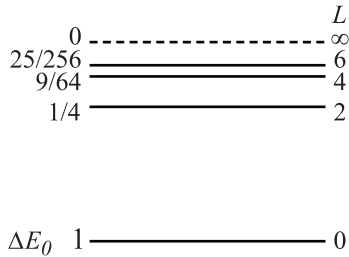


Рис. 13. Спектр состояний конфигурации ( $ll:LM$ ). Слева приведены отнормированные значения сдвига энергии состояния  $|\Delta E_L/\Delta E_0|$ , рассчитанные в пределе  $l \gg L$  (соотношение (24))

Отношение энергий  $E(4^+)/E(2^+)$  в спектре возбужденных состояний ядра (где за точку отсчета принимается энергия основного состояния ядра  $E_{gs}(J = 0)$ ) в отличие от вращательных и колебательных состояний меньше 2:

$$\frac{E(4^+)}{E(2^+)} = \frac{1 - \Delta E_4}{\Delta E_2} = \frac{55}{64} \cdot \frac{4}{3} = 1.15.$$

При переходе к  $jj$  связи выражение для сдвига энергии при  $T = 1$  получается путем применения стандартной процедуры пересвязки угловых моментов

$$\Delta E_{jj;J}(T = 1) = -\frac{1}{2} V_0 F_0(nl) (2j + 1)^2 \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2. \quad (25)$$

Полный момент  $J$  пробегает четные значения

$$J^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots \quad (J_{\max}^P = (2j - 1)^+). \quad (26)$$

В случае  $T = 0$  (пара  $np$ ) полный момент  $J$  принимает нечетные значения и сдвиг энергии для данных значений [30]

$$\Delta E_{jj;J}(T = 0) = -\frac{1}{2} V_0 F_0(nl) (2j + 1)^2 \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2 \times \left[ 1 + \frac{(2j + 1)^2}{J(J + 1)} \right]. \quad (27)$$

Относительные значения сдвига энергии,  $\Delta E_J/\Delta E_0$  для пар  $nn$  и  $pp$  ( $T = 1$ ) для  $j$ , изменяющегося от  $5/2$  до  $13/2$ , приведены в табл. 1. Поскольку расщепление уровней в мультиплете зависит только от угловой части и определяется коэффициентами, приведенными в табл. 1, можно получить спектр низколежащих состояний исходя из значения  $E(jj:J_{\max})$ , взятого из эксперимента. На рис. 14 приведен спектр низколежащих возбужденных состояний  $^{210}\text{Po}$ . Справа указаны экспериментальные значения энергий возбуждения [15].

Таблица 1

Относительное значение сдвига энергии  $\Delta E_J/\Delta E_0$  в случае пары валентных протонов или нейтронов на подоболочке  $j$

	$J = 0$	2	4	6	8	10	12
$j = 5/2$	1	0.2285	0.0952				
7/2	1	0.2381	0.1169	0.0583			
9/2	1	0.2424	0.1259	0.0746	0.0403		
11/2	1	0.2448	0.1305	0.0823	0.0531	0.0300	
13/2	1	0.2461	0.1333	0.0866	0.0596	0.0403	0.0234

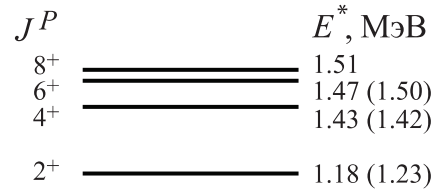


Рис. 14. Спектр низколежащих возбужденных состояний  $^{210}\text{Po}$ . Справа указаны экспериментальные значения энергий возбуждения [15]. В скобках приведены результаты расчета энергий мультиплетов основного состояния для  $\delta$ -потенциала, отнормированного по энергии  $E^*(8^+)$  возбужденного состояния  $J_{\max}^P = 8^+$

В скобках приведены результаты расчета энергий мультиплета в предположении, что пара протонов сверхдвойки магического остова  $^{208}\text{Pb}$  находится в состоянии  $1h_{9/2}$ . Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментом. Следует отметить, что более точно основное состояние пары протонов  $J^P = 0^+$  следует рассматривать как смесь одночастичных конфигураций, для которых разность собственных значений не превышает  $\Delta E$ . В случае  $^{210}\text{Po}$  помимо основного вклада конфигурации  $(1h_{9/2})^{2\pi}$  существенными являются примеси других состояний:

$$|^{210}\text{Po}_{\text{g.s.}}\rangle \approx [c_1 |(1h_{9/2})_{J=0}^{2\pi}\rangle + c_2 |(2f_{7/2})_{J=0}^{2\pi}\rangle + c_3 |(1i_{13/2})_{J=0}^{2\pi}\rangle + \dots] |^{208}\text{Pb}_{\text{g.s.}}\rangle.$$

То есть ядро  $^{210}\text{Po}$  в основном состоянии представляет собой не систему независимых частиц, а систему независимых пар частиц [13].

Малая величина расщепления уровней с  $J = 2^+, 4^+, 6^+, 8^+$  мультиплета основного состояния  $^{210}\text{Po}$  позволяет представить эти уровни как вырожденные состояния одночастичной модели оболочек в приближении парного взаимодействия. Рака исследовал проблему  $N$  вырожденных состояний на  $j$ -оболочке с парным взаимодействием, что привело к созданию схемы сеньорити [33]. В данной схеме парное взаимодействие между нуклонами действует только в состоянии максимальной корреляции пары валентных нуклонов (т.е. спаренные частицы — это частицы с максимально перекрывающимися волновыми функциями,  $m_{j_1} = -m_{j_2}$ ). Поскольку гамильтониан парного взаимодействия действует только на состояние с  $J = 0$ , оно сдвигается по энергии вниз и соответствует состоянию с сеньорити  $s = 0$  ( $s$  — число неспаренных частиц). Остальные состояния не смещаются и имеют  $s = 2$ . Спектр парного взаимодействия приведен на рис. 15, б. Видно, что понижение состояния с  $J = 0$  приводит к образованию энергетической щели между основным состоянием  $J = 0$  и первым возбужденным состоянием  $J = 2^+$  пары нуклонов в атомном ядре.

Дальнейшее развитие теории парного взаимодействия нуклонов связано с моделью Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [5] и преобразованиями Боголюбова [6]. В теории БКШ базисом собственных

волновых функций является набор собственных состояний гамильтониана  $H_0 + h_{\text{pair}}$ , включающий помимо гамильтониана оболочечной модели  $H_0$  (2) остаточное взаимодействие спаривания  $h_{\text{pair}}$ . Соответствующее данному базису основное состояние четно-четных ядер имеет момент  $J^P = 0^+$  и является «конденсированным» состоянием. Низшие «одночастичные» возбужденные состояния образуются при разрыве пары, поэтому их энергия должна быть больше  $2\Delta$ . Подобные возбуждения называются квазичастичными и формируются из частичных и дырочных возбуждений относительно основного состояния дважды магических ядер. Энергия квазичастицы в оболочке  $j$

$$\tilde{\epsilon}_j = \sqrt{\epsilon_j^2 + \Delta^2},$$

где  $\epsilon_j$  — одночастичная энергия в пренебрежении остаточного взаимодействия (соотношение (3)). В четно-четных ядрах одночастичные возбужденные состояния, появляющиеся в результате разрушения пары, являются двухквазичастичными (аналогично частично-дырочным состояниям в дважды магических ядрах). Такие состояния лежат выше минимальной энергии  $2\Delta$  ( $2\tilde{\epsilon}_j$  при  $\epsilon_j = 0$ ).

