

УДК 537.312.62

М. Ю. КУПРИАНОВ

СТАЦИОНАРНЫЕ СВОЙСТВА ЧИСТЫХ SNS СЭНДВИЧЕЙ

Установлено справедливое при произвольных температурах $T \lesssim T_c$ и толщинах N слоя d соотношение $I_S(\varphi)$ для чистых SNS сэндвичей в случае, когда фермиевские скорости нормального (v_N) и сверхпроводящего (v_S) металлов связаны сильным неравенством $v_N \ll v_S$. Численно найдены зависимости критического тока I_c таких сэндвичей от температуры и толщины N слоя d , а также зависимость эффективной длины когерентности ξ^* , определяющей величину $I_c \propto \exp\{-d/\xi^*\}$ протяженных ($d \gg \xi^*$) SNS переходов от длины l_N свободного пробега электронов в N -металле. Показано, что в области значений $l_N \lesssim 10\xi_T$ ($\xi_T = v_N/2\pi T$) величина ξ^* с точностью, превышающей 2%, определяется выражением $\xi^* = (l_N \xi_T/3)^{1/2} (1 + 0,1 l_N/\xi_T)^{-1}$.

Введение

Исследованию стационарных свойств чистых SNS сэндвичей посвящен ряд работ [1-6], в которых исследовалась следующая модель такого джозефсоновского перехода [1]. Во-первых, считалось, что «чистые» ($l \gg \xi_0$) нормальный (N) и сверхпроводящий (S) металлы находятся в хорошем электрическом контакте и отличаются друг от друга лишь эффективной константой электрон-фононного взаимодействия, равной нулю в N -металле и отличной от нуля в сверхпроводнике. Во-вторых, предполагалось, что переход квазиодномерен, а его протяженность d связана с длиной когерентности ξ_0 сильным неравенством

$$d \gg \xi_0. \quad (1)$$

На основании этого авторы работ [1-6] сделали вывод, что в области температур $T \ll T_c$ можно не учитывать пространственные изменения параметра порядка Δ и функций Горькова F_ω (или функций Боголюбова u, v) в сверхпроводящих электродах. В силу этого значения указанных величин на S — N границе полагались равными их равновесным значениям в глубине электродов.

Однако, как легко показать с помощью уравнений Эйленберга [7], в модели Кулика [1] величина модуля параметра порядка на границе составляет примерно половину равновесного значения при $T \ll T_c$ и уменьшается с повышением температуры. Это приводит к меньшим по сравнению с рассчитанными в [1-6] величинам критических токов I_c чистых SNS сэндвичей. Таким образом, развитая в работах [1-6] теория позволяет лишь оценить порядок величины I_c при $T \ll T_c$ в случае одинаковых транспортных свойств S - и N -материалов.

В настоящей работе найдены ограничения на параметры S - и N -материалов, при выполнении которых действительно можно пренебречь изменениями функций Δ и F_ω в ξ_0 -окрестности границ с учетом эффекта близости. Показано, что установленное в работе [3] в предположениях $d \gg \xi_0$,

$T \ll T_c$, $v_N = v_S$ (v_N и v_S — фермиевские скорости нормального и сверхпроводящего металлов соответственно) соотношение $I_S(\varphi)$ справедливо при произвольных температурах и толщинах N -слоя, если $v_N \ll v_S$. Кроме того, рассмотрено влияние на соотношение $I_S(\varphi)$ конечной длины l_N свободного пробега электронов в N -металле.

1. Модель чистого SNS сэндвича

Будем считать, что исследуемый переход квазиодномерен, нормальный и сверхпроводящий металлы находятся в хорошем электрическом контакте (на границе полностью отсутствует потенциальный барьер), а граница между ними плоская (зеркальная) и резкая в масштабе межатомных расстояний. Предположим далее, что критическая температура N -металла $T_{cN} = 0$, $l_N \gg d$, ξ_0 , фермиевские скорости v_N и v_S металлов связаны сильным неравенством

$$v_N \ll v_S, \quad (2)$$

а их эффективные электронные массы равны.

