

В диссертационный совет Д 501.001.91
при МГУ им.М.В. Ломоносова,
119991, г. Москва, Ленинские горы, ГСП-1
механико-математический факультет

Отзыв

Официального оппонента Димитриенко Юрия Ивановича на диссертацию
Емельянова Александра Николаевича, выполненную на тему
«Эффективные характеристики в моментной теории упругости»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Диссертация Емельянова Александра Николаевича посвящена осреднению уравнений моментной неоднородной теории упругости и вычислению эффективных характеристик композиционных материалов с компонентами, обладающими моментными свойствами.

Актуальность темы диссертации. В диссертационной работе Емельянова Александра Николаевича рассматривается проблема осреднения краевой задачи для неоднородного тела, обладающего моментными свойствами (в тексте имеет название «исходной задачи»). Под осреднением понимается тот или иной способ представления решения исходной задачи через решение точно такой же задачи для тела с однородными свойствами (в тексте – «сопутствующая задачей», а само тело — «сопутствующее однородное тело»). Конструктивная процедура осреднения, как правило, включает в себя три этапа: на первом этапе по свойствам неоднородного тела находятся свойства гомогенизированного однородного тела (эффективные свойства); на втором этапе решается краевая задача для гомогенизированного тела (макрозадача); на третьем этапе по решению

задачи для гомогенизированного тела находится решение исходной задачи. Такой подход реализован в механике композиционных материалов, построенных из большого числа представительных элементов, например, метод осреднения задач для композитов регулярной структуры, основанный на разложении решения исходной задачи в ряд по степеням малого геометрического параметра, равного отношению характерного размера ячейки периодичности к характерному размеру всего тела (см. работы Н.С. Бахвалова, Б.Е. Победри, и т.д.).

Диссертационная работа посвящена разработке конструктивной методики осреднения задач моментной упругости, основанной на интегральной формуле представления решения исходной статической задачи моментной неоднородной теории упругости через решение сопутствующей задачи, а также вычислению эффективных характеристик композиционных материалов с компонентами, обладающими моментными свойствами. Этой проблеме в настоящее время придаётся очень большое значение в связи с широким распространением материалов с макро, микро и нано размерными включениями. Именно в таких материалах наиболее существенны эффекты моментности. Тема диссертации, направленная на решение этой проблемы, является **актуальной**.

Цель диссертационной работы Емельянова Александра Николаевича состоит в обобщении метода осреднения на краевые задачи для неоднородного упругого тела, обладающего моментными свойствами, а также в разработке методики расчета эффективных упругих и моментных модулей для таких неоднородных тел.

Для достижения цели автор диссертации **решил ряд задач**, суть которых отражена в названиях глав и разделов, представленных в содержании работы.

В диссертации использованы теоретические методы исследования. Эти методы опираются на строгие результаты математической теории упругости, математического анализа, теории интегро-дифференциальных

уравнений, общеизвестные методы механики деформируемого твердого тела, математически строгие результаты работ других авторов.

Объем и структура диссертационной работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, выводов, списка используемой литературы, списка рисунков, списка таблиц, двух приложений: приложения А и приложения Б. Список использованной литературы содержит 163 наименований как отечественных, так и зарубежных авторов.

Краткий анализ содержания.

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится краткий обзор истории создания и развития моментной теории упругости. Излагаются основные гипотезы и положения, лежащие в основе механики сплошного деформируемого твердого тела, используемые при описании его кинематики и напряженного состояния для этой теории. Формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Глава 1 посвящена постановке статических и динамических краевых задач и обсуждению основных положений той модели моментной упругой среды, которую А.И. Емельянов использует в своей диссертации. Выводятся уравнения равновесия и движения моментной среды. Исследуется кинематика моментной среды. Рассматриваются определяющие соотношения теории моментной упругости. Приводятся данные о значениях упругих и «моментных» констант материалов взятых из литературных источников.

В главе 2 представлена теория осреднения неоднородных задач моментной теории упругости методом интегральных представлений. Вводятся понятия об исходной и сопутствующей задачах. Сформулировано обобщение локального тождества Бетти, и на его основании даётся подробный вывод интегральной формулы представления решения исходной

задачи через решение сопутствующей задачи. Также приводится детальная проверка интегральной формулы. В предположении о достаточной гладкости решения сопутствующей задачи, из интегральной формулы получается эквивалентное представление решения исходной задачи в виде рядов по всевозможным производным от решения сопутствующей задачи. Для поиска коэффициентов рядов, которые в работе называются «структурными функциями», выводятся рекуррентные последовательности вспомогательных краевых задач. Показано, что в этом случае уравнения для начальных структурных функций представляют собой систему интегро-дифференциальных уравнений, а все последующие уравнения – систему дифференциальных уравнений в частных производных в области неоднородности свойств.

Главе 3 посвящена исследованию эффективных упругих и моментных модулей в моментной теории упругости. Вводятся понятия эффективных характеристик. На примере композита, который представляет собой объединение большого количества одинаковых представительных объёмов вещества, показано, что средние по представительному объёму от силовых и моментных тензоров напряжений, с дроблением структуры, стремятся к линейным комбинациям от деформаций и искривлений. Коэффициенты этих линейных комбинаций представляют собой постоянные тензоры четвёртого ранга, которые и называются эффективными моментными модулями упругости. Доказано, что эффективные перекрёстные модули взаимного влияния одинаковы. Показано, что все компоненты эффективных тензоров вычисляются через начальные структурные функции и что ранее выбранные свойства сопутствующего тела совпадают с эффективными моментными модулями упругости.