В теории БКШ параметр энергетической щели связан с энергиями основных состояний ядер:

$$\frac{1}{2}(E(A+2) + E(A) - 2E(A+1)) \approx \Delta_{\text{BCS}}.$$

Это означает, что параметр  $\Delta_{\text{BCS}}$  соответствует четно-нечетному эффекту EOS и его определение совпадает с определением энергии парного взаимодействия  $E_{\text{pair}}$  в формуле Бете–Вайцзеккера. Поскольку параметр энергетической щели  $\Delta$  в теории БКШ не должен зависеть от  $A$ , при проведении параметризации EOS предпринимаются попытки разделить вклады непосредственно спаривания БКШ и многочастичных эффектов. Роль дополнительных вкладов в EOS активно обсуждается [34–37]. В работе [37] предложена параметризация для EOS в виде суммы двух слагаемых:

$$\Delta = C_1 + C_2/A, \tag{28}$$

где константа  $C_1$  связана с эффектом БКШ, а вклад, обратно пропорциональный  $A$ , эффективно учитывает влияние среднего поля. Подгонка параметров по раз-

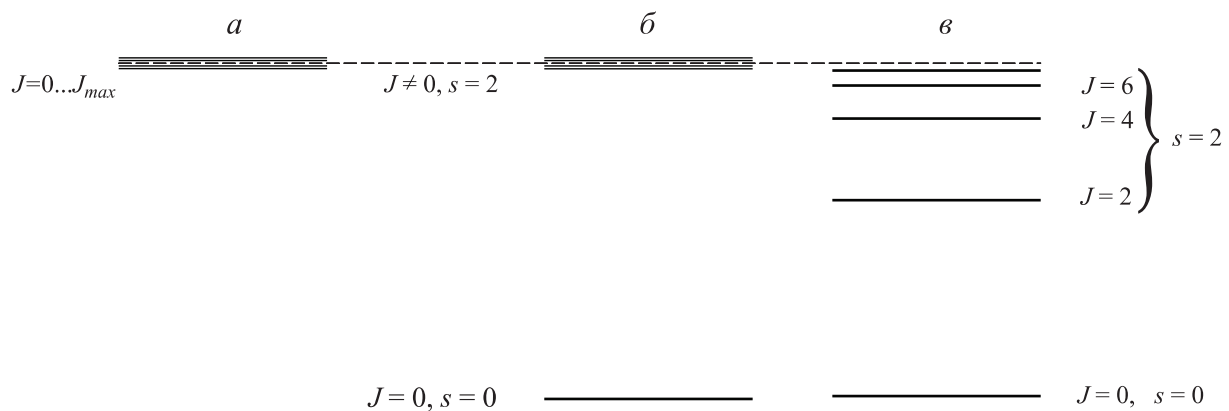


Рис. 15. Спектры возбужденных состояний ядер с двумя тождественными нуклонами на оболочке  $j$  оболочечной модели без остаточного спаривательного взаимодействия (а), в схеме сеньорити с парным взаимодействием (б) и с  $\delta$ -взаимодействием (в)

личным группам экспериментальных данных с использованием определений  $\Delta$  (13) и (14) показала, что вклад парного взаимодействия БКШ в EOS составляет 75–80% [37]. На рис. 10 приведена аналитическая зависимость (28) со значениями коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$ , определенными по всей совокупности современных значений энергии связи.

### 3. Мультиплеты основного состояния чётно-чётных ядер

#### 3.1. Мультиплеты ядер с парой нейтронов или протонов над магическим остовом

Поверхностное  $\delta$ -взаимодействие было введено [30, 38–41] в качестве простой схемы для расчета структуры атомных ядер. Всего один подгоночный параметр, характеризующий силу взаимодействия, определяется либо подгонкой по величине энергии первого возбужденного состояния  $2^+$ , либо из подгонки величины эффекта EOS [31, 39]. В работе [42] были рассмотрены ядра с парой нуклонов (дырок) сверх магического остова, где параметр  $\delta$ -взаимодействия  $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -V_0(A)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  определялся из набора экспериментальных данных по возбужденным состояниям ядер. С учетом зависимости  $V_0(A) = v_0 A^{-2/3}$  для  $A > 20$  в случае нейтронных пар и  $A > 50$  для протонных

получены следующие значения коэффициента  $v_0$ :

$$\begin{aligned} v_0(\text{протоны}) &= 11.4 \pm 0.9 \text{ МэВ}, \\ v_0(\text{нейтроны}) &= 10.3 \pm 1.4 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (29)$$

Для легких ядер использовалась более сложная зависимость от  $V_0(A)$ .

Рассчитанные в [42] с данными коэффициентами значения энергии  $E(J_{\max})^{\text{fit}}$  уровней  $|jj:J_{\max} = 2j - 1\rangle$  приведены в четвертой колонке табл. 2. Основная конфигурация двух валентных нуклонов или дырок приведена во второй колонке (в скобках даны квантовые числа  $nlj$ , индексы  $2\pi$  и  $2\nu$  обозначают число и тип нуклонов). Предполагается, что основной вклад в мультиплет основного состояния дают состояния с парой нуклонов в оболочке, расположенной максимально близко к заполненному остову.

В последней колонке табл. 2 приведены рассчитанные нами по формулам (15) и (16) энергии спаривания нуклонов одного типа  $E_{\text{pair}} = \Delta_{NN}$ , в скобках указан тип нуклонов. Как видно, в случае дырочных конфигураций мультиплет основного состояния также совпадает по величине с энергией спаривания соответствующих нуклонов. Значения энергии возбуждения  $E(J_{\max})^{\text{pair}}$ , рассчитанные исходя из  $E_{\text{pair}}$ , приведены в пятой колонке табл. 2. Энергии возбуждения  $E(J_{\max})^{\text{pair}}$  хорошо согласуются с экспериментальными значениями. Наибольшее расхождение наблюдается в случае нейтронно-избыточного ядра  $^{76}\text{Ni}$ , для ко-

Таблица 2

Расщепление мультиплетов основного состояния ядер с дважды магическим остовом и парой валентных нуклонов (дырок) одного типа