Совместим начало координат с серединой N -слоя и направим ось x перпендикулярно к поверхностям раздела. Выберем калибровку, в которой вектор-потенциал $\mathbf{A} = 0$, а фаза параметра порядка равна нулю в точке $x = 0$. Для описания процессов в чистых SNS контактах воспользуемся системой уравнений Эйленбергера [7], которые несправедливы в непосредственной близости от границ и должны быть дополнены граничными условиями. Как показано в работе [8], эти условия заключаются в непрерывности функций Эйленбергера f , f^+ , g на пролетных траекториях:

$$f_S\left(\pm \frac{d}{2}, \mathbf{n}_S\right) = f_N\left(\pm \frac{d}{2}, \mathbf{n}_N\right), \quad \mathbf{n}_{S, N} = \frac{1}{|v_{S, N}|} \{(v_x)_{S, N}, v_{\parallel}\}. \quad (3)$$

Здесь и далее индексы S и N обозначают величины, относящиеся к сверхпроводящим и нормальному материалам соответственно; $v_{\parallel}$ — проекция фермиевской скорости электронов на направление, параллельное поверхностям раздела. Аналогичное равенство связывает друг с другом на границе функции f_S^+ и f_N^+ , g_S и g_N . Из закона сохранения величины $v_{\parallel}$ следует равенство

$$\sin \theta_S = (v_N/v_S) \sin \theta_N, \quad (4)$$

в котором θ_S и θ_N — углы между осью x и направлением фермиевской скорости электронов в S - и N -металлах.

2. Решение уравнений Эйленбергера

Из соотношений (2), (4) следует, что наличие границы сверхпроводника с нормальным металлом приведет к изменению (по сравнению с однородным сверхпроводником) зависимости функций f_S , f_S^+ , g_S от угла θ_S лишь в небольшом диапазоне углов

$$|\theta_S| \leq v_N/v_S. \quad (5)$$

Действительно (рис. 1), подавляющая часть электронов, налетающих из сверхпроводника на границу, испытывает в силу условия (2) полное внутреннее отражение, т. е. ведет себя так же, как на границе с диэлектриком. Только электроны, движущиеся практически нормально к границе, могут выйти из S - в N -область и, пройдя ее, попасть в другой сверхпроводник.

Именно наличие этих электронов и обуславливает отклонение функции распределения от изотропной в области углов θ_S , определяемых неравенством (5). Таким образом, в сверхпроводниках в непосредственной близости от их границ с нормальным металлом функция распределения электронов по направлениям скорости имеет вид, схематически представленный на рис. 1. Аналогичная функция распределения реализуется в чистых слабых связях «SOS типа» [9,10]. В этих структурах роль фактора, формирующего резко анизотропную функцию распределения, играет не неравенство (2), а малость геометрических размеров слабой связи, соединяющей два сверхпроводящих электрода, по сравнению с ξ_0 и длиной свободного пробега электронов в сверхпроводниках l_S .

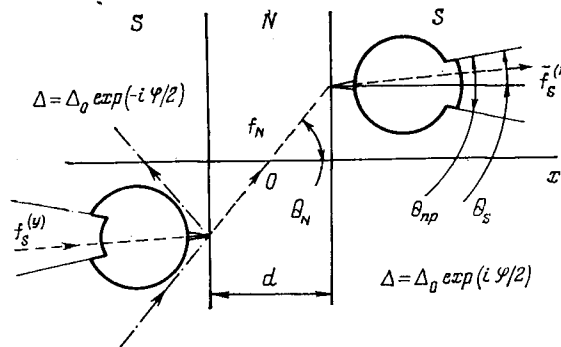


Рис. 1. Схематическое изображение чистого SNS сэндвича. Пунктирная линия — одна из пролетных траекторий, перемещаясь вдоль которой электроны могут пройти из одного сверхпроводящего электрода в другой. Семейство таких траекторий лежит внутри конуса с углом $\theta_{пр} = 2(v_N/v_S)$. Штрихпунктирная линия — одна из траекторий электронов, испытывающих полное внутреннее отражение на границе. Схематически представлена также резко анизотропная функция распределения электронов по направлениям скорости, формирующаяся в окрестности границ.

