Основное преимущество такой постановки эксперимента состоит в том, что можно использовать более толстые мишени, чем при облучении их электронами. Следует отметить, что фейнмановская диаграмма, соответствующая реакции (9), будет содержать дополнительную электромагнитную вершину взаимодействия, что приведет к уменьшению сечения по сравнению с (8) на величину порядка 10^{-2} [6]. Однако увеличение толщины мишени может скомпенсировать это различие.

Действительно, легко видеть, что в случае использования фотонов снимаются ограничения, связанные с пробегом электронов в мишени, и она может быть выбрана в 10–20 раз более толстой, чем при ее облучении электронами. Самопоглощение фотонов в такой мишени будет составлять примерно 10%.

Таким образом, можно обоснованно надеяться, что с помощью указанной выше техники и методики измерений эксперимент по фото- или электроиндуцированному распаду протона можно провести на имеющихся ускорителях электронов. Подтверждение электро- или фотораспада протона откроет новые возможности для исследований целого ряда ядерных процессов в допороговой области значений энергии.

Литература

1. *Варламов В.В., Сапуненко В.В., Степанов М.Е.* Фотоядерные данные. 1976–1995: Указатель. М., 1996.
2. *Тернов И.М., Родионов В.Н., Дорофеев О.Ф.* // ЖЭТФ. 1983. **84**. С. 1225.
3. *Тернов И.М., Родионов В.Н.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1984. **37**. С. 288.
4. *Никишов А.И., Ритус В.И.* // ЖЭТФ. 1983. **85**. С. 24.
5. *Ахмедов Е.Х.* // ЖЭТФ. 1983. **85**. С. 1521.
6. *Тернов И.М., Родионов В.Н., Дорофеев О.Ф.* // Письма в ЖТФ. 1983. **9**. С. 230.
7. *Tuli J.K.*// Nuclear Wallet Cards. July 1995. National Nuclear Data Center. Brookhaven National Laboratory, USA.

Поступила в редакцию
26.03.97

РАДИОФИЗИКА

УДК 519.246, 524

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ АДАПТИВНОГО НАКОПИТЕЛЯ ИМПУЛЬСОВ В ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

М. П. Виноградов, А. В. Гусев, В. К. Милюков

(ГАИШ)

Приведены предварительные результаты тестирования адаптивного алгоритма накопления импульсов в гравитационно-волновом эксперименте с использованием экспериментальных данных баксанского длиннобазового деформографа ЛД-1 и каталога гамма-событий 3B BATSE. Для расчета характеристик обнаружения используется семейство кривых Пирсона.

1. Адаптивный алгоритм обработки информации в гравитационно-волновом эксперименте [1], основанный на синтезе некогерентного накопителя в условиях априорной неопределенности, был апробирован на данных высокочастотного ($f_0 \approx 1,6$ кГц) «астрофизического» канала баксанского лазерного деформографа ЛД-1 [2]. Лазерный деформограф ЛД-1 представляет собой неравноплечий интерферометр Майкельсона с базой $L \approx 75$ м. Чувствительность прибора к малым перемещениям зеркал ΔL в килогерцовом диапазоне составляет

$$Y = \Delta L/L \approx (10^{-14} \div 10^{-15}) \text{ Гц}^{-1/2},$$

т.е. приближается к разрешающей способности твердотельных неохлаждаемых антенн веберовского типа [3].

В качестве входных данных в эксперименте используются квадратурные компоненты

$$Y_i = GY \cos[2\pi f_0 t + (i-1)(\pi/2)], \quad i = 1, 2,$$

формируемые синхронным двухканальным детектором, $G(t)$ — импульсная характеристика сглаживающего фильтра низких частот (ФНЧ). ФНЧ был реализован в виде фильтра Баттерворта второго порядка с полосой среза $\omega_c \approx 2\pi$ рад/с. Так как сейсмические шумы вблизи резонансной частоты астрофизического канала можно рассматривать как квазистационарный широкополосный процесс, то практически фильтр Баттерворта можно считать квазиоптимальным фильтром при обнаружении импульсных сигналов с эффективной длительностью [4] $\tau_s \approx \tau_c$, где $\tau_c = 2\pi/\omega_c \approx 1$ с.