$^A X(N, Z)$	Основная конфиг.	$E(J_{\max})^{\text{exp}}$ , МэВ [15]	$E(J_{\max})^{\text{fit}}$ , МэВ [42]	$E(J_{\max})^{\text{pair}}$ , МэВ	$E^{\text{pair}}$ , МэВ
$^{18}\text{O}(10,8)$	$(1d_{5/2})^{2\nu}$	3.555	3.704	3.616	3.996 ( <i>nn</i> )
$^{18}\text{Ne}(8,10)$	$(1d_{5/2})^{2\pi}$	3.376	2.517	3.424	3.784 ( <i>pp</i> )
$^{42}\text{Ca}(22,20)$	$(1f_{7/2})^{2\nu}$	3.189	3.317	3.137	3.333 ( <i>nn</i> )
$^{42}\text{Ti}(20,22)$	$(1f_{7/2})^{2\pi}$	3.043	3.225	2.974	3.158 ( <i>pp</i> )
$^{46}\text{Ca}(26,20)$	$(1f_{7/2})^{-2\nu}$	2.974	2.938	2.874	3.052 ( <i>nn</i> )
$^{50}\text{Ti}(28,22)$	$(1f_{7/2})^{2\pi}$	3.199	3.175	3.122	3.315 ( <i>pp</i> )
$^{54}\text{Fe}(28,26)$	$(1f_{7/2})^{-2\pi}$	2.949	2.934	2.863	3.042 ( <i>pp</i> )
$^{76}\text{Ni}(48,28)$	$(1g_{9/2})^{-2\nu}$	2.420	2.996	1.888	1.967 ( <i>nn</i> )
$^{92}\text{Mo}(50,42)$	$(1g_{9/2})^{2\pi}$	2.761	2.764	2.723	2.837 ( <i>pp</i> )
$^{98}\text{Cd}(50,48)$	$(1g_{9/2})^{-2\pi}$	2.428	2.539	2.516	2.622 ( <i>pp</i> )
$^{130}\text{Sn}(80,50)$	$(1h_{11/2})^{-2\nu}$	2.435	2.312	2.264	2.334 ( <i>nn</i> )
$^{134}\text{Sn}(84,50)$	$(2f_{7/2})^{2\nu}$	1.247	1.497	1.218	1.293 ( <i>nn</i> )
$^{134}\text{Te}(82,52)$	$(1g_{7/2})^{2\pi}$	1.691	1.656	1.693	1.798 ( <i>pp</i> )
$^{148}\text{Dy}(82,66)$	$(1h_{11/2})^{2\pi}$	2.919	2.393	2.792	2.878 ( <i>pp</i> )
$^{210}\text{Pb}(128,82)$	$(2g_{9/2})^{2\nu}$	1.278	1.408	1.247	1.299 ( <i>nn</i> )
$^{210}\text{Po}(126,84)$	$(1h_{9/2})^{2\pi}$	1.557	1.558	1.528	1.593 ( <i>pp</i> )

Во второй колонке приведена основная конфигурация пары валентных нуклонов.  $E(J_{\max})$  — значение энергии возбуждения уровня  $J_{\max}$  (26):  $E(J_{\max})^{\text{exp}}$  — экспериментальные данные [15];  $E(J_{\max})^{\text{fit}}$  — работа [42],  $E(J_{\max})^{\text{pair}}$  — расчеты в приближении  $\delta$ -потенциала на основе энергии спаривания двух нуклонов  $E_{\text{pair}}$  (определена из данных [14]).

того энергия спаривания нейтронов определена со значительной ошибкой:  $\Delta_{nn}(^{76}\text{Ni}) = 1.97 \pm 0.76$  МэВ.

Использование экспериментального значения энергии спаривания двух нуклонов  $\Delta_{nn}$  ( $\Delta_{pp}$ ) в качестве сдвига энергии основного состояния  $E(jj:0)$  в соотношении (25) позволяет уточнить структуру мультиплета основного состояния. В табл. 3 приведены спектры мультиплетов основного состояния для пары нуклонов в состоянии  $j = 9/2$ , рассчитанные из величины расщепления  $E(0^+) - E(8^+)$  и исходя из экспериментального значения энергии спаривания  $E_{\text{pair}} = \Delta_{nn}$  ( $\Delta_{pp}$ ). Следует отметить, что полученные во втором расчете энергии возбуждения мультиплета основного состояния хорошо согласуются с экспериментальными значениями, в том числе и для уровней с  $J = J_{\text{max}}$ .

Таблица 3

Мультиплеты основного состояния  $^{210}\text{Po}$  ( $1h_{9/2}$ ) $^{2\pi}$  и  $^{210}\text{Pb}$  ( $2g_{9/2}$ ) $^{2\nu}$ . Экспериментальные данные из [15]

$J^P$	$E_{JP}(^{210}\text{Po})$ , МэВ			$E_{JP}(^{210}\text{Pb})$ , МэВ		
	эксп. [15]	расчет по $E(8^+)$	расчет по $\Delta_{pp}$	эксп. [15]	расчет по $E(8^+)$	расчет по $\Delta_{nn}$
$8^+$	1.56		1.53	1.28		1.25
$6^+$	1.47	1.50	1.47	1.20	1.23	1.20
$4^+$	1.43	1.42	1.39	1.10	1.17	1.14
$2^+$	1.18	1.23	1.21	0.80	1.01	0.98

### 3.2. Систематики низколежащих возбужденных состояний атомных ядер

Нами были проанализированы энергии спаривания двух нуклонов и расщепление мультиплетов основного состояния ядер в зависимости от заполнения валентной подоболочки парами протонов или нейтронов. На рис. 16–19 приведены спектры низколежащих состояний четно-четных ядер. Во всех представленных цепочках изотонов и изотопов остовом служит дважды магическое ядро  $^{208}\text{Pb}$  ( $Z = 82$ ,  $N = 126$ ). В рассмотренных случаях отчетливо прослеживается структура мультиплета для двух нуклонов. На рис. 16 представлены спектры ядер-изотонов с  $N = 126$  в зависимости от числа протонов  $Z$ . Внизу указаны изотопы, над спектрами указаны основные конфигурации валентных нуклонов в оболочечной модели. Число протонов в оболочке  $1h_{9/2}$  изменяется от 2 до 8 (четные числа). Для ядер, имеющих пары протонов на оболочке  $1h_{9/2}$ , видны мультиплеты основных состояний ( $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$ ), сходящихся к энергии спаривания протонов. По мере добавления пар протонов структура мультиплета не изменяется, а величина расщепления мультиплета соответствует энергии спаривания двух протонов  $\Delta_{pp}$ , находящейся в диапазоне от  $1.593 \pm 0.003$  МэВ до  $2.09 \pm 0.3$  МэВ. Изотопы  $^{210}\text{Po}$ ,  $^{212}\text{Rn}$ ,  $^{214}\text{Ra}$ ,  $^{216}\text{Th}$  хорошо описываются в модели сеньорити, в которой по мере добавления пар нуклонов с  $j = 9/2$  сохраняется структура мультиплета с синьорити  $s = 2$  ( $J^P = 2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$ ) и в случае 4 и 6 протонов в подоболочке для  $s = 4$  наблюдаются состояния  $J^P = 10^+$ ,  $12^+$  с энергией возбуждения около 3 МэВ [13, 30].

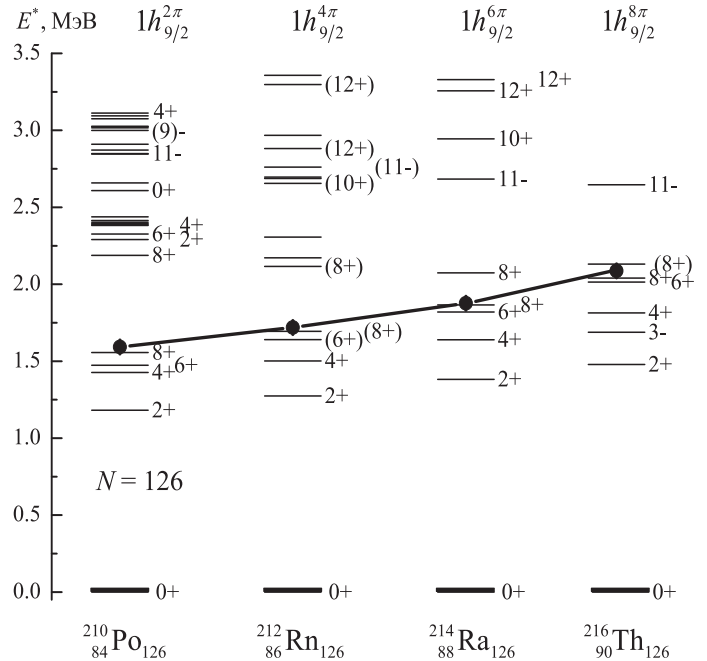


Рис. 16. Энергии спаривания  $\Delta_{pp}$  (черные кружки), определенные исходя из соотношения (16) из данных [14], и спектры низколежащих состояний для ядер-изотонов  $N = 126$  с замкнутой по нейтронам оболочкой (экспериментальные данные [15, 16]). Для ядер, имеющих пары протонов в оболочке  $1h_{9/2}$ , видны мультиплеты основных состояний ( $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$ ), сходящиеся к энергии спаривания протонов  $\Delta_{pp}$