водит к системе линейных относительно f_S, f_S^+ и g_S дифференциальных уравнений, решение которой найдено в [9,10]. Согласно этому решению, на траекториях, «уходящих» из S- в N-область (верхний индекс y) и «приходящих» из N- в S-область (верхний индекс n) функции f_S и g_S соответственно равны

$$f_S^{(y,n)} = \frac{\Delta}{E} + \tilde{f}^{(y,n)} \exp\left\{-\frac{\kappa(d/2 - |x|)}{\cos \theta_S}\right\}; \quad (7a)$$

$$g_S^{(y,n)} = \frac{\omega}{E} + \tilde{g}^{(y,n)} \exp\left\{-\frac{\kappa(d/2 - |x|)}{\cos \theta_S}\right\}, \quad (7b)$$

где

$$\tilde{f}^{(y)} = \tilde{g}^{(y)} \frac{\Delta}{\omega - E}; \quad \tilde{f}^{(n)} = \tilde{g}^{(n)} \frac{\Delta}{\omega + E}; \quad \kappa = \frac{1}{v_S} \left(2E + \frac{v_S}{l_S}\right). \quad (8)$$

Как уже указывалось, в области углов $\theta_S \geq (v_N/v_S) \sin \theta_N$ функции f_S и g_S равны своим равновесным значениям.

В нормальном металле уравнения Эйленберга ($\hbar = c = k = 1$)

$$\left(2\omega + v_N \cos \theta_N \frac{d}{dx}\right) f_N = 0, \quad v_N \cos \theta_N \frac{d}{dx} g_N = 0 \quad (9)$$

Это позволяет при рассмотрении процессов в электродах считать, как и в [9,10], что наличие поверхностей раздела не сказывается на величинах усредненных по углам функций Эйленберга $\langle f_S \rangle, \langle f_S^+ \rangle, \langle g_S \rangle$ и на параметре Δ , т. е. что эти величины такие же, как в однородном случае:

$$\langle f_S \rangle = \Delta/E; \quad \langle f_S^+ \rangle = \Delta^*/E; \\ \langle g_S \rangle = \omega/E, \quad (6)$$

$$E = (\omega^2 + \Delta_0^2)^{1/2};$$

$$\Delta = \Delta_0 \exp(\pm i\phi/2).$$

Здесь $\omega = \pi T(2n+1)$ — мацубаровские частоты. Подстановка не зависящих от координаты x величин (6) в систему уравнений Эйленберга при-

также легко решаются:

$$f_N = C \exp \left\{ -\frac{2\omega x}{v_N \cos \theta_N} \right\}, \quad g_N = (1 - CC^*)^{1/2} = \text{const.} \quad (10)$$

Поскольку $g_N = \text{const}$, из граничных условий и соотношения (7б) следует, что $\tilde{g}^{(y)} = \tilde{g}^{(n)} = g_N$. Записывая условия непрерывности функций f вдоль траектории (3), из (7), (8) для g_N получаем

$$g_N = i \frac{\Delta_0^2}{E} \frac{\sin \beta}{E \cos \beta + i\omega \sin \beta}, \quad \beta = \frac{\varphi}{2} - i \frac{\omega d}{v_N \cos \theta_N}. \quad (11)$$

Подставляя найденное значение g_N в выражение для протекающего через переход сверхтока I_S [7],

$$I_S = -4ieN_N \pi T \sum_{\omega} \langle v_N g_N \rangle, \quad (12)$$

получаем искомое соотношение для $I_S(\varphi)$:

$$I_S = \pi T \sum_{\omega} \int_0^1 \frac{(2eN_N v_N \Delta_0^2 \sin \varphi) z dz}{\omega^2 \text{ch} \frac{2\omega d}{v_N z} + \omega E \text{sh} \frac{2\omega d}{v_N z} + \frac{\Delta_0^2}{2} \left(\cos \varphi + \text{ch} \frac{2\omega d}{v_N z} \right)}, \quad (13)$$