В качестве предварительной оценки неизвестных моментов τ_k возникновения гравитационных импульсов (под гравитационными событиями подразумевается аномальное поведение выходного сигнала астрофизического канала) использовались данные каталога 3B BATSE, содержащие информацию о моментах ξ_k космических гамма-вспышек:

$$\tau_k = \xi_k + \tau, \qquad k = \overline{1, n_a},$$

где τ — неизвестный временной сдвиг между гравитационными и астрофизическими событиями.

Погрешности $\Delta\xi_k$ в оценке моментов ξ_k космических гамма-вспышек, обусловленные конечной крутизной гамма-импульса, предполагаются достаточно малыми:

$$|\Delta\xi_k| \ll \tau_c \approx 1\text{с}.$$

В этом случае неопределенность моментов возникновения импульсов достаточно полно учитывается тем, что неопределенными и случайными считаются начальные фазы φ_k отдельных гравитационных импульсов [4].

Первичная статистическая обработка информации включала в себя исследование статистических характеристик векторного случайного процесса (Y_1, Y_2). Сравнение выборочной интегральной функции распределения $\widehat{F}_r(r)$ нормированной огибающей

$$r = |\widetilde{Y}|, \quad \widetilde{Y} = (Y_1/\widehat{\sigma}_1) + (Y_2/\widehat{\sigma}_2)$$

($\widehat{\sigma}_1^2$ и $\widehat{\sigma}_2^2$ — выборочные дисперсии шума в отдельных каналах синхронного детектора) с рэлеевской функцией распределения

$$F_r(r) = r\exp\{-r^2/2\}, \quad r \geqslant 0,$$

подтвердило их статистическую близость с достоверностью $\gamma = 0,95$:

$$\max|\widehat{F}_r(r) - F_r(r)| \leqslant \Delta_\gamma \approx 0,02,$$

где в соответствии с критерием Колмогорова—Смирнова [5]

$$\Delta_\gamma \approx \sqrt{(1/2)n\ln(2/\gamma)};$$

$n \approx 10^3$ — количество независимых отсчетов огибающей процесса на выходе синхронного детектора.

Для измерения спектральной плотности $N(\omega)$ шума комплексной огибающей $\widetilde{Y}$ были использованы современные неклассические методы спектрального оценивания, основанные на применении авторегрессионной модели. По результатам измерений получена следующая оценка $\widehat{N}(\omega)$ неизвестной спектральной плотности сейсмических шумов вблизи резонансной частоты $f_0 \approx 1,6$ кГц астрофизического канала:

$$\widehat{N}(\omega_0 + \omega) \approx 10^{-28}\text{см}^2/\text{с}, \quad |\omega| \ll \omega_0 = 2\pi f_0.$$

2. Для обнаружения некогерентной последовательности гравитационных импульсов с неизвестными амплитудами и моментами τ_k возникновения отдельных импульсов необходимо сформировать, используя в качестве входных данных нормированную огибающую r, реализацию случайного процесса [1]

$$\widehat{\theta}(\tau) = \frac{1}{n_a}\sum_{k=1}^{n_a}\widehat{\eta}_k,$$

$$\widehat{\eta}_k = \ln I_0(r_k\widehat{a}_k) - (1/2)\widehat{a}_k^2, \tag{1}$$

где r_k — отсчеты нормированной огибающей, $r_k = r(t_k)$, t_k — моменты измерения,

$$t_k = \tau_k + \tau_c = \xi_k + \tau_c + \tau, \tag{2}$$

$\widehat{a}_k = \widehat{a}(r_k)$, $\widehat{a}(r)$ — максимально правдоподобная оценка неизвестной нормированной огибающей моноимпульсного сигнала со случайной амплитудой [4].

Зависимость $\widehat{a}(r)$ приведена в работе [1]. Возможные значения неизвестного временного сдвига между моментами возникновения гравитационных импульсов и космических гамма-вспышек в экспериментах были ограничены априорным диапазоном $(-\tau_p, \tau_p)$, где $\tau_p \approx 200$ с. Подобный выбор диапазона возможных значений неизвестного параметра τ был обусловлен главным образом конструктивными особенностями системы регистрации баксанского лазерного деформографа ЛД-1 как преимущественно геофизического прибора с относительно невысокой (± 30 с) фиксацией начала отсчета времени.