Цепочка ядер-изотонов с  $N = 128$ , представленная на рис. 17, соответствует остову дважды магического ядра  $^{208}\text{Pb}$ , к которому добавлено два нейтрона в состоянии  $2g_{9/2}$  над заполненной оболочкой. В  $^{210}\text{Pb}$  пара нейтронов формирует мультиплет основного состояния, структура которого прослеживается и в остальных изотопах  $^{212}\text{Po}$ ,  $^{214}\text{Rn}$ ,  $^{216}\text{Ra}$ ,  $^{218}\text{Th}$ , причем энергия спаривания двух нейтронов, растущая от  $\Delta_{nn}(^{210}\text{Pb}) = 1.299 \pm 0.003$  МэВ до  $\Delta_{nn}(^{218}\text{Th}) = 1.99 \pm 0.06$  МэВ, соответствует состоянию  $8^+$ . Это позволяет предположить, что основу конфигурации  $^{212}\text{Po}$ , как и остальных изотонов с  $N = 128$ , составляет остов  $^{210}\text{Pb}$ , а не  $^{210}\text{Po}$ , как обычно полагается. В расчетах  $^{212}\text{Po}$  [30] уровню  $J^P = 8^+$ , по аналогии с  $^{210}\text{Po}$ , ставилась в соответствие конфигурация протонов  $(1h_{9/2})^2$ . Однако получить правильную структуру ирастовой полосы  $J = 0^+ - 16^+$  как связь конфигураций  $(1h_{9/2})^{2\pi} \times (2g_{9/2})^{2\nu}$  не удается [30, 43]. Причина в том, что данная полоса состояний возникает в результате как взаимодействия протонов с нейтронами, так и за счет парного взаимодействия тождественных нуклонов. Лучшее соответствие структуры  $^{212}\text{Po}$  экспериментальным данным удается получить, учитывая компоненту, соответствующую  $\alpha$ -кластеризации нуклонов в атомном ядре [43, 44]. Парная энергия двух протонов меняется в диапазоне от  $\Delta_{pp}(^{212}\text{Po}) = 1.841 \pm 0.007$  МэВ до  $\Delta_{pp}(^{218}\text{Th}) = 2.13 \pm 0.03$  МэВ. В  $^{212}\text{Po}$ , как и в остальной цепочке изотонов, величина  $\Delta_{pp}$  соответствует уровню возбуждения  $10^+$ , что может являться результатом смешивания мультиплета парного взаимо-

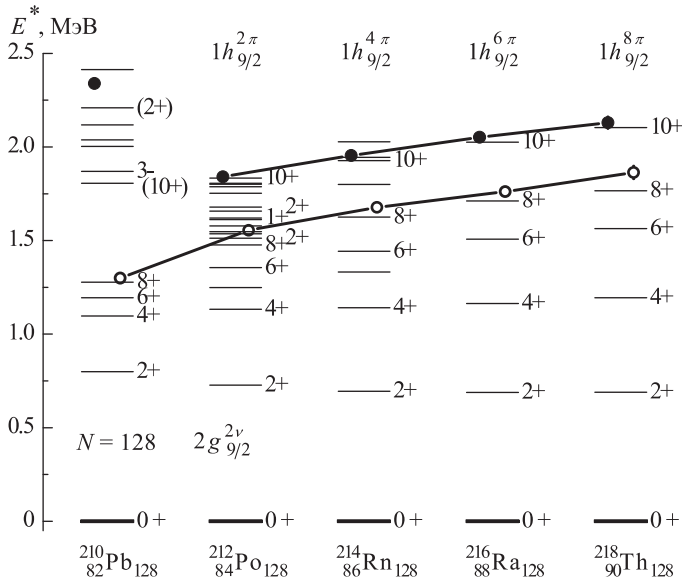


Рис. 17. Энергии спаривания  $\Delta_{nn}$  (светлые кружки) и  $\Delta_{pp}$  (черные кружки), определенные на основе соотношений (16) и (15) из данных [14], для ядер-изотонов  $N = 128$  с парой нейтронов в оболочке  $2g_{9/2}$ . В отличие от изотонов  $N = 126$  на рис. 16 мультиплеты основных состояний ( $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$ ) сходятся к энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}$  (светлые кружки). Энергия спаривания протонов соответствует состояниям  $10^+$  в спектрах ядер. Экспериментальные значения энергий возбуждения — из [15, 16]

действия двух протонов с коллективными возбуждениями. Видно, как по мере увеличения числа протонов структура мультиплета приобретает форму, характерную для вращательной полосы, что свидетельствует об увеличении деформации ядра.

На рис. 18 представлены спектры возбужденных состояний четно-четных изотопов свинца  $^{184-194}\text{Pb}$ ,

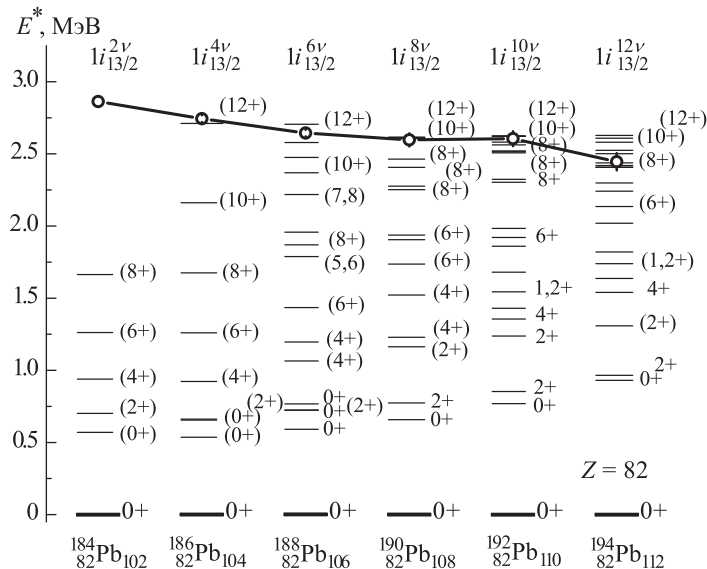


Рис. 18. Проявления мультиплетов основного состояния пар нейтронов на подоболочке  $1i_{13/2}$  ( $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$ ,  $10^+$ ,  $12^+$ ) изотопов свинца (экспериментальные данные [15, 16]). Приведены энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}$  (светлые кружки), определенные из данных [14]

в которых происходит последовательное удаление пар нейтронов из оболочки  $1i_{13/2}$ . Несмотря на сложную структуру спектров и увеличение погрешности измерений по мере удаления от стабильных ядер  $^{204,206-208}\text{Pb}$  в сторону протонно-избыточных изотопов, прослеживается соответствие значения энергии спаривания двух нейтронов  $\Delta_{nn}$  энергии возбуждения уровня  $12^+$ . По мере уменьшения числа нейтронов и удаления от дважды магического ядра  $^{208}\text{Pb}$  увеличивается деформация ядра и спектр носит все более выраженный вращательный характер. Энергия спаривания нейтронов растет от  $\Delta_{nn}(^{194}\text{Pb}) = 2.45 \pm 0.06$  МэВ до  $\Delta_{nn}(^{184}\text{Pb}) = 2.86 \pm 0.04$  МэВ.