где N_N — плотность состояний на поверхности Ферми. Соотношение для $I_S(\varphi)$ (13) имеет тот же вид, что и полученное в работе [3] в предположениях $T \ll T_c$, $d \gg \xi_0$, $v_N = v_S$. Однако, в отличие от работы [3], в рассмотренном нами случае $v_N \ll v_S$ оно справедливо не по порядку величины, а точно, причем, как следует из приведенного выше вывода, — при произвольном соотношении между d и ξ_0 и, как будет показано в заключении работы, — практически во всем температурном интервале $0 < T \leq T_c$. Все вычисления легко обобщаются на случай разных сверхпроводящих электродов S_1 и S_2 и приводят к следующему выражению для сверхтока:

$$I_S = \pi T \sum_{\omega} \int_0^1 \frac{(4eN_N v_N \Delta_1 \Delta_2 \sin \varphi) z dz}{(E_2 E_1 + \omega^2) \text{ch} \frac{2\omega d}{v_N z} + \omega (E_1 + E_2) \text{sh} \frac{2\omega d}{v_N z} + \Delta_1 \Delta_2 \cos \varphi}, \quad (14)$$

где Δ_1 и Δ_2 — равновесные значения модуля параметра порядка в первом и втором электродах; $E_{1,2} = (\omega^2 + \Delta_{1,2}^2)^{1/2}$.

3. Асимптотические выражения

Из соотношения (13) следует, что величина сверхтока, протекающего через переход, существенно зависит от соотношения между размером N области d и характерными длинами уравнений Эйленберга $\xi_T = v_N / 2\pi T$ и $\xi_0 = v_N / \pi \Delta_0$.

Малые толшины N -слоя $d \ll \min \{\xi_0 \xi_T\}$. При столь малых значениях d в сумме по частотам в выражении для сверхтока (13) существенны ω , для которых $\omega d \ll v_N z$. Поэтому в (13) можно полагать $\text{ch}(2\omega d / v_N z) \approx 1$, $\text{sh}(2\omega d / v_N z) \approx 0$; в результате получаем

$$\frac{I_S}{I_0} = \frac{\Delta_0}{\Delta_0(0)} \sin \frac{\varphi}{2} \text{th} \left(\frac{\Delta_0}{2T} \cos \frac{\varphi}{2} \right), \quad I_0 = \frac{\pi}{2} e N_N v_N \Delta_0(0). \quad (15)$$

Здесь $\Delta_0(0) = (\pi/\gamma) T_c$ — равновесное значение модуля параметра порядка при $T = 0$; $\gamma = 1,781$ — постоянная Эйлера. Полученное отношение (15) совпадает с зависимостью $I_S(\varphi)$ для чистых слабых связей «SOS типа» [9,10].

Предел больших толщин N -слоя $d \gg \xi_T$. В рассматриваемом случае в выражении (13) при суммировании по ω можно ограничиться лишь первым слагаемым. В результате получаем синусоидальную зависимость $I_S(\varphi)$ с экспоненциально малым критическим током

$$\frac{I_c}{I_0} = \frac{16T\Delta_0^2 (\xi_T/d) e^{-d/\xi_T}}{\Delta_0(0) [2(\pi T)^2 + 2\pi T(\pi^2 T^2 + \Delta_0^2)^{1/2} + \Delta_0^2]}. \quad (16)$$

Из выражения (16) при $T \ll \Delta_0$ следует результат, полученный в [1]:

$$\frac{I_c}{I_0} = 8 \frac{\xi_0}{d} \exp \left\{ -\frac{d}{\xi_T} \right\}, \quad (17)$$