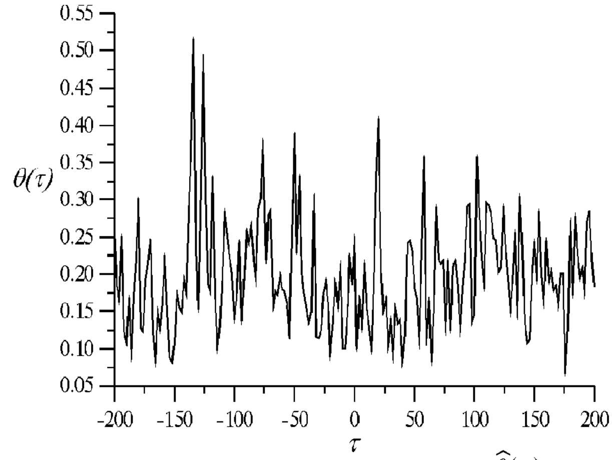

Рис. 1. Реализация случайного процесса $\widehat{\theta}(\tau)$

На рис. 1 приведена реализация случайного процесса $\widehat{\theta}(\tau)$, полученная за период непрерывных наблюдений с ноября 1993 г. по июль 1994 г. В каталоге на этом интервале наблюдения приводятся (с учетом плановых профилактических остановок прибора) $n_a = 73$ гамма-вспышки.

Абсолютный максимум реализации $\widehat{\theta}_m = \max_\tau \widehat{\theta}(\tau)$, $|\tau| \leqslant \tau_p \approx 200$ с оказался равным 0,52. Положение абсолютного максимума ($\widehat{\theta}_m = \widehat{\theta}(\tau_m)$) дает максимально правдоподобную оценку $\widehat{\tau} = \tau_m \approx -132(\pm 30)$ с временного сдвига между гравитационными событиями и моментами возникновения космических гамма-вспышек.

3. Решение о наличии на интервале наблюдения $(0, T)$ некогерентной последовательности гравитационных импульсов принимается, если выполняется следующее условие [6]:

$$\widehat{\theta}_m > C.$$

Пороговый уровень C в приемном устройстве Неймана–Пирсона выбирается в зависимости от вероятности ложной тревоги α (статистической ошибки первого рода) [1]:

$$\alpha = P\{\widehat{\theta} > C|S = 0\} \approx 1 - F_\theta^{M+1}(C), \tag{3}$$

где $F_\theta^{M+1}(x)$ — интегральная функция распределения случайного процесса $\widehat{\theta}(\tau)$ при отсутствии полезного сигнала S, $M \approx (2\tau_p/\tau_c) \approx 400$ — количество независимых отсчетов нормированной огибающей $r(\tau)$ на априорном интервале.

Аппроксимация неизвестной интегральной функции распределения $F_\theta(x)$ кривыми Пирсона [4] приводит к бета-распределению [1]:

$$\widehat{F}_\theta(x) = I_z(p,q) = B_z(p,q)/B_1(p,q), \tag{4}$$

где $B_z(p,q)$ — неполная бета-функция [7], $B_z(p,q) = p^{-1}z^p F(p, 1-q; p+1; z)$, $B_1(p,q) = \Gamma(p)\Gamma(q)/\Gamma(p+q)$, $F(a,b;c;z)$ — гипергеометрическая функция, $\Gamma(z)$ — гамма-функция, $z = z(x) \approx 0,203x$, $0 \leqslant z \leqslant 1$.

Параметры p и q бета-распределения (4) могут быть вычислены по формулам, приведенным в работе [1], и при $n_a = 73$ определяются следующим образом:

$$p \approx 13,434, \qquad q \approx 274,281.$$

Значения интегральной функции распределения $I_z(p,q)$ для этих параметров в интересующем нас диапазоне приведены в таблице.

z	$I_z(p,q)$	z	$I_z(p,q)$
0,064	0,9095488	0,068	0,9448745
0,065	0,9197874	0,069	0,9515808
0,066	0,9290426	0,070	0,9575764
0,067	0,9373861	0,071	0,9629104

Подстановка выражения (4) в формулу (3) приводит к следующему результату:

$$\alpha \approx 1 - I_u^{M+1}(p,q), \quad u = z(C).$$

Выберем для определенности вероятность ложной тревоги $\alpha = 0,05$. Воспользовавшись приведенной таблицей значений функции $I_z(p,q)$ при $M \approx 400$, находим пороговый уровень $C_\alpha = C(\alpha)$:

$$C_{0,05} \approx 0,517. \tag{5}$$

Пороговый уровень (5) практически совпадает с величиной абсолютного максимума $\widehat{\theta}_m \approx 0,51$ реализации случайного процесса $\widehat{\theta}(\tau)$, синтезированного на основе экспериментальных данных астрофизического канала деформографа. Следовательно, гипотеза о наличии на рассматриваемом интервале наблюдений некогерентной последовательности гравитационных импульсов, моменты которых τ_k жестко привязаны к моментам ξ_k космических гамма-вспышек (см.(2)), не противоречит экспериментальным данным (коэффициент доверия $\gamma = 1 - \alpha = 0,95$).