Более отчетливо эффект спаривания прослеживается при заполнении нейтронами подоболочки  $2g_{9/2}$  в четно-четных изотопах свинца  $^{210,212,214}\text{Pb}$  (рис. 19). При добавлении пары нейтронов в ядрах  $^{210,212}\text{Pb}$  структура мультиплета не изменяется и возбужденное состояние с  $J_{\text{max}} = 8^+$  соответствует парной энергии двух нейтронов  $\Delta_{nn}$ . По аналогии с добавлением пар протонов в  $1h_{9/2}$  в изотонах  $N = 126$  (рис. 16) можно предположить, что в изотопе  $^{214}\text{Pb}$  должны наблюдаться возбужденные состояния  $J^P = 4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$  вблизи энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn} = 1.49 \pm 0.08$  МэВ.

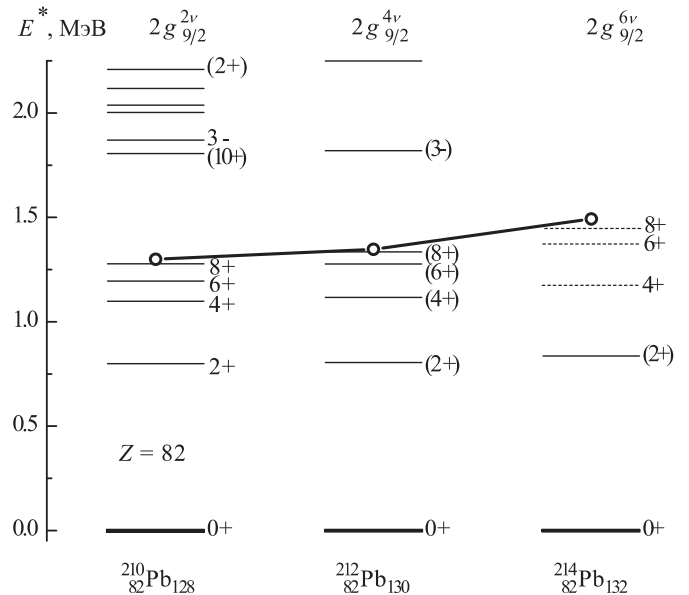


Рис. 19. Мультиплеты основного состояния пар нейтронов на подоболочке  $2g_{9/2}$  ( $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$ ) изотопов свинца (экспериментальные данные [15, 16]) и энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}$  (светлые кружки), определенные из данных [14]

На рис. 20 представлены спектры низколежащих возбужденных состояний четно-четных изотопов олова ( $Z = 50$ ) от  $^{120}\text{Sn}$  до  $^{130}\text{Sn}$ . В указанных изотопах происходит последовательное заполнение нейтронами оболочки ( $1h_{11/2}$ ). Энергия спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}$  уменьшается от  $\Delta_{nn}(^{120}\text{Sn}) = 2.778 \pm 0.001$  МэВ до  $\Delta_{nn}(^{130}\text{Sn}) = 2.33 \pm 0.02$  МэВ и соответствует уровням возбуждения  $J = 10^+$ . Для всех представленных изотопов характерен большой энергетический зазор между основным и первым возбужденным состоянием  $2_1^+$ , что можно интерпретировать как проявление сил спарива-

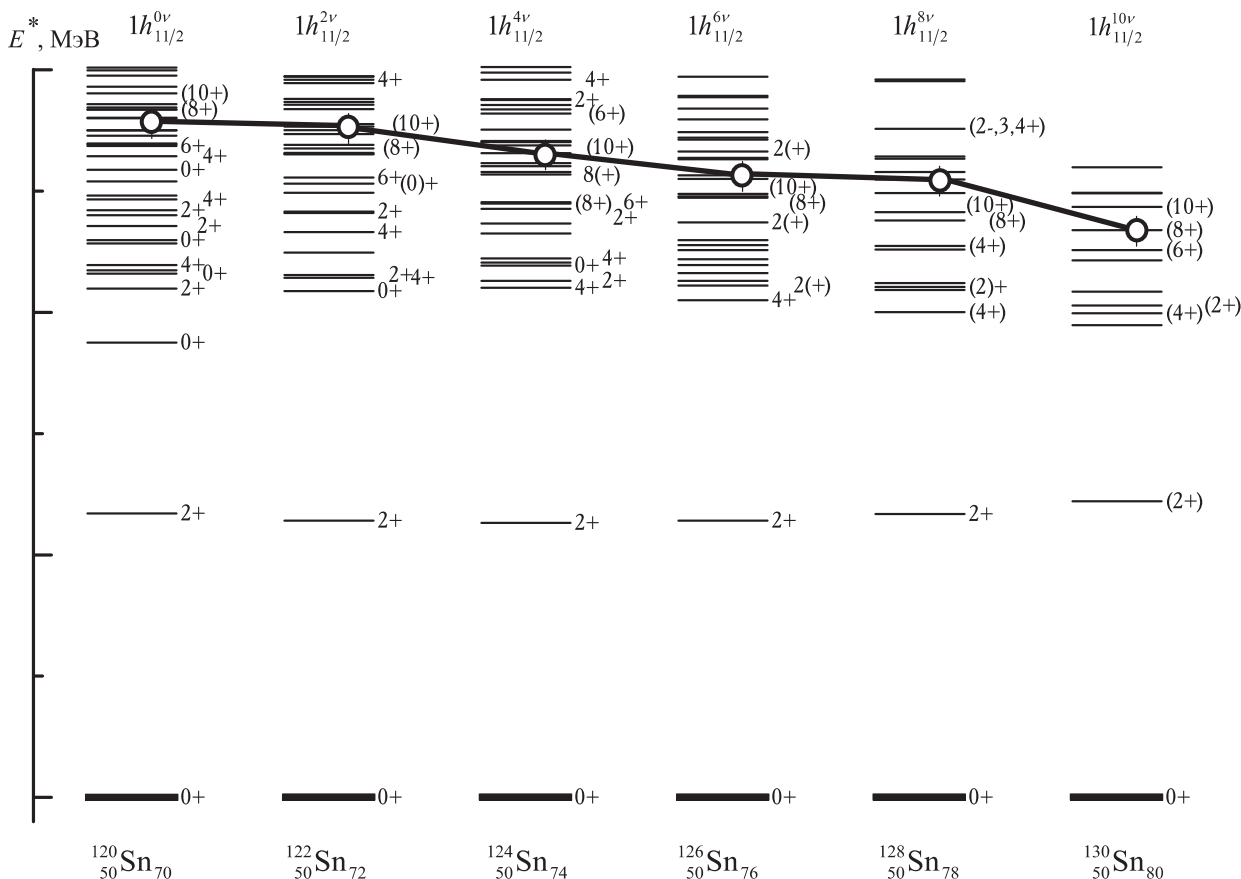


Рис. 20. Мультиплеты основного состояния пар нейтронов на подоболочке  $1h_{11/2}$  ( $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ,  $8^+$ ,  $10^+$ ) изотопов олова (экспериментальные данные [15, 16]). Энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}$  (светлые кружки) определены из данных [14]

ния и трактовать первое возбужденное состояние  $2_1^+$  как уровень мультиплета основного состояния. С другой стороны, для данных изотопов Sn выполняется соотношение  $E(4_1^+)/E(2_1^+) \approx 2$ , что характерно для колебательных спектров и позволяет интерпретировать первое возбужденное состояние как однофононные колебания. Фактически интерпретация данного состояния как коллективных колебаний подразумевает наличие сильного спаривания между нуклонами [13].