а при $T \gg \Delta_0$

$$\frac{I_c}{I_0} = \frac{4}{\pi^2} \frac{\Delta_0^2}{T_c \Delta_0(0)} \frac{\xi_T}{d} \exp \left\{ -\frac{d}{\xi_T} \right\}. \quad (18)$$

Область низких температур $T \ll T_c$. При низких температурах также имеется значительный интервал толщин N -слоя $\xi_0 \ll d \ll \xi_T$, для которого получено аналитическое выражение $I_S(\varphi)$ [2]. Близость температуры к нулю позволяет заменить в (13) суммирование по ω интегрированием ($2\pi \sum_{\omega} \rightarrow \int d\omega$), причем для вычисления интеграла удобно произвести замену переменных $\omega = \Delta \operatorname{sh} u$ и учесть, что основной вклад в него дают малые значения u . В результате получаем известную ломаную прямую

$$I_S = \frac{I_c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\sin k\varphi}{k} = I_c [\varphi - 2\pi n], \quad \frac{I_c}{I_0} = \frac{2\pi \xi_0}{3d}. \quad (19)$$

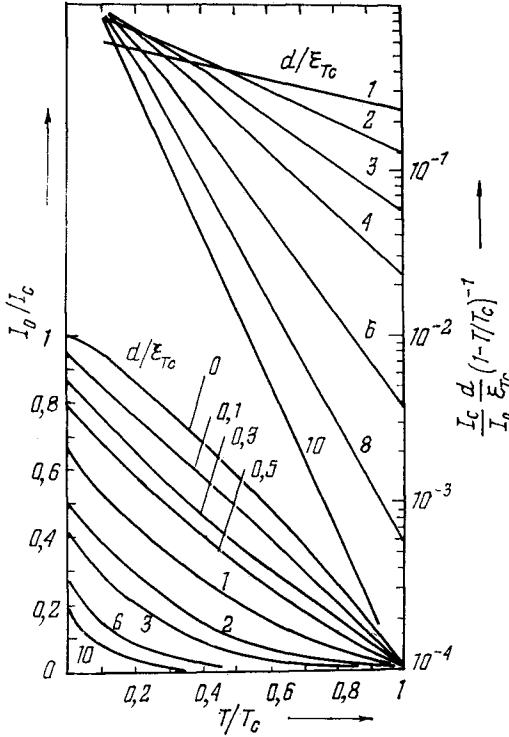


Рис. 2. Зависимость критического тока чистого SNS сэндвича (декартов масштаб) и величины $(I_S/I_0)(d/\xi_{Tc})(1-T/T_c)^{-1}$ (полулогарифмический масштаб) от температуры при различных значениях толщины N -слоя d , измеренной в единицах $\xi_{Tc} = v_N/2\pi T_c$.

Интересно отметить, что величина сверхтока не зависит от параметра порядка электродов. Этот результат сохраняет силу и в случае электродов из разных сверхпроводящих материалов и справедлив при $\max\{v_N/\pi\Delta_1, v_N/\pi\Delta_2, v_N/\pi\sqrt{\Delta_1\Delta_2}\} \ll d \ll \xi_T$.

При произвольном соотношении между d , ξ_0 и ξ_T зависимость критического тока чистого SNS сэндвича от температуры легко найти из формулы (13) численно. Семейство таких зависимостей при различных значениях параметра d/ξ_{Tc} (декартов масштаб), где $\xi_{Tc} = v_T/2\pi T_c$ — длина когерентности ξ_T , взятая при температуре $T = T_c$, представлено на рис. 2. Здесь же

в полулогарифмическом масштабе отложены зависимости от температуры величины $(I_c/I_0) (d/\xi_T) (1 - T/T_c)^{-1}$, которые, как следует из (16), при больших значениях d должны представлять собой набор прямых линий. Видно, что в области малых температур величина I_c слабо зависит от толщины N -слоя d . С повышением температуры эта слабая зависимость переходит в резкую, экспоненциальную.