4. Расчет вероятности ложной тревоги α можно заметно упростить, если воспользоваться асимптотическим представлением гипергеометрической функции

$$F(a,b;c;z) = [1 + O(|b|^{-1})]\Phi(a;c;bz), \tag{6}$$

где $\Phi(a;c;bz)$ — вырожденная гипергеометрическая функция Гаусса [7]. В этом случае после несложных преобразований имеем

$$\begin{aligned} B_z(p,q) &= p^{-1}z^p\left[1 + O(q^{-1})\right]\Phi(p;p+1;-(q-1)z) = \\ &= \left[1 + O(q^{-1})\right](q-1)^{-p}\gamma(p,(q-1)z). \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь

$$\gamma(p,x) = \Gamma(p) - \Gamma(p,x), \tag{8}$$

где $\Gamma(p)$ и $\Gamma(p,x)$ — полная и неполная гамма-функции [7].

Принимая во внимания выражения (6)–(8), получим асимптотическое представление интегральной функции распределения $I_z(p,q)$:

$$[I_z(p,q)]_{as} \approx 1 - \frac{\Gamma(p,(q-1)z)}{\Gamma(p)}. \tag{9}$$

При $p \gg 1$ и $(q-1)z \gg 1$ для приближенного расчета значений гамма-функций удобно воспользоваться разложением Стирлинга

$$\ln\Gamma(z) = [z - (1/2)]\ln z - z + (1/2)\ln 2\pi.$$

Описанные аппроксимации и точный вид интегральной функции распределения (4), рассчитанный на компьютере с использованием рядов для гипергеометрической функции (6), приведены на рис. 2. В интересующей нас области $z \geqslant 0,065$ различие между приближенной формулой (6) и точной формулой (4) незначительно.

В заключение отметим, что «критическая» ситуация ($\widehat{\theta}_m \approx C_\alpha$), наблюдаемая в эксперименте, стимулирует продолжение исследований; полученные результаты можно рассматривать как предварительные. Адаптивный алгоритм обработки (1) в ближайшее время предполагается тестировать на данных твердотельной гравитационной антенны «Улитка» (МГУ, ГАИШ).

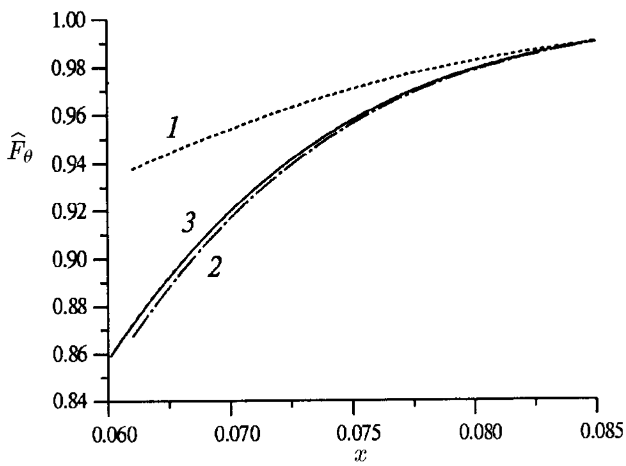

Рис. 2. Интегральная функция распределения случайного процесса (1), рассчитанная различными способами: *1* — с использованием разложений для бета-функций (формула (4)), *2* — с использованием рядов для гипергеометрической функции (формула (6)), *3* — по асимптотической формуле (9) с использованием разложения Стирлинга

Литература

1. *Виноградов М.П., Гусев А.В., Милюков В.К.*// Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 5. С. 37 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No.5).
2. *Милюков В.К., Кравчук В.К.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 2. С. 73 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No.2. P. 60).
3. *Бичак И., Руденко В.Н.* Гравитационные волны в ОТО и проблема их обнаружения. М., 1989.
4. *Тихонов В.И.* Оптимальный прием сигналов. М., 1983.
5. *Гуткин Л.С.* Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. М., 1972.
6. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 3. М., 1976.
7. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. М., 1973.

Поступила в редакцию
11.04.97