Главы 4 и 5 посвящены вычислению эффективных характеристик для неоднородного по толщине слоя из изотропного и анизотропного материалов – глава 4, и длинного, неоднородного в сечении стержня – глава 5.

В заключении перечислены основные результаты работы.

1. Разработан метод осреднения задач моментной неоднородной упругости для тел периодической и непериодической структуры.

2. Получены специальные интегро-дифференциальные уравнения для вычисления эффективных характеристик композитов с компонентами, обладающими моментными свойствами.

3. Найдены аналитические выражения для эффективных моментных характеристик бесконечного в плане неоднородного по толщине изотропного и анизотропного слоя.

4. Разработана методика, алгоритм и программа численного расчета эффективных характеристик волокнистого композита, обладающими моментными свойствами.

В приложениях А и Б представлены результаты конкретных расчетов, иллюстрирующих теоретические результаты, представленные в диссертации.

Научные **результаты диссертации достоверность**, так как основаны на применении обоснованных теоретических положений и достигается за счет использования строгих методов классического аппарата механики сплошных сред. Кроме того, полученные в диссертации результаты не противоречат физическому смыслу явлений, связанных с деформированием сред. Для задач осреднения композитов регулярной структуры, метод, предложенный в работе, совпадает с методом, основанным на разложении решения исходной задачи в ряд по степеням малого геометрического параметра, равного отношению характерного размера ячейки периодичности к характерному размеру всего тела (см. работы Н.С. Бахвалова, Б.Е. Победри, и т.д.).

Апробация результатов диссертационной работы выполнена на научных семинарах механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, и на различных российских научных конференциях. Результаты

диссертации опубликованы в 6 научных работах, в том числе в 2 статьях из Перечня Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки федерации.

Научная новизна обобщение метода осреднения на краевые задачи для неоднородного упругого тела, обладающего моментными свойствами с различными типами анизотропии. Более того, предложенный вариант метода осреднения может быть применен для краевых задач неоднородного упругого тела как периодической, так непериодической структуры.

Практическая ценность работы определяется тем, что разработанная методика может быть использована при решении ряда прикладных задач, связанных с деформированием композиционных материалов с моментными свойствами, например, возникающих в строительной практике или для расчета свойств конкретных композиционных материалов при проектировании новых конструкционных материалов.

Тема диссертации и ее содержание **соответствуют паспорту специальности 01.02.04** – механика деформируемого твердого тела.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Замечания.

1. Соотношения (2.71)-(2.73) в главе 3 для компонент материальных тензоров сопутствующей задачи (для гомогенизированной среды) предлагаются автором практически без обоснования. Обоснование появляется только в главе 3 для периодических структур. Необходимо было провести обоснование, указав почему именно в такой форме (2.71)-(2.73) выбираются данные соотношения для непериодических структур.

2. Вопросы адекватности моментных теорий упругости для описания деформирования реальных материалов в настоящее время остаются открытыми. Особенно это касается классических "макроскопических" материалов. Поэтому применение моментной теории для 2-х слойного

композита, состоящего из классических хорошо изученных материалов в виде эпоксидных смол, наполненных стеклосферами, и пенополиуретанов требует обоснования. Также была бы полезна количественная оценка вклада моментных напряжений в традиционную диаграмму деформирования этих реальных материалов.

3. Для волокнистого композита в численном примере получены эффективные моментные модули, меняющие знак при изменении объемной доли включения, причем для слоистого композита этого явления автором не обнаружено. Этот эффект требует пояснения, поскольку изменение знака у констант материала обычно представляет собой важный качественный результат, который может быть использован в приложениях.

4. В приложении Б3 указано, что вспомогательные задачи (5.24) решаются методом конечного элемента. Однако не приведено ни численного алгоритма, ни указаний на его подробности описания в литературе, хотя реализация этого метода представляет собой нетривиальную проблему, особенно применительно к моментной теории с несимметричными матрицами упругости.

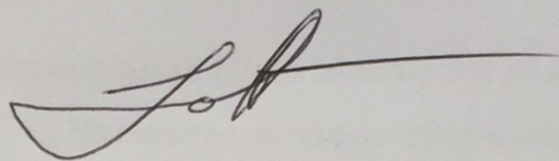
Приведённые замечания не снижают общей положительной оценки полученных диссертантом основных результатов исследования. Диссертация и автореферат обладают внутренним единством, изложены грамотным языком и имеют чёткую структуру. Содержание автореферата полностью соответствует основным положениям диссертации, а также требованиям ВАК к авторефератам диссертаций.

Заключение.

Диссертация Емельянова Александра Николаевича, выполненную на тему «Эффективные характеристики в моментной теории упругости» является научно-квалификационной работой, выполненной автором самостоятельно на высоком научном уровне. Считаю, что оппонируемая диссертация

удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а её автор — Емельянов Александр Николаевич заслуживает присуждения искомой учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент:



Доктор физико-математических наук по специальности 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика» Федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»,

Димитриенко
Юрий Иванович

Адрес: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5,
стр. 1

Рабочий телефон: 8 (499) 263-60-18

Email: dimit.bmstu@gmail.com

Подпись Ю.И. Димитриенко заверяю