### 3.3. Парное $np$ -взаимодействие

Обычно рассматривается спаривание тождественных нуклонов. Однако сама возможность спаривания протона и нейтрона следует из зарядовой независимости сильного взаимодействия. Сильное взаимодействие между двумя протонами  $V_{pp}$ , двумя нейтронами  $V_{nn}$  и протоном и нейтроном  $V_{np}$  должно быть одинаковым. Экспериментальное изучение  $np$ -спаривания затруднено, поскольку существует лишь небольшое число ядер, в которых валентные протон и нейтрон находятся в одинаковом состоянии сверх остова с заполненными оболочками [31, 45]. Одним из таких примеров является изотоп  $^{42}\text{Sc}$ , в котором над остовом  $^{40}\text{Ca}$  на оболочке  $1f_{7/2}$  находятся один протон и один нейтрон. Спектр низколежащих возбужденных состояний  $^{42}\text{Sc}$  представлен на рис. 21 вместе со спектрами ядер-изобар  $^{42}\text{Ca}$  и  $^{42}\text{Ti}$ . Спектр возбужденных состояний изотопа  $^{42}\text{Sc}$  имеет более сложную структуру возбужденных

состояний по сравнению с четно-четными изотопами  $^{42}\text{Ca}$  и  $^{42}\text{Ti}$ . В спектре  $^{42}\text{Sc}$  прослеживается последовательность уровней с изоспином  $T = 1$  и четными значениями спина  $J$  ( $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ ), соответствующая мультиплетам состояний ядер-изобар  $^{42}\text{Ca}$  и  $^{42}\text{Ti}$ . В табл. 4 приведены результаты расчета уровней мультиплета  $(1f_{7/2})^2$  исходя из соотношения (25) с учетом энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}(^{42}\text{Ca}) = 3.33$  МэВ и энергии спаривания протонов  $\Delta_{pp}(^{42}\text{Ti}) = 3.13$  МэВ.

Таблица 4

#### Мультиплеты пары нуклонов в состоянии $1f_{7/2}$ в изобарах $^{42}\text{Ca}$ , $^{42}\text{Sc}$ и $^{42}\text{Ti}$ .

Экспериментальные данные из [15].

Для  $^{42}\text{Sc}$  приведены аналоговые состояния с  $T = 1$

$J^P$	$E_{JP}(^{42}\text{Ca})$ , МэВ		$E_{JP}(^{42}\text{Sc})$ , МэВ		$E_{JP}(^{42}\text{Ti})$ , МэВ	
	эксп. [15]	расчет	эксп. [15]	расчет	эксп. [15]	расчет
$6_1^+$	3.19	3.14	3.24	3.24	3.04	2.97
$4_1^+$	2.75	2.94	2.82	3.04	2.68	2.79
$2_2^+$	2.42	2.54	2.49	2.62	2.40	2.41

Уровни мультиплета низколежащих аналоговых состояний в  $^{42}\text{Sc}$  с четными значениями спина  $J$  и изоспином  $T = 1$  рассчитаны исходя из энергии уровня  $E(6^+) = 3.24$  МэВ. Чтобы воспроизвести данное значение для расщепления мультиплета с  $T = 1$ , следует

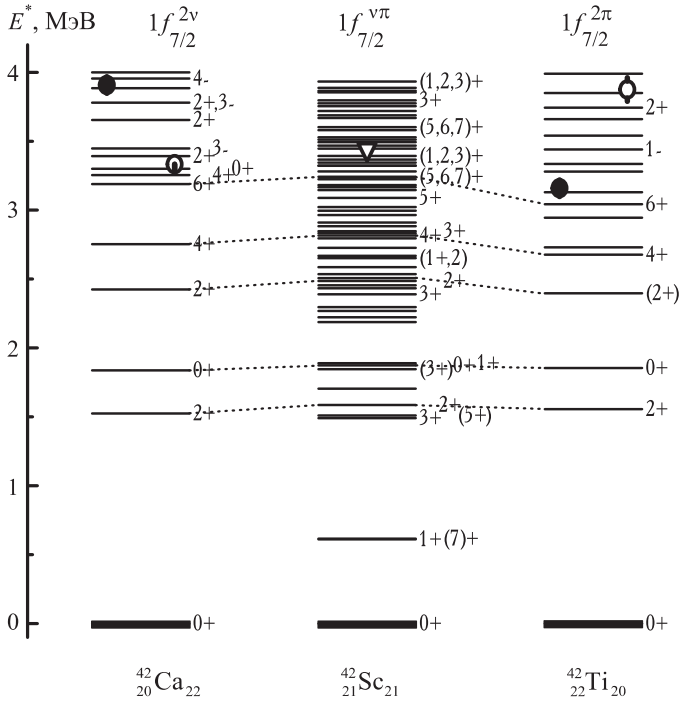


Рис. 21. Энергии спаривания нуклонов  $\Delta_{pp}$  (черные кружки) и  $\Delta_{nn}$  (светлые кружки) в состоянии  $1f_{7/2}$ , определенные из данных [14], и спектры низколежащих возбужденных состояний  $^{42}\text{Ca}$ ,  $^{42}\text{Sc}$  и  $^{42}\text{Ti}$  (экспериментальные данные [15, 16]). Индексы над спектрами обозначают основные конфигурации пар нуклонов сверх дважды магического остова. Пунктиром соединены аналоговые состояния с  $T = 1$

предположить значение  $\Delta_{np}(T=1) = 3.44$  МэВ, что близко к усредненному значению спаривания тождественных нуклонов в соседних четно-четных ядрах:

$$\begin{aligned} \Delta_{np}(^{42}\text{Sc}) &= \\ &= \frac{1}{4}(\Delta_{pp}(^{42}\text{Ca}) + \Delta_{nn}(^{42}\text{Ti}) + \Delta_{nn}(^{42}\text{Ca}) + \Delta_{pp}(^{42}\text{Ti})) = \\ &= 3.57 \text{ МэВ.} \end{aligned} \quad (30)$$

Согласно [17], энергию спаривания протона и нейтрона в ядре следует оценивать как  $\Delta_{np} = (\Delta_n^{(4)} + \Delta_p^{(4)})$ . Расчет по экспериментальным значениям энергий связи для нечетно-нечетного ядра  $^{42}\text{Sc}$  величины  $np$ -спаривания  $\Delta_{np} = 2.51$  МэВ, что существенно меньше расщепления мультиплета основного состояния  $E(6^+) = 3.24$  МэВ. Другие рецепты оценки энергии  $np$ -спаривания, например усреднением по ядрам с изоспином  $T = 0$  [46], дают сильно завышенное значение  $\Delta_{np} = 4.08$  МэВ. Таким образом, в случае нечетно-нечетных ядер более правдоподобной является оценка  $np$ -спаривания в состоянии с изоспином  $T = 1$  по соседним четно-четным ядрам:

$$\begin{aligned} \Delta_{np}(N, Z) &= \frac{1}{2}(\Delta_{np}(N-1, Z+1) + \Delta_{np}(N+1, Z-1)) = \\ &= \frac{1}{2}(\Delta_n(N-1, Z+1) + \Delta_p(N-1, Z+1) + \\ &\quad + \Delta_n(N+1, Z-1) + \Delta_p(N+1, Z-1)), \end{aligned} \quad (31)$$

что совпадает с оценкой (30).

