

ЗАКЛЮЧЕНИЕ КОМИССИИ

диссертационного совета Д 501.001.85, созданного на базе ФГБОУ ВО
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
по диссертации Романова Евгения Дмитриевича
«Квазиинвариантные меры и представления группы диффеоморфизмов»,
представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Представленная работа посвящена серии вопросов, связанных с функциональным интегрированием и теорией бесконечномерных представлений. Основным результатом является получение новой серии унитарных представлений группы диффеоморфизмов и доказательство неприводимости некоторых из них. Получение бесконечномерных представлений групп, не являющихся локально компактными, является актуальной задачей теории представлений, так как в этом случае не работают стандартные подходы, а именно метод орбит или метод индуцированных представлений. Для отдельных групп, однако, такие представления удаётся получить с помощью построения мер, квазиинвариантных относительно действия группы. В диссертации разработан подход построения соответствующих квазиинвариантных мер и доказательства неприводимости индуцированных ими представлений для частного случая группы диффеоморфизмов конечномерного евклидова пространства. Использование методов функционального интегрирования, в частности конструкции стохастического интеграла Ито, позволило получить результат в инвариантной форме для более широких, в смысле гладкости, классов диффеоморфизмов.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Во введении обосновывается актуальность рассматриваемых задач, формулируются цели, предъявляются основные результаты и приводится исторический обзор исследований по теме работы.

В первой главе диссертации определяются основные функциональные пространства, формализуется действие группы диффеоморфизмов, а также предъявляется способ построения семейства квазиинвариантных мер и получения регулярных унитарных представлений на их основе. Основным объектом исследования становится группа диффеоморфизмов конечномерного евклидова пространства, действующая внешним образом на специально подобранном функциональном пространстве. Для построения на нём семейства квазиинвариантных мер используется конструкция, позволяющая перенести меру Винера со стандартного винеровского пространства, параметризовав её мерой достаточно произвольного вида на пространстве непрерывно-дифференцируемых траекторий. Так как рассматриваемое евклидово пространство не является одномерным и оператор переноса меры включает в себя экспоненциальное отображение, то для реализации переноса используется конструкция хронологической экспоненты. Наличие меры и действия группы на функциональном пространстве даёт возможность рассматривать производную Радона-Никодима для образа меры под действием группы относительно исходной, на основе которой производной строятся регулярные унитарные представления группы диффеоморфизмов. Кроме того, в абстрактной форме даются достаточные условия непрерывности и неприводимости полученных представлений.

Вторая глава посвящена нахождению явного аналитического выражения для производной Радона—Никодима. Основной интерес представляет случай, соответствующий компоненте исходного пространства, на которой сосредоточена мера Винера. Выражение

даётся с помощью стохастического интеграла Ито, включающего хронологическую экспоненту в подынтегральное выражение. Идея, позволяющая получить такое представление, заключена в анализе изменения конечномерных проекций построенной меры и нахождения их предельного значения. Для этого оказывается достаточным определить дискретные приближения для хронологической экспоненты, которые будут сходиться к ней в среднеквадратичном по мере Винера. Использование конструкции стохастического интеграла Ито позволяет сформулировать результат для более широкого, в смысле гладкости, класса диффеоморфизмов.

В третьей главе рассматривается действие группы диффеоморфизмов, введённое в первой главе, но для одномерного евклидова пространства; дополнительно накладываются ограничения на значения диффеоморфизмов и их производных в нуле. На основе явного вида производной Радона-Никодима, полученной во второй главе, доказывается непрерывность и неприводимость представлений, соответствующих построенным мерами. Кроме того, предьявляется разбиение на классы заведомо неэквивалентных представлений. Методы получения результатов данной главы наиболее актуальны для случая, когда производная Радона-Никодима может быть выражена с помощью стохастического интеграла Ито, однако доказательство неприводимости зависит только от свойств производной Радона-Никодима, которые в общем случае могут быть исследованы классическими методами функционального анализа.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы строгими математическими доказательствами. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации отмечены соответствующими ссылками.

Диссертационная работа «Квазиинвариантные меры и представления группы диффеоморфизмов» Е.Д. Романова является научно-квалификационной работой, в ней решён ряд новых задач, относящийся к вопросам функционального анализа и теории представлений бесконечномерных групп. Содержащиеся в ней результаты интересны и важны для теории меры, функционального анализа, теории случайных процессов и теории бесконечномерных представлений. По своему содержанию и результатам диссертация соответствует всем критериям (предъявляемым к кандидатским диссертациям), установленным Положением о присуждении учёных степеней.

Основные результаты диссертации опубликованы в открытой печати в 3 работах автора, изданных в журналах, рекомендованных ВАК и 4 тезисах различных международных конференций. Работ в соавторстве нет.

Представленные в диссертации научные результаты в надлежащей полноте отражены в работах, опубликованных диссертантом. Новизна и актуальность темы диссертации не вызывают сомнений. Тема и содержание диссертации соответствует профилю совета и специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационная работа обсуждалась и получила одобрение на заседании кафедры математического анализа механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (протокол № 1 от 8 сентября 2016 года). Диссертация к защите представляется впервые.

Вышесказанное даёт основание комиссии рекомендовать принять к защите на диссертационном совете Д 501.001.85 диссертацию Романова Евгения Дмитриевича «Квазиинвариантные меры и представления группы диффеоморфизмов».

Рекомендуемые официальные оппоненты и ведущая организация:

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского».

Адрес: 603950, Россия, г. Нижний Новгород, проспект Гагарина, 23.

Официальные оппоненты:

Сакбаев Всеволод Жанович, доктор физико-математических наук (специальность 01.01.02), доцент, доцент кафедры высшей математики Московского физико-технического института.

Досовицкий Алексей Алексеевич, кандидат физико-математических наук (специальность 01.01.01), научный сотрудник кафедры распознавания образов и обработки изображений института информатики Фрайбургского университета имени Альберта и Людвига.

Председатель комиссии
д.ф.-м.н., профессор



Станислав Валерьевич
Шапошников

д.ф.-м.н., профессор



Владимир Николаевич
Сорокин

д.ф.-м.н., профессор



Михаил Иванович
Дьяченко