

Отзыв официального оппонента
о диссертации Любови Николаевны Сысоевой
«Об одном подходе к автоматной реализации булевых функций»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная
математика и математическая кибернетика

Рассматриваемая диссертация относится к одному из важнейших разделов дискретной математики и математической кибернетики — теории функциональных систем, а именно исследованию множеств булевых функций с операторами замыкания автоматного типа. Функциональные системы такого типа изучались многими отечественными и зарубежными специалистами, что во многом обусловлено возможностью их применения в вычислительных системах, использующих двоичную логику. Тем не менее многие ключевые вопросы по данной тематике до сих пор остаются нерешенными. Таким образом актуальность диссертационной работы не вызывает сомнений.

В представленной работе автором исследуются способы реализации булевых функций автоматами. Для этого для каждого множества $\mathcal{A}$ булевых функций задается множество инициальных автоматов над $\mathcal{A}$ — все автоматы $V_{q_1} = (\{0, 1\}, \{0, 1\}, Q, F, G)$ с начальным состоянием q_1 , n входами, где $q_1 \in Q$, $n \geq 1$, и такие, что для любого состояния $q \in Q$ функция выхода $F(q, x_1, \dots, x_n)$ принадлежит $\mathcal{A}$. Автомат V_{q_1} реализует булеву функцию f , зависящую от n переменных, если существует упорядоченная последовательность $C = (\tilde{\beta}_1, \dots, \tilde{\beta}_{2^n})$ всех двоичных наборов длины n , такая, что при последовательной подаче на вход V_{q_1} наборов из C в первые 2^n моментов времени выходная последовательность равна $(f(\tilde{\beta}_1), \dots, f(\tilde{\beta}_{2^n}))$. Рассматриваются все инициальные автоматы, полученные из множества инициальных автоматов над $\mathcal{A}$ с использованием операции суперпозиции. Автоматным замыканием множества $\mathcal{A}$ называется множество всех булевых функций, реализуемых полученными инициальными автоматами.

Основные результаты работы представлены в главах 1–3. В главе 1 автором рассматривается оператор автоматного замыкания: установлено, что для этого оператора справедливы все аксиомы оператора замыкания, и доказано, что существует шесть автоматно замкнутых классов булевых функций: $\{0\}$, $\{1\}$, $T_0 \cap T_1$, T_0 , T_1 , P_2 .

В главе 2 вводятся понятия обобщенных формул и обобщенного замыкания множеств булевых функций. Показано, что обобщенное замыкание является ослаблением автоматного замыкания, и данные операторы не являются эквивалентными. Далее автором доказано, что обобщенными α -формулами (то есть такими формулами, любая подформула которых содержит не более одной нетривиальной подформулы) над

множеством функций $\{x \vee y, x \& y\}$ можно реализовать любую функцию из замкнутого класса $T_0 \cap T_1$, и что это может быть сделано с линейной сложностью и глубиной. Аналогичные результаты получены и для класса T_0 , где функции этого класса могут быть реализованы обобщенными α -формулами над множеством $\{x \vee y, 0(x, y)\}$, и класса T_1 , где функции класса могут быть реализованы обобщенными α -формулами над множеством $\{x \& y, 1(x, y)\}$.

Согласно определению каждый инициальный автомат над $\mathcal{A}$ может реализовывать не одну, а несколько булевых функций, и естественным образом возникает задача: определить множество булевых функций, которые могут быть реализованы инициальным автоматом V_{q_1} над $\mathcal{A}$. Данная задача для инициальных автоматов с константными состояниями (то есть автоматов над множеством константных функций) рассматривается автором в главе 3.

Установлено, что не существует инициального автомата с константными состояниями, реализующего все булевы функции от n переменных, но при этом существует неинициальный автомат с двумя константными состояниями, реализующий все такие функции. Множество всех функций, реализуемых автоматом V_{q_1} , обозначается через $P(V_{q_1})$, и определяется величина $p_k(n) = \max |P(V_{q_1})|$, где максимум берется по всем инициальным автоматам с k константными состояниями и n входами. Автоматы, на которых достигается данный максимум, называются квазиуниверсальными. Для инициальных автоматов с двумя и тремя константными состояниями автором получены следующие результаты: найдены необходимые и достаточные условия их квазиуниверсальности, описаны множества булевых функций, реализуемые такими квазиуниверсальными автоматами, и показано, что при $n \geq 2$ справедливо равенство $p_2(n) = \frac{5}{8} \cdot 2^{2^n}$ и при $n \geq 6$ справедливо равенство $p_3(n) = 2^{2^n} - 2^n$. В работе также найдены некоторые необходимые условия квазиуниверсальности автоматов с k константными состояниями и установлено, что для любых $n \geq 1$ и $k \geq 1$ верно неравенство $p_k(n) \leq 2^{2^n} - 2$, а для любого $m \geq 2^n + 2$ верно $p_m(n) = 2^{2^n} - 2$.

Таким образом, в представленной работе решен целый ряд сложных задач, связанных с автоматной реализацией булевых функций.

В тексте диссертации содержится небольшое количество мелких опечаток. Так, например, на странице 31 при определении функции $j(f, \tilde{\alpha})$ диапазон значений для числа i должен быть $1 \leq i \leq n$, а на странице 82 в предпоследнем предложении следует читать «автомат V_{q_1} с последовательностью C повторно реализует f ». Однако эти мелкие погрешности нисколько не влияют на справедливость полученных результатов.

Результаты работы являются новыми и могут найти применение в дальнейших исследованиях по теории дискретных функциональных систем. Все доказанные утверждения снабжены ясными и подробными доказательствами. Основные результаты

опубликованы автором в девяти печатных изданиях, из них четыре в научных журналах, входящих в перечень ВАК. Содержание диссертации с достаточной полнотой отражено в автореферате.

Диссертационная работа Л. Н. Сысоевой является научно-квалификационной работой, в которой получено существенное продвижение в важном и перспективном направлении исследований.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Л. Н. Сысоевой «Об одном подходе к автоматной реализации булевых функций» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, и Любовь Николаевна Сысоева заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

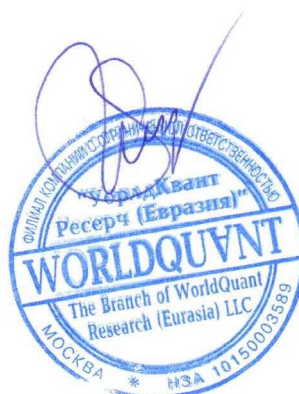
22 мая 2017 г.

Официальный оппонент
кандидат физико-математических наук,
специалист по количественным исследованиям
Филиала КОО «УорлдКвант Ресерч(Евразия)»
125047, г. Москва, ул. Бутырский вал, 10
Телефон: +7(499)677-8422
E-mail: podolko_dk@mail.ru



Д. К. Подолько

Подпись Д. К. Подолько заверяю
Директор Филиала КОО
«УорлдКвант Ресерч(Евразия)»



Е. Л. Школьникова