Также в спектре возбужденных состояний  $^{42}\text{Sc}$  хорошо прослеживаются уровни мультиплета основного

состояния с нечетным  $J^P = 1^+, 3^+, 5^+, 7^+$ , расположенные ниже уровней с четным  $J$ .

Таким образом, в нечетно-нечетном ядре  $^{42}\text{Sc}$  пара нейтрон-протон сверх дважды магического остова образует мультиплет основного состояния, состоящий из двух групп уровней: с четным значением спина  $J$  и изоспином  $T = 1$ , и с нечетным значением  $J$  и  $T = 0$ . Первая группа с  $T = 1$  состоит из уровней, аналогичных уровням мультиплетов соседних четно-четных ядер-изобар  $^{42}\text{Ca}$  и  $^{42}\text{Ti}$ . Интерпретация положения уровней мультиплета с  $T = 0$  представляет значительный интерес с точки зрения изучения изоспиновой зависимости сил спаривания, и требует дальнейшего изучения.

### Заключение

Спаривание нуклонов в атомных ядрах является ярким проявлением квантово-механической природы атомных ядер, приводящим к обширным экспериментальным и теоретическим следствиям. Целью настоящей работы было проследить на основе простейших моделей связь между структурой спектров некоторых атомных ядер и эффектом спаривания нуклонов в ядрах.

Во введении рассмотрены различные проявления эффекта спаривания нуклонов. Одним из самых ярких проявлений эффекта является тот факт, что основным состоянием всех без исключения четно-четных ядер является состояние  $J^P = 0^+$ . В результате действия короткодействующих сил притяжения между парой нуклонов в спектрах четно-четных ядер наблюдается энергетическая щель, соответствующая энергии разрыва пары нуклонов.

Спаривание нуклонов проявляется в энергии связи атомных ядер, приводя к существованию так называемого четно-нечетного эффекта — расслоению массовой поверхности ядер с четными и нечетными  $A$ . Поэтому энергию спаривания можно оценить из разности энергии отделения нуклона для двух соседних ядер. В случае четного числа нуклонов требуется дополнительная энергия для разрыва пары, соответствующая энергии спаривания.

В настоящей работе проведено сравнение различных методик определения величины четно-нечетного эффекта  $\Delta_n$  и  $\Delta_p$  из экспериментальных значений энергий связи и некоторых аналитических аппроксимаций. Расчет  $\Delta_n$  и  $\Delta_p$  по четырем экспериментальным значениям энергии связи позволяет скомпенсировать систематические искажения, возникающие за счет кривизны массовой поверхности. Однако использование большего числа экспериментальных значений энергий связи не вносит значительного улучшения в расчеты энергии спаривания и при удалении от линии стабильности может приводить к увеличению ошибки в определении четно-нечетного эффекта за счет использования недостаточно точных измерений энергий связи короткоживущих радиоактивных ядер.

Простейшим способом описания эффектов спаривания нуклонов в рамках одночастичной оболочечной модели является введение остаточного взаимодействия в виде притягивающего  $\delta$ -потенциала. При наличии остаточного взаимодействия вырожденное состояние

двух тождественных нуклонов  $(n_1, l_1, j_1) = (n_2, l_2, j_2)$  проявляется как мультиплет основного состояния ядра. Величина расщепления может быть определена из экспериментальных энергий связи атомных ядер:  $\Delta_{nn} = 2\Delta_n$ ,  $\Delta_{pp} = 2\Delta_p$ . Сопоставление энергии возбуждения последнего уровня мультиплета  $E(J_{\max})$  с величиной четно-нечетного эффекта показали, что расчеты EOS по трем экспериментальным значениям энергий связи дают систематически завышенное значение. Анализ спектров полумагических четно-четных ядер показал, что энергии спаривания  $\Delta_{nn}$  ( $\Delta_{pp}$ ) соответствуют расщеплению мультиплета не только в случае одной пары над остовом, но сохраняется по мере заполнения оболочки парами тождественных нуклонов. Таким образом, между энергией спаривания, рассчитанной из экспериментальных значений энергии связи, и расщеплением мультиплета основного состояния в экспериментальном спектре возбужденных состояний ядра существует однозначное соответствие. Это позволяет исходя из значения энергии спаривания предсказать наличие в данной области возбужденных состояний с определенным  $J^P$ . Наличие отчетливо выраженного мультиплета основного состояния позволяет исходя из экспериментально измеренной энергии парного взаимодействия определить основную конфигурацию пары, дающую преобладающий вклад в основное состояние. Проведенные расчеты показали систематическое превышение расчетных значений энергий состояний в мультиплете с малыми  $J$  по сравнению с экспериментальными данными. В первую очередь данное расхождение указывает на необходимость учета примесей других парных конфигураций в основное и возбужденное состояния ядер. Совокупность данных по цепочкам четно-четных изотопов и изотонов указывает на связь парного взаимодействия и коллективных степеней свободы.

Наиболее интересным является вопрос о природе первого возбужденного состояния  $2^+$  в четно-четных ядрах, лежащего ниже энергии спаривания. С одной стороны, в мультиплете основного состояния должно быть первое возбужденное состояние  $2^+$ , но расчеты показывают систематическое завышение значения его энергии по сравнению с экспериментом. С другой стороны, спектры низколежащих уровней в ядрах  $Z < 20$  носят выраженный вибрационный характер. Состояние четно-четных ядер с парой нуклонов сверх дважды магического остова при  $J=0$  обладает сферической симметрией, однако в таких системах должны легко возникать коллективные возбуждения, поскольку разница между энергией спаривания и энергией деформации невелика. Соответственно могут возникать квадрупольные колебания и уровень  $2_1^+$  является суперпозицией парных корреляций нуклонов и коллективных возбуждений. Анализ систематик ядер позволяет не только выделить аналоговые состояния в ядерных спектрах, но и выяснить аналогии в силе нуклон-нуклонного спаривания и уточнить зависимость парного взаимодействия от изоспина.

Вопрос о величине сил спаривания между протоном и нейтроном  $\Delta_{np}$  представляет большой интерес [45–47]. Изучение мультиплета аналоговых состояний  $T=1$  в нечетно-нечетном ядре может дать информацию о силе спаривания между нуклонами, а сравнение

состояний с  $T=1$  и  $T=0$  — об изоспиновой зависимости сил спаривания. Представлены результаты расчета мультиплета основного состояния ядра  $^{42}\text{Sc}$  и показано, что спаривание нейтрона и протона в состоянии  $T=1$  аналогично спариванию тождественных нуклонов в соседних четно-четных ядрах. Структура мультиплета и величина его расщепления позволяют предположить наличие в  $^{42}\text{Sc}$  сил  $np$ -спаривания того же порядка, что и между парой нейтронов в  $^{42}\text{Ca}$  и парой протонов в  $^{42}\text{Ti}$ :  $\Delta_{np}(T=1) = 3.44$  МэВ.