Эффективная длина когерентности. Исследованию влияния конечности длины свободного пробега электронов l_N на величину I_c SNS сэндвичей фактически посвящена лишь одна работа [11]. В ней в рамках модели [1] показано, что при $\xi_0 \ll l_N \sim d$ величина критического тока экспоненциально мала ($I_c \sim \exp\{-d/\xi^*\}$), а эффективная длина когерентности ξ^* определяется равенством

$$(\xi^*)^{-1} = \xi_T^{-1} + l_N^{-1}. \quad (20)$$

С другой стороны, еще из работ Де Жена [12, 13] известно, что в «грязном» пределе $l_N \ll \xi_T$

$$\xi^* = (v_N l_N / 6\pi T)^{1/2} = (1/3 l_N \xi_T)^{1/2}. \quad (21)$$

Видно, что асимптотические выражения (20), (21) не сшиваются друг с другом, и, следовательно, важный с практической точки зрения вопрос о зависимости $\xi^*(l_N)$ оставался открытым.

Наиболее просто эту зависимость можно найти в случае больших толщин N -слоя $d \gg \xi_T$. Это условие позволяет считать, что в центральных областях сэндвича $g_N \approx 1$, и для определения f_N воспользоваться линейным интегро-дифференциальным уравнением [7]

$$\left(2\omega + v_N \cos \theta_N \frac{d}{dx}\right) f_N = \frac{v_N}{l_N} (\langle f_N \rangle - f_N). \quad (22)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$f_N(x, \theta_N) = C(\theta_N) \exp\left\{-\frac{x}{\xi^*}\right\}. \quad (23)$$

Поскольку в рассматриваемом случае величина критического тока определяется лишь первым слагаемым в сумме по ω (12), достаточно решить уравнение (22) для $\omega = \pi T$. Подставляя (23) в уравнение (22), для $C(\theta_N)$ находим

$$C(\theta_N) = \langle C \rangle \left(\frac{l_N}{\xi_T} + 1 + \frac{l_N}{\xi^*} \cos \theta_N \right)^{-1}. \quad (24)$$

Усредняя левую и правую части равенства (24) по полному телесному углу, получаем

$$\xi^* = 2l_N \ln^{-1} \left[\frac{\xi_T + l_N + \xi_T l_N / \xi^*}{\xi_T + l_N - \xi_T l_N / \xi^*} \right]. \quad (25)$$

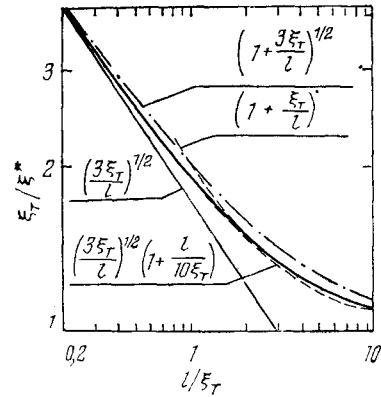


Рис. 3. Зависимость эффективной длины ξ^* , на которой происходит спадание сверхтока в протяженных ($d \gg \xi_T$) SNS сэндвичах от длины свободного пробега электронов в N -металле l_N . Пунктирные линии — асимптотическое поведение ξ^* при малых и больших значениях l_N . Штрих-пунктирная линия — феноменологическая зависимость $\xi^*(l_N)$ (формула (27)).

Асимптотическое поведение ξ^* при малых ($l_N \ll \xi_T$) и больших ($l_N \gg \xi_T$) значениях l_N определяется выражениями

$$(\xi^*)^{-1} = \begin{cases} \left(\frac{3}{l_N \xi_T} \right)^{1/2} \left(1 + 0,1 \frac{l_N}{\xi_T} \right), & l_N \ll \xi_T; \end{cases} \quad (26a)$$