Авторы выражают благодарность Н.Н. Пескову за техническую поддержку настоящей работы.

### Список литературы

1. Wiringa R.B., Stoks V.G.J., Schiavilla R. // Phys. Rev. C. 1995. **51**. P. 38.
2. Weizsäcker C.F. von // Z. Physik. 1935. **96**. P. 431.
3. Bethe H.A., Bacher R.F. // Rev. Mod. Phys. 1936. **8**. P. 165.
4. Mayer M.G., Jensen J.H.D. Elementary Theory of Nuclear Shell Structure. N.Y., 1955 (Геннеп-Майер М., Йенсен И.Г.Д. Элементарная теория ядерных оболочек. М., 1958).
5. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. // Phys. Rev. 1957. **108**. P. 1175.
6. Боголюбов Н.Н. // Успехи физ. наук. 1959. **2**. С. 236; Nuovo Cimento. 1958. **7**. P. 794.
7. Belyaev S.T. // Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat.-Fys. Medd. 1959. **31**, N11. P. 1.
8. Соловьев В.Г. // Журн. эксп. и теор. физики. 1958. **35**. С. 823.
9. Soloviev V.G. // Nucl. Phys. 1958/59. **9**. P. 655.
10. Соловьев В.Г. Теория атомного ядра: ядерные модели. М., 1981.
11. Eisenberg J.M., Greiner W. Nuclear Theory. Vol. 3. Microscopic theory of the nucleus. Amsterdam, 1972 (Айзенберг И., Грайнер В. Микроскопическая теория ядра, М., 1976).
12. Ring P., Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. 3<sup>rd</sup> edition. Berlin, 2004.
13. Rowe D.J., Wood J.L. Fundamentals of Nuclear Models, Foundational Models. Singapore, 2010.
14. Audi G. et al. // Chin. Phys. 2012. **C36**(12). P. 1287; M. Wang et al. // Chin. Phys. 2012. **C36**(12). P. 1603.
15. National Nuclear Data Center. Brookhaven. [Evaluated Nuclear Structure Data File](#).
16. База данных «Центр данных фотоядерных экспериментов НИИЯФ МГУ».
17. Bohr A., Mottelson B.R. Nuclear Structure. Vol. 1. N.Y., 1969 (Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. Т. 1. М., 1971).
18. Madland D.G., Nix J.R. // Nucl. Phys. 1988. **A476**. P. 1.
19. Moller P., Nix J.R. // Nucl. Phys. 1992. **A536**. P. 20.
20. Duguet T., Bonche P., Heenen P.-H., Meyer J. // Phys. Rev. C. 2001. **65**. P. 014311.
21. Jensen A.S., Hansen P.G., Jonson B. // Nucl. Phys. 1984. **A431**. P. 393.
22. Green A.E.S., Edwards D.F. // Phys. Rev. 1953. **91**. P. 46.
23. Liu M., Wang N., Deng Y., Wu X. // Phys. Rev. C. 2011. **84**. P. 014333.
24. Margueron J., Sagawa H., Hagino K. // Phys. Rev. C. 2008. **77**. P. 054309.
25. Vogel P., Jonson B., Hansen P.G. // Phys. Lett. 1984. **139B**. P. 227.
26. Moller P., Nix J.R., Meyers W.D., Swiatecki W.J. // At. Data and Nucl. Data Tabl. 1995. **59**. P. 185.



27. Royer G., Guilbaud M., Onillon A. // Nucl. Phys. A. 2010. **847**. P. 24.
28. Wang N., Liu M. // J. Phys. Conf. Ser. 2013. **420**. P. 012057.
29. Lunney D., Pearson J.M., Thibault C. // Rev. Mod. Phys. 2003. **75**. P. 1021.
30. Talmi I. Contemp. Concepts in Phys. Vol. 7: Simple Models of Complex Nuclei. N. Y., 1993.
31. Schiffer J.P., True W.W. // Rev. Mod. Phys. 1976. **2**. P. 191.
32. Biedenharn L.C., Louck J.D. Angular Momentum in Quantum Physics. Reading, Mass., 1981 (Биденхарн Л., Лалуик Дж. Угловой момент в квантовой физике. Т. 2. М., 1984).
33. Racah G. // Phys. Rev. 1943. **63**. P. 367.
34. Bender M., Heenen P.-H., Reinhard P.G. // Rev. Mod. Phys. 2003. **75**. 121.
35. Satula W., Dobaczewski J., Nazarewicz W. // Phys. Rev. Lett. 1998. **81**. P. 3599.
36. Dobaczewski J. et al. // Phys. Rev. C. 2001. **63**. 024308.
37. Freedman W.A., Bertsch G.F. // Eur. Phys. J. A. 2009. **41**. P. 109.
38. Green I.M., Moszkowski S.A. // Phys. Rev. 1965. **139**. P. 790.
39. Plastino A., Arvieu R., Moszkowski S.A. // Phys. Rev. 1966. **145**. P. 837.
40. Moszkowski S.A. // Phys. Rev. C. 1970 **2**. P. 402.
41. Moszkowski S.A. // Phys. Rev. C. 1979 **19**. P. 2344.
42. Heusler A., Brentano P. von // Eur. Phys. J. A. 2008. **38**. P. 9.
43. Delion D.S. et al. // Phys. Rev. C. 2012. **85**. P. 064306.
44. Buck B., Merchant A.C., Perez S.M. // Phys. Rev. C. 2008. **77**. P. 017301.
45. Dean D.J., Hjorth-Jensen M. // Rev. Mod. Phys. 2003. **75**. P. 607.
46. Macchiavelli A.O. et al. // Phys. Rev. C. 2000. **61**. P. 041303(R).
47. Sorlin O., Porquet M.-G. // Prog. Part. Nucl. Phys. 2008. **61**. P. 602.

### Nucleon pairing in atomic nuclei

**B. S. Ishkhanov**<sup>1,2</sup>, **M. E. Stepanov**<sup>1,2,a</sup>, **T. Yu. Tretyakova**<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Department of General Nuclear Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

<sup>2</sup>D. V. Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: <sup>a</sup>stepanov@depni.sinp.msu.ru, <sup>b</sup>tretyakova@dubna.ru.

The nucleon pairing effect that is analyzed in the present paper is one of the striking manifestations of nuclear dynamics. Nucleon pairing for different chains of nuclei dependent upon the number of protons or neutrons in the nucleus allows one to explain the emergence of a great number of positive-parity states, which form a ground state multiplet, in even-even nuclei in the excitation energy range  $E^* < 4$  MeV. The interaction of paired nucleons with vibrational and rotational degrees of freedom of a nucleus produces a wide variety of excitation spectra of positive-parity states in even-even nuclei.

*Keywords:* nucleon–nucleon interaction, models of atomic nuclei, nucleon pairing in atomic nuclei.

PACS: 21.10.Dr, 21.30.Fe, 29.87.+g.

Received 10 September 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2014).

### Сведения об авторах

1. Ишханов Борис Саркисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (495) 939-50-95, e-mail: bsi@depni.sinp.msu.ru.
2. Степанов Михаил Евгеньевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-34-83, e-mail: stepanov@depni.sinp.msu.ru.
3. Третьякова Татьяна Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-56-36, e-mail: tretyakova@dubna.ru.