$$\xi_T^{-1} + l_N^{-1}, \quad l_N \gg \xi_T, \quad (26b)$$

которые в случаях малых и больших значений l_N переходят соответственно либо в выражение (21), либо в (20). График зависимости $\xi^*(l_N)$ при произвольных значениях l_N представлен на рис. 3. Видно, что асимптотические зависимости (26) в области $l_N \sim \xi_T$ практически перекрываются, что позволяет с точностью, превышающей 2%, определять ξ^* по формуле (26a) вплоть до $l_N \sim 10\xi_T$. Для сравнения на этом же графике штрих-пунктирной линией представлена простая феноменологическая зависимость $\xi^*(l_N)$

$$(\xi^*)^{-1} = (\xi_T)^{-1} (1 + 3\xi_T/l_N)^{1/2}, \quad (27)$$

которой также можно пользоваться при оценке параметра ξ^* с точностью до 10% при произвольных значениях l_N .

Заключение

Таким образом, полученное ранее в предположениях $T \ll T_c$ и $d \gg \xi_0$ выражение для соотношения $I_S(\varphi)$ (13) справедливо при любых соотношениях между d и ξ_0 , если только фермиевские скорости находящихся в контакте N - и S -металлов связаны сильным неравенством (2), а температура не слишком близка к критической. Последнее обстоятельство обусловлено тем, что при $T \approx T_c$ характер поведения параметра порядка в окрестностях границ определяется зависящим от температуры параметром Γ [11], который в случае «чистых» сверхпроводящих электродов пропорционален $(v_N/v_S)^2 (1 - T/T_c)^{-1/2}$, а в случае «грязных» — $(v_N/v_S)^2 (l_S/\xi_{0S}) (1 - T/T_c)^{-1/2}$, где $\xi_{0S} = v_S/\pi\Delta_0(0)$. Полученные выше результаты справедливы при $\Gamma \ll 1$, т. е. в области температур

$$1 - \frac{T}{T_c} \gg \left(\frac{v_N}{v_S} \right)^4 \begin{cases} 1, & l_S \gg \xi_{0S}; \\ l_S/\xi_{0S}, & l_S \ll \xi_{0S}; \end{cases} \quad (28)$$

Необходимо также отметить, что с уменьшением толщины d N -слоя величина I_c стремится к не зависящему от d значению $I_c \sim N_N v_N \Delta_0(0)$. Оно должно быть значительно меньше критического тока распаривания сверхпроводящих электродов I_p . В случае чистых сверхпроводников $I_p \sim \sim N_S v_S \Delta_0(0)$, в то время как в «грязном» пределе $I_p \sim N_S (v_S l_S)^{1/2} \Delta_0^{3/2}(0)$.

Следовательно, эффекты, связанные с подавлением сверхпроводимости электродов сверхтоком, протекающим через SNS структуру, можно не учитывать, если

$$\frac{v_N}{v_S} \ll \min \{1, (l_S/\xi_{0S})^{1/4}\}. \quad (29)$$

Видно, что зависимость от (l_S/ξ_{0S}) весьма слаба, так что при реальных значениях этого отношения результаты настоящей работы справедливы в случае выполнения условия (2).

В заключение выражаю благодарность К. К. Лихареву и М. А. Савченко за помощь в работе и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулик И. О. Пространственное квантование и эффект близости в SNS контактах. — ЖЭТФ, 1969, 57, вып. 5, с. 1745—1759.
2. Ishii C. Josephson current through junctions with normal metal barriers. — Progr. Theor. Phys., 1970, 44, N 6, p. 1525—1547.
3. Свидзинский А. В., Анцыгина Т. Н., Братусь Е. Н. Сверхпроводящий ток в широких $s-n-s$ контактах. — ЖЭТФ, 1971, 61, вып. 4, с. 1612—1619.
4. Bardeen J., Johnson J. L. Josephson current flow in pure superconducting-normal superconducting junction. — Phys. Rev., 1972, 5, N 1, p. 72—78.
5. Кулик И. О. Слабая сверхпроводимость: Препринт ИФМ АН СССР. Свердловск, 1973.
6. Безуглый А. И., Кулик И. О., Мицай Ю. Н. К теории сверхпроводящих контактов, содержащих прослойку нормального металла. — ФНТ, 1975, 1, № 1, с. 57—67.
7. Eilenberger G. Transformation of Gor'cov's equation for type II superconductors into transport-like equation. — Z. Phys., 1968, 214, N 2, p. 195—213.
8. Граничные условия для уравнений Эйленберга и Узалея и свойства «грязных» SNS сэндвичей/Иванов Э. Г., Куприянов М. Ю., Лихарев К. К., Мериакри С. В., Снугирев О. В. ФНТ, 1981, 7, № 5, с. 560—574.
9. Кулик И. О., Омелянчук А. Н. Свойства сверхпроводящих микромостиков в чистом пределе. — ФНТ, 1977, 3, № 8, с. 945—948.
10. Кулик И. О., Омелянчук А. Н. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих микромостиках: микроскопическая теория. — ФНТ, 1978, 4, № 3, с. 296—311.
11. Кулик И. О., Мицай Ю. Н. Влияние примесей на ток Джозефсона в SNS контактах. — ФНТ, 1975, 1, № 7, с. 906—913.
12. De Gennes P. G. Boundary effects in superconductors. — Rev. Mod. Phys., 1964, 36, N 1, p. 225—237.
13. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М.: Мир, 1968, 280 с.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
9 октября 1980 г.

М. Ю. KUPRIYANOV

STEADY-STATE PROPERTIES OF CLEAN SNS SANDWICHES

The $I_s(\varphi)$ relationship are found for clean SNS sandwiches at arbitrary temperatures $T \lesssim T_c$ and thicknesses d of the N layer in the case $v_N \ll v_S$ (v_N and v_S are the Fermi velocities in the normal (N) and the superconducting (S) metals). The dependences of the critical current I_c on T and d , and the dependence of the effective coherence length ξ^* , which determines the I_c value ($I_c \propto \exp\{-d/\xi^*\}$) of long $d \gg \xi^*$ sandwiches, on the electron mean free path l_N in N -metal are calculated numerically. It is shown that the formula $\xi^* = (l_N \xi_T/3)^{1/2} (1 + 0.1 l_N/\xi_T)^{-1}$ is correct with an accuracy better than 2% within the region $l_N \leq 10 \xi_T$ ($\xi_T = v_N/2\pi T$).

LIST OF SYMBOLS

Δ , order parameter; $\omega = \pi T (2n + 1)$, Matsubara's frequency; g_S , g_N , f_S^+ , f_N , f_N^+ , Eilenberger's Green function; T , temperature; ξ_N , ξ_S , ξ^* , coherence lengths; d , thickness of normal layer; T_c , critical temperature; I_c , critical current; I_S , supercurrent; N_N , density of states at the Fermi surface; v_S , v_N , Fermi velocities; l_N , l_S , electron mean free paths; φ , order parameter phase difference.

FIGURE CAPTIONS

Fig. 1. Clean SNS sandwich, schematic. The broken line represents an example of the «transport» trajectory of an electron along which it can pass from one superconductor to another. All such trajectories lie in a cone with the angle $\theta_{np} = 2(v_N/v_s)$. The dash-dot line represents an example of trajectory of an electron undergoing total internal reflection at the boundaries. Represented is also an exemplary anisotropic distribution function of electrons that forms near the boundary.

Fig. 2. Dependences of the critical current of a clean SNS sandwich (linear scale) and the value $(I_c/I_0)(d/\xi_{Tc})(1 - T/T_c)^{-1}$ (log. scale) upon the temperature for various values of the normal layer thickness d measured in $\xi_{Tc} = v_N/2\pi T_c$ units.

Fig. 3. Dependence of the effective length ξ^* determining the critical current in long ($d \gg \xi_{Tc}$) SNS sandwiches upon the electron mean free path in the normal metal, l_N . The broken lines represent an asymptotic behaviour of ξ^* in the limits of small and large l_N values. The dashed line represents the phenomenological dependence $\xi^*(l_N)$ (cf. Ed. (